

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y  
DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DISEÑO Y FOTOFABRICACION DE SUPERFICIES  
RUGOSAS ALEATORIAS.

T E S I S

MAESTRIA EN CIENCIAS

*Miguel Angel Ponce Camacho*

ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, MAYO DE 1991.

**CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA**

**DIVISION DE FISICA APLICADA**

**DEPARTAMENTO DE OPTICA**

**DISEÑO Y FOTOFABRICACION DE SUPERFICIES RUGOSAS ALEATORIAS**

**TESIS**

Que, para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS, presenta:

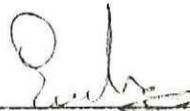
**MIGUEL ANGEL PONCE CAMACHO** ✕

**Ensenada, Baja California, México. Mayo de 1991.**

RESUMEN de la Tesis de Miguel Angel Ponce Camacho, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO en CIENCIAS en FISICA APLICADA con opción en OPTICA. Ensenada, Baja California, México, Mayo de 1991.

DISEÑO Y FOTOFABRICACION DE SUPERFICIES RUGOSAS ALEATORIAS.

Resumen aprobado por:



---

Dr. Eugenio R. Méndez Méndez.

Director de Tesis.

Se propone un método para la fabricación de superficies rugosas aleatorias unidimensionales. Es decir, superficies que presentan variaciones de altura solamente en una dirección. El método propuesto consiste en exponer, mediante un barrido, una placa fotosensible a una línea muy delgada de luz. La posición de la línea de luz sobre la placa fotosensible y los tiempos de exposición, que siguen una distribución estadística especificada de antemano, están controlados por una computadora. El material fotosensible es una resina de tipo positivo que al ser expuesta a la luz causa un relieve; las partes de la placa fotosensible que son expuestas son removidas al momento del revelado. Suponiendo una relación lineal entre la exposición y las alturas del perfil de la superficie fabricada, se calculan algunas propiedades estadísticas de las superficies a partir de las propiedades estadísticas de los tiempos de exposición y otros parámetros del experimento. Las propiedades calculadas son: la variancia, el coeficiente de correlación y la función de densidad de probabilidad. El método propuesto se ha estudiado y desarrollado experimentalmente. Se han fabricado y caracterizado superficies con estadísticas variadas y reproducibles y los resultados experimentales concuerdan con las predicciones teóricas. Las superficies fabricadas son particularmente útiles en la experimentación crítica sobre teorías de esparcimiento de luz.

TESIS DEFENDIDA POR: MIGUEL ANGEL PONCE CAMACHO

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITE:



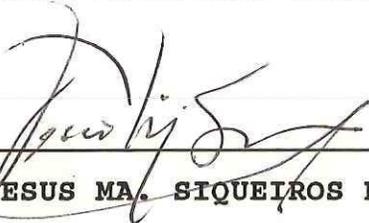
---

DR. EUGENIO R. MENDEZ MENDEZ.- Director del Comité



---

DR. HECTOR ESCAMILLA TAYLOR.- Miembro del Comité



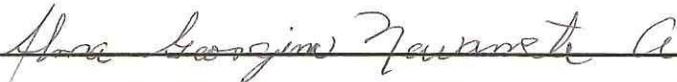
---

DR. JESUS MA. SIQUEIROS BELTRONES.- Miembro del Comité



---

DR. HECTOR ECHAVARRIA HERAS. - Miembro del Comité



---

M.C. ALMA GEORGINA NAVARRETE ALCALA.- Miembro del Comité



---

M.C. JOSUE ALVAREZ BORREGO.- Jefe Depto. Optica



---

DR. HECTOR ECHAVARRIA HERAS.- Director Académico

5 DE AGOSTO DE 1991

**A Vicky y Ana**

### Agradecimientos:

A los contribuyentes mexicanos, quienes a través del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada hicieron posible la realización del presente trabajo.

A los miembros del comité de Tesis:

Dr. E. R. Méndez M.

Dr. H. Escamilla T.

Dr. J. M. Siqueiros B.

M. en C. A. G. Navarrete de V.

Dr. H. Echavarría H.

Por la dirección, revisión, correcciones y comentarios del contenido de esta Tesis.

A Victor Ruiz Cortés, por permitir el uso del Esparcímetro para la medición experimental de los patrones de esparcimiento de luz de las superficies fabricadas.

A la Universidad de California en San Diego, quien a través del Dr. Zu Han Gu permitió el uso del perfilómetro mecánico para la caracterización de las superficies fabricadas.

Agradecimientos especiales a (en orden alfabético):

Dr. H. Escamilla T.

Dr. R. Machorro

Dr. E. R. Méndez M.

Dr. J. M. Siqueros B.

**Yo todavía soy de ese pensamiento antiguo de que hay que hacer Ciencia por el gusto de hacerla.**

**Ricardo Miledi**

## CONTENIDO

		Página
I	INTRODUCCION.	1
II	FABRICACION DE SUPERFICIES POR COMPUTADORA.	4
II.1	Introducción.	4
II.2	Descripción Estadística de una Superficie Rugosa Aleatoria.	6
II.3	Preparación y Procesado de las Placas con Fotorresina.	10
II.4	La Exposición.	11
II.5	El Sistema Optico.	13
II.6	Algunas Propiedades Estadísticas de la Exposición.	15
II.7	Función de Densidad de Probabilidad ( <i>fdp</i> ) de la Exposición.	26
II.7.1	Números con una <i>fdp</i> normal ó Gaussiana.	26
II.7.2	Números con una <i>fdp</i> de Bernoulli.	29
II.7.3	Números con una <i>fdp</i> uniforme.	31
III	RESULTADOS EXPERIMENTALES.	34
III.1	Introducción.	34
III.2	Pruebas Preliminares.	36

## CONTENIDO (Continuación)

		Página
III.3	El Coeficiente de Correlación.	38
III.4	Perfiles Simétricos.	40
III.5	Histogramas de Alturas de las Superficies Fabricadas.	43
III.6	Curvas Experimentales del Patrón de Esparcimiento de Luz de las Superficies Fabricadas.	48
III.7	Discusión de Resultados.	51
IV	CONCLUSIONES.	53
	LITERATURA CITADA	54

## LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1.	Simulación del perfil de una superficie con distribución de alturas Gaussiana. La media $m = 0$ y la variancia $\sigma^2 = 1$ . La simulación fue hecha mediante una computadora.	9
2.	Densidad de probabilidad de alturas asociada con la superficie mostrada en la figura 1 (línea continua). Se muestra también un histograma obtenido a partir de 2000 datos de la simulación de computadora.	9
3.	Superposición de varias exposiciones sobre un solo punto de la placa con fotorresina.	11
4.	Sistema óptico utilizado en la fabricación de las superficies rugosas aleatorias unidimensionales.	13
5.	Corte unidimensional del patrón de difracción de Fraunhofer en intensidad a lo largo de una línea perpendicular a los bordes del diafragma rectangular. El semiancho del lóbulo principal de la función de punto extendido del sistema óptico es $b = 10\mu m$ .	14
6.	Coefficiente de correlación de la exposición $E(x)$ (círculos) comparado con una curva Gaussiana (línea continua). La línea punteada muestra el valor $1/e$ .	23
7.	Función de densidad de probabilidad Gaussiana con $m = 4$ y $\sigma = 1$ .	27
8.	Función de densidad de la distribución de Bernoulli con $p = 0.5$ y $m = 0.5$ .	30
9.	Función de densidad de probabilidad uniforme, con media $m = 0.5$ y $c = 1.0$ .	32
10.	Perfiles de superficies periódicas generadas con tiempos de exposición escalados por factores constantes. Su frecuencia espacial es de 20 líneas/mm.	36

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

Figura		Página
11.	Comparación entre el coeficiente de correlación teórico para $E(x)$ (línea continua) y la autocorrelación del perfil de una superficie fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli con parámetros $p = 0.5$ y $\alpha_n = 1$ (círculos). El valor de la abscisa correspondiente al cruce de la línea punteada con la función de autocorrelación representa el valor teórico de la longitud de correlación. Los parámetros de fabricación de la superficie son $b = 10\mu m$ y $\Delta x = 1\mu m$ .	38
12.	Comparación entre el coeficiente de correlación teórico para $E(x)$ (línea continua) y la autocorrelación del perfil de una superficie fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli con parámetros $p = 0.5$ y $\alpha_n = 1$ (círculos). El valor de la abscisa correspondiente al cruce de la línea punteada con la función de autocorrelación representa el valor teórico de la longitud de correlación. Los parámetros de fabricación de la superficie son $b = 10\mu m$ y $\Delta x = 1\mu m$ .	39
13.	Superficie con perfil de alturas simétrico. Esta superficie fue fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli, con $p = 0.5$ , $\alpha_n = 1$ , $b = 13\mu m$ y $\Delta x = 1\mu m$ . La longitud de correlación es $a = 9.25\mu m$ y la desviación estándar $\sigma = 1.10 \pm 0.12\mu m$ . La línea punteada muestra el eje de simetría.	40
14.	Perfil simétrico. La línea punteada muestra el eje de simetría.	41
15.	Perfil con su parte simétrica superpuesta.	41
16.	Perfil de una superficie consistente de una serie de perfiles simétricos. Los ejes de simetría son señalados por las líneas punteadas.	42
17.	Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números con la distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son $p = 0.5$ , $\alpha_n = 1$ , $b = 13\mu m$ y $\Delta x = 1\mu m$ . De los datos obtenidos con el perfilómetro mecánico se calculó su desviación estándar: $\sigma_t = 1.10 \pm 0.12\mu m$ . La curva continua corresponde a una <i>fcdp</i> Gaussiana cuya desviación estándar es igual a la calculada con los datos experimentales de las alturas de la superficie. Su longitud de correlación, estimada de los datos del perfilómetro, es $a = 9.25\mu m$ .	45

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

Figura		Página
18.	Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son $b = 11\mu m$ , $\Delta x = 1\mu m$ , $\alpha_0 = 1$ y $p = 0.3$ . La curva continua es la $fcp$ de la exposición, que es la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). Su desviación estándar calculada a partir de 10 trazas del perfilómetro mecánico es $\sigma_z = 1.29 \pm 0.06\mu m$ .	45
19.	Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son $b = 11\mu m$ , $\Delta x = 1\mu m$ , $p = 0.7$ y $\alpha_0 = 1$ . La curva continua es la $fcp$ de la exposición, que es la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). Su desviación estándar calculada a partir de 10 trazas del perfilómetro mecánico es $\sigma_z = 2.01 \pm 0.15\mu m$ .	46
20.	Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son $b = 11\mu m$ , $\Delta x = 1\mu m$ , $p = 0.01$ y $\alpha_0 = 1$ . La curva continua es la $fcp$ de la exposición, que es la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). Su desviación estándar calculada a partir de 10 trazas del perfilómetro mecánico es $\sigma_z = 0.52 \pm 0.01\mu m$ .	46
21.	Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con una distribución Gaussiana ( $m = 4$ y $\sigma = 1$ ). Los parámetros de fabricación son $b = 11\mu m$ y $\Delta x = 1\mu m$ . Su desviación estándar calculada a partir de los datos del perfilómetro mecánico es $\sigma_z = 0.22 \pm 0.01\mu m$ . La curva continua representa una $fcp$ Gaussiana con desviación estándar igual a la calculada a partir de los datos.	47
22.	Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución uniforme ( $m = 0.5$ ). Los parámetros de fabricación son $b = 11\mu m$ y $\Delta x = 1\mu m$ . Su desviación estándar calculada a partir de los datos obtenidos con el perfilómetro mecánico es $\sigma_z = 0.64 \pm 0.02\mu m$ . La curva continua representa una $fcp$ Gaussiana con desviación estándar igual a la calculada a partir de los datos.	47

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

Figura		Página
23.	Patrón de esparcimiento de luz de una superficie formada por 150 segmentos, cada uno de los cuales es de una longitud de $200\mu m$ y tiene un eje de simetría. La superficie está formada por 150 superficies simétricas debido a que se busca promediar sus patrones de esparcimiento de luz. El pico en la dirección especular ( $\theta = 0^\circ$ ) muestra el reforzamiento encontrado por Nieto-Vesperinas y Soto-Crespo.	49
24.	Curva experimental del patrón de esparcimiento de luz de una superficie unidimensional fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son $p = 0.5$ , $\Delta x = 1\mu m$ y $b = 11\mu m$ .	50

## I. INTRODUCCION

El comportamiento de una onda electromagnética que incide sobre una interfaz plana es bien comprendido. De hecho, las leyes que gobiernan la reflexión y transmisión de una onda electromagnética sobre una frontera plana entre dos medios se conocen tan bien que dados los coeficientes que relacionan las amplitudes de las ondas transmitida y reflejada se pueden determinar las propiedades ópticas del material. Sin embargo, ¿qué sucede si la interfaz entre dos medios es irregular ó simplemente rugosa? Una superficie rugosa es aquella que presenta variaciones de altura a nivel microscópico medidas a partir de una superficie promedio.

El esparcimiento de luz por superficies rugosas ha sido objeto de una gran cantidad de estudios tanto teóricos como experimentales (ver por ejemplo, Beckmann y Spizzichino, (1963), De Santo y Brown, (1986), O'Donell y Méndez, (1987)). Desde un punto de vista teórico el problema presenta un alto grado de dificultad. El problema consiste en resolver las ecuaciones de Maxwell para una onda electromagnética interactuando con una frontera irregular. Debido a que la geometría no es sencilla no es posible reducir el problema como en el caso de un plano. De la literatura reciente es claro que, hasta ahora, la interacción detallada entre este tipo de superficies y una onda electromagnética no se entiende completamente (ver, por ejemplo, Beckmann y Spizzichino, (1963), De Santo y Brown, (1986), Nieto-Vesperinas y Soto-Crespo, (1987), O'Donell y Méndez, (1987), Kim et al, (1990), Maradudin et al, (1989)).

El trabajo experimental es importante para corroborar teorías de esparcimiento que invariablemente involucran aproximaciones y suponen estadísticas sencillas para el perfil de la superficie. Por simplicidad en la mayoría de los trabajos teóricos se supone que las variaciones de altura en la superficie constituyen un proceso aleatorio Gaussiano con un coeficiente de correlación Gaussiano, y es importante la fabricación de superficies con estas características para la realización de experimentos. Ya ha sido mencionado por varios autores (ver, por ejemplo, Kim et al, (1990)) que, aunque hay un gran número de experimentos de esparcimiento de luz reportados en la literatura, el trabajo con superficies caracterizadas es escaso. En la

mayoría de estos reportes, las estadísticas de las superficies eran desconocidas, y probablemente eran difíciles de modelar. Es claro que con esta metodología es difícil llegar a alguna conclusión en cuanto a la validez de los desarrollos teóricos.

Hasta ahora, el trabajo teórico más riguroso del problema de esparcimiento está basado en simulaciones numéricas tipo Monte Carlo (ver, por ejemplo, Soto-Crespo y Nieto-Vesperinas, (1989), Maradudin et al, (1990)). Debido a limitaciones computacionales, este trabajo se ha llevado a cabo con superficies unidimensionales, es decir, superficies cuyo perfil presenta variaciones de altura cuando nos movemos en una dirección y permanece constante cuando nos movemos en otra dirección ortogonal a la primera. Para comprobar y validar el trabajo teórico es necesario realizar comparaciones cuantitativas entre la teoría y el experimento. La principal motivación para el trabajo presentado en esta tesis es el desarrollo de un método de fotofabricación de superficies rugosas aleatorias unidimensionales que posean propiedades estadísticas modelables teóricamente. Esta misma motivación ya ha conducido al desarrollo de métodos de fabricación de superficies con estadísticas controladas.

En 1978, P. F. Gray publicó un artículo donde se propone y desarrolla un método de fotofabricación de superficies rugosas aleatorias mediante la exposición de placas cubiertas con fotorresina a un número determinado de patrones de granulado láser. El método está basado en el hecho de que la función de densidad de probabilidad de la intensidad de la luz en un patrón de granulado láser tiene la forma de una función exponencial negativa (Goodman, (1984), pp. 15-19), y que la suma incoherente de un número  $N$  de patrones independientes de granulado de este tipo resultan en un patrón cuyas variaciones de intensidad están gobernadas por una función de densidad de probabilidad ( $fdp$ ) gamma de orden  $N$  (Goodman, (1984), pp. 51-54). Para  $N$  grande ( $\sim 10$ ), la  $fdp$  del patrón de intensidad se acerca mucho a una Gaussiana. Entonces el método es adecuado para la fabricación de superficies rugosas aleatorias con propiedades estadísticas aproximadamente Gaussianas. El método desarrollado por Gray ha sido empleado por varios autores en estudios experimentales de esparcimiento de luz (ver, por ejemplo, Levine y Dainty, (1983), Méndez y O'Donnell, (1987), O'Donnell y Méndez, (1987), Kim et al, (1987), Kim et al, (1990)). A pesar del éxito que ha tenido este método de fabricación de superficies rugosas aleatorias con propiedades estadísticas Gaussianas y gamma, es necesario desarrollar y probar métodos alternativos que permitan comparaciones con los métodos existentes y que además permitan la experimentación con superficies que posean otro tipo de propiedades estadísticas.

El método propuesto en esta tesis consiste en exponer una placa fotosensible a una línea muy delgada de luz. La posición de la línea de luz sobre la placa fotosensible y el tiempo de exposición en dicha posición son controlados por una computadora. Los tiempos de exposición siguen una distribución estadística determinada de antemano al programar la computadora. El material fotosensible es una resina que al ser expuesta a la luz causa un relieve, es decir, las partes de la placa fotosensible que son expuestas a la luz son removidas al momento del revelado. Suponiendo una relación lineal entre la exposición de la placa y las variaciones de altura resultantes, se puede esperar tener cierto control sobre las propiedades estadísticas de los perfiles de las superficies fabricadas.

La parte central de esta tesis se encuentra en los capítulos 2 y 3, en donde se describe el método de fabricación, se derivan las propiedades estadísticas de la exposición, y se presentan y discuten los resultados experimentales. En el capítulo 2 se definen, a manera de revisión, las propiedades estadísticas más comunes que se utilizan en la descripción de una superficie rugosa aleatoria. Se presentan también los principios del método propuesto, y se describe la implementación experimental de éste. Finalmente, se derivan teóricamente algunas propiedades estadísticas de la exposición, en función de los parámetros del experimento y de las estadísticas de los números aleatorios utilizados para controlar la exposición en cada posición.

En el capítulo 3 se presentan los resultados de la caracterización de algunas superficies fabricadas. Se presentan algunos perfiles representativos de las superficies generadas, así como algunas curvas experimentales del coeficiente de correlación. Así mismo se presentan algunos histogramas de los perfiles de las superficies unidimensionales. Todos estos resultados se comparan con las predicciones teóricas, y se discuten los resultados. Para finalizar este capítulo, y como ejemplo del propósito básico de este trabajo, se presentan un par de curvas experimentales del patrón angular de esparcimiento de luz medido con un instrumento recientemente construido en CICESE, y se presenta una discusión de los resultados. Por último, en el capítulo 4 se presentan las conclusiones acerca de los resultados obtenidos en la fabricación de superficies con el método propuesto. Se concluye acerca de la proximidad entre la teoría y el experimento y se sugieren algunos cambios en los parámetros utilizados en el experimento como línea a seguir para la continuación del presente trabajo.

## II. FABRICACION DE SUPERFICIES POR COMPUTADORA

### II.1 Introducción.

Existen diversos métodos para la fabricación de superficies rugosas. La mayoría de ellos producen superficies con estadísticas desconocidas y poco controlables. Por ejemplo, dos métodos sencillos para producir superficies rugosas son el ataque químico con ácido fluorhídrico sobre una placa de vidrio y el esmerilado de una placa de vidrio con granos de óxido de fierro. Aunque ambos métodos dan como resultado superficies rugosas, la técnica de fabricación no permite ningún tipo de control sobre sus propiedades estadísticas. Un método que permite cierto control sobre la estadística de las superficies ha sido desarrollado por Gray (1978). En esta técnica, se utilizan placas cubiertas con fotorresina, que son expuestas a muchos ( $\sim 10$ ) patrones de granulado láser. Suponiendo linealidad en la respuesta de la fotorresina, las superficies fabricadas con este método tienen propiedades estadísticas descritas por una  $f d p$  que corresponde a la distribución gamma, y cuando el número de exposiciones es grande, ésta se aproxima a la distribución Gaussiana (Goodman,(1985), pág. 31).

En esta tesis se propone un método alternativo que consiste en exponer una placa cubierta con fotorresina mediante un barrido controlado por computadora. En cada posición, el tiempo de exposición es proporcional a una variable aleatoria que se comporta de acuerdo a una distribución estadística determinada por el programa de control. La placa fotosensible se coloca en un microposicionador electrónico controlado por una computadora. En este trabajo sólo se ha implementado el método para generar superficies unidimensionales. Es decir, el perfil tiene variaciones solamente en una dirección, y es invariante en la dirección paralela a la línea de luz con la que se grabó la superficie, como lo requieren los trabajos teóricos más recientes (ver, por ejemplo, Soto-Crespo y Nieto-Vesperinas,(1989) y Maradudin et al, (1990)).

En este capítulo se definen los parámetros más comunes utilizados para describir a una superficie aleatoria. Además, se presenta el procedimiento para depositar la fotorresina, y se describen la técnica de

fotofabricación controlada por computadora y el sistema óptico utilizado. También se presentan los cálculos de algunos de los parámetros estadísticos de la exposición de las superficies, así como el cálculo de la  $f d p$  de la exposición para cada una de las distribuciones estadísticas utilizadas en la fabricación de las superficies.

## II.2 Descripción Estadística de una Superficie Rugosa Aleatoria.

El problema de esparcimiento de luz por superficies rugosas aleatorias es un problema que ha sido atacado por grupos de científicos e ingenieros desde hace varias décadas (Beckmann y Spizzichino,(1963)). Hasta ahora, el problema no ha sido resuelto. Las soluciones propuestas contienen muchas aproximaciones y simplificaciones y, hasta el momento, no existen resultados analíticos que puedan tomar en cuenta esparcimiento múltiple (ver, por ejemplo, O'Donnell y Méndez,(1987)). Dada la naturaleza aleatoria de las superficies tratadas en este tema, la manera como se describe su comportamiento está basada en una serie de parámetros estadísticos que caracterizan el grado de rugosidad de la superficie. En realidad todas las superficies son rugosas en cierto grado, la única pregunta es ¿a qué grado? En esta sección, se definen los parámetros estadísticos más comunes para la descripción de superficies rugosas aleatorias.

Sea  $\zeta(x)$  el perfil de una superficie unidimensional. Supondremos que  $\zeta(x)$  constituye una función muestra del proceso aleatorio  $Z(x)$  y que además  $Z(x)$  es un proceso estacionario. Para cada punto  $x_0$ ,  $Z(x_0)$  es una variable aleatoria y  $\zeta(x_0)$  representa un valor que puede adquirir esta variable. En términos estadísticos, describiremos el perfil de una superficie aleatoria a través de sus momentos, correlaciones y de su función de densidad de probabilidad. Sea  $Z$  una variable aleatoria continua que adquiere valores con cierta probabilidad. Esta está determinada a través de la función de densidad de probabilidad  $P_Z$ , de tal manera que  $P_Z(\zeta)\Delta\zeta$  representa la probabilidad de que la variable  $Z$  adquiera un valor entre  $\zeta$  y  $\zeta + \Delta\zeta$ . La *f.d.p* satisface las siguientes condiciones:

a)  $P_Z(\zeta) \geq 0$  para toda  $\zeta$ .

$$b) \int_{-\infty}^{+\infty} P_Z(\xi) d\xi = 1.$$

c) Para cualquier  $a, b$ , tal que  $-\infty < a < b < +\infty$ , tenemos que

$$Prob\{a \leq \xi \leq b\} = \int_a^b P_Z(\xi) d\xi.$$

Donde  $Prob\{a \leq \xi \leq b\}$  representa la probabilidad de que la variable  $Z$  adquiriera un valor entre  $a$  y  $b$ . Para una función de densidad de probabilidad continua, los momentos asociados con la variable  $Z$  están dados por:

$$E[\xi^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^k P_Z(\xi) d\xi. \quad (1)$$

En particular, para el caso  $k = 1$ , tenemos

$$m = E[\xi], \quad (2)$$

donde  $m$  es la media de la variable  $Z$ . Así mismo, tenemos que el  $k$ -ésimo momento central de una distribución se define como

$$E[(\xi - m)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - m)^k P_Z(\xi) d\xi. \quad (3)$$

Para el caso  $k = 2$  tenemos

$$\sigma^2 = E[(\xi - m)^2], \quad (4)$$

o bien

$$\sigma^2 = E[\zeta^2] - m^2. \quad (5)$$

El parámetro  $\sigma^2$  se conoce como la variancia de la distribución, que es una medida de la dispersión alrededor de la media  $m$  de la variable aleatoria  $Z$ . Físicamente, para una superficie rugosa, el parámetro  $\sigma$  representa una medida de la variación de las alturas (detalle vertical) de la superficie aleatoria. Es decir, una medida de la rugosidad de la superficie.

Definimos también a la función de covariancia de la forma:

$$C(\tau) = \langle \zeta(x + \tau)\zeta(x) \rangle - \langle \zeta(x + \tau) \rangle \langle \zeta(x) \rangle, \quad (6)$$

y el coeficiente de correlación como

$$\rho(\tau) = \frac{C(\tau)}{\sigma^2}. \quad (7)$$

Se puede demostrar que  $|\rho(\tau)| \leq 1$ . Generalmente la función de correlación es una función que decae a cero, o adquiere valores muy bajos a partir de un cierto valor  $\tau = \alpha$ , llamado longitud de correlación, que se escoge de acuerdo a un cierto criterio que puede ser arbitrario. Por ejemplo, si  $C(\tau)$  tiene una forma Gaussiana,  $\alpha$  se toma generalmente como el valor para el cual  $C(\tau)$  adquiere el valor  $1/e$ . El parámetro  $\alpha$  es una medida del tamaño promedio del detalle lateral del proceso aleatorio  $Z(x)$ . Para ilustrar lo anterior se presenta en la figura 1 un perfil aleatorio generado en una computadora. Este perfil tiene una distribución de alturas Gaussiana y un coeficiente de correlación Gaussiano con  $m = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$  y  $\alpha = 1$ . En la figura 2 se presenta el histograma de las alturas del perfil aleatorio de la figura 1.

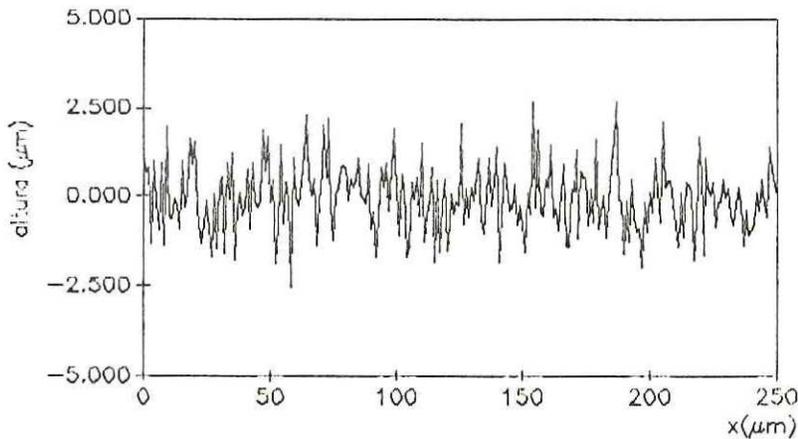


Figura 1. Simulación del perfil de una superficie con distribución de alturas Gaussiana. La media  $m = 0$  y la variancia  $\sigma^2 = 1$ . La simulación fue hecha mediante una computadora.

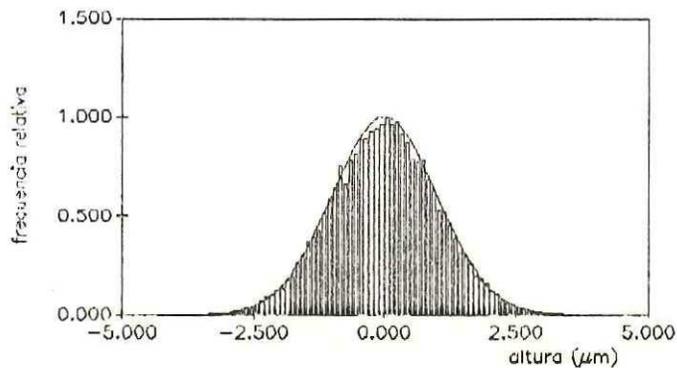


Figura 2. Densidad de probabilidad de alturas asociada con la superficie mostrada en la figura 1 (línea continua). Se muestra también un histograma obtenido a partir de 2000 datos de la simulación de computadora.

Las propiedades estadísticas que generalmente se utilizan para la descripción de una superficie rugosa aleatoria son las que hemos descrito. Es decir, la  $f d p$ , y la función de correlación, junto con los parámetros  $\sigma$  y  $m$ . Sin embargo, ésta no es una descripción estadística completa de la superficie. Para esto, sería necesario conocer la  $f d p$  multivariada para un número arbitrario de puntos. Debido a lo complicado de esta situación, y a que experimentalmente es difícil caracterizar superficies más allá de la  $f d p$  y la función de correlación, nos limitaremos a caracterizar las superficies hasta este nivel.

### II.3 Preparación y Procesado de las Placas con Fotorresina.

La fotorresina se deposita en forma de película delgada sobre placas de vidrio de 2 pulgadas de diámetro por 3 mm. de grosor. El depósito se realiza por centrifugado. Antes de depositar la fotorresina los sustratos deben estar perfectamente limpios para evitar estrías y grumos sobre el depósito. A continuación se presentan los pasos a seguir para la limpieza de los sustratos:

- 1.- Lavado del sustrato con detergente y agua destilada.
- 2.- Lavado del sustrato con acetona.
- 3.- Secado del sustrato con una toalla de papel.

Una vez limpios los sustratos, se procede a depositar la fotorresina. Se coloca el sustrato sobre una base de centrifugación montada en un motor de corriente alterna cuya velocidad puede controlarse. Se vierte 1 cc. de fotorresina Shipley 1650 (Shipley Company, E. U. A.) sobre el sustrato estático, que posteriormente se rota por 5 segundos a 4000 *rpm*. El tipo de fotorresina fue elegido por su alta viscosidad. Las placas se dejan reposar por al menos 24 horas, antes de proceder al horneado a 60°C por espacio de 30 minutos. El reposo y el horneado tienen como fin eliminar los solventes de la fotorresina. Debido a que se buscan altas rugosidades, es necesario obtener depósitos gruesos. Esto se consigue depositando varias veces sobre el sustrato, aplicando cada vez la misma técnica de secado y horneado.

La fotorresina utilizada es un material fotosensible al ultravioleta y al azul profundo (330 *nm* - 450 *nm*), y es de tipo positivo. Es decir, las partes expuestas a la luz son removidas al momento de revelar, por lo que puede obtenerse un relieve. El revelador consiste en una mezcla 1:2 (una parte de revelador por dos partes de agua) de revelador Shipley 351 y agua. La placa expuesta se revela por un tiempo de 2 minutos y luego se lava durante 1 minuto con agua destilada.

#### II.4 La Exposición.

En esta sección se describe la manera en la que se expone la placa fotosensible para fabricar una superficie rugosa aleatoria unidimensional. La técnica para generar superficies rugosas aleatorias consiste en exponer la placa a una línea muy delgada de luz por tiempos aleatorios. Una superficie típica se expone a la línea de luz 20000 veces, cada vez por un tiempo de exposición diferente y aleatorio. Típicamente, el desplazamiento entre exposiciones es de  $\Delta x = 1 \mu m$ . La línea de luz tiene un semiancho aproximado de  $10 \mu m$ , por lo que hay mucho traslape entre exposiciones sucesivas. La exposición total es la suma de todas las exposiciones. La figura 3 ilustra el traslape de varias exposiciones sobre un solo punto.

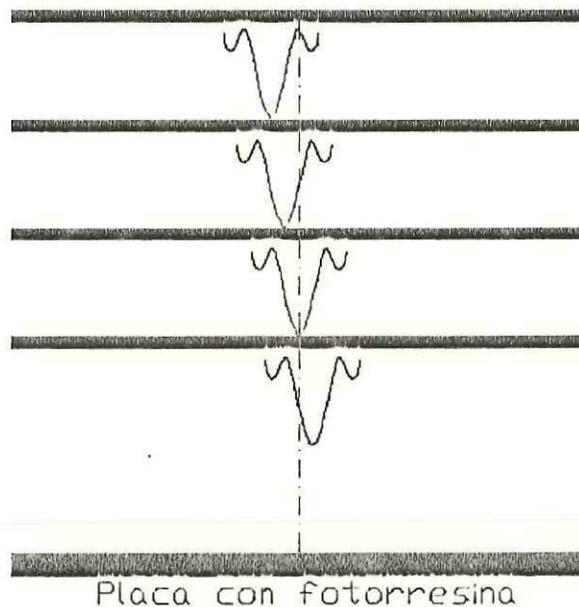


Figura 3. Superposición de varias exposiciones sobre un solo punto de la placa con fotorresina.

Podemos observar que en una posición determinada, que denotamos por  $x_0$ , la exposición total es una sumatoria de varias exposiciones desplazadas y pesadas por los tiempos de exposición aleatorios y estadísticamente independientes. Para realizar esto, se genera en la computadora una serie de números

aleatorios e independientes. El  $n$ -ésimo número de esta serie será denotado por  $r_n$ . Dicha serie de números están relacionados con los tiempos de exposición de la manera  $t_n = kr_n$ , donde  $k$  es una constante con las dimensiones apropiadas. Sea  $h(x)$  la función de punto extendido (*fpe*) del sistema óptico. La variable aleatoria  $E_n(x_0) = r_n h(x_0 + n\Delta x)$  es proporcional a la  $n$ -ésima exposición en el punto  $x_0$ . Similarmente, la exposición total es proporcional a la cantidad  $E(x)$  dada por

$$E(x) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} r_n h(x + n\Delta x), \quad (8)$$

donde  $N$  es el número total de exposiciones sobre la superficie. Por simplicidad, llamaremos a  $E(x)$  la exposición.  $E(x)$  es un proceso aleatorio cuyas propiedades estadísticas dependen de  $r_n$ ,  $h(x)$ ,  $\Delta x$  y  $N$ . Las principales características de la exposición serán calculadas para distintos casos en las secciones 2.6 y 2.7.

## II.5 El Sistema Óptico.

El sistema óptico consta de una fuente de luz láser de He-Cd, marca LICONIX, modelo 4240NB, que emite en una longitud de onda de  $442\text{nm}$ . Con referencia a la figura 4, el haz de luz proveniente del láser se hace diverger por medio de un filtro espacial y luego es colimado por un doblete acromático de longitud focal igual a 27 cm. El haz colimado es limitado por un diafragma de forma rectangular de 1.2 cm. de ancho y la luz transmitida es enfocada sobre la placa fotosensible por una lente cilíndrica de longitud focal igual a 10 cm. El diafragma es necesario para reducir la aberración esférica que presenta la lente cilíndrica y que limita la resolución del sistema. La placa cubierta con fotorresina está montada sobre una mesa de traslación que se controla mediante una computadora. La mesa de traslación es básicamente un microposicionador activado por un motor a pasos, donde el paso mínimo es de  $\Delta x = 1\ \mu\text{m}$ . Este motor se encuentra conectado a una unidad de control electrónico marca Klinger modelo CCI-2 (Klinger Scientific Corporation) que a su vez es controlada por una tarjeta electrónica programable instalada en la computadora. De esta manera, la computadora puede programarse para que controle la posición  $x_n$  y el tiempo de exposición  $t_n$ .

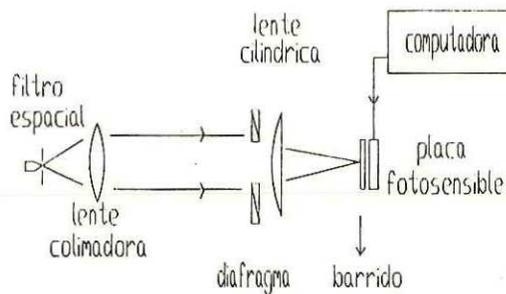


Figura 4. Sistema óptico utilizado en la fabricación de las superficies rugosas aleatorias unidimensionales.

Suponiendo que el sistema no tiene aberraciones, la función de punto extendido del sistema es de la forma (Goodman, 1968, pág. 62)

$$h(x) = \left(\frac{1}{b}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{x}{b}\right), \quad (9)$$

donde  $\text{sinc}(z) = \text{sen}(\pi z)/(\pi z)$  y  $b = \lambda f/d$ ;  $\lambda$  representa la longitud de onda,  $f$  la distancia focal de la lente cilíndrica y  $d$  la abertura del diafragma. La función  $h(x)$  corresponde a un corte unidimensional del patrón de difracción de Fraunhofer en intensidad a lo largo de una línea perpendicular a los bordes del diafragma rectangular.

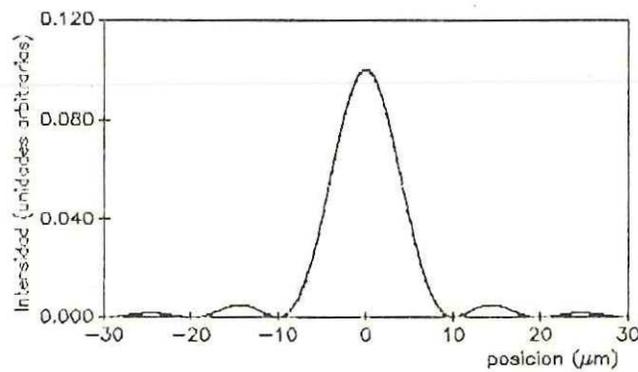


Figura 5. Corte unidimensional del patrón de difracción de Fraunhofer en intensidad a lo largo de una línea perpendicular a los bordes del diafragma rectangular. El semiancho del lóbulo principal de la función de punto extendido del sistema óptico es  $b = 10\mu m$ .

## II.6 Algunas Propiedades Estadísticas de la Exposición.

Reescribiendo la ecuación (8) tenemos que la exposición está dada por

$$E(x) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} r_n h(x + x_n), \quad (10)$$

donde  $x_n = n\Delta x$ . El promedio de la exposición se obtiene del promedio de los números aleatorios. Como sabemos que  $\langle r_n \rangle = m$ , entonces

$$\langle E(x) \rangle = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \langle r_n \rangle h(x + x_n), \quad (11)$$

6

$$\langle E(x) \rangle = m \sum_{n=-N/2}^{N/2} h(x + x_n). \quad (12)$$

Si suponemos que  $\Delta x$  es mucho más pequeño que las dimensiones de  $h(x)$  podemos aproximar el promedio de la exposición reemplazando la sumatoria por una integral. Es decir tenemos que:

$$\langle E(x) \rangle \approx \left( \frac{m}{\Delta x} \right) \int_{-L/2}^{L/2} h(x + x') dx', \quad (13)$$

Si además, la longitud total de la superficie  $L = N\Delta x$  es mucho mayor que el área de interés, podemos reemplazar los límites finitos por límites infinitos. Entonces el promedio de la exposición queda de la siguiente manera:

$$\langle E(x) \rangle = \left( \frac{m}{\Delta x} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} h(x+x') dx'. \quad (14)$$

De esta expresión se puede concluir que  $\langle E(x) \rangle$  no depende de la variable  $x$ , por lo que se tiene que:

$$\langle E(x) \rangle = \langle E(0) \rangle = \langle E \rangle. \quad (15)$$

Entonces podemos escribir la ecuación (14) de la siguiente manera:

$$\langle E \rangle = \left( \frac{m}{\Delta x} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} h(x') dx'. \quad (16)$$

La transformada de Fourier de  $h(x')$ , que denotamos por  $H(s)$ , está dada por la fórmula (Goodman, 1968, pág. 14):

$$H(s) = \text{tri}(bs), \quad (17)$$

donde

$$\text{tri}(bs) = \begin{cases} 1 - |bs| & \text{para } |bs| < 1 \\ 0 & \text{para } |bs| > 1. \end{cases} \quad (18)$$

De esta relación concluimos que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x') dx' = H(0) = 1, \quad (19)$$

por lo que el promedio de la exposición está dado por

$$\langle E \rangle = \frac{m}{\Delta x}, \quad (20)$$

donde  $m$  es el promedio de los números aleatorios generados en la computadora y  $\Delta x$  es el intervalo entre cada exposición. Los momentos de más alto orden se calculan de manera similar. De esta manera, se puede mostrar que

$$\langle E^n(x) \rangle = \langle E^n(0) \rangle = \langle E^n \rangle. \quad (21)$$

Primeramente, queremos calcular la variancia de la exposición:

$$\sigma_E^2 = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2. \quad (22)$$

Tenemos que

$$\langle E^2 \rangle = \sum_{n, n'} \langle r_n r_{n'} \rangle h(x_n) h(x_{n'}), \quad (23)$$

y que

$$\langle E \rangle^2 = m^2 \sum_{n, n'} h(x_n) h(x_{n'}). \quad (24)$$

Como los números  $r_n$  son estadísticamente independientes, tenemos que:

$$\langle r_n r_{n'} \rangle = \begin{cases} \langle r^2 \rangle & \text{para } n = n' \\ m^2 & \text{para } n \neq n'. \end{cases} \quad (25)$$

Con esta propiedad,  $\langle E^2 \rangle$  puede calcularse de la forma:

$$\langle E^2 \rangle = \langle r^2 \rangle \sum_n h^2(x_n) + m^2 \sum_{n, n'} h(x_n)h(x_{n'}) - m^2 \sum_n h^2(x_n), \quad (26)$$

por lo que

$$\sigma_E^2 = \sigma^2 \sum_n h^2(x_n) \approx \frac{\sigma^2}{\Delta x} \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(x') dx', \quad (27)$$

donde  $\sigma^2 = \langle r^2 \rangle - m^2$ . La integral se puede evaluar de la siguiente manera. Por el teorema de Parseval sabemos que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(x')|^2 dx' = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(s)|^2 ds. \quad (28)$$

Resolviendo para el lado derecho de la ecuación tenemos que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |r|^2 (bs) ds = 2 \int_0^{1/b} (1-bs)^2 ds = \frac{2}{3b}, \quad (29)$$

por lo que

$$\sigma_E^2 = \frac{\sigma^2}{\Delta x} \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(x') dx' = \frac{2\sigma^2}{3b\Delta x}. \quad (30)$$

Otro parámetro de importancia es el coeficiente de correlación de la exposición. De las ecuaciones (6) y (7) de la sección 2.2 tenemos que

$$C_E(\tau) = \frac{\langle E(x)E(x+\tau) \rangle - \langle E(x) \rangle \langle E(x+\tau) \rangle}{\sigma_E^2}. \quad (31)$$

Vamos a definir el parámetro

$$\Gamma(\tau) = \langle E(x)E(x+\tau) \rangle - \langle E \rangle^2, \quad (32)$$

que representa la covariancia de la exposición. Primeramente tenemos que

$$\langle E(x)E(x+\tau) \rangle = \sum_{n, n'} \langle r_n r_{n'} \rangle h(x+x_n)h(x+x_{n'}+\tau), \quad (33)$$

lo cual puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \langle E(x)E(x+\tau) \rangle &= \langle r^2 \rangle \sum_n h(x+x_n)h(x+x_n+\tau) + \\ &+ m^2 \sum_{n, n'} h(x+x_n)h(x+x_{n'}+\tau) + \\ &- m^2 \sum_n h(x+x_n)h(x+x_n+\tau). \end{aligned} \quad (34)$$

Reagrupando términos tenemos:

$$\langle E(x)E(x+\tau) \rangle = \sigma^2 \sum_n h(x+x_n)h(x+x_n+\tau) + m^2 \sum_{n, n'} h(x+x_n)h(x+x_{n'}+\tau), \quad (35)$$

donde el segundo término del lado derecho de la ecuación es  $\langle E \rangle^2$ , por lo que tenemos:

$$\langle E(x)E(x+\tau) \rangle - \langle E \rangle^2 = \sigma^2 \sum_n h(x+x_n)h(x+x_n+\tau). \quad (36)$$

La sumatoria se puede evaluar con suposiciones similares a las que hacemos para calcular los momentos. Aproximando la sumatoria por una integral con límites infinitos encontramos que la covariancia no depende de  $x$ , y se puede escribir de la forma:

$$\Gamma(\tau) \approx \frac{\sigma^2}{\Delta x} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x')h(x'+\tau)dx', \quad (37)$$

y entonces

$$C_E(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} h(x')h(x'+\tau)dx'}{\int_{-\infty}^{+\infty} h^2(x')dx'}. \quad (38)$$

Como el coeficiente de correlación y los momentos no dependen de  $x$ , el proceso  $E(x)$  es estacionario en sentido amplio (Goodman, (1985), pág. 63). Ahora evaluaremos  $\Gamma(\tau)$ . Primeramente escribimos la expresión  $\Gamma(\tau)$  en términos de su transformada de Fourier:

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(s) \exp\{-2i\pi s\tau\} ds. \quad (39)$$

Se puede demostrar que

$$G(s) = \left(\frac{\sigma^2}{\Delta x}\right) H(-s)H(s) = \left(\frac{\sigma^2}{\Delta x}\right) H^2(s), \quad (40)$$

donde utilizamos el hecho de que  $H(s)$  es una función par. Por otro lado, podemos escribir la integral anterior de la forma

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(s)(\cos 2\pi s\tau - i \operatorname{sen} 2\pi s\tau) ds. \quad (41)$$

Como  $G(s)$  es real, y es una función par, podemos eliminar la parte imaginaria de la integral. Entonces tenemos la expresión:

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(s) \cos 2\pi s\tau ds, \quad (42)$$

por lo que la integral queda como:

$$\Gamma(\tau) = \frac{2\sigma^2}{\Delta x} \int_0^1 (1-bs)^2 \cos 2\pi s\tau ds. \quad (43)$$

Realizando el cambio de variable  $z = 2\pi s\tau$  tenemos que

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau) &= \frac{\sigma^2}{\pi\tau\Delta x} \int_0^{\frac{2\pi\tau}{b}} \cos(z) dz + \\ & - \frac{4b\sigma^2}{(2\pi\tau)^2\Delta x} \int_0^{\frac{2\pi\tau}{b}} z \cos(z) dz + \\ & + \frac{2b^2\sigma^2}{(2\pi\tau)^3\sigma^2} \int_0^{\frac{2\pi\tau}{b}} z^2 \cos(z) dz. \end{aligned} \quad (44)$$

Evaluando las integrales anteriores podemos expresar  $\Gamma(\tau)$  como

$$\begin{aligned}
\Gamma(\tau) &= \frac{\sigma^2}{\pi\tau\Delta x} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi\tau}{b}\right) + \\
&- \frac{4b\sigma^2}{(2\pi\tau)^2\Delta x} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi\tau}{b}\right) + \left(\frac{2\pi\tau}{b}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi\tau}{b}\right) - 1 \right\} + \\
&+ \frac{2b^2\sigma^2}{(2\pi\tau)^3\Delta x} \left\{ \frac{4\pi\tau}{b} \cos\left(\frac{2\pi\tau}{b}\right) + \left( \left(\frac{2\pi\tau}{b}\right)^2 - 2 \right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi\tau}{b}\right) \right\}. \quad (45)
\end{aligned}$$

Haciendo un poco de álgebra encontramos que

$$\Gamma(\tau) = \frac{b\sigma^2}{\pi^2\tau^2\Delta x} \left\{ 1 - \operatorname{sinc}\left(\frac{2\tau}{b}\right) \right\}. \quad (46)$$

El coeficiente de correlación de la exposición se obtiene de la expresión:

$$C_E(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\sigma_E^2}, \quad (47)$$

y utilizando la ecuación (30) tenemos que

$$C_E(\tau) = \frac{3b^2}{2\pi^2\tau^2} \left\{ 1 - \operatorname{sinc}\left(\frac{2\tau}{b}\right) \right\}. \quad (48)$$

La figura 6 muestra una gráfica del coeficiente de correlación comparado con una curva Gaussiana. Como se ha mencionado anteriormente, el parámetro estadístico usado para cuantificar el detalle lateral de una superficie rugosa es la longitud de correlación. Para una función de correlación de forma Gaussiana, la longitud de correlación es aquel valor para el cual la curva toma el valor  $1/e$ , ( $C(\tau = \alpha) = 1/e$ ). Nuestra función de correlación no tiene forma Gaussiana, pero podemos apreciar en la figura 6 lo bien

que se ajusta a una curva Gaussiana. Por lo que de aquí en adelante la longitud de correlación de las superficies fabricadas con el método de barrido se considerará como el valor del argumento para el cual la curva Gaussiana ajustada al coeficiente de correlación toma el valor  $1/e$ .

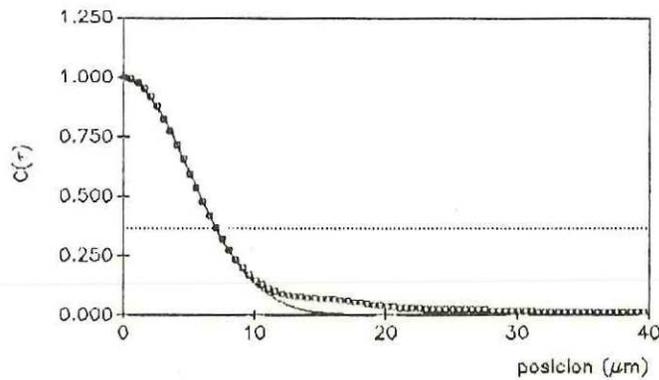


Figura 6. Coeficiente de correlación de la exposición  $E(x)$  (círculos) comparado con una curva Gaussiana (línea continua). La línea punteada muestra el valor  $1/e$ .

En las teorías de esparcimiento es importante el comportamiento de  $C(\tau)$  cerca del origen (ver, por ejemplo, Beckmann y Spizzichino, (1963), pág. 87). Desarrollando en serie el coeficiente de correlación, tenemos que

$$C_E(\tau) = \frac{3b^2}{2\pi^2\tau^2} \left\{ 1 - 1 + \frac{4\pi^2\tau^2}{b^2 3!} - \frac{16\pi^4\tau^4}{b^4 5!} + \dots \right\}. \quad (49)$$

Manteniendo sólo los dos primeros términos, podemos ver que

$$C_E(\tau) = 1 - \frac{4\pi^2\tau^2}{20b^2} + \dots, \quad (50)$$

lo cual puede escribirse en la forma

$$C_E(\tau) \approx 1 - \frac{\tau^2}{a^2} + \dots \quad (51)$$

La constante  $\alpha$  puede identificarse con la longitud de correlación y su valor es

$$\alpha = \sqrt{5}b/\pi. \quad (52)$$

Hasta ahora hemos calculado los parámetros estadísticos  $m$  y  $\sigma_E^2$ , y además, el coeficiente de correlación  $C_E(\tau)$ . Es importante, también, definir una cantidad que mida el contraste de la exposición para esta técnica. Definimos este contraste como:

$$C = \left( \frac{\sigma_E}{\langle E \rangle} \right)^2, \quad (53)$$

y de las ecuaciones (20) y (30) tenemos que

$$C = \frac{2}{3} \left( \frac{\sigma}{m} \right)^2 \frac{\Delta x}{b}. \quad (54)$$

Esta expresión representa la variancia relativa de la exposición.

Por otra parte, tenemos que el contraste de la exposición en el método desarrollado por Gray (1978), y que está asociado a la superposición de  $N$  patrones de granulado láser no correlacionados es

$$C = \left( \frac{\sigma_E}{\langle E \rangle} \right)^2 = \frac{1}{N}. \quad (55)$$

Las ecuaciones (54) y (55) nos serán útiles en la comparación de las dos técnicas, una vez que sean especificados los cocientes  $\sigma/m$  y  $\Delta x/b$ .

Para producir superficies muy rugosas, se requiere un valor grande de  $\sigma_E$ . Esto puede lograrse aumentando el tiempo de exposición. Sin embargo, esto también aumenta la exposición promedio  $\langle E \rangle$ .

El depósito de fotorresina tiene un grosor finito, y es importante que la exposición no alcance el sustrato. Entonces, para lograr el nivel óptimo de rugosidad en las superficies, la exposición debe reducir el grosor promedio del depósito de fotorresina aproximadamente a la mitad. De la ecuación (54) podemos ver que para un grosor dado del depósito de la fotorresina, el contraste de la exposición depende de la razón  $\sigma/m$ , que depende directamente de la  $f d p$  asociada a los números aleatorios  $r_n$ . Además, el contraste depende de los parámetros  $b$  y  $\Delta x$ .

## II.7 Función de Densidad de Probabilidad (*fdp*) de la Exposición.

En esta sección se presentan primeramente las distribuciones utilizadas para generar números aleatorios con las cuales se fabricaron las superficies. Estas son: la distribución normal ó Gaussiana, la distribución de Bernoulli y la distribución uniforme. En cada caso, se calcula la *fdp* de la exposición.

### II.7.1 Números con una *fdp* normal ó Gaussiana.

La distribución normal ó Gaussiana es una distribución de gran importancia práctica, ya que una gran cantidad de variables aleatorias que aparecen en experimentos o en observaciones están distribuidas de esta manera. Algunas otras están distribuidas aproximadamente en forma normal y en ocasiones, aunque una variable aleatoria no esté distribuida normalmente ni siquiera en forma aproximada, puede ser convertida en una variable aleatoria con distribución normal mediante transformaciones de probabilidad. La función de densidad de probabilidad normal tiene la forma

$$P_{r_n}(r_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(r_n - m)^2}{\sigma^2}\right\}, \quad (56)$$

donde  $m$  es la media y  $\sigma^2$  es la variancia de la distribución. La forma de esta *fdp* se muestra en la figura 7 para los parámetros  $m = 4$  y  $\sigma = 1$ .

Es claro que en nuestro experimento la exposición no permite valores negativos, por lo que los números  $r_n$  no pueden adquirir valores negativos. Por lo tanto, elegimos

$$\sigma = \frac{m}{4}, \quad (57)$$

con lo cual la probabilidad de que obtengamos un número negativo es despreciable. Entonces, la función de densidad de probabilidad queda como

$$P_{r_n}(r_n) = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{8}{\pi}} \exp\left\{-8 \frac{(r_n - m)^2}{m^2}\right\}. \quad (58)$$

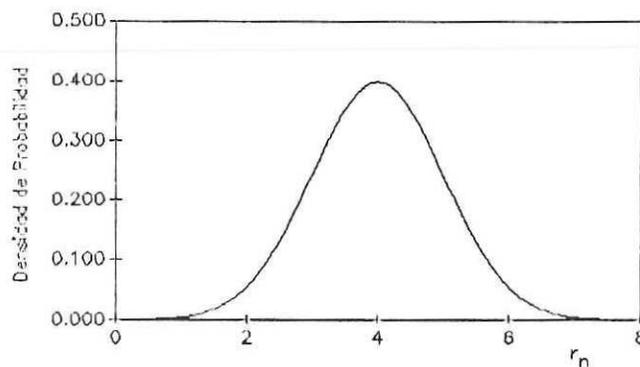


Figura 7. Función de densidad de probabilidad Gaussiana con  $m = 4$  y  $\sigma = 1$ .

Para determinar la  $f.d.p.$  de la exposición  $P_E(E)$ , escribimos la exposición  $E(x)$ , dada por la ecuación (8), como sigue:

$$E(x) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} r_n h_n = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \alpha_n, \quad (59)$$

donde  $h_n = h(x + n\Delta x)$ , y los números aleatorios  $\alpha_n$  son los valores que adquiere una variable aleatoria que llamaremos  $A_n$ . Podemos observar que las cantidades  $\alpha_n$  se relacionan con los números aleatorios  $r_n$  a través de las constantes determinísticas  $h_n$ , por lo que la media de  $\alpha_n$  está dada por

$$\langle \alpha_n \rangle = h_n m. \quad (60)$$

Sustituyendo la ecuación (60) en la ecuación (58), tenemos que la *fdp* de la variable  $A_n$  puede escribirse como

$$P_{A_n}(\alpha_n) = \sqrt{\frac{8}{\pi m h_n}} \exp\left\{-8 \frac{(\alpha_n - m h_n)^2}{(m h_n)^2}\right\}. \quad (61)$$

Debido a que los números  $r_n$  son estadísticamente independientes, las cantidades  $\alpha_n$  también lo son. Entonces, la *fdp* de la exposición, que es una suma de  $\alpha_n$ 's (ecuación (59)), se puede encontrar por medio de la convolución múltiple de las *fdp* asociadas con las cantidades  $A_n$ 's (Goodman, (1985), pág. 31). En el espacio de Fourier, tenemos que la función característica de la exposición  $\Phi_E(q)$  está dada por el producto de las funciones características de las  $A_n$ 's (Goodman, (1985, pág. 31). Entonces escribimos

$$\Phi_E(q) = \prod_{n=-N/2}^{N/2} \Phi_{A_n}(q) = \prod_{n=-N/2}^{N/2} \exp\{imqh_n\} \exp\{-(mh_n q)^2/32\}. \quad (62)$$

Haciendo aproximaciones similares a las empleadas en la derivación de las ecuaciones (13) y (27), tenemos que

$$\Phi_E(q) = \exp\left\{\frac{im}{\Delta x} q - \frac{m^2}{48b \Delta x} q^2\right\}. \quad (63)$$

Podemos ver que esta función característica corresponde a una *fdp* Gaussiana (ver Goodman, (1985, pág. 20) con media

$$\langle E \rangle = m / \Delta x, \quad (64)$$

y variancia

$$\sigma_E^2 = \frac{1}{24b \Delta x} \frac{m^2}{\Delta x}. \quad (65)$$

Otra cantidad de interés es el contraste de la exposición, definido por la ecuación (53):

$$C = \frac{1 \wedge x}{24 b}. \quad (66)$$

Comparando esta expresión con el contraste de la exposición en el método presentado por Gray(1978) (ecuación (55)), podemos ver que aún para un valor muy pequeño del cociente  $b/\Delta x$ , el contraste puede ser fácilmente un orden de magnitud más pequeño que el contraste obtenido con el método de granulado láser. Por esto, la distribución Gaussiana no es conveniente para la fabricación de superficies muy rugosas por el método aquí descrito.

#### II.7.2 Números con una *fclp* de Bernoulli.

En este caso, la variable aleatoria  $R_n$  no es continua. En cada posición  $x_n$  de la placa de fotorresina, se toma la decisión de exponer o no con una cierta probabilidad. La probabilidad de exponer la placa tiene un valor  $p$ , y la probabilidad de pasar por alto la exposición tiene un valor de  $(1 - p)$ . Es decir, la decisión de exponer o no se toma de acuerdo a el resultado de un ensayo de Bernoulli. Matemáticamente, estas propiedades de los números aleatorios  $r_n$  se definen por la expresión:

$$r_n = \begin{cases} \alpha_0 & \text{con probabilidad } p \\ 0 & \text{con probabilidad } (1 - p). \end{cases} \quad (67)$$

La función de densidad asociada con estos números  $r_n$  puede escribirse de la forma:

$$P_{R_n}(r_n) = p\delta(r_n - \alpha_0) + (1 - p)\delta(r_n). \quad (68)$$

Su media  $m$ , tiene el valor

$$m = p\alpha_0, \quad (69)$$

por lo que la ecuación (68) puede escribirse como

$$P_{R_n}(r_n) = p\delta\left(r_n - \frac{m}{p}\right) + (1-p)\delta(r_n). \quad (70)$$

La forma de esta  $f.d.p$  se muestra en la figura 8. Nótese que las propiedades estadísticas de la variable  $R_n$  están completamente determinadas por su media  $m$  y el parámetro  $p$ . Puede demostrarse que la variancia de los números aleatorios  $r_n$  está dada por

$$\sigma^2 = \frac{1-p}{p} m^2. \quad (71)$$

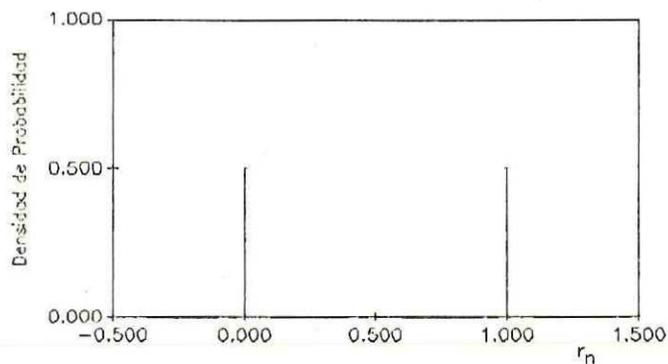


Figura 8. Función de densidad de la distribución de Bernoulli con  $p = 0.5$  y  $m = 0.5$ .

Si siguiendo el procedimiento del caso anterior, tenemos que la función característica de la exposición es de la forma

$$\Phi_{\hat{\epsilon}}(q) = \prod_{n=-N/2}^{N/2} [p \exp\{imh_n q/p\} + (1-p)]. \quad (72)$$

La *fdp* de la exposición puede encontrarse evaluando la transformada de Fourier inversa (Goodman, (1985), pág. 21) de la ecuación (72). Por otra parte, de las ecuaciones (54) y (70) el contraste para esta distribución está dado por la expresión:

$$C = \frac{2(1-p)\Delta x}{3p} \frac{1}{b}. \quad (73)$$

Para valores de  $p = 0.5$ ,  $b = 10\mu m$  y  $\Delta x = 1\mu m$ , el contraste es  $C = 1/15$ . Esto es comparable a lo obtenido con la técnica de granulado láser para el caso en el cual las estadísticas de las superficies se aproximan a una forma Gaussiana. Si comparamos con el valor del contraste para el caso de la distribución Gaussiana (ecuación (66)) encontramos que el contraste en el caso de la distribución de Bernoulli es aproximadamente 16 veces mayor. Con los parámetros mencionados anteriormente, la distribución de Bernoulli produce superficies muy rugosas, y como veremos más adelante, con un comportamiento estadístico muy cercano a una distribución Gaussiana.

### II.7.3 Números con una *fdp* uniforme.

La función de densidad de la distribución uniforme con media  $m$  es de la forma:

$$P_{r_n}(r_n) = \frac{1}{c} \text{rect}\left(\frac{r_n - m}{c}\right), \quad (74)$$

donde

$$\text{recl}\left(\frac{r_n - m}{c}\right) = \begin{cases} 1 & \text{para } |r_n - m| \leq c/2 \\ 0 & \text{para } |r_n - m| > c/2. \end{cases} \quad (75)$$

Escogiendo  $c = 2m$  se excluyen valores negativos de  $r_n$ , y con esta elección puede ser demostrado que la variancia de los números aleatorios  $r_n$  está dada por

$$\sigma^2 = \frac{m^2}{3}. \quad (76)$$

Esta función de densidad está completamente determinada por su media  $m$ . La figura 9 muestra la gráfica de la función de densidad de probabilidad asociada a la distribución uniforme.

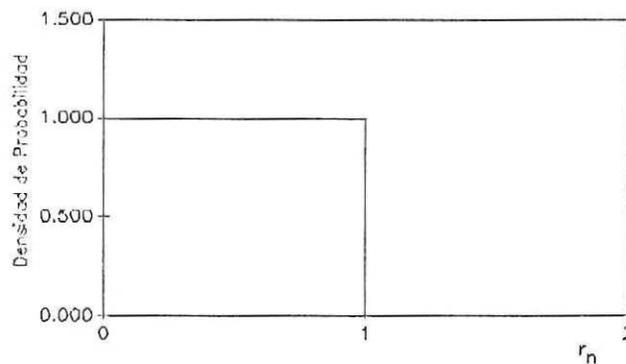


Figura 9. Función de densidad de probabilidad uniforme, con media  $m = 0.5$  y  $c = 1.0$ .

Siguiendo un procedimiento similar a los anteriores, la *fdp* asociada con las cantidades  $\alpha_n$  está dada por

$$P_{\lambda_n}(\alpha_n) = \frac{1}{2mh_n} \text{recl}\left(\frac{\alpha_n - mh_n}{2mh_n}\right), \quad (77)$$

por lo que la función característica de la exposición queda como

$$\Phi_E(q) = \prod_{n=-N/2}^{N/2} \exp\{imh_n q\} \operatorname{sinc}(mh_n q/\pi). \quad (78)$$

La *fdp* de la exposición puede encontrarse numéricamente evaluando la transformada de Fourier inversa de la ecuación (78). De las ecuaciones (54) y (76) encontramos la expresión del contraste para esta distribución:

$$C = \frac{2\Delta x}{9b}. \quad (79)$$

Para los valores de  $\Delta x = 1\mu m$  y  $b = 10\mu m$ , el contraste es  $C = 1/45$ , que es aproximadamente 5 veces mayor que en el caso Gaussiano y 3 veces menor que en el caso de la distribución de Bernoulli.

### III. RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### III.1 Introducción.

En este capítulo se presentarán algunos resultados de la caracterización de superficies fabricadas por el método descrito en el capítulo anterior. Los perfiles se midieron con un perfilómetro mecánico (*Dektak 3030*) de la Universidad de California en San Diego. La punta de la aguja del perfilómetro tiene un radio de aproximadamente  $0.15\mu m$ . La mayoría de los perfiles representan un total de  $2\text{ mm}$  de recorrido sobre la superficie y fueron tomados a intervalos de  $1\mu m$ . Las diferentes cantidades estadísticas se estimaron de varios perfiles (típicamente 10) tomados en diferentes regiones de la superficie. Se llevaron a cabo varias pruebas para investigar la proximidad entre las curvas teóricas (estadísticas de la exposición) y las curvas experimentales (estadísticas de los perfiles de las superficies). El ajuste entre las curvas teóricas y las curvas experimentales muestra cierta evidencia de una respuesta lineal de la fotorresina, aunque esto no se ha investigado con detalle. Se presentan primeramente, en la sección 3.2, algunos perfiles fabricados para analizar el funcionamiento del método. Estas primeras superficies consisten en una serie de perfiles periódicos.

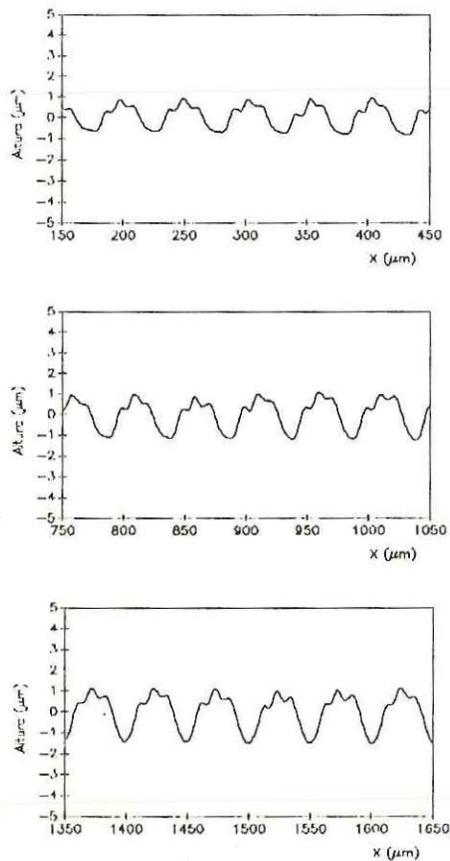
En la sección 3.3 se presenta el ajuste del coeficiente de correlación de la exposición  $E(x)$  calculado teóricamente, con las funciones de autocorrelación de algunos de los perfiles de las superficies fabricadas. El cálculo de la autocorrelación para cada perfil se hizo a partir de los datos obtenidos con el perfilómetro mecánico.

Nuestros primeros intentos en la fabricación de superficies estuvieron encaminados a la obtención de perfiles aleatorios simétricos. Es decir, a la generación de un perfil aleatorio cuyas dos mitades son una la imagen reflejada de la otra. El interés en este diseño fue el de observar un efecto producido en el patrón de esparcimiento de luz por este tipo de superficies. Este efecto fue encontrado por Nieto-Vesperinas y Soto-Crespo (1989) en simulaciones hechas por computadora de la dependencia angular de la luz esparcida

por superficies rugosas. En la sección 3.4 se presentan algunos de estos perfiles simétricos. En la sección 3.5 se presentan los histogramas de las alturas de algunas de las superficies fabricadas. En la sección 3.6 se presentan algunas curvas experimentales del patrón de esparcimiento de luz de varias superficies unidimensionales y, por último, en la sección 3.7 se presenta una breve discusión de los resultados.

### III.2 Pruebas Preliminares.

Una de las primeras pruebas realizadas fue la fabricación de una serie de superficies periódicas donde la profundidad de los perfiles grabados se iba incrementando de una superficie a otra multiplicando el arreglo de tiempos de exposición por diversos factores constantes. La figura 10 muestra algunos perfiles obtenidos al caracterizar dichas superficies.



**Figura 10.** Perfiles de superficies periódicas generadas con tiempos de exposición escalados por factores constantes. Su frecuencia espacial es de 20 líneas/mm.

En los perfiles de la figura 10 se puede apreciar la estructura de la función de punto extendido ( $fpe$ ) (ver figura 5). Así mismo, se puede notar una ligera asimetría en los lóbulos de la  $fpe$ . Esto se puede atribuir

a una mala alineación del sistema óptico, pero también puede ser ocasionado por problemas en la medición del perfil con el perfilómetro mecánico. Para estas superficies, el cálculo teórico del semiancho del lóbulo principal de la *fpe* se puede estimar de los perfiles medidos. De la figura 10 encontramos que  $b = 15\mu m$ .

Con estas pruebas preliminares se establecieron los tiempos mínimo y máximo de exposición. Es decir, el tiempo mínimo necesario para sensibilizar un solo punto sobre la placa con fotorresina, y el tiempo máximo de exposición para un solo punto sobre la placa con fotorresina que permite obtener un relieve sin que el detalle en el perfil llegue al sustrato de vidrio. Los tiempos mínimo y máximo de exposición para una intensidad de  $\approx 100\mu W$  promediada sobre la línea de luz a la longitud de onda de  $442nm$  resultaron de  $t_{min} = 0.1 seg.$  y  $t_{max} = 4 seg.$  Establecido este intervalo de exposición, se procedió a la fabricación de las superficies rugosas aleatorias.

### III.3 El Coeficiente de Correlación.

A continuación se muestran las curvas experimentales de la autocorrelación de dos perfiles medidos con el perfilómetro mecánico. Estas curvas experimentales se comparan con la curva teórica del coeficiente de correlación de la exposición calculada en la sección 2.6 (ecuación (48)). Ambas superficies fueron fabricadas con números aleatorios con una distribución de Bernoulli y sus parámetros de fabricación son  $b = 10\mu m$ ,  $\Delta x = 1\mu m$ ,  $\alpha_0 = 1$  y  $p = 0.5$ .

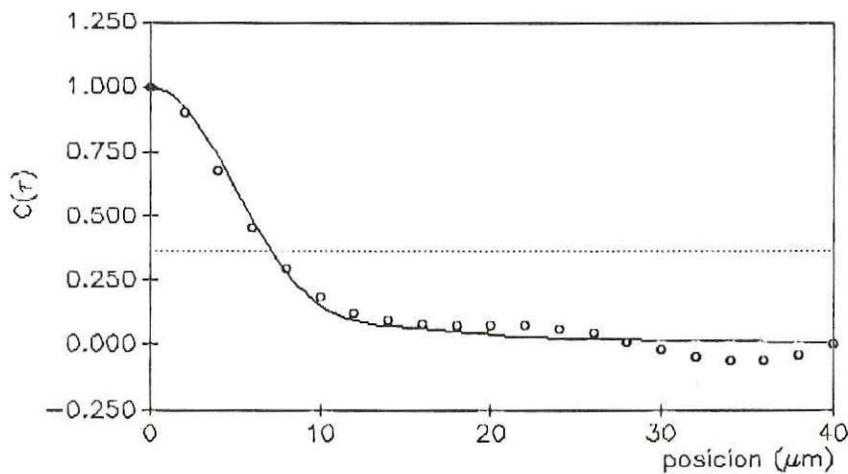


Figura 11. Comparación entre el coeficiente de correlación teórico para  $E(x)$  (línea continua) y la autocorrelación del perfil de una superficie fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli con parámetros  $p = 0.5$  y  $\alpha_0 = 1$  (círculos). El valor de la abscisa correspondiente al cruce de la línea punteada con la función de autocorrelación representa el valor teórico de la longitud de correlación. Los parámetros de fabricación de la superficie son  $b = 10\mu m$  y  $\Delta x = 1\mu m$ .

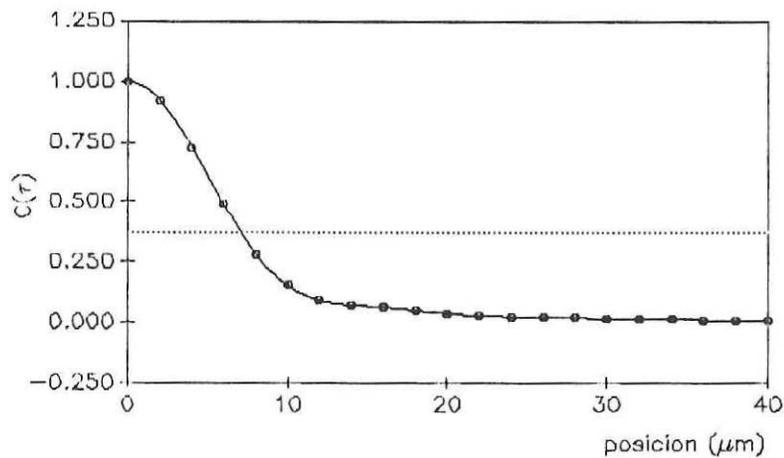


Figura 12. Comparación entre el coeficiente de correlación teórico para  $E(x)$  (línea continua) y la autocorrelación del perfil de una superficie fabricada con números aleatorios con distribución Bernoulli con parámetros  $p = 0.5$  y  $\alpha_0 = 1$  (círculos). El valor de la abscisa correspondiente al cruce de la línea punteada con el coeficiente de autocorrelación representa el valor teórico de la longitud de correlación. Los parámetros de fabricación de la superficie son  $b = 10 \mu m$  y  $\Delta x = 1 \mu m$ .

La comparación entre el coeficiente de correlación correspondiente a la exposición  $E(x)$  y la autocorrelación de los perfiles de las superficies se hace bajo la suposición de que la fotorresina tiene una respuesta lineal. Esencialmente, todas las superficies fabricadas con el método poseen el mismo coeficiente de correlación. La longitud de correlación puede variar de una superficie a otra, pero sus coeficientes de correlación tienen la misma forma. Es evidente la cercanía de las curvas calculadas a partir de los datos experimentales con la curva teórica correspondiente a la exposición. Las superficies representadas por las figuras 11 y 12 poseen una longitud de correlación  $\alpha = 7.1 \mu m$ .

### III.4 Perfiles Simétricos.

El primer diseño de un perfil aleatorio consistió en un perfil con simetría. El interés radicaba en corroborar experimentalmente un efecto reportado recientemente que se manifiesta en el patrón de esparcimiento de luz de este tipo de superficies. Dicho efecto fue encontrado en simulaciones de esparcimiento de luz hechas en computadora por Nieto-Vesperinas y Soto-Crespo (1989). En las figuras 13, 14, 15 y 16 se presentan algunos perfiles con simetría.

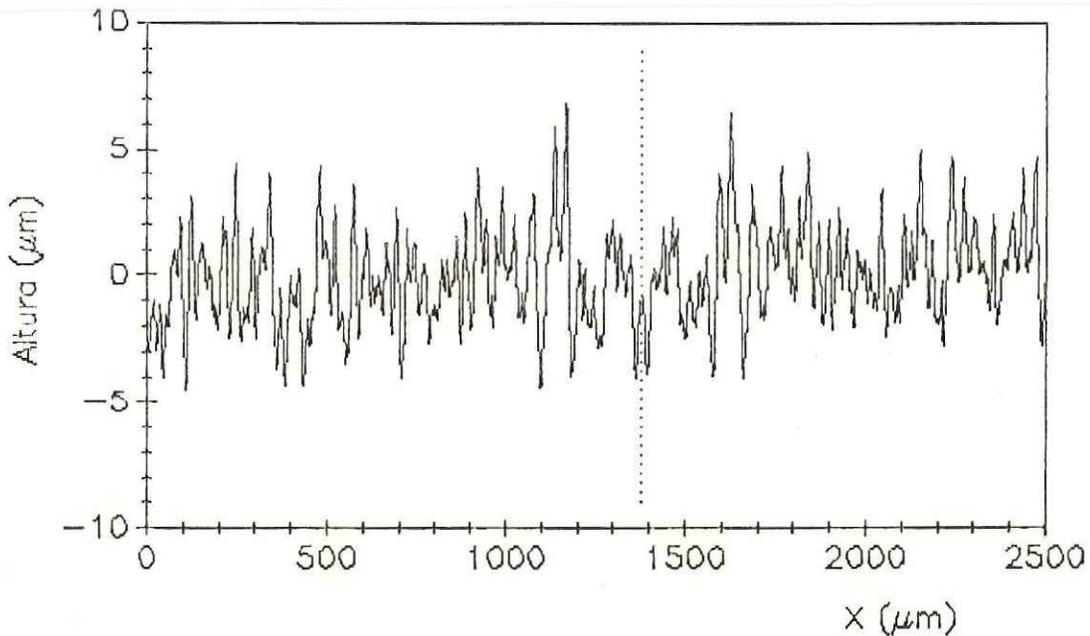


Figura 13. Superficie con perfil de alturas simétrico. Esta superficie fue fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli, con  $p = 0.5$ ,  $\alpha_0 = 1$ ,  $b = 13\mu m$  y  $\Delta x = 1\mu m$ . La longitud de correlación es  $a = 9.25\mu m$  y la desviación estándar  $\sigma = 1.10 \pm 0.12\mu m$ . La línea punteada muestra el eje de simetría.

Para ayudar a visualizar la simetría de la superficie, en la figura 14 se presenta un perfil simétrico y a continuación, en la figura 15, se presenta el mismo perfil con su parte simétrica superpuesta.

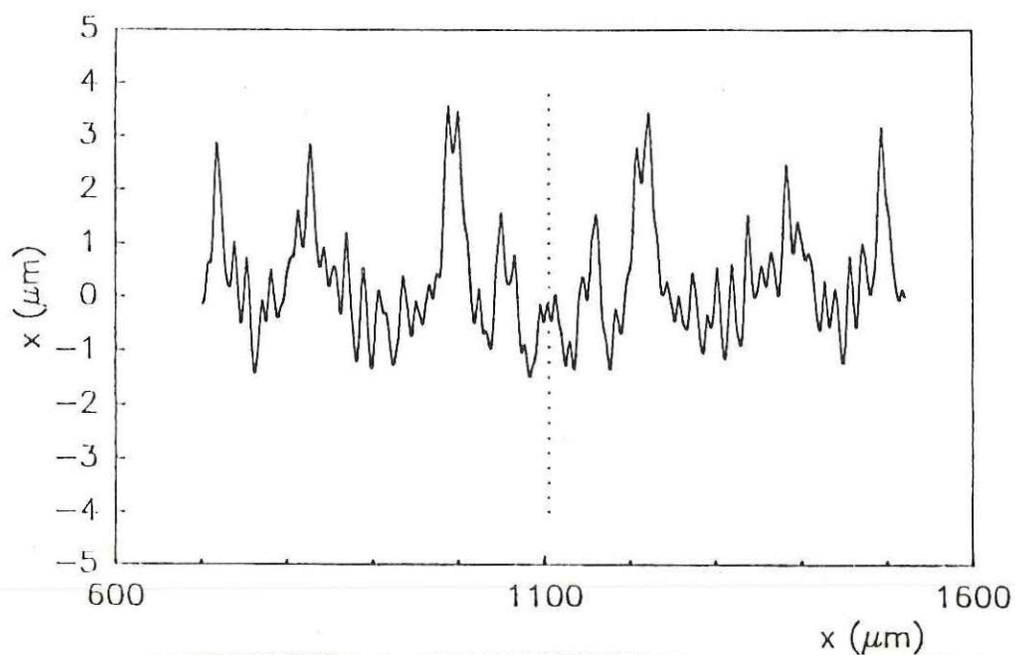


Figura 14. Perfil simétrico. La línea punteada muestra el eje de simetría.

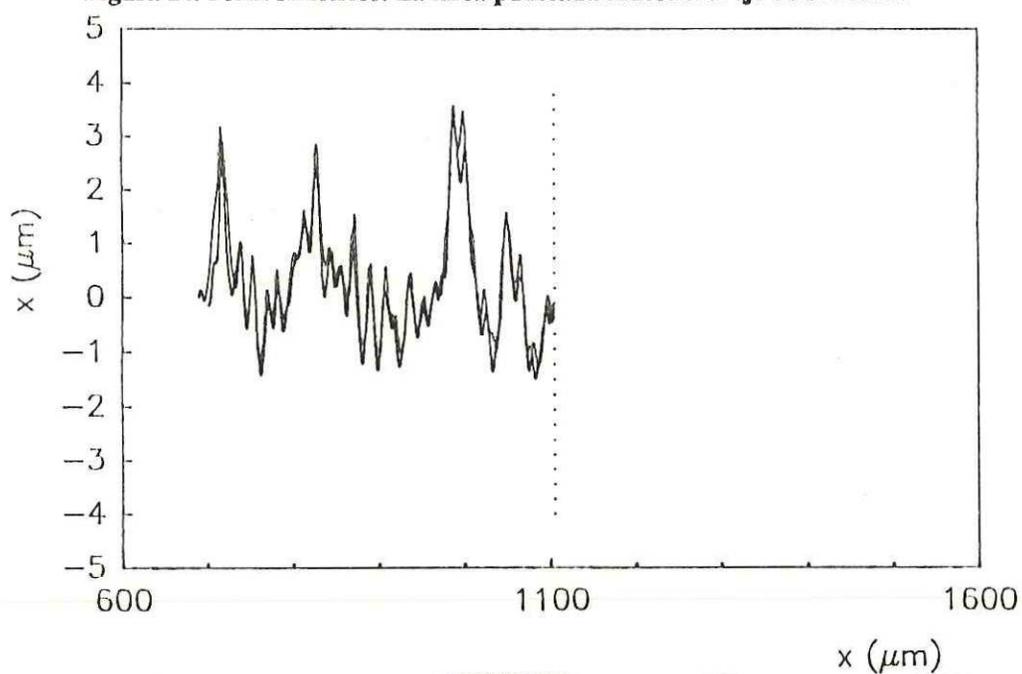
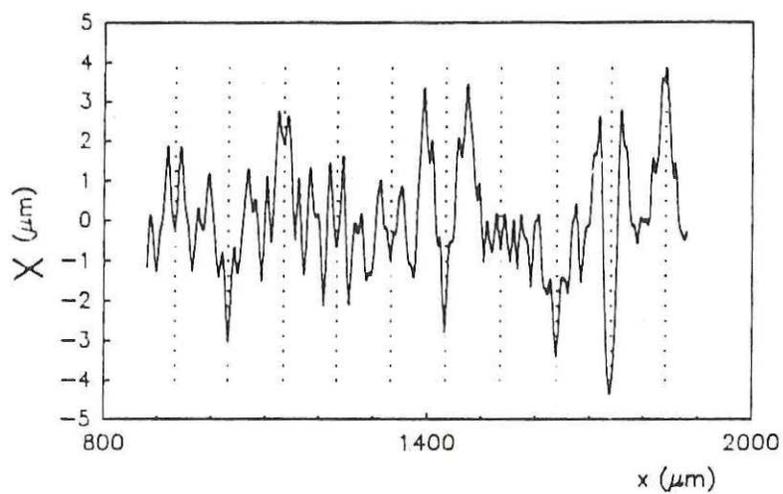


Figura 15. Perfil con su parte simétrica superpuesta.

La figura 16 muestra el perfil de una superficie consistente en una serie de perfiles simétricos. La motivación para la fabricación de este tipo de perfil se explicará en la sección 3.6.



**Figura 16. Perfil de una superficie consistente de una serie de perfiles simétricos. Los ejes de simetría son señalados por las líneas punteadas.**

### III.5 Histogramas de Alturas de las Superficies Fabricadas.

Como se mencionó anteriormente, las distribuciones utilizadas para la generación de las superficies fueron: la distribución Gaussiana, la distribución de Bernoulli y la distribución uniforme. En esta sección se presenta una serie de histogramas de alturas de los perfiles de las superficies fabricadas con el método antes descrito. Estos histogramas se obtuvieron a partir de los datos tomados con un perfilómetro mecánico, y cada histograma se compara con una curva teórica.

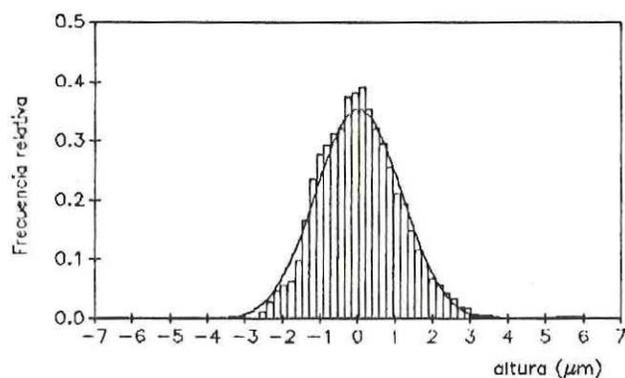
Primeramente se presentan los histogramas de las alturas de las superficies generadas con números aleatorios con la distribución de Bernoulli. La figura 17 muestra uno de estos histogramas. El histograma se obtuvo a partir de los datos proporcionados por 10 trazas del perfilómetro sobre la superficie (2000 datos por traza, 1 dato cada  $1\mu m$ ). Sus parámetros de fabricación son  $b = 13\mu m$ ,  $\Delta x = 1\mu m$ ,  $p = 0.5$  y  $\alpha_o = 1$ . Su desviación estándar calculada a partir de los datos obtenidos con el perfilómetro es  $\sigma_z = 1.10 \pm 0.12\mu m$ . Su longitud de correlación también fue estimada y su valor es  $\alpha = 9.25\mu m$ . La curva continua muestra una *fdp* Gaussiana y su desviación estándar tiene un valor igual al de la desviación estándar calculada con los datos obtenidos del perfilómetro mecánico.

Los histogramas de alturas de las figuras 18, 19 y 20 corresponden también a superficies generadas con números aleatorios con la distribución de Bernoulli. Estas superficies fueron fabricadas con los parámetros  $b = 11\mu m$ ,  $\Delta x = 1\mu m$  y  $\alpha_o = 1$ . El parámetro  $p$  varía para cada una de ellas. Para la superficie correspondiente al histograma que muestra la figura 18  $p = 0.3$ , y su desviación estándar calculada a partir de 10 trazas del perfilómetro mecánico es  $\sigma_z = 1.29 \pm 0.06\mu m$ . Para la superficie correspondiente a la figura 19,  $p = 0.7$ , y su desviación estándar calculada de 10 trazas del perfilómetro es  $\sigma_z = 2.01 \pm 0.15\mu m$ . Para la superficie correspondiente a la figura 20,  $p = 0.01$ , y su desviación estándar calculada de sólo 2 trazas del perfilómetro es  $\sigma_z = 0.52 \pm 0.01\mu m$ .

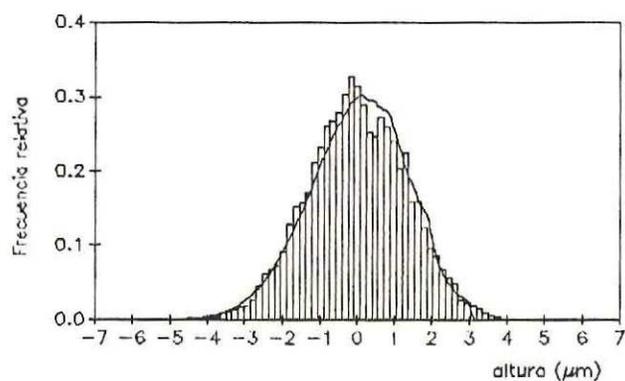
En las figuras 18, 19 y 20 la curva continua corresponde a la *fdp* de la exposición, que está dada por la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). En las figuras 18 y 19 se puede observar que la

curva teórica y los datos experimentales concuerdan bastante bien. Para la figura 20 se encuentran algunas diferencias. Esto puede deberse a ondulaciones en el sustrato, o bien, a irregularidades en el depósito de la fotorresina.

Las superficies generadas con números con distribuciones Gaussiana y uniforme también fueron caracterizadas. La figura 21 muestra el histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números con distribución Gaussiana ( $m = 4$  y  $\sigma = 1$ ) y parámetros  $b = 11 \mu m$  y  $\Delta x = 1 \mu m$ . Este histograma se obtuvo de sólo 2 trazas del perfil de la superficie y su desviación estándar calculada a partir de los datos obtenidos con el perfilómetro mecánico es  $\sigma_z = 0.22 \pm 0.01 \mu m$ . La curva continua representa a una *fdp* Gaussiana y el valor de su desviación estándar es el mismo que el calculado con los datos del perfilómetro. La figura 22 muestra el histograma de alturas del perfil de una superficie generada con una distribución uniforme ( $m = 0.5$ ). Al igual que la superficie anterior, ésta se fabricó con los parámetros  $b = 11 \mu m$  y  $\Delta x = 1 \mu m$ . El histograma se obtuvo a partir de 10 trazas del perfil de la superficie. Su desviación estándar calculada a partir de los datos tomados con el perfilómetro es  $\sigma_z = 0.64 \pm 0.02 \mu m$ . Al igual que en el caso anterior, la curva continua representa una *fdp* Gaussiana donde el valor de su desviación estándar es el mismo que el calculado a partir de los datos experimentales. En ambos casos, el histograma y la curva teórica muestran un buen ajuste.



**Figura 17.** Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números con la distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son  $p = 0.5$ ,  $a_0 = 1$ ,  $b = 13\mu m$  y  $\Delta x = 1\mu m$ . De los datos obtenidos con el perfilómetro mecánico se calculó su desviación estándar:  $\sigma_z = 1.10 \pm 0.12\mu m$ . La curva continua corresponde a una  $f d p$  Gaussiana cuya desviación estándar es igual a la calculada con los datos experimentales de las alturas de la superficie. Su longitud de correlación, estimada de los datos del perfilómetro, es  $\alpha = 9.25\mu m$ .



**Figura 18.** Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son  $b = 11\mu m$ ,  $\Delta x = 1\mu m$ ,  $a_0 = 1$  y  $p = 0.3$ . La curva continua es la  $f d p$  de la exposición, que es la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). Su desviación estándar calculada a partir de 10 trazas del perfilómetro mecánico es  $\sigma_z = 1.29 \pm 0.06\mu m$ .

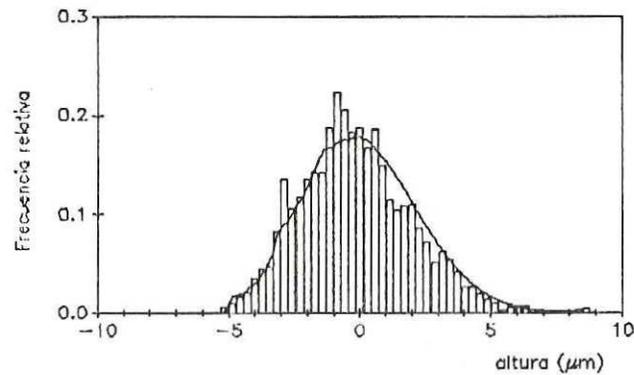


Figura 19. Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son  $b = 11 \mu m$ ,  $\Delta x = 1 \mu m$ ,  $p = 0.7$  y  $\alpha_0 = 1$ . La curva continua es la  $f d p$  de la exposición, y es la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). Su desviación estándar calculada a partir de 10 trazas del perfilómetro mecánico es  $\sigma_{\zeta} = 2.01 \pm 0.15 \mu m$ .

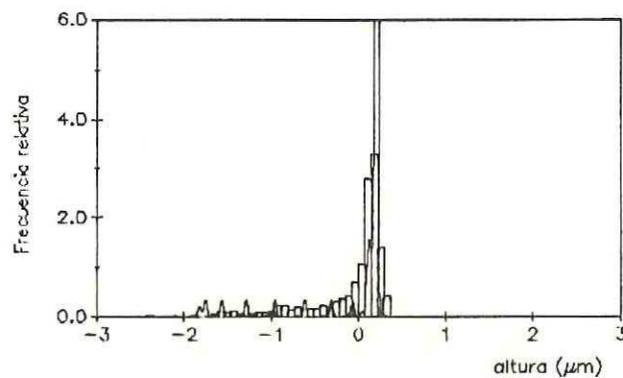


Figura 20. Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son  $b = 11 \mu m$ ,  $\Delta x = 1 \mu m$ ,  $p = 0.01$  y  $\alpha_0 = 1$ . La curva continua es la  $f d p$  de la exposición, y es la transformada de Fourier inversa de la ecuación (72). Su desviación estándar calculada a partir de 2 trazas del perfilómetro es  $\sigma_{\zeta} = 0.52 \pm 0.01 \mu m$ .

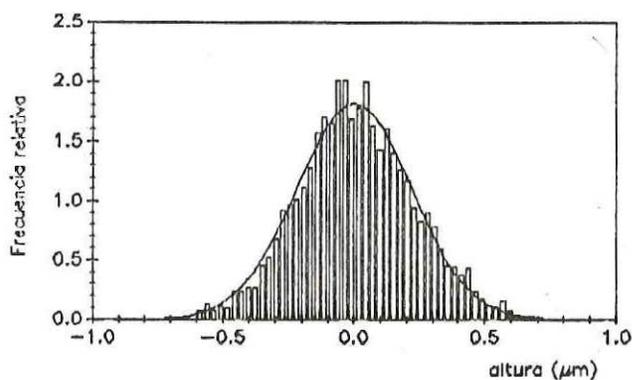


Figura 21. Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con una distribución Gaussiana ( $m = 4$  y  $\sigma = 1$ ). Los parámetros de fabricación son  $b = 11 \mu m$  y  $\Delta x = 1 \mu m$ . Su desviación estándar calculada a partir de los datos del perfilómetro mecánico es  $\sigma_t = 0.22 \pm 0.01 \mu m$ . La curva continua representa una *fdp* Gaussiana con desviación estándar igual a la calculada a partir de los datos.

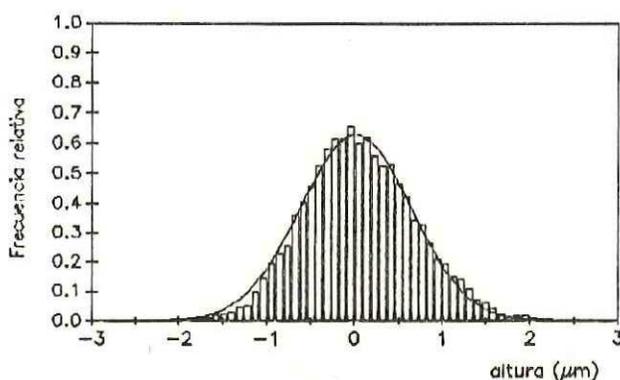


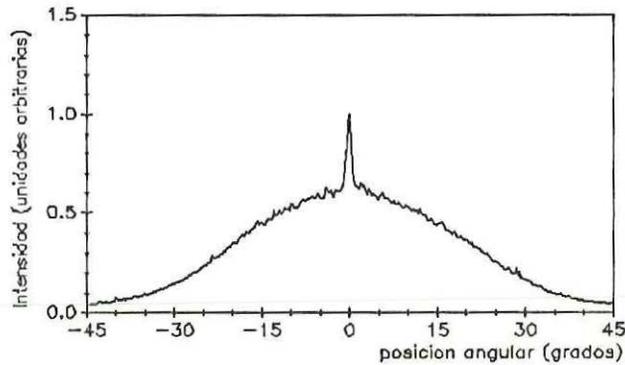
Figura 22. Histograma de alturas del perfil de una superficie generada con números aleatorios con distribución uniforme ( $m = 0.5$ ). Los parámetros de fabricación son  $b = 11 \mu m$  y  $\Delta x = 1 \mu m$ . Su desviación estándar calculada a partir de los datos obtenidos con el perfilómetro mecánico es  $\sigma_t = 0.64 \pm 0.02 \mu m$ . La curva continua representa a una *fdp* Gaussiana cuya desviación estándar es del mismo valor que la desviación estándar calculada a partir de los datos.

### III.6 Curvas Experimentales del Patrón de Esparcimiento de Luz de las Superficies Fabricadas.

La principal motivación de esta tesis es reproducir experimentalmente los modelos de superficies rugosas aleatorias propuestos en los trabajos teóricos para así poder corroborar los resultados reportados. Otros grupos trabajan en este tipo de experimentos (ver, por ejemplo, Knotts y O'Donnell(1991), Kim et al, (1990)). El propósito básico de las superficies fabricadas con el método propuesto en esta tesis es el de realizar con ellas experimentos de esparcimiento de luz. El patrón de esparcimiento de luz de una superficie rugosa proporciona información acerca de las estadísticas del perfil de la superficie (Welford, (1977)); de ahí la importancia de medir las estadísticas de los perfiles de las superficies y sus patrones de esparcimiento de luz. Por esto, dado un modelo teórico del perfil de una superficie rugosa y la predicción de su patrón de esparcimiento de luz, se puede intentar fabricar superficies con estadísticas similares a aquellas propuestas por el modelo teórico y luego analizar sus patrones de esparcimiento de luz. De esta manera es posible comparar resultados teóricos con resultados experimentales. En esta sección se muestran algunas curvas experimentales del patrón de esparcimiento de luz de las superficies fabricadas. Estas curvas fueron medidas en nuestro laboratorio con un instrumento construido en CICESE (Ruiz-Cortés, (1991)). Este instrumento consta básicamente de una mesa donde es colocada la superficie que es analizada y de un fotodetector cuya posición es controlada por una computadora. El detector barre angularmente el patrón de esparcimiento de luz de la superficie, midiendo la distribución de la intensidad luminosa en el patrón de esparcimiento como función del ángulo. El diseño de dicho aparato es muy similar al descrito en detalle por O'Donnell y Méndez (1987).

En la figura 23 se muestra la curva experimental del patrón de esparcimiento de luz de una superficie rugosa formada por 150 segmentos, cada uno con un eje de simetría (ver figura 16) y de una longitud de  $200\mu m$ . Este diseño en especial reproduce las condiciones requeridas para comprobar las predicciones teóricas de Nieto-Vesperinas y Soto-Crespo (1989), quienes en simulaciones numéricas encontraron que para superficies rugosas con simetrías, la componente difusa del patrón de esparcimiento de luz muestra un reforzamiento de la intensidad luminosa en la dirección especular. La superficie rugosa asociada al patrón de esparcimiento de luz que se muestra en la figura 23 está formada por 150 superficies simétricas debido a que se busca promediar sus patrones de esparcimiento de luz. Este promedio suaviza la curva de

esparcimiento de luz resultante, ayudando a observar el efecto esperado en la dirección especular. Más detalles sobre algunos aspectos teóricos y experimentales de este efecto se pueden encontrar en Méndez et al (1990) y Méndez et al (1991).



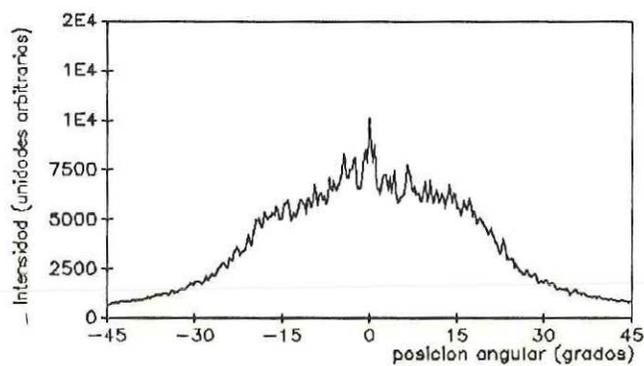
**Figura 23. Patrón de esparcimiento de luz de una superficie formada por 150 segmentos, cada uno de los cuales es de una longitud de  $200\mu m$  y tiene un eje de simetría. La superficie está formada por 150 superficies simétricas debido a que se busca promediar sus patrones de esparcimiento de luz. El pico en la dirección especular ( $0 = 0^\circ$ ) muestra el reforzamiento encontrado por Nieto-Vesperinas y Soto-Crespo.**

Utilizando teorías de esparcimiento basadas en la aproximación de Kirchhoff (Beckmann y Spizzichino, (1963)) se puede demostrar que para un patrón de esparcimiento de luz con características similares a las mostradas por la figura 23, la componente directa del patrón de esparcimiento de luz es cero. Esto es debido a que el ancho de la distribución angular de luz es considerable. Entonces, el pico en la dirección especular de la figura 23 no puede atribuirse a una componente coherente.

La figura 24 muestra la curva experimental del patrón de esparcimiento de luz de una superficie rugosa aleatoria unidimensional fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli, con parámetros  $p = 0.5$ ,  $b = 11\mu m$  y  $\Delta x = 1\mu m$ .

Hasta ahora, los experimentos de esparcimiento de luz conducidos con las superficies rugosas aleatorias unidimensionales fabricadas con el método propuesto en esta tesis han sido de carácter cualitativo. Aún y cuando el fin de las superficies fabricadas es la realización de experimentos de esparcimiento de luz, no es el objetivo de esta tesis el análisis cuantitativo del comportamiento de los patrones de esparcimiento de luz de las superficies fabricadas. Debido a que en su mayoría, las superficies no tienen estadísticas

Gaussianas, el problema de determinar su patrón de esparcimiento teóricamente, aunque es susceptible de análisis, no es trivial. Se espera realizar en un futuro cercano experimentos de esparcimiento de luz cuantitativos con estas superficies unidimensionales.



**Figura 24.** Curva experimental del patrón de esparcimiento de luz de una superficie unidimensional fabricada con números aleatorios con distribución de Bernoulli. Los parámetros de fabricación son  $p = 0.5$ ,  $\Delta x = 1 \mu m$  y  $b = 11 \mu m$ .

#### IV. CONCLUSIONES

En esta Tesis se ha propuesto, investigado y desarrollado un nuevo método para la fabricación de superficies rugosas aleatorias. Este método permite la fabricación de superficies con cierto control sobre sus estadísticas. La evidencia experimental muestra que el método de fotofabricación de superficies unidimensionales funciona. La comparación entre las estadísticas de las alturas de las superficies y las estadísticas de la exposición se ajustan considerablemente bien, y esto nos lleva a concluir que para los parámetros utilizados la fotorresina responde linealmente.

Sería interesante explorar nuevas condiciones de fabricación. Particularmente probar intervalos ( $\Delta x$ ) mayores entre cada exposición. Es decir, en lugar de exponer con  $\Delta x = 1 \mu m$ , exponer con  $\Delta x > 1 \mu m$ . Esto disminuiría el traslape entre exposiciones, por lo que la distribución de alturas de las superficies fabricadas tendría una relación más directa con la distribución de los números aleatorios generados en la computadora. En particular, si  $\Delta x \approx 2b$  la  $n$ ésima posición de la superficie fabricada tendría una altura directamente proporcional al  $n$ ésimo número aleatorio, por lo que la distribución de alturas de la superficie unidimensional sería directamente proporcional a la distribución de los números aleatorios usados para generar la superficie.

Si bien la técnica es sensible a aberraciones, como el proceso de fabricación es controlado por computadora, el diseño de las superficies se vuelve más versátil; el método es adecuado para generar superficies rugosas aleatorias con simetrías, periodicidad y estadísticas bastante arbitrarias.

Se puede concluir que la técnica funciona, que es confiable y reproducible, y que deben ser exploradas nuevas condiciones de fabricación y diferentes estadísticas.

### III.7 Discusión de Resultados.

Se llevaron a cabo numerosas pruebas del método de fotofabricación con el fin de observar su reproducibilidad y el grado de proximidad entre las propiedades estadísticas calculadas teóricamente y los resultados experimentales. Aunque no se tiene evidencia cuantitativa, la respuesta de la fotorresina parece ser lineal. Nuestros argumentos están basados principalmente en los perfiles medidos experimentalmente, como el que muestra la figura 10. A este respecto, pueden mencionarse también los resultados mostrados en las figuras 12, 17, 21 y 22, que reflejan la proximidad entre las estadísticas de las alturas y las estadísticas de la exposición.

Los resultados experimentales muestran que para ciertos parámetros, los comportamientos de la función de autocorrelación y de la distribución de alturas de las superficies se aproximan al de curvas de forma Gaussiana. Esta aproximación de la distribución de alturas a la forma Gaussiana ocurre, aún y cuando para la generación de números aleatorios se ensayaron varias estadísticas diferentes a la Gaussiana. Esto se puede explicar como sigue. Debido a que para cada punto de la superficie la exposición depende de la superposición de varios números aleatorios ( $b \gg \Delta x$ ), por el teorema del límite central (Goodman,(1985), pág. 31) tenemos que el perfil resultante posee una distribución de alturas de forma casi Gaussiana. Debemos aclarar, sin embargo, que no siempre la función de densidad de probabilidad de la suma de muchas variables aleatorias se aproxima a la forma Gaussiana (ver, por ejemplo, Goodman,(1985), pág. 33).

Hasta ahora, los valores de la rugosidad (desviación estándar de las alturas) que alcanzan las superficies fabricadas con nuestro método varían desde fracciones de  $1 \mu m$  hasta cerca de  $2 \mu m$ . Estos valores se pueden aumentar si se incrementa el grosor del depósito de la fotorresina, o si se varían los cocientes  $\sigma/m$  y/o  $b/\Delta x$ .

Por otra parte, las longitudes de correlación de las superficies fabricadas tienen valores de alrededor de  $7\mu m$ . La resolución lateral está limitada por la abertura numérica del sistema óptico. Esta fue reducida para evitar las aberraciones de la lente cilíndrica. Sin embargo, parece ser posible la reducción de las longitudes de correlación hasta alrededor de  $5\mu m$ .

## LITERATURA CITADA

- P. Beckmann y A. Spizzichino,(1963). "The Scattering of Electromagnetic Waves From Rough Surfaces". Pergamon Press, New York.
- J. A. DeSanto y G. S. Brown,(1986). "Analytical Techniques for Multiple Scattering from Rough Surfaces". Progress in Optics XXIII. Elsevier Science Publishers, E. U. A.
- J. W. Goodman,(1968). "Introduction to Fourier Optics". McGraw-Hill, New York.
- J. W. Goodman,(1984). "Statistical Properties of Speckle Patterns" (en Laser Speckle and Related Phenomena, por J. C. Dainty). Springer-Verlag. Berlín. pp. 9-74
- J. W. Goodman,(1985). "Statistical Optics". John Wiley and Sons, New York.
- P. F. Gray,(1978). "A Method of Forming Optical Difusers of Simple Known Statistical Properties". Optica Acta, 25,pp. 765-775.
- M. J. Kim, E. R. Méndez y K. A. O'Donell,(1987). "Scattering from Gamma-Distributed Surfaces". Journal of Modern Optics, 34, pp. 1107-1119.
- M. J. Kim, J. C. Dainty, A. T. Friberg y A. J. Sant, (1990). "Experimental Study of Enhanced Backscattering from One and Two-dimensional Random Rough Surfaces". Journal of Optical Society of America, A 7, pp. 569-577.
- M. E. Knotts y K. A. O'Donell,(1991). "Anomalous Light Scattering from a Perturbed Grating". Optics Letters, 15, pp. 1485-1487.
- B. M. Levine y J. C. Dainty, (1983). "Non-Gaussian Image Plane Speckle: Measurements from Diffusers of Known Statistics". Optics Communications, 45, pp. 252-257.
- A. A. Maradudin, E. R. Méndez y T. Michel,(1989). "Backscattering Effects in the Elastic Scattering of p-polarized Light from a Large-amplitud Random Metallic Grating". Optics Letters, 14, pp. 151-153.
- A. A. Maradudin, T. Michel, A. R. McGurn y E. R. Méndez,(1990). "Enhanced Backscattering of Light from a Random Grating". Annals of Physics, 203, pp. 255-307.
- E. R. Méndez y K. A. O'Donell, (1987). "Observation and Depolarization and Backscattering Enhancement in Light Scattering from Gaussian Rough Surfaces". Optics Communications, 61, pp. 91-95.
- E. R. Méndez, M. A. Ponce y V. Ruiz-Cortés,(1990). "Light Scattering from One-dimensional Surfaces with an Even Profile". Proc. SPIE 1331, pp. 18-29.
- E. R. Méndez, M. A. Ponce, V. Ruiz-Cortés y Z. H. Gu,(1991). "Coherent Effects in the Scattering of Light from Random Rough Surfaces with Symmetry". Optics Letters, 16, pp. 123-125.
- M. Nieto-Vesperinas y J. M. Soto-Crespo,(1987). "Monte Carlo Simulations for Scattering of Electromagnetic Waves from Perfectly Conductive Random Rough Surfaces". Optics Letters, 12, pp. 979-981.
- M. Nieto-Vesperinas y J. M. Soto-Crespo,(1989). "Connection between Blazes from Gratings and Enhancements from Random Rough Surfaces". Physics Review, B39, pp. 8193-8197.
- K. A. O'Donell y E. R. Méndez,(1987). "Experimental Study of Scattering from Characterized Random Surfaces". Journal of Optical Society of America, A4, 1194 pp.
- V. Ruiz-Cortés, (1991). "Diseño y Construcción de un Instrumento para la Medición Angular de Luz". Tesis de Maestría (en preparación).

**LITERATURA CITADA (Continuación)**

J. M. Soto-Crespo y M. Nieto-Vesperinas,(1989). "Electromagnetic Scattering from Very Rough Random Surfaces and Deep Reflection Gratings". *Journal of Optical Society of America*, *A 6*, pp. 367-384.

W. T. Welford,(1977). "Optical Estimation of Statistics of Surface Roughness from Light Scattering Measurements". *Optical and Quantum Electronics*, *9*, pp. 269-287.