

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

EFECTOS DE ATENUACION FUENTE Y SITIO DE LAS RESPUESTAS
DEL TEMBLOR DE OAXACA (M_g 7.8) OCURRIDO
EL 29 DE NOVIEMBRE DE 1978

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

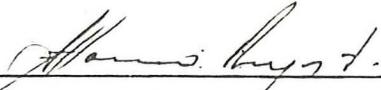
Miguel Rodríguez González

RESUMEN de la Tesis de Miguel Rodríguez González presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en GEOFISICA con opción en SISMOLOGIA.

Ensenada, Baja California Norte, México. Mayo de 1985.

EFFECTOS DE ATENUACION, FUENTE Y SITIO DE LAS REPLICAS DEL TEMBLOR DE OAXACA ($M_S = 7.8$), OCURRIDO EL 29 DE NOVIEMBRE, 1978.

RESUMEN APROBADO:


DR. CESAR ALFONSO REYES ZAMORA
Director de Tesis

Los efectos de atenuación, fuente y sitio de las réplicas del temblor de Oaxaca de 1978 ($M_S = 7.8$) se obtuvieron con una extensión, a varias estaciones, de la metodología de análisis de sismos locales propuesta por Aki y Chouet (1975). Esta técnica se implementó mediante un paquete de programas que separa la información de cada réplica observada, en registros filtrados de banda estrecha.

Los valores del factor de calidad $Q_c(f)$ calculados con el decaimiento de la amplitud de la coda se pueden representar en la forma $Q_c = 79.5 f^{0.88}$ para frecuencias entre 0.5 y 32.0 Hz.

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DEPARTAMENTO DE GEOFISICA

EFFECTOS DE ATENUACION, FUENTE Y SITIO DE LAS REPLICAS DEL TEMBLOR
DE OAXACA ($M_S=7.8$), OCURRIDO EL 29 DE NOVIEMBRE DE 1978.

T E S I S

que para cubrir los requisitos necesarios para obtener el grado
de MAESTRO EN CIENCIAS presenta

MIGUEL RODRIGUEZ GONZALEZ

Ensenada, B.C.N., Mayo de 1985.

CONTENIDO

		Página
I	INTRODUCCION	1
II	DATOS Y METODO DE ANALISIS	7
	a) Selección de eventos	7
	b) Procesado de datos	14
	b.1) Identificación y Accesado	14
	b.2) Editado	14
	b.3) Filtrado recursivo de banda estrecha	18
	b.4) Optimización	19
	b.5) Definición de la envolvente de la coda	22
	b.6) Inversión y análisis del error	37
III	RESULTADOS	38
	a) Presentación de resultados	38
	b) Discusión de resultados	46
IV	LITERATURA CITADA	49
V	APENDICES	52
	a) Apéndice 1	52
	b) Apéndice 2	52

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Espectro de alta resolución para el arribo S y la coda S en la banda de frecuencias 1 - 2 Hz, para una explosión minera cerca de LASA. Esta figura es reproducida desde Aki y Chouet 1975	4
2	Distribución espacial y temporal de terremotos acaecidos en la trinchera de América Media (1968-1979). Reproducida de, McCann et al.	8
3.	Distribución espacial de las réplicas del terremoto de Oaxaca y las estaciones usadas en la red temporal	10
4	Curvas de magnificación para las estaciones CETA, SAN JUANITO y CANDELARIA	12-13
5	Diagrama de algoritmo SDAE para el análisis de terremotos locales usando la Coda	15
6	Arriba aparece un evento editado y su espectro Abajo es el mismo evento sin editar	16
7	Respuesta Analítica de frecuencia de los filtros de banda estrecha usados en el SDAE. Las frecuencias desde 0.5-32.0 Hz indican la frecuencia central F_a para cada filtro de banda estrecha	20
8	Respuesta experimental del sistema de filtrado en el dominio del tiempo	21
9	Relación entre Amplitud de Fourier y Amplitud del SDAE para una función impulso unitario	23

- 10 Doce ejemplares de réplicas filtradas registradas en diferentes estaciones y su espectro de amplitud. (Las primeras dos muestras la adición de los datos). 24-25
- 11 Definición del Coda 39
- 12 Decaimiento de la amplitud en las tazas de Coda calculadas en 1, 4, 8, y 32 Hz. La Línea cortada respresenta una curva común obtenida por considerar simultáneamente todos los eventos para cada frecuencia, esta representa la función 40-41
- $f=1.0 \quad \log h_i = F_i - \log t - 0.2909 t$
 $f=4.0 \quad \log h_i = F_i - \log t - 0.5686 t$
 $f=8.0 \quad \log h_i = F_i - \log t - 0.7243 t$
 $f=32.0 \quad \log h_i = F_i - \log t - 0.4633 t$
- 13 Valores de Q estimados desde el análisis de ondas de Coda calculadas para las tres estaciones CETA, CANDELARIA y SAN JUANITO. Habiendo restringido el valor de $v=1$ en la ecuación (1). La línea continúa representa un ajuste a estos valores de la forma $G=qf^n$, donde q resulta ser 79.5 y $n=0.88$ con correlación de 0.78 43
- 14 Factor de fuente de las ondas de Coda en el rango de 0.5 32.0 Hz en todas las estaciones. Factor de fuente de las ondas de Coda para los eventos registrados en SAN JUANITO, CANDELARIA y CETA 44-45
- 15 Factor de Sitio relativo a la estación CETA, el signo * corresponde a SAN JUNITO y el + a CANDELARIA 47

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Lista de las estaciones sísmicas usadas en el análisis de la Coda	11
II	Lista de los eventos y sus parámetros. Lat.N Latitud Norte. Long,W, Longitud Oeste Profundidad en Km, Magnitud ERH, error en Km. de localización epicentral ERZ error en Km de localización hipocentra. *Los parámetros fueron determinados por el CICESE **La magnitud fue determinada por CALTEC	17
III	Valores del factor Q_c en la ecuación (9) obtenido desde una estimación por cuadrados mínimos suponiendo un factor m igual 2.	42
IV	Excitación de la Coda dependiente de la frecuencia en tres estaciones temporales para la región de Oaxaca	48

EFFECTOS DE ATENUACION, FUENTE Y SITIO DE LAS REPLICAS DEL TEMBLOR DE OAXACA ($M_s = 7.8$), OCURRIDO EL 29 DE NOVIEMBRE DE 1978.

I INTRODUCCION

El comportamiento de la amplitud en los sismogramas depende de tres factores que son: La función de la fuente, ésto es, la función que describe la caída de tensión con el tiempo en la fuente sísmica, la respuesta del medio y la respuesta del sismógrafo.

Este hecho ha motivado a varios sismólogos a desarrollar diferentes técnicas geofísicas de análisis de las amplitudes con el objetivo de invertir estas observaciones sísmicas y relacionarlas, mediante los parámetros espectrales, con los parámetros de la fuente; a la fecha, se tienen grandes progresos en el desarrollo matemático que relaciona el espectro sísmico con los parámetros de fuente. Usualmente los parámetros de la fuente y caída de esfuerzos, se tratan de relacionar con el estado de esfuerzos en la región de la fuente para sí lograr un mejor entendimiento de la tectónica regional (Wyss y Brune 1971, Thatcher y Hanks 1973). Sin embargo, las relaciones de estos parámetros con las propiedades físicas de los materiales y el estado de esfuerzo en la región de la fuente no es clara, debido a la gran cantidad de factores de los que depende la caída de esfuerzo, como son: presión de confinamiento, esfuerzo aplicado, composición, temperatura y presión de poro que son reportados desde experimentos de laboratorio por Brace (1965), Byerlee y Brace (1968) y Byerlee (1968), y que probablemente sean extrapolables a terremotos.

Desde hace algunos años Aki (1969), Aki y Chouet (1975), Chouet (1976), Rautian y Khalturin (1978), Rautian et. al. (1978), Tsujiura (1979), Hermann (1980) y otros se han avocado al estudio de las oscilaciones sísmicas que siguen al arribo de las ondas de cuerpo y ondas superficiales de sismos locales. Aki y Chouet (1975), han resumido, y se enumeran a continuación, algunas de las características peculiares de los sismos locales (distancia epicentral menor que 100 km), que realzan el compor-

tamiento de estas oscilaciones sísmicas que se encuentran en la última parte del sismograma, "la coda".

1. Los sismogramas de eventos locales, en su parte inicial, tienen un espectro que depende mucho de la distancia viajada y de la naturaleza de la trayectoria seguida por las ondas en su viaje a la estación. Sin embargo, la diferencia en el espectro entre estaciones disminuye en la parte posterior y desaparece en la coda (Aki, 1956; 1969).
2. Para eventos locales, la duración total de los sismogramas registrados es independiente de la distancia y es una medida de la magnitud del terremoto.
3. El espectro de potencia de la coda generada por diferentes terremotos locales decae, como una función del tiempo de viaje, con la misma ley independiente de la distancia y naturaleza de la trayectoria entre epicentro y estación (Aki, 1969; Aki y Chouet, 1975).
4. Esta función del tiempo es igualmente independiente de la magnitud del terremoto, al menos para sismos locales con $M < 6$ (Aki, 1969; Aki y Chouet, 1975; Rautian y Khalturin, 1978; este estudio).
5. Por otro lado la geología local del sitio donde se localiza la estación tiene ingerencia en la excitación de la coda. Esta puede ser entre 5 y 8 veces más grande en sedimentos que en granito (Aki, 1969) Un resultado interesante es que la amplitud del ruido tiende a ser proporcional al factor de sitio de excitación de la coda, permitiendo que la duración total que se puede leer en los registros sea independiente de la geología local.
6. El estudio de la coda con arreglos de pequeña apertura muestra que la coda no son ondas planas regulares que vienen del epicentro.

Las características anteriores describen a la coda evidenciando la complejidad del fenómeno y, asimismo, muestran la gran cantidad de información que trae consigo un sismograma en su parte final. Atendiendo a esto, Aki (1969) propone que el comportamiento de la coda se puede entender mediante un modelo de "backscattering", el cual se ajusta a todas las características antes mencionadas.

El modelo propone que el origen de la coda sea energía que regresa, después de haber sido dispersada por heterogeneidades distribuidas en una gran región fuera de la zona de la trayectoria de las ondas directas. Las portadoras de esta energía son las llamadas "ondas secundarias", que se generan en cada una de las heterogeneidades al arribo de las ondas que salen de la fuente "ondas primarias". Asimismo supone que la energía contenida en las ondas secundarias es poca, comparada con la energía de la onda incidente, de tal forma, que la contribución será esencialmente de dispersión simple, también supone que las ondas secundarias viajan a la misma velocidad que las ondas que las generan.

La evidencia más fuerte del modelo se muestra en la figura 1, que es la figura 2.2 de Aki y Chouet (1975). Esta figura ha sido interpretada por Chouet en los siguientes términos: "This figure shows the energy in the frequency band 1-2 Hz of a short-period record at the F2 subarray of Lasa for a strip-mining blast 113 km away as a function of time. The peak energy in this band is due to the arrival of the S waves. The high resolution wave number spectrum for this section of the record indicates that virtually all the energy is arriving from the direction of the blast. The wave number spectrum for the later S coda indicates that energy is arriving from all directions with shear and surface wave velocities".

El apéndice 1 resume dos modelos que ofrecen una interpretación cuantitativa del coda, éstos son: a) Modelo de "single scattering" y b) Modelo de "difusión". Estos modelos han sido propuestos por Aki y Chouet (1975), ambos llegan a una formulación similar que pretende explicar el comportamiento de la densidad espectral de potencia, a cualquier tiempo dentro

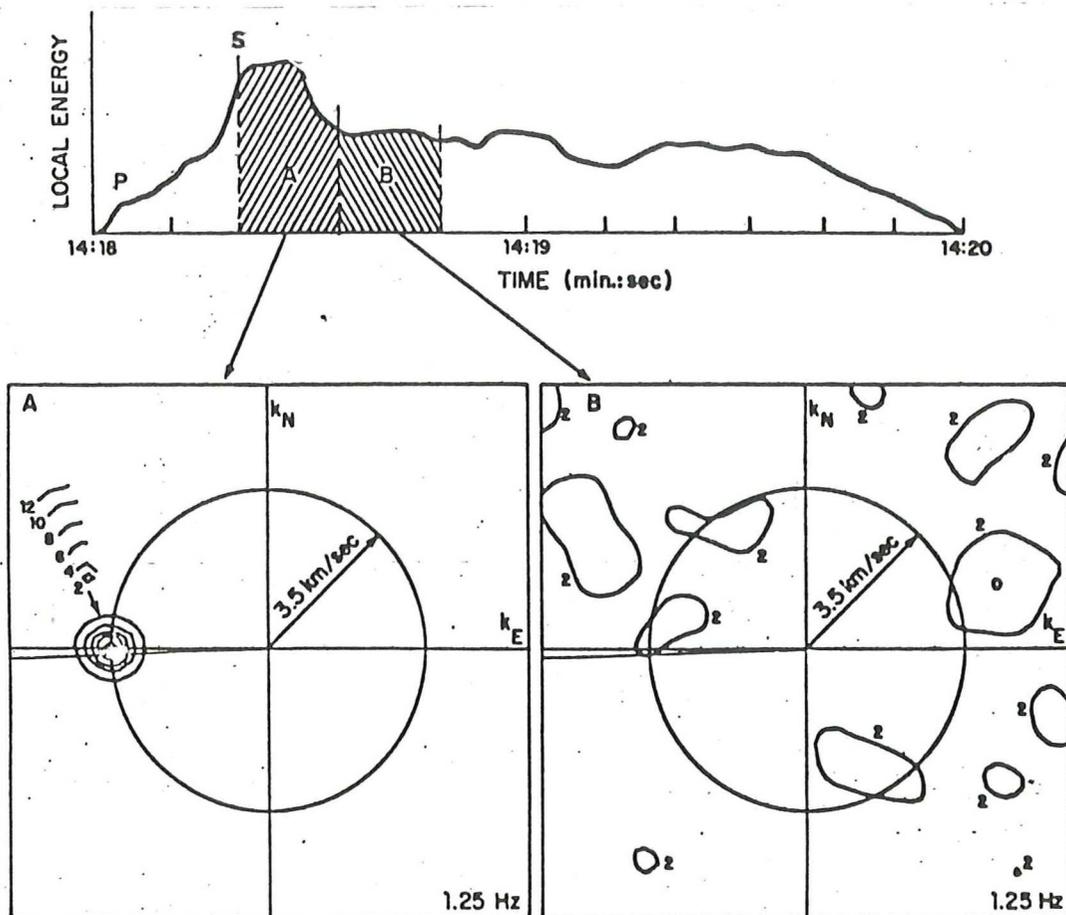


Figura 1. Espectro de alta resolución para el arribo s y la coda en la banda de frecuencias 1-2 Hz., para una explosión minera cerca de LASA. Esta figura es reproducida de Aki y Chouet 1975.

del coda mediante unos cuantos parámetros. La densidad espectral de potencia $H(w/t)$ del coda al tiempo de viaje t , está determinada por:

$$H(w/t) = F(w) S(w) P(w/t) \quad (1)$$

$F(w)$ representa tanto el efecto de la fuente del terremoto como el efecto de la dispersión por heterogeneidades; asimismo, es independiente de la dirección entre fuente y receptor. Para el modelo de "single scattering" y mediante la ecuación A1 del apéndice, este término tiene la forma:

Ondas de cuerpo

$$F(w) = |U(w/r_0)|^2 8 (r_0)^4 \pi \eta v^{-1} \quad (2)$$

Ondas superficiales

$$F(w) = |U(w/r_0)|^2 2 r_0^2 \pi \eta$$

Donde $|U(w/r_0)|^2$ es la amplitud espectral de una onda secundaria dispersada a la distancia r_0 , η es la densidad de dispersores por unidad de volumen (ondas de cuerpo) o unidad de superficie (ondas superficiales). v es la velocidad de propagación.

Si se interpreta en términos del segundo modelo, este factor de acuerdo a la ecuación A1 será de la siguiente forma:

$$F(w) = W(w) (4\pi D)^{-3} \quad (3)$$

Donde $W(w)$ es la energía sísmica generada por el evento en la banda de frecuencia unitaria alrededor de w . D es la difusividad.

$S(w)$ es un factor que depende de la estructura local donde se encuentra la estación, y es independiente de la dirección entre fuente y receptor.

$P(w/t)$ es independiente de la distancia y dirección entre fuente y receptor, usualmente se supone de la forma:

$$t^m \exp(-\pi ft/Q_c)$$

Donde m está determinada por la dispersión geométrica y Q_c es el factor de calidad para expresar la pérdida fraccional de energía de las ondas de coda, en un ciclo, ésto es:

$$\Delta E/E \delta t = -2\pi Q_c$$

Aquí es necesario aclarar la diferente interpretación que se le debe dar a Q_c en los dos modelos cuantitativos: en el modelo de "single scattering" se refiere a la pérdida de energía tanto por la anelasticidad como por dispersión. En el segundo modelo, la Q_c se debe interpretar como la pérdida por anelasticidad, ya que la constante D puede ser relacionada con el proceso de dispersión (Chernov 1965, Chouet 1976).

Ya que tanto $P(w/t)$, $S(w)$ y el efecto de dispersión por heterogeneidades es común para dos sismos registrados en la misma estación, la comparación de la potencia de estos terremotos se puede interpretar como la razón de energía sísmica generada por un sismo en la banda de frecuencia unitaria alrededor de w , ésto es:

$$H_1(w/t)/H_2(w/t) F_1(w)/F_2(w) \quad (4)$$

Así pues, el efecto de fuentes tiene importancia en el estudio de fuentes sísmicas (Chouet 1976; Tsujiura 1978; Rautian et. al. 1978).

El efecto de sitio tiene gran importancia en ingeniería sísmica, ya que mediante este efecto se pueden preparar mapas de excitación sísmica por tipo de terreno que son de gran beneficio en la planeación de ciudades y en la prevención de desastres.

La Q_c es de relevante importancia en las propiedades de atenuación del medio (Rautian y Khalturnin 1978; Aki; Herrmann 1980).

En este estudio se hizo uso del coda, así como del método de análisis propuesto por Aki y Chouet (1975), para la inversión de éstas, para conseguir separar de los registros los efectos antes mencionados. Esta metodología consta esencialmente del análisis del espectro de amplitud en todo el tiempo de coda. Este análisis se hizo extrayendo del coda de cada sismo las componentes de esta señal en un ancho de banda $\Delta f = f_2 - f_1$ alrededor de diferentes frecuencias centrales f_0 e interpretando el comportamiento de la amplitud en el tiempo (y para cada frecuencia f_0) en términos del modelo del "single scattering" ($m=2$).

Estas componentes fueron aisladas mediante un filtro recursivo de banda estrecha que se puede caracterizar por la frecuencia central f_0 y por su sensibilidad $(f_2 - f_1) / f_0$. Las frecuencias centrales que se seleccionaron aquí, están en el rango de 0.5 a 32.0 Hertz. Las restricciones en el rango de frecuencias son debidas a la respuesta instrumental y a la longitud de los sismogramas.

II DATOS Y METODOS DE ANALISIS

a) Selección de eventos

El Oeste de México y América Central en las longitudes 82° - 105° W, colinda con la trinchera de América Media, expresión batimétrica de la subducción de la placa de Cocos; aquí la placa de Cocos se está hundiendo bajo la placa Americana de acuerdo a la teoría de la tectónica de placas.

Asimismo la distribución espacial y temporal de la sismicidad en esta región, invita a interpretar éstos como una expresión más de la subducción de la litósfera (figura 2). Dentro de esta región tuvo lugar el llamado terremoto de Oaxaca; $M_s = 7.8$, con localización epicentral en la vecindad de Puerto Angel, Oaxaca, México, el 29 de noviembre de 1978. De este terremoto se tiene información sismológica de gran detalle y

calidad antes y después de la ocurrencia del evento principal (Ponce, 1979, Reyes, 1979).

La figura 3 muestra la distribución espacial de las réplicas localizadas dentro de un periodo de catorce días, empezando el 2 de diciembre de 1978, así como la distribución de estaciones sismológicas que formaron el arreglo temporal instalado desde el 2 de diciembre de 1978 al 30 de marzo de 1979. De estas estaciones, siete de ellas se componían de sismógrafos analógicos y digitales. El rango de profundidades estimado para los focos de las réplicas es de 5 a 40 km con errores de no más de 3 km, las localizaciones epicentrales tienen el mismo error. La distancia epicentral de estos eventos no fue mayor de 100 km.

Los datos que se analizan en este estudio fueron tomados de los registros digitales y corresponden a 40 de las 200 réplicas localizadas dentro de este periodo. Estos registros corresponden a aquellas réplicas (componentes E-W) para las que fue posible correlacionar, tanto en los registros analógicos como en los digitales, los tiempos de arribo.

Las réplicas analizadas fueron registradas en al menos una de las siguientes estaciones CETA (CTA), CANDELARIA (CAN) Y SAN JUANITO (SJ); la situación geográfica de estas estaciones se muestra en la Tabla 1.

Los sismógrafos digitales utilizados en cada una de estas estaciones constan esencialmente de tres sismómetros (vertical, N-S y E-W) de periodo corto ($T_0=1s$) en sj y periodo intermedio ($T_0= 5s$) en CT y CAN, grabadora digital con filtro antialias de frecuencia de corte en 25 Hz, frecuencia de muestreo de 100 muestras por segundo y rango dinámico de 72 db. Estos sismógrafos estuvieron trabajando a ganancia mínima durante el periodo analizado, con el objeto de no tener registros saturados durante estos primeros días de réplicas. La figura 4 muestra la respuesta de amplitud de estos sistemas.

SISMICIDAD TOTAL, OAXACA. 3-15 DIC. '78. ESC. 1:500,000.

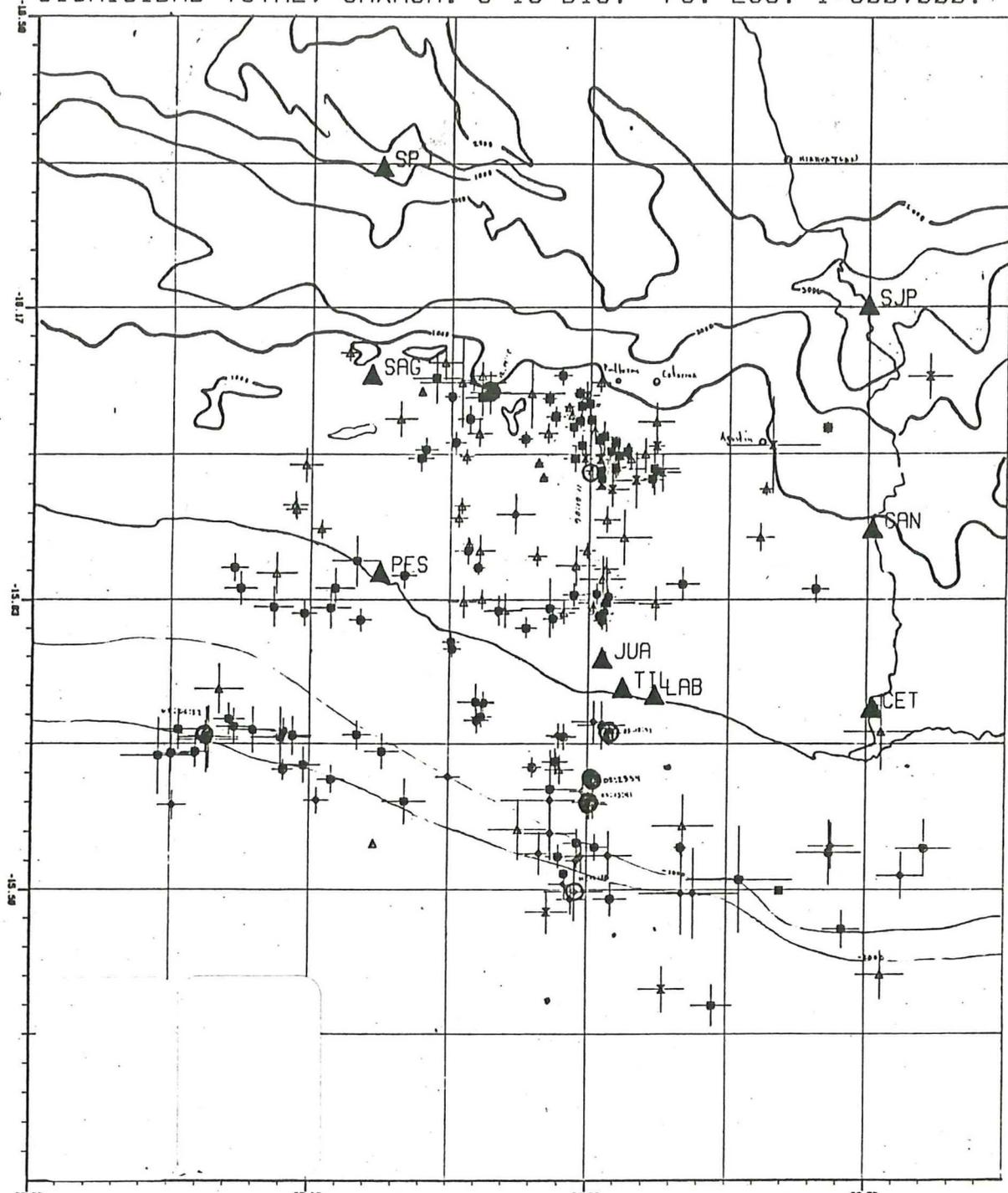
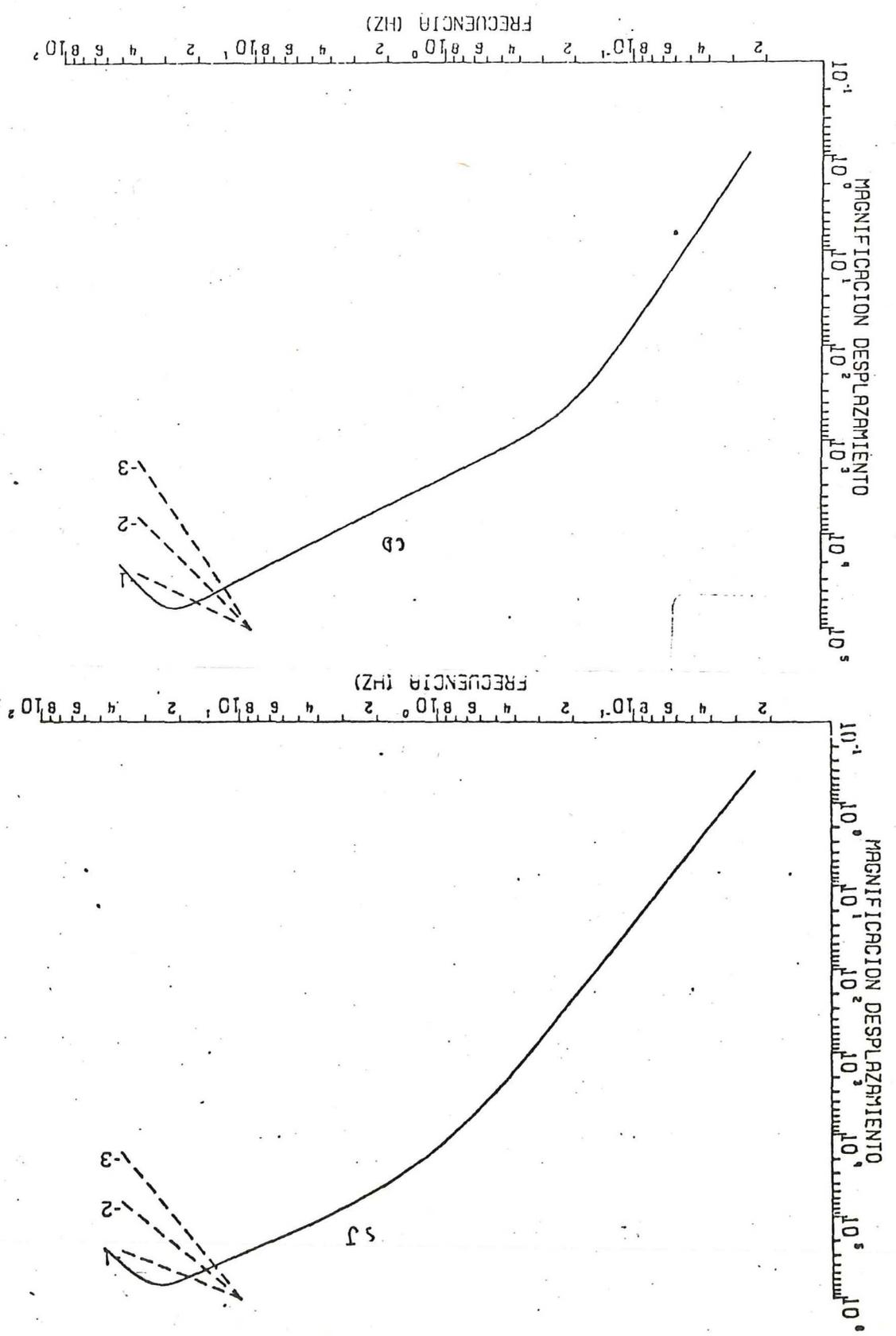


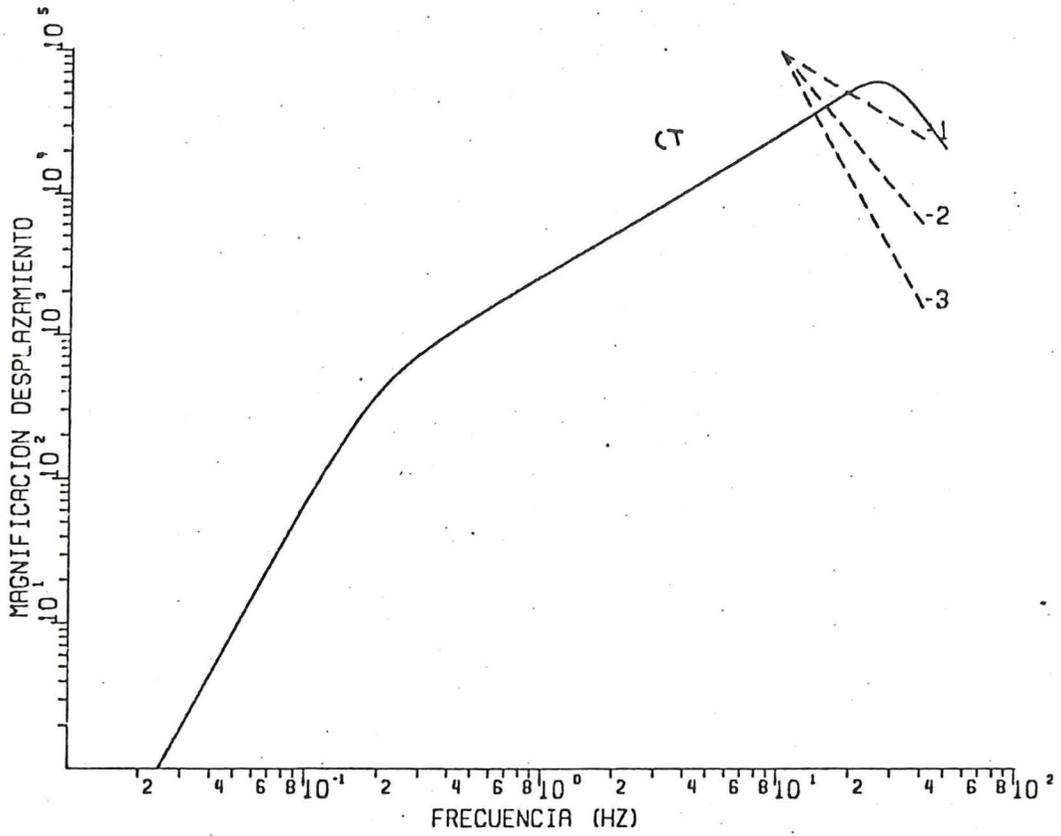
Figura 3. Distribución espacial y temporal de las réplicas del temblor de Oaxaca, así como las estaciones sismológicas usadas en la red temporal.

<i>Estación</i>	<i>Código</i>	<i>Localización</i> (grados y min.)	<i>Altitud</i> (m)	<i>Retrazo</i> (seg.)
<i>Candelaria</i>	<i>CAN</i>	1552.95 N 9629.60 O	800	-0.14
<i>San Juanito</i>	<i>SJ</i>	1545.90 N 9648.90 O	10	00.00
<i>Ceta</i>	<i>CT</i>	1542.50 N 9629.60 O	200	-0.03

Tabla 1. Lista de las estaciones sísmicas usadas en el análisis de la Coda.

Figura 4. Curvas de magnificación para las estaciones CETA (CT), SAN JUANITO (SJ) y CANDELARIA (CD).





b) Procesado de datos

La técnica de separar los efectos de la fuente $F(w)$, del sitio $S(w)$ y de la atenuación y dispersión $P(w/t)$ en la ecuación 1 se desarrolló implementando en forma digital el método propuesto por Aki y Chouet (1975), aquel de Rautian y Khalturin (1978) y el de Tsujiura (1978) para el análisis de sismos locales. A continuación se describe el algoritmo que logra esta separación mediante el análisis de las 40 réplicas antes mencionadas, las cuales se enumeran en la Tabla II. Un diagrama a bloques de este algoritmo se muestra en la figura 5.

b.1) Identificación y acceso

Para su análisis, los datos de los cassettes de campo se transfieren a cinta magnética cada vez que llega una remesa de ellos desde el área de trabajo, de estas cintas es necesario identificar y acceder las réplicas seleccionadas.

b.2) Editado

Algunas veces los registros tienen errores obvios como lo muestra la figura 6. Estos errores tienen su origen ya sea en la transmisión de los datos desde la lectora de cassettes a la computadora o en el cassette mismo. Regularmente se lee más de una vez cada cassette de tal forma que si el error es por efecto de la cinta y no de transmisión, éste aparecerá siempre en el mismo lugar. Para corregir estos errores se desarrolló una rutina de edición que se describe a continuación: para un análisis visual se grafica réplica por réplica y de esta forma se reconocen todas aquellas que necesitan edición. Es el propósito del bloque EDITE reconocer el número de muestra donde se encuentra el error y mostrarlo en la terminal para esperar que se le asigne un valor que sea una interpolación entre muestra adyacentes, y así tener un registro confiable (figura 6).

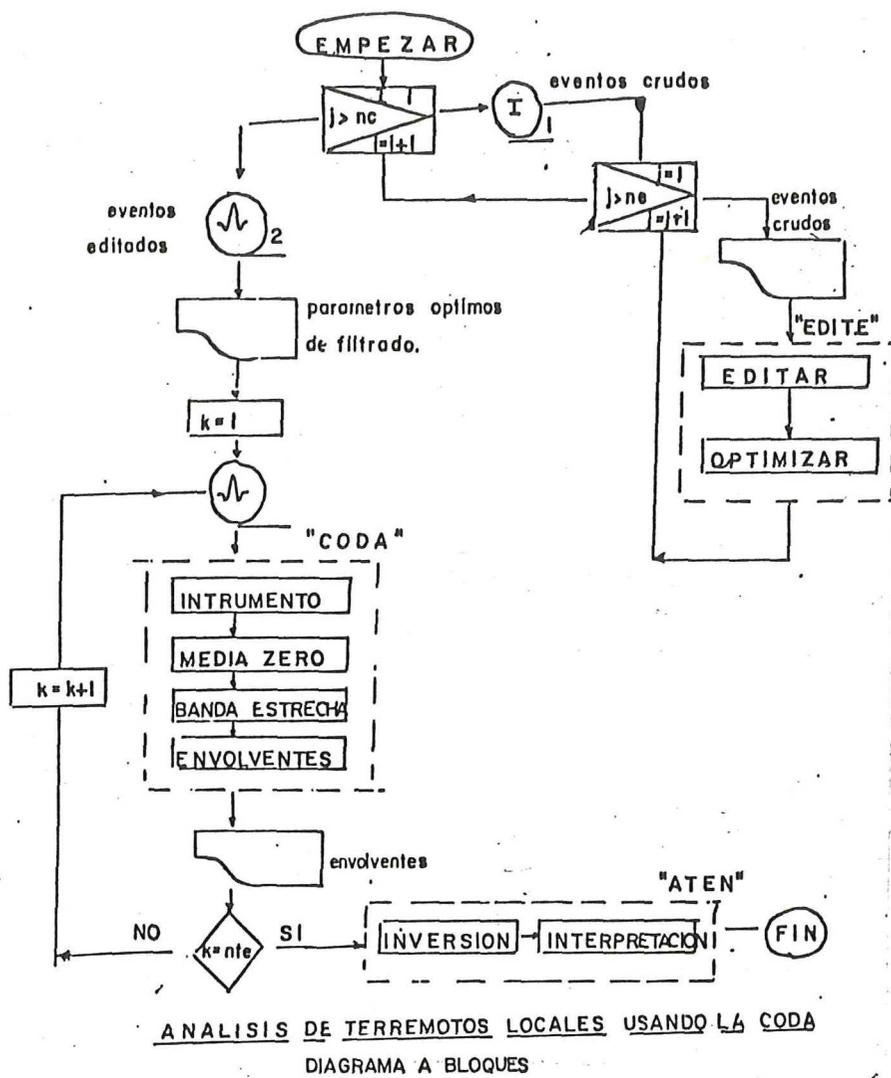


Figura 5. Diagrama del algoritmo SDAE para el análisis de sismos locales usando la coda.

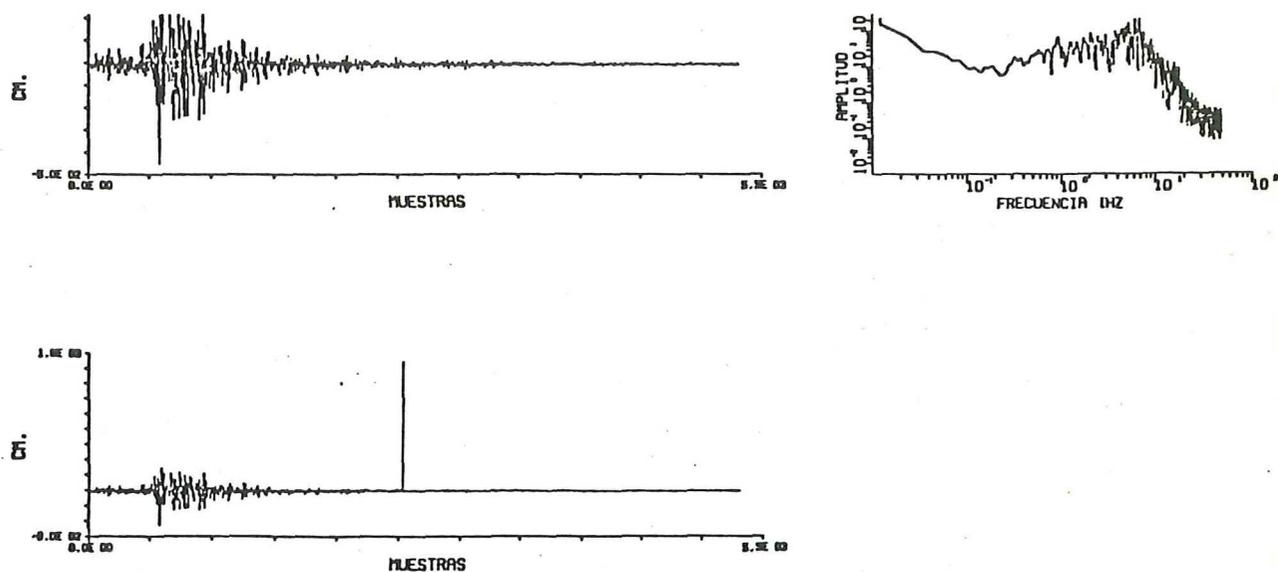


Figura 6. EN la parte superior aparece un evento editado y su espectro. Abajo es el mismo evento sin editar.

EVENTO	FECHA	ORIGENH	LAT. NH	LONG. OH	PROFUNDIDADH	MAGMK	ERHK	ERZH
1	781203	1033	32.58	16- 0.23	96-45.39	29.92	3.2	2.5
2	781204	2107	18.03	15-32.00	96-47.00	18.96	2.0	0.9
3	781205	3 8	30.71	16- 0.07	96-48.40	29.70	1.2	0.9
4	781205	448	18.24	15-49.94	96-48.88	18.81	1.6	1.6
5	781205	520	51.01	16-1.13	96-45.52	35.34	0.8	1.9
6	781205	859	45.21	15-42.44	97-16.94	17.77	2.1	1.2
7	781205	1155	44.67	15-59.23	97- 8.00	23.92	1.6	0.8
8	781205	18 1	30.00	15-35.46	96-50.33	9.61	2.1	1.5
9	781205	1415	27.79	15-51.23	96-43.32	10.43	2.2	2.6
10	781205	1616	10.30	15-34.55	96-26.49	10.68	2.4	1.5
11	781205	1921	32.03	15-45.15	96-40.03	4.53	4.7	9.3
12	781205	2341	32.96	15-37.99	96-49.60	11.71	2.7	2.8
13	781206	224	24.23	15-33.27	96-28.90	10.58	2.3	1.2
14	781206	647	46.26	16- 0.04	96-48.11	20.34	1.2	1.4
15	781206	2419	43.27	15-45.53	97-14.16	23.42	3.4	1.5
16	781206	2449	0.84	15-50.09	96-45.03	31.07	1.3	2.9
17	781207	327	7.90	15-53.15	97-13.15	13.41	1.4	2.1
18	781207	422	4.87	15-44.04	96-56.69	12.10	1.3	2.6
19	781207	456	1.65	15-42.09	96-56.03	12.70	1.3	2.4
20	781207	857	22.75	15-49.06	96-49.04	13.42	1.4	2.9
21	781207	1401	58.71	15-50.93	96-50.90	13.62	1.7	2.4
22	781207	2352	0.18	16- 3.27	96-51.42	29.41	1.2	0.9
23	781208	027	10.08	16- 2.11	96-48.09	30.30	1.8	7.0
24	781208	421	7.30	15-41.04	96-51.24	12.57	1.4	1.0
25	781208	731	57.32	15-33.66	96-50.10	8.11	1.3	1.2
26	781208	823	22.57	15-54.00	96-56.90	21.10	3.4	3.1
27	781208	1051	43.33	15-41.01	96-47.95	12.54	1.6	1.2
28	781209	244	28.04	15-35.45	96-51.23	11.11	2.4	2.9
29	781209	653	16.03	15-59.67	96-47.13	26.30	1.7	1.9
30	781209	740	5.13	15-54.04	96-57.98	17.02	2.5	2.0
31	781209	840	18.32	15-34.35	96-51.31	14.51	1.2	1.1
32	781209	11 1	47.04	15-39.94	96-52.04	17.03	1.2	0.9
33	781209	1540	9.19	16- 0.10	96-45.13	29.09	2.9	3.0
34	781209	1805	13.00	15-41.91	96-31.73	18.05	3.5	1.8
35	781210	430	54.77	15-50.63	96-50.00	20.37	2.6	2.2
36	781210	1220	4.30	15-37.56	97- 7.81	8.05	1.4	1.5
37	781211	1 6	44.12	15-50.76	96-49.26	24.41	0.6	2.1
38	781211	223	6.95	15-41.39	96-51.11	11.10	1.4	1.1
39	781211	323	41.54	15-40.03	96-51.09	11.21	2.4	2.1
40	781211	830	11.07	15-52.69	96-50.00	25.50	3.2	4.4

Tabla II. Lista de los eventos y sus parámetros. Lat. N., Latitud Norte, Long. W, Longitud Oeste Profundidad en Km, Mag, Magnitud ERH, error en Km de localización epicentral, ERZ, error en Km, de localización hipocentral. *Los parámetros fueron determinados por el CICESE. **La magnitud fue determinada por CALTEC.

b.3) Filtrado recursivo de las réplicas

Ya editado el registro, se encuentra listo para el análisis en sí. Entonces es necesario estimar el espectro de amplitud de ellos en el rango de frecuencias disponible (0.5 a 32.0 Hz); para ésto, primeramente se implementó una rutina de filtrado digital por el cual pasará cada réplica; ésta resultó de desarrollar un sistema de filtrado en cascada compuesto primeramente de un filtro de media cero, siguiéndole en serie un sistema de filtros de banda estrecha, cada uno de ellos en paralelo, con frecuencias centrales en 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 8.0, 16.0 y 32.0 Hz (Treitel y Robinson, 1964; García 1965; Kulhane 1976).

La función de transferencia del filtro de media cero utilizado, Shanks (1967), es:

$$A(\bar{z}) = 0.9901 (1-z)/1-0.9901z \quad (5)$$

La función de transferencia de cada uno de los filtros de banda estrecha usados es la siguiente (Grillot 1965).

$$B(z) = (z+1) (z-1)/ (z-c) (z-\bar{c}) \quad (6)$$

Donde:

$$z = \exp(-iw\Delta t)$$

$$c = (1+\epsilon) \exp(-iw_0 \Delta t)$$

$$\epsilon = 1.*f*t* \text{ sensibilidad} \\ \text{sensibilidad } (f_2-f_1)/f_0$$

$$\bar{c} = \text{es el complejo conjugado de } c$$

$$f_0 = \text{es la frecuencia central}$$

$$w_0 = \text{es la frecuencia central angular}$$

$$f_2-f_1 = \text{es el ancho de banda}$$

B_0 es un factor para conseguir que la respuesta de amplitud en el centro de la banda sea unitario, y tiene la forma:

$$B_0 = B(z) \bar{B}(1/z)$$

La respuesta analítica de amplitud del sistema descrito en los párrafos anteriores se muestra en la figura 7.

La respuesta experimental de este sistema digital de análisis espectral (SDAE), fue calculada por medio de excitar el sistema con una función triángulo de base igual a dos veces el intervalo de muestreo y de altura 100, que es una aproximación a un impulso instantáneo. La figura 8 muestra esta respuesta en el dominio del tiempo.

b.4) Optimización

El bloque optimización tiene como objetivo definir dos parámetros del SDAE. Estos son:

- 1.- La sensibilidad (f_2-f_1), la cual fija el ancho de la banda del filtro
- 2.- El segundo parámetro es el número de veces que pasará cada réplica por la etapa en que se realiza el filtrado en banda estrecha; este parámetro es para conseguir una mejor relación señal-ruido, mediante el aumento de números de polos del filtro equivalente, al sistema en cascada que resulta de que la salida del filtro sea la entrada a el mismo, tantas veces como este parámetro lo mande.

Estos dos parámetros se optimizaron con prueba y error y tomando en cuenta las restricciones siguientes: 1) La sensibilidad debe ser menor que uno, para que se considere un filtro de banda estrecha. 2) El tiempo de computadora en esta etapa aumenta al doble cada vez que se pasa la réplica por el filtro.

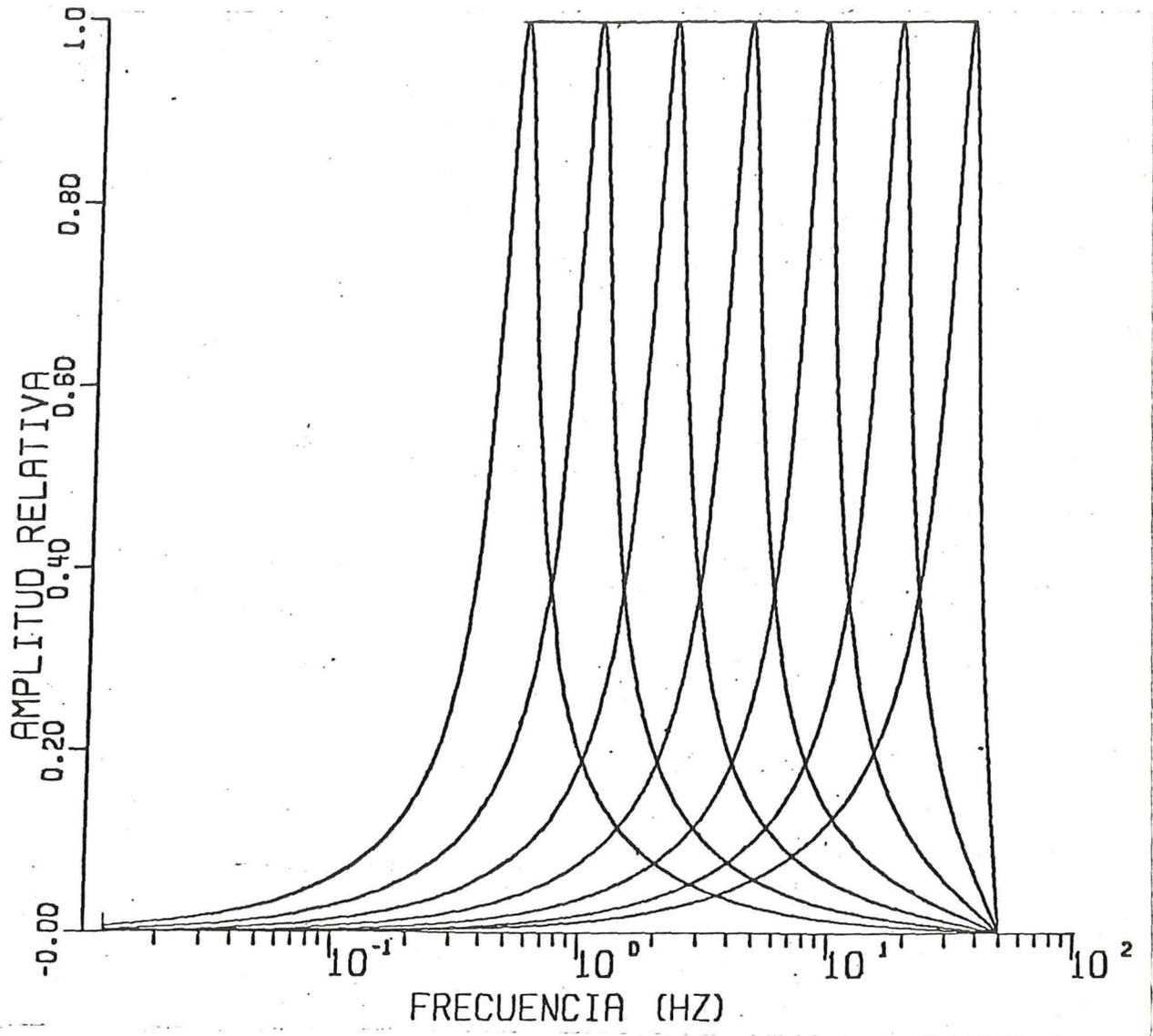


Figura 7. Respuesta análitica de frecuencia para los filtros de banda estrecha usados en el SDAE. Las frecuencias van desde 0.5-32.0 Hz, indicando la frecuencia central f de cada filtro.

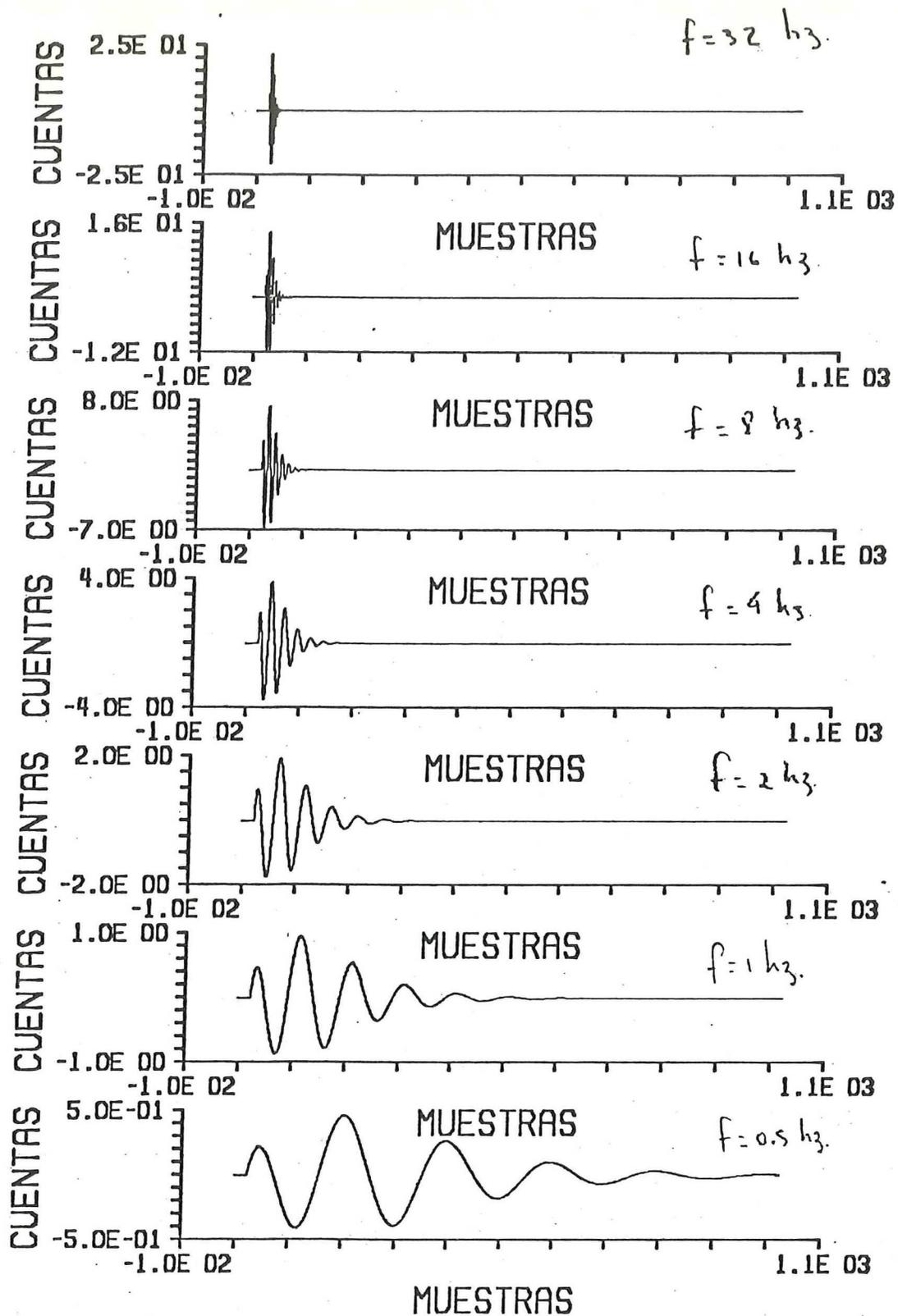


Figura 8. Respuesta experimental del sistema de filtrado en el dominio del tiempo.

La sensibilidad fue ajustada a 0.75 y el número de veces resultó ser dos para las réplicas analizadas en este estudio. Hay que mencionar que con estos parámetros no sólo se logró una buena definición en los sismogramas filtrados, sino que los valores de las amplitudes del SDAE (ver figura 9), aunque no comparables con las amplitudes de Fourier, sí se pueden comparar con amplitudes de otros trabajos que han usado analizadores espectrales como son el Chastno-Izbratel'naya seismicheskaya stantsias (CHISS) diseñado por Zapolski, según Rautian y Khaturin (1978) y el Spectral analyzing Seismograph (SAS) diseñado por Tsujitura (1966).

Las series resultantes de doce réplicas se muestran en la figura 10, ya habiendo optimizado estos parámetros y corregido por la respuesta instrumental. Así pues, estos registros son registros de desplazamientos: $h(f/t)$.

En el apéndice 2 se presenta el procedimiento para aplicar recursivamente estos filtros racionales.

b.5) Envolvente del coda

Con el objeto de definir una envolvente del coda que se puede relacionar con el espectro de amplitud, referimos al teorema que dice "la transformada de Fourier coseno de la autocorrelación es igual al cuadrado de la magnitud de la transformada de Fourier", esto es:

$$\phi(\tau) = \langle h(t)h(t-\tau) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} H(w/t) \exp(i w \tau) dw$$

en $\tau = 0$

$$\phi(0) = \langle h^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} H(w/t) dw$$

Donde:

$$H(w/t) = H \text{ para } w_2 < |w| < w_1$$

$$H(w/t) = 0 \text{ en otro lado}$$

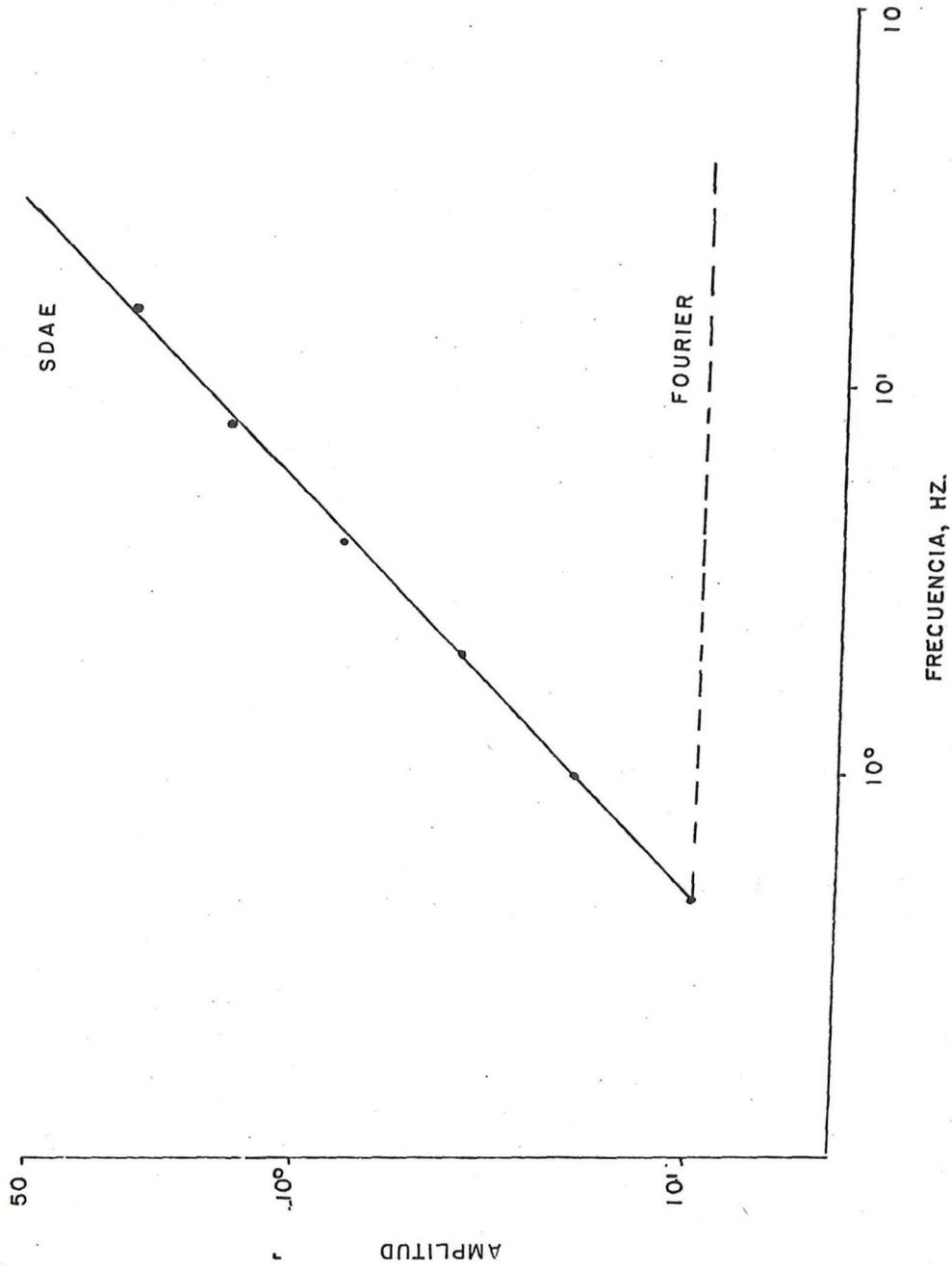


Figura 9. Relación entre amplitud de Fourier y amplitud del SDAE para una función impulso unitario.

EVENTO 11

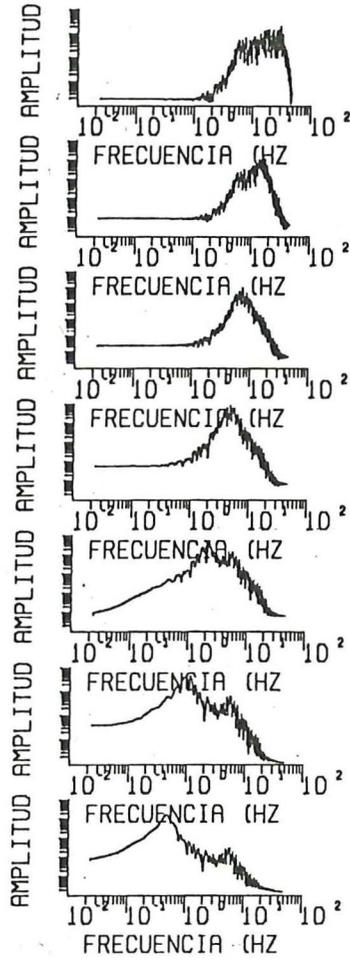
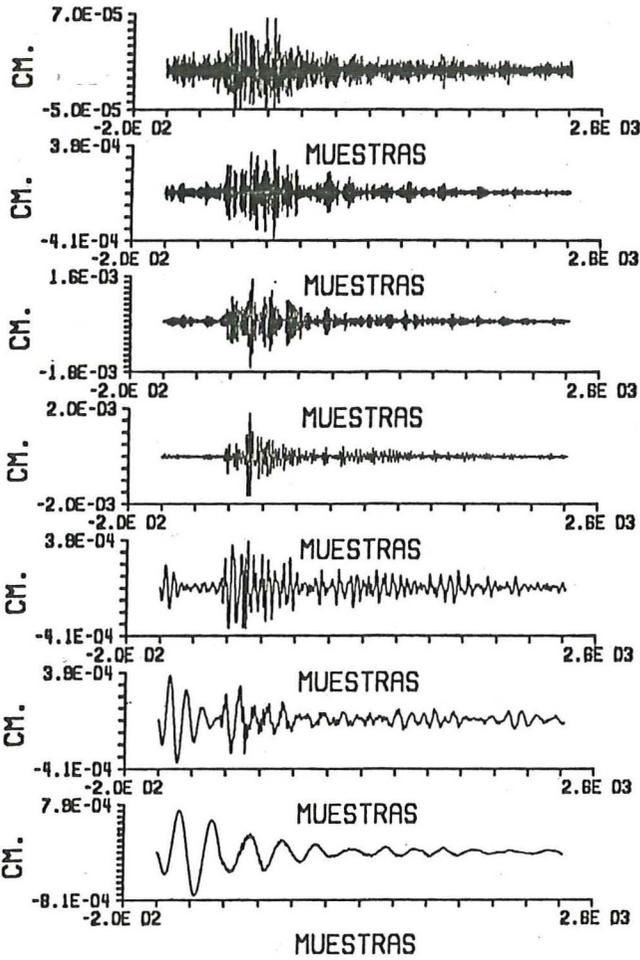
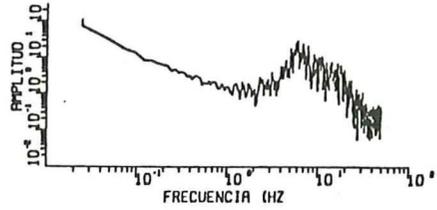
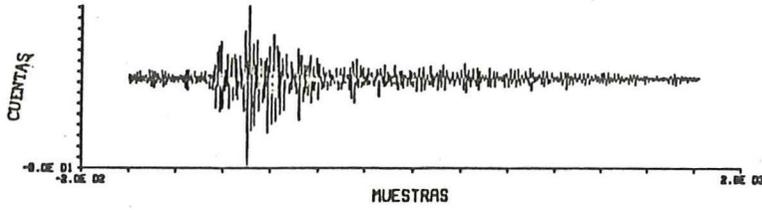
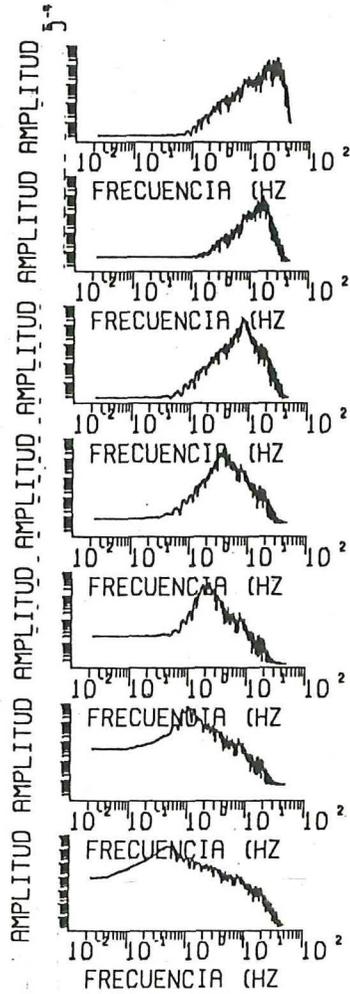
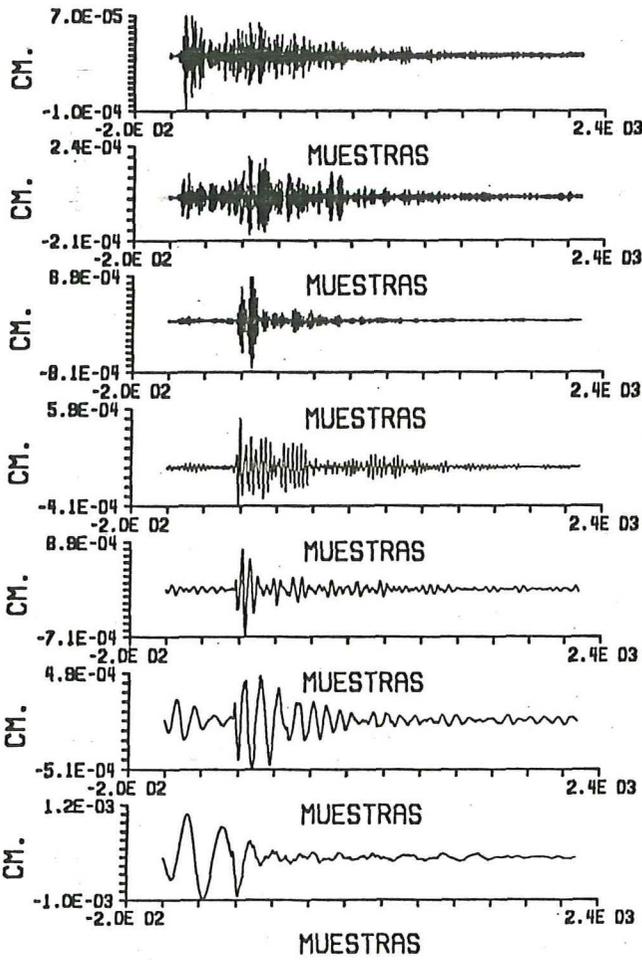
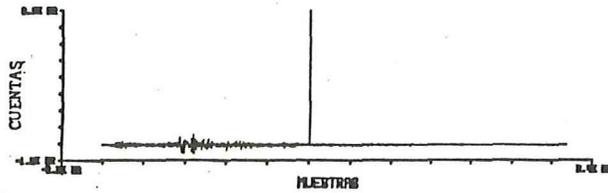
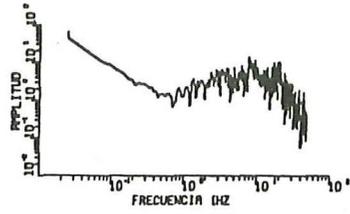
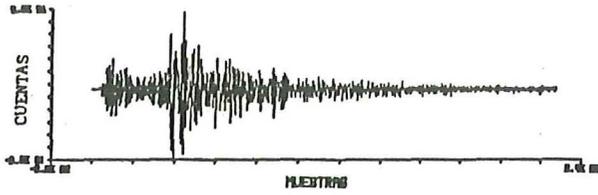
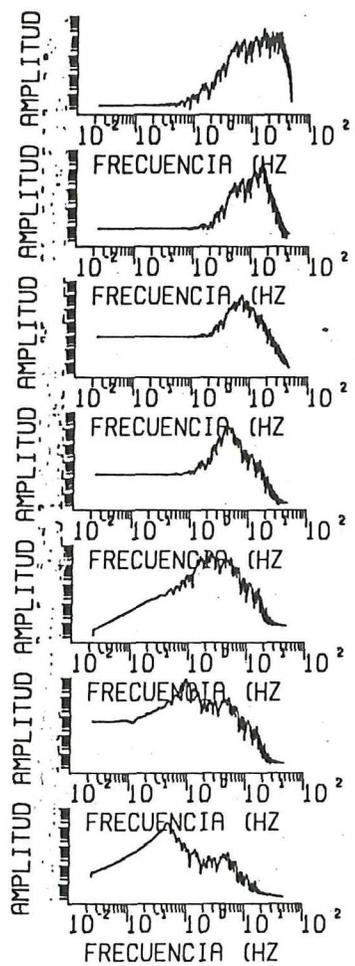
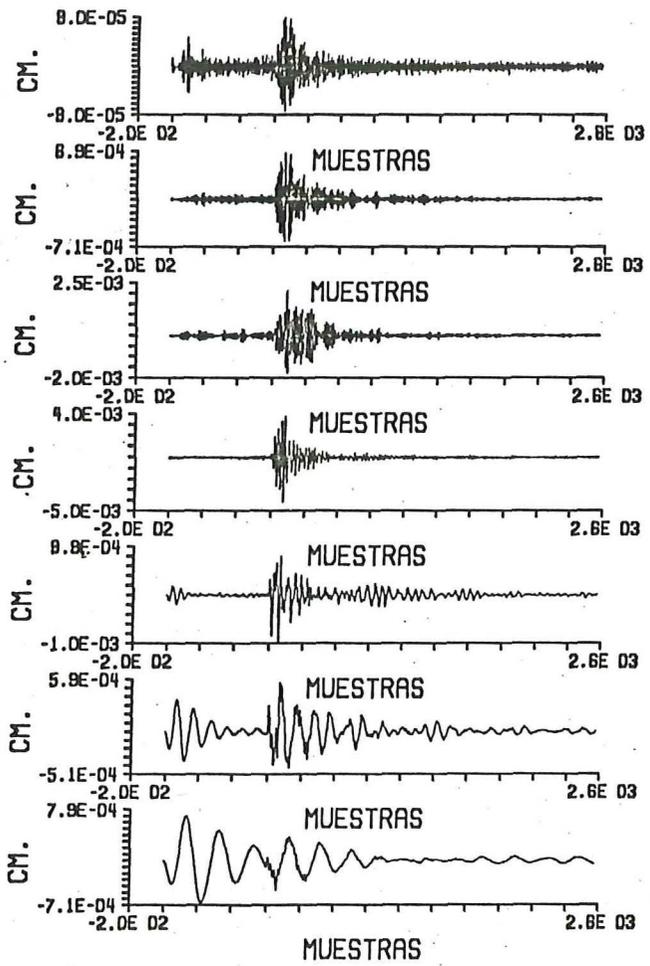
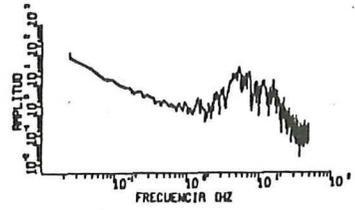
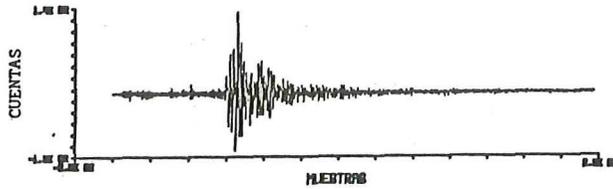


Figura 10. Doce ejemplos de réplicas filtradas y registradas en diferentes estaciones y su espectro de amplitud.

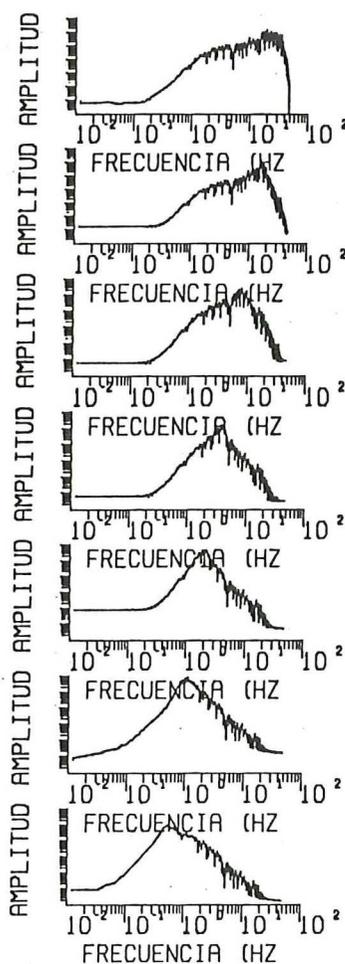
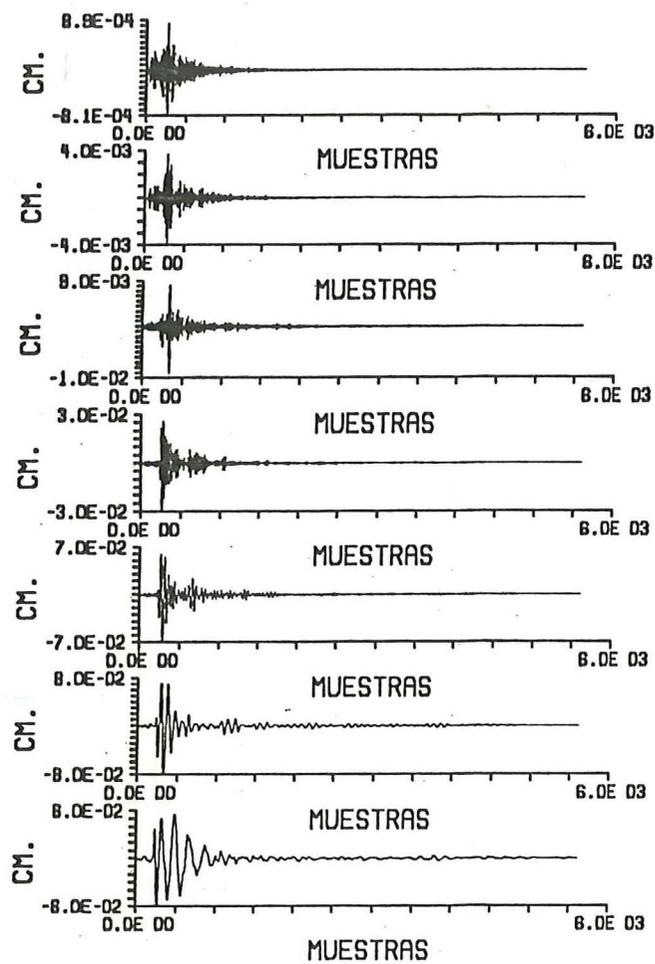
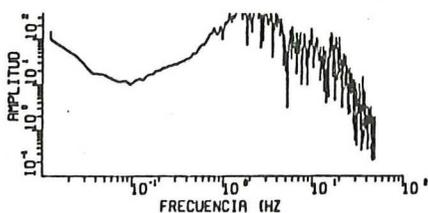
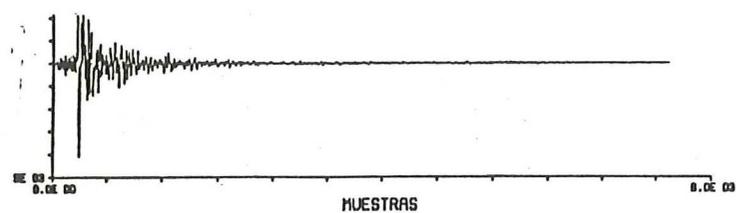
EVENTO 8



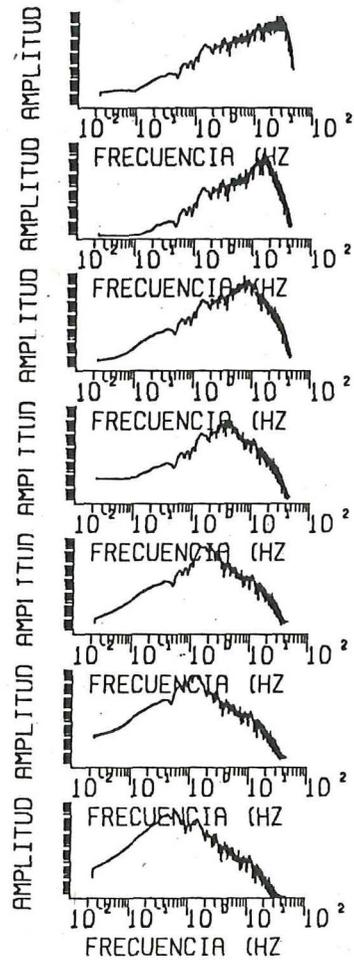
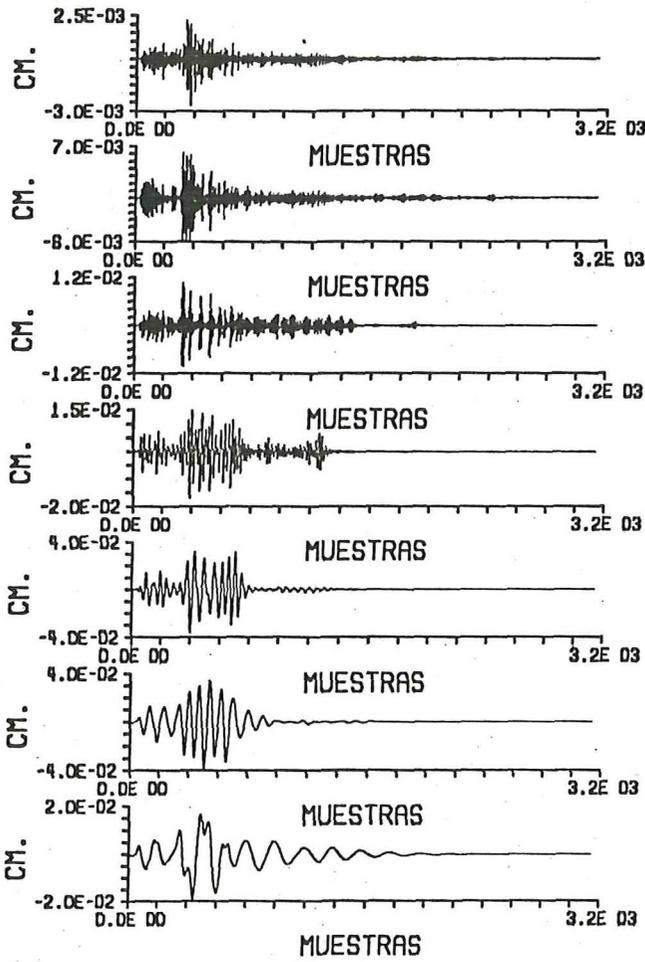
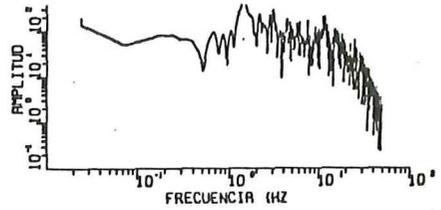
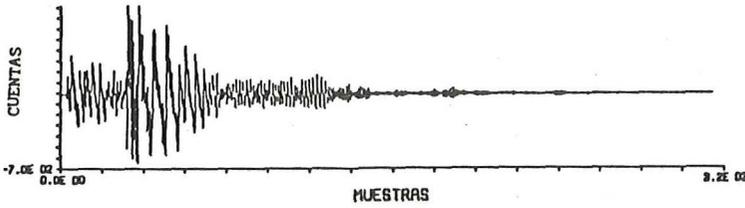
EVENTO 12



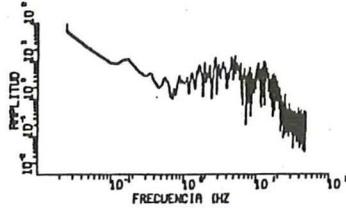
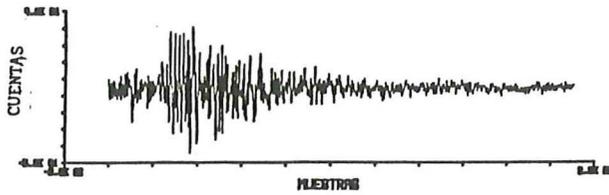
TO 13



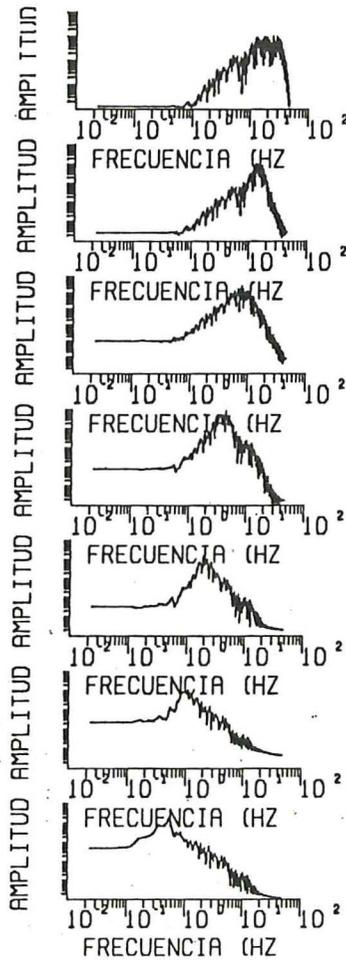
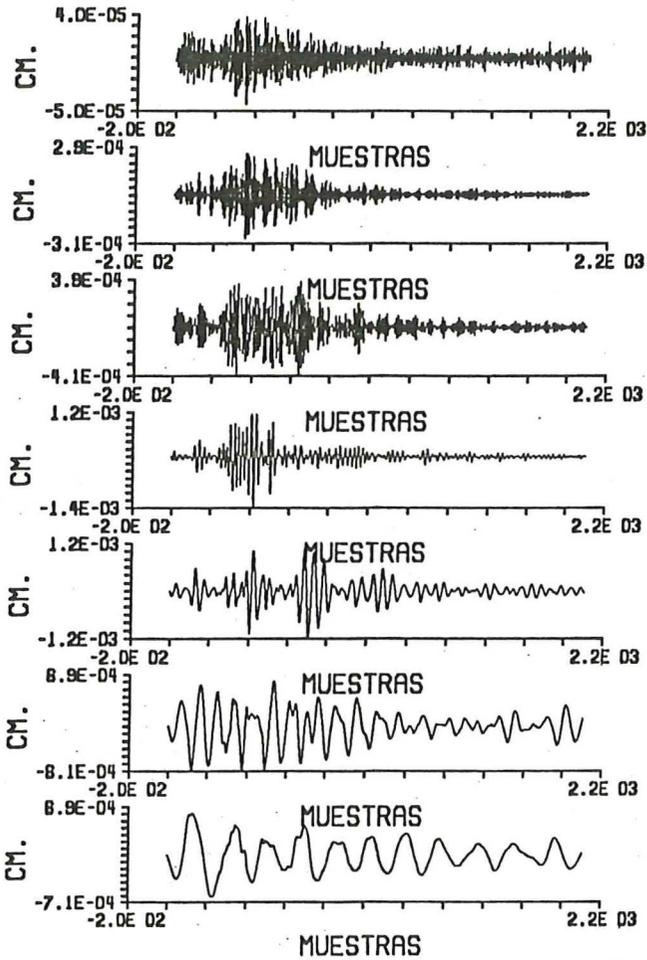
EVENTO 17



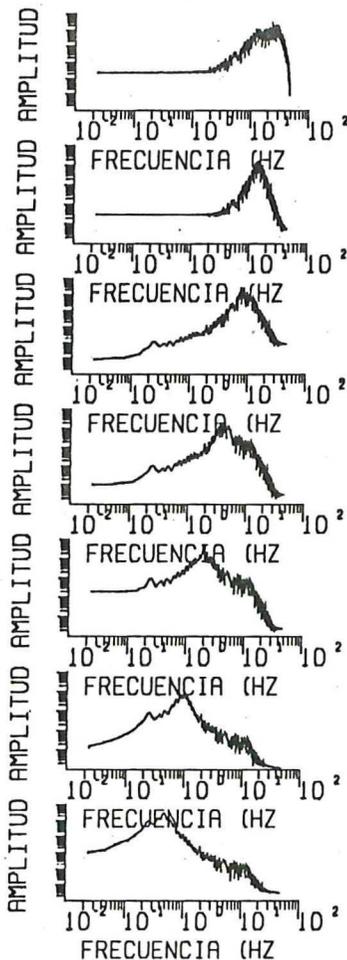
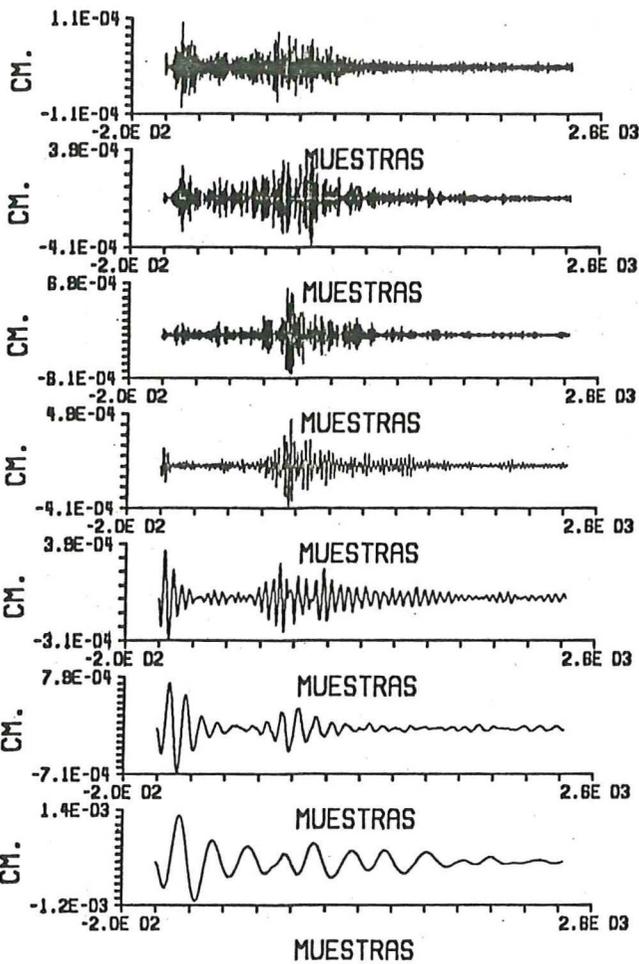
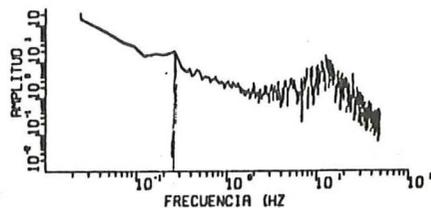
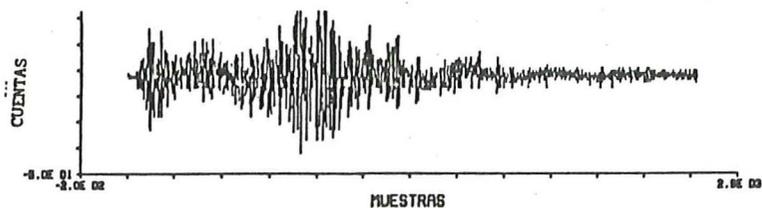
EVENTO 19



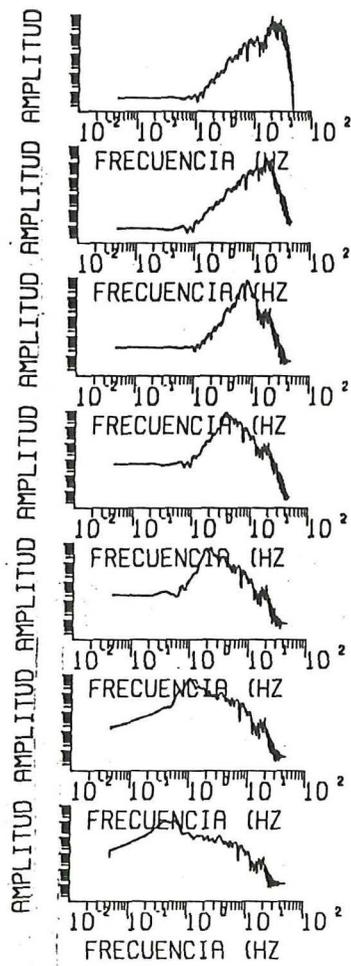
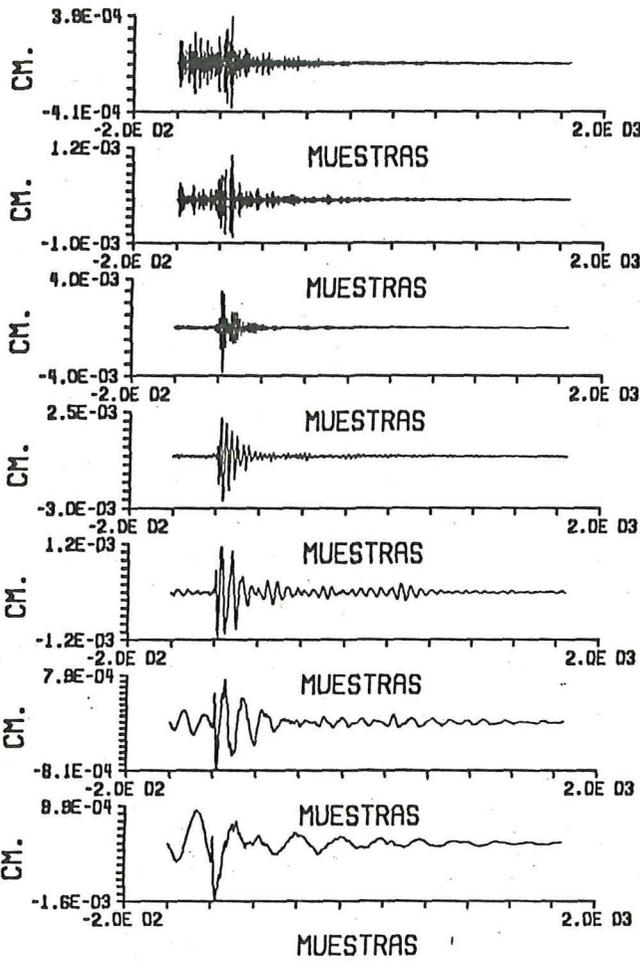
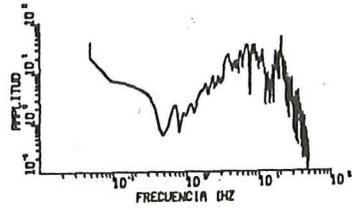
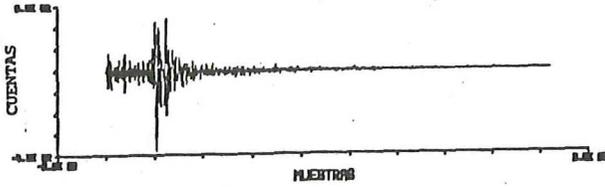
Page +



EVENTO 21



EVENTO 33



EVENTO 34

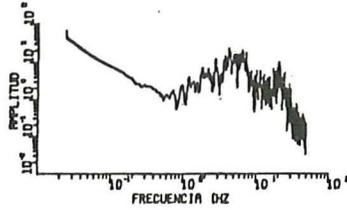
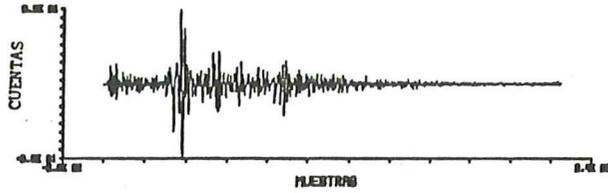
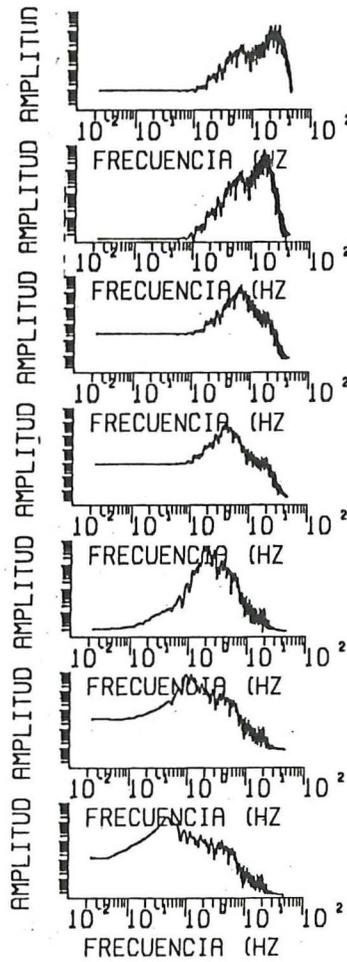
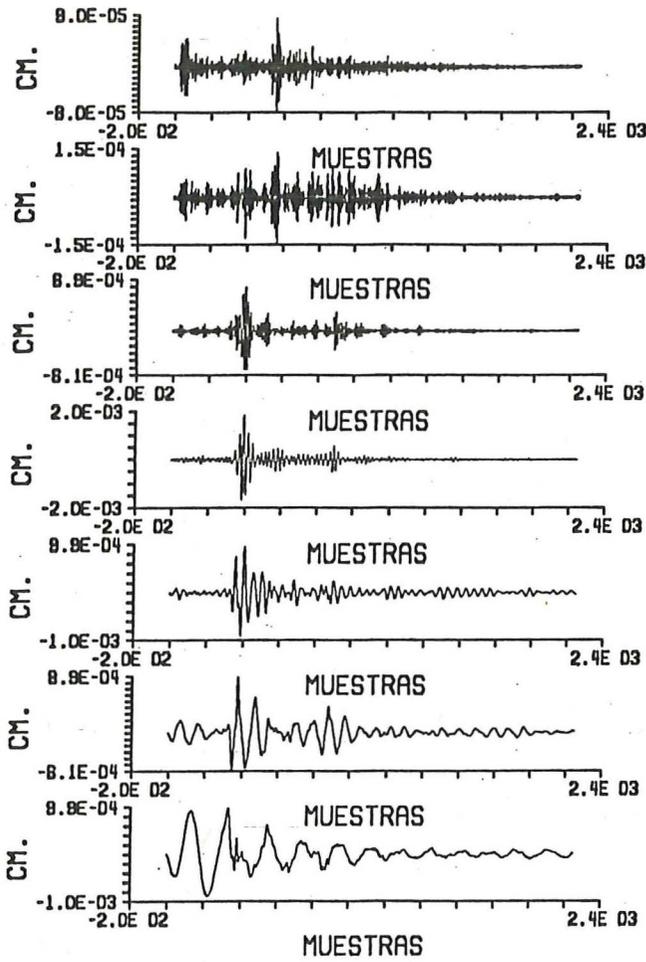
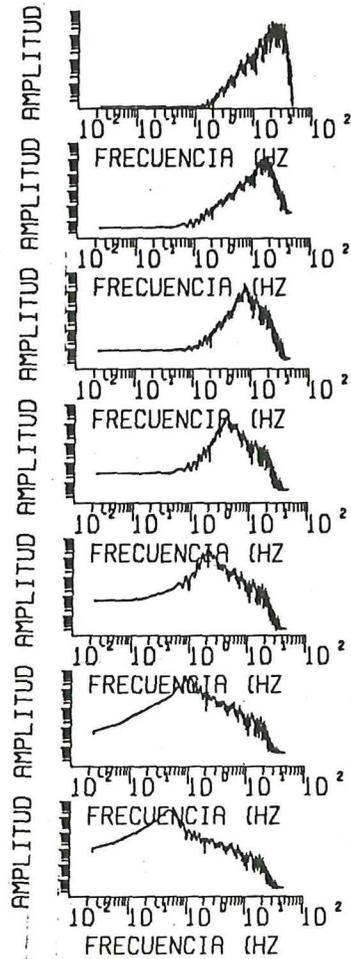
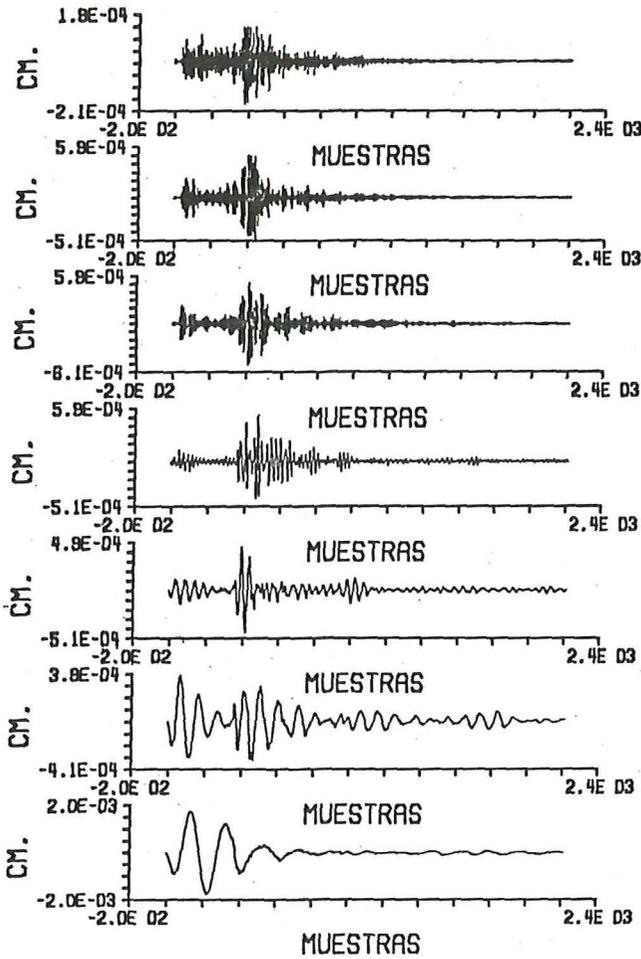
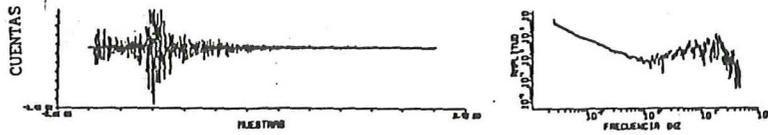


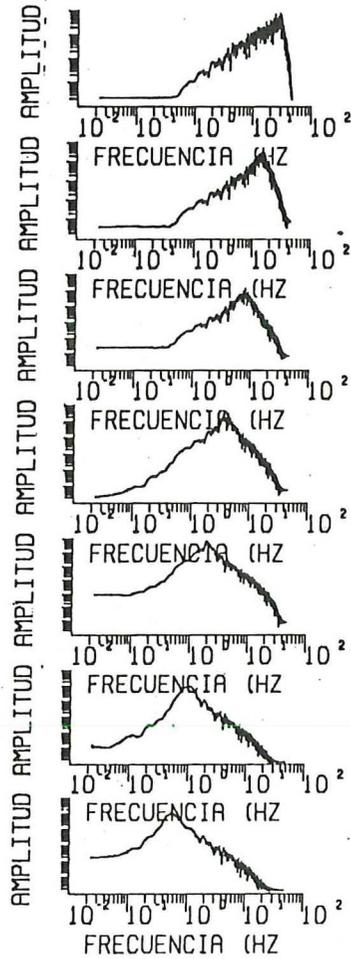
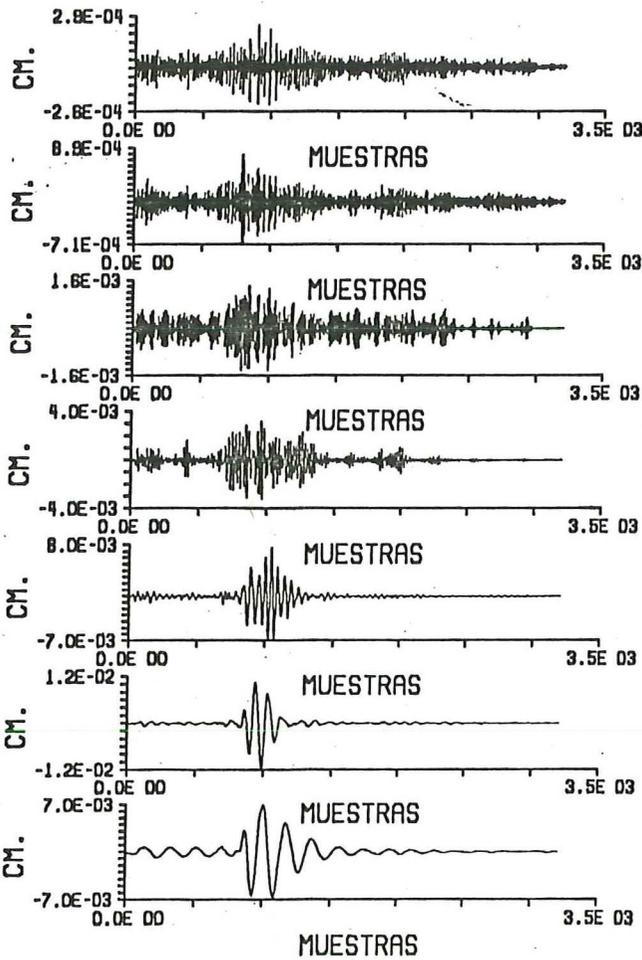
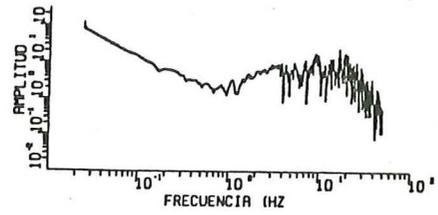
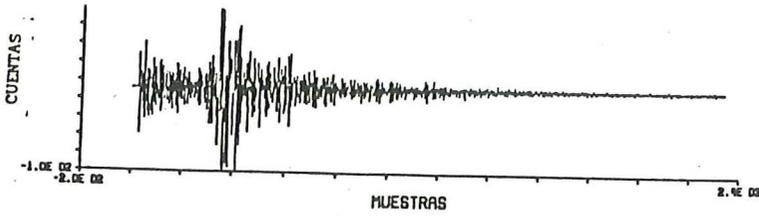
Fig. 4



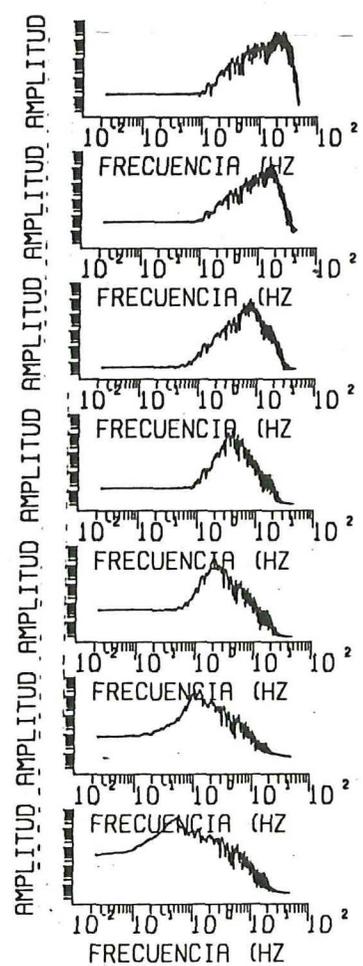
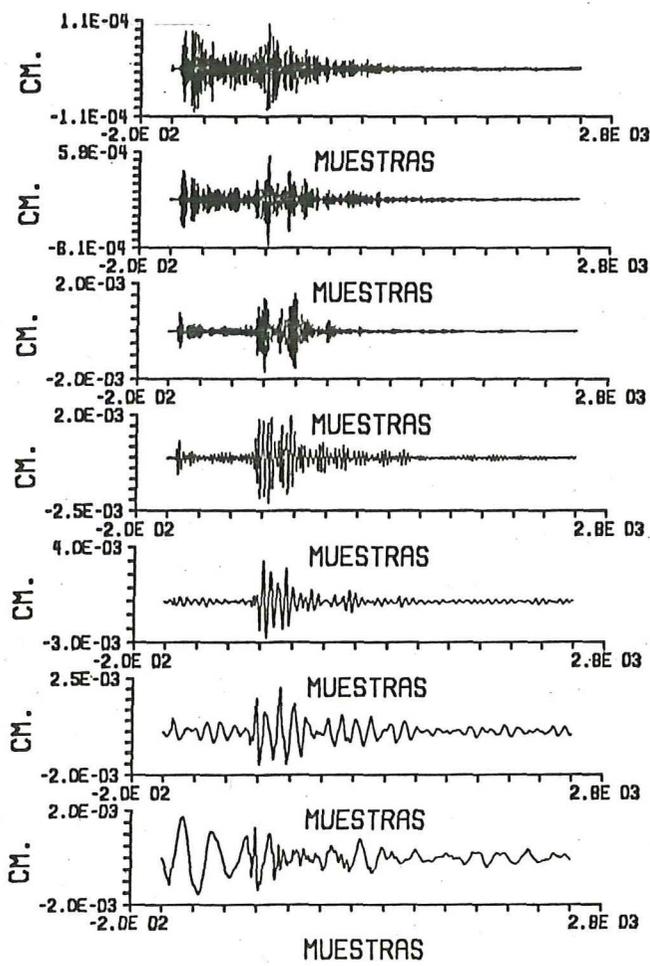
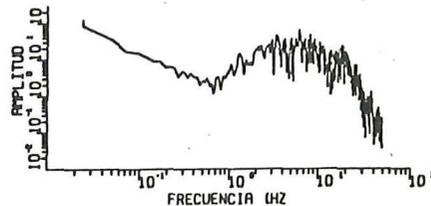
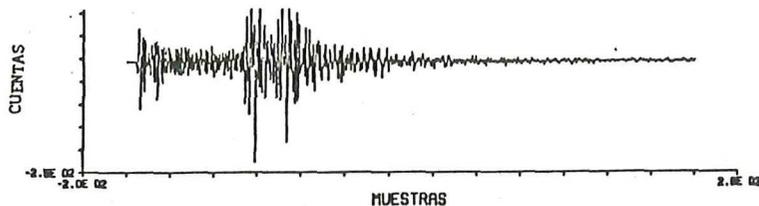
EVENTO 38



EVENTO 39



EVENTO 40



Así tenemos que

$$\langle f^2 \rangle (t) > = 2H\Delta f \text{ donde } \Delta f = (w_2 - w_1) / 2\pi$$

Entonces si se supone que $H(w/t)$ es constante en $w_2 < w < w_1$ y cero en cualquier otro lado, el valor RMS es $(2*(f_2 - f_1)^2 / 2)^{1/2}$ veces el espectro de amplitud. Por esto, basta con evaluar el valor RMS dentro de una ventana móvil en toda la duración del coda (a partir de dos veces el tiempo del viaje de la onda S hasta el final del registro, Rautian y Khaliturnin (1978) de cada serie para tener una estimación del espectro de amplitud en el tiempo y así poder expresar la ecuación 1, después de tomar logaritmo y sustituir $m=2$, como:

$$\log \langle h^2 \rangle_{f_j} (f/t)^{1/2} > = \log R (coda, i, j, f) - \log t^{-1} f t / Q_c \quad (9)$$

Donde:

$$R(coda, i, j, f) = 2 * \Delta f * S (coda, j, f) * F(coda, i, f)$$

$i=1, 2, \dots, I$ es el número total de estaciones
 $j=1, 2, \dots, J$ es el número total de eventos
 $t = t_1, t_2, \dots, t_n, \dots, t_{f_j}$ donde $t_n = t_{n-1} + 0.5$ en segundos
 t_1 es el inicio de la coda
 t_{f_j} es el final de la coda para el evento j

El bloque envolvente se encarga de calcular el valor RMS de toda la coda para cada una de las siete series que resultan del SDAE, así como de identificar este valor con su tiempo de viaje correspondiente.

Con esto se tiene un sistema sobredeterminado, tal que puede usarse un algoritmo que resuelve el problema que:

$$(j * I) \text{ ecuaciones } > (j + 1) \text{ incógnitas}$$

La ecuación (9) puede expresarse en forma matricial en la siguiente forma:

$$Y = X \underline{b} \quad (10)$$

b.6) Inversión y análisis de error

La solución en el sentido de cuadrados mínimos del sistema anterior de ecuaciones se consigue mediante la minimización de la cantidad escalar $\underline{e}^T \underline{e}$. Ya que:

$$\underline{y} = \underline{X} \underline{b} + \underline{e} \quad (11)$$

Donde \underline{b} es una estimación del vector \underline{b}

Para conseguir esta estimación del vector \underline{b} se hizo una inversión para cada frecuencia, mediante el algoritmo de Golub, el cual está implementado en el bloque INVERSION con las rutinas HECOMP y HOLVE (Lawson y Hauson, 1977) que se usan para triangularizar la matriz y para hacer la substitución hacia atrás, respectivamente.

Los errores de esta inversión se estimaron mediante la matriz de covariancia de \underline{b} . Ya que si \underline{b} es la estimación por cuadrados mínimos se tiene que:

$$\text{COV}(\underline{b}) = (\underline{b} - \underline{b}) (\underline{b} - \underline{b})^T = (\underline{X}^T \underline{V}^{-1} \underline{X})^{-1} = \sigma^2 (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \quad (12)$$

Donde $\underline{V} = \sigma^2 \underline{I}$, \underline{I} es la matriz identidad.

σ^2 es la variancia intrínseca de las observaciones y está relacionada a la suma de los cuadrados de los errores mediante la siguiente ecuación:

$$\| \underline{X} \underline{b} - \underline{y} \|^2 / 1 - k \quad (13)$$

Donde l y k son el número de renglones y columnas de la matriz \underline{X} , respectivamente.

III RESULTADOS

a) Presentación de resultados

Desde el principio de este estudio se ha argumentado sobre la última parte del sismograma. Sin embargo, aquí es necesario dilucidar a que se refiere cuando se menciona la última parte o "coda" de un sismograma: la figura 11 muestra la envolvente de cinco eventos con diferente distancia epicentral y magnitud, ya filtrados. Desde esta gráfica se puede caracterizar al comienzo de la coda en dos veces el tiempo de viaje de la onda S, pues desde allí hasta el final del registro se conserva el mismo decaimiento con el tiempo de esta envolvente. Este resultado está de acuerdo con la identificación de coda establecida por Rautian y Khalturin (1978).

Las figuras 12 (a-d) muestran el decaimiento regular de la coda en diferentes frecuencias, con lo cual se corroboran los resultados de Tsujiura (1978), Rautian y Khalturin (1978), en lo que respecta al término $P(w/t)$ del lado derecho de la ecuación 1, pues éste depende solamente del tiempo.

Los valores ajustados a Q_c y sus errores para cada uno de los conjuntos de envolventes en las diferentes frecuencias se han resumido en la tabla III. La figura 13 es una expresión gráfica de estos resultados, mostrando que la Q_c se incrementa con la frecuencia desde 54 a 2150 en el rango de 0.5 a 32.0 Hz con errores abajo del 10 por ciento.

Por otro lado, el haber corregido por el ancho de banda mediante la constante de proporcionalidad en la ecuación 9 y haber ajustado a 2 el factor "m" nos arroja un factor $R(\text{coda}, i, j, f)$ en $\text{cm}^{-3/2}\text{-seg}$ al que se le ha llamado factor de fuente (Aki y Chouet, 1975, Rautian y Khalturin, 1978) y que resulta igualmente desde el ajuste por cuadrados mínimos con errores menores que el 15 por ciento. La figura 14a muestra este factor para todos los eventos analizados (cada línea corresponde a un evento), las figuras 14 (b-d) muestran este factor para los eventos SJ, CAN y CT respectivamente.

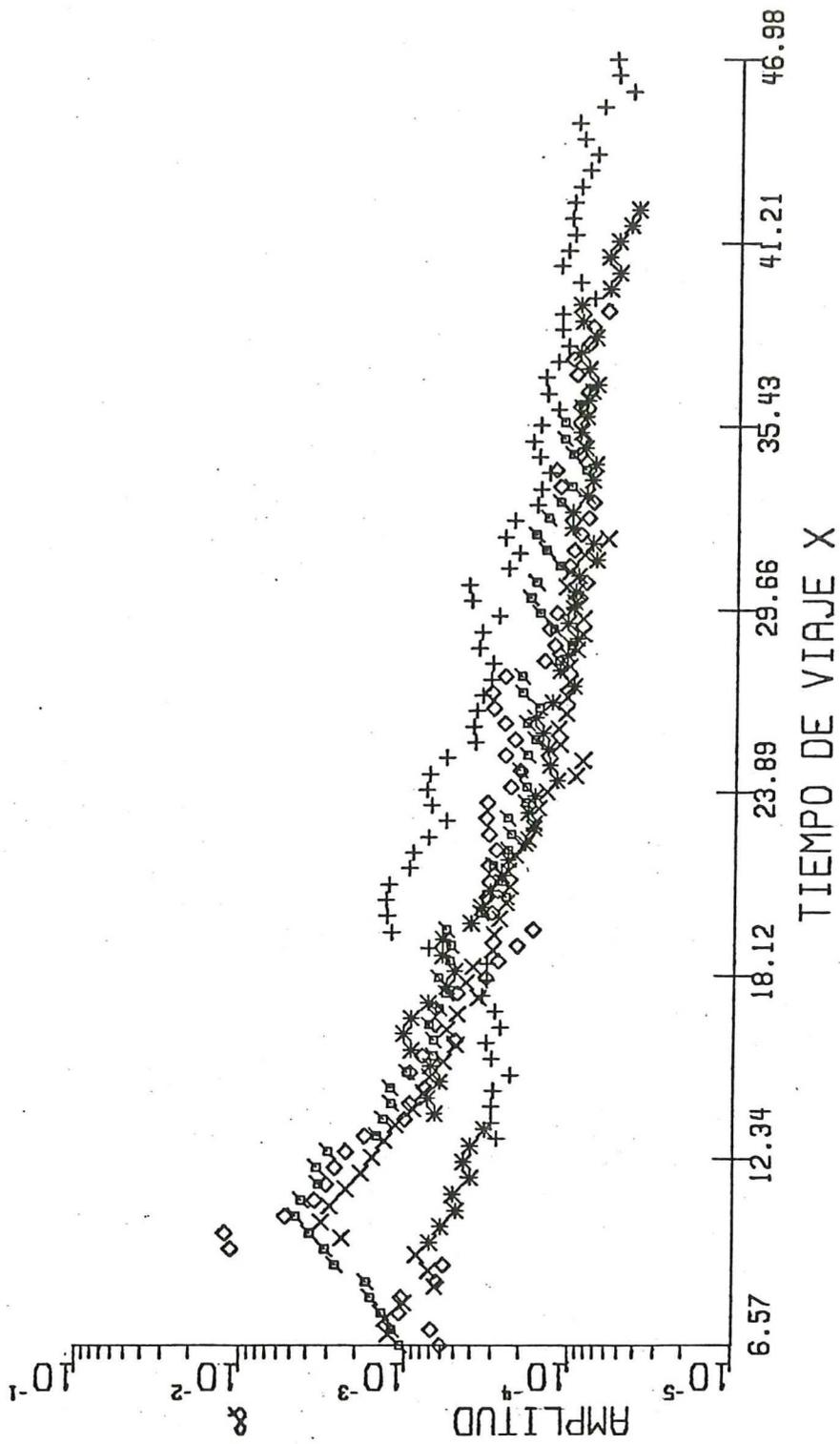


Figura 11. Definición del coda. Cada signo corresponde a un evento registrado a diferente distancia epicentral.

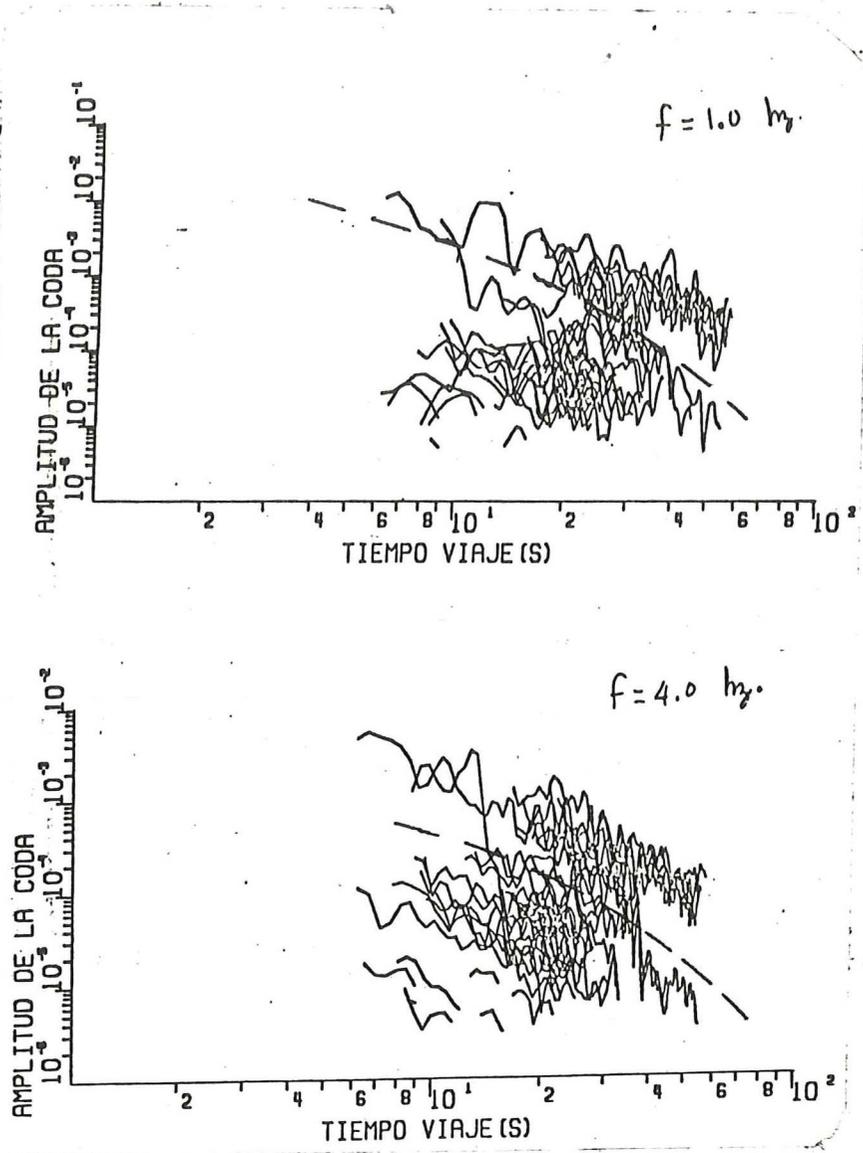
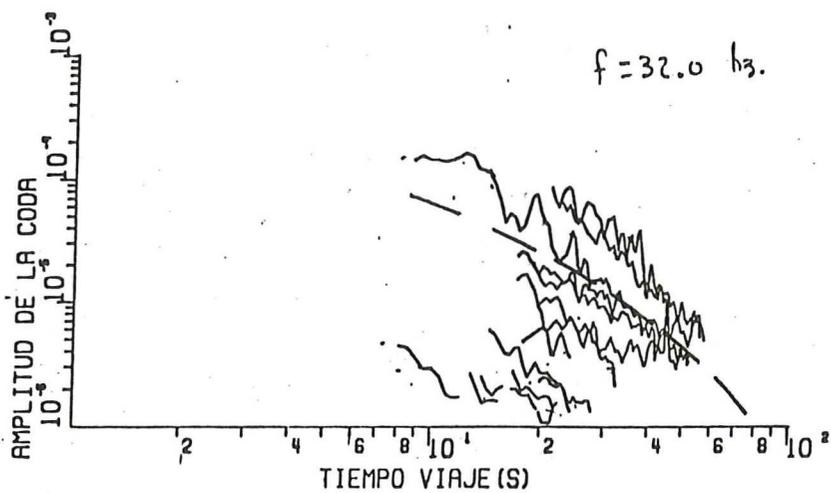
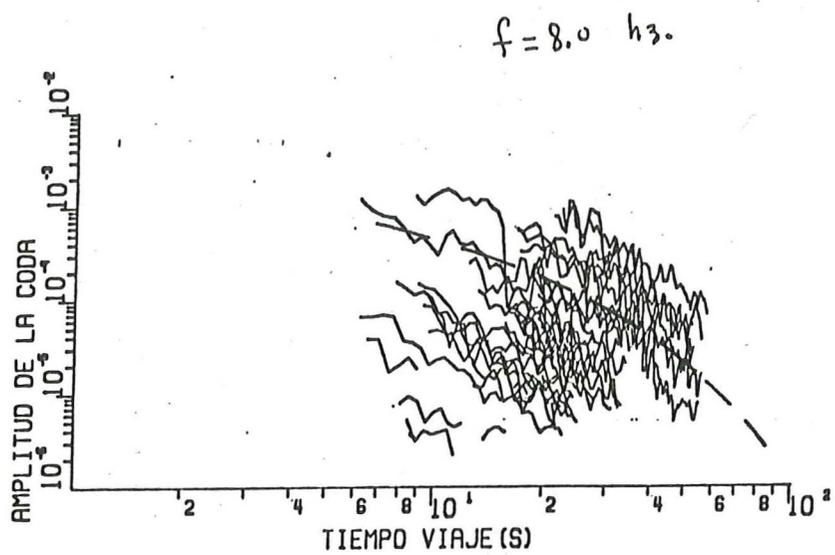


Figura 12. Decaimiento de la amplitud en las trazas decoda calculadas en 1., 4., 8. y 32. Hz. La línea a trazos representa una curva común obtenida por considerar simultaneamente todos los eventos para cada frecuencia y representa la función:

$$\begin{array}{ll}
 \log h_i = F_i - \log t - 0.2909 t & f = 1.0 \text{ hz} \\
 \log h_i = F_i - \log t - 0.5686 t & 2.0 \text{ hz} \\
 \log h_i = F_i - \log t - 0.7243 t & 8.0 \text{ hz} \\
 \log h_i = F_i - \log t = 0.4633 t. & 32.0 \text{ hz.}
 \end{array}$$



REGION DE OAXACA

f	0.5	1.0	2.0	4.0	8.0	16.0	32.0
Q_c	0.0187	0.0130	0.0071	0.0045	0.0029	0.0012	0.00046
	+0.0013	+0.0006	+0.0003	+0.0002	+0.00007	+0.00002	+0.00002

f es frecuencia en Hz.

Tabla III. Valores del factor Q_c en la ecuación (9) obtenido desde una estimación por cuadrados mínimos suponiendo un factor m igual 2.

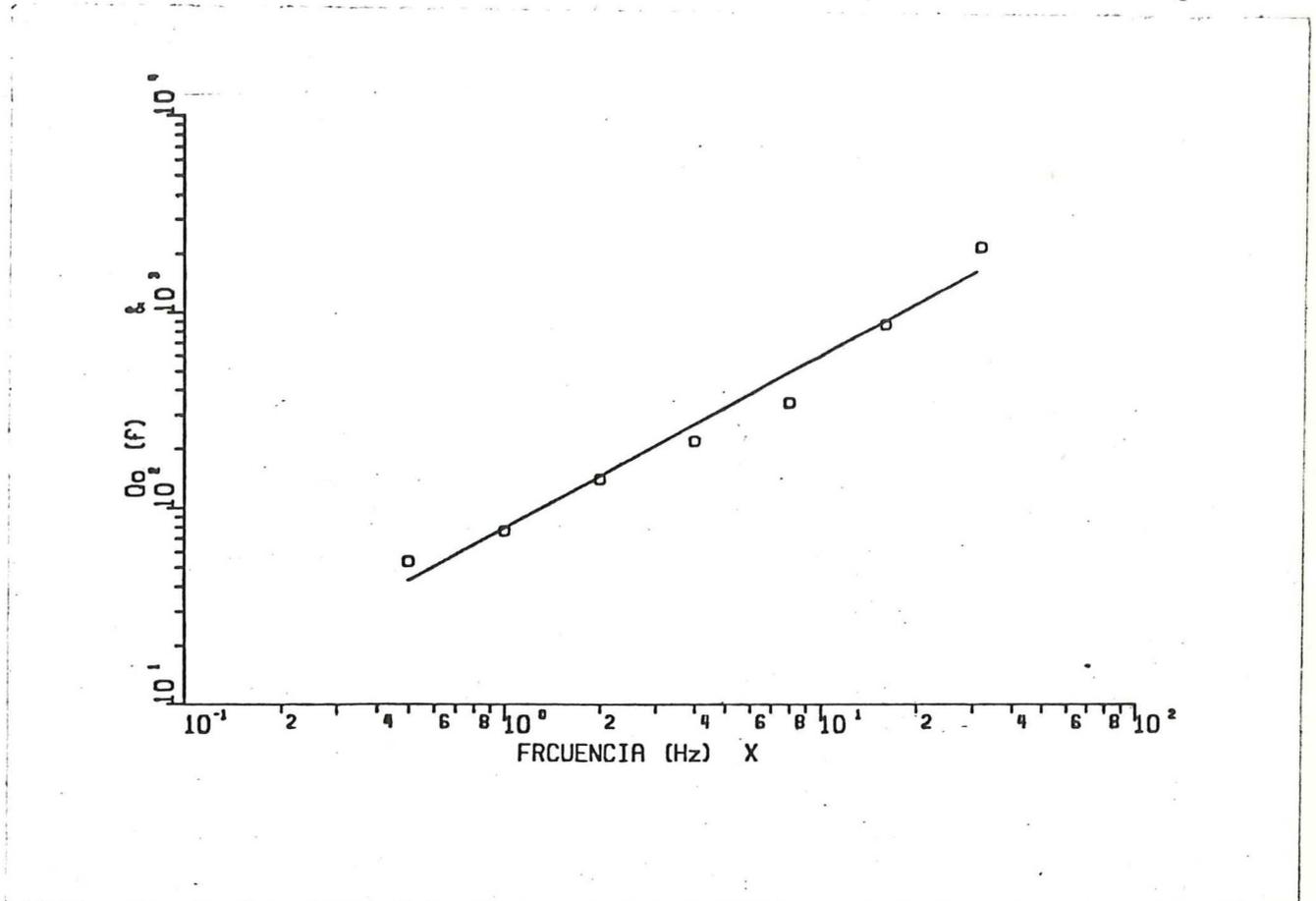


Figura 13. Valores de Q estimados del análisis de ondas de coda fijando el valor de $m=2$ en la ecuación (1). La línea continua representa un ajuste a estos valores de la forma $Q=qf^n$, q resulta ser de 79.5 y $n= 0.88$.

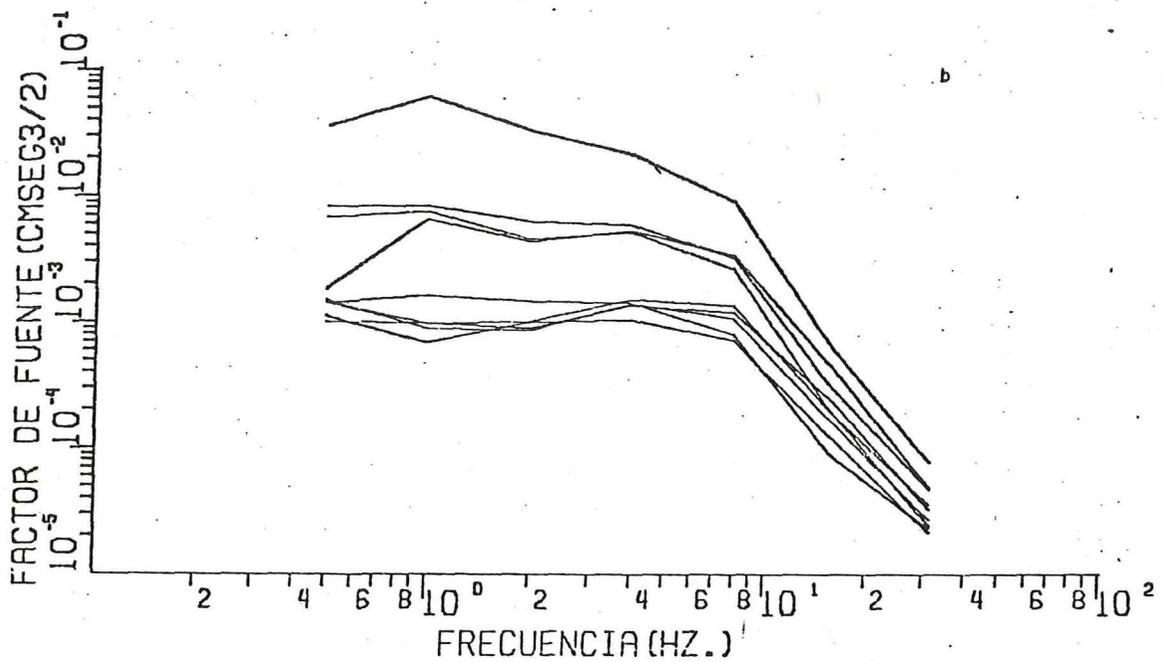
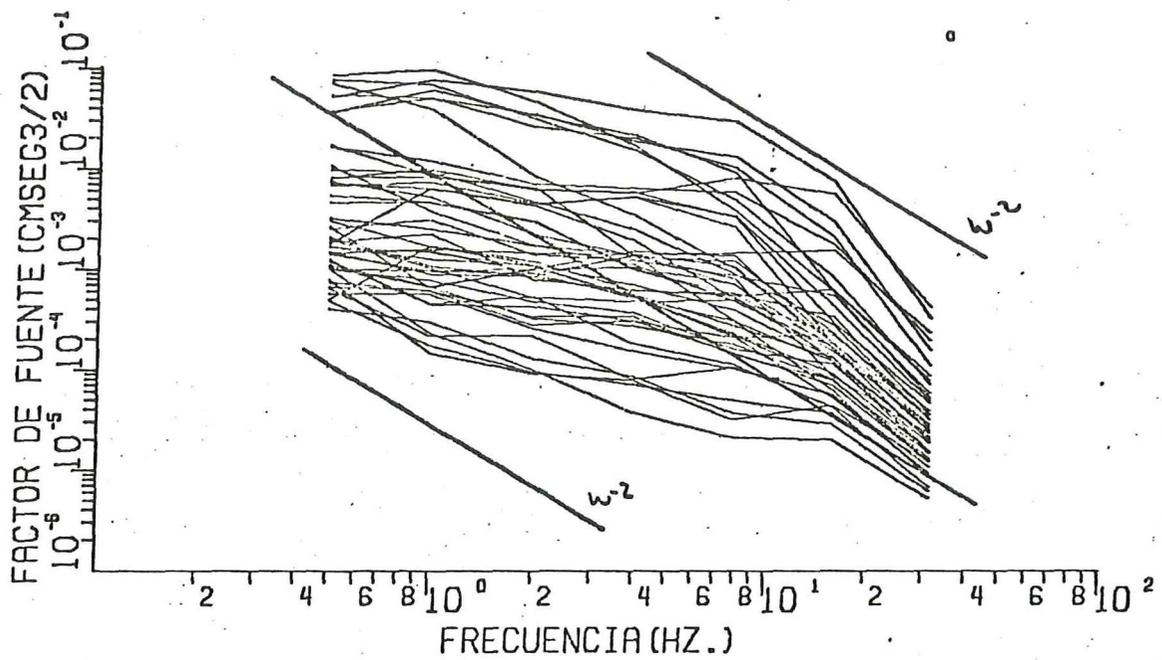
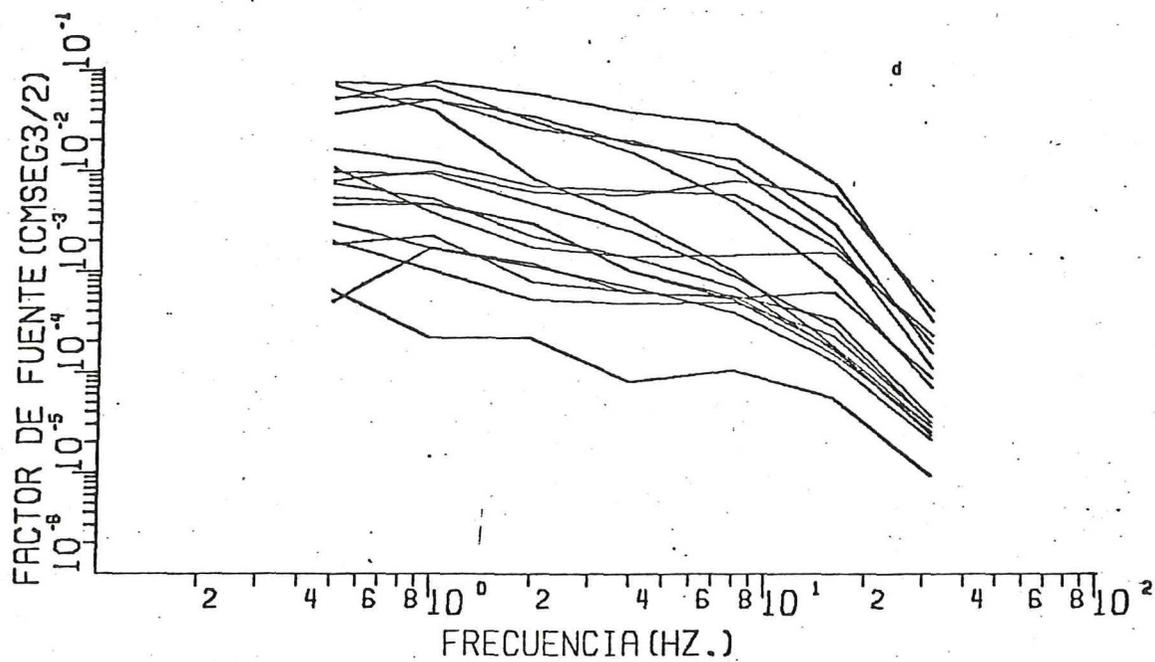
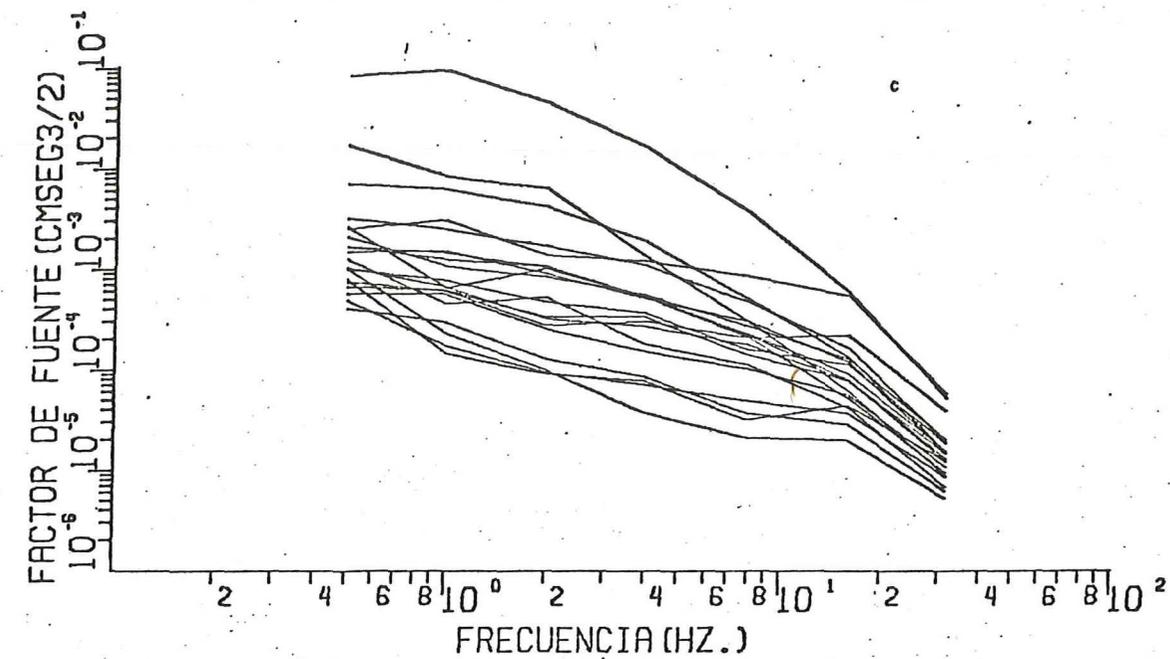


Figura 14. Factor de fuente de las ondas de coda en el rango de 0.5-32.0 Hz. a) en todas las estaciones, b) San Juanito c) Candelaria y d) Ceta.



En estas gráficas se observa en general un decaimiento regular con la frecuencia para SJ y CAN, mientras que en CT tienden a ser paralelas y más ricas en altas frecuencias.

Asimismo se puede comparar el factor de fuente $H(\text{coda}, \text{CAN}, j, f)$ para un evento registrado en CAN, con este factor del mismo evento pero registrado en CT, $H(\text{coda}, \text{CT}, j, f)$ y así obtener los efectos del sitio relativo a la estación CT de la siguiente manera:

$$\frac{H(\text{coda}, \text{CAN}, j, f)}{H(\text{coda}, \text{CT}, j, f)} = \frac{R(\text{coda}, \text{CAN}, j, f) P(f/t)}{R(\text{coda}, \text{CT}, j, f) P(f/f)} = \frac{S(\text{coda}, \text{CAN}, f)}{S(\text{coda}, \text{CT}, f)}$$

La tabla IV muestra los efectos de sitio relativos a la estación CT. En la figura 15 se observa que con respecto a CT este efecto decrece en SJ desde cinco veces en 0.5 Hz, hasta cero veces en 10 Hz y manteniéndose constante de 10 a 32 Hz sin embargo, para CAN el aumento es en una banda de frecuencia bien definida entre 2 y 10 Hz.

b) Discusión de resultados

Los valores absolutos de la función $P(f/t)$, $S(\text{coda}, i, j, f)$ y $F(\text{coda}, i, f)$ no se pueden determinar con este método de análisis debido a los efectos desconocidos de la dispersión, sin embargo, la dependencia de $P(f/t)$ con el tiempo (forma), se determinó en forma única. Ahora, ya que los resultados correspondientes a la forma de la envolvente de la coda (fig 12) corroboran la suposición de Aki (1969), la cual argumenta que la forma de la envolvente es independiente de la localización epicentral, profundidad de foco, detalles de la trayectoria directa entre fuente y receptor así como con la magnitud del terremoto; así pues, la forma depende solamente del tiempo de viaje y los valores en la tabla III serán una estimación de las propiedades promedio de atenuación del área.

Los efectos de sitio relativos a la estación CT (tabla IV), son de uso en ingeniería sísmica y zonificación sísmico.

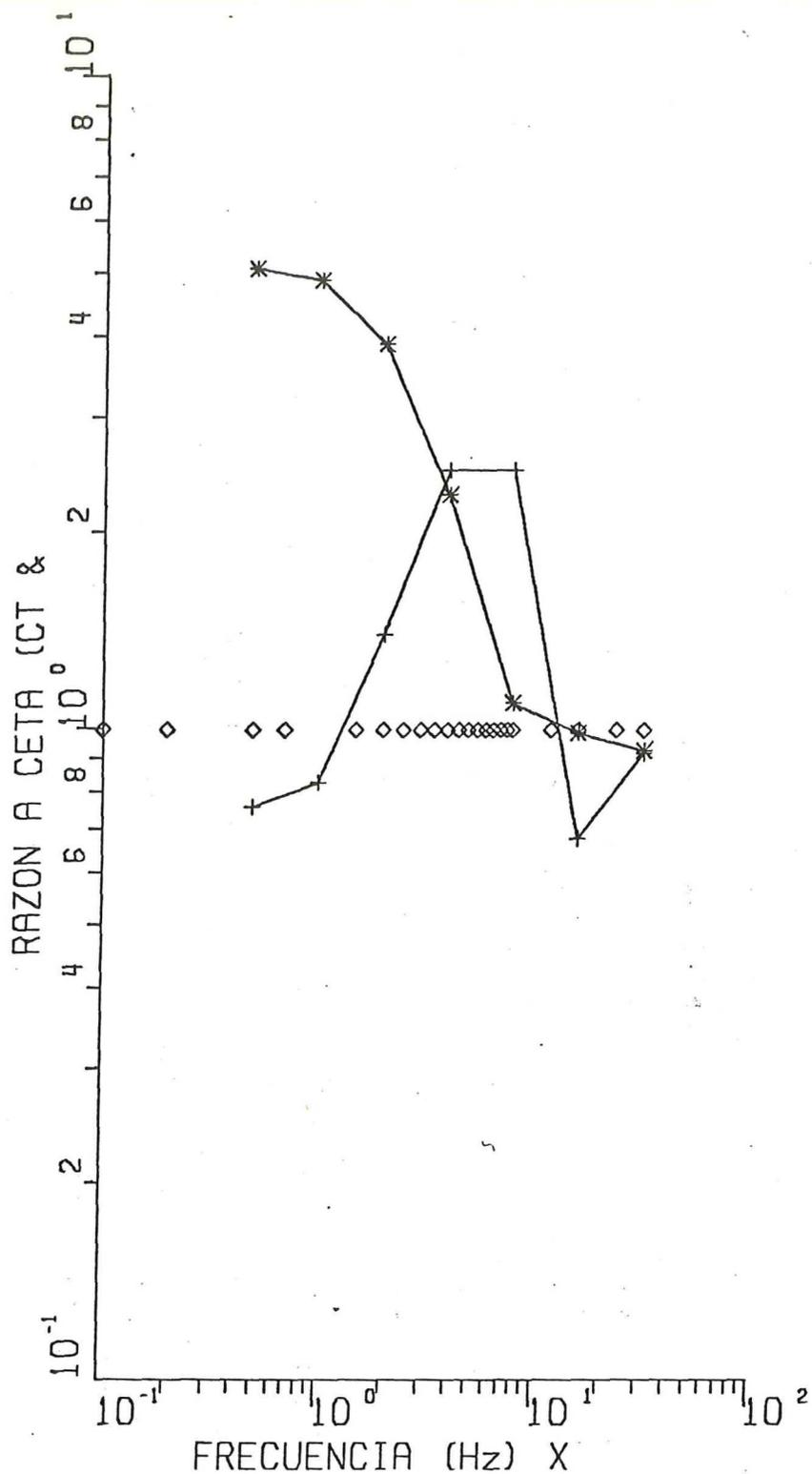


Figura 15. Factor de sitio relativo a la estación CETA.
El * corresponde a SANNJUANITO y + a la esta
CANDELARIA.

REGION DE OAXACA

EFECTO DE SITIO

Estación	f	0.5	1.0	2.0	4.0	8.0	16.0	32.0
CAN		0.76	0.83	1.4	2.5	2.5	0.7	0.9
SJ		5.1	4.9	3.9	2.3	1.1	0.9	0.9
CT		1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

f es frecuencia en Hz.

Tabla IV. Excitación relativa de la Coda dependiente de la frecuencia en tres estaciones temporales para la región de Oaxaca.

Chouet et al, (1978) y Rautian y Khalturin, (1978) han desarrollado una técnica para calcular la ley de escalamiento (como crece el espectro con respecto a la magnitud del terremoto) del espectro de la fuente de ondas S mediante el uso de los efectos de fuente S (coda, j, f). Resultaría interesante que los efectos de fuente calculados en este estudio fueran utilizados en ese sentido, pues como menciona Tsujiura, (1978) estas observaciones contribuirán a encontrar variaciones temporales en las condiciones de la fuente y en las propiedades de atenuación, las cuales pueden, eventualmente, dar algún conocimiento para la predicción de terremotos.

IV. LITERATURA CITADA

Acosta Chang, J. 1980. Estudio de atenuación sísmica en el área del terremoto de Oaxaca del 19 de noviembre de 1978. Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y Educación Superior en Ensenada, B.C. México.

Aki, K. 1956. Correlogram analysis of seismograms by means of a simple automatic computer. *J. Phys. Earth*, 4:71-9.

Aki, K. 1969. Analysis of the seismic coda of local earthquake as scattered waves. *J. Geophys. Res.*, 74 615-631.

Aki, K. y B. Chouet 1975. Origin of coda waves: sources attenuation and scattering effects, *J. Geophys. Res.*, 3222-2242

Aki, K. 1978. Attenuation of shear waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 Hz. *Phys. Earth Planet Interiors*, 21:50-60

Aki, K. 1980. Scattering and attenuation of shear waves in the lithosphere, *J. Geophys. Res.*, 85:6496-6504.

- Byerlde, J.D. (1967). Frictional characteristics of granite under high confining pressure, J. Geophys. Res. 72, 3639-3648.
- Byerlde, J.D. y W.F. Brace (1968). Stick slip, stable sliding, and earthquakes-effect of rock type, pressure, strain rate, and stiffness, J. Geophys. Res. 73, 6031-6038.
- Chernov, L. 1965. Waves propagation in a random medium. Traducido del ruso por R.A. Silverman. Dover Books, New York.
- Chouet, B. 1976. Source, scattering and attenuation effects on high frequency seismic waves. Tesis doctoral en el Massachusetts Institute of Technology. Cambridge Massachusetts.
- Clearbout, J. 1976. Introduction to geophysical data processing Cap 2, Mc Graw Hill Book Co., 273 pp.
- Griollot, R.L. 1975. Calculation of the magnetotelluric tensor impedance: Analysis of band limited MT signal pair
- García, R. 1965. El teorema de superposición. Asoc. Mex. Geof. Expl. 5: 15-36.
- Hermann B.R. 1980. Estimates using the coda of local earthquakes. Bull. Seismol. Soc. of Am. 70: 447-448
- Kulhanek O. 1976. Introduction to digital filtering in geophysics developments in solid earth geophysics. Cap 2. Elsevier Scientific Publ. Co., Amsterdam.
- Lawson, Ch., R. Hanson 1977. Solving least squares problems. Cap. 8 Prentice Hall Inc.
- Ponce, L. 1979. El terremoto de Oaxaca ocurrido el 29 de noviembre de 1978 y las investigaciones sismológicas del Instituto de Geofísica de la UNAM. Informe del Instituto de Geofísica UNAM. Ciudad Universitaria México.

Reyes Zamora, A., J. González, L. Munguía y J. Brune 1979. Estudio de réplicas de los temblores de Colima (30 de enero de 1973) y Oaxaca (29 de noviembre de 1978). Informe del Departamento de Geofísica del CICESE. Ensenada, B.C. México

Rautian, T.G. y V.I. Khalturin 1978. The use of the coda for determination of the earthquakes source spectrum. Bull. Seismol. Soc 68:923-948

Rautian, T.G., V.I. Khalturin, V.G. Martinov y P. Molnar 1978. Preliminary analysis of the spectral content of P and S waves from local earthquakes in the Garm, Tadjikistan región, Bull Seism. Soc. Am. 68:949-971.

Thatcher, W. y T.C. Hanks 1973. Source parameters of Southern California earthquakes. J. Geophys Res. 78:8547-8576

Treitel S y E.A. Robinson 1964. The stability of digital filters. IEEE Trans. Geosc. Electron V(GE-2): 6-18

Tsujiura, M. 1966. Frequency analysis of seismic waves (1). Bull. Earthquakes Res. Ins. 44:873-873-891

Tsujiura, M. 1978. Spectral analysis of the coda waves from local earthquakes. Bull. Earthq. Res. Inst., 53:1-48

Wyss, M. y J.N. Brune 1971. Regional variations of source properties in Southern California estimated from the ratio of long to short period amplitud Bull. Seism. Soc. Am. 61, 1153-1168.

APENDICE I

Los modelos que se describen a continuación ofrecen interpretación cuantitativa del coda.

Supóngase que tanto el receptor como la fuente están en la misma posición, entonces el modelo de dispersión sencilla, propone que las ondas del coda están formadas por la síntesis de ondas independientes, las cuales regresan después de haber sido dispersadas en forma sencilla por heterogeneidades. Así pues, si $H(w/t)$ es la transformada de Fourier del desplazamiento en la estación producido por una onda que ha regresado a causa de un dispersor que se encuentra a la distancia r del receptor y $N(r)$ es el número de dispersores que se encuentran dentro del anillo circular o esférico de radio r , la energía que lleva la síntesis de las ondas que regresan desde esta región situada en $(r, r+\Delta r)$, al tiempo $(t, \Delta t)$ será Δt veces la densidad espectral de potencia y es igual a:

$$H(w/t) \Delta t = dN/dr \{ \Delta r |U(w/r)|^2 \} \quad A1$$

Donde $|U(w/r)|^2$ es la amplitud espectral de una onda secundaria dispersada a la distancia r . Esta amplitud debe ser corregida por dispersión geométrica y por la pérdida fraccional de energía $-\Delta E/E$, atendiendo a la distancia viajada y a la anelasticidad del medio, respectivamente. Para ondas de cuerpo u ondas superficiales, tenemos:

$$|U(w/r)| = |U(w/r_0)| (r_0/r)^2 \exp(-wt/Q) \quad \text{Ondas de cuerpo} \quad A2$$

$$|U(w/r)| = |U(w/r_0)| (r_0/r)^{\frac{1}{2}} \exp(-wt/Q) \quad \text{Ondas superficiales} \quad A3$$

Donde r_0 es una distancia de referencia

Sustituyendo las relaciones anteriores, así como el valor de $dN/dr(\Delta r)$ y suponiendo una densidad η de dispersores por unidad de volumen o superficie se tiene:

$$H(w/t) = |U(w/r_0)|^2 8r_0^2 \pi \eta v^{-1} t^{-2} \exp(-wt/Q) \quad A4$$

$$H(w/t) = |U(w/r_0)|^2 2r_0^2 \pi \eta t^{-1} \exp(-wt/Q) \quad A5$$

Que son de la forma:

$$H(w/t) = F(w) P(w/t) \quad A6$$

Después de experimentar con datos de California, Japón y Noruega, Aki y Chout (1975), consolidan este modelo y se crea otro llamado de Difusión el cual se describe a continuación.

El modelo de dispersión múltiple o de difusión propone que el fenómeno se comporta como un proceso de difusión, dado el gran número de trayectorias posibles en una tierra heterogénea. Así entonces, el proceder de la densidad de energía sísmica se puede aproximar por la ecuación de difusión.

$$\delta E / \delta t - D \nabla^2 E = 0 \quad A7$$

Donde D es la difusividad

Sin embargo, aquí también es necesario corregir por la disipación de energía debida a la anelasticidad de la tierra, entonces la conservación de energía de una ecuación modificada de difusión en la que se incluye disipación lineal:

$$\delta E / \delta t - D \nabla^2 E - wE/Q = 0 \quad A8$$

La solución a esta ecuación para una fuente puntual en espacio y tiempo está dada por:

$$E(x,t,w) = W(w) / (4\pi Dt)^{3/2} \exp(-x^2 y^2 + z^2 / 4Dt) * \exp(-wT/Q) \quad A9$$

Donde $W(w)$ es la energía sísmica generada por el evento sísmico

En distancias cortas, tiempos largos y recordando que: $\delta^2 w^2 H(w/t) = E(o, t, w)$ se tiene:

$$H(w/t) = W(w)/w(4\pi Dt)^{3/2} (\exp(-wt/Q)) \quad A10$$

Que deviene nuevamente en la forma:

$$H(w/t) = S(w)P(w/t)$$

APENDICE 2

Los filtros racionales pueden ser aplicados a series de tiempo en dos formas:

- a) Construcción de algoritmos de recursión de Shanks (1967)
- b) Uso del algoritmo de recursión de Levinson. Clearbout (1976)

En este estudio se siguió el método de Shanks pues el cambio secuencial de la frecuencia redundaría en más tiempo de computadora. A continuación se describe el procedimiento seguido con $H(z)$ y así queda ilustrada la técnica propuesta por Shanks (1967).

La ecuación que rige la base de la teoría de los sistemas lineales éstos es, que la salida de un sistema lineal puede ser expresada como la convolución de la entrada con la respuesta al impulso del sistema es la siguiente:

$$Y(z) = B(z)*X(z) \quad B1$$

Donde $X(z)$ es la entrada, $Y(z)$ es la salida y $B(z)$ es la respuesta al impulso

$$B(z) = (z+1)(z-1)/(z-c)(z-\bar{c})$$

tenemos que:

$$Y(z) = (z-1)(z+1)X(z)/(z-c)(z-\bar{c})$$

Multiplicando a los dos lados por el denominador del lado derecho:

$$(c\bar{c} - (c+\bar{c})z + z^2)Y(z) = (-1+z^2)X(z)$$

Despejando $Y(z)$:

$$Y(z) = 1/c\bar{c} (a(z)X(z) - d(z)zY(z))$$

Donde $a(z) = -1+z^2$ y $d(z) = -(c+\bar{c}) + z$

En el término $zY(z)$ se nota el porqué de la palabra recursión, pues z es la unidad de retraso unitario.