

TESIS DEFENDIDA POR
Jacobo Gómez Agis
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Vitali Kober
Director del Comité

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva
Miembro del Comité

Dr. Andrei Tchernykh
Miembro del Comité

Dr. Josué Álvarez Borrego
Miembro del Comité

Dr. Pedro Gilberto López Mariscal
*Coordinador del programa en
Ciencias de la computación*

Dr. Edgar Gerardo Pavía López
Director de Estudios de Posgrado

23 de Agosto de 2007

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

**FILTRADO ADAPTATIVO LOCAL EN EL DOMINIO DE LAS TRANSFORMADAS
DESLIZANTES**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

JACOBO GOMEZ AGIS

Ensenada, Baja California, México, Agosto del 2007.

RESUMEN de la tesis de **Jacobo Gómez Agis**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS en CIENCIAS DE LA COMPUTACION. Ensenada, B. C. Agosto del 2007.

FILTRADO ADAPTATIVO LOCAL EN EL DOMINIO DE LAS TRANSFORMADAS DESLIZANTES

Resumen aprobado por:

Dr. Vitali Kober
Director de tesis

El filtrado adaptativo local en el dominio de transformadas deslizantes para la supresión de ruido, restauración de imágenes, realce con preservación de bordes y detalles representa un avance sustancial en el desarrollo de técnicas en el procesamiento de señales e imágenes, gracias a su robustez a las imperfecciones de la señal, y adaptabilidad local (en el contexto de sensibilidad). Los filtros locales en el dominio de una transformada ortogonal en cada posición de una ventana en movimiento modifican los coeficientes transformados de la señal para obtener una estimación del píxel central de la ventana. La selección de una transformada ortogonal deslizante para el procesamiento de señales depende de varios factores. La Transformada discreta del coseno (TDC) es una de las transformadas más apropiadas con respecto a la estimación de potencia espectral de la imagen observada, la cual es requerida para el filtraje local, el diseño del filtro, y la complejidad computacional de la implementación del filtro. Se deriva un estimador del mínimo error cuadrático medio en el dominio de la TDC deslizante para la supresión de ruido y restauración. Este estimador está basado en la transformada rápida de la TDC deslizante inversa. El realce de contraste local es realizado mediante la modificación no lineal de coeficientes locales de la TDC con ruido. Para proporcionar al procesamiento de imagen un mejor desempeño, un algoritmo rápido recursivo para el cálculo de la TDC deslizante es utilizado. El algoritmo esta basado en una relación recursiva entre 3 espectros subsecuentes locales de la TDC. En los experimentos fueron utilizadas imágenes reales, y los resultados obtenidos son discutidos.

Palabras clave: Filtros adaptativos locales, algoritmos recursivos, realce de imagen, restauración de imagen.

ABSTRACT of the thesis presented by **Jacobo Gomez Agis** as a partial requirement to obtain the MASTER OF SCIENCE degree in COMPUTER SCIENCES. Ensenada, Baja California, Mexico. August 2007

LOCAL ADAPTIVE IMAGE PROCESSING IN A SLIDING TRANSFORM DOMAIN

Abstract approved by:

Dr. Vitali Kober
Thesis director

Local adaptive filtering in a sliding transform domain for noise suppression, image restoration and enhancement with preservation of edges and detail boundaries represents a substantial advance in the development of signal and image processing techniques, thanks to its robustness to signal imperfections, local adaptivity (context sensitivity). Local filters in the domain of an orthogonal transform at each position of a moving window modify the orthogonal transform coefficients of a signal to obtain only an estimate of the central pixel of the window. The choice of orthogonal transform for sliding signal processing depends on many factors. The discrete cosine transform (DCT) is one the most appropriate transform with respect to the accuracy of power spectrum estimation from the observed data that is required for local filtering, the filter design, and computational complexity of the filter implementation. A minimum mean-square error estimator in the domain of a sliding DCT for noise removal and restoration is derived. This estimator is based on a fast inverse sliding DCT transform. Local contrast enhancement is performed by nonlinear modification of noised local DCT coefficients. To provide image processing at a high rate, a fast recursive algorithm for computing the sliding DCT is utilized. The algorithm is based on a recursive relationship between three subsequent local DCT spectra. Computer simulation results using real images are provided and discussed.

Keywords: Local adaptive filters, recursive algorithms, image enhancement, image restoration.

Dedicatoria

A la memoria de mi padre

Fausto Gómez Banda

Que se encuentre descansando en santa gloria, con todo mi amor, cariño y respeto.

A mi madre

Rosa Maria Agis Hernández

Con todo mi corazón, por su gran amor y apoyo incondicional.

A mis hermanos

Fausto y Carlos

Por ser mis mejores amigos además de ser junto con mis padres las personas que más quiero.

Agradecimientos

A Dios

A mi Padre, quien me enseñó las primeras lecciones de vida y quien siempre me enseñó ser perseverante ante cualquier dificultad.

A mi madre por su inmenso amor, paciencia, y entrega durante mi maestría.

A mis hermanos Carlos y Fausto, por su apoyo moral, gran generosidad y por ser un ejemplo a seguir por mí.

A mi director de trabajo el Dr. Vitali Kober por otorgarme su apoyo, y confianza para la realización de este trabajo.

A los miembros de mi comité Josué Álvarez, Hugo Hidalgo, y Andrei Tchernik por sus valiosas observaciones.

A todos mis amigos y compañeros de grupo: Miguel Ángel (el gandul), Mario (el chango león), Noe Contreras (el cura), Noe Isaac (el Torito), Bernardino (el bernáculo), Gilberto (el Borrego), Ariel (el ariete), Carlos (el Caloca), Argelia (Argeliux), Edna, Daría, y Giovanna.

A mis cuates de Optica, Ecología y Ciencias de la tierra: Melba, Noemí, Alejandra, Arelí, Gemma, Adriana, y Juan Carlos.

A todos mis compañeros y profesores cicesenses, y todas aquellas personas que se me olvido mencionar.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico que recibí de su parte durante estos 2 años

Tabla de contenido

Capítulo	Página
Resumen	ii
Abstract	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Tabla de contenido	vi
Lista de Figuras	viii
Lista de Tablas	xi
Tabla de símbolos	xii
I. Introducción	
I.1. Antecedentes y Motivación.....	1
I.2. Objetivos de la investigación.....	4
I.2.1 Objetivo general.....	4
I.2.2 Objetivos específicos.....	5
I.3. Metodología de la investigación.....	5
I.4. Organización de la Tesis.....	8
II. Fundamentos	
II.1. Introducción.....	10
II.2. Función impulso y sistemas lineales e invariantes.....	13
II.3. Transformada Discreta de Fourier (TDF).	17
II.4. Propiedades de la transformada de Fourier.....	19
II.5. Transformada discreta de coseno (TDC).	24
II.6. Filtrado adaptativo local.....	31
II.7. Medidas de desempeño.....	34
III. Técnicas de Restauración de imágenes	
III.1. Introducción.....	36
III.2. Degradaciones y ruido.....	37
III.3. Modelos de observación de imágenes.....	38
III.4. Modelos de formación de imágenes.....	40
III.5. Ruido en imágenes.....	44
III.6. Señales aleatorias.....	46
III.7. Técnicas de restauración en el dominio de la frecuencia.....	50
III.7.1. Filtro inverso.....	50
III.7.2. Filtro pseudo inverso.....	52
III.7.3. Filtro Wiener.....	52
III.7.4. Filtro Cuadrático de Restricciones Mínimas.....	55
III.7.5. Filtros de Media Geométrica.....	56
III.8. Estimación de parámetros de imagen.....	57
III.8.1. Estimación de ruido aditivo en señales.....	57
III.8.2. Propuesta de prefiltrado.....	61
III.8.3. Estimación de degradación de movimiento horizontal lineal.....	62

Tabla de contenido (Continuación)

Capítulo	Página
IV. Técnicas de Realce de imágenes	
IV.1. Introducción.....	66
IV.2. Funciones de filtros.....	67
IV.2.1. Filtro pasa-bajas.....	67
IV.2.2. Filtro butterworth pasa-bajas.....	70
IV.2.3. Filtro pasa-altas.....	71
IV.2.4. Filtro butterworth pasa-altas.....	72
IV.3. Modelo de reflectancia e iluminación.....	73
IV.4. Filtrado homomórfico.....	74
IV.5. Filtro raíz.....	76
V. Filtrado adaptativo local en el dominio de transformadas deslizantes	
V.1. Introducción.....	79
V.2. Algoritmos rápidos para el cálculo de transformada discreta del coseno deslizante.....	82
V.3. Algoritmos rápidos para el cálculo de transformada discreta del coseno deslizante inversa.....	84
V.4. Restauración de la imagen en el dominio de la TDC deslizantes.	85
V.4.1. Restauración adaptativa local de imágenes.....	89
V.5. Experimento de la restauración de imágenes y comentarios.....	91
V.6. Realce de la imagen en el dominio de la TDC deslizantes.....	101
V.6.1. Filtro de raíz adaptativo local.....	103
V.6.2. Filtro homomórfico adaptativo local.....	105
V.7. Experimentos del realce de imágenes y comentarios.....	108
VI. Conclusiones y trabajo futuro	
V.1. Sumario.....	118
V.2. Conclusiones finales.....	119
V.3. Trabajo futuro.....	120
Bibliografía	121

Lista de Figuras

Figura		Página
1	Tipo de operaciones sobre imágenes	11
2	Diagrama esquemático de la Transformada de Fourier en una señal.....	17
3	Cálculo de la TDF en 2-D, a través de transformadas en 1-D.....	21
4	Ilustración de la creación de $u_c(m,n)$ a partir de $u(m,n)$	28
5	Extensión periódica de $u_c(m,n)$	28
6	Filtrado adaptativo local en el dominio de la frecuencia.....	32
7	Sistema digital de restauración de imagen.....	37
8	Modelo de degradación homogénea.....	39
9	Modelo de degradación no homogénea	40
10a	Características del filtro Wiener. $H=1$	54
10b	Características del filtro Wiener $S_{nn}=0$	54
11	Función de auto correlación de la imagen ruidosa observada.....	59
12	Función de auto correlación extrapolada de la imagen ruidosa Observada.....	60
13	Varianza de ruido estimada aplicando la ecuación (115).....	61
14	Ejemplo de respuesta en frecuencia de la PSF movimiento lineal $L=3$ píxeles desplazados, $N=256$ muestras de la PSF.....	63
15	Logaritmo de la magnitud del espectro de imagen degradada por un movimiento lineal de 3 píxeles. Picos negativos en $m_0=64$, $m_1=128$, $m_2=192$, $N=256$ muestras.....	64
16	Esquema del filtrado y realce en el dominio de la frecuencia.....	67

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
17a Perspectiva 3D de una función de transferencia filtro ideal pasa-bajas.....	69
17b Sección cruzada del filtro filtro ideal pasa-bajas.....	69
18a Filtro Butterworth pasa-bajas.....	70
18b Sección cruzada radial para $n=1, 2, 3, 4$	70
19a Perspectiva 3D de una filtro ideal pasa-altas.....	71
19b Sección cruzada del filtro ideal pasa-altas	71
20a Filtro Butterworth pasa-altas.....	72
20b Sección cruzada radial para $n=1$	72
21 Enfoque del filtrado homomórfico para el realce de imagen.....	76
22a Matriz de covariancia de una señal ruidosa.....	88
22b Transformada coseno discreta de la matriz de covariancia.....	88
23 Diagrama de bloques del método propuesto para la restauración de imagen	91
24 Imagen original.....	92
25 Imagen con degradación variante espacialmente.....	92
26 Restauración utilizando el método Wiener global.....	93
27 Restauración adaptativa local en dominio de la TDC deslizante....	94
28 Pérdidas de detalles usando método global.....	94
29 Pérdidas de detalles usando método adaptativo	95
30 Desempeño de los algoritmos de restauración en términos del MSE contra desviación estándar de ruido.....	95

Lista de Figuras (Continuación)

31	Imagen original.....	96
32	Imagen con degradación invariante espacialmente.....	97
33	Restauración utilizando método Wiener global.....	98
34	Restauración adaptativa local en dominio de la TDC deslizante....	98
35	Pérdidas de detalles usando método global.	99
36	Pérdidas de detalles usando método adaptativo.....	99
37	Diagrama de bloques de realce adaptativo local usando filtro raíz	104
38	Diagrama de bloques del realce adaptativo local usando filtraje homomórfico.....	107
39	Imagen original.....	109
40	Imagen ruidosa.....	109
41	Imagen prefiltrada con método global.	110
42	Imagen prefiltrada con método adaptativo.....	110
43	Imagen realzada mediante filtro raíz global.....	111
44	Imagen realzada mediante filtro raíz adaptativo local.	111
45	Imagen realzada mediante filtro homomórfico global.....	112
46	Imagen realzada mediante filtro homomórfico adaptativo local.....	112
47	Imagen original.....	113
48	Imagen realzada mediante filtro raíz global.....	114
49	Imagen realzada mediante filtro raíz adaptativo local.....	114
50	Imagen realzada mediante filtro homomórfico global.	115
51	Imagen realzada mediante filtro homomórfico adaptativo local....	115

Lista de Tablas

Tabla		Página
I	Ejemplos de modelos espacialmente invariantes	41
II	Propiedades de la SDF de secuencias aleatorias reales	49
III	Número de operaciones aritméticas para calcular la TDC deslizante	84

Tabla de símbolos

(x, y)	Coordenadas en el espacio continuo de la imagen
(u, v)	Coordenadas en el espacio discreto de la imagen
$h(m, n)$	Respuesta al impulso
$c(k, l)$	Transformada de coseno de la imagen de entrada
$F(u, v)$	Transformada de Fourier de la imagen de entrada
$\hat{F}_F(k)$	Transformada de Fourier de la señal de entrada extendida
$F^{c(2)}(k)$	Transformada discreta del coseno de la señal de entrada
*	Convolución circular
$H^*(u, v)$	Complejo conjugado de H
$R(m, n)$	Auto correlación de imagen observada
$R_0(m, n)$	Auto correlación de imagen sin ruido
$R_n(m, n)$	Auto correlación de ruido
\bar{X}_s^k	Coefficientes modificados en el dominio TDC deslizante
X_s^k	Transformada discreta del coseno deslizante de x o señal observada
x_k	Transformada discreta del coseno deslizante inversa de X
\bar{x}_k	Estimación de x mediante la TDC deslizante inversa de \bar{X}
P_{xx}^k	Magnitud de espectro de X
P_{vv}^k	Magnitud de espectro de ruido en el dominio de la TDC deslizante
BHPF	Filtro Butterworth ideal pasa-altas
BLPF	Filtro Butterworth pasa-bajas
FFT	Transformada rápida de Fourier
IHPF	Filtro ideal pasa-altas
ILPF	Filtro ideal pasa-bajas
LMMSE	Mínimo error cuadrático medio lineal
MMSE	Mínimo error cuadrático medio
MSE	Error cuadrático medio
PMSE	Error cuadrático medio puntual
PSD	Densidad espectral de potencia
PSF	Función de dispersión puntual
SDF	Función de densidad espectral
SNR	Relación señal ruido
TDC	Transformada discreta del coseno
TDF	Transformada discreta de Fourier
TDH	Transformada discreta Hadamard
TDW	Transformada discreta Walsh
TW	Transformada Wavelet

Capítulo I

Introducción

I.1 Antecedentes y Motivación

El desarrollo de herramientas computacionales aplicadas al procesamiento de imagen tuvo su origen a partir de la aparición de las computadoras en la década del 60. Y dado que las imágenes han representado para el hombre un medio de información muy importante, el procesamiento de imágenes se ha vuelto indispensable en un sin número de áreas tales como: astronomía, medicina, defensa, robótica, geofísica, industria en general, ciencias naturales, inteligencia artificial, entre muchas otras (Umbaugh, 1998). Como resultado de lo anterior, en los últimos años ha habido un gran desarrollo en las áreas de procesamiento digital de señales y procesamiento digital de imágenes como Lim(1990) lo señala.

Actualmente hay una enorme cantidad de áreas donde las imágenes son utilizadas como fuente de información, como ejemplos de procesos donde intervienen pueden mencionarse: mejora de imágenes médicas, conteo y calibración automática, exploración de procesos dinámicos, clasificación e identificación, entre otros. Sin embargo, a pesar de los avances en los sistemas de captura de imágenes, en toda imagen se hacen presentes degradaciones que pueden incluso combinarse: ruido, manchas borrosas (debido a la falta de enfoque en la cámara), movimiento relativo entre objeto-cámara, turbulencia atmosférica aleatoria (Jain, 1989; Castleman, 1996), entre otras. De aquí el principal problema en una imagen es que su apariencia visual no sea apropiada para llevar a cabo el reconocimiento confiable de objetos.

Dos de las tareas que pretendemos realizar en este trabajo es la restauración y realce de imágenes. Actualmente diversos trabajos de procesamiento de imagen hacen uso de transformaciones lineales y de transformada de Fourier, puesto que existen bases matemáticas bien sentadas para el desarrollo de filtros lineales. Los filtros lineales espacialmente homogéneos (invariantes a desplazamientos) son muy utilizados en el procesamiento de imágenes y señales (Pratt, 2001; Jain, 1989). La popularidad de estos filtros se basa en las siguientes razones: primera, los filtros pueden ser analizados fácilmente, segunda los parámetros de los filtros se pueden encontrar al aprovechar las ideas de los filtros óptimos de Wiener, y finalmente existen métodos eficientes de implementación de tales filtros lineales con el uso de algoritmos rápidos de convolución y de análisis espectral.

Sin embargo, los filtros lineales espacialmente homogéneos producen un pobre desarrollo en señales del mundo real variantes espacialmente, debido a que los parámetros de los filtros lineales se optimizan promediando el conjunto de todas las señales (consideradas como realizaciones de señales aleatorias estacionarias) tomando en cuenta que en muchas aplicaciones es deseable obtener el filtro con las mejores características para procesar una determinada señal. Por otra parte, la homogeneidad espacial de los filtros lineales conduce a los efectos de inercia espacial en los fragmentos de la señal procesada que están variando rápidamente. La apariencia de los efectos en una imagen procesada es, por ejemplo, el suavizado de las orillas de los objetos después de un filtrado lineal.

Recientemente, fueron propuestos filtros adaptativos locales no lineales (Pitas y venetsanopoulos, 1990; Yaroslavsky, 1996; Kober *et al.* 2001) y lineales (Vitkus y Yaroslavsky 1987; Yaroslavsky, 1996, Yaroslavsky, 2003) para el procesamiento de señales

e imágenes utilizando una ventana deslizante. Estos filtros son no homogéneos espacialmente, y pueden utilizar información espacial local, estadística robusta y también espectros de señales de tiempo corto. Los parámetros de estos filtros son funciones de datos locales de la señal a ser procesada; esto es el por qué los filtros son adaptativos locales. Además, los filtros adaptativos locales tienen una estructura unificada, y pueden ser contruidos fácilmente a partir de un conjunto de operaciones básicas para resolver numerosos problemas de procesamiento de imágenes y señales (Kober *et al* .2001; Yaroslavsky, 2003).

Es por ello que para la estimación de señales contaminadas con ruido o interferencia se requiere el uso de filtros adaptativos que ajusten sus parámetros automáticamente sin tener un conocimiento a priori de la señal y del ruido. Para definir filtros adaptativos locales se presentan criterios de calidad local del procesamiento del fragmento de la señal. Los criterios más populares son los siguientes: error cuadrático medio (MSE siglas en inglés), y relación señal a ruido (SNR siglas en inglés).

Debido a lo anterior, la importancia de este tema radica en que las características estadísticas de la imagen son diferentes en diversas regiones, y el llevar acabo un filtrado homogéneo sobre éstas nos rendiría pérdida de detalles o características importantes de la imagen, es por este motivo que el filtrado adaptativo local es una solución viable para preservar este tipo de información, debido a que realiza un filtrado no homogéneo. Es decir realiza un filtrado diferente por cada píxel de acuerdo a las características de la región que se éstas analizando, sin embargo, el llevar acabo este filtrado requiere de una complejidad computacional bastante costosa. Es por ello, que el desarrollo de una teoría de filtros adaptativos locales e implementaciones efectivas, se están volviendo altamente deseables.

Por otro lado, para llevar a cabo la restauración, eliminación de ruido y realce sobre imágenes degradadas, se han desarrollado técnicas que resuelven sólo situaciones específicas. Esto trae como consecuencia que sean aplicables a un número reducido de imágenes y que su aplicación implica conocer el tipo de degradaciones presentes en la imagen. En este sentido, sabiendo que en la vida real las imágenes presentan una combinación de degradaciones, este documento presenta la propuesta de un trabajo de investigación cuyo objetivo principal es proporcionar técnicas de restauración, filtrado y mejora de imágenes utilizando filtros adaptativos locales, que proporcionen un tiempo de procesamiento reducido y un mayor rendimiento, sobre imágenes que han sido sometidas a procesos de degradación y que servirán de apoyo al reconocimiento de objetos cuando éstas hayan sido degradadas tanto en presencia de ruido, así como de distorsiones. Para ello se diseñará teoría fundamentada matemáticamente y se presentarán resultados sobre imágenes sintéticas y reales.

I.2 Objetivos de la investigación

I.2.1. Objetivo general

Proponer teoría y diseñar nuevos métodos y algoritmos rápidos que implementen filtros adaptativos locales para la restauración de imágenes, realce con preservación de bordes y detalles y eliminación de ruido. Para ello se integran y unifican diversas técnicas de restauración, realce y eliminación de ruido de imágenes utilizando diversas transformadas ortogonales mediante el enfoque de transformadas en tiempo corto para trabajar en el dominio de la frecuencia. Como medidas de desempeño se utilizan algunos criterios formales (MSE), criterios de apariencia visual y complejidad (tiempo de procesamiento).

I.2.2. Objetivos específicos

1. Estudiar los fundamentos teóricos sobre filtrado adaptativo.
2. Estudiar los fundamentos teórico-matemáticos sobre los tipos de degradaciones.
3. Diseñar los algoritmos de los modelos de degradación que producen modificaciones en los niveles de intensidad de las imágenes.
4. Estudiar las técnicas de restauración, realce y filtrado aplicables a las degradaciones que modifican los niveles de intensidad en las imágenes.
5. Estudiar las diversas transformaciones de imágenes y definir cuáles utilizar para resolver el problema.
6. Implementar métodos globales para los procesos de restauración realce y filtrado de imágenes por las degradaciones tratadas en el objetivo 4.
7. Diseñar e implementar algoritmos rápidos (filtros adaptativos) para los procesos de restauración, realce y filtrado de imágenes y comparar resultados (usando diversos tamaños de ventanas), para las degradaciones tratadas en el objetivo 4.
8. Comparar resultados entre el procesamiento global y el procesamiento adaptativo local utilizando criterios formales y de apariencia visual.

I.3. Metodología de la investigación

Para el cumplimiento de los objetivos establecidos se ha definido una metodología con las siguientes etapas:

1. Revisión Bibliográfica.

En esta etapa se estudió la teoría que proporcionó el conocimiento necesario para comprender las degradaciones y los tipos de ruido que se hacen presentes en una imagen.

Así mismo, se obtuvo un conocimiento general sobre conceptos de variables aleatorias, transformaciones de imágenes, técnicas de restauración y eliminación de ruido, realce, filtrado global, así como también el filtrado adaptativo local, todo lo anterior con el propósito de integrar estos procesos.

2. Estudio y diseño de modelos de degradación.

Se desarrollaron algoritmos en el dominio de la frecuencia que implementan modelos de degradación del tipo que produce modificaciones en los niveles de gris. El objetivo de esta parte fue generar imágenes sintéticas degradadas y definir qué tipo de degradación se pretende resolver. Existe una amplia variedad de degradaciones espacialmente invariantes, sin embargo se optó por resolver la degradación generada por un movimiento horizontal lineal, debido a que existe suficiente información para abordar este problema, y además por ser una de las degradaciones más comunes que se presentan en imágenes reales.

3. Estudio de métodos de restauración de imágenes.

A partir del estudio de técnicas de restauración para imágenes con modificaciones en sus niveles de intensidad, se diseñaron los filtros que resuelven la restauración de las imágenes bajo condiciones desconocidas de degradación. Estos filtros se diseñaron usando ciertos parámetros que deben ser estimados a partir de imágenes degradadas sintéticas y reales. Para ello se estudiaron diversas técnicas disponibles para la estimación de degradación y ruido en imágenes.

4. Estudio de transformaciones de imágenes.

En esta etapa se estudió todo lo referente a transformaciones de imágenes con el propósito de definir cuáles serían utilizadas a lo largo de esta investigación. Se optó por utilizar 2 correspondientes a bases de muestreo armónico, y utilizar una equivalencia existente entre

ambas transformadas (TDF y TDC). Debido a que otras transformaciones de imágenes carecen de teoría o no brindan buenos resultados para los procesos de restauración y realce (TDH, TDW, TW).

5. Implementar métodos globales para los procesos de restauración realce y filtrado de imágenes.

En esta etapa se realizaron los procesos de restauración de manera global usando algunas técnicas de restauración (filtros Wiener), sobre imágenes sintéticas y reales a fin de hacer una comparación más tarde con el filtrado adaptativo local. Se utilizó como criterio formal el MSE. Además se realizaron los procesos de realce utilizando algunos métodos convencionales conocidos (filtro raíz, filtro homomórfico).

6. Diseñar e implementar algoritmos rápidos para los procesos de restauración, realce y filtrado de imágenes.

En esta etapa se hizo la integración y unificación del filtrado adaptativo local, técnicas de restauración, realce, filtrado, eliminación de ruido y transformaciones de imágenes. De esta manera se implementó un filtro con estos conceptos y se realizaron experimentos utilizando diversos parámetros como transformadas ortogonales (las que fueron seleccionadas en la etapa 4), tamaño de ventana y se compararon resultados a fin de determinar cuales parámetros obtuvieron mejores resultados con base a un criterio formal (MSE). Los experimentos fueron realizados sobre imágenes sintéticas y reales.

7. Evaluación y análisis de resultados

Se determinó que los filtros propuestos (filtros adaptativos locales) tienen mejores resultados en comparación con los filtros globales en base a los criterios establecidos.

I.4. Organización de la Tesis

La presente tesis consta de seis capítulos que se organizan de la siguiente manera:

En el capítulo II se presentan los tipos de operaciones que se realizan en el procesamiento de imágenes, incluyendo el enfoque del procesamiento adaptativo de imágenes, y se hace una breve descripción teórica de los filtros lineales. Además se presentan las transformaciones de imágenes a utilizar (TDF y TDC) para los procesos de restauración y realce, sus ventajas y su relación existente.

En el capítulo III se presentan algunas de las técnicas más comunes de restauración de imágenes en el dominio de la frecuencia, sus características y se definen aquellas que se aplican en nuestro trabajo. Se presentan los modelos de imágenes que son utilizados en esta investigación, los tipos de función de dispersión puntual, el ruido a considerar y algunos conceptos sobre variables aleatorias. Así mismo, se presentan algunos métodos para la estimación de funciones de degradación de un movimiento horizontal lineal, y ruido aditivo gaussiano, así como también un método de prefiltrado para realizar una estimación mas confiable.

En el capítulo IV se presentan las diversas técnicas que existen para el realce de imágenes en el dominio de la frecuencia, su esquema principal, los tipos de funciones de filtros que fueron implementados en esta tesis (filtro homomórfico, filtro de raíz de coeficientes transformados) y sus características. También se menciona como puede emplearse el método para reducir ruido aditivo (del capítulo III) en conjunto con estos filtros en imágenes ruidosas a realzar.

En el capítulo V se presenta una propuesta para la restauración y realce de imágenes utilizando filtros adaptativos locales en el dominio de la TDC deslizante. Se presentan los

algoritmos recursivos para el cálculo espectral de la imagen, y se derivan los métodos propuestos para la restauración de imágenes degradadas espacialmente variantes o invariantes por un movimiento horizontal a partir del criterio de calidad (MSE). También se derivan los métodos adaptativos de realce de imagen a partir de los métodos globales presentados en el capítulo IV. Se mencionan algunos aspectos técnicos en la implementación de los filtros y además se presentan los resultados obtenidos en la restauración y realce de imágenes haciendo una comparación con los métodos globales convencionales. Los experimentos se acompañan con sus respectivos comentarios y son mostradas todas las imágenes utilizadas.

Por último en el capítulo VI se presentan las conclusiones finales del trabajo de tesis y algunas ideas a futuro.

Capítulo II

Fundamentos

En este capítulo se hace una breve descripción de conceptos básicos que fueron requeridos para realizar esta investigación. Se presentan los tipos de operaciones que se realizan en el procesamiento de imágenes, incluyendo el enfoque del procesamiento adaptativo de imágenes. También se abordan los principios de sistemas lineales y respuesta al impulso. Además se presenta la transformada discreta de Fourier (TDF) y algunas de sus propiedades ya que es una herramienta muy útil en el filtrado de señales, sobre todo para aplicaciones de restauración de imágenes degradadas y el realce de detalles de imágenes, así como también se muestra la relación existente que tiene con la transformada discreta del coseno (TDC), y se presenta el criterio de desempeño a utilizar.

II.1. Introducción

Una imagen digital $a(m,n)$ descrita en un espacio discreto de dos dimensiones se deriva de una imagen análoga $a(x,y)$ de un espacio continuo a través de un proceso de muestreo que se refiere a la digitalización. La imagen continua de dos dimensiones $a(x,y)$ es dividida en M renglones y N columnas y a la intersección de renglones y columnas se refiere con el término de píxel. Los valores asignados a las coordenadas (m,n) con $\{m=0, 1, 2, \dots, M-1\}$ y $\{n=0, 1, 2, \dots, N-1\}$ es $a(m,n)$. Las operaciones que se realizan sobre imágenes y que tienen

como resultado otra imagen se pueden clasificar en tres grupos (Vicens *et al.*, 1990), las cuales podemos observar en la figura 1.

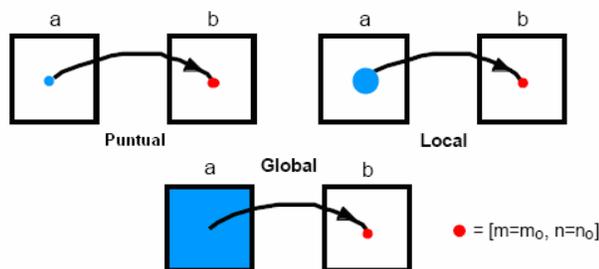


Figura 1. Tipo de operaciones sobre imágenes

Operaciones puntuales: Son aquellas en que el valor de cada píxel $g(m,n)$ de la imagen resultante se obtiene a partir del valor del píxel $f(m,n)$ de la imagen original, sin involucrar ningún otro píxel. Como ejemplos se pueden señalar la umbralización, el realce de contraste, la modificación del histograma, la conversión a pseudo color y el cambio de color. Su complejidad es constante.

Operaciones locales: Son aquellas en las que el valor de cada píxel $g(m,n)$ de la imagen resultante se obtiene a partir de los valores del píxel $f(m,n)$ y de sus vecinos en la imagen original. Entre operaciones locales básicas se pueden mencionar la convolución, las operaciones morfológicas y las operaciones booleanas locales. Como ejemplos se pueden señalar los filtros por máscaras de convolución, los detectores de bordes, etc. Su complejidad está en función del tamaño del vecindario igual a P^2 operaciones por píxel.

Operaciones globales: Son aquellas en las que el valor de cada píxel $g(m,n)$ de la imagen resultante se obtiene de los valores del píxel $f(m,n)$ y de todos los demás píxeles en la imagen original. Como ejemplos de las operaciones globales se citan la transformada de

Fourier, la del coseno, sus respectivas transformadas inversas, filtros lineales globales, etc. Su complejidad está en función del tamaño de la imagen completa N^2 operaciones por píxel. Cuando hablamos de "filtrado" nos referimos a un proceso lineal diseñado para alterar el contenido espectral de una señal de entrada para un propósito específico. El filtrado es realizado por filtros, cuya magnitud y/o fase satisfacen ciertas especificaciones en el dominio de la frecuencia. Debido a su utilidad estos filtros encuentran numerosas aplicaciones en telecomunicaciones, procesamiento de imágenes, visión por computadora, entre otras. Los filtros se dividen en dos clases con base a su modo de operación: Lineales y No Lineales.

Los filtros lineales están basados en términos de conceptos de sistemas lineales, los cuales serán abordados más adelante en esta sección y los filtros no lineales basados en el cálculo de estadística de orden prioritario los cuales están fuera de nuestro objeto de estudio en esta investigación.

Sin embargo hay que mencionar que los filtros no lineales incorporan operaciones de orden prioritario de una manera o de otra. Una lista particular de estos filtros incluye filtros de medianas (Arce y McLoughlin, 1987), filtros de mediana multinivel y multietapa (Arce, 1991), filtros de pila (Coyle *et al* 1989), filtros de media truncada en alfa (Pitas *et al* 1990), filtros de estadística de orden (Pitas *et al* 1990), filtros morfológicos (Maragos y Schafer, 1984), filtros de orden prioritario (Kober *et al.* 2001), etc. Estos filtros han probado ser muy efectivos para remover ruido aditivo e impulsivo, realzando y restaurando imágenes.

II.2. Función impulso y sistemas lineales e invariantes

La teoría de los sistemas lineales y el filtrado lineal tiene gran importancia en el procesamiento digital de imágenes (Bovik, 2000). Muchas de las técnicas utilizadas para modificar, mejorar, o representar información visual digital se expresan en términos de los conceptos de sistemas lineales. En el procesamiento de imágenes, los filtros lineales son aplicados para diversas tareas como el mejoramiento de contraste, eliminación de ruido, realce de detalles, restauración de imágenes y localización de objetivos. En esta sección se presentan los conceptos básicos en los que se basa el filtrado lineal, el cual también se utilizó en los filtros adaptativos que son propuestos en este trabajo.

La función bidimensional básica sobre un espacio discreto es la función impulso bidimensional (Bovik, 2000), cuya función es conocida como función delta de kronocker bidimensional.

$$\delta(m-p, n-q) = \begin{cases} 1 & \text{si } m=p \text{ y } n=q \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (1)$$

Toda imagen f definida en un espacio discreto bidimensional se puede expresar en términos de la función impulso como sigue:

$$f(m, n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} [f(m-p, n-q)\delta(p, q)] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} [f(p, q)\delta(m-p, n-q)] \quad (2)$$

Lo anterior puede tomar 2 interpretaciones. En la primera toda imagen se considera como una suma ponderada de impulsos desplazados, y cada impulso ponderado representa uno de los píxeles de la imagen. Por otro lado también la ecuación (2) representa la convolución lineal en el espacio discreto, de manera que la convolución de la imagen f con la función impulso regresa la imagen original. Ambos conceptos serán abordados más adelante.

Sea un sistema H bidimensional con el cual se puede representar un proceso de transformación para determinar una función $y(m,n)$ a partir de una función dada $x(m,n)$, es decir:

$$y(m,n) = H[x(m,n)] \quad (3)$$

Se dice que un sistema H es lineal si y sólo si una combinación de 2 entradas $x_1(m,n)$ y $x_2(m,n)$ producen la misma combinación de sus respectivas salidas $y_1(m,n)$ y $y_2(m,n)$, es decir, para constantes arbitrarias a_1 y a_2 . Esta propiedad se conoce como superposición lineal

$$H [a_1x_1(m, n)+ a_2x_2(m, n)] = a_1 H[x_1(m, n)] + a_2 H [x_2(m, n)] \quad (4)$$

Un sistema H es llamado invariante al desplazamiento si para todo $x(m,n)$ se satisface lo siguiente:

$$y(m - m', n - n') = H[x(m - m', n - n')] \quad (5)$$

para cualquier desplazamiento m' , n' . Lo anterior significa que cualquier desplazamiento espacial en la señal de entrada produce la salida esperada, excepto por un desplazamiento idéntico. La respuesta al impulso unitario de un sistema H con entrada y salida, se denota por $h(m, n)$, es decir:

$$h(m - m', n - n') = H[\delta(m - m', n - n')] \quad (6)$$

la cual es la respuesta del sistema H en la posición espacial (m,n) a un impulso localizado en la posición (m',n') , o simplemente se denomina respuesta al impulso. Cuando el sistema H es invariante en desplazamiento, si

$$H[\delta(m,n)] = h(m,n), \quad (7)$$

representa la respuesta a un impulso aplicado al origen espacial, entonces se tiene que

$$H[\delta(m - m', n - n')] = h(m - m', n - n'), \quad (8)$$

lo anterior significa que la respuesta a un impulso aplicado a cualquier posición espacial se puede encontrar a partir de la respuesta al impulso dada por la ecuación (7). Por lo tanto $h(m, n)$ puede caracterizar completamente a un sistema lineal invariante (o sistema LSI) si la respuesta al impulso se conoce. La respuesta $y(m, n)$ aplicada a una entrada arbitraria $x(m, n)$ se puede encontrar en términos de $h(m, n)$ por medio de una expresión que conlleva una convolución lineal (Papoulis y Pillai, 2002), es decir

$$y(m, n) = H[x(m, n)] = H\left[\sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [x(m', n')\delta(m - m', n - n')]\right] \quad (9)$$

Si el sistema es lineal entonces:

$$y(m, n) = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [x(m', n')H[\delta(m - m', n - n')]] = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [x(m', n')h(m, n; m', n')] \quad (10)$$

y si el sistema es invariante a los desplazamientos

$$y(m, n) = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [x(m', n')h(m - m', n - n')] = f(m, n) * h(m, n) \quad (11)$$

La ecuación anterior representa la convolución discreta bidimensional de una entrada x con una respuesta al impulso h . Suponiendo que la entrada $x(m, n)$ a un sistema lineal invariante al desplazamiento con respuesta al impulso es como sigue:

$$x(m, n) = e^{2\pi j(Um + Vn)} = \cos[2\pi(Um + Vn)] + j \sin[2\pi(Um + Vn)] \quad (12)$$

La respuesta del sistema se expresa como:

$$y(m, n) = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [h(m', n')x(m - m', n - n')] \quad (13)$$

$$= \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [h(m', n')e^{2\pi j[U(m - m') + V(n - n')]}] \quad (14)$$

$$= e^{2\pi j(Um+Vn)} \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [h(m', n') e^{-2\pi j[Um'+Vn']}] \quad (15)$$

La ecuación anterior es igual a la entrada $x(m,n) = e^{2\pi j(Um+Vn)}$ multiplicada por una función de (U,V) :

$$H(u,v) = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [h(m', n') e^{-2\pi j[Um'+Vn']}] \quad (16)$$

La función $H(u,v)$ es la transformada de Fourier discreta bidimensional de la respuesta al impulso $h(m,n)$. A dicha transformada se le conoce como la respuesta en frecuencia del sistema y la cual será abordada en esta sección más adelante. De aquí la importancia de que los filtros lineales en el procesamiento de imágenes se caractericen en términos de su respuesta a la frecuencia, distinguiéndose así 3 categorías: filtro pasa-bajas, pasa-altas, y pasa-bandas. Cada una de estas categorías de filtros ha tenido logros importantes (Pitas, 1990).

1. Filtro pasa-bajas: produce una imagen suavizada en la que se reducen los componentes de altas frecuencias.
2. Filtro pasa-altas: enfatiza los bordes y detalles de una imagen reduciendo los componentes de bajas frecuencias.
3. Filtro pasa-bandas: realiza un balance entre suavizado y realzado de detalles en la imagen, permite pasar componentes de altas y bajas frecuencias.

Gracias a las propiedades antes mencionadas y a su simplicidad matemática los filtros lineales son la principal herramienta en trabajos relativos al procesamiento de señales e imágenes, sin embargo, ofrecen un pobre desempeño en procesar señales afectadas con ruido de naturaleza no aditiva y problemas donde se encuentran estadísticas no gaussianas.

II.3. Transformada Discreta de Fourier (TDF)

Los métodos de codificación de transformadas de señales son quizá los primeros ejemplos de aplicación de procesamiento de señales transformadas en tiempo. En códigos de transformación, la imagen es dividida en bloques cuya representación de transformada es disminuida y cuantificada. Este proceso puede ser considerado como una representación de transformada en tiempo de señales muestreadas con subsiguiente reducción y cuantificación.

El análisis de señales dispone ya de un número importante de técnicas a su disposición. Quizá la mejor conocida de estas técnicas matemáticas es el análisis de Fourier, el cual analiza una señal en sinusoides de diferentes frecuencias, transformando la señal desde un marco temporal a un marco de frecuencias utilizando una combinación lineal de funciones ortonormales (ver figura 2).



Figura 2. Diagrama esquemático de la Transformada de Fourier en una señal

Como anteriormente se había mencionado, una imagen es una función bidimensional $f(m,n)$ donde m y n son coordenadas espaciales, y la amplitud de f en cualquier par de coordenadas se denomina intensidad o nivel de gris de la imagen en el punto. Una manera

de conocer las propiedades de la función imagen es descomponerla utilizando una combinación lineal de funciones ortonormales como la transformada de Fourier.

Sabiendo de antemano que una imagen es una secuencia finita, mediante la TDF puede ser representada en el dominio de la frecuencia con un número finito de valores por lo que se trata de una aproximación a la transformada de Fourier continua. La TDF y su TDF inversa pueden ser calculadas por las siguientes expresiones:

$$F(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) e^{-j\frac{2\pi}{M}um} e^{-j\frac{2\pi}{N}vn}, \quad (17)$$

para $u = 0, 1, \dots, M-1$ y $v = 0, 1, \dots, N-1$, y

$$f(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j\frac{2\pi}{M}um} e^{j\frac{2\pi}{N}vn}, \quad (18)$$

para $m = 0, 1, \dots, M-1$ y $n = 0, 1, \dots, N-1$. Donde $M \times N$ indica las dimensiones de la imagen (número de píxeles).

Por otro lado $f(m, n)$ se refiere al dominio espacial o dominio de la imagen, y $F(u, v)$ al dominio de la frecuencia. La función $f(m, n)$ puede ser interpretada como una combinación lineal de funciones base periódicas $e^{j2\pi(um/M + vn/N)}$. Los componentes reales e imaginarios de estas funciones bases son las funciones seno y coseno y la función $F(u, v)$ es una función de peso la cual representa la influencia de las funciones base.

En la práctica, para calcular este par de transformadas se utiliza el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT), el cual reduce el número de multiplicaciones y sumas complejas de un orden N^2 a $N \log_2 N$, lo que representa un ahorro considerable de tiempo cuando N es relativamente grande. La restricción de este algoritmo es que las imágenes

deben ser cuadradas y de tamaño potencia de dos, es decir 2^N . En este trabajo de investigación se utilizaron imágenes de tamaño 256×256 píxeles.

Las características mas importantes de esta transformada son: ser la transformada más útil en el tratamiento digital de imagen, es una transformada rápida que requiere aritmética compleja, presenta una muy buena compactación de energía para imágenes, mientras que el filtrado y la convolución son sus puntos fuertes (González y Woods, 2002; Castleman, 1996; Pratt, 2001), además de que sus propiedades permiten caracterizar a un sistema LSI. Estas propiedades se presentaran a continuación.

II.4. Propiedades de la transformada de Fourier

Existe una variedad de propiedades y términos asociados con la transformada de Fourier y la transformada inversa de Fourier, de manera que en esta sección se presenta estos términos y algunas de las propiedades más relevantes para el procesamiento digital de imágenes.

La transformada de Fourier, es en general una función compleja de variables de frecuencias reales. De manera que la transformada puede ser expresada en términos de su magnitud y fase.

$$A(u, v) = |A(u, v)|e^{j\varphi(u, v)} \quad (19)$$

Donde

$$|A(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)} \quad (20)$$

la cual se llama la magnitud o el espectro de la transformada de Fourier, y

$$\varphi(u, v) = \arctan \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right] \quad (21)$$

se le denomina el ángulo de fase o fase del espectro. En las ecuaciones (20) y (21) $R(u,v)$ e $I(u,v)$ representan la partes real e imaginaria de $F(u,v)$, respectivamente. Otra cantidad que se utiliza es el espectro de energía, definido por:

$$\begin{aligned} P(u,v) &= |F(u,v)|^2 \\ &= F(u,v)F^*(u,v) \\ &= R^2(u,v) + I^2(u,v) \end{aligned} \quad (22)$$

donde el superíndice * denota el complejo conjugado. El término densidad espectral también se emplea para referirse al espectro de energía. Se debe señalar que la multiplicación de las transformadas en dos dimensiones se realiza elemento a elemento. Para simplificar se denota la transformada de Fourier por el operador $F\{\}$, de manera que las ecuaciones (17) y (18) se pueden abreviar de la forma:

$$F(u,v) = F\{f(m,n)\} \quad (23)$$

$$f(m,n) = F^{-1}\{F(u,v)\} \quad (24)$$

Una imagen también puede ser además compleja y por lo tanto se puede expresar en términos de su magnitud y fase.

$$a[m,n] = |a[m,n]| e^{j\theta[m,n]} \quad (25)$$

Si una señal de dos dimensiones es real, entonces su transformada de Fourier tiene simetría:

$$A(u,v) = A^*(-u,-v) \quad (26)$$

y

$$A(-u,-v) = A^*(u,v) \quad (27)$$

Donde el símbolo (*) indica complejo conjugado. Por lo tanto, para señales reales se deriva:

$$|A(u,v)| = |A(-u,-v)| \quad (28)$$

Si una señal de 2 dimensiones es real y par, entonces su transformada de Fourier es real y par:

$$A(u, v) = A(-u, -v) \quad (29)$$

Las transformadas inversa y directa de Fourier pueden ser expresadas en forma separable:

$$F(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j\frac{2\pi}{M}um} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) e^{-j\frac{2\pi}{N}vn}, \quad (30)$$

$$f(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} e^{j\frac{2\pi}{M}um} \sum_{n=0}^{N-1} F(u, v) e^{j\frac{2\pi}{N}vn}, \quad (31)$$

La ventaja de esta propiedad llamada separabilidad, es que $F(u, v)$ o $f(m, n)$ pueden ser obtenidas en dos pasos sucesivos aplicando la transformada directa o inversa de Fourier en una dimensión, calculando éstas sobre cada renglón y posteriormente sobre cada columna de la imagen $f(m, n)$ como se muestra en la figura.

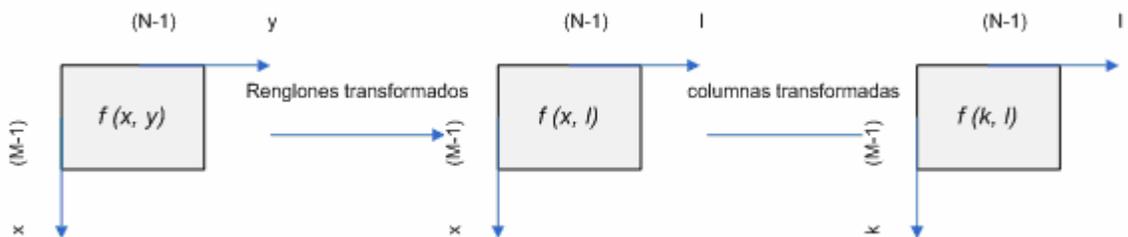


Figura 3. Cálculo de la TDF en 2-D a través de transformadas en 1-D

Las transformadas inversa y directa de Fourier son operaciones lineales, cuando a y b son señales de 2 dimensiones (imágenes) y w_1 y w_2 son constantes complejas arbitrarias. Donde $F\{\}$ es el operador de la transformada de Fourier, y A y B son las transformadas de Fourier de a y b , respectivamente.

$$\begin{aligned}
F\{w_1 a + w_2 b\} &= F\{w_1 a\} + F\{w_2 b\} = w_1 A + w_2 B \\
F^{-1}\{w_1 A + w_2 B\} &= F^{-1}\{w_1 A\} + F^{-1}\{w_2 B\} = w_1 a + w_2 b
\end{aligned}
\tag{32}$$

Si una señal bidimensional $a(m,n)$ es escalada en sus coordenadas espaciales entonces:

$$\begin{aligned}
wa(m,n) &\Leftrightarrow wA(u,v) \\
a(w_1 m, w_2 n) &\Leftrightarrow A(u/w_1, v/w_2)/(w_1 w_2)
\end{aligned}
\tag{33}$$

Si tenemos el siguiente valor promedio de una señal bidimensional

$$\bar{a} = \frac{1}{MN} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[m,n]
\tag{34}$$

y si además consideramos la componente de frecuencia cero de la transformada de Fourier de la misma imagen

$$A(u=0, v=0) = \frac{1}{MN} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[m,n]
\tag{35}$$

entonces se tiene que

$$\bar{a} = A(0,0)
\tag{35.a}$$

La cual se conoce como la componente DC de la imagen.

La energía E en una señal, puede ser medida en el dominio espacial o en el dominio de la frecuencia. Para una señal con energía finita, el teorema de Parseval (para espacio discreto de 2 dimensiones) afirma que:

$$E = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |a[m,n]|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |A[u,v]|^2 dudv
\tag{36}$$

La desigualdad de Cauchy-Schwartz establece que:

$$\left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[m,n]h[m,n] \right|^2 \leq \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |f[m,n]|^2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[m,n]|^2
\tag{37}$$

Si se tiene que $F\{f(m,n)\} = F(u,v)$ y (m_0, n_0) son constantes reales, entonces:

$$F\{f(m - m_0, n - n_0)\} = F(u, v)e^{j2\pi(um_0 + vn_0)} \quad (38)$$

Esta propiedad de desplazamiento indica que la transformada de Fourier de una función desplazada en el espacio es la misma transformada de la función original (sin desplazar) multiplicada por un factor exponencial con una fase lineal, en otras palabras, sólo se cambia el ángulo de fase del espectro. De manera similar, la propiedad de desplazamiento en el dominio de la frecuencia indica que si $F(u, v)$ se desplaza por las constantes (u_0, v_0) , su transformada inversa se multiplica por $e^{j2\pi(um_0 + vn_0)}$, es decir:

$$F\{f(m, n)e^{j2\pi(um_0 + vn_0)}\} = F(u - u_0, v - v_0) \quad (39)$$

Con estas propiedades de traslación se deriva que la magnitud de la transformada de Fourier es invariante a los desplazamientos de entrada.

La convolución en el dominio espacial entre dos funciones bidimensionales, se define por:

$$y(m, n) = \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} [x(m', n')h(m - m', n - n')] = f(m, n) * h(m, n) \quad (40)$$

De acuerdo con el teorema de convolución, la ecuación anterior se puede expresar por:

$$x(m, n) * h(m, n) = F^{-1} \{X(u, v)H(u, v)\} \quad (41)$$

pues este teorema establece que

$$\begin{aligned} F\{f(m, n) * h(m, n)\} &= F(u, v)H(u, v) \\ F\{f(m, n)h(m, n)\} &= F(u, v) * H(u, v) \end{aligned} \quad (42)$$

donde $F(u, v)$ y $H(u, v)$ son las transformadas de Fourier de $f(m, n)$ y $H(m, n)$ respectivamente.

En el procesamiento de imágenes la convolución se lleva a cabo en el dominio de Fourier empleando los algoritmos de la transformada rápida de Fourier (FFT). Cuando una imagen se convoluciona con un filtro espacial pequeño el proceso de convolución es más rápido si se realiza directamente en el dominio espacial.

II.5. Transformada discreta de coseno (TDC)

La transformada discreta del coseno (TDC), también denominada transformada del coseno, es la más ampliamente utilizada en compresión de imágenes. Esta transformada cuenta con una buena propiedad de compactación de energía y es muy similar a la TKL (Transformada Karhunen-Loève), que produce coeficientes no correlacionados, con la diferencia de que los vectores base de la TDC dependen sólo del orden de la transformada seleccionada, y no de las propiedades estadísticas de los datos de entrada. La de-correlación de coeficientes es muy importante para compresión, ya que, el posterior tratamiento de cada coeficiente se puede realizar de forma independiente, sin pérdida de eficiencia de compresión. Otro aspecto importante de la TDC es la capacidad de cuantificar los coeficientes utilizando valores de cuantificación que se eligen de forma visual.

La TDC está bastante relacionada con la TDF, con la diferencia de que es una transformada real y ortogonal, debido a que los vectores base se componen exclusivamente de funciones coseno muestreadas. Además la TDC minimiza algunos de los problemas que surgen con la aplicación de la TDF a series de datos. Sus transformadas directa e inversa pueden ser calculadas por las siguientes expresiones:

$$C(k, l) = \alpha_k \alpha_l \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \cos \left[\frac{\pi(2m+1)k}{2M} \right] \cos \left[\frac{\pi(2n+1)l}{2N} \right], \quad \begin{matrix} 0 \leq k \leq M-1 \\ 0 \leq l \leq N-1 \end{matrix} \quad (43)$$

$$f(m, n) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} \alpha_k \alpha_l C(k, l) \cos \left[\frac{\pi(2m+1)k}{2M} \right] \cos \left[\frac{\pi(2n+1)l}{2N} \right], \quad \begin{matrix} 0 \leq k \leq M-1 \\ 0 \leq l \leq N-1 \end{matrix} \quad (44)$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1/\sqrt{M}, & k = 0 \\ \sqrt{2/M}, & 1 \leq k \leq M-1 \end{cases} \quad \alpha_l = \begin{cases} 1/\sqrt{N}, & l = 0 \\ \sqrt{2/N}, & 1 \leq l \leq N-1 \end{cases}$$

La TDC es el sustituto más aproximado para la transformada de Karhunen-Loève de imágenes altamente correlacionadas. Es una transformada rápida que requiere exclusivamente de operaciones reales. Se aplica principalmente en codificación y filtros Wiener para imágenes y puede implementarse a través de algoritmos rápidos de la FFT (Pratt 2001; Jain 1989).

Al igual que la DFT la TDC cuenta con la propiedad de separabilidad de manera que la ecuación (43) puede ser expresada como:

$$C(k, l) = \alpha_k \sum_{m=0}^{M-1} \cos\left[\frac{\pi(2m+1)k}{2M}\right] \alpha_l \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \cos\left[\frac{\pi(2n+1)l}{2N}\right], \quad (45)$$

Para $k, l = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Con lo anterior $C(k, l)$ se puede calcular en dos pasos por medio de operaciones sucesivas en los renglones y columnas de la imagen.

Para secuencias discretas finitas de una dimensión $x(n)$ y $y(n)$, dos tipos de convolución pueden ser definidas (Elliot y Rao, 1982). La convolución circular $a(i)$ es definida para secuencias $x(n)$ y $y(n)$, donde ambas son periódicas con un periodo de N . $a(i)$ está dada por

$$a(i) = x(n) * y(n) = \left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) \sum_{m=0}^{N-1} x(m)y(i-m), \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (46)$$

La convolución lineal $b(i)$ para dos secuencias no periódicas $x(n)$ y $y(n)$ de longitudes L y M , respectivamente, está definida por

$$b(i) = x(n) * y(n) = \left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(i-n), \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (47)$$

Donde $N \geq L+M-1$. Expandiendo con ceros las secuencias $x(n)$ y $y(n)$ a una longitud N , puede obtenerse a $b(i)$ como una porción de la convolución circular entre estas secuencias aumentadas. La TDC puede ser fácilmente relacionada con la TDF, ya que la propiedad de convolución de la TDF puede ser considerada para llegar a un resultado comparable al de la

TDC. Para ello se considera una secuencia $f(n)$ $n=0, 1, \dots, N-1$, y a partir de la cual se construye una secuencia de extensión $2N$ definida por

$$\begin{aligned}\hat{f}(n) &= f(n) & n &= 0, 1, \dots, N-1 \\ \hat{f}(n) &= f(2N-n-1) & n &= N, N+1, \dots, 2N-1\end{aligned}\quad (48)$$

Por lo tanto $\hat{f}(n)$ es una extensión par de $f(n)$. Ahora la TDF de $2N$ muestras de esta secuencia está dada por

$$\hat{F}_F(k) = \left(\frac{1}{\sqrt{2N}} \right) \sum_{n=0}^{2N-1} \hat{f}(n) \exp \left[-\frac{j2\pi kn}{2N} \right] \quad (49)$$

Usando la simetría en (48) se puede expresar la ecuación anterior como:

$$\hat{F}_F(k) = \left(\frac{1}{\sqrt{2N}} \right) \sum_{n=0}^{N-1} \hat{f}(n) \left\{ \exp \left[-\frac{j2\pi kn}{2N} \right] + \exp \left[\frac{j2\pi k(n+1)}{2N} \right] \right\} \quad (50)$$

Introduciendo ahora un factor de normalización y de fase se obtiene

$$k_k \hat{F}_F(k) \exp \left[-\frac{j\pi k}{2N} \right] = \sqrt{\left(\frac{2}{N} \right)} \sum_{n=0}^{N-1} k_k f(n) \cos \left\{ \frac{k(n+1/2)\pi}{N} \right\} \quad (51)$$

Donde

$$k_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & k = 0 \\ 1 & k = 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

De la ecuación (51) se identifica el lado derecho como la definición de la DCT para una secuencia $f(n)$. Por lo tanto, usando $F^{c(2)}(k)$ para denotar la DCT para la secuencia, se tiene

$$F^{c(2)}(k) = k_k \exp \left[\frac{-j\pi k}{2N} \right] \hat{F}_F(k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (52)$$

Esta ecuación muestra la relación existente entre la DCT de una secuencia $f(n)$ y la TDF de una secuencia extendida $\hat{f}(n)$. No es difícil mostrar que la secuencia $f(n)$ puede ser recuperada a partir de la secuencia transformada $F^{c(2)}(k)$ y como resultado se tiene:

$$f(n) = \sqrt{\left(\frac{2}{N}\right)} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{2N-1} k_k F^{c(2)}(k) \exp\left[\frac{j\pi kn}{2N}\right] \exp\left[\frac{j2\pi kn}{2N}\right] \right\} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (53)$$

Con lo anterior se establece que la DCT inversa de N muestras de la secuencia $F^{c(2)}(k)$ está dada por dos veces la parte real de una TFD inversa de $(2N-1)$ muestras de $F^{c(2)}(k)$ pesada y desplazada en fase. De este modo el llevar a cabo el cálculo de la TDC directa o inversa puede ser realizado en $O(N \log_2 N)$ operaciones mediante el algoritmo de la FFT cuya complejidad fue mencionada en la sección anterior.

Tomando en cuenta lo antes mencionado y considerando en este caso una imagen como la mostrada en la figura 4 se crea a partir de la señal $u(m, n)$, una versión de longitud doble de la misma, consistente en reflexiones de ésta en torno a un eje tanto horizontal como vertical, denotando la señal (imagen) compuesta por $u_c(m, n)$.

A partir de la TDF de la señal $u_c(m, n)$ definida por la siguiente expresión:

$$DFT_u \{u_c(m, n)\} = \frac{1}{2N} \sum_{m=0}^{2N-1} \sum_{n=0}^{2N-1} u_c(m, n) \exp\left[-\frac{j2\pi km}{2N}\right] \exp\left[-\frac{j2\pi ln}{2N}\right] \quad (54)$$

y aplicando el mismo procedimiento y las propiedades anteriores, después de algunas manipulaciones se obtiene lo siguiente:

$$DFT_u \{u_c(m, n)\} = \exp\left[\frac{j\pi(k+l)}{2N}\right] DCT\{u(m, n)\} \quad (55)$$

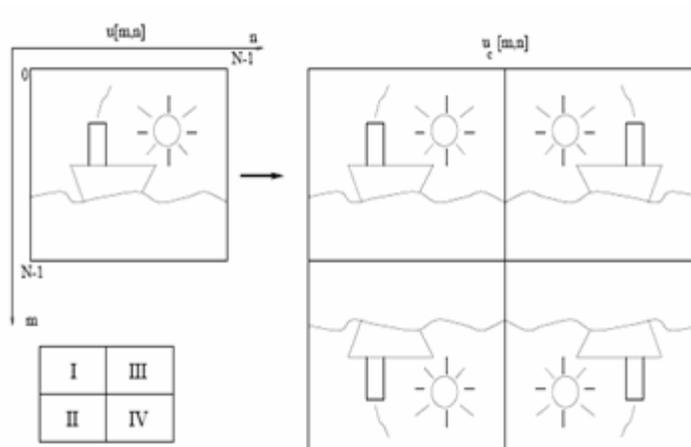


Figura 4. Ilustración de la creación de $u_c(m,n)$ a partir de $u(m,n)$

Nótese, por tanto, que se puede destacar que una TDC es equivalente a una TDF de una secuencia de tamaño doble. Y visto el planteamiento de la TDF como coeficientes de un desarrollo en serie, véase que el desarrollo en serie de $u_c(m,n)$ es un desarrollo con transiciones menos abruptas que el desarrollo de $u(m,n)$ (de manera que por ejemplo, no existen transiciones cielo-mar en la figura 5).

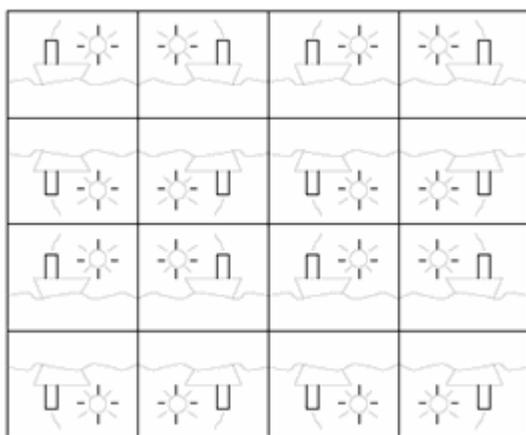


Figura 5. Extensión periódica de $u_c(m,n)$

Regresando al caso de una señal de 1D, si ahora se considera el siguiente producto de dos secuencias transformadas por la DCT $F^{c(2)}(k)$ y $G^{c(2)}(k)$ de $f(n)$ y $g(n)$ respectivamente.

$$W^{c(2)}(k) = F^{c(2)}(k)G^{c(2)}(k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (56)$$

Usando (51) se tiene que

$$W^{c(2)}(k) = k_k^2 \exp\left[\frac{-j\pi k}{N}\right] \hat{F}_F(k) \hat{G}_F(k) \quad (57)$$

Donde $\hat{F}_F(k)$ y $\hat{G}_F(k)$ están definidas como en (49). Para obtener su DCT inversa se aplica (53)

$$w(n) = 2 \operatorname{Re} \left\{ F_F^{-1} \left[k_k^3 \exp\left[\frac{-j\pi k}{2N}\right] \hat{F}_F(k) \hat{G}_F(k) \right] \right\} \quad (58)$$

Aquí F_F^{-1} denota el operador de TDF inversa. Es evidente que el teorema de convolución para la transformada de Fourier puede ser aplicado ahora. El cual resulta en lo siguiente

$$W(n) = 2 \operatorname{Re} \left\{ F_F^{-1} \left[k_k^3 \exp\left[\frac{-j\pi k}{2N}\right] \right] * \hat{f}(n) * \hat{g}(n) \right\} \quad (59)$$

Donde $*$ denota convolución circular. La TDF inversa puede ser evaluada (Chen y Fralick 1976) para dar

$$\begin{aligned} F_F^{-1} \left[k_k^3 \exp\left[\frac{-j\pi k}{2N}\right] \right] &= \hat{h}(n) / 2 \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - 1 \right) + \exp\left[\frac{j(2n-1)(N-1)\pi}{4N}\right] \times \frac{\sin[(2n-1)\pi/4]}{\sin[(2n-1)\pi/4]} \right\} / \sqrt{2N} \end{aligned} \quad (60)$$

Por lo tanto $\hat{F}_F(k)$ y $\hat{G}_F(k)$ son reales, y se tiene que

$$W(n) = \hat{h}(n) * \hat{f}(n) * \hat{g}(n) \quad (61)$$

Con estos resultados, finalmente se puede establecer el teorema de convolución para la DCT:

$$F^{c(2)} \left[\hat{h}(n) * \hat{f}(n) * \hat{g}(n) \right] = F^{c(2)}(k) G^{c(2)}(k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (62)$$

Donde $\hat{h}(n)$ está dado por (60). El resultado anterior indica que el producto de la TDC de dos secuencias es la TDC de la convolución de estas dos secuencias y una tercera función dada por $\hat{h}(n)$ (esta última función puede resultar complicada de obtener).

Sin embargo, otras propiedades de convolución más sencillas han sido desarrolladas y son aplicables cuando la respuesta en frecuencia de un filtro ($h(n)$) es real y par (Martucci 1994). Así por medio de restringir el filtro tener fase cero, longitud impar, y ser simétrica (de una muestra completa), se encuentra que puede ejecutarse la convolución circular de la versión extendida simétricamente de $f(n)$ con la $h(n)$ simétrica restringida (Chitprasert y Rao 1990). Para ello $h(n)$ se debe definir como:

$$\begin{aligned} \hat{h}(n) &= h(n) & n &= 0, 1, \dots, N \\ \hat{h}(n) &= h(2N - n) & n &= N + 1, \dots, 2N - 1 \end{aligned} \quad (63)$$

De manera que sólo se debe aplicar la TDC inversa al producto de la TDC directa de $f(n)$ con la TDF de $h(n)$, es decir partiendo de que:

$$\hat{H}_F(k) = \left(\frac{1}{\sqrt{2N}} \right) \sum_{n=0}^{2N-1} \hat{h}(n) \exp \left[-\frac{j2\pi kn}{2N} \right] \quad (64)$$

y también que

$$F^{c(2)}(k) = \alpha_k \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \cos \left[\frac{\pi(2m+1)k}{2M} \right] \quad 0 \leq k \leq M-1 \quad (65)$$

se tendría lo siguiente

$$w(n) = \sum_{l=0}^{N-1} [\alpha_k F^{c(2)}(k) \hat{H}_F(k)] \cos \left[\frac{\pi(2m+1)k}{2M} \right] \quad 0 \leq k \leq M-1 \quad (66)$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1/\sqrt{M}, & k = 0 \\ \sqrt{2/M}, & 1 \leq k \leq M-1 \end{cases}$$

El resultado anterior (66) es equivalente a que se hubiera calculado mediante:

$$w(n) = F^{-1} [\hat{F}_F(k) \hat{H}_F(k)] \quad (67)$$

Donde F^{-1} es la TDF inversa del producto de las TDF de las secuencias extendidas de $f(n)$ y $h(n)$. Con lo anterior las convoluciones calculadas son convoluciones circulares de secuencias pares extendidas. Esta última propiedad (Chitprasert y Rao, 1990) ha encontrado aplicación en la transmisión progresiva de imágenes pesadas por medio de la sensibilidad visual humana, y en nuestro caso esta propiedad será utilizada en los filtros adaptativos que son propuestos en este trabajo.

II.6. Filtrado adaptativo local

En la presente tesis, el filtrado realizado es localmente adaptativo de manera que el filtrado es espacialmente no homogéneo, es decir, que emplea una función de transformación distinta para cada píxel, a diferencia de los filtros lineales espacialmente homogéneos que utilizan una misma para todos los píxeles de una imagen. El procesamiento de datos de este filtro adaptativo se lleva a cabo en una ventana deslizante, la cual se desplaza sobre todas las posiciones de la imagen y en cada una de estas posiciones se realiza una estimación del píxel central con base a las características estadísticas contenidas dentro de la ventana, de forma que las características del filtro no son globales sino locales, esto es, particulares para cada píxel de la imagen. De este modo se pretende, por ejemplo, en una aplicación de

reducción de ruido, llevar a cabo un filtrado mayor en aquellas zonas donde se presume que sólo hay ruido, pero, sin embargo, filtrar mucho menos en aquellas zonas próximas a los bordes de la imagen. En la figura 6 se puede observar cómo se llevaría a cabo este proceso usando el filtrado adaptativo local en el dominio de la frecuencia, donde en cada posición de la ventana deslizante se calcula el espectro de frecuencias de la ventana contenida, se hace pasar a través de una función de un filtro que considera los parámetros locales de la ventana y posteriormente a partir del espectro modificado se recupera un solo píxel de la imagen, repitiendo este proceso sobre toda la imagen.

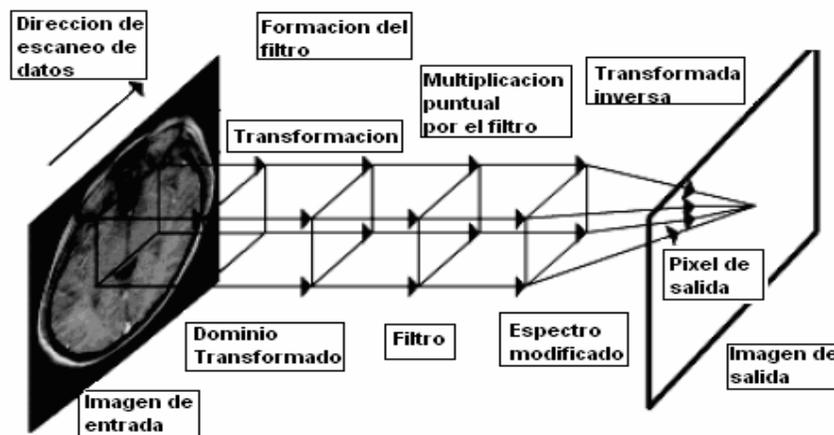


Figura 6. Filtrado adaptativo local en el dominio de la frecuencia

El filtrado mediante el uso de ventanas deslizantes tiene algunos elementos que se definen a continuación (Kim y Yaroslavsky, 1986).

1. (k, l) : coordenadas del píxel central
2. (m, n) : coordenadas de los píxeles contenidos en la ventana deslizante
3. $v_{m,n}$: valor del píxel ubicado en la coordenada (m, n)
4. $\hat{v}_{k,l}$: valor estimado de $v_{k,l}$

5. w : ancho de la ventana deslizante medido en píxeles.

Estos filtros son espacialmente no homogéneos de manera que podemos analizar imágenes no estacionarias a diferencia de los filtros globales que no podrían analizar de manera correcta estas señales. Además nos permiten analizar espectros de señales en tiempo corto, usar algunos criterios de calidad (MSE, SNR) e información espacial local. Su única desventaja es su complejidad y tiempo de procesamiento. Algunas ventajas y desventajas que se obtienen con el filtrado adaptativo local en comparación con el filtrado global son las siguientes:

- Consideran los cambios en las propiedades locales, a diferencia del filtrado global que considera los parámetros de la imagen completa.
- El ruido se modela como proceso estacionario.
- Permite analizar el espectro de señales no estacionarias (utilizando fragmentos de la señal que se consideran estacionarios), mientras que el filtrado global no es apropiado para este tipo de señales. Ejemplo: la Transformada Discreta de Fourier (TDF).
- Pueden trabajar bajo el esquema de filtros lineales sólo que de manera local.
- Reducen el ruido al mismo tiempo que conservan los bordes.
- Modifican la imagen basándose en estadísticas extraídas del entorno local de cada píxel, a diferencia del filtrado global que no considera propiedades locales.
- Sin embargo, su tiempo de procesamiento es bastante costoso en comparación del filtrado global

Se debe remarcar que en la presente tesis el filtrado se lleva a cabo en el dominio de la frecuencia y no en el dominio espacial, por lo tanto son filtros lineales adaptativos locales

que trabajan en una ventana en movimiento en el dominio de la transformada de tiempo-corto y a cada posición de la ventana deslizante se modifican los coeficientes de las transformaciones ortogonales de la señal para obtener solo una estimación del píxel central de la ventana. Han sido propuestos filtros de Wiener empíricos para suprimir ruido aditivo (Kober, 2003). Estos utilizan el módulo al cuadrado de muestras del espectro de señales ventaneadas como estimaciones del espectro de potencia y se requiere de un conocimiento a priori del espectro de potencia del ruido considerando que éste es aditivo, estacionario local e independiente de la señal.

II.7. Medidas de desempeño

En el procesamiento de imágenes, el desempeño de las estimaciones se determina con base a dos criterios (los cuales se aplican en este trabajo): el criterio visual y el criterio matemático (Kober, 2001). El criterio visual es totalmente subjetivo y responde a un juicio de percepción de los ojos sobre la calidad de una imagen. Mientras tanto el criterio matemático lo pueden determinar dos cantidades bien definidas: el error cuadrático medio (MSE siglas en inglés) dado por:

$$MSE = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |v_{m,n} - \hat{v}_{m,n}|^2}{N^2} \quad (68)$$

que es un estimador de varianza de ruido de la imagen. Donde $v_{m,n}$ es la imagen esperada, $\hat{v}_{m,n}$ es la imagen estimada, y N el número de muestras. Y también se tiene la relación señal-ruido (SNR siglas en inglés) dada por:

$$SNR = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |v_{m,n} - \mu_o|^2}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |v_{m,n} - \hat{v}_{m,n}|^2} \quad (69)$$

Es altamente deseable que la imagen resultante del filtro tenga un valor de MSE lo mas pequeño posible y un valor de SNR mayor. De esta manera la imagen filtrada tiende a ser más parecida a la imagen original. Con esto, al mencionar que algún filtro es mejor que otro, se refiere a que es mejor en términos del MSE y SNR.

En este capítulo se presentaron los tipos de operaciones que se realizan en el procesamiento de imágenes, incluyendo el enfoque del procesamiento adaptativo de imágenes, se hizo una breve referencia a la teoría de sistemas lineales. Además se ha explicado el uso de la TDF y la TDC, sus ventajas, sus propiedades y su relación existente. Así como también se presenta la medida de desempeño a utilizar en los procesos de restauración de imágenes.

Capítulo III

Técnicas de Restauración de imágenes

En este capítulo se presentan las diversas técnicas que existen para la restauración de imágenes en el dominio de la frecuencia y se selecciona un método a utilizar. Se presentan los modelos de observación de imagen, los tipos de función de dispersión puntual, el ruido a considerar en esta investigación, algunos conceptos sobre variables aleatorias, así como también se presentan algunas técnicas para la estimación de parámetros de degradación (movimiento horizontal lineal), ruido (aditivo gaussiano) en imágenes y un se propone un método sencillo para la reducción de ruido aditivo en imágenes para realizar una estimación más confiable.

III.1. Introducción

Una imagen adquirida por medio de dispositivos ópticos o electrónicos puede ser degradada debido al entorno de los sensores. Existen varios tipos de degradaciones entre las que pueden mencionarse: imágenes borrosas, ruido, imperfecciones en el color e iluminación, y degradaciones geométricas, entre otras (Bovik, 2000). La restauración de imágenes es tratada con el filtrado de la imagen observada para minimizar el efecto de degradación (ver figura 7).

La eficacia de los filtros de restauración de imagen depende del conocimiento del proceso de degradación que sufre una imagen, de ahí su importancia de hacer una estimación

óptima. El criterio frecuentemente utilizado para la restauración es el error cuadrático medio (MSE mencionado en el capítulo anterior), que puede ser utilizado como una medida de desempeño tanto global como local.



Figura 7. Sistema digital de restauración de imagen

La restauración de imagen difiere del realce de imágenes en que ésta última emplea técnicas destinadas para mejorar la calidad o apariencia visual de la imagen como acentuación o extracción de características a diferencia de la restauración de imágenes (Jain, 1989).

III.2. Degradaciones y ruido

Las degradaciones de interés en el presente documento son las que producen modificaciones en el nivel de intensidad de la imagen que producen una imagen borrosa (que en inglés se conoce como “blurring”) y/o con ruido.

La degradación que produce una imagen borrosa se presenta en el proceso de formación de la imagen y produce una reducción en el ancho de banda de la imagen ideal (Bertero y Boccacci, 2002). Estas degradaciones pueden presentarse en la forma de ruido del sensor, desenfoque del lente de la cámara, movimiento relativo entre objeto y cámara, turbulencia atmosférica, y otras (Jain, 1989). No sólo ocurre en imágenes ópticas (Bovik, 2000) y según Bertero y Boccacci et al. (2002) se trata de un proceso determinístico que en la mayoría de los casos tiene un modelo matemático lo suficientemente exacto que lo describe.

Por otra parte, la degradación presente en el proceso del registro de la imagen se denomina ruido, éste puede introducirse por el medio a través del cual se crea la imagen (absorción aleatoria), por el medio de registro (ruido en el sensor), por errores en la medición debido a la exactitud limitada del sistema de registro, por la cuantización de los datos para el almacenamiento digital, etc. Y contrario de la degradación que produce una imagen borrosa, el ruido es un proceso estadístico por lo que se desconoce y sólo puede tenerse conocimiento sobre él a partir de sus propiedades estadísticas (Bovik, 2000; Bertero y Boccacci 2002).

III.3 Modelos de observación de imágenes

En la formación óptica de la imagen, se tiene una distribución desconocida de radiación espacial, que corresponde a la imagen libre de ruido y se denota por $f(x,y)$. Si la formación de la imagen puede ser modelada como un proceso lineal homogéneo (como se muestra en la figura 8) entonces, $g(x,y)$ (imagen final observada) en el dominio espacial es una superposición lineal de los valores de $f(x,y)$ a los cuales se agrega también el ruido pudiéndose expresar matemáticamente como:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + \eta(x, y) \quad (70)$$

donde * implica la operación de convolución y $h(x, y)$ es la función de la respuesta al impulso, llamada también kernel de convolución del sistema lineal de la imagen o función de dispersión puntual (PSF siglas en inglés) (Bertero y Boccacci 2002). Y el término η corresponde al ruido considerado generalmente como un proceso aleatorio blanco con distribución gaussiana.

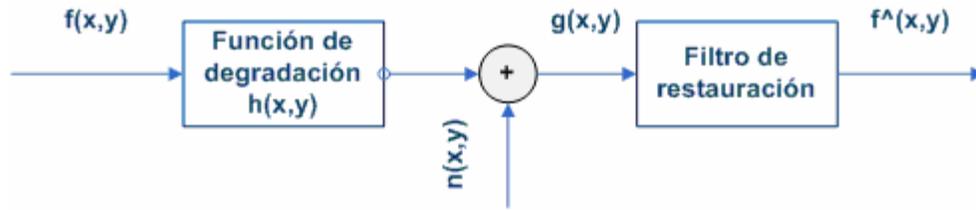


Figura 8. Modelo de degradación homogénea

La función de dispersión puntual es una función de degradación que describe lo que le sucede a un punto particular de luz cuando pasa a través de un sistema, es equivalente a la respuesta impulso en 2-D y generalmente representa a un sistema lineal e invariante espacialmente (Umbaugh 1998; Bovik, 2000), en este caso se puede denominar función de degradación. Por otro lado, como el ruido es información desconocida, se emplea información estadística como la media y varianza, para describirlo. También resulta útil saber si es aditivo o multiplicativo, correlacionado o no correlacionado, gaussiano o con otra distribución de probabilidad (Bertero y Boccacci 2002).

Si el modelo de la ecuación (70) desea presentarse en el dominio de la frecuencia se debe recordar que una convolución en el dominio espacial es igual a una multiplicación en el dominio de la frecuencia, de tal manera que la forma equivalente del modelo de degradación en el dominio de la frecuencia está dada por:

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v) \quad (71)$$

donde los términos en mayúscula representan la transformada de Fourier de los términos correspondientes de la ecuación (70). El modelo anterior se definió como modelo de degradación homogéneo (espacialmente invariante), debido a que la función H que se emplea tiene el propósito de degradar de manera global la imagen.

A diferencia del modelo de degradación homogéneo, el modelo no homogéneo (espacialmente variante), que se muestra en la figura (9) trabaja bajo el mismo principio de linealidad sólo que de manera local, donde diversas áreas o vecindarios de la imagen se convolucionan con diferentes funciones h , provocando con esto que la imagen sufra diversos niveles o tipos de degradación en diversas áreas, posteriormente a la señal resultante se le añade ruido globalmente.

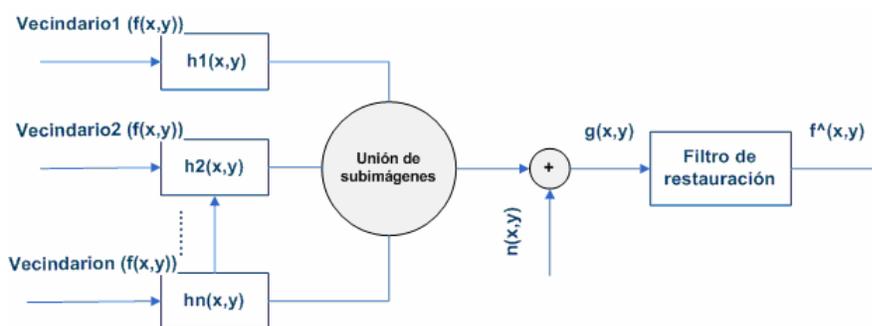


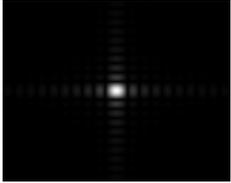
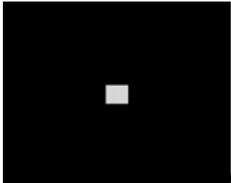
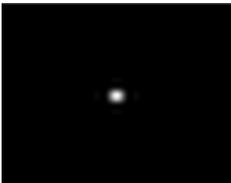
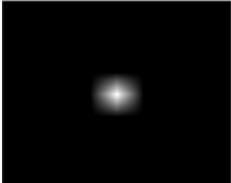
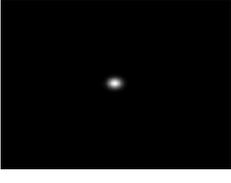
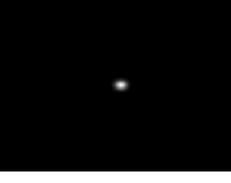
Figura 9. Modelo de degradación no homogénea

Se puede observar que en ambos modelos el propósito de la restauración es diseñar una función que permita a partir de la imagen observada $g(x, y)$, obtener la imagen original $f(x, y)$ o que esta se aproxime. Cabe mencionar que ambos modelos son los que se manejaron en esta tesis para la creación de imágenes de pruebas.

III.4 Modelos de formación de imágenes

La tabla I enlista y muestra modelos de respuesta al impulso para varios sistemas espacialmente invariantes, así como su respuesta en frecuencia, tales como sistemas de difracción limitada coherente, e incoherente, movimiento horizontal, y otros.

Tabla I. Ejemplos de modelos espacialmente invariantes

Tipo de sistema	Respuesta al impulso $h(x,y)$	Respuesta en frecuencia $H(u,v)$
Difracción limitada coherente	$h(x,y) = ab \operatorname{sinc}(ax) \operatorname{sinc}(by)$  <p style="text-align: right;">(a)</p>	$H(u,v) = \operatorname{rect}(u/a, v/b)$  <p style="text-align: right;">(b)</p>
Difracción limitada incoherente	$h(x,y) = \operatorname{sinc}^2(ax) \operatorname{sinc}^2(by)$  <p style="text-align: right;">(c)</p>	$H(u,v) = \operatorname{tri}(u/a, v/b)$  <p style="text-align: right;">(d)</p>
Movimiento lineal	$h(x,y) = \begin{cases} 1/L, & 0 \leq n \leq L-1 \\ 0, & L \leq n \leq N-1 \end{cases}$  <p style="text-align: right;">(e)</p>	$H(u,v) = \frac{1}{L} \exp\left[-j \frac{\pi}{N} (L-1)u\right] \frac{\sin(\pi Lu/N)}{\sin(\pi u/N)}$  <p style="text-align: right;">(f)</p>
Turbulencia atmosférica	$h(x,y) = \exp\{-\pi\alpha^2(x^2 + y^2)\}$  <p style="text-align: right;">(g)</p>	$H(u,v) = \frac{1}{\alpha^2} \exp\left[\frac{-\pi(u^2 + v^2)}{\alpha^2}\right]$  <p style="text-align: right;">(h)</p>
Desenfoque Gaussiano	$h(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right)$  <p style="text-align: right;">(i)</p>	$H(u,v) = \exp\left(\frac{-w^2\sigma^2}{2}\right)$  <p style="text-align: right;">(j)</p>

De acuerdo a la óptica geométrica, la imagen de una fuente de punto tendría la forma de un punto perfecto, sin embargo, debido a los efectos de difracción, en la imagen se presenta una pequeña mancha de luz, llamada patrón de difracción, que es precisamente la PSF. Este fenómeno de difracción ocurre cuando un haz de luz pasa a través de alguna abertura, y el frente de onda interactúa con los bordes del objeto, introduciendo un cambio de dirección en su propagación y cambios de fase. Los sistemas de imagen con difracción limitada se tratan por medio de métodos de Fourier y su teoría es conocida como óptica de Fourier. En ella se ve a un sistema óptico como un sistema lineal para el caso de una iluminación espacialmente coherente, o bien, incoherente (Bertero y Boccacci 2002).

En la iluminación espacialmente coherente (ecuaciones a y b), la fase relativa de dos puntos del objeto es constante en el tiempo, en tanto que en la incoherente (ecuaciones c y d) las fases de todos los puntos varían de una manera estadísticamente independiente (Bertero y Boccacci 2002).

Por otro lado, el modelo más simple de degradación es el ocasionado por el movimiento relativo durante la exposición entre la cámara y el objeto a ser fotografiado. Ejemplos clásicos de imágenes con esta degradación son aquéllos en donde se fotografía la Tierra, Luna y planetas usando vehículos aéreos tales como aeronaves y naves espaciales (Bertero y Boccacci 2002).

Considerando que $s=cT$ (c es la velocidad de movimiento, T es el tiempo de adquisición de imagen de la cámara, s es la distancia de desplazamiento) la PSF de esta degradación en 1-D puede definirse como:

$$K(x) = \begin{cases} 1/s, & 0 \leq x \leq s \\ 0, & \text{otro} \end{cases} \quad (72)$$

Donde su PSF discreta corresponde a la ecuación (e) de la tabla I, donde L es el número de píxeles correspondiente a la distancia de desplazamiento s , es decir $L = s/\delta$ si δ es la distancia de muestreo. La TDF de $h(x,y)$ es calculada por la ecuación (f) de la tabla I. Cuando la razón N/L es entero entonces H es cero para $u=Nk/L$ con $k=1,2,\dots, L-1$, en caso contrario, H nunca es cero pero sus valores pueden ser pequeños para los valores de u cercanos a Nk/L . Este modelo puede ser utilizado en ambas direcciones ya sea horizontal o vertical.

En cuanto a turbulencia atmosférica (ecuación g y h), las fluctuaciones turbulentas de velocidad en la atmósfera generan un campo de temperatura estadístico que incrementa una no homogeneidad aleatoria en el índice de refracción. Como consecuencia de ello se producen distorsiones en la propagación de campos electromagnéticos y acústicos en todas las longitudes de onda. Este efecto es importante cuando se capturan imágenes a través de la atmósfera pues se producen imágenes borrosas muy irregulares (Jain, 1989; Bertero y Boccacci, 2002).

En cuanto al desenfoque gaussiano es un tipo de degradación de imagen que utiliza una distribución normal, y sus efectos son reducir ruido y la pérdida de detalles de la imagen. Los efectos visuales de esta degradación provocan un suavizado parecido a una imagen vista a través de una pantalla translúcida, diferente al efecto Bokeh producido por el desenfoque de una lente, o el sombreado de un objeto bajo una iluminación. Las ecuaciones (i) y (j) de la tabla I describen su respuesta al impulso y frecuencia donde $(r^2 = u^2 + v^2)$, y σ es la desviación estándar de la distribución gaussiana. Matemáticamente hablando un desenfoque gaussiano en una imagen es igual a convolucionar la imagen con una

distribución gaussiana, y dado que la TDF de una función gaussiana es otra gaussiana, se tienen entonces los efectos de un filtro pasa-bajas.

III.5 Ruido en imágenes

El ruido es cualquier información indeseable que contamina una imagen, y que aparece en ella desde diversas fuentes. El proceso digital de adquisición de imágenes que convierte una imagen óptica en una señal eléctrica continua que se muestrea es el principal proceso por el cual aparece el ruido en imágenes digitales. En todo paso del proceso existen fluctuaciones causadas por fenómenos naturales que añaden un valor aleatorio al valor del brillo exacto de un píxel dado. En muchas imágenes, el ruido puede ser modelado ya sea con una distribución gaussiana (o normal), uniforme, sal y/o pimienta (Umbaugh, 1998).

Matemáticamente, una señal afectada con ruido aditivo se puede modelar como sigue:

$$s(m, n) = v(m, n) + \eta(m, n) \quad (73)$$

Donde $s(m, n)$ representa la imagen ruidosa, $v(m, n)$ denota la imagen original y $\eta(m, n)$ es una variable aleatoria de función de probabilidad arbitraria.

Ruido con distribución Gaussiana

En la presente tesis el ruido a considerar $\eta(m, n)$ tiene una función de probabilidad gaussiana de media 0 y varianza σ^2 , decir, será ruido aditivo blanco gaussiano. Cabe señalar que una variable aleatoria X de media μ y varianza σ^2 tiene densidad de probabilidad gaussiana si su función de probabilidad es de la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (74)$$

Comúnmente se utiliza para modelar procesos naturales de ruido, tales como el ruido electrónico en un sistema de adquisición de imágenes (Umbaugh, 1998). Existen otras funciones de probabilidad del ruido, como lo es el ruido con distribución uniforme, sal y pimienta, y otras distribuciones, que están fuera de este estudio pero aun así son mencionadas.

Ruido con distribución uniforme.- Los valores de los niveles de gris del ruido se distribuyen uniformemente a través de un rango específico que puede corresponder al de la imagen completa (de 0 a 255 para 8 bits) o a una porción de ella. Se utiliza para generar otros tipos de distribuciones de ruido y para degradar imágenes que se emplean para evaluar algoritmos de restauración de imágenes, ya que proporciona un modelo de ruido menos sesgado o neutral (Umbaugh, 1998). Su representación analítica está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq g \leq b \\ 0, & \text{otro} \end{cases} \quad (75)$$

Ruido sal y pimienta.- En este modelo sólo existen dos valores posibles, a y b , y la probabilidad de cada uno es usualmente menor a 0.1 –con números mayores, el ruido domina a la imagen. Por ejemplo, este tipo de ruido es producto de un mal funcionamiento de los elementos de píxeles en los sensores de cámara (Umbaugh, 1998). En las imágenes, los ruidos gaussiano y uniforme son muy similares visualmente, pero no así con el ruido sal y pimienta.

$$G(m, n) = \begin{cases} I(m, n) & a < p \\ a & p \leq x \leq q \\ b & q \leq x < 1 \end{cases} \quad (76)$$

Obsérvese que $(q-p)$ es la probabilidad de pasar al valor a (255 y por tanto sal), $(1-q)$ es la probabilidad de pasar a b (0 y por tanto pimienta), p es la probabilidad de permanecer igual.

Otras distribuciones exponenciales.- Existen otros tipos de modelos basados en distribuciones exponenciales (además del modelo gaussiano) que son útiles para modelar ruido en imágenes digitales que se obtienen en el rango de radar e imágenes de velocidad. Este ruido se modela típicamente por medio de la distribución Rayleigh. Por otro lado, el ruido exponencial negativo se presenta en imágenes basadas en láser, y si ese tipo de imágenes se filtra con pasa-bajas, el ruido puede ser modelado como un ruido gamma. (Umbaugh, 1998).

III.6 Señales aleatorias

En la representación estadística de imágenes, cada píxel es considerado como una variable aleatoria. Por lo tanto, se debe pensar una imagen como una función muestra de un ensamble de imágenes. Como tal, un ensamble deberá ser definido adecuadamente por una función de densidad de probabilidad de las variables aleatorias del arreglo. Para tamaños prácticos de imágenes, el número de variables sería muy largo (262,144 para imágenes de 512x512). Por lo tanto sería difícil especificar una función de densidad dada la tarea enorme de medir (Jain, 1989). Una posibilidad es especificar el ensamble es a través de su primer y segundo momento (media y covarianza).

Cuando cada muestra de una secuencia de dos dimensiones (en este caso una imagen) es una variable aleatoria, se le llama campo aleatorio discreto, y cuando el campo aleatorio representa un ensamble de imágenes (tales como imágenes de televisión o satélite) se le nombra imagen aleatoria. El término de campo aleatorio aplicará a cualquier secuencia

aleatoria de dos dimensiones. Las funciones de media y covarianza de un campo aleatorio complejo están definidas como:

$$E[u(m, n)] = \mu(m, n) \quad (77)$$

$$Cov[u(m, n), u(m', n')] \cong E[(u(m, n) - \mu(m, n))(u^*(m', n') - \mu^*(m', n'))] \quad (78)$$

$$= r_u(m, n; m', n') = r(m, n; m', n') \quad (79)$$

Por lo regular se considerará el caso estacionario donde:

$$\mu(m, n) = \mu = \text{constante} \quad (80)$$

$$r_u(m, n; m', n') = r_u(m - m', n - n') = r(m - m', n - n') \quad (81)$$

Por lo tanto un campo estacionario que satisface la ecuación anterior es llamado invariante al desplazamiento, homogéneo, o en amplio sentido estacionario. Y la función de covarianza de un campo aleatorio estacionario $u(m, n)$ se denotará por medio de $r_u(m, n)$ o $r(m, n)$, implicando que:

$$r(m, n) = Cov[u(m, n), u(0, 0)] = Cov[u(m'+m, n'+n), u(m', n')] \quad (82)$$

Por lo tanto un campo aleatorio $x(m, n)$ puede ser llamado un campo de ruido blanco cuando cualquiera de sus dos elementos diferentes $x(m, n)$ y $x(m', n')$ están mutuamente no correlacionados es decir que la función de covarianza del campo es de la forma:

$$r_x(m, n; m', n') = \sigma_x^2(m, n)\delta(m - m', n - n') \quad (83)$$

Y un campo aleatorio es llamado gaussiano si su segmento definido en un campo finito arbitrario es gaussiano. Esto significa que cada segmento finito de $u(m, n)$ cuando es mapeado en un vector tendrá una función de densidad de la forma:

$$p_u(u) = p_u(u_1, u_2, \dots, u_N) = \left[(2\pi)^{N/2} |R|^{1/2} \right]^{-1} \exp\{-1/2(u - \mu)^* R^{-1} (u - \mu)\} \quad (84)$$

Donde R es la matriz de covarianza de u y se supone que es no singular. La covarianza y auto correlación de un campo de dos dimensiones tienen propiedades de simetría y no negatividad:

$$\text{Simetría: } r(m, n; m', n') = r^*(m', n'; m, n) \quad (85)$$

$$\text{en general } r(m, n; m', n') \neq r(m', n; m, n') \neq r^*(m', n; m, n') \quad (86)$$

$$\text{No negatividad: } \sum_m \sum_n \sum_{m'} \sum_{n'} x(m, n) r(m, n; m', n') x^*(m', n') \geq 0 \quad x(m, n) \neq 0, \forall(m, n) \quad (87)$$

La función de covarianza de un campo aleatorio es llamado separable cuando esta puede ser expresada como un producto de funciones de covarianza de secuencias de una dimensión, es decir:

$$r(m, n; m', n') = r_1(m, m') r_2(n, n') \quad \text{Caso no estacionario} \quad (88)$$

$$r(m, n) = r_1(m) r_2(n) \quad \text{Caso estacionario} \quad (89)$$

Ahora sea $u(m, n)$ una secuencia aleatoria estacionaria, entonces su función de densidad espectral (SDF siglas en inglés) es definida como la transformada de Fourier de $r_u(m, n)$,

$$SDF\{u(m, n)\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_u(m, n) \exp(-j(w_1 m + w_2 n)) \quad (90)$$

Y por tanto la covarianza $r_u(m, n)$ es simplemente la TDF inversa de la SDF es decir:

$$r_u(m, n) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\pi}^{\pi} S_u(w_1, w_2) \exp[-j(w_1 m + w_2 n)] dw_1 dw_2 \quad (91)$$

Esto muestra que:

$$\sigma_u^2 = E[u(m, n) - \mu]^2 = r_u(0, 0) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\pi}^{\pi} S_u(w_1, w_2) dw_1 dw_2 \quad (92)$$

es decir que $S_u(w_1, w_2)$ es igual al promedio de la potencia en el campo aleatorio. Físicamente $S_u(w_1, w_2)$ representa la densidad de potencia en la imagen en frecuencias espaciales (w_1, w_2) . Por lo tanto la SDF es además conocida como la función de densidad espectral de potencial (PSD siglas en inglés) del campo aleatorio. Por lo regular, la potencia espectral es definida como la TDF de la auto correlación de una secuencia en vez de la covarianza de una secuencia, sin embargo continuaremos con la definición basada en covarianza. Las propiedades de la SDF se encuentran resumidas en la tabla II, estas propiedades son similares para campos aleatorios continuos.

Tabla II. Propiedades de la SDF de secuencias aleatorias reales

Propiedad	Dos dimensiones
Par transformado de Fourier	$S(w_1, w_2) \leftrightarrow r(m, n)$
Real	$S(w_1, w_2) = S^*(w_1, w_2)$
Par	$S(w_1, w_2) = S(-w_1, -w_2)$
No negativa	$S(w_1, w_2) \geq 0, \forall (w_1, w_2)$
Linealidad	$S_u(w_1, w_2) = H(w_1, w_2) ^2 S_e(w_1, w_2)$
Separabilidad	$S(w_1, w_2) = S_1(w_1)S_1(w_2)$ si $r(m, n) = r_1(m)r_2(n)$

Supóngase ahora que si la función de covarianza de un campo de ruido blanco estacionario está dado por $r_u(m, n)$, entonces la SDF o PSD es la constante σ^2 debido a que:

$$S(w_1, w_2) = \sigma^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(m, n) \exp(-j(w_1 m + w_2 n)) = \sigma^2 \quad (93)$$

Dicho lo anterior y recordando que el ruido aditivo gaussiano que se utilizará en esta tesis es un proceso aleatorio con una distribución gaussiana, entonces su señal de potencia está

descrita a través de su densidad de potencia espectral (PSD) y definida por la ecuación (93) como una constante (en este caso está completamente caracterizada por su varianza) para todas las frecuencias, es por este motivo que se le denomina ruido blanco.

III.7 Técnicas de restauración en el dominio de la frecuencia

El filtrado en el dominio de la frecuencia opera a través del uso de la representación de la transformada de Fourier de la imagen que se aplica sobre tres funciones en el dominio espacial: 1) la imagen degradada, 2) la función de degradación y 3) el modelo del ruido. El filtro en el dominio de la frecuencia se aplica a las salidas de la transformada de Fourier: $N(u, v)$, $G(u, v)$ y $H(u, v)$ y el resultado de su operación sufre una transformada inversa de Fourier para obtenerse la imagen restaurada (Umbaugh, 1998). Como ejemplos de éstas técnicas se tienen las siguientes.

III.7.1 Filtro inverso

El método más simple para restauración es el filtrado inverso, el cual es un proceso que consiste en recuperar la entrada de un sistema a partir de su salida. Supóngase que en ausencia de ruido el filtro inverso deberá ser un sistema que recupera $f(x, y)$ a partir de las observaciones $g(x, y)$, esto significa que se calcula un estimado $\hat{F}(u, v)$ de la transformada de Fourier de la imagen original dividiendo la transformada de la imagen degradada $G(u, v)$ entre la función de degradación $H(u, v)$.

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (94)$$

Algunas dificultades se presentan en el proceso de restauración, si $H(u, v)$ es nula o tiene valores muy pequeños en alguna región de interés en el plano uv . Si los ceros de $H(u, v)$ están localizados en algunos puntos conocidos en el plano uv , generalmente pueden ser rechazados en el cálculo de $\hat{F}(u, v)$ afectando a la imagen resultante.

Una dificultad mas seria se presenta, cuando la imagen se degrada también por ruido aditivo, sustituyendo la ecuación (3) en ecuación (94).

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (95)$$

Esta expresión indica que si $H(u, v)$ es cero o tiene valores muy pequeños, el término $N(u, v)/H(u, v)$ podría dominar la restauración resultante de $F^{-1}[\hat{F}(u, v)]$. Un método para eliminar este problema es limitar las frecuencias a valores cercanos al origen. Sabemos que $H(0, 0)$ es igual al valor promedio de $h(x, y)$, y éste es generalmente el valor más alto de $H(u, v)$ en el dominio de la frecuencia. Entonces, limitando el análisis a frecuencias cercanas al origen se reduce la probabilidad de encontrar ceros.

En resumen el filtro inverso es un filtro lineal invariante a desplazamientos que requiere de un conocimiento a priori del PSF , y que funciona adecuadamente en ausencia de ruido. Su expresión está dada por:

$$H(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} = H^{-1} \quad (96)$$

Sin embargo presenta complicaciones cuando algunos puntos en $H(u, v)$ son cero (Umbugh 1998; Jain 1989), situación que se resuelve con el filtro pseudo inverso.

III.7.2 Filtro pseudo inverso

Este filtro es una versión estabilizada del filtro inverso. Para un sistema lineal invariante a desplazamientos con respuesta en frecuencia $H(u, v)$, el filtro pseudo inverso se define por:

$$H^{-}(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u, v)}, & H(u, v) \neq 0 \\ 0, & H(u, v) < \beta, \beta \approx 0 \end{cases} \quad (97)$$

Aquí $H^{-}(u, v)$ es llamado también como inverso generalizado de $H(u, v)$, en analogía con la definición de las matrices inversas generalizadas. En la práctica, $H(u, v)$ se hace igual a cero siempre que $|H(u, v)|$ sea menor a una cantidad positiva (β) que proporcione resultados convenientes (Jain, 1989).

III.7.3 Filtro Wiener

La principal limitación de los filtros inversos y pseudos inversos es su sensibilidad al ruido. El filtrado Wiener inverso es un método de restauración de imágenes efectivo en la presencia de degradaciones y ruido ya que incorpora a ambos en el proceso de restauración. En este método sean $u(m, n)$ y $v(m, n)$ secuencias aleatorias arbitrarias de media cero. Se desea obtener una estimada de $\hat{u}(m, n)$, de $u(m, n)$ a partir de $v(m, n)$ de tal manera que el error cuadrático medio sea minimizado por:

$$MSE = E\{[u(m, n) - \hat{u}(m, n)]^2\} = \sum_{M=0}^{M-1} \sum_{N=0}^{N-1} [u(m, n) - \hat{u}(m, n)]^2 \quad (98)$$

En este método se asume que el ruido y la imagen no están correlacionados, que una u otra tienen media igual a cero y que los niveles de gris en la estimación son una función lineal de los niveles de la imagen degradada. Basados en estas condiciones, la función de error mínima está dada en el dominio de la frecuencia por:

$$H_w = \frac{H^*(u, v)S_{uu}(u, v)}{H(u, v)S_{uu}(u, v) + S_{nn}(u, v)} \quad (99)$$

$$= \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + S_{nn}(u, v)/S_{uu}(u, v)} \quad (100)$$

$$= \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + S_{nn}(u, v)/S_{uu}(u, v)} \quad (101)$$

Donde $S_{uu}(u, v)$ corresponde a la transformada de Fourier de la imagen original, $S_{nn}(u, v)$ es la densidad de potencial espectral (PSD) de ruido, y $H(u, v)$ es la respuesta de frecuencia del sistema de imagen (función de degradación).

En la ecuación anterior se utiliza el hecho de que el producto de una cantidad compleja con su conjugado es igual a la magnitud de la cantidad compleja al cuadrado, este filtro también es llamado estimador cuadrático de media mínima (MMSE siglas en inglés).

Ahora, suponiendo la ausencia de cualquier degradación, $H=I$ y el filtro Wiener definido por la ecuación (100) se convierte en:

$$H_w = \frac{S_{uu}(u, v)}{S_{uu}(u, v) + S_{nn}(u, v)} = \frac{S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v)}{S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v) + 1} \quad (102)$$

donde $S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v)$ se define como la razón señal a ruido en las frecuencias (u, v) . Este es llamado el filtro suavizado. Es un filtro de fase cero que depende únicamente de la razón señal-ruido $S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v)$. Para frecuencias donde $S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v) \gg 1$, H_w toma valores cercanos a la unidad, lo que significa que todas las componentes de frecuencias están en la banda de paso. Cuando la razón $S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v) \ll 1$, se tendrá que $H_w = S_{uu}(u, v)/S_{nn}(u, v)$; esto es que todas las componentes de frecuencias donde

$S_{uu}(u,v)/S_{nn}(u,v) \ll 1$ serán atenuados en proporción a su relación señal-ruido. Para imágenes, $S_{uu}(u,v)/S_{nn}(u,v)$ es usualmente alta en frecuencias espaciales bajas. Por lo tanto, el filtro suavizante de ruido es un filtro pasa-bajas mostrado en la figura (10.a)

Mientras en el caso en que hay ausencia de ruido, sea $S_{nn} = 0$, el filtro Wiener se reduce:

$$H_W = \frac{H^* S_{uu}}{|H|^2 S_{uu}} = \frac{1}{H} \quad (103)$$

Lo cual corresponde a un filtro inverso. Por otra parte, tomando en cuenta el límite $S_{nn} \rightarrow 0$, se obtiene

$$\lim_{S_{nn} \rightarrow 0} H_W = \begin{cases} \frac{1}{H} & H \neq 0 \\ 0 & H = 0 \end{cases} = H^{-1} \quad (104)$$

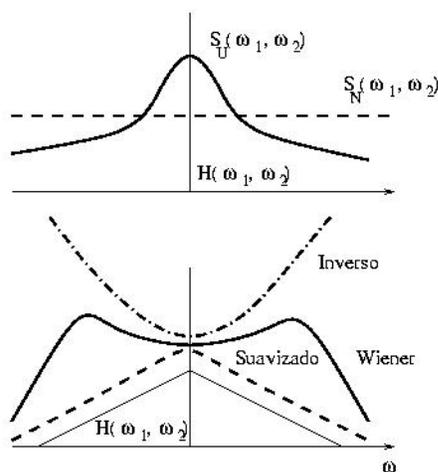


Figura 10. Características del filtro Wiener. (a) $H=I$, (b) $S_{nn}=0$.

que es el filtro pseudo inverso. Por lo tanto el proceso de degradación es usualmente un filtro pasa-bajas, mientras que el filtro Wiener actúa como un filtro pasa-altas en bajos

niveles de ruido. Cuando se presenta tanto ruido como la degradación, el filtro Wiener lleva a cabo un compromiso entre el filtro pasa-bajas suavizante de ruido y el filtro inverso pasa-altas resultante en un filtro pasa-bandas (figura 10.b).

Debido a que en la práctica tanto S_{nn} y S_{uu} no se conocen, una técnica utilizada regularmente es aproximarlas utilizando la expresión:

$$H_{WP} = \left[\frac{1}{H(u,v) \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + K}} \right] \quad (105)$$

donde K es una constante que se selecciona iterativamente hasta conseguir un resultado deseado, en este caso puede ser utilizado como criterio el error cuadrático medio (MSE). A esta versión del filtro se le conoce como Wiener paramétrico. Cabe recalcar que el filtro Wiener ideal, será la técnica de restauración en el dominio de frecuencia que se utilizará en esta tesis para el filtrado global y el filtrado adaptativo local, debido a las ventajas que representa, sin embargo, vale la pena mencionar otras variaciones de este filtro.

III.7.4 Filtro Cuadrático de Restricciones Mínimas

Técnica diseñada para resolver problemas del filtro inverso (como amplificación excesiva del ruido) y del filtro Wiener (estimación del espectro de potencia de la imagen ideal). Su representación en el dominio de Fourier es:

$$H_{CLSF}(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \alpha |D(u,v)|^2} \quad (106)$$

donde α es un parámetro de regularización o de ajuste que debe escogerse para obtener el mejor resultado (Bovik, 2000), y $D(u,v)$ corresponde a la transformada de Fourier del operador laplaciano cuya máscara puede ser:

$$d(m,n) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (107)$$

III.7.5. Filtros de Media Geométrica

La ecuación del filtro de media geométrica proporciona una forma general para muchos filtros de restauración en el dominio de la frecuencia. Se define como sigue:

$$H_{GMF}(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{|H^*(u,v)|^2} \right]^\alpha \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \gamma |S_m(u,v)/S_{uu}(u,v)|} \right]^{1-\alpha} \quad (108)$$

Donde γ y α son constantes positivas reales. Si $\alpha=1/2$ y $\gamma=1$, este filtro se llama filtro ecualizador del espectro de potencia (power spectrum equalization filter en inglés), también llamado filtro homomórfico. Si $\alpha=1/2$, entonces este filtro es un promedio entre el filtro inverso y filtro Wiener, de aquí el término de media geométrica. Si $\alpha=0$, este filtro se llama filtro Wiener paramétrico (Umbaugh, 1998).

Algunos aspectos y ventajas a resaltar de los filtros de restauración antes mencionados son los siguientes:

- Son los métodos más restrictivos de las técnicas de restauración, pero si se tiene la suficiente información, son extremadamente eficientes de implementar y presentan un tiempo de cómputo reducido. Por otro lado, no trabajan bajo restricciones no lineales (Biemond *et al*, 1990).
- En general, trabajan bien para pequeñas cantidades de degradación en imágenes borrosas y en cantidades moderadas de ruido aditivo. El filtro inverso es inadecuado cuando se presenta mucho ruido, y el filtro Wiener tiene la tendencia a causar elementos indeseables en la imagen resultante (Umbaugh, 1998).

- El diseño de un filtro inverso se hace imposible cuando se presenta variación espacial (Biemond *et al*, 1990).

III.8 Estimación de parámetros de imagen

El primer paso en la restauración de una imagen degradada es la identificación del tipo de degradación. Si la cámara se desajustó o hubo un movimiento relativo entre la cámara y el objeto, entonces se podrá calcular la PSF. En la práctica rara vez es conocida con exactitud y por lo tanto la degradación debe ser identificada a partir de la imagen observada. Sin embargo, el ruido es un factor importante que hay que considerar ya que puede afectar la estimación de las imágenes degradadas ruidosas, por ello se propone una etapa de prefiltrado para realizar la mejor estimación posible.

III.8.1. Estimación de ruido aditivo en señales.

Las características estadísticas más importantes del ruido aditivo son la desviación estándar y la función de auto correlación. Si el ruido es no correlacionado (como se considera en esta tesis) entonces su varianza y función de auto correlación pueden ser encontrados a través del uso de algoritmos sencillos basados en la medición de anomalías en la función de covarianza de la imagen observada.

Partiendo de la independencia de la señal y de la aditividad del ruido, la función de correlación $R(r,s)$ es medida sobre Q imágenes de $N_1 N_2$ elementos, y cada una de estas funciones de correlación es una suma de las funciones de auto correlación $R_0(r,s)$ de la imagen sin ruido, la función de auto correlación $R_n(r,s)$ del ruido y la realización de

algunos procesos aleatorios $\varepsilon(r, s)$ que describen el error en la medición de la función de correlación de ruido por medio de un tamaño finito de realizaciones,

$$R(m, n) = R_0(m, n) + R_n(m, n) + \varepsilon(m, n) \quad (109)$$

La varianza del proceso aleatorio $\varepsilon(m, n)$ es inversamente proporcional al volumen de la muestra QN_1N_2 en la que $R(r, s)$ es medido. Normalmente este volumen se toma a partir de cientos de miles de muestras, por lo que $\varepsilon(m, n)$ es usualmente pequeño y $R_n(r, s)$ puede ser estimado como:

$$R_n(m, n) = R(m, n) - R_0(m, n) \quad (110)$$

Recordando que el ruido no correlacionado es:

$$R_n(m, n) = \sigma_n^2 \delta(m, n) \quad (111)$$

Donde σ_n^2 es la varianza del ruido y $\delta(m, n)$ es la función delta de kronocker. En este caso, la función de correlación de la imagen observada se desvía a partir de la función de correlación de la imagen sin ruido en las coordenadas de origen, y la diferencia entre éstas es igual a la varianza de ruido.

$$\sigma_n^2 = R(0,0) - R_0(0,0) \quad (112)$$

Sin embargo, para todos los otros valores (m, n) la magnitud de $R(r, s)$ puede servir como una estimada de $R_0(r, s)$. Como se puede observar en la figura (11) es evidente que por medio de las funciones de correlación de la imagen tomadas en las vecindades cercanas al origen $(m=0, n=0)$, éstas presentan cambios pequeños en las funciones de m, n .

Por lo tanto, el valor de $R_0(0,0)$ requerido para calcular la varianza del ruido no correlacionado en (112) puede ser estimado con precisión considerable, por medio de la

extrapolación de los valores de $R_0(m,n)$ a partir de $R(m,n)$ en los puntos m, n cercanos al origen. Por lo tanto, para encontrar la varianza del ruido aditivo no correlacionado en la imagen, es suficiente medir la auto correlación $R(m,n)$ de esta imagen, y en un vecindario cercano al origen $(0,0)$, encontrar una estimación del valor $R_0(m,n)$ por medio de una extrapolación, y posteriormente aplicar (109) (Yaroslavsky, 1996). Cabe recalcar que la función de auto correlación presentada en la figura (11) ha sido desplazado su origen $(R(0,0))$ a las coordenadas del centro de la imagen $(R(128,128))$, para poder apreciar mejor su imagen.

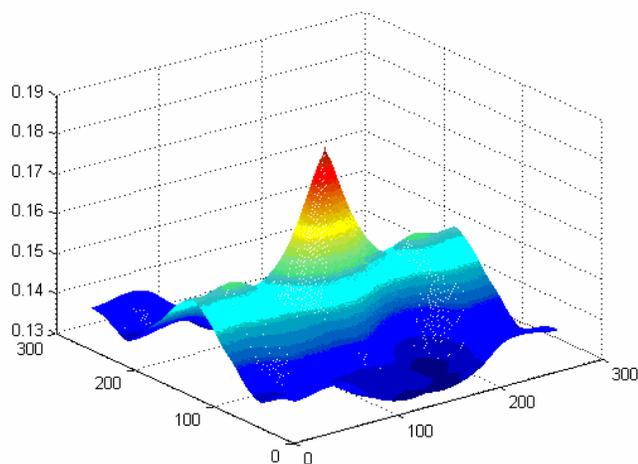


Figura 11. Función de auto correlación de la imagen ruidosa observada

Una estimación confiable puede ser obtenida, aún cuando la extrapolación es llevada a cabo sobre una dirección en la función de auto correlación de la imagen, en este caso se propuso una función de extrapolación lineal utilizando los valores en la dirección horizontal tomando únicamente 3 coeficientes en R de la siguiente manera:

$$K = R(0,1) - R(0,2) \quad (113)$$

$$R_0ext(0,0) = R(0,1) + K \quad (114)$$

Donde R_0ext es la versión extrapolada de la auto-correlación de la imagen ruidosa R , y K es la constante correspondiente a la diferencia existente entre 2 coeficientes subsecuentes de R que se suma al coeficiente previo al que se está estimando en R . Aunque en este método es suficiente tomar de 3 a 5 coeficientes en la dirección horizontal, en la figura 12 se puede observar la versión extrapolada de R repitiendo el proceso anterior para la imagen completa.

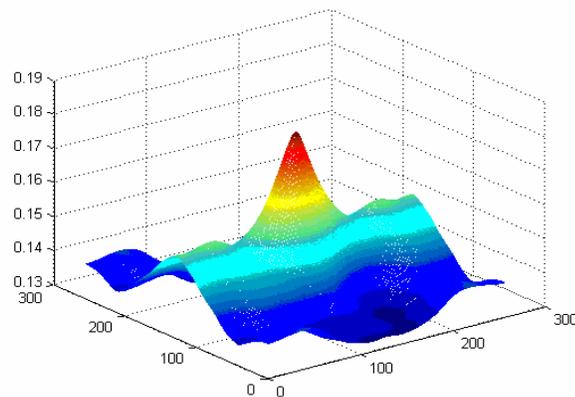


Figura 12. Función de auto correlación extrapolada de la imagen ruidosa observada

Con lo anterior se puede utilizar:

$$\hat{\sigma}_n^2 = R(0,0) - R_0ext(0,0) \quad (115)$$

De esta forma se podrán obtener resultados muy confiables en la estimación del ruido.

Como se muestra en la figura 13, donde el nivel de varianza de ruido agregado a la imagen fue de $\sigma_n^2 = 0.0015$ y el nivel de varianza estimado a través de este método fue de

$$\hat{\sigma}_n^2 = 0.0013$$

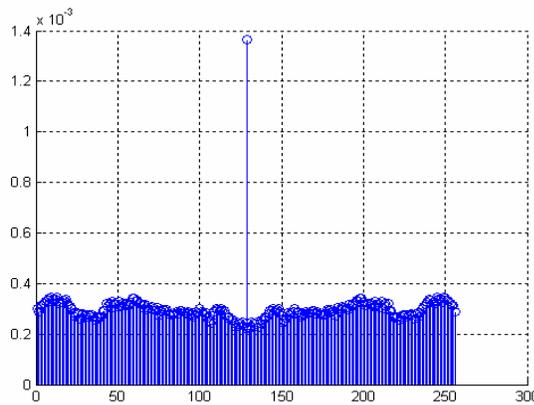


Figura 13. Varianza de ruido estimada aplicando la ecuación (115)

III.8.2. Propuesta de prefiltrado

Se sabe que en el dominio de la TDF, los coeficientes transformados de la imagen f pueden ser escritos como:

$$F(u, v) = |F(u, v)|e^{j\theta(u, v)} \quad (116)$$

donde $|F(u, v)|$ y $e^{j\theta(u, v)}$ son las componentes de magnitud y fase de los coeficientes transformados, respectivamente.

Supóngase que la imagen a procesar sufre la presencia de ruido aditivo; basándose en la ecuación (116) y tomando en cuenta que la PSD es una constante (caracterizada por su varianza) sumada en el dominio transformado para todas las frecuencias, es posible llevar una etapa de prefiltrado de ruido. Para ello usando el método de estimación anterior se puede estimar el nivel de ruido presente en la imagen y con base en esto, establecer que:

$$|\hat{F}(u, v)|^2 = \begin{cases} 0, & |F(u, v)|^2 \leq S_m \\ |F(u, v)|^2 - S_m, & |F(u, v)|^2 \geq S_m \end{cases} \quad (117)$$

$$\hat{F}(u, v) = \sqrt{|\hat{F}(u, v)|^2} \quad (118)$$

Donde S_{nn} es la PSD del ruido y es la constante que se encuentra añadida en todas las magnitudes de los componentes transformados de la imagen $F(u, v)$, de manera que usando un umbral se puede realizar una reducción de ruido en la imagen y obtener unos coeficientes transformados modificados prefiltrados $\hat{F}(u, v)$.

Sustituyendo $\hat{F}(u, v)$ en (116) y aplicando la TDF inversa, se puede obtener f' como una versión de la imagen original con menor ruido.

$$f' = F^{-1} \left\{ \hat{F}(u, v) e^{j\theta(u, v)} \right\} \quad (119)$$

III.8.3 Estimación de degradación de movimiento horizontal lineal

Para un movimiento horizontal lineal, es necesario estimar la dirección del desenfoque, y su distancia. Debido a que esta degradación tiene una respuesta en frecuencia oscilatoria con un patrón característico de cruces por ceros (de acuerdo a la ecuación (f) de la tabla I, y como puede observarse en la figura (14)) se puede obtener ventaja al identificarla en el dominio espectral bajo la suposición de que el desenfoque es localmente espacial invariante. (Biemond *et al*, 1990).

Es por ello que basándose en este principio se puede realizar la estimación de un movimiento horizontal lineal. Este método consiste en estimar los patrones ceros o próximos a ceros a partir de la respuesta en frecuencia de la imagen observada, de la cual se puede determinar la dirección del movimiento y la distancia del desenfoque. Sean $g(m, n)$, $f(m, n)$ y $h(m, n)$, la imagen degradada, imagen original y la PSF del movimiento

horizontal, respectivamente y $G(u, v)$, $F(u, v)$ y $H(u, v)$ sus transformadas de Fourier respectivamente.

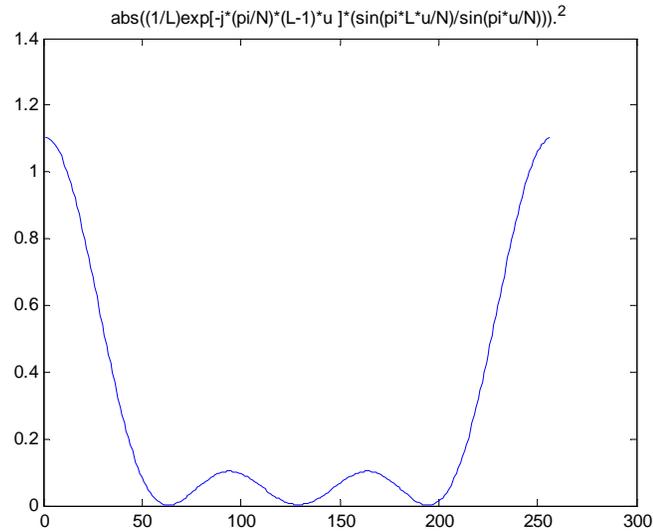


Figura 14. Ejemplo de respuesta en frecuencia de la PSF movimiento lineal $L=3$ píxeles desplazados, $N=256$ muestras de la PSF

Cuando la contribución de ruido es nula, la densidad de potencia espectral de la imagen degradada y original están relacionadas por medio de:

$$|G(u, v)|^2 = |H(u, v)|^2 |F(u, v)|^2 \quad (120)$$

El término de lado izquierdo puede ser evaluado a partir de la imagen degradada observada. Recordando que la respuesta en frecuencia de un movimiento lineal tiene múltiples ceros cuando la razón N/L es entero según la ecuación (f) de la tabla I, entonces con base a este patrón se puede identificar el parámetro L de la función H . Considerando que el logaritmo de cero o valores próximos a cero, resultan en infinito o valores negativos grandes respectivamente, a partir del cálculo del logaritmo de la magnitud del espectro se puede

hacer la detección de estos valores como se puede observar en el ejemplo de la figura (15) donde existe un movimiento horizontal lineal de 3 píxeles, donde algunos valores de $G(u,v)$ se aproximaron a cero y por tanto tienen picos negativos altos con cierto periodo en la señal. Por medio de estos picos es posible identificar la presencia de degradación de movimiento horizontal lineal en una imagen, así como también su dirección y extensión. En el caso de la figura 15 se puede observar que existe la presencia de un movimiento horizontal cuya extensión puede obtenerse a través de:

$$L = (N / m_0) - 1 \quad (121)$$

Donde N es el número de muestras del vector de medias, y m_0 es el valor de frecuencia en donde se presenta el primer pico negativo o cruce por cero de la señal. El procedimiento anterior puede ser utilizado también en imágenes degradadas con ruido, recordando que puede ser utilizada la etapa de prefiltrado de la sección (III.8.2) y de esta manera llevar a cabo una estimación un poco más confiable.

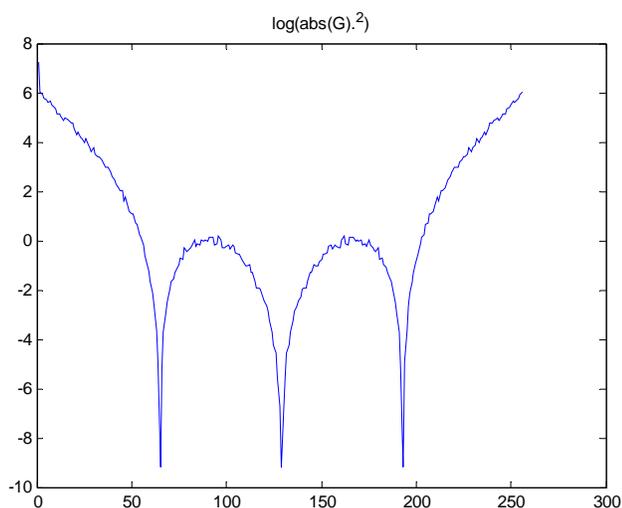


Figura 15. Logaritmo de la magnitud del espectro de imagen degradada por un movimiento lineal de 3 píxeles. Picos negativos en $m_0=64$, $m_1=128$, $m_2=192$, $N=256$ muestras

En este capítulo se presentaron las diversas técnicas de restauración de imágenes que existen en el dominio de la frecuencia que pueden ser utilizadas, sus características, y los modelos de imágenes que son utilizados en este trabajo de investigación. En este caso se decidió utilizar el filtro Wiener por las ventajas que representa. También se presentaron los métodos de estimación de parámetros que modifican los niveles de intensidad de una imagen (funciones de degradación y ruido). Estos métodos son utilizados para obtener información necesaria para diseñar filtros globales y adaptativos; en este sentido, se propuso un método sencillo de prefiltrado para realizar una estimación más confiable. Estos métodos pretenden resolver los problemas de estimación de una degradación ocasionada por un movimiento horizontal lineal, y la presencia de ruido aditivo blanco gaussiano.

Capítulo IV

Técnicas de Realce de imágenes

En éste capítulo se presentan las diversas técnicas que existen para el realce de imágenes en el dominio de la frecuencia, su esquema principal, los tipos de funciones de filtros, y sus características. Se presentan las dos técnicas a utilizar en los procesos de realce de imágenes utilizadas en nuestra investigación (filtro homomórfico, y filtro de raíz de coeficientes transformados), y se muestra cómo puede utilizarse el método de prefiltrado (presentado en el capítulo III) en conjunto con éstas técnicas de realce.

IV.1. Introducción

El realce de imagen se refiere a la acentuación de características de la imagen, tales como bordes, detalles, o contraste para hacer una imagen más útil para su análisis o apreciación. El realce de imagen incluye manipulación de contraste y niveles de gris, reducción de ruido, realce de bordes y detalles, filtrado, interpolación y magnificación, pseudo color y otros. La dificultad del realce de imagen consiste en cuantificar un criterio, ya que se basa sólo en la apariencia visual del observador, lo cual es bastante subjetivo. Por lo tanto varias técnicas son empíricas y requieren de procedimientos interactivos para obtener resultados satisfactorios. Existen diversas técnicas para el realce de imágenes, y éstas se clasifican con base a su tipo de operaciones: operaciones puntuales, operaciones espaciales, operaciones en el dominio transformado, y pseudo color. Sin embargo, el tipo de operaciones para el

realce de imagen que nos interesa en esta tesis son las que se realizan en el dominio transformado.

IV.2. Funciones de filtros

El realce y filtrado de imágenes en el dominio de la frecuencia consiste simplemente en calcular la transformada de Fourier de la imagen a realzar, multiplicarla por la función de transferencia de un filtro y tomar la transformada inversa para producir la imagen realzada, como se puede observar en la figura 16. Existe una gran variedad de funciones que pueden realizar los filtros, sin embargo, sólo se presentarán aquéllas que son más utilizadas y que se implementan en esta tesis aplicando filtrado global y adaptativo local

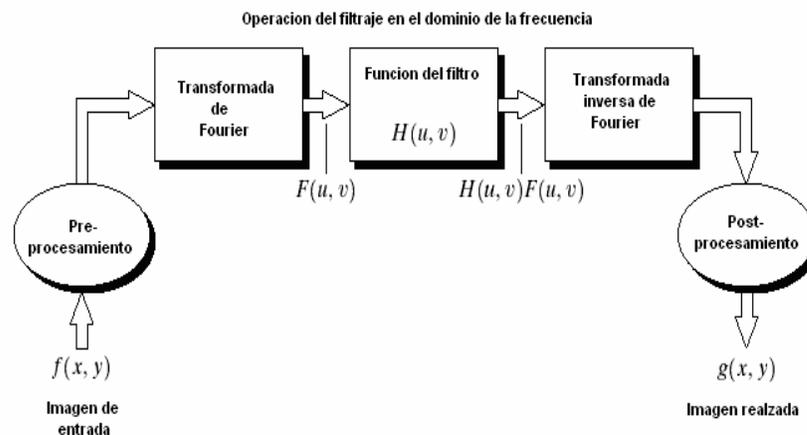


Figura 16. Esquema del filtrado y realce en el dominio de la frecuencia

IV.2.1 Filtro pasa-bajas

Bordes y otras transiciones (tales como el ruido) en una imagen de niveles de gris contribuyen significativamente al contenido de altas frecuencias de su transformada de Fourier. Por lo tanto, el suavizado se lleva a cabo en el dominio de la frecuencia atenuando

un rango específico de componentes de altas frecuencias de una imagen dada. (González y Woods, 2002).

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) \quad (122)$$

Donde $F(u, v)$ es la transformada de Fourier de una imagen a ser suavizada. El problema es seleccionar la función de transferencia de un filtro $H(u, v)$ que produzca $G(u, v)$ a partir de la atenuación de las componentes en altas frecuencias de $F(u, v)$. En esta sección se consideran funciones de transferencia que sólo afectan las partes reales e imaginarias de $F(u, v)$ de manera exacta, tales filtros se conocen como filtros de desplazamiento de fase cero.

Un filtro ideal pasa-bajas (ILPF siglas en inglés) es aquel cuya función de transferencia satisface la relación:

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad (123)$$

donde D_0 es una cantidad específica no negativa, y $D(u, v)$ es la distancia desde el punto (u, v) al origen del plano de la frecuencia, tal que:

$$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (124)$$

La figura 17.a muestra una perspectiva en 3-D de $H(u, v)$. El filtro ideal indica que todas las frecuencias dentro del círculo de radio D_0 pasan sin atenuación, mientras que el resto de las frecuencias fuera del círculo se eliminan. En este caso los filtros pasa-bajas considerados son radialmente simétricos con base a su origen. Especificando una sección cruzada extendida, como una función de distancia a partir del origen a lo largo de una línea radial (ver figura 17.b). La función de transferencia del filtro puede ser entonces generada rotando una sección cruzada 360 grados con respecto al origen. Esta especificación de simetría

radial está basada en que el origen de la transformada de Fourier ha sido centrada, y si la imagen en cuestión es de tamaño de $N \times N$, su transformada de Fourier tendrá este mismo tamaño y con centro en $(u, v) = (N/2, N/2)$.

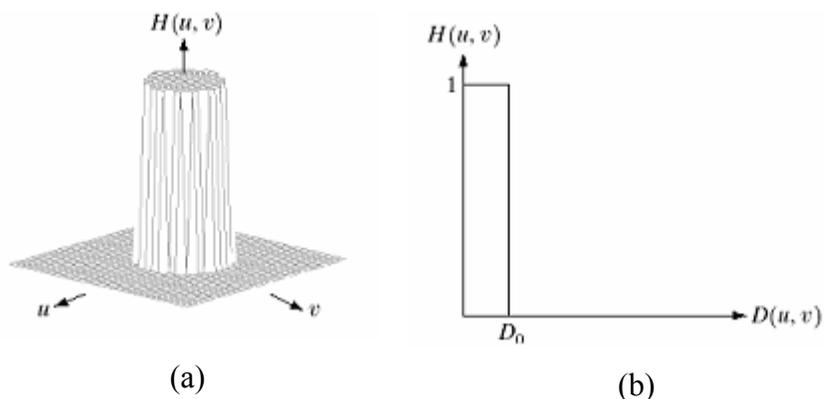


Figura 17. (a) Perspectiva 3D de una función de transferencia filtro ideal pasa-bajas;(b) sección cruzada del filtro

Para una sección cruzada de un filtro ideal pasa-bajas, el punto de transición entre $H(u, v) = 1$ y $H(u, v) = 0$ es llamado frecuencia de corte. En el caso de la figura 17.b D_0 es la frecuencia de corte. Así como la sección cruzada es rotada con base al origen, el punto D_0 traza un círculo dando una localización de frecuencias de corte, las cuales tienen una distancia D_0 desde el origen. Este concepto de frecuencia de corte es muy útil para las especificaciones de las características de un filtro. Y además sirve como una base común para comparar comportamientos de diferentes tipos de filtros. Desafortunadamente este tipo de filtro no puede ser llevado a cabo de manera física en componentes electrónicos por tratarse de un filtro lineal. En la siguiente parte, se presenta un filtro Butterworth pasa-bajas.

IV.2.2 Filtro Butterworth pasa-bajas

La función de transferencia de un filtro Butterworth pasa-bajas (BLPF siglas en inglés) de orden n y con frecuencia de corte localizada en una distancia D_0 a partir del origen está definido por medio de la relación (González y Woods, 2002).

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}} \quad (125)$$

Donde $D(u, v)$ está dada por ecuación (124). La perspectiva y sección cruzada de la función BLPF se muestra en la figura 18.

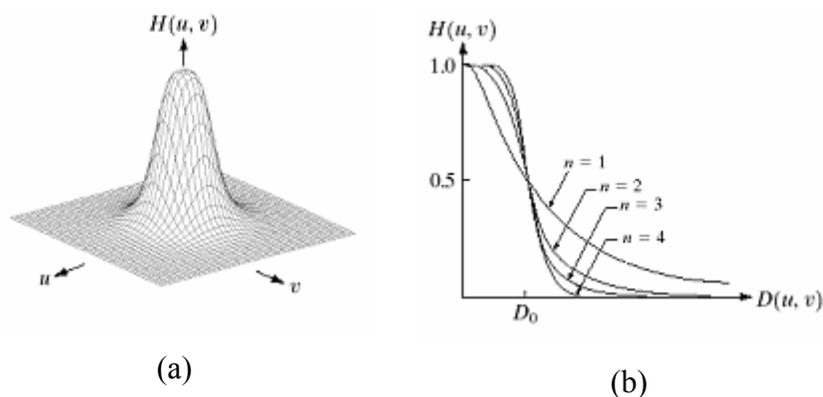


Figura 18. (a) Filtro Butterworth pasa-bajas; (b) sección cruzada radial para $n=1, 2, 3, 4$

A diferencia del ILPF, la función de transferencia del BLPF no tiene una discontinuidad abrupta que establezca una frecuencia de corte clara. Para filtros con funciones de transferencia suaves se acostumbra poner la frecuencia de corte en puntos donde $H(u, v)$ está por debajo de cierta fracción de su valor máximo. En el caso de la ecuación anterior $H(u, v) = 0.5$ (50% por debajo de su valor máximo que es 1) cuando $D(u, v) = D_0$. Otro valor utilizado es $1/\sqrt{2}$ del valor máximo de $H(u, v)$, quedando la ecuación (125) de la siguiente manera:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [\sqrt{2} - 1][D(u, v) / D_0]^{2n}} = \frac{1}{1 + 0.414[D(u, v) / D_0]^{2n}} \quad (126)$$

IV.2.3 Filtro pasa-altas

A diferencia de los filtros pasa-bajas aplicados en el dominio de la frecuencia para el suavizado de la imagen, el realce de la imagen puede llevarse a cabo utilizando filtros pasa-altas, los cuales atenúan los componentes de frecuencias bajas si alterar la información de las frecuencias altas de la transformada de Fourier.

Un filtro ideal pasa-altas (IHPF siglas en inglés), es aquel cuya función de transferencia satisface la relación (González y Woods, 2002).

$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad (127)$$

Donde D_0 es la distancia de corte medida a partir del origen del plano de frecuencias. Y $D(u, v)$ está dado por ecuación (124). La figura 19 muestra la perspectiva y su sección cruzada de la función del IHPF. Este filtro ideal es el opuesto al filtro ideal pasa-bajas en el sentido de que pone en cero todas las frecuencias que caen dentro del círculo de radio D_0 y dejar pasar aquellas que están fuera de este círculo. Como en el caso anterior este filtro tampoco es realizable de manera física.

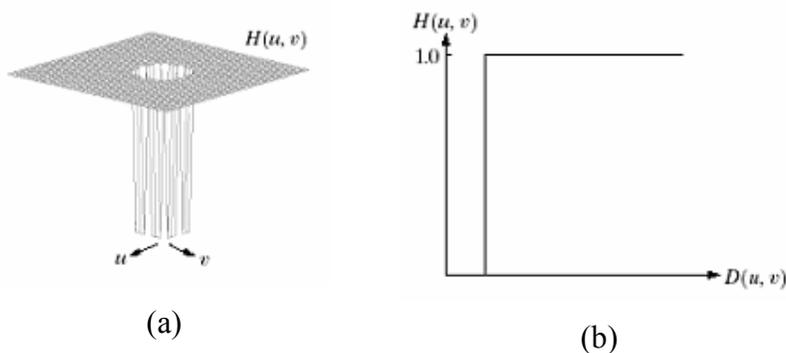


Figura 19. Perspectiva 3D de una filtro ideal pasa-altas;(b) sección cruzada del filtro

IV.2.4 Filtro Butterworth pasa-altas

La función de transferencia del filtro Butterworth pasa-altas (BHPF siglas en inglés) de orden n y con frecuencia de corte a una distancia D_0 desde el origen esta definido por la relación (González y Woods, 2002):

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}} \quad (128)$$

Donde $D(u, v)$, está dada por la ecuación (119). La figura 20 muestra la perspectiva y una sección cruzada de la función BHPF.

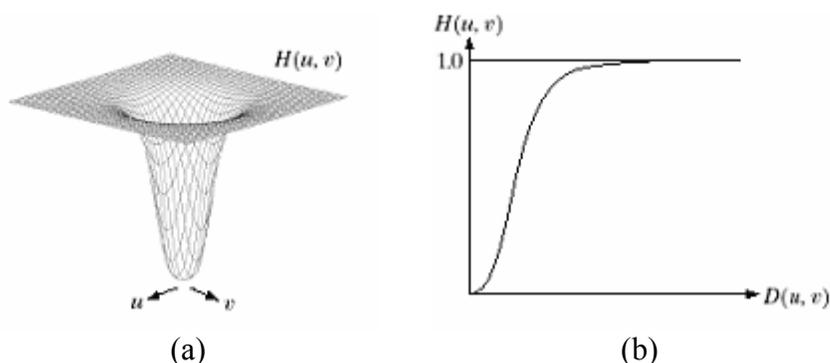


Figura 20. (a) Filtro Butterworth pasa-altas; (b) sección cruzada radial para $n=1$

Nótese que cuando $D(u, v) = D_0$, $H(u, v)$ está debajo de $1/2$ de su valor máximo. Así como en el caso del filtro Butterworth pasa-bajas, una práctica común es seleccionar la frecuencia de corte en los puntos para los cuales $H(u, v)$ está abajo $1/\sqrt{2}$ de su máximo valor. La ecuación (128) puede ser modificada para satisfacer esta restricción utilizando lo siguiente:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [\sqrt{2} - 1][D_0 / D(u, v)]^{2n}} = \frac{1}{1 + 0.414[D_0 / D(u, v)]^{2n}} \quad (129)$$

Después de aplicar este filtro sobre una imagen sólo los bordes predominan debido a que las componentes de bajas frecuencias son atenuadas haciendo con ello que diversas regiones de

niveles de gris se parezcan mucho. Una técnica usada para solucionar esto, consiste en agregar una constante a la función de transferencia del filtro pasa-altas para preservar las componentes de bajas frecuencias. Esta adición amplifica las componentes de altas frecuencias en comparación a las de la imagen original. Esta técnica es llamada énfasis de altas frecuencias.

IV.3. Modelo de reflectancia e iluminación

Como se ha mencionado anteriormente el término de imagen se refiere a una función bidimensional de intensidad de luz, denotada por $f(x, y)$, donde los valores de amplitud f en las coordenadas espaciales (x, y) corresponde a la intensidad (brillo) de la imagen en ese punto. La luz es una forma de energía $f(x, y)$ que es no negativa y finita, es decir:

$$0 < f(x, y) < \infty$$

Las imágenes que percibe el ser humano en cada una de sus actividades normalmente consisten de luz reflectada de los objetos. La naturaleza básica de $f(x, y)$ puede ser caracterizada por 2 componentes: iluminación que se refiere al monto de luz incidente en la escena, denotado por $i(x, y)$ y reflectancia que es la cantidad de luz reflejada por los objetos en la escena y denotada por $r(x, y)$. Las funciones $i(x, y)$ y $r(x, y)$ se combinan como un producto de la forma $f(x, y)$:

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y) \quad (130)$$

donde

$$0 < i(x, y) < \infty$$

Y

$$0 < r(x, y) < 1$$

La naturaleza de $i(x,y)$ se determina por medio de la fuente de luz y $r(x,y)$, está determinada por las características de los objetos en la escena.

IV.4. Filtrado homomórfico

El modelo de iluminación y reflectancia anterior puede ser usado como la base para el procedimiento de filtrado homomórfico en el dominio de la frecuencia, ya que es útil para mejorar la apariencia de una imagen por medio del realce de contraste y compresión de rango de niveles de brillo. Una imagen $f(x,y)$ puede expresarse en términos de su iluminación y componentes de reflectancia por medio de la relación (González y Woods, 2002):

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y) \quad (131)$$

La ecuación (131) no puede ser usada directamente para operar en el dominio de la frecuencia en forma separada los componentes de iluminación y reflectancia, debido a que la transformada de Fourier del producto de las dos funciones no es separable, es decir:

$$F\{f(x, y)\} \neq F\{i(x, y)\}F\{r(x, y)\} \quad (132)$$

Sin embargo, supóngase que se define

$$z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y) \quad (133)$$

Entonces,

$$F\{z(x, y)\} = F\{\ln f(x, y)\} = F\{\ln i(x, y)\} + F\{\ln r(x, y)\} \quad (134)$$

o

$$Z(u, v) = I(u, v) + R(u, v) \quad (135)$$

Donde $I(u, v)$ y $R(u, v)$ son las transformadas de Fourier de $\ln i(x, y)$ y $\ln r(x, y)$, respectivamente. Si se procede a filtrar $Z(u, v)$ por medio de una función H de un filtro entonces:

$$\begin{aligned} S(u, v) &= H(u, v)Z(u, v) \\ S(u, v) &= H(u, v)I(u, v) + H(u, v)R(u, v) \end{aligned} \quad (136)$$

Donde $S(u, v)$ es la transformada de Fourier de la imagen resultando, y en el dominio espacial se tiene:

$$\begin{aligned} s(x, y) &= F^{-1}\{S(u, v)\} \\ s(x, y) &= F^{-1}\{H(u, v)I(u, v)\} + F^{-1}\{H(u, v)R(u, v)\} \end{aligned} \quad (137)$$

Si se denota

$$\begin{aligned} i'(x, y) &= F^{-1}\{H(u, v)I(u, v)\} \\ r'(x, y) &= F^{-1}\{H(u, v)R(u, v)\} \end{aligned} \quad (138)$$

La ecuación (137) puede ser expresada como:

$$s(x, y) = i'(x, y) + r'(x, y) \quad (139)$$

Finalmente, como $z(x, y)$ se obtuvo aplicando el logaritmo a la imagen original $f(x, y)$, la operación inversa que permite obtener la imagen realzada $g(x, y)$ es:

$$g(x, y) = \exp[s(x, y)] = \exp[i'(x, y)]\exp[r'(x, y)] = i_0(x, y)r_0(x, y) \quad (140)$$

Donde

$$\begin{aligned} i_0(x, y) &= \exp[i'(x, y)] \\ r_0(x, y) &= \exp[r'(x, y)] \end{aligned} \quad (141)$$

Son los componentes de iluminación y reflectancia de la imagen de salida. El enfoque de realce que aplica los conceptos anteriores se puede resumir en la figura (21) (González y Woods, 2002). Este método está basado en un caso especial de una clase de sistemas

conocidos como sistemas homomórficos. En este caso en particular la separación de los componentes de iluminación y reflectancia se realiza de acuerdo a la ecuación (135). De esta forma, la función del filtro homomórfico $H(u, v)$ puede operar de manera separada estos componentes.

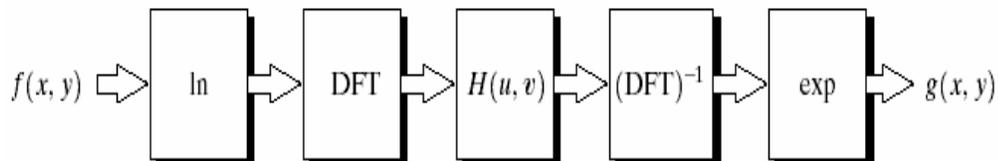


Figura 21. Enfoque del filtrado homomórfico para el realce de imagen

Los componentes de iluminación de una imagen están generalmente caracterizados por pequeñas variaciones espaciales, mientras que los componentes de reflectancia tienden a variar abruptamente, particularmente como la unión de objetos similares.

La especificación de una función H de un filtro que afecte bajas y altas frecuencias de las componentes de la transformada de Fourier en diversas maneras es requerido. Para ello se pueden disponer de las funciones de filtros que fueron presentadas en este capítulo.

IV.5. Filtro raíz

Esta técnica de realce es muy sencilla de utilizar, en el proceso de raíz de coeficientes la magnitud de cada coeficiente en el dominio transformado es elevada a una potencia, y el signo o fase de los coeficientes es retenido (Pratt, 2001). Recordando que en el dominio de la TDF, los coeficientes transformados pueden ser escritos como la ecuación (116), de esta

forma es posible convertir los coeficientes transformados y modificados de la siguiente manera en:

$$F'(u, v) = |F(u, v)|^\alpha e^{j\theta(u, v)} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (142)$$

En el filtrado de raíz, la raíz α de las magnitudes de los componentes de $F(u, v)$ es aplicada, mientras que los componentes de fase son retenidos. Para imágenes comunes, donde la magnitud de $F(u, v)$ es relativamente pequeña en frecuencias espaciales altas, el efecto del filtro raíz es incrementar estas magnitudes de las frecuencias altas (bajas amplitudes) en relación a las frecuencias bajas (amplitudes altas).

Supóngase en el caso para el cual $\alpha = 0$, aquí los coeficientes transformados modificados simplemente son los componentes de fase de la imagen. Si el factor α es elegido con un valor menor a la unidad la operación de raíz de coeficientes tiende a reducir las magnitudes de amplitudes altas de los coeficientes transformados e incrementar las amplitudes bajas de los coeficientes transformados. El resultado de lo anterior consiste en una redistribución de energía en el dominio transformado que por lo regular permite una mejor utilización del rango dinámico de la imagen.

Recordando que el realce de imagen se refiere a la acentuación de características de la imagen, siempre es necesario aplicar un prefiltrado a las imágenes a procesar, esto con el propósito de reducir el ruido presente en ellas y así obtener mejores resultados al momento de realzar una imagen utilizando los métodos propuestos de estimación y prefiltrado de capítulo 3.

Recordando que en el proceso de prefiltrado se transforman los coeficientes según las ecuaciones (117) y (118) para después sustituirse en $\hat{F}(u, v)$ de acuerdo a la ecuación (116),

al aplicarse luego la TDF se puede obtener una versión de la imagen original f con menor ruido. Esta imagen prefiltrada puede ser utilizada en conjunto con cualquiera de los filtros que fueron presentados anteriormente en esta sección. O bien, la ecuación (118) puede utilizarse en el filtro raíz de la ecuación (142) resultando así:

$$F'(u, v) = \left| \hat{F}(u, v) \right|^\alpha e^{j\theta(u, v)} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (143)$$

En este capítulo se presentaron las principales técnicas de realce de imágenes que hay en el dominio de la frecuencia, las diversas funciones o respuestas de filtros que pueden ser utilizadas en combinación con el filtro homomórfico, y el filtro raíz, así como también se describe la forma en la que puede aplicarse el método de prefiltrado (presentado en el capítulo III) de manera conjunta con estos filtros.

Capítulo V

Filtrado adaptativo local en el dominio de transformadas deslizantes

Este capítulo está dedicado al uso de filtros adaptativos locales para la restauración y realce de imágenes. Se presentan algoritmos recursivos para el cálculo espectral de la imagen, y a partir del criterio de calidad (MSE) se derivan y proponen los métodos para resolver las tareas de restauración en imágenes degradadas espacialmente variantes o invariantes por un movimiento horizontal lineal. También se derivan los métodos adaptativos de realce de imagen a partir de los métodos globales presentados en el capítulo IV. Se consideran algunos aspectos técnicos en la implementación de los filtros y también se presentan los resultados obtenidos en ambas tareas (restauración y realce) haciendo una comparación con los métodos globales convencionales

V.1. Introducción

Diferentes técnicas de restauración (lineales, no lineales, iterativas, no iterativas, determinísticas, estocásticas, etc.) son optimizadas con respecto a diferentes criterios de calidad (Jain, 1989; González y Woods, 2002; Pratt, 1991; Biemond *et al*, 1990). Estas técnicas pueden ser divididas en 2 clases: algoritmos fundamentales y algoritmos especializados. Una de las técnicas fundamentales es el método lineal del mínimo error cuadrático medio (LMMSE siglas en inglés). El cual consiste en encontrar la estimación

óptima de la imagen para la cual el error cuadrático medio entre la imagen ideal y la imagen estimada es mínimo. El operador lineal que actúa en la imagen observada para determinar esta estimación, se obtiene con base de la información estadística a priori de segundo orden de la imagen y del proceso de ruido. En el caso de procesos estacionarios y de degradaciones espacialmente invariantes, el estimador LMMSE toma la forma de un filtro Wiener. Mientras que las técnicas especializadas pueden ser vistas como extensiones de los algoritmos fundamentales para problemas de restauración específicos.

La presente tesis está dirigida a la restauración de imágenes con degradación espacialmente variante. Básicamente, todos los algoritmos fundamentales aplican la restauración sobre este tipo de imágenes. Sin embargo, como la transformada de Fourier no puede utilizarse cuando la degradación varía espacialmente, las implementaciones en el dominio espacial de los algoritmos de restauración pueden ser computacionalmente impresionantes debido a la longitud de las matrices a operar. Para atacar este problema de restauración espacialmente variante se desarrollaron métodos especializados. Estos métodos se basan en la suposición de que la degradación es espacialmente invariante dentro de regiones locales de la imagen. Por lo tanto, la imagen entera puede ser restaurada aplicando técnicas que son invariantes espacialmente en regiones locales de la imagen. Un problema de los métodos que seccionan la imagen es la generación de artefactos en los límites de las regiones.

En nuestro caso, la restauración se realiza de una forma variante espacialmente usando una transformada discreta del coseno deslizante. La TDC deslizante se basa en el concepto del procesamiento de señales en tiempo corto. (Oppenheim y Shafer, 1989) La transformada ortogonal de tiempo corto de una señal x_k está definida como

$$X_s^k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{k+n} w_n \psi(n, s) \quad (144)$$

donde w_n es una serie de ventanas, $\psi(n, s)$ son funciones base de una transformada ortogonal. La ecuación (144) puede ser interpretada como la transformada ortogonal de x_{k+n} que se ve a través de la ventana w_n . X_s^k representa las características de la transformada ortogonal de la señal alrededor del tiempo k . Nótese como característica de la ventana que conforme se incrementa su longitud y resolución se puede beneficiar el análisis espectral de datos estacionarios, mientras que para datos variantes en el tiempo (no estacionarios) es recomendable que la ventana tenga una longitud pequeña de tal manera que la señal sea aproximadamente estacionaria sobre la duración de la ventana.

Suponiendo que la ventana tiene longitud finita alrededor de $n=0$, y es unitaria para todo $n \in [-N_1, N_2]$, esto nos dirige al procesamiento de la señal en una ventana deslizante (Vitkus y Yaroslavsky 1987). Es decir, como se había presentado en el capítulo 2, los filtros locales en el dominio de una transformada ortogonal en cada posición de una ventana en movimiento modifican los coeficientes de la transformada ortogonal de una señal para obtener solo una estimación del píxel x_k de la ventana.

La TDC es una de las transformadas más apropiadas con respecto a: la exactitud de la estimación del espectro de los datos observados (que se requiere para un filtraje local), el diseño del filtro, y la complejidad computacional de la implementación del filtro. Por ejemplo, el filtraje lineal en el dominio de una TDC seguido por una transformación inversa es superior a la de la transformada discreta de Fourier (TDF) porque una TDC puede ser considerada como la TDF de una señal extendida uniformemente hacia fuera de sus orillas (como se vio en el capítulo 2). Esto consecuentemente atenúa efectos de frontera (fuga de

información temporal) causada por la convolución circular que son típicos en el filtrado lineal cuando se aplica la TDF.

El cálculo de la TDC en cada posición de una ventana en movimiento es una tarea intensa ya que requiere la implementación de una transformada deslizante, para ello pueden utilizarse las propiedades de desplazamiento de las transformadas senosoidales discretas para actualizar los coeficientes de la transformada. Fueron derivadas las propiedades de desplazamiento del primer-orden (Rao y Yip, 1987) considerando una relación recursiva entre dos subsecuentes espectros de transformada, sin embargo, esta aproximación no es muy eficiente con respecto a la complejidad computacional debido a la existencia de operaciones redundantes.

La alternativa para reducir la complejidad computacional fue utilizando las propiedades de desplazamiento de segundo orden derivadas entre tres subsecuentes espectros de transformadas locales (Xi y Chicharo, 2000). Ya que las propiedades de segundo orden proporcionan algoritmos más eficientes en términos de la complejidad computacional y además facilitan la actualización independiente de cada miembro de la transformada senoidal respectivamente como los que presenta Kober (2004).

V.2. Algoritmos rápidos para el cálculo de transformada discreta del coseno deslizante

Consideramos la definición para la transformada discreta del coseno, cuyo kernel es el siguiente:

$$DCT_N = \left\{ k_s \cos \left(\pi \frac{s(n+1/2)}{N} \right) \right\} \quad (145)$$

donde $n, s = 0, 1, \dots, N-1$.

$$k_s = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & s = 0 \\ 1, & \text{otro} \end{cases}$$

Donde cabe mencionar que el factor de normalización $\sqrt{2/N}$ en la transformada directa es despreciable hasta la transformación inversa. A partir de ecuación (145) se puede definir la transformada discreta del coseno deslizante que está dada por:

$$X_s^k = \sum_{n=-N_1}^{N_2} x_{k+n} \cos\left(\pi \frac{(n + N_1 + 1/2)s}{N}\right) \quad (146)$$

donde $N=N_1+N_2+1$, $\{X_s^k; s=0, 1, \dots, N-1\}$ son los coeficientes de la transformada alrededor del tiempo k . Los coeficientes de la TDC-II pueden ser obtenidos como $\{C_0^k = X_0^k / \sqrt{2}; C_s^k = X_s^k, s=1, \dots, N-1\}$.

Kober (2004) derivó una relación recursiva entre tres subsecuentes espectros locales, que proporciona un algoritmo rápido. A partir del espectro local en las posiciones de la ventana $k-1$ y $k+1$ dados por:

$$X_s^{k-1} = \sum_{n=-N_1-1}^{N_2-1} x_{k+n} \cos\left(\pi \frac{(n + N_1 + 1/2)s}{N} + \frac{\pi s}{N}\right) \quad (147)$$

$$X_s^{k+1} = \sum_{n=-N_1+1}^{N_2+1} x_{k+n} \cos\left(\pi \frac{(n + N_1 + 1/2)s}{N} - \frac{\pi s}{N}\right) \quad (148)$$

Donde usando algunas propiedades de funciones coseno y algunas manipulaciones, obtuvo:

$$X_s^{k+1} = 2X_s^k \cos\left(\frac{\pi s}{N}\right) - X_s^{k-1} + \cos\left(\frac{\pi s}{2N}\right)(x_{k-N_1-1} - x_{k-N_1} + (-1)^s(x_{k+N_2+1} - x_{k+N_2})) \quad (149)$$

En tal ecuación, el número de operaciones aritméticas requeridas para calcular la transformada discreta del coseno deslizante a una cierta posición de la ventana de orden N

donde $N=N_1+N_2+1$, es $2(N-1)$ operaciones de multiplicación y $2N+5$ operaciones de adición, mientras que los algoritmos rápidos conocidos requieren una operación de multiplicación extra.

La tabla 3 proporciona una comparación de la complejidad computacional de los algoritmos recursivos con respecto a los algoritmos rápidos de la TDC. La longitud de la ventana deslizante para el algoritmo recursivo es un valor entero arbitrario determinado con base a las características de la señal a ser procesada

Tabla III. Número de operaciones aritméticas para calcular la TDC deslizante

	Número de sumas	Número de multiplicaciones
DCT rápida	$3MN/2 - N+1$	$MN/2 + 1$
DCT recursiva	$2N+5$	$2N-1$

V.3. Algoritmos rápidos para el cálculo de la transformada discreta del coseno deslizante inversa

Al igual que la transformada directa, Kober (2004) desarrolló la transformada discreta del coseno para el procesamiento de la señal en una ventana deslizante para calcular sólo el píxel x_k de la ventana. Debido a que los algoritmos tradicionales requieren un excesivo cálculo de normalización. El algoritmo inverso que propuso está definido como:

$$x_k = \frac{1}{N} \left(2 \sum_{s=1}^{N-1} X_s^k \cos \left(\pi \frac{(N_1 + 1/2)s}{N} \right) + X_0^k \right) \quad (150)$$

donde $N=N_1+N_2+1$. La complejidad computacional es de N operaciones de multiplicación y de N operaciones de adición. Si x_k es el píxel central de la ventana, esto es, $N_1=N_2$ y $N=2N_1+1$, entonces la transformada inversa se reduce a

$$x_k = \frac{1}{N} \left(2 \sum_{s=1}^{N_1} (-1)^s X_{2s}^k + X_0^k \right) \quad (151)$$

En tal cálculo sólo son considerados los coeficientes espectrales con índices pares, y la complejidad de su cálculo requiere de una operación de multiplicación y N_1+1 operaciones de adición.

Con base a los algoritmos para el cálculo de la transformada discreta del coseno deslizando antes presentados, se debe recordar que las transformadas discretas bi-dimensionales para una ventana rectangular en movimiento son separables, y éstas pueden ser construidas como un producto de transformadas uni-dimensionales.

V.4 Restauración de la imagen en el dominio de la TDC deslizando

Primero se definirá un criterio local del desempeño del filtro para el procesamiento de la imagen o señal y después se derivaran los filtros adaptativos locales con respecto a este criterio. Como se había definido al principio de esta tesis, el criterio a utilizar es el mínimo error cuadrático medio (MMSE). Por lo tanto el procesamiento será llevado a cabo mediante una ventana deslizando, entonces para cada posición de una ventana deslizando una estimación del píxel central de la ventana será calculada. Suponiendo que la señal a ser procesada es aproximadamente estacionaria dentro de la ventana y que es distorsionada por ruido del sensor.

Si se considera el filtraje lineal generalizado del fragmento de una señal de entrada de una dimensión (por ejemplo para una posición fija de la ventana deslizante). Sea $a = [a_k]$ una señal real no distorsionada, $x = [x_k]$ la señal observada, $k=1, \dots, N$, N es el tamaño del fragmento de la señal, U ser la matriz de la TDC, $E\{\cdot\}$ el valor esperado, superíndice T denota la transpuesta. Sea $\bar{a} = Hx$ una estimación lineal de la señal no distorsionada, que minimiza el MMSE promediado sobre la ventana:

$$MMSE = E\{(a - \bar{a})^T (a - \bar{a})\} / N \quad (152)$$

El filtro óptimo para este problema es el filtro Wiener (Jain, 1989):

$$H = E\{ax^T\} [E\{xx^T\}]^{-1} \quad (153)$$

Considerando el modelo conocido de la señal como:

$$x_k = \sum_n w_{k,n} a_n + v_k \quad (154)$$

Donde $W = [w_{k,n}]$ es una matriz de distorsión, $v = [v_k]$ es ruido aditivo con media cero k , y $n=1, \dots, N$, N es el tamaño del fragmento. La ecuación puede ser modificada como:

$$X = Wa + v \quad (155)$$

Y el filtro óptimo está dado por:

$$H = K_{aa} W^T [W K_{aa} W^T + K_{vv}]^{-1} \quad (156)$$

Donde $K_{aa} = E\{aa^T\}$, $K_{vv} = E\{vv^T\}$, $E\{av^T\} = 0$ son las matrices de covarianza. Con esto se supone que la señal de entrada y ruido están no correlacionados. El filtro óptimo obtenido se basa en la suposición de que la señal contenida dentro de la ventana es estacionaria. El resultado de este filtrado es la señal de la ventana restaurada, lo cual corresponde al procesamiento de señales en fragmentos no traslapados.

Ahora suponiendo que la señal es procesada en una ventana deslizante en el dominio de la TDC. Para cada posición de la ventana, una estimación del píxel central debe ser calculada. Usando la ecuación (151), el MSE puntual para la reconstrucción de un elemento central de la ventana puede ser escrito como:

$$PMSE = E\{[a(k) - \bar{a}(k)]^2\} = E\left\{\sum_{l=1}^N \alpha(l) [A(l) - \bar{A}(l)]^2\right\} \quad (157)$$

Donde $\bar{A} = [\bar{A}(l) = H(l)X(l)]$ es un vector de la señal estimada en el dominio de la DCT, $H(u) = [H(l)]$ es una matriz diagonal del filtro escalar y $a = [\alpha(l)]$ es una matriz diagonal de los coeficientes de la TDC inversa deslizante (151). Minimizando (157), se obtiene

$$H_u = [P_{xx}]^{-1} P_{ax} I_a \quad (158)$$

Donde $P_{ax} = [E\{A(l)X(k)\}]$, $P_{xx} = [E\{X(l)X(k)\}]$, e I_a es la matriz identidad de la dimensión de a . Nótese que la matriz de coeficientes $a = [\alpha(l)]$ para la transformada deslizante inversa es singular. La TDC inversa deslizante (151) posee la mitad del tamaño de las dimensiones que la señal ventaneada. Por lo tanto la complejidad computacional de los filtros escalares en (158) y el procesamiento de la señal pueden ser reducidos significativamente comparando la complejidad para la MSE en (153). Para el modelo de la señal distorsionada en (155), la matriz del filtro está dada por:

$$H_u = [U(WK_{aa}W^T + K_{vv})U^T]^{-1} UK_{aa}W^T U^T I_a \quad (159)$$

Si una señal tiene un coeficiente de correlación alto y una versión suavizada de la señal es corrompida por ruido aditivo, débilmente correlacionado, entonces la matriz $U(WK_{aa}W^T + K_{vv})U^T$ en (159) se aproxima a la diagonal. La figura 22 muestra la matriz de covarianza de una señal de una dimensión ruidosa y suavizada teniendo un coeficiente de

correlación de 0.95 así como la TDC de la matriz de covarianza. La convolución lineal entre una señal x y la matriz $K_{aa}W^T$ en el dominio de la TDC deslizante puede ser aproximada por medio de la matriz diagonal $Diag(UK_{aa}W^TU^TI_a)X$. Por lo tanto, la matriz del filtro escalar en (159) es cercana a la diagonal, y el filtro puede ser escrito como:

$$H(l) \approx \frac{P_1(l)}{P_2(l) + P_{vv}(l)} \quad (160)$$

Donde $P_1(l), P_2(l), P_{vv}(l)$ son los elementos diagonales de las siguientes matrices $UK_{aa}W^TU^TI_a, UWK_{aa}W^TU^T, UK_{vv}U^T, l=1, \dots, N_l$, donde N_l es la dimensión de la matriz I_a .

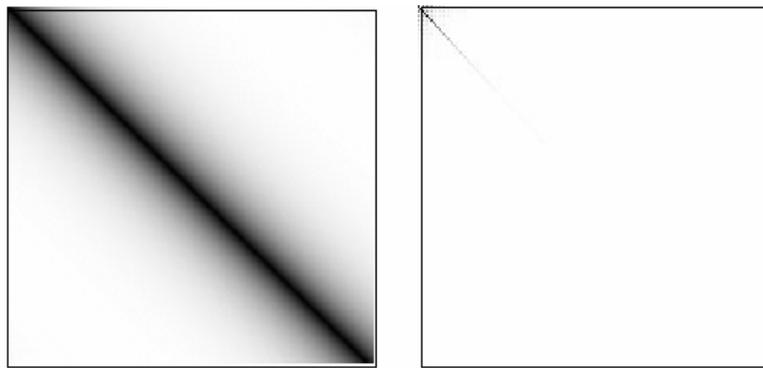


Figura 22. (a) Matriz de covarianza de una señal ruidosa, (b) transformada coseno discreta de la matriz de covarianza.

Para el diseño de filtros adaptativos locales en el dominio de la TDC deslizante las matrices de covarianza y el espectro de varianza de fragmentos de una señal son requeridos. Ya que éstas no son conocidas, en la práctica, éstas matrices pueden estimarse a partir de la señal observada (Yaroslavsky, 2003).

V.4.1 Restauración adaptativa local de imágenes

El objetivo de esta sección es desarrollar una técnica para la restauración adaptativa local de imágenes degradadas propia de degradaciones homogéneas y no homogéneas. Suponemos que la degradación a tratar es el movimiento horizontal relativo entre cámara e imagen, y está espacialmente invariante dentro de regiones locales de la imagen aproximadamente. Teniendo de conocimiento que su PSF tiene un patrón de ceros en el dominio de la frecuencia según la ecuación (f) de la tabla (I), éstos pueden ser identificados por la localización de cruces por ceros como se vio en el capítulo III. Suponiendo que el modelo de observación de ruido tiene media cero, el proceso gaussiano no está correlacionado a la señal de la imagen y en este caso, el campo de ruido está completamente caracterizado por su varianza, la cual comúnmente puede ser estimada a partir de la imagen observada usando los métodos de estimación del capítulo III.

Ahora, los filtros adaptativos locales son diseñados con base a la TDC deslizante para restaurar la imagen. Aquí, $\{X^k(l), \bar{X}^k(l), H_w^k(l), l=1, \dots, N\}$ los coeficientes TDC transformados alrededor de k de la señal observada, de la señal filtrada y de la degradación del movimiento lineal respectivamente y $N=2N_l+1$ es la longitud de la TDC. Nótese que N_l es un valor entero arbitrario, que es determinado por medio del mínimo tamaño de detalle que se desea preservar después del filtrado. Se utiliza como criterio el PMSE alrededor de k que es definido en el dominio de la DCT. Tomando en cuenta (151) y (160), la estimada de la imagen reconstruida puede ser escrita como:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N} \left(2 \sum_{s=1}^{N_l} (-1)^s \bar{X}_{2s}^k + \bar{X}_0^k \right) \quad (161)$$

donde

$$\bar{X}^k = \begin{cases} \frac{P_{xx}^k(l) - P_{vv}^k(l)}{P_{xx}^k(l)H_w^k(l)} X^k(l) & P_{xx}^k(l) > P_{vv}^k(l) + B^k \text{ y } H_w^k(l) \neq 0 \\ 0 & \text{otro} \end{cases} \quad (162)$$

Y $P_{xx}^k(l), P_{vv}^k(l), l=1, \dots, N_l$ son estimados de la potencia espectral de la señal observada y el ruido en el dominio de la TDC deslizando respectivamente, B^k es un valor predispuesto el cual se introduce para atenuar cierto ruido. El filtro obtenido puede ser considerado como un método de sustracción espectral en el dominio de la TDC deslizando. Y este método, mientras reduce el ruido de banda ancha, introduce un nuevo ruido debido a la presencia de picos espectrales remanentes, de aquí la razón de utilizar B^k para atenuar este efecto. El diagrama de bloques del método propuesto se muestra en la figura 23, donde el procedimiento es el siguiente:

1. Definir los parámetros de la ventana (tamaño y posición inicial)
2. Calcular la TDC deslizando del fragmento de imagen ventaneada
3. Realizar la estimación de parámetros requeridos por el filtro (nivel de degradación y ruido)
4. Utilizar espectro de imagen ventaneada, función de degradación y ruido estimado en la función del filtro Wiener propuesto.
5. Aplicar la TDC inversa deslizando para obtener la estimación del píxel central de la ventana deslizando.
6. Repetir los pasos 2, 3, 4, y 5 para cada una de las posiciones de la imagen para obtener la imagen restaurada.

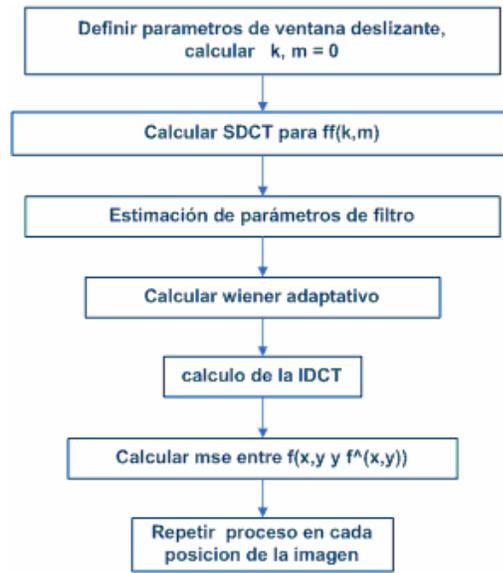


Figura 23. Diagrama de bloques del método propuesto para la restauración de imagen

V.5 Experimentos de la restauración de imágenes y comentarios

Los experimentos que se presentan en esta sección se llevaron a cabo en una computadora personal con un procesador Intel Celeron de 2.4 Ghz y el lenguaje de programación usado para escribir los algoritmos fue desarrollado en Matlab 7.0.

Una imagen aérea real de prueba se muestra en la figura (24). El tamaño de la imagen es de 256x256 píxeles, cada píxel tiene 256 niveles de cuantización. El rango de la señal es [0 1]. Los diferentes cuadrantes de la imagen están degradados por un movimiento horizontal lineal por las siguientes magnitudes: 5, 6, 4, 3 píxeles (estos cuadrantes se ubican de izquierda a derecha de arriba hacia abajo). Esta imagen además es corrompida por ruido aditivo gaussiano blanco de media cero y desviación estándar de 0.05, tal y como se muestra en la figura (25). En los experimentos realizados el tamaño de la ventana utilizado fue de 15x15 píxeles.



Figura 24. Imagen original



Figura 25. Imagen con degradación variante espacialmente

Los resultados de la restauración de la imagen usando el filtrado global Wiener, y el método propuesto se muestran en las figuras (26) y (27) respectivamente. Las figuras (28) y (29) muestran la diferencia entre la imagen original y la imagen restaurada por medio del algoritmo del Wiener global, y la imagen restaurada con el algoritmo propuesto, respectivamente. El algoritmo propuesto es capaz de desarrollar una restauración aceptable de imagen espacialmente variante y suprimir ruido, a pesar de que hay detalles mínimos en la imagen que llegan a perderse. El tiempo de procesamiento del método propuesto para la estimación de parámetros fue de 4 minutos, 20 segundos, y sumándose a éste se encuentra el tiempo realizado por el filtro de restauración que fue de 1 minutos 45 segundos.

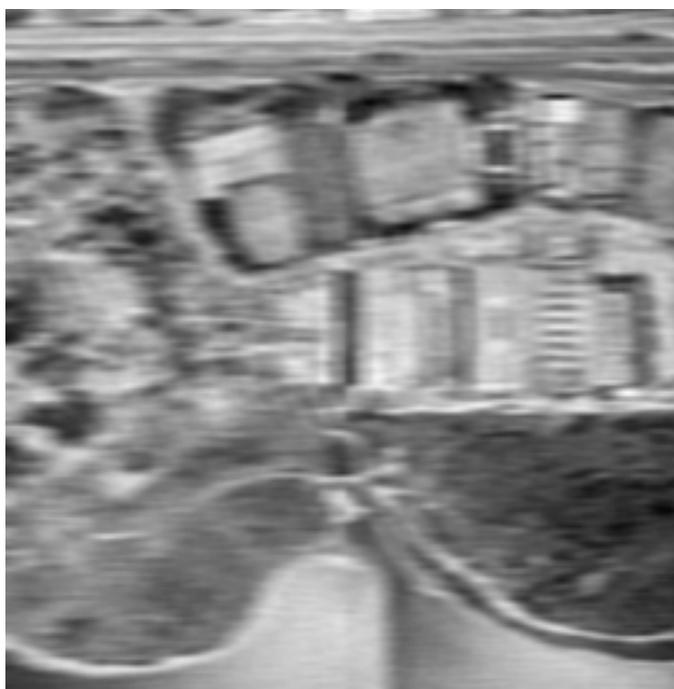


Figura 26. Restauración utilizando el metodo Wiener global



Figura 27. Restauración adaptativa local en dominio de la TDC deslizante

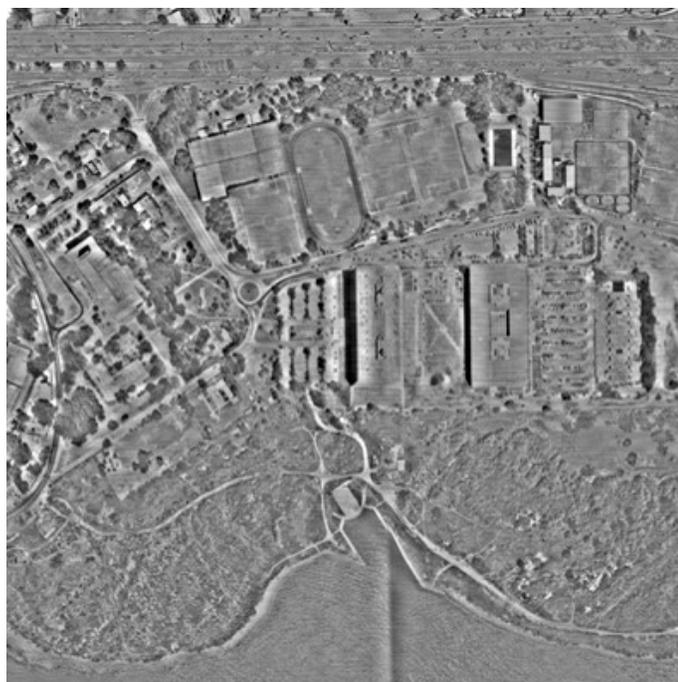


Figura 28. Pérdidas de detalles usando método global

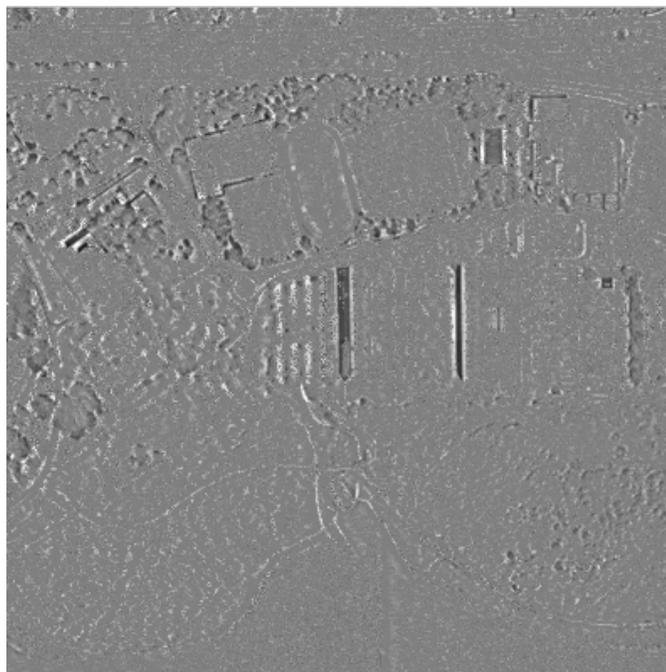


Figura 29. Perdidas de detalles usando método adaptativo

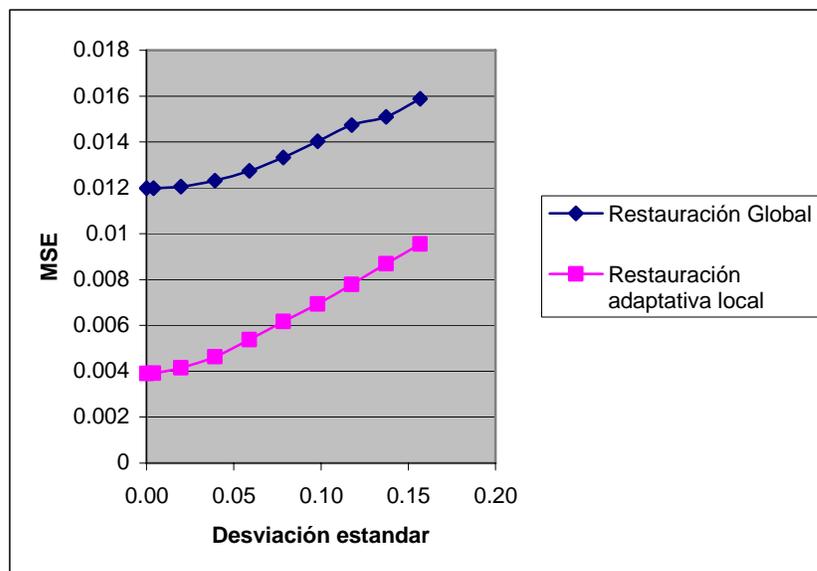


Figura 30. Desempeño de los algoritmos de restauración en términos del MSE contra desviación estándar de ruido

Finalmente, investigamos la robustez de las técnicas de restauración al ruido aditivo y en la figura (30) mostramos el desempeño del filtro Wiener global y del filtro adaptativo local. Aunque el propósito de estos filtros es restaurar imágenes con degradación variante espacialmente, estos filtros también pueden ser utilizados en imágenes con degradación invariante espacialmente como la imagen real mostrada en la figura (31). La cual tiene las mismas características de tamaño y cuantización que la figura (24), con la diferencia de que esta fue degradada globalmente por un movimiento horizontal lineal de 5 píxeles. La imagen además es corrompida por ruido aditivo gaussiano blanco de media cero, y desviación estándar de ruido de 0.02 tal como se muestra en la figura (32). El tamaño de ventana utilizada en este caso también fue de 15x15 píxeles.



Figura 31. Imagen original

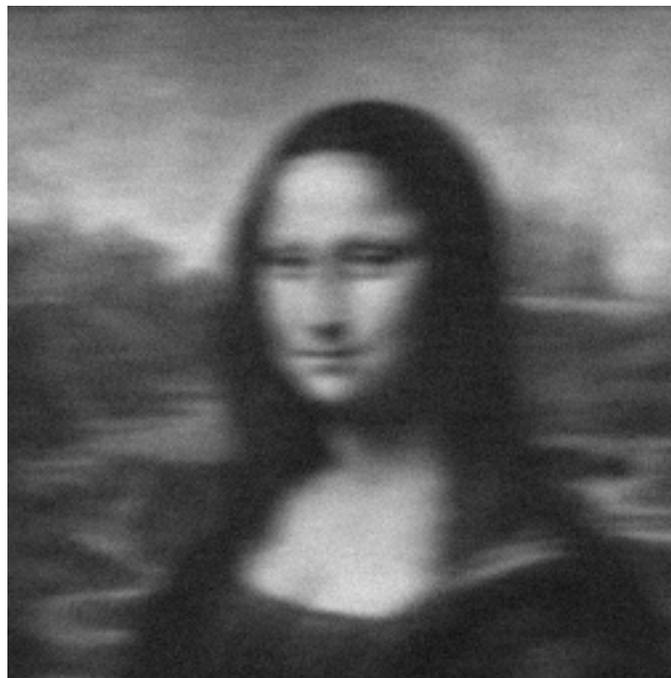


Figura 32. Imagen con degradación invariante espacialmente

Los resultados de la restauración de la imagen usando el filtro Wiener global, y el método adaptativo propuesto son mostrados en la figura (33) y (34), respectivamente. Las figuras (35) y (36) muestran las pérdidas de detalles existentes entre la imagen original con respecto a la imagen restaurada por medio del Wiener global, y del algoritmo propuesto, respectivamente. El algoritmo propuesto también obtuvo buenos resultados, sin embargo, el filtrado global puede presentar resultados comparables a los del método propuesto cuando las imágenes sufren degradaciones globales y con niveles reducidos de ruido, ofreciendo con esto una mejor alternativa en términos de complejidad computacional reducida en comparación al método adaptativo propuesto.



Figura 33. Restauración utilizando método Wiener global

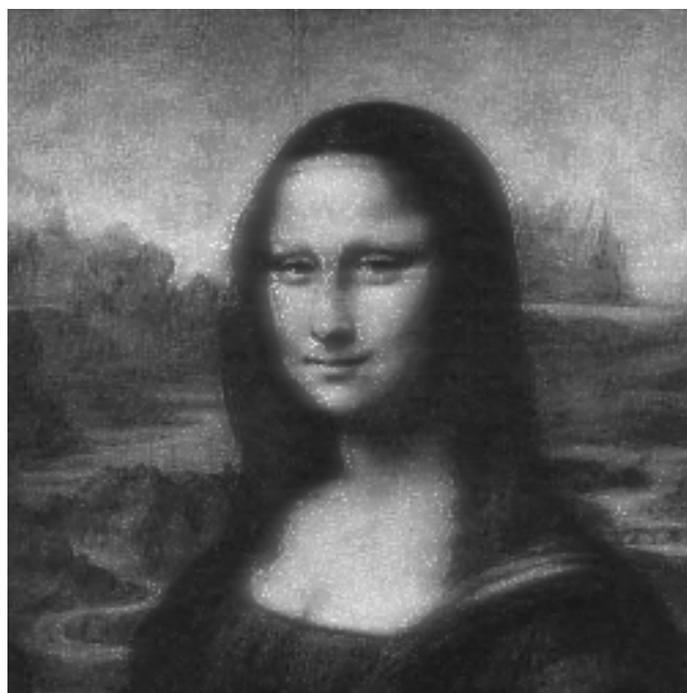


Figura 34. Restauración adaptativa local en dominio de la TDC deslizante



Figura 35. Pérdidas de detalles usando método global

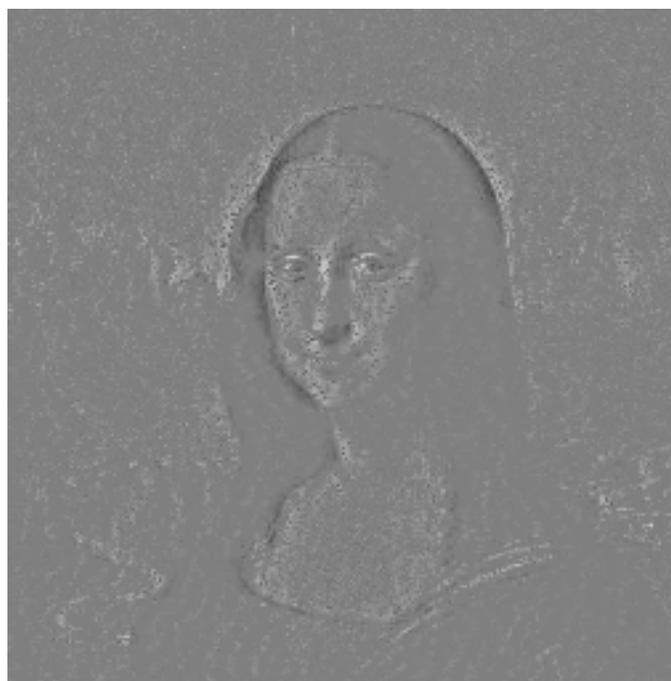


Figura 36. Pérdidas de detalles usando método adaptativo

Los resultados experimentales obtenidos merecen algunos comentarios que se mencionan a continuación:

- El método de restauración adaptativo es apropiado para filtrar la señal de imágenes no estacionarias y estacionarias, obteniendo buenos resultados como los que se mostraron en esta sección.
- En escenas estacionarias tanto como en las no estacionarias, al usar el método propuesto se obtienen buenos resultados (apariencia visual), sin embargo el tiempo de procesamiento es un aspecto a mejorar. Esto se deriva a que el tamaño mínimo utilizado para las ventanas deslizantes debe ser de 15x15 píxeles, y el máximo debe ser la mitad del tamaño de la imagen a procesar, lo cual provoca que el tiempo de procesamiento aumente en proporción a éste.
- La importancia de seleccionar el tamaño de la ventana adecuado radica en que como únicamente se toma un fragmento de la imagen, en ocasiones no es posible hacer la estimación correcta de la degradación por tener un número pequeño de muestras, y por lo tanto se debe de incrementar el tamaño de la ventana.
- Aunque en los ejemplos de imágenes mostrados en esta sección, las imágenes sufrieron considerables niveles de degradación y ruido, el filtro Wiener global puede presentar resultados comparables a los del método propuesto, ofreciendo con esto una mejor alternativa en términos de tiempo de procesamiento. De este modo, el filtro propuesto podría ser utilizado sólo en circunstancias como las que se presentaron aquí.

- La estimación de ruido puede ser calculada sobre la imagen utilizando un método global, debido a que se puede considerar este factor constante en cada una de las regiones de la imagen.
- Se mostró que los métodos de restauración global no son apropiados para filtrar la señal de escenas no estacionarias, debido a que la consideración respecto a que la imagen sufre una degradación homogénea, trae consigo la pérdida de información en algunas zonas de la imagen.
- En el ejemplo presentado en esta sección se observó que existían cuatro zonas degradadas (cuadrantes de la imagen) con diferente magnitud y al tratar de restaurar usando el filtro wiener global se obtienen resultados inferiores. Sin embargo se observó que al aumentar el número de regiones degradadas en la imagen, el filtro Wiener global podía ser capaz de restaurar la imagen con resultados aceptables debido a que la función de degradación global que se estimaba se aproximaba a la media global de las funciones de degradación local.

V.6 Realce de la imagen en el dominio de la TDC deslizante

Las transformaciones de imágenes unitarias, tales como la TDF, TDC, u otras, proporcionan una descomposición espectral de una imagen en coeficientes que tienden a aislar ciertas características de la imagen. Por ejemplo, el primer componente o componente de D.C. es proporcional al promedio de brillo en la imagen (ver ecuación (34) y (35)), y las componentes de frecuencias espaciales altas son medidas de los bordes contenidos en la imagen. Estas propiedades de las transformaciones de imágenes pueden ser explotadas para el realce de imagen.

Como se ha de recordar, a diferencia de la restauración, el realce de imagen no emplea un criterio, ya que éste se basa sólo en la apariencia visual del observador siendo así un proceso muy subjetivo. Sin embargo, los filtros adaptativos en el dominio de la TDC deslizante pueden ser utilizados para llevar a cabo esta tarea si se implementan algunas de las técnicas presentadas en el capítulo IV. En nuestra investigación se utilizaron las siguientes dos técnicas de realce de imágenes:

1. Filtro de raíz
2. Filtro homomórfico

Cabe mencionar que en estos procesos, el ruido considerado es gaussiano y no está correlacionado a la señal de la imagen. El campo de ruido se caracteriza completamente por su varianza, y puede ser estimada sobre la imagen observada usando el método presentado en el capítulo III. Como se había mencionado anteriormente, tanto en el filtro de raíz como en el filtro homomórfico, se hace necesario aplicar un prefiltrado a las imágenes a procesar, esto con el propósito de reducir el ruido presente en ellas y poder obtener mejores resultados al momento de realzar la imagen. Tomando en cuenta la ecuación (151), la estimada de la imagen prefiltrada puede ser escrita como:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N} \left(2 \sum_{s=1}^{N_1} (-1)^s \bar{X}_{2s}^k + \bar{X}_0^k \right) \quad (163)$$

donde

$$|\hat{X}^k|^2 = \begin{cases} 0, & |X^k(I)|^2 \leq P_{vv}^k(I) \\ |P_{xx}^k(I)|^2 - P_{vv}^k(I) & |X^k(I)|^2 > P_{vv}^k(I) \end{cases} \quad (164)$$

$$\bar{X}^k = \sqrt{|\hat{X}^k(I)|^2} \quad (165)$$

y $P_{xx}^k(l), P_{vv}^k(l), l=1, \dots, N_l$ son estimados de la potencia espectral de la señal observada y el ruido en el dominio de la TDC deslizando respectivamente.

V.6 .1 Filtro de raíz adaptativo local

El filtro de raíz según la ecuación (142) puede ser empleado en el dominio de la TDC, donde la magnitud de cada coeficiente se eleva a una potencia α , y el signo de los coeficientes es retenido. El efecto de este filtro será generar una mejor redistribución de energía a nivel local y con esto una mejor utilización del rango dinámico de la imagen.

Tomando en cuenta la ecuación (148) y recordando la ecuación (142) del filtro raíz, se deriva lo siguiente:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N} \left(2 \sum_{s=1}^{N_l} (-1)^s \bar{X}_{2s}^k + \bar{X}_0^k \right) \quad (166)$$

donde

$$\bar{X}^k = |P_{ff}^k(l)|^\alpha \text{sign}(P_{ff}^k(l)) \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (167)$$

y $P_{ff}^k(l), \text{sign}(P_{ff}^k(l)), y l=1, \dots, N_l$ son los coeficientes transformados de la señal prefiltrada y los signos de estos coeficientes en el dominio de la TDC deslizando respectivamente. Cabe mencionar que el primer coeficiente transformado de cada ventana deslizando no sufre ninguna modificación, debido a que este coeficiente se relaciona con el promedio del brillo de la imagen como se mencionó anteriormente en esta sección.

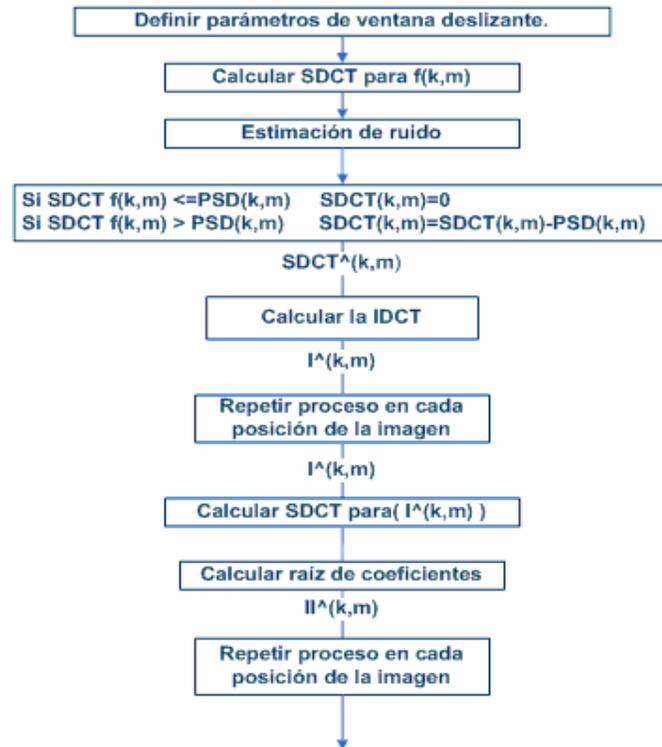


Figura 37. Diagrama de bloques de realce adaptativo local usando filtro raíz

El diagrama de bloques del método propuesto se muestra en la figura 37, donde el procedimiento fue el siguiente:

1. Definir los parámetros de la ventana (tamaño y posición inicial)
2. Calcular la TDC deslizante del fragmento de imagen original
3. Realizar la estimación de parámetro requerido para el prefiltrado (nivel de ruido).
4. Aplicar prefiltrado
5. Aplicar TDC inversa deslizante para obtener el píxel central de la ventana
6. Repetir los pasos 2, 3, 4, y 5 para cada una de las posiciones de la imagen para obtener la imagen prefiltrada.

7. Calcular la TDC deslizando del fragmento de imagen prefiltrada
8. Calcular raíz de los coeficientes
9. Aplicar la TDC inversa deslizando para obtener píxel central de la ventana
10. Repetir los pasos 7, 8, y 9 para cada una de las posiciones de la imagen para obtener la imagen realzada.

V.6 .2 Filtro homomórfico adaptativo local

Por otro lado se tiene el filtraje homomórfico, donde el modelo de la ecuación (131) nos presenta una imagen como el producto de dos componentes: la iluminación de la escena en cada píxel, y la reflectancia. La iluminación típicamente será una señal centrada en baja frecuencia, mientras que la reflectancia será de mayor frecuencia. Los comportamientos de ambos procesos se pueden separar mediante una operación logarítmica, ya que ésta convierte los productos en sumas como se vio en la ecuación (137). Por lo tanto se requerirá la especificación de una función H de un filtro que afecte bajas y altas frecuencias de las componentes.

Tomando en cuenta la ecuación (151) y recordando el modelo de la figura (21), se deriva lo siguiente:

$$\bar{x}_k = \exp \left[\frac{1}{N} \left(2 \sum_{s=1}^{N_1} (-1)^s \bar{X}_{2^s}^k + \bar{X}_0^k \right) \right] \quad (167)$$

donde

$$\bar{X}^k = X_{\log}^k(l)H(l) \quad (168)$$

y $X_{\log}^k(l)$, $H(l)$, $l=1, \dots, N_l$ son los coeficientes transformados del logaritmo de la señal prefiltrada, y la función de transferencia del filtro en el dominio de la TDC deslizando respectivamente. La función H esta dada por la ecuación (126), tomando en cuenta la propiedad de la ecuación (66). El resultado de la ecuación (167) es una imagen filtrada en bajas frecuencias. Si se multiplica la imagen original por medio de un factor de amplificación, denotado por A, se tiene la definición del filtro high-boost o enfatizante de altas frecuencias:

$$\text{Highboost} = (A)\text{original} - \text{pasabaja} \quad (169)$$

Cuando $A=1$ la ecuación (169) resulta en un filtro pasa altas. Cuando $A>1$, parte de la imagen original es agregada al resultado del pasa altas, lo cual restaura parcialmente las componentes de bajas frecuencias perdidas durante el filtraje pasa altas. Con esto la imagen resultante del high boost se parecerá más a la imagen original, con un cierto grado de realce en bordes y detalles presentes en la imagen que dependerán del valor de A. El diagrama de bloques del método propuesto se muestra en la figura 38, donde se realizó el siguiente procedimiento:

1. Definir los parámetros de la ventana (tamaño y posición inicial)
2. Calcular la TDC deslizando del fragmento de imagen original
3. Realizar la estimación de parámetro requerido para el prefiltrado (nivel de ruido).
4. Aplicar el prefiltrado
5. Aplicar la TDC inversa deslizando para obtener píxel central de la ventana
6. Repetir los pasos 2, 3, 4, y 5 para cada una de las posiciones de la imagen para obtener la imagen prefiltrada.

7. Calcular la función H (función filtro).
8. Calcular la TDC deslizante del logaritmo del fragmento de imagen prefiltrada
9. Aplicar el filtro homomórfico
10. Aplicar la TDC inversa deslizante para obtener píxel central de la ventana
11. Repetir los pasos 7, 8, y 9 para cada una de las posiciones de la imagen para obtener la imagen realzada.

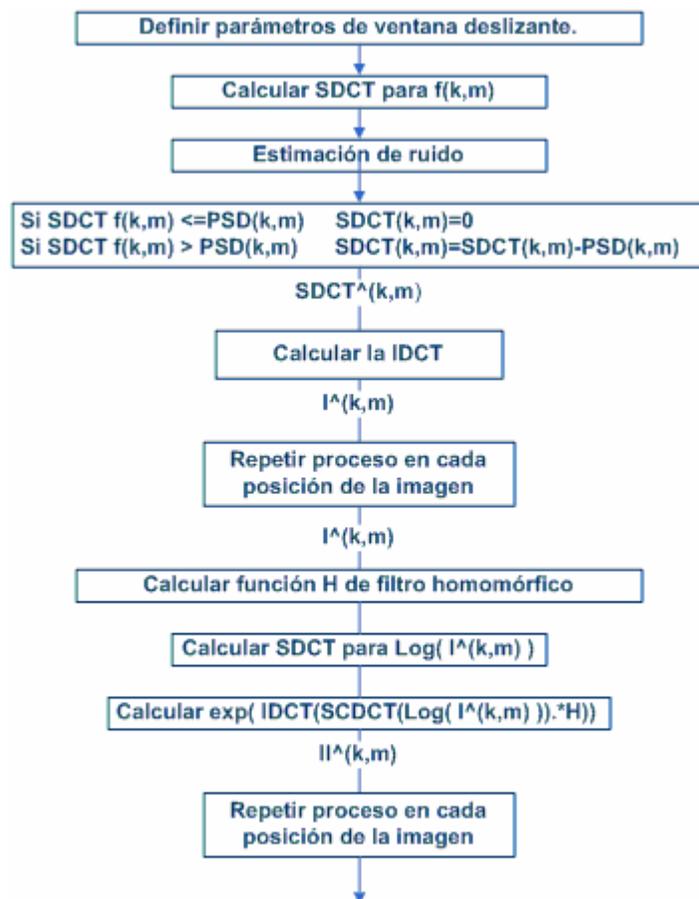


Figura 38. Diagrama de bloques del realce adaptativo local usando filtraje homomórfico

V.7 Experimentos del realce de imágenes y comentarios

Al igual que en la restauración adaptativa local, los experimentos que se presentan en esta sección se llevaron a cabo en una computadora personal con un procesador Intel Celeron de 2.4 Ghz y el lenguaje de programación utilizado fue Matlab 7.0.

En los experimentos se utilizó la imagen mostrada en la figura (39). El tamaño de la imagen fue de 256x256 píxeles, y cada píxel tiene 256 niveles de cuantización. El rango de la señal es [0 1]. Esta imagen sufre la presencia de ruido aditivo gaussiano blanco de media cero con una desviación estándar de ruido de 0.05 tal se muestra en la figura (40). El tamaño de la ventana utilizado fue 15x15 píxeles.

La imagen ruidosa es procesada primeramente por la etapa de prefiltrado la cual nos entrega una versión de la imagen ruidosa más suavizada y con menores niveles de ruido, la cual se muestra en la figura (41) y (42) utilizando el método global y el adaptativo respectivamente. Los resultados del realce de imagen usando el filtro raíz global (con un valor de $\alpha = 0.75$), el filtro de raíz adaptativo local propuesto ($\alpha = 0.75$), el filtro homomórfico, (con una frecuencia de corte $D_0=0.25$) y el filtrado homomórfico adaptativo local propuesto ($D_0=0.25$) se muestran en las figuras (43), (44), (45) y (46) respectivamente. El tiempo de procesamiento del método del prefiltrado propuesto fue de 1 minuto 40 segundos, y sumado a este se encuentra el tiempo realizado por el filtro raíz adaptativo, o el del filtro homomórfico adaptativo ambos de 1 minuto 35 segundos.

Se puede observar que los algoritmos propuestos fueron capaces de desarrollar un mejor realce que los métodos tradicionales aún en presencia de niveles considerables de ruido en la señal de la imagen, esto debido al desempeño de la etapa del prefiltrado que fue capaz de reducir en gran medida de los niveles de ruido presente.



Figura 39. Imagen original

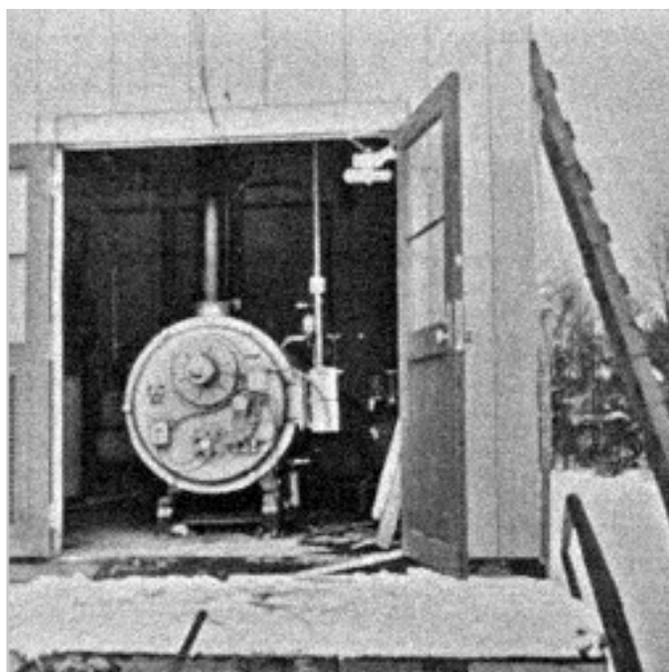


Figura 40. Imagen ruidosa

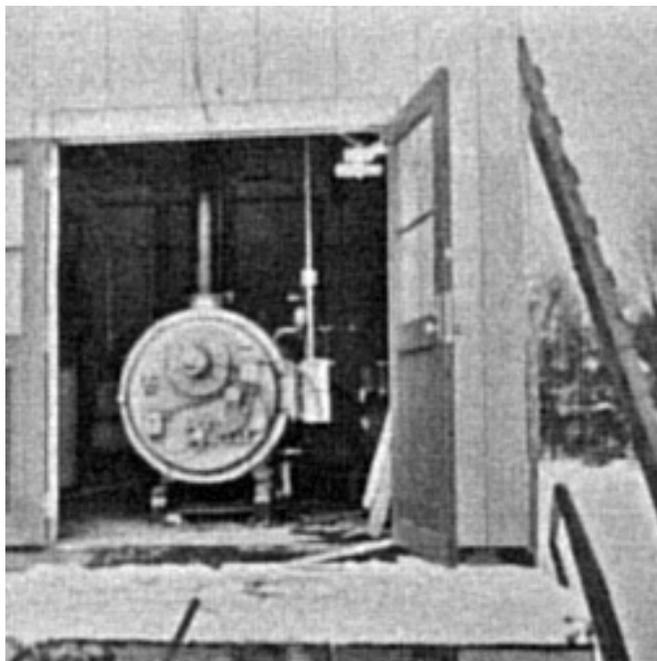


Figura 41. Imagen prefiltrada con método global



Figura 42. Imagen prefiltrada con método adaptativo

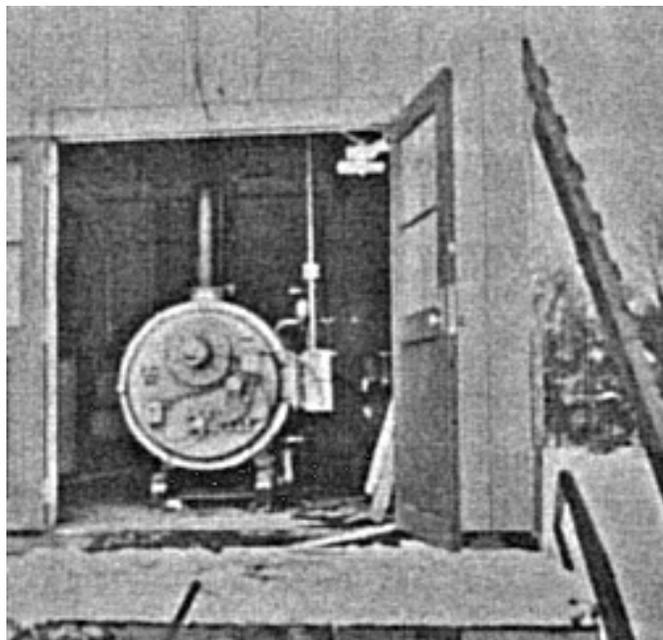


Figura 43. Imagen realzada mediante filtro raíz global

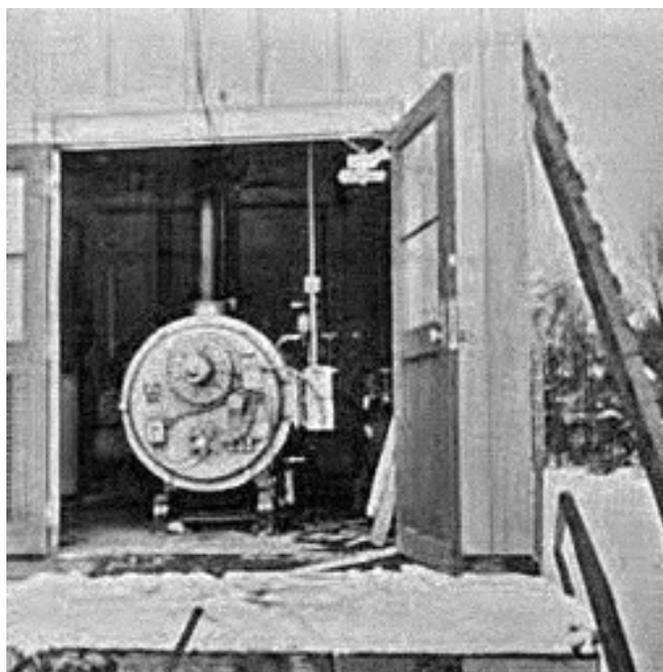


Figura 45. Imagen realzada mediante filtro raíz adaptativo local

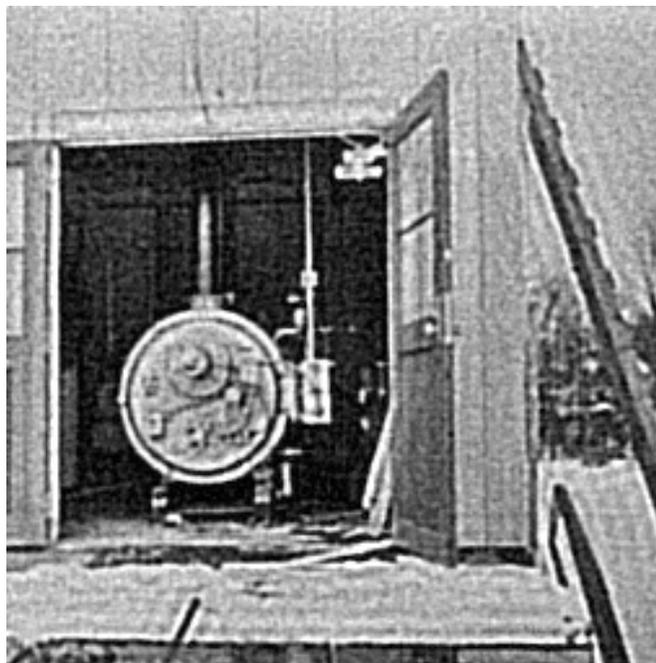


Figura 44. Imagen realizada mediante filtro homomórfico global

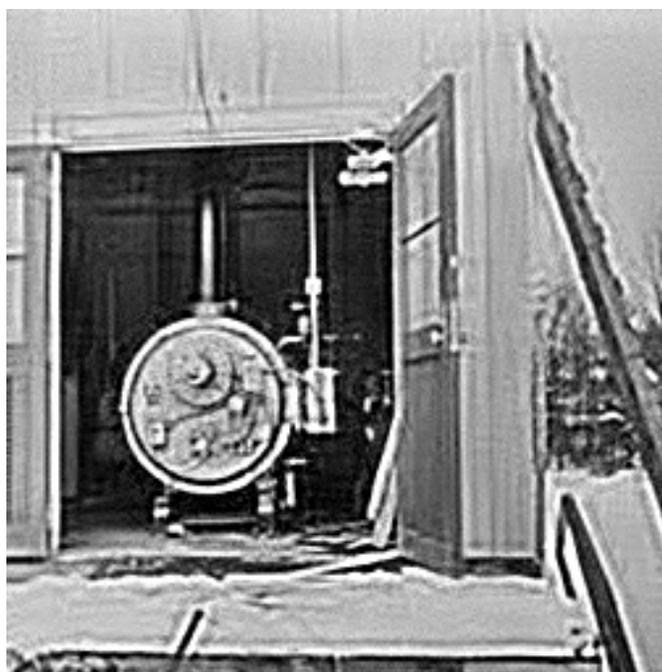


Figura 46. Imagen realizada mediante filtro homomórfico adaptativo local

Aunque el propósito de estos filtros es realzar imágenes ruidosas, estos filtros pueden ser utilizados también para realzar imágenes libres de ruido, como ejemplo se tiene la imagen real mostrada en la figura (47). La cual tiene las mismas características de tamaño y cuantización que la figura (39). El tamaño de la ventana utilizada en este caso también fue de 15x15 píxeles. Y los parámetros utilizados en el filtro raíz global, el filtro de raíz adaptativo local, el filtro homomórfico, y filtrado homomórfico adaptativo local propuesto, fueron $\alpha = 0.5$ y $D_0=0.25$ respectivamente, obteniendo los resultados correspondientes a las figuras (48), (49), (50), y (51). Donde los resultados obtenidos por los métodos propuestos son ligeramente mejores que los métodos convencionales debido a que permiten resaltar detalles locales en la imagen que éstos últimos no pueden ofrecer o que no se podían apreciar en la imagen original.

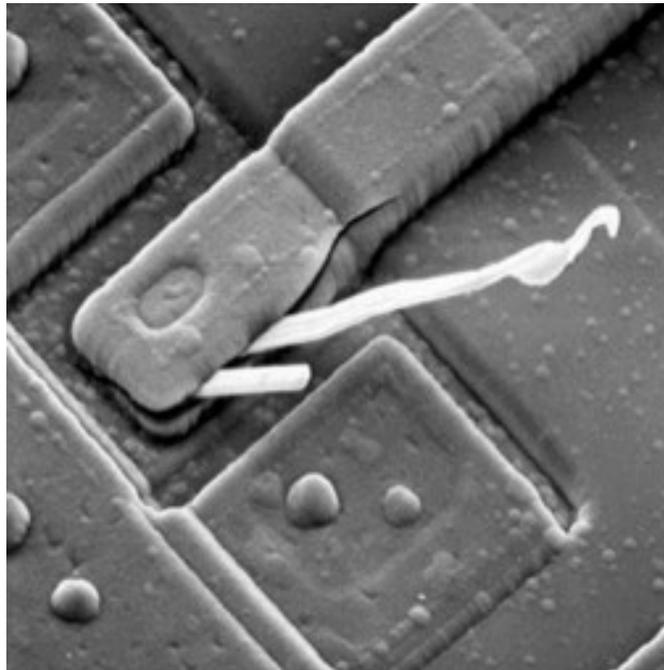


Figura 47. Imagen original

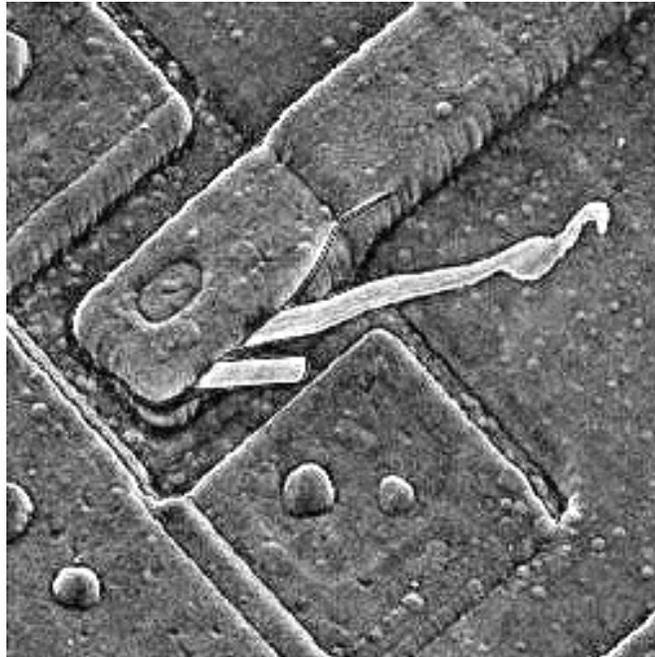


Figura 48. Imagen realzada mediante filtro raíz global

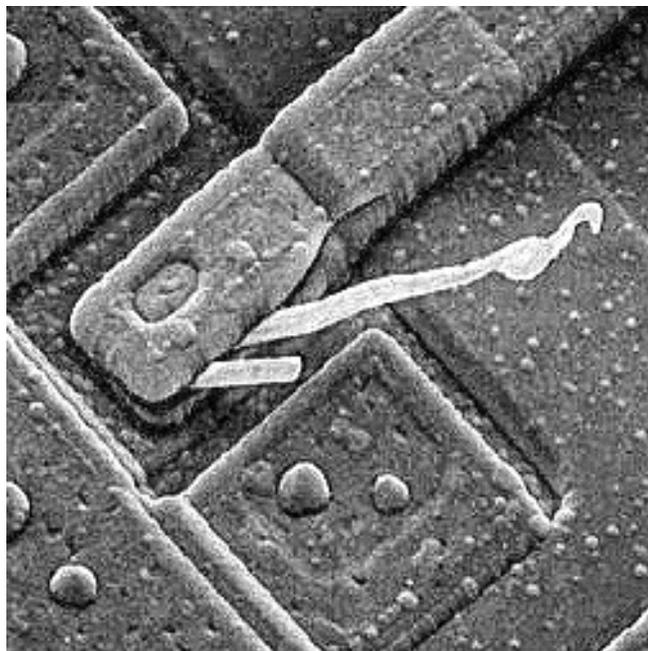


Figura 49. Imagen realzada mediante filtro raíz adaptativo local

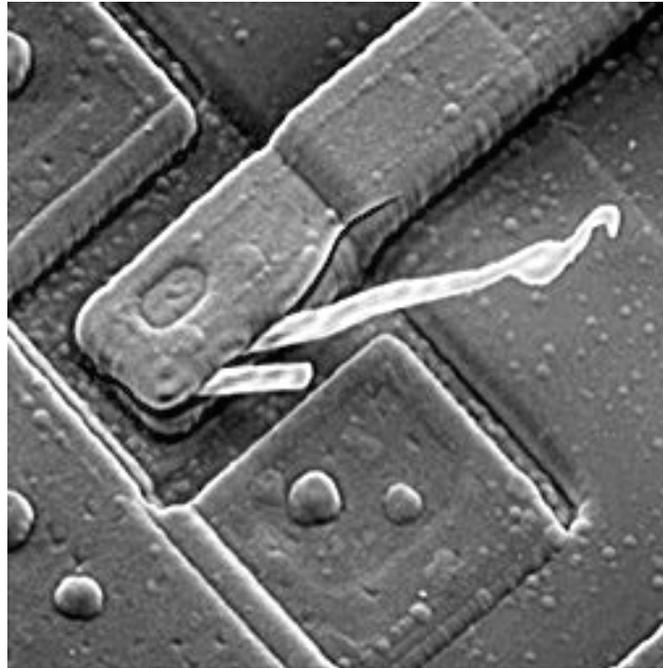


Figura 50. Imagen realizada mediante filtro homomórfico global

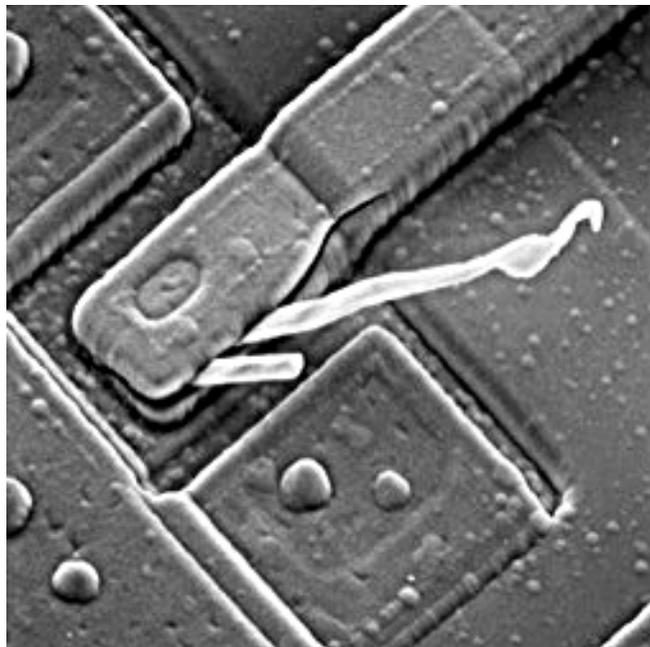


Figura 51. Imagen realizada mediante filtro homomórfico adaptativo local

Los resultados experimentales obtenidos merecen algunos comentarios que se mencionan a continuación:

- Los métodos globales de realce de imagen presentaron resultados inferiores a los métodos propuestos en imágenes ruidosas aún cuando se utilizó la etapa de prefiltrado.
- Los métodos propuestos de realce de imágenes presentaron un mejor desempeño en imágenes ruidosas, y la etapa de prefiltrado adaptativa es una etapa fundamental en el proceso de realce debido a que fue capaz de reducir en gran medida los niveles de ruido presentes en la imagen, a diferencia del método global donde los resultados fueron un poco inferiores, debido a que algunos coeficientes transformados de la imagen podrían no ser considerados como ruido cuando así debería serlo.
- Los métodos globales pueden presentar resultados comparables a los métodos propuestos cuando las imágenes contienen poco ruido, ofreciendo con esto una mejor alternativa en términos de tiempo de procesamiento.
- El filtro homomórfico y el filtro de raíz son opciones viables para el realce adaptativo de imagen, y ambos presentan buenos resultados dependiendo del procesamiento que se desea realizar en la imagen.
- El filtro raíz adaptativo es capaz de generar una mejor redistribución de energía a nivel local y con ello provocar que diversas zonas en la imagen con diferentes niveles de brillo se modifiquen en diferente proporción, a diferencia del filtro raíz global que modifica homogéneamente la imagen.
- El filtro homomórfico en combinación con el filtro High boost permite explotar la relación existente entre los componentes de iluminación y reflectancia de la imagen,

y al mismo tiempo resaltar bordes y detalles presentes en la imagen a nivel local, a diferencia del filtraje homomórfico global donde este procedimiento no tomaría en cuenta las características locales de la imagen.

- De igual manera que la restauración adaptativa, el tamaño mínimo utilizado para las ventanas deslizantes debe ser de 15x15 píxeles, y el máximo debe ser la mitad del tamaño de la imagen a procesar, lo cual provoca que el tiempo de procesamiento aumente en proporción a éste.
- La estimación de ruido puede ser calculada sobre la imagen utilizando un método global, ya que puede ser considerado como un factor constante en cada una de las regiones de la imagen.

En este capítulo se presenta una propuesta para la restauración y realce de imágenes utilizando filtros adaptativos locales en el dominio de la TDC deslizante. Se proponen algoritmos recursivos para el cálculo espectral de la imagen, y se derivan los métodos propuestos a partir del criterio de calidad (MSE). Así mismo, a partir de los métodos globales presentados en el capítulo IV, se derivan los métodos adaptativos de realce de imagen. Además se presentan y discuten los resultados obtenidos en la restauración y realce de imagen, utilizando los métodos globales y los métodos adaptativos locales haciendo una comparación entre ellos. Por último se hace mención sobre algunos aspectos técnicos a considerar en la implementación.

Capítulo VI

Conclusiones y trabajo futuro

VI.1 Sumario

En este trabajo de tesis se trataron los problemas de restauración y realce de imágenes utilizando filtros adaptativos locales en el dominio de la TDC deslizante. En general se cumplieron tanto los objetivos específicos como el general, éste último definido como: “Proponer teoría y diseñar nuevos métodos y algoritmos rápidos que implementen filtros adaptativos locales para la restauración de imágenes, realce con preservación de bordes y detalles y eliminación de ruido”.

El estudio de los filtros adaptativos locales para la restauración y realce de imágenes abarcó desde los modelos de observación de imágenes, modelos de degradación (homogéneo y no homogéneo), técnicas clásicas de restauración (filtros inversos, Wiener), técnicas para la estimación de parámetros (ruido y degradación), técnicas de realce (filtro homomórfico, raíz), hasta las diversas transformadas de imágenes (Walsh, Hadamard, Wavelet) de las cuales algunas tuvieron que ser rechazadas al no contar con una teoría fundamentada, implementación mediante algoritmos recursivos rápidos, o no proporcionar buenos resultados.

Se evaluó el desempeño de los métodos propuestos para la restauración de imágenes con degradaciones espacialmente variantes e invariantes libres de ruido o en presencia de ruido.

Se realizaron múltiples experimentos para probar las ventajas y desventajas de los filtros adaptativos locales, utilizando imágenes en escala de gris, y sus resultados fueron comparados con los obtenidos mediante los filtros globales convencionales.

VI.2 Conclusiones finales

De acuerdo a los resultados experimentales se presentan las siguientes conclusiones finales:

1. En el problema de restauración de imágenes con degradación variante espacialmente, el método propuesto en el capítulo V demostró un mejor desempeño que el método global (filtro Wiener) en términos del MSE.
2. Para proporcionar un procesamiento de imagen más eficiente, se utilizó un algoritmo rápido recursivo para calcular la TDC deslizante.
3. Diversos experimentos utilizando diferentes parámetros de degradación (movimiento horizontal lineal y presencia de ruido) mostraron que la imagen observada puede ser restaurada con buenos resultados por medio de la estimación correcta de los parámetros de la degradación.
4. El método propuesto también puede ser utilizado para restaurar imágenes con degradación invariante espacialmente. Sin embargo, los métodos de restauración global pueden ser una alternativa más viable, cuando las imágenes presentan niveles de degradación y ruido reducidos, hablando en términos de tiempo de procesamiento.
5. En el problema de realce de imágenes, las técnicas propuestas obtuvieron buenos resultados dependiendo del procesamiento que se desea realizar en la imagen.

6. Los métodos propuestos de realce de imágenes presentaron un mejor desempeño en imágenes ruidosas a diferencia de los métodos globales convencionales. Sin embargo, los métodos globales pueden presentar resultados comparables a los métodos propuestos cuando las imágenes contienen poco ruido.
7. La etapa de prefiltrado en ambos métodos, globales y adaptativos, es una etapa fundamental en el proceso de realce debido a que puede ser capaz de reducir en gran medida los niveles de ruido presentes en la imagen y de esta manera permite realizar un mejor realce de imagen.
8. El tamaño mínimo utilizado para las ventanas deslizantes en ambas tareas (restauración, realce) debe ser de 15x15 píxeles, y el máximo debe ser la mitad del tamaño de la imagen a procesar.

VI.3 Trabajo futuro

Como trabajo futuro se presentan las siguientes ideas:

1. Estudiar el problema de restauración adaptativo local, utilizando otro modelo de observación de imagen (usando ruido multiplicativo).
2. Estudiar el problema de restauración y realce adaptativo local utilizando imágenes a color.
3. Estudiar el problema de restauración de imágenes adaptativo local mediante técnicas que se aplican en el dominio espacial.
4. Estudiar otras técnicas de estimación de parámetros más eficientes que permitan utilizar un tamaño de ventana más reducido.

Bibliografía

Arce, G.R. y M.P. McLoughlin. 1987. "Theoretical analysis of the max/median filter". IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. 35(1):60-69.

Arce, G.R. 1991. "Multistage order statistic filters for image sequence processing". IEEE Trans. Signal Process, 39(5):1146-1162.

Bertero, M. y P. Boccacci. 2002. "Introduction to Inverse Problems in Imaging". London, Institute of Physics Publishing. Bristol and Philadelphia. 350 pp

Biemond, J., Lagendijk R.L., y Mersereau R.M. 1990. "Iterative methods for image deblurring". Proceedings of the IEEE. 78(5):856-883.

Bovik, A. 2000. "Handbook of image and video processing". Academic Press. Primera edición. San Diego 891 pp.

Castleman, K.R. 1996. "Digital Image Processing". Second Ed. Prentice Hall. 667 pp.

Chen, W.H., y S.C. Fralick. 1976. "Image enhancement using cosine transform filtering". Proc. Of the symp. on Current Math. Problems in image science. Monterey CA, Nov. 1976. 186-192 pp

Chitprasert, F. y K.R. Rao. 1990. "Discrete cosine transform filtering". Signal processing. 19(3):235-245

Coyle, E.J., J.H. Lin, y M. Gabbouj. 1989. "Optimal stack filtering and the estimation and structural approach to image processing". IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. 37(12):2037-2066.

Elliot, D.F. y K.R. Rao. 1982. "Fast transforms: Algorithms, analyses and applications", New York, NY Academic Press. 488 pp.

González, R.C. y R.E. Woods. 2002. "Digital Image Processing". Addison Wesley. 793pp.

Jain, A. 1989. "Fundamentals of digital image processing". Prentice Hall. Primera edición. 569 pp.

Kim, V. y Yaroslavsky L.P. 1986. "Rank algorithms for picture processing". Computer Vision, Graphics and Image Processing, 35(2): 234-258.

Kober, V.I, M. Mozerov, y J. Alvarez-Borrego. 2001. "Nonlinear filters with spatially-connected neighborhoods". Optical Engineering. 40(6): 971-983.

Kober, V.I, M. Mozerov, J. Alvarez-Borrego, y I.A. Ovseyevich. 2001. "Rank image processing using spatially adaptive neighborhoods". Pattern Recognition and Image Analysis, 11(3):542-552.

Kober, V.I. 2003. "Enhancement of noisy speech using sliding discrete cosine transform". Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2905: 229-235.

Kober, V.I. 2004. "Fast algorithms for the computation of sliding sinusoidal transforms". IEEE Transactions on Signal Processing. 52(6):1704-1710.

Lim, J. S. 1990. "Two-Dimensional Signal and Image Processing", New Yersey, Prentice-Hall PTR. 693 pp.

Maragos y R.W. Schafer. 1984. "Morphological filters – Part I: Their set theoretic analysis and relations to linear shift invariant filters, and Morphological filters – Part II: Their

relations to median, order statistics and stack filters”, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., 35(8):1153-1184.

Martucci, S.A. 1994. “Symmetric convolution and the discrete sine and cosine transform”. IEEE transactions on signal processing. 42(5):1038-1051.

Oppenheim, A.V. y Shafer R.W. 1989. “Discrete-time signal processing”. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York. 879 pp.

Papoulis, A. y S. Pillai. 2002. “Probability, random variables and stochastic processes”. Mc Graw Hill. Cuarta edición. 852 pp.

Pitas, I. y A. Venetsanopoulos. 1990. ”Nonlinear digital filters”.Kluwer Academic Publishers. 392 pp.

Pratt, W.K. 2001. “Digital image processing”. Wiley, New York. 698 pp.

Rao, k. y Yip, P. 1990. “Discrete cosine transform: Algorithms, advantages, applications”. Academic Press, Inc. San Diego. 490 pp.

Stockham, T.M. Cannon y R.B. Ingebretsen. 1975. “Blind deconvolution through digital signal processing,” Proc. IEEE 63(4): 678-692.

Umbaugh, S. E. 1998. Computer vision and image processing: a practical approach using CVIPtools. Prentice-Hall. Estados Unidos de America. 504 pp.

Vicens, J. Albert, V. Arnau, V. Cerverón, y G. Fabregat. 1990. “Tratamiento digital de imágenes- Técnicas básicas.” Mundo Electrónico, 208:67-76.

Vitkus, R.Y., y Yaroslavsky L.P. 1987. "Recursive algorithms for local adaptive linear filtration". En: Yaroslavsky L.P., Rosenfeld A., y W. Wilhelmi (eds). Mathematical Research, Computer Analysis of Images and Patterns. Academy Verlag, Berlin, pp. 34-39.

Xi, J. y J.F. Chicharo 2000. "Computing running DCT's and DST's base on their second-order shift properties". IEEE Trans. Circuits Syst. I. 47(5):779-783

Yaroslavsky, L.P. 1996. "Fundamentals of digital optics". Birkhäuser, Boston. 362 pp.

Yaroslavsky, L.P. 1996. "Local adaptive image restoration and enhancement with the use of DFT and DCT in a running window". Proceedings, Wavelet Applications in Signal and Image Processing IV. SPIE Proc. 2825:1-13.

Yaroslavsky L.P. 2003. "Digital holography and digital image processing: Principles, methods and algorithms". Kluwer Academic Publishers. Boston. 600 pp.