

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Ciencias de la Tierra
con orientación en Geofísica Aplicada**

**Inversión conjunta 2D de datos de corriente directa y
audiomagnetotelúricos**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Luz del Carmen Pantoja Matamoros

Ensenada, Baja California, México
2020

Tesis defendida por
Luz del Carmen Pantoja Matamoros

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Co-director de tesis

Dr. Francisco Javier Esparza Hernández
Co-director de tesis

Dr. Enrique Gómez Treviño

Dr. Mario González Escobar

Dr. Santiago Camacho López



Dr. Efraín Gómez Arias
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Luz del Carmen Pantoja Matamoros** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada

Inversión conjunta 2D de datos de Corriente Directa y Audiomagnetotéluricos

Resumen aprobado por:

Dr. Francisco Javier Esparza Hernández
Co-director de tesis

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Co-director de tesis

Con el paso del tiempo se ha vuelto indispensable tener un mejor conocimiento de los parámetros físicos que caracterizan al subsuelo, debido al aumento de las necesidades de la población, como es el caso del agua subterránea. La exploración geofísica es una técnica capaz de encontrar de manera indirecta los recursos naturales para obtener una mejor evaluación de los mismos. Lo anterior es posible mediante técnicas que permiten obtener un menor grado de incertidumbre, como lo es la inversión de datos, en la cual partiendo de los datos tomados en campo es posible encontrar los parámetros que caracterizan el subsuelo donde se encuentra el recurso en cuestión. Para obtener un modelo que caracterice de la mejor manera el terreno es deseable contar con información adicional para atacar a la no unicidad en la solución. Una alternativa es ayudar a la inversión con otro tipo de datos geofísicos, lo que se conoce como inversión conjunta. En esta tesis se propone utilizar datos de resistividad de corriente directa (DC) y audiomagnetotéluricos (AMT). Asumiendo cuerpos resistivos bajo tierra, se pretende encontrar su geometría 2D y su profundidad. La solución para la inversión individual de estos métodos usa una aproximación, por lo que es lineal y se ejecuta en una sola iteración. Sin embargo, para la inversión conjunta la solución se vuelve no lineal y se ejecuta en varias iteraciones. Para validar los resultados obtenidos se hace uso de datos sintéticos, intentando obtener un buen ajuste entre los datos y las respuestas del modelo. La idea de utilizar conjuntamente DC y AMT es aumentar la profundidad de penetración en la zona de exploración.

Palabras clave: Inversión conjunta, corriente directa, audiomagnetotéluricos, profundidad de penetración.

Abstract of the thesis presented by **Luz del Carmen Pantoja Matamoros** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Earth Sciences with orientation in Applied Geophysics.

Joint inversion of current direct data and audiomagnetotellurics

Abstract approved by:

Dr. Francisco Javier Esparza Hernández
Thesis Co-director

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Thesis Co-director

Along the time it has been indispensable to have a better knowledge of the physical parameters that characterize the subsoil, because of the increase of the population needs, as the subterranean fresh water. Geophysical exploration is a technique capable of indirectly finding natural resources to obtain a better evaluation of them. The above is possible through techniques that allow obtaining a lower degree of uncertainty, such as data inversion, in which, starting from the data taken in the field, it is possible to find the parameters that characterize the subsoil where the resource in question is located. In order to get a good model that characterizes the ground, it is desirable to have additional information in order to dismiss the non-uniqueness. In this thesis, we propose to use data from two different electrical methods, direct current resistivity method and audio-magnetotelluric. This kind of research is known as Joint Inversion. We assumed 2D resistivity bodies under the ground. The purpose of this research is to find the 2D geometry and depth of such bodies. Solution for single inversion uses an approximation and it is linear. It runs in a single iteration, however for joint inversion, the solution turns non-linear and it runs in several iterations. Results were validated with synthetic data trying to get a good fit between data and model responses. The idea to use DC resistivity and audio-magnetotelluric jointly is to increase the penetration depth in exploration geophysics.

Keywords: Joint inversion, direct current, audio-magnetotelluric, depth of penetration.

Dedicatoria

*A mis padres, Carmen y Alfonso.
A mis hermanos, Luis, Lupita e Isauro.
Por ser mi respaldo en cada decisión tomada.*

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, por permitirme realizar mis estudios de posgrado en esta institución.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado para realizar mis estudios de maestría como becario N° 838608.

A GEMex por el apoyo económico brindado para la participación en la RAUGM 2019.

A mis co-directores, el Dr. Francisco Javier Esparza Hernández y el Dr. Marco Antonio Pérez Flores, por su colaboración en la elaboración de este trabajo, por su disposición, apoyo y paciencia al momento de resolver mis dudas. Gracias por compartir conmigo su conocimiento.

A los miembros de mi comité de tesis, Dr. Enrique Gómez Treviño, Dr. Mario González Escobar y Dr. Santiago Camacho López por sus valiosas aportaciones a este trabajo.

Al personal técnico y administrativo, de manera especial a Iván Zavala y Fernando Herrera por su asesoría en los detalles técnicos del código.

A todos mis maestros, por todas y cada una de sus enseñanzas a nivel académico y personal.

A Roberto Cabrer, por su apoyo y colaboración a lo largo de este trabajo.

A mis compañeros de generación y amigos, pero de manera muy especial a Elsie, Alejandra, Marco, Jorge, Karen, Daniel, Abril y Carolina.

Tabla de contenido

Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	viii
Lista de tablas.....	xi
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1 Antecedentes.....	2
1.2 Justificación.....	3
1.3 Hipótesis.....	4
1.4 Objetivos.....	4
1.4.1 Objetivo general.....	4
1.4.2. Objetivos específicos.....	5
Capítulo 2. Marco Teórico.....	6
2.1 Método de Corriente Directa (DC).....	6
2.2 Inversión de datos de corriente directa.....	7
2.2.1 Ecuación integral para resistividad de Corriente Directa.....	7
2.3 Método audio-magnetotelúrico.....	10
2.4 Inversión de datos magnetotelúricos en dos dimensiones.....	11
Capítulo 3. Inversión conjunta.....	14
3.1 Diseño de la malla de discretización.....	14
3.2 Parámetros involucrados en la inversión conjunta.....	15
3.3 Función objetivo.....	15
3.4 Solución de la función objetivo: desarrollo matemático.....	16
3.4 Solución de la función objetivo: implementación computacional.....	18
Capítulo 4. Pruebas con datos sintéticos.....	23
4.1 Introducción.....	23
4.2 Modelo 1. Prismas inmersos en un semiespacio homogéneo a 20 metros de profundidad.....	26
4.2.1 Planteamiento del modelo.....	26
4.2.2 Datos sintéticos de DC y AMT.....	27
4.2.3 Inversión individual de datos de DC.....	29
4.2.4 Inversión individual de datos de AMT.....	30
4.2.5 Resultado 1. Inversión conjunta de DC y AMT.....	31
4.3 Modelo 2. Prismas inmersos en un semiespacio homogéneo a 80 metros de profundidad.....	34
4.3.1 Planteamiento del modelo.....	34
4.3.2 Datos sintéticos de DC y AMT.....	34
4.3.3 Inversión individual de datos de DC.....	37
4.3.4 Inversión individual de datos de AMT.....	38
4.3.5 Resultado 2. Inversión conjunta de DC y AMT.....	38
4.4 Modelo 3. Prismas inmersos en un semiespacio homogéneo a 150 metros de profundidad.....	41
4.4.1 Planteamiento del modelo.....	41
4.4.2 Datos sintéticos de DC y AMT.....	42

4.4.3 Inversión individual de datos de AMT	44
Capítulo 5. Conclusiones	48
5.1 Sobre la solución de la función objetivo	48
5.2 Sobre la implementación a datos sintéticos	48
Literatura citada	50
Anexos	52

Lista de figuras

Figura	Página
1 Esquema simple del problema directo e inverso en geofísica.....	1
2 Propagación de corrientes eléctricas continuas a través de un medio.....	6
3 Ejemplo de un estudio de resistividad 2D con (A) pseudosección de resistividad aparente y (B) Modelo de resistividad verdadera obtenido por inversión individual(Loke et al. 2013).....	7
4 Resistividad de corriente directa para la configuración polo-polo (Modificada de Pérez-Flores, 2018).....	8
5 Malla de discretización utilizada para la inversión de datos.....	14
6 Gráfica de búsqueda del β con el RMS mínimo.....	19
7 Diagrama de flujo del proceso de inversión conjunta.....	21
8 Proceso de inversión conjunta.....	22
9 Diseño de la rejilla de modelado para el arreglo Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner. Los puntos corresponden a los puntos de atribución o pseudo-profundidades estimadas de acuerdo al espaciamiento entre electrodos.....	25
10 Ubicación de los sondeos de AMT.....	26
11 Representación del modelo 1. El rectángulo azul corresponde al cuerpo conductor y el rectángulo rojo al cuerpo resistivo.....	27
12 Datos sintéticos para modelo 1 con 5% de ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.....	28
13 Gráfica de periodo–resistividad para datos sintéticos del modelo 1 de AMT con 5% de ruido aleatorio.....	29
14 Modelos resultantes de la inversión individual de datos de Corriente Directa para arreglos Dipolo-Dipolo, Schlumberger, Wenner y la conjunta de los tres.....	30
15 Modelo resultante de la inversión individual de datos audiomagnetotelérficos con cuerpos a 20 metros de profundidad.....	30
16 Inversión conjunta de datos de DC y AMT para cuerpos a 20 metros de profundidad.....	32
17 Búsqueda automática del parámetro de suavizamiento óptimo para el modelo 1.....	33

18	Representación del modelo 2. El rectángulo azul corresponde al cuerpo conductor y el rectángulo rojo al cuerpo resistivo.....	34
19	Datos sintéticos para modelo 2 con 5% de ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner	35
20	Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 2 de AMT con 5% de ruido aleatorio	36
21	Modelos resultantes de la inversión individual de datos de Corriente Directa para arreglos Dipolo-Dipolo, Schlumberger, Wenner y la conjunta de los tres.....	37
22	Modelo resultante de la inversión individual de datos audiomagnetoteléuticos con cuerpos a 80 metros de profundidad.....	38
23	Inversión conjunta de datos de DC y AMT para cuerpos a 80 metros de profundidad.....	39
24	Búsqueda automática del parámetro de suavizamiento óptimo para el modelo 2.....	40
25	Representación del modelo 3. El rectángulo azul corresponde al cuerpo conductor y el rectángulo rojo al cuerpo resistivo.....	41
26	Datos sintéticos para modelo 3 con 5% de ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner	43
27	Gráfica de periodo vs. resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 3 de AMT con 5% de ruido aleatorio.....	44
28	Modelo resultante de la inversión individual de datos audiomagnetoteléuticos con cuerpos a 150 metros de profundidad.....	44
29	Inversión conjunta de datos de DC y AMT para cuerpos a 150 metros de profundidad.....	45
30	Búsqueda automática del parámetro de suavizamiento óptimo para el modelo 3.....	46
31	Datos sintéticos para modelo 1 sin ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.....	52
32	Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 1 de AMT sin ruido aleatorio. La línea rosa corresponde al modo TE y la azul al modo TM.....	53
33	Gráfica de iteración-RMS para evaluar convergencia del modelo 1.....	54
34	Datos sintéticos para modelo 2 sin ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.....	55
35	Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 2 de AMT sin ruido aleatorio. La línea rosa corresponde al modo TE y la azul al modo TM.....	56
36	Gráfica de iteración-RMS para evaluar convergencia del modelo 2.....	57

37	Datos sintéticos para modelo 3 sin ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.....	58
38	Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 3 de AMT sin ruido aleatorio. La línea rosa corresponde al modo TE y la azul al modo TM.....	59
39	Gráfica de iteración-RMS para evaluar convergencia del modelo 3.....	60
40	Análisis de residuales para modelo 1.....	61
41	Análisis de residuales para modelo 2.....	62
42	Análisis de residuales para modelo 3.....	63
43	Análisis de las funciones de peso para DC y la conjunta de AMT-DC.....	64
44	Análisis de las funciones de peso para el modo TE y TM de AMT.....	65

Lista de tablas

Tabla	Página
1 Comparación de las características de AMT y DC.....	23
2 Valores de resistividad de para modelo.....	23

Capítulo 1. Introducción

Con el paso del tiempo, el incremento poblacional ha traído consigo la creación y diversificación de nuevas necesidades, lo cual hace que la extracción de recursos sea cada vez más exigente y demandante. La necesidad de una adecuada disposición de recursos naturales en términos globales, capaz de sostener el proceso de desarrollo sustentable, nos ha llevado a idear herramientas tecnológicas, cada vez más sofisticadas, que permitan tener un mejor conocimiento de los parámetros que caracterizan a los fenómenos físicos que se presentan bajo la superficie de la Tierra, conocer sus características y prevenir sus posibles efectos de desastre.

Una alternativa eficaz para explorar los recursos naturales del subsuelo de manera responsable es mediante el uso de métodos indirectos, como los métodos geofísicos. La finalidad de éstos radica en la toma de mediciones que nos permitan obtener información de las propiedades físicas del subsuelo, mediante las cuales es posible la obtención de modelos. En geofísica a esto se le conoce como problema inverso.

Inversión de datos geofísicos

Existen dos vertientes importantes dentro de la geofísica, el problema directo y el problema inverso. Cuando se hace una predicción de los datos a partir de los parámetros (propiedades físicas) característicos del medio, se habla del problema directo, caso contrario al problema inverso, donde se hace una estimación de los parámetros a partir de datos observados en campo, los cuales siempre están sujetos a errores (figura 1).

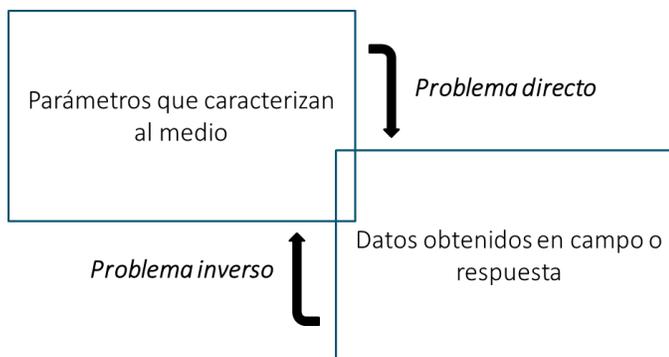


Figura 1. Esquema simple del problema directo e inverso en geofísica.

Mediante la inversión de datos geofísicos se busca caracterizar de manera adecuada a las propiedades físicas presentes en el subsuelo, cuyo comportamiento o distribución es medido en superficie y representa la perturbación de los campos generados natural o artificialmente. La finalidad de esta técnica es obtener el modelo que mejor se ajuste a la respuesta del campo medido.

Inversión conjunta de datos geofísicos

La cantidad de datos medidos en campo, por muy grande que sea, siempre será insuficiente para resolver la cantidad de parámetros característicos del subsuelo (resistividad o conductividad, por ejemplo), básicamente porque las mediciones en la mayoría de las veces solo se realizan en superficie, lo que da lugar a un problema mal planteado (*ill-posed problem*). Debido a lo anterior, puede ser que la relación entre los parámetros del subsuelo y los datos observados no sea biunívoca, es decir, varios parámetros del subsuelo corresponden al mismo grupo de datos observados. En este sentido, hablamos de *no-unicidad* en la solución y existen varias maneras de contrarrestarla, una de ellas es añadir constricciones a los modelos por medio de programación cuadrática, otra es guiándola con información adicional como; rasgos geológicos, registros de pozos y muestras obtenidas en los mismos. Existe una tercera alternativa mediante la cual se ayuda al proceso de inversión con información proveniente de otro método geofísico. Se entiende por ***inversión conjunta*** a la capacidad de invertir simultáneamente el conjunto de datos combinado, con la finalidad de recuperar el modelo que mejor represente a la estructura de la Tierra o subsuelo.

Lo anterior se justifica dado que cada método geofísico aporta información distinta del subsuelo y nuestra hipótesis parte de que, la combinación de varias técnicas geofísicas distintas nos dan una estimación más realista de dichas propiedades de interés.

1.1 Antecedentes

Vozoff y Jupp (1975) han mostrado las ventajas de combinar datos de resistividad y magnetotelúricos (MT) en el problema 1D. En su trabajo mencionan que dichos métodos, a pesar de responder a la misma propiedad física de las rocas, lo hacen de manera distinta, por lo que, en conjunto permiten extraer lo máximo de cada método y definir mejor la resistividad eléctrica del subsuelo.

Gustafson y McEuen (1987) muestran resultados cuantitativos usando datos de resistividad y Audiomagnetotelúricos (AMT) en una dimensión, con el fin de demostrar que la inversión conjunta de datos provenientes de métodos en los que se miden parámetros eléctricos es de ayuda para mejorar la calidad de la interpretación al disminuir ambigüedades debidas a la no-unicidad.

Sasaki (1989) describe la inversión conjunta 2D de datos de MT y resistividad dipolo-dipolo. En su trabajo concluye que la inversión conjunta en 2D puede ser efectiva para mejorar la resolución.

Monteiro-Santos *et al.*, (1997) realizan inversión 1D de datos de resistividad y AMT. En su trabajo reportan que el método AMT no contribuye a la resolución de los primeros 100-150 m, lo cual se resuelve con los datos de corriente directa. Para capas intermedias se muestra la contribución de ambos métodos y en las capas ubicadas a mayor profundidad, la contribución se le atribuye a los datos de AMT.

Monteiro-Santos *et al.*, (2007) llevaron a cabo la inversión 2D de datos AMT y Corriente Directa (DC) en la evaluación de campos geotérmicos de baja entalpía. En dicho trabajo hacen uso del arreglo dipolo-dipolo para el caso de DC y el modo TE para los datos de AMT. Se reportó que, al hacer uso de los modelos inversos para la estimación de la distribución de la resistividad y su relación con la porosidad de un depósito geotérmico, se observa una mejor definición de las estructuras poco profundas y profundas, cuando el número y la separación de los sitios de AMT es similar a la de los estudios de DC.

Con los trabajos anteriores se ha demostrado que la inversión de ambos tipos de datos favorece la mejora de los resultados y facilita su interpretación.

1.2 Justificación

Se pretende integrar información de cada una de las metodologías propuestas usando sus similitudes para obtener un modelo del subsuelo, con el fin de complementar la exploración de estructuras de interés y facilitar su interpretación.

Con el paso de los años, el incremento poblacional supone una presión creciente sobre la producción de recursos naturales, como es el caso del agua subterránea, en la que cada vez se tiene que perforar a mayor profundidad para poder explotarla de manera exitosa. Con la combinación de DC y AMT se busca presentar imágenes que tengan una mayor profundidad de penetración que DC de manera individual y una mayor resolución que AMT individual.

Anteriormente, Monteiro-Santos *et al.*, (2007), realizaron la inversión conjunta de estos dos tipos de datos para el arreglo dipolo-dipolo en el caso de DC y el modo TE de AMT, mostrando resultados favorables.

La finalidad de este trabajo es complementarlo haciendo uso de múltiples arreglos electródicos y considerando los modos TE y TM.

1.3 Hipótesis

Mediante la aplicación de la inversión conjunta 2D de DC y AMT se espera obtener resultados favorables en lo referente a la disminución de la ambigüedad, mejora de la resolución y aumento en la profundidad de penetración, mismos que se han logrado anteriormente haciendo uso del arreglo dipolo-dipolo de DC y el modo TE de AMT. El reto de este proceso es obtener un algoritmo que funcione para cualquier arreglo electródico de DC y considere ambos modos (TE y TM) de AMT, mediante la metodología propuesta por Esparza-Hernández y Gómez-Treviño (1997).

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Desarrollar un algoritmo que realice la inversión conjunta bidimensional de datos del método de resistividad de corriente directa (DC) y datos del método audio-magnetotelérfico (AMT), con el fin de obtener una mejor resolución y aumentar la profundidad de exploración.

1.4.2. Objetivos específicos

- Recopilar los códigos computacionales correspondientes a la inversión individual de DC y AMT y familiarizarse con los mismos para poder comprender su funcionamiento.
- Desarrollar un esquema de inversión conjunta e implementarlo de manera computacional y numérica.
- Validar los resultados obtenidos mediante pruebas con datos sintéticos.
- Aplicar el código de inversión conjunta a datos obtenidos en campo.

Capítulo 2. Marco Teórico

2.1 Método de Corriente Directa (DC)

Se conoce como métodos de corriente directa (DC) a aquellos en los cuales se introduce una corriente eléctrica en el subsuelo y se mide la respuesta de la misma en superficie. Dicha respuesta es la suma del efecto creado por la corriente inyectada y el efecto propio del subsuelo. Para poder llevar a cabo lo anterior, es necesario tener una fuente y un receptor, los cuales pueden estar configurados de diferentes maneras (configuraciones electródicas). En la figura 2 se describe de manera esquemática la distribución de los electrodos para un arreglo dipolo-dipolo, AB corresponden a los electrodos fuente y MN a los electrodos receptores. Las líneas moradas corresponden al patrón de corriente característico de esta configuración electródica y las líneas punteadas representan el campo escalar del potencial eléctrico, ambos varían de acuerdo al tipo de arreglo.

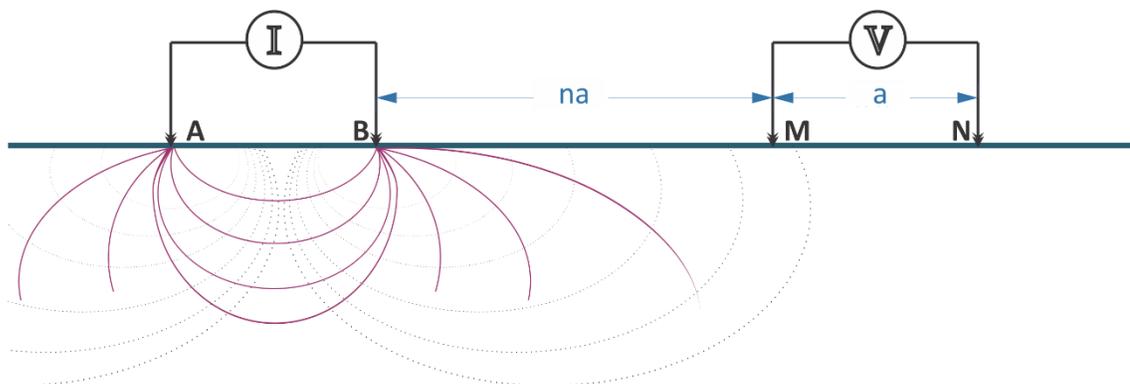


Figura 2. Propagación de corrientes eléctricas continuas a través de un medio.

Existen distintos métodos de corriente directa, entre los que se encuentran los denominados Sondeos Eléctricos Verticales (SEVs), Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) y Calicatas eléctricas. Éstos operan bajo el principio de inyectar corriente eléctrica continua al subsuelo mediante una fuente y obtener un valor de resistividad aparente en el receptor, el cual nos da una idea de la respuesta del subsuelo ante la inyección de corriente, como se muestra en la figura 3.

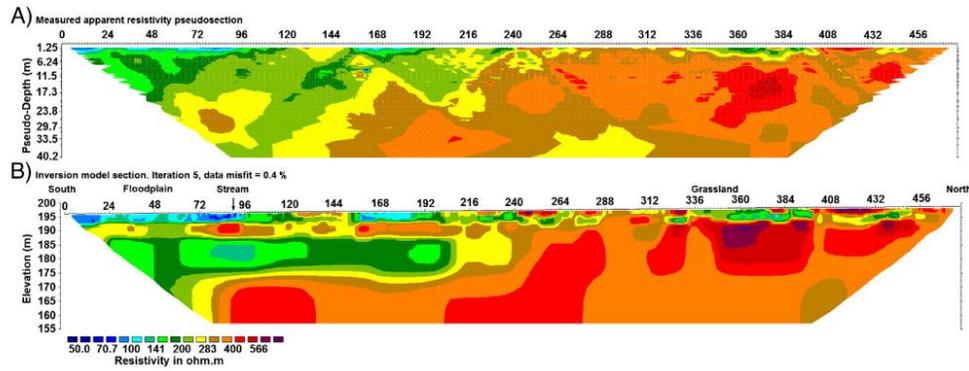


Figura 3. Ejemplo de un estudio de resistividad 2D con (A) pseudosección de resistividad aparente y (B) Modelo de resistividad verdadera obtenido por inversión individual (Loke et al. 2013).

2.2 Inversión de datos de corriente directa

El problema inverso en interpretación de resistividad fue investigado a principios de 1930 (Inman *et al.*, 1973). Con el paso del tiempo se han desarrollado nuevas técnicas de inversión para este tipo de datos y para distintos casos. En el algoritmo de inversión de corriente directa proporcionado para este trabajo se utiliza una ecuación integral no lineal que supone bajos contrastes de resistividad (Cavazos-Garza y Gómez Treviño, 1989; Pérez-Flores et al., 2001). En Pérez Flores et al., (2001) la ecuación tiene mayor significado físico debido a que la resistividad desconocida (logaritmo de ρ) del subsuelo está directamente relacionada con la resistividad aparente (ρ_a) convencionalmente medida a través de una función de peso (Antonio-Carpio et al. 2004).

2.2.1 Ecuación integral para resistividad de Corriente Directa

Sea un semi-espacio heterogéneo, la ecuación integral que calcula el valor de la resistividad aparente medida en el receptor debido a una fuente puntual es:

$$\rho_a(\mathbf{r}_A) = \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \mathbf{G}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}, \rho) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}, \rho) \rho(\mathbf{r}) dx dz \quad (1)$$

Donde $\mathbf{E}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r})$ representa el campo eléctrico en el interior del cuerpo; $\mathbf{G}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r})$ es la función de Green, considerando un semi-espacio heterogéneo y $\rho(\mathbf{r})$ es la resistividad del subsuelo. Ésta ecuación está adaptada a una configuración polo-polo (Figura 4).

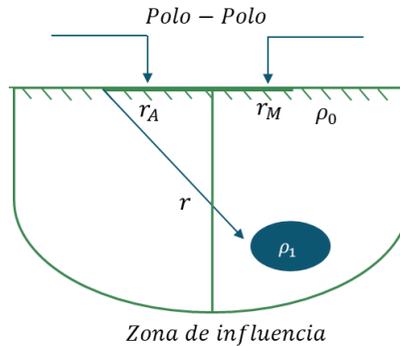


Figura 4. Resistividad de corriente directa para la configuración polo-polo (Modificada de Pérez-Flores, 2018).

El campo eléctrico \mathbf{E} es el medido dentro del subsuelo y debido al electrodo fuente, la función de Green representa el campo eléctrico dentro del subsuelo y debido a un electrodo fuente colocado en la posición del receptor (Pérez-Flores et al., 2001).

Para el proceso inverso $\rho_a(\mathbf{r}_A)$ representa los datos (resistividad aparente) y $\rho(\mathbf{r})$ las incógnitas (resistividades estimadas). En el caso de la ecuación exacta no se conoce el campo eléctrico ni la función de Green para el semi-espacio heterogéneo, por lo que la ecuación (1) no es de ayuda para la solución del problema inverso, lo cual se soluciona si se supone un semi-espacio homogéneo como aproximación.

Para un semi-espacio homogéneo se conocen las expresiones para el campo eléctrico y la función de Green. De esta manera se genera una ecuación aproximada para la resistividad aparente.

$$\log \rho_a(\mathbf{r}_A) \cong \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \mathbf{G}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}, \rho) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}, \rho) \log \rho(\mathbf{r}) dx dz \quad (2)$$

Donde ρ_0 es la resistividad del subsuelo debida a un semiespacio homogéneo.

Por simplificación, se hará que la función de peso K , represente el producto punto del campo eléctrico $E(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}, \rho)$ con la función de Green $G(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}, \rho)$. En esta función se multiplica la resistividad verdadera por un peso para después hacer la suma o integral, dicha suma es la resistividad aparente. Mediante esta aproximación, la resistividad aparente medida en campo se puede definir como el promedio pesado de las resistividades del subsuelo de acuerdo a su zona de influencia, la cual varía de observación a observación, por lo que los promedios no serán iguales.

De esta manera la ecuación (2) se puede representar en forma matricial, como un sistema de ecuaciones lineales.

$$\rho_a = K\rho \quad (3)$$

Para poder despejar el valor de la resistividad real de la ecuación integral se hace uso de teoría de inversión.

De esta manera planteamos la función objetivo por minimizar:

$$F(\rho) = \|\rho_a - K\rho\|^2 + \beta\|D\rho\|^2 \quad (4)$$

Donde $K\rho$ es la respuesta del modelo y $\beta\|D\rho\|^2$ es un regularizador, en el cual D es la matriz de derivadas espaciales y β es el factor de suavizamiento. El término de regularización fue introducido por Tikhonov (1977) y después por Constable et al., (1987).

En la función objetivo tenemos dos términos, el primero que minimiza la diferencia entre la resistividad aparente medida en campo y la respuesta del modelo en forma de resistividad aparente o calculada. El segundo término que minimiza las derivadas espaciales (con respecto a x, z) de la resistividad verdadera o estimada. Si $\beta = 0$ sólo se va a minimizar la diferencia observada-calculada, pero si beta va creciendo, el término de suavizamiento se vuelve importante y empieza a suavizar por efecto de las derivadas.

Se hace uso de programación cuadrática (Gill et al., 1986), que nos permite definir una región de solución dentro de la cual se va a mover la búsqueda de la solución óptima (ecuación 5). Para poder definir los límites de dicha región se hace uso de información disponible, por ejemplo, registros de pozos o geología superficial.

$$\rho_i \leq \rho \leq \rho_s \quad (5)$$

2.3 Método audio-magnetotelúrico

En geofísica, algunos métodos de prospección hacen uso de campos electromagnéticos (EM) producidos de manera natural o por medio de una fuente artificial. La teoría del método magnetotelúrico inició con Tikhonov y Cagniard quienes, en los años 50s, propusieron el uso de campos eléctricos naturales para el estudio de las características de la corteza terrestre. Tikhonov (1950) estudió la relación entre los campos eléctrico y magnético a partir de las ecuaciones de Maxwell. Cagniard (1953) hace una descripción más detallada del método, proponiendo la solución del mismo para varias capas.

El método audio-magnetotelúrico es una variante del método magnetotelúrico, en donde la diferencia entre ambos radica en el rango de frecuencias, el cual es mayor para AMT, por lo que la profundidad a la que penetra es menor (aproximadamente 500 metros).

Vozoff (1991) define al método AMT, como aquel que permite la investigación de la distribución de la resistividad eléctrica bajo la Tierra a partir de las mediciones de las variaciones naturales del campo eléctrico (E) y el campo magnético (B). Estos campos naturales son generados por ciertas fluctuaciones de corrientes en la parte inferior de la ionósfera, las cuales viajan y penetran la corteza terrestre (Orellana, 1974). Dichas fluctuaciones pueden ser generadas por la actividad eléctrica de las tormentas a altas frecuencias (>1 Hz) o por las fluctuaciones del viento solar que interactúan con la ionósfera.

Modos TE y TM

Considerando el caso 2D las ecuaciones de Maxwell se desacoplan en dos modos.

- **Modo TE:** Considerando que la estructura geológica se extiende infinitamente en dirección de y , el campo eléctrico fluye paralelamente al rumbo (E_y) y el campo magnético es perpendicular (B_x, B_z).
- **Modo TM:** Los campos eléctricos atraviesan el cuerpo heterogéneo (E_x, E_z) y el campo magnético es paralelo al rumbo (B_y).

Para este trabajo se cuenta con un programa de inversión de datos magnetotelúricos (MT), desarrollado por Esparza-Hernández (1991), el cual trabaja con las amplitudes de las conductividades aparentes, sin considerar la fase.

2.4 Inversión de datos audiomagnetotelúricos en dos dimensiones

Para estructuras bidimensionales, las ecuaciones de Maxwell se desacoplan en dos modos: el TE, donde el campo eléctrico es paralelo al rumbo y el TM, donde el campo eléctrico es perpendicular al rumbo.

Gómez-Treviño (1987a) propone una ecuación integral que se aplica a cada modo de propagación. De esta manera, las amplitudes de la conductividad aparente de TE y TM se expresan como:

$$\sigma_a^{TE}(x_r, T_i) = \frac{1}{1 - m_i} \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} G^{TE}(\sigma_0, x_r, T_i, x, z) \sigma(x, z) dx dz \quad (6)$$

y

$$\sigma_a^{TM}(x_r, T_i) = \frac{1}{1 - m_i} \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} G^{TM}(\sigma_0, x_r, T_i, x, z) \sigma(x, z) dx dz \quad (7)$$

Donde R es la región de integración que indica el semiplano x, z , G^{TE} y G^{TM} son las derivadas de Fréchet para el modo TE y TM, respectivamente, x_r es la posición de receptor y T_i el periodo.

Para un semiespacio homogéneo de conductividad σ_a .

$$G^{TE}(\sigma_a^{TE}, x_r, x, z) = \text{Re} \left[\frac{2}{\pi \delta_{aTE}^2} \int_0^\infty G_\lambda^{TE} \cos[\lambda(x_r - x)] d\lambda \right] \quad (8)$$

y

$$G^{TM}(\sigma_a^{TM}, x_r, x, z) = \text{Re} \left[\frac{2}{\pi \delta_{aTM}^2} \int_0^\infty G_\lambda^{TM} \cos[\lambda(x_r - x)] d\lambda \right] \quad (9)$$

Donde

$$\delta_{aTE}^2 = \left(\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_a^{yx}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$\delta_{aTM}^2 = \left(\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_a^{xy}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$G_\lambda^{TE} = \frac{\lambda + i(2 + \lambda)}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2i}} e^{-(\sqrt{\lambda^2 + 2i} + \sqrt{2i})z'} \quad (12)$$

$$G_\lambda^{TM} = \sqrt{\lambda^2 + 2i} e^{-(\sqrt{\lambda^2 + 2i} + \sqrt{2i})z'} \quad (13)$$

Las derivadas de Fréchet dependen de la conductividad del semi-espacio heterogéneo, la cual no es conocida, por lo que las ecuaciones no resultan útiles para el proceso de inversión. Para poder resolverlo, se aproximan las derivadas de Fréchet a las de un semi-espacio homogéneo, cuyas expresiones son conocidas. De esta manera nos quedan las siguientes ecuaciones.

$$\sigma_a^{TE}(x_r, T_i) \cong \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} G^{TE}(\sigma_0, x_r, T_i, x, z) \sigma(x, z) dx dz \quad (14)$$

$$\sigma_a^{TM}(x_r, T_i) \cong \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} G^{TM}(\sigma_0, x_r, T_i, x, z) \sigma(x, z) dx dz \quad (15)$$

En este caso, el problema inverso individual consiste en estimar la conductividad $\sigma(x, z)$ partiendo de los datos disponibles y de las funciones de peso correspondientes.

Las ecuaciones 14 y 15 se pueden escribir como un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial de la forma

$$\sigma_a = A\sigma \quad (16)$$

De esta manera, la función objetivo está descrita por:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = \|\boldsymbol{\sigma}_a - \mathbf{K}\boldsymbol{\sigma}\|^2 + \beta\|\mathbf{D}\boldsymbol{\sigma}\|^2 \quad (17)$$

La ecuación 17 se resuelve mediante programación cuadrática.

Capítulo 3. Inversión conjunta

En el capítulo anterior se hizo una descripción de las ecuaciones en 2D para datos de Corriente Directa (DC) y Audiomagnetotelúricos (AMT), lo cual constituye el primer paso para la elaboración de un esquema de inversión conjunta. En este capítulo se hará una descripción de la metodología utilizada para invertir de manera conjunta las mediciones de DC y AMT, caracterizadas por parámetros eléctricos (logaritmo de la resistividad y conductividad). El algoritmo de inversión conjunta es funcional para cualquier tipo de arreglo eléctrico de DC y funciona solo con la amplitud del modo TE y TM de AMT.

3.1 Diseño de la malla de discretización

Para poder llevar a cabo la inversión de datos es necesario diseñar una rejilla que, en este trabajo consta de prismas rectangulares y, mediante la cual será posible discretizar el subsuelo. Por lo tanto, se supone un semi-espacio bidimensional subdividido en tres zonas; dos de prismas regionales simulando el infinito a ambos lados y una zona de estudio en la cual la rejilla es más fina (Figura 5). En esta tesis se propone una dimensión de los prismas de 5 metros en la zona de interés o zona de estudio y, para los prismas regionales 500 metros, mientras que en la dirección z se va incrementando gradualmente conforme aumenta la profundidad, siguiendo más o menos un criterio logarítmico.

Para las pruebas efectuadas con datos sintéticos, se supondrá que ambos conjuntos de datos (DC y AMT) se encuentran sobre el mismo perfil y por lo tanto la rejilla de prismas simulando el subsuelo debe ser la misma.

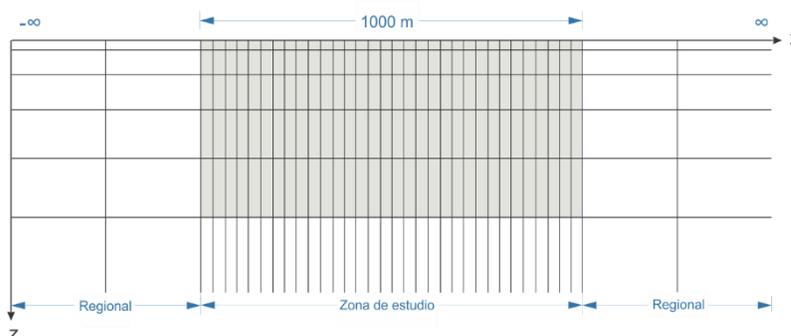


Figura 5. Malla de discretización utilizada para la inversión de datos de DC y AMT

3.2 Parámetros involucrados en la inversión conjunta

En este trabajo se hará uso de parámetros eléctricos para la inversión conjunta, los cuales se pueden plantear de dos formas, como el logaritmo de la resistividad o como la conductividad. En los programas de inversión individual se trabaja con el logaritmo de la resistividad para DC y con conductividad para AMT. En Esparza-Hernández y Gómez-Treviño (1997) se hace uso del logaritmo de la resistividad para la inversión de datos de resistividad y mencionan que a partir de

$$\rho_a(r_i) = \int_0^{\infty} H_i(z, \rho) \rho(z) dz \quad (18)$$

Es posible encontrar la ecuación en términos de logaritmo de resistividad, multiplicando y dividiendo por $\log \rho(z)$ dentro del signo integral y por $\log \rho_a(r_i)$ en el lado izquierdo de la ecuación, para obtener

$$\log \rho_a(r_i) = \int_0^{\infty} \left[\frac{\rho(z)}{\rho_a(r_i)} \frac{\log \rho_a(r_i)}{\log \rho(z)} H_i(z, \rho) \right] \log \rho(z) dz \quad (19)$$

Ésta será la ecuación con la que se trabajará para transformar las ecuaciones de AMT y homogeneizar el problema.

3.3 Función objetivo

Se busca encontrar una función objetivo que minimice de manera adecuada los datos obtenidos en campo y los calculados de ambos métodos y que además minimice la primera derivada espacial (x, z) de la propiedad, o sea que suavice y estabilice. Se propone usar programación cuadrática para darle solución al problema. Dicho lo anterior, se tiene una función que incorpora los criterios de ajuste y suavidad de los modelos, la cual está definida por

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_{AMT} - \mathbf{A}_{AMT}\mathbf{x}\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_{DC} - \mathbf{A}_{DC}\mathbf{x}\|^2 + \beta \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 \quad (20)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{x}_{inferior} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{superior} \quad (21)$$

donde \mathbf{y}_{AMT} y \mathbf{y}_{DC} corresponden a los datos observados de AMT y DC, respectivamente, \mathbf{A}_{AMT} y \mathbf{A}_{DC} son las matrices de peso para cada método, \mathbf{x} es el vector de incógnitas que para este trabajo se va a manejar como el logaritmo de la resistividad, β es un parámetro mediante el cual se controla la suavidad del modelo (varía con base en pequeños contrastes de resistividad) y \mathbf{D} es la matriz que contiene la primera derivada espacial de la incógnita con respecto a (x, z) .

Como se mencionó anteriormente, los problemas inversos son problemas mal planteados (*ill posed problem*). Una manera de resolverlos es mediante el uso de un regularizador, el cual fue introducido por Tikhonov (1977) y después por Constable *et al.*, (1987). En este caso se usa la matriz de derivadas para regularizar el problema.

Al asignar un límite superior e inferior a la incógnita por medio de programación cuadrática, es posible guiar la solución mediante igualdades o desigualdades en \mathbf{x} . Esto es de gran utilidad cuando se cuenta con información proveniente de pozos o afloramientos geológicos que nos permiten conocer el valor del logaritmo de la resistividad.

3.4 Solución de la función objetivo: desarrollo matemático

Existen muchas maneras de abordar los problemas inversos relacionados con la resistividad. En este trabajo se ha elegido el método propuesto por Gómez-Treviño *et al.* (2002) para problemas inversos electromagnéticos a bajos números de inducción. Las ecuaciones descritas anteriormente se pueden plantear como un sistema de ecuaciones lineales del tipo $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Donde el vector de datos u observaciones y la matriz de peso se pueden desglosar como:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_{AMT} \\ \mathbf{y}_{DC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{AMT} \\ \mathbf{A}_{DC} \end{pmatrix} (\mathbf{x}) \quad (22)$$

Donde \mathbf{y} corresponde al vector de observaciones para el caso de AMT y DC, los cuales conforman el vector de observaciones totales del problema, \mathbf{A} es la matriz de peso compuesta por DC y AMT y \mathbf{x} es el vector de incógnitas, que para este trabajo se va a manejar como el logaritmo de la resistividad.

Debido a que un método usa el logaritmo de la resistividad y el otro la conductividad, se hace uso de un factor de escalamiento para el caso de AMT propuesto por Gómez-Treviño *et al.*, (2002), el cual está representado por

$$\log \rho_a(r_i) = \int_0^\infty \left[\frac{\rho_a(r_i) \log \rho_a(r_i)}{\rho(z) \log \rho(z)} G_i(z) \right] \log \rho(z) dz \quad (23)$$

Una vez hecha la transformación de las ecuaciones de AMT para el modo TE y para el modo TM, se tendrán listas las tres ecuaciones en términos del logaritmo de la resistividad para la resolución de nuestro problema, dichas ecuaciones quedan

$$\log \rho_a(\mathbf{r}_A) \cong \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \mathbf{G}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}, \rho) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}, \rho) \log \rho(\mathbf{r}) dx dz \quad (24)$$

$$\log \rho_a^{TE}(x_r, T_i) \cong \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \left[\frac{\rho_a(x_r, T_i) \log \rho_a(x_r, T_i)}{\rho(x, z) \log \rho(x, z)} \right] G^{TE}(\rho_o, x_r, T_i, x, z) \log \rho(x, z) dx dz \quad (25)$$

$$\log \rho_a^{TM}(x_r, T_i) \cong \int_{z=0}^{\infty} \int_{x=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\rho_a(x_r, T_i) \log \rho_a(x_r, T_i)}{\rho(x, z) \log \rho(x, z)} \right] G^{TM}(\rho_o, x_r, T_i, x, z) \log \rho(x, z) dx dz \quad (26)$$

La idea general es iterar las ecuaciones 25 y 26, a partir de un semiespacio homogéneo y luego en cada iteración actualizar el término entre paréntesis, hasta que el modelo ajuste los datos al nivel requerido, de acuerdo a Esparza-Hernández y Gómez-Treviño (1997).

Para poder evaluar el ajuste de los modelos obtenidos, se hace uso de un RMS normalizado, que está definido por

$$rms^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\log \rho_a(r_i) - \log \rho_{ac}(r_i)}{e_i} \right]^2 \quad (27)$$

Donde $\log \rho_{ac}(r_i)$ corresponde a las resistividades aparentes calculadas.

3.4 Solución de la función objetivo: implementación computacional

Una vez resuelto el problema de la inversión conjunta de manera matemática, se procedió a implementarlo de manera computacional. En esta sección se describe el algoritmo desarrollado, el cual tiene como objetivo encontrar la solución a dos problemas geofísicos que responden a propiedades eléctricas distintas con base en una sola propiedad (logaritmo de resistividad).

Un aspecto importante dentro del algoritmo de inversión, es la búsqueda del parámetro de suavidad para el modelo, debido a que el algoritmo de inversión individual de DC trabaja con parámetros de suavizado β de 0.1 a 0.001 y AMT de 1×10^2 a 1×10^5 , aproximadamente, dejando un umbral de varios órdenes de magnitud. Para poder elegir el valor que mejor satisface al modelo, se hizo una selección manual del β que presentara el RMS más pequeño, en principio se seleccionó un rango de 0.01 a 1000, se corrió el programa aumentando un orden de magnitud en cada corrida y se graficaron los resultados como se muestra en la figura 6.

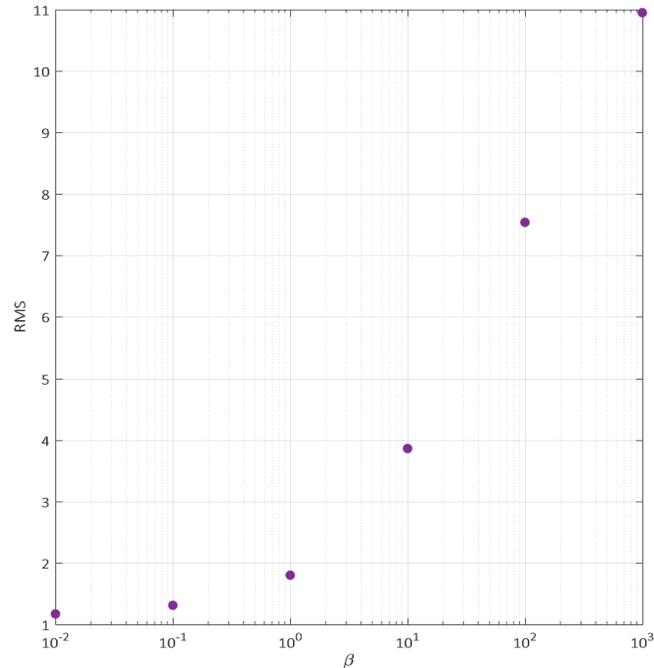


Figura 6. Gráfica de búsqueda del β con el RMS mínimo

Como se observa, el RMS disminuye conforme disminuye el valor de beta, por lo que se esperará un mejor modelo para β muy pequeños. Al observar los modelos resultantes con cada valor de beta, se observó que la beta con el RMS más pequeño no daba un modelo aceptable, por lo que se decidió buscar nuevas alternativas para la búsqueda de este parámetro.

Con la finalidad de optimizar la búsqueda del β óptimo, se hizo la incorporación de dos subrutinas pertenecientes a *Numerical Recipes* de Fortran (Press *et al.* 1997).

Subrutina mnbrak

Es una subrutina que encuentra tres valores de x entre los cuales se encuentra el mínimo. Dada una función $func$ y dados unos puntos iniciales distintos ax y bx , devuelve nuevos puntos ax , bx y cx que agrupen el mínimo de la función. También devuelve los valores de la función en los tres puntos fa , fb y fc .

Subrutina golden

Dada una función $func$ y dado un trillizo de abscisas ax, bx, cx (tal que bx está entre ax y cx , y $func(bx)$ es menor que $func(ax)$), esta rutina realiza la búsqueda de selección golden para encontrar el mínimo. La abscisa del mínimo se devuelve como $xmin$ y el valor mínimo de la función se devuelve como $golden$, el valor de la función devuelto.

Se anexaron ambas subrutinas al programa de inversión conjunta, donde $func$ corresponde al rms y depende del valor de β o parámetro de suavidad. Se observó que los modelos resultantes para el β óptimo mínimo eran buenos, pero con mucha estructura, es decir, existía un sobreajuste en los mismos, por lo que se llegó a la conclusión de que el hecho de tener un beta con un RMS pequeño no siempre es indicio de buenos modelos. Para resolver este problema se acoto la región de búsqueda a beta mayor que 10.

En la figura 7 se muestra de manera general el proceso de búsqueda de la solución óptima para dicho problema.

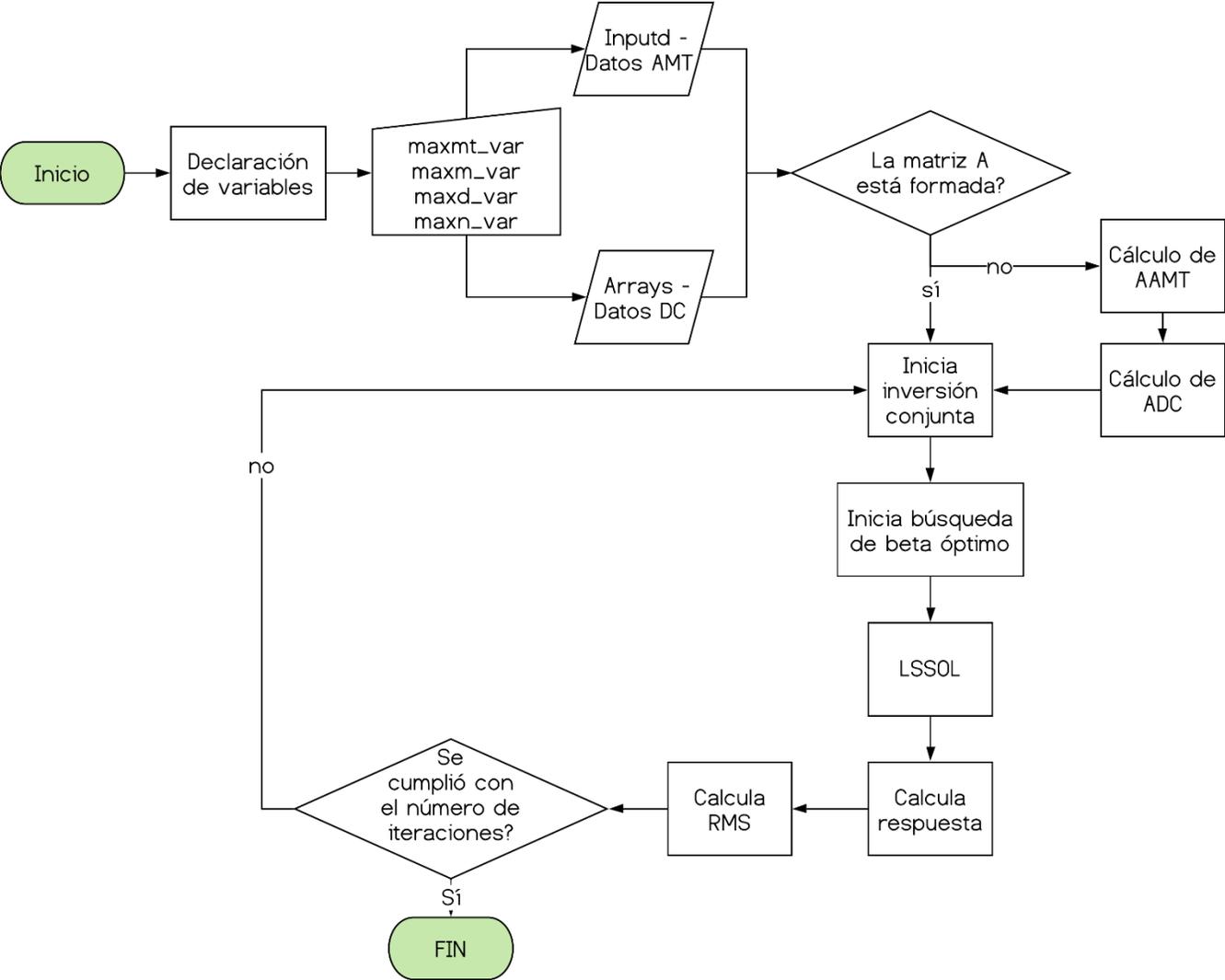


Figura 7. Diagrama de flujo del proceso de inversión conjunta

La figura 8 muestra una descripción más amplia de los pasos descritos anteriormente.

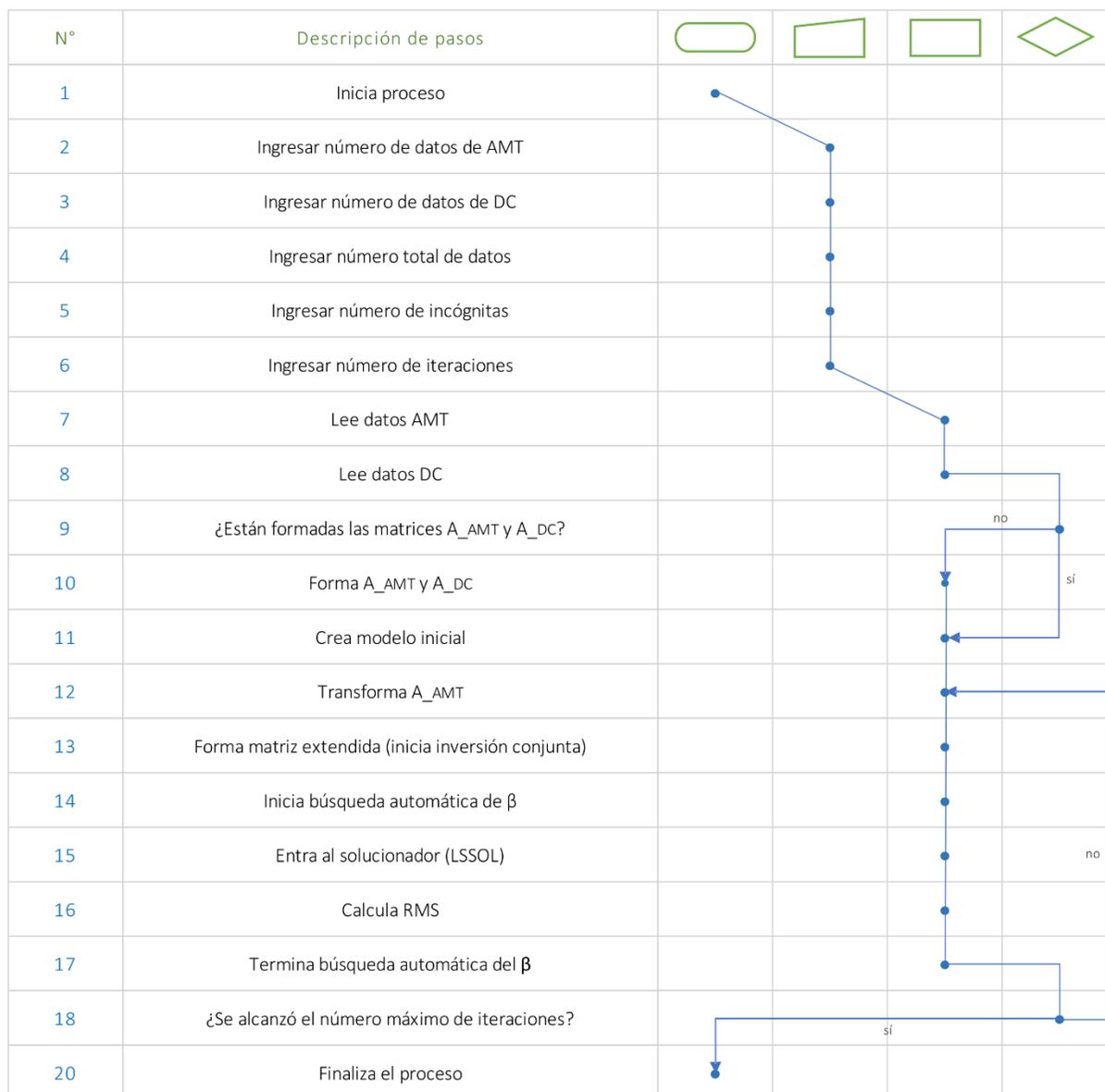


Figura 8. Proceso de inversión conjunta

Una vez hecho lo anterior se hace una comparación observada- calculada y se decide si es necesario continuar con la búsqueda de la solución, para ello es necesario que el ajuste de los datos sea aceptable, que el cambio en los modelos sea mínimo y que el número de iteraciones máximo haya sido alcanzado.

Capítulo 4. Pruebas con datos sintéticos

4.1 Introducción

Las mediciones de AMT y DC traen distinta información del subsuelo, ya que la fuente que utilizan no es la misma, el patrón de corrientes es distinta, etc. Para algunos investigadores invertir de manera conjunta estos métodos, resulta complementario, debido a las características enlistadas en la tabla 1. En este capítulo se muestran las pruebas efectuadas a datos sintéticos con el fin de visualizar las ventajas y limitaciones que existen al invertir de manera conjunta ambos tipos de datos.

Tabla 1. Comparación de las características de AMT y DC

DC	AMT
Alta resolución somera	Poca resolución
Poca profundidad de penetración. En los equipos de switcheo automático actuales es aproximadamente de 80 m.	Profundidad de penetración grande (alrededor de 500 metros). Depende de la banda de frecuencias.

Debido a que DC y AMT difieren en profundidad de exploración y resolución, se propusieron tres modelos para llevar a cabo las pruebas con datos sintéticos, los cuales comprenden dos prismas inmersos en un semiespacio homogéneo, sus valores de resistividad se muestran en la tabla 2. Se calcularon datos sintéticos que incluyen datos de resistividad aparente por corriente directa y datos audio-magnetotelégrafos para cada uno de los modelos.

Tabla 2. Valores de resistividad para modelo

COMPONENTES DEL MODELO	VALOR DE RESISTIVIDAD
SEMIESPACIO HOMOGÉNEO	100 $\Omega \cdot m$
CUERPO CONDUCTOR	10 $\Omega \cdot m$
CUERPO RESISTIVO	1000 $\Omega \cdot m$

En lo referente a la obtención de datos sintéticos para corriente directa se hizo uso del software AGISSAdmin® para el diseño del archivo de entrada .cmd que requiere el software de modelado. Se elaboró un archivo para el arreglo Dipolo-Dipolo, uno para Schlumberger y uno para Wenner (Figura 9). Se consideraron 101 electrodos con una apertura entre ellos de 10 metros, por lo que la distancia total del perfil es de 1000 metros. La profundidad alcanzada está basada en los puntos de atribución correspondientes al espaciamiento entre electrodos en cada uno de los arreglos.

Una vez elaborados los archivos de entrada, se hizo uso del programa AGI EarthImager™ 2D, el cual es un software de modelado de inversión bidimensional para imágenes de resistividad y polarización inducida (PI). Se utilizó un espaciamiento entre electrodos de 10 metros. El modelo tiene dimensiones de 1000 metros en la dirección de x y aproximadamente 250 metros en $-z$. Se modeló con tres arreglos tetrapolares. La finalidad de obtener tres grupos de datos sintéticos para DC es observar las ventajas de incorporar varios tipos de arreglos en un programa de inversión, debido a que no todos visualizan de igual manera las estructuras presentes en el subsuelo. La razón por la cual se modeló hasta $z=250$ m es porque se probaron modelos hasta 150 m de profundidad, pero se cortaron los datos para ver solo hasta 80 m aproximadamente, ya que se pretende observar la respuesta eléctrica del subsuelo debido a un equipo convencional (2 amperes).

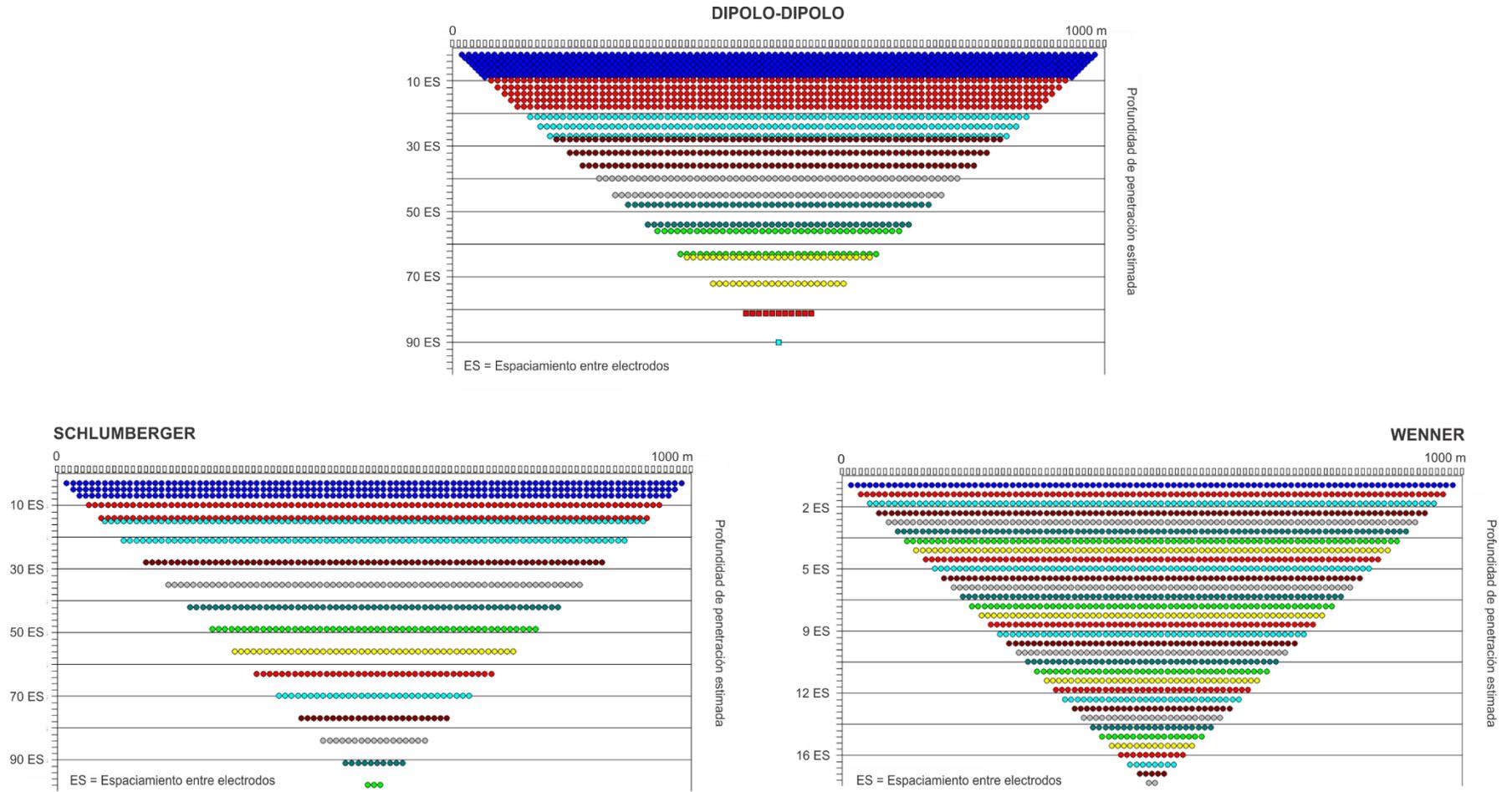


Figura 9. Diseño de la rejilla de modelado para el arreglo Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner. Los puntos corresponden a los puntos de atribución o pseudo-profundidades estimadas de acuerdo al espaciamiento entre electrodos.

En lo referente a los datos sintéticos de AMT, se hizo uso del programa de modelado de MT de Rodi y Mackie (2001). Se obtuvo un modelo de 1000 metros de longitud en la dirección de x y 250 metros en la dirección de z. Cabe mencionar que AMT tiene mayor profundidad de penetración, pero para efectos de esta tesis fue suficiente con considerar los primeros 250 metros. Se colocaron 5 sondeos distribuidos a lo largo del perfil (Figura 10), simulando la forma convencional del uso del AMT. En AMT no se acostumbra medir con mucha redundancia como resistividad. El prisma conductor se ubica a 50 metros del segundo sondeo y por debajo del tercero. El punto central del prisma resistivo coincide con el sondeo 4.

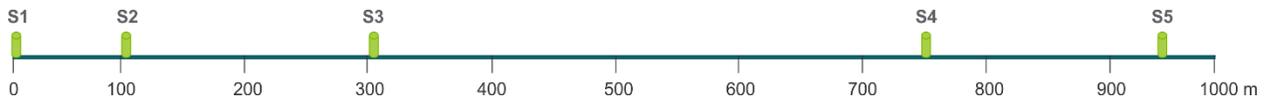


Figura 10. Ubicación de los sondeos de AMT

Se requiere establecer una comparación entre los resultados para poder validarlos, primero se llevó a cabo la inversión individual de cada tipo de arreglo eléctrico, como inversión individual de DC, inversión individual de AMT y por último inversión conjunta. El objetivo de llevar a cabo estas pruebas es poder observar las diferencias y apreciar las ventajas de involucrar ambos tipos de datos en un algoritmo de inversión conjunta.

4.2 Modelo 1. Prismas inmersos en un semiespacio homogéneo a 20 metros de profundidad

4.2.1 Planteamiento del modelo

Para demostrar el adecuado funcionamiento del programa de inversión conjunta se decidió aplicarlo a un modelo simple. De acuerdo a lo reportado en trabajos anteriores, el método de Corriente Directa se caracteriza por tener buena resolución somera, aunque, en el caso de inversión conjunta se espera que su contribución se limite a los primeros 70 metros o más, dependiendo de la potencia de la fuente. El modelo 1 consta de dos cuerpos ubicados a 20 metros por debajo de la superficie, de dimensiones de 200 metros de largo por 20 metros de espesor, separados por una distancia de 300 metros (Figura 11).

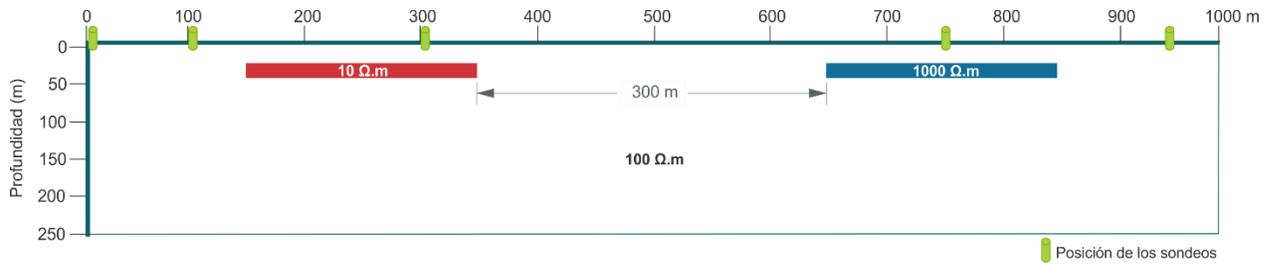


Figura 11. Representación del modelo 1. El rectángulo azul corresponde al cuerpo conductor y el rectángulo rojo al cuerpo resistivo.

4.2.2 Datos sintéticos de DC y AMT

Se obtuvieron modelos para cada dispositivo eléctrico de corriente directa (dipolo-dipolo, Schlumberger y Wenner), con 0% de ruido en los datos (ver anexo A) y 5% de ruido aleatorio de distribución normal. Los datos sintéticos obtenidos para este modelo se observan en la figura 12. Se observa que las anomalías de resistividad aparente indican la presencia de un cuerpo conductor y un resistivo. De igual manera se aprecia una delimitación aceptable del borde superior de los cuerpos (aunque es pseudo-profundidad), así como los bordes laterales, la cual es más visible en el arreglo dipolo-dipolo. En lo referente al semiespacio, se observan valores de resistividad coincidentes con el propuesto.

Con respecto a los datos sintéticos de AMT, en el anexo B se observan las curvas periodo-resistividad para datos sin ruido aleatorio de distribución normal. La figura 13 muestra las gráficas de periodo (T) – logaritmo de resistividad ($\log \rho$) para los 5 sondeos de AMT en los modos TE y TM, con 5% de error aleatorio de distribución normal. Debido a que los sondeos 1 y 5 se encuentran más alejados de los cuerpos conductor y resistivo, las curvas de resistividad aparente presentan valores cercanos a los $100 \Omega \cdot m$, que coinciden con el valor propuesto para el semiespacio homogéneo. Así mismo, se observa la influencia del cuerpo conductor en los sondeos 2 y 3, y del cuerpo resistivo en el sondeo 4. En el caso del sondeo 3 se observa que el modo TM presenta resistividades cercanas a los $20 \Omega \cdot m$ a periodos más grandes (menor profundidad), las cuales aumentan mientras disminuye el valor del periodo, por lo que al parecer presenta mayor sensibilidad al cuerpo conductor, y coincide con la profundidad a la que se encuentra dicho cuerpo en este modelo. Para el modo TE, las resistividades se acercan a los $100 \Omega \cdot m$ y disminuyen al disminuir con el periodo. En el caso del sondeo 4, los valores de resistividad se acercan a los $150 \Omega \cdot m$ y se mantienen prácticamente constantes, en el caso del modo TE, los valores de resistividad se acercan al del semiespacio homogéneo y aumentan al disminuir el periodo.

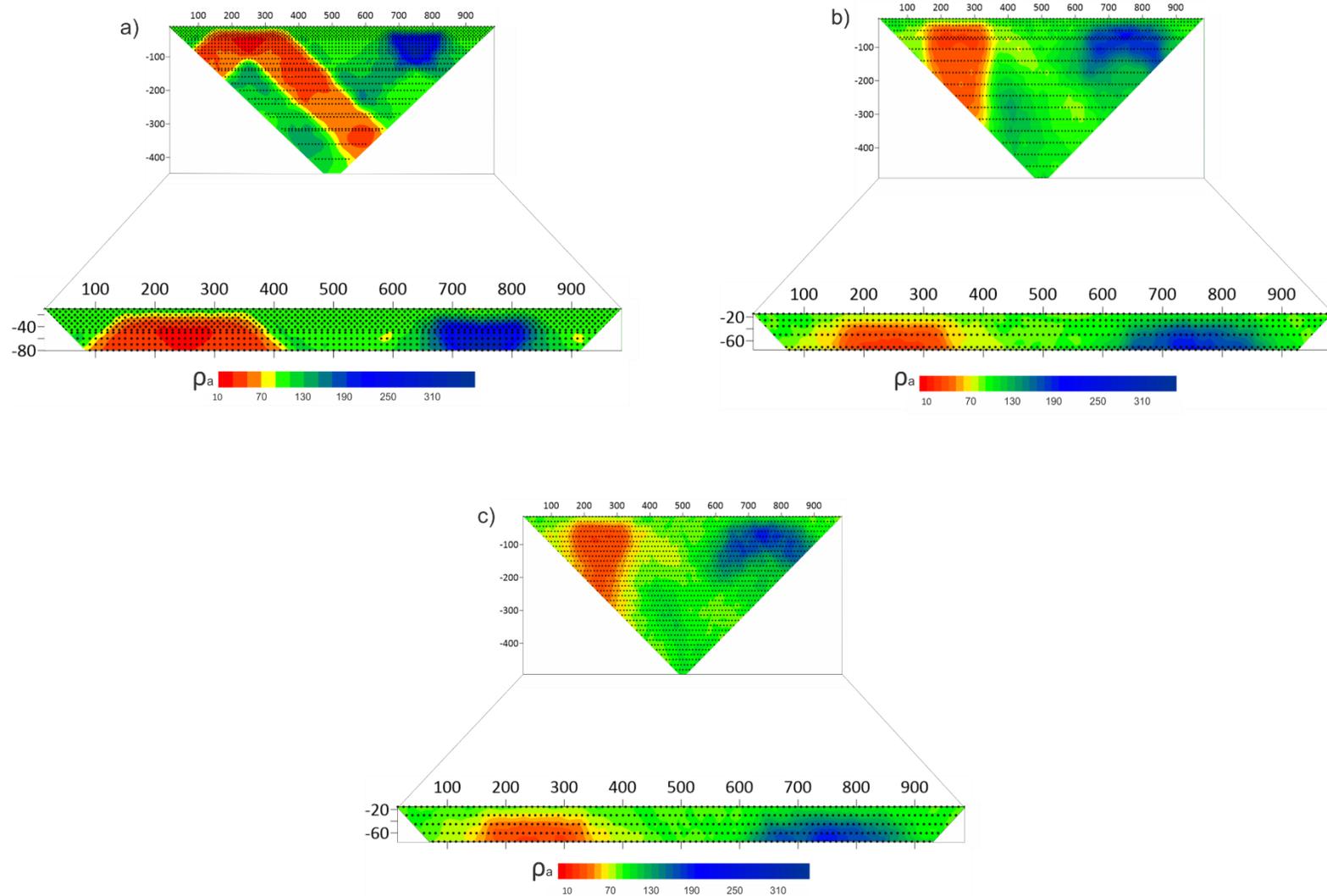


Figura 12. Datos sintéticos (resistividad aparente) para modelo 1 con 5% de ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner

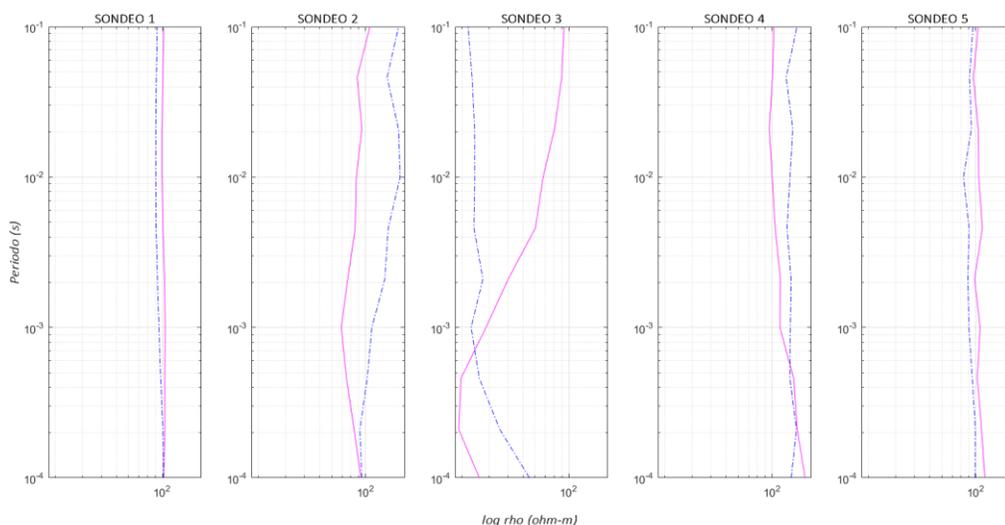


Figura 13. Gráfica de periodo vs. resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 1 de AMT con 5% de ruido aleatorio. La línea continua magenta corresponde al modo TE y la línea discontinua azul al modo TM.

4.2.3 Inversión individual de datos de DC

Se corrió la inversión por separado de Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner, antes de llevar a cabo la inversión de los datos totales de DC. La finalidad de lo anterior es establecer un marco comparativo de los modelos, en el que sea posible visualizar las ventajas que tiene el invertir varios tipos de arreglos electródicos, así como el aporte que cada uno tiene sobre el modelo de inversión de datos de DC.

Se observó que el arreglo Dipolo-Dipolo es el que mejor define la geometría de los cuerpos propuestos, principalmente en el cuerpo conductor, en el que se aprecian claramente los bordes laterales, inferior y superior, a diferencia del cuerpo resistivo, en el que se observa una buena definición de los bordes laterales y el superior, pero en el caso del borde inferior se alarga hacia el piso del modelo. En lo referente a los arreglos Schlumberger y Wenner presentan similitudes en cuanto a los modelos resultantes, se aprecia una buena definición de los bordes laterales y superior, mas no en el borde inferior. Al momento de llevar a cabo la inversión de datos de DC, considerando todos los arreglos electródicos, se observa una gran influencia por parte de Dipolo-Dipolo. Sin embargo, el modelo conjunto de los tres arreglos muestra una mejor definición en el piso del conductor, en el ancho del cuerpo resistivo y en la homogeneidad de la roca encajonante. La resistividad del conductor fue de 15-50 $\Omega\cdot m$, y para el cuerpo resistivo alrededor de 300 $\Omega\cdot m$. Todas estas mejoras son gracias a los datos dipolo-dipolo.

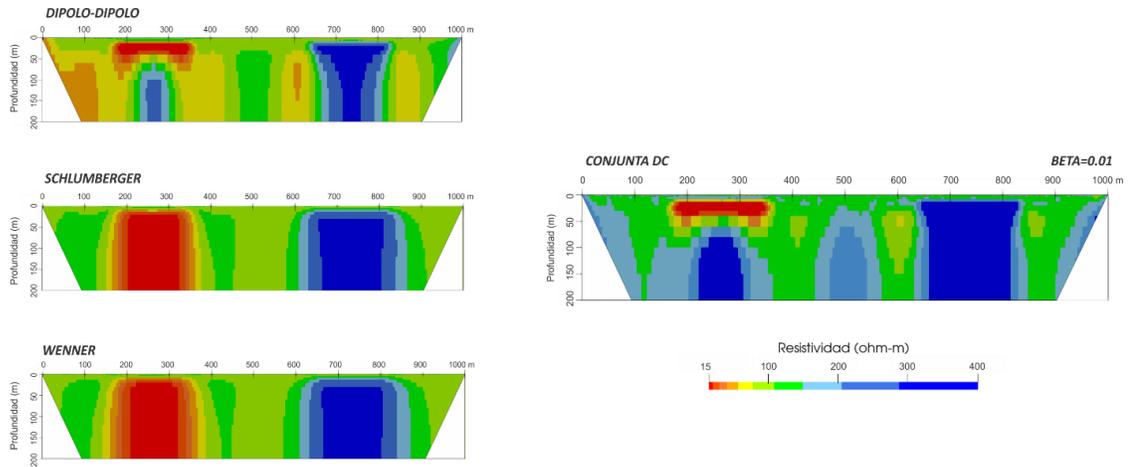


Figura 14. Modelos resultantes de la inversión individual de datos de Corriente Directa para arreglos Dipolo-Dipolo, Schlumberger, Wenner y la conjunta de los tres.

4.2.4 Inversión individual de datos de AMT

Se corrió la inversión individual de datos de AMT para los modos TE y TM. En resultado para el modelo 1 se observa en la figura 15 en dicho modelo se aprecia la presencia de dos cuerpos, uno con valores de resistividad entre $20 \Omega \cdot m$ y $25 \Omega \cdot m$ y otro entre $200 \Omega \cdot m$ y $250 \Omega \cdot m$. El semiespacio homogéneo presenta resistividades coincidentes con la propuesta y, en el caso de los cuerpos, se observa una buena definición de los bordes laterales, sin embargo, el piso y el techo de los mismos no se aprecia. Lo anterior se atribuye a la resolución característica del método.

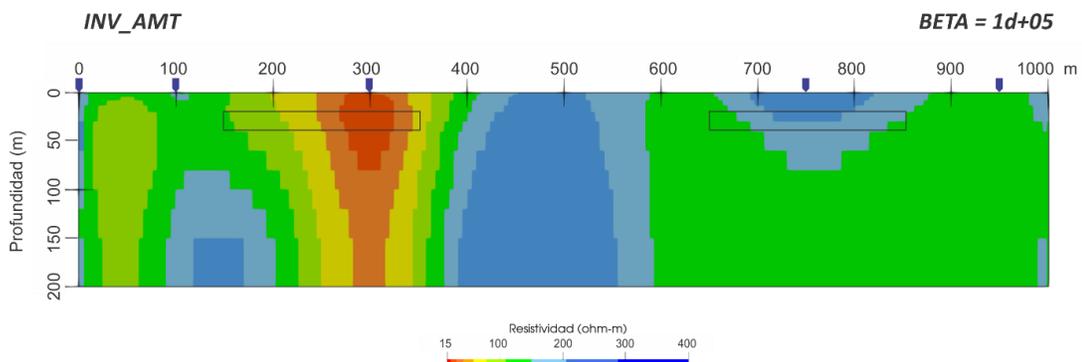


Figura 15. Modelo resultante de la inversión individual de datos audiomagnetotéluricos con cuerpos a 20 metros de profundidad.

4.2.5 Resultado 1. Inversión conjunta de DC y AMT

Una vez hechas las inversiones individuales de ambos métodos, se hizo uso del algoritmo de inversión conjunta desarrollado en esta tesis para corroborar la mejora de los modelos resultantes. Se hizo una comparación de los modelos individuales con el conjunto para poder resaltar el aporte que tiene el agregar varios tipos de datos a un algoritmo de inversión. El resultado para el modelo 1 se muestra en la figura 16.

Como era de esperarse, se observa un modelo con mayor resolución somera para inversión individual de DC en comparación con AMT. Se observa que DC define mucho mejor la posición y geometría de las estructuras propuestas, aunque en el caso del cuerpo resistivo, lo profundiza de más. En el caso de la inversión individual de AMT, se observa una buena definición de los bordes laterales de los cuerpos, no se observa el borde superior de los mismos y, en el caso del cuerpo conductor, se profundiza como bidón. Con respecto al semiespacio homogéneo, en ambos casos se aprecian resistividades coincidentes con la propuesta.

Se procedió con la inversión conjunta de los mismos. Debido a la búsqueda automática del parámetro de suavizamiento β , el proceso convergió a la primera iteración al modelo observado en la figura 16. Para fines comparativos, dicha figura también cuenta con los modelos resultantes de la inversión por separado de cada método. Para ver gráfica de convergencia, ver anexo C

Se hicieron un total de 13 búsquedas del parámetro de suavizamiento (Figura 17) llegando a un RMS mínimo de 0.38 para un beta de 10.06.

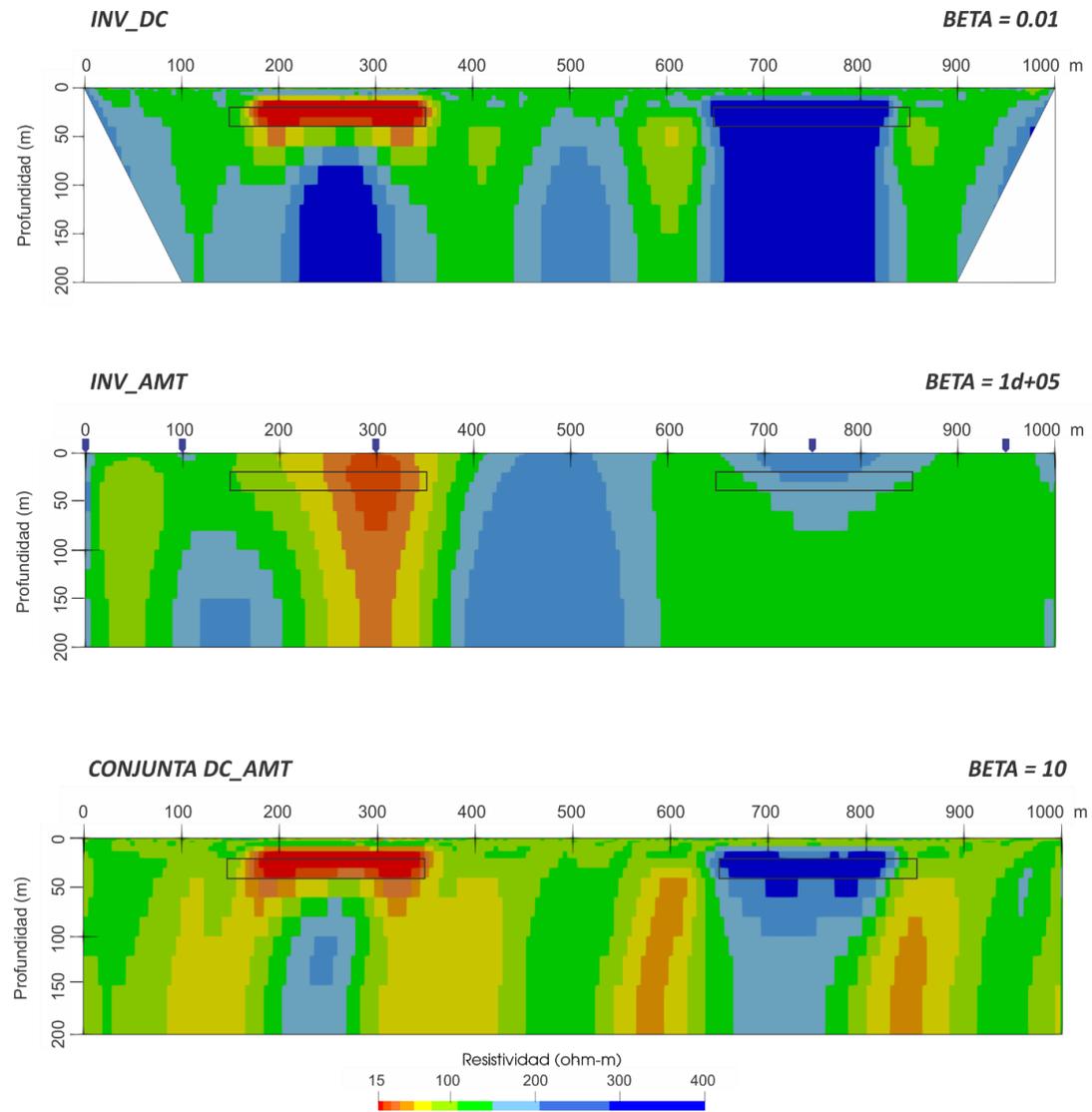


Figura 16. Inversión conjunta de datos de DC y AMT para cuerpos a 20 metros de profundidad.

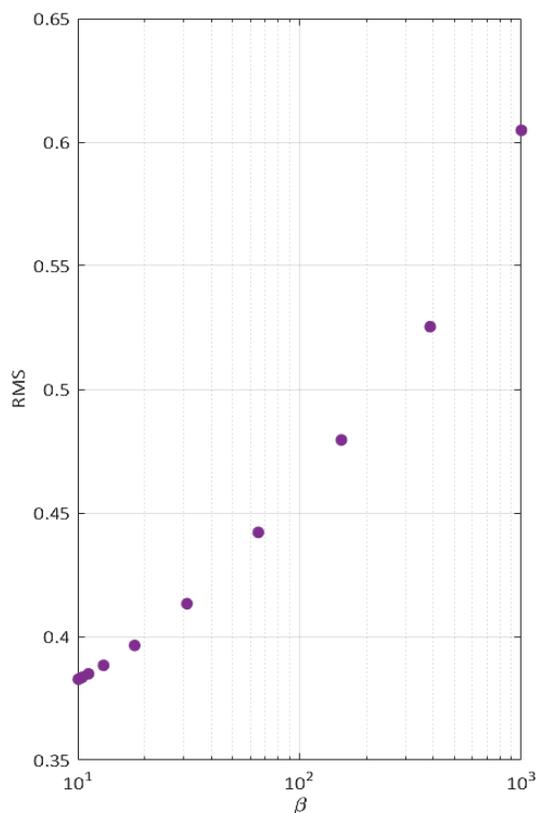


Figura 17. Búsqueda automática del parámetro de suavizamiento óptimo para el modelo 1

Para el modelo correspondiente a la inversión conjunta de DC y AMT se observa una mejor constricción de las resistividades, con valores de entre 250-400 $\Omega \cdot m$ para el cuerpo resistivo y 15-20 $\Omega \cdot m$ para el cuerpo conductor. Se observa una buena delimitación de los bordes del cuerpo conductor y el efecto de bidón se atenúa, al igual que el efecto observado en la parte central del perfil. En cuanto al cuerpo resistivo, se aprecia una mejor definición del borde inferior, en comparación con DC, y un aumento en la resolución, con respecto a AMT. Anteriormente se esperaba que en este modelo la contribución fuera en su mayoría por parte de DC, pero en este ejemplo se ve que la baja resolución somera de AMT y su respuesta ante la presencia de cuerpos resistivos, es de ayuda para la parte profunda y tenemos una mejor estimación del piso de ambos cuerpos.

4.3 Modelo 2. Prismas inmersos en un semiespacio homogéneo a 80 metros de profundidad

4.3.1 Planteamiento del modelo

Para efectos de esta tesis, se hace uso del término “zona intermedia” para la zona en la que existe contribución tanto de AMT como de DC, de acuerdo a lo reportado anteriormente. El modelo 2 consta de dos cuerpos en los que su techo se encuentra a 80 metros de profundidad, tienen un espesor de 40 metros y 200 metros de largo, con una separación entre sí de 300 metros (Figura 18).

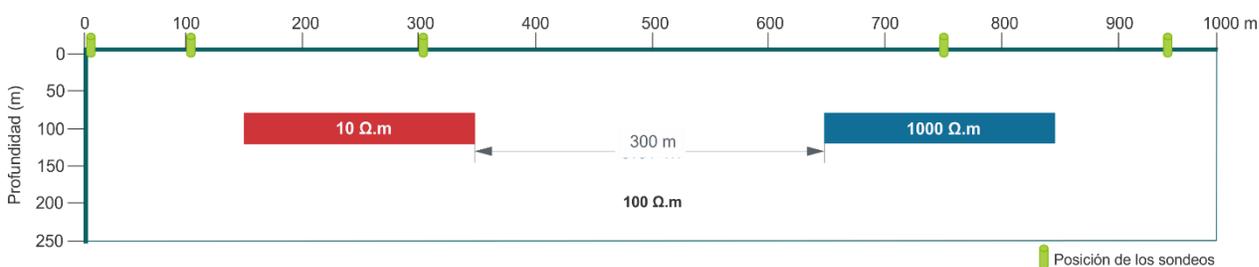


Figura 18. Representación del modelo 2. El rectángulo azul corresponde al cuerpo conductor y el rectángulo rojo al cuerpo resistivo.

4.3.2 Datos sintéticos de DC y AMT

Se obtuvieron modelos sin error añadido para cada dispositivo electródico de corriente directa (ver anexo D). La figura 19 muestra los modelos resultantes de la simulación para los tres arreglos con ruido aleatorio de distribución normal del 5%. Se observa que, a diferencia del modelo 1, no es posible apreciar el piso de las estructuras, debido a la profundidad ocupada para estos datos sintéticos, así mismo, es notable la presencia del ruido añadido, debido a la resolución somera de este método. Se observa que para el arreglo dipolo-dipolo es posible observar la cima de los prismas propuestos, mostrados como una anomalía conductora y resistiva en el piso de la sección, caso contrario a Wenner y Schlumberger, en los que la posición de dicha cima se ve opacada por la presencia de ruido en los datos.

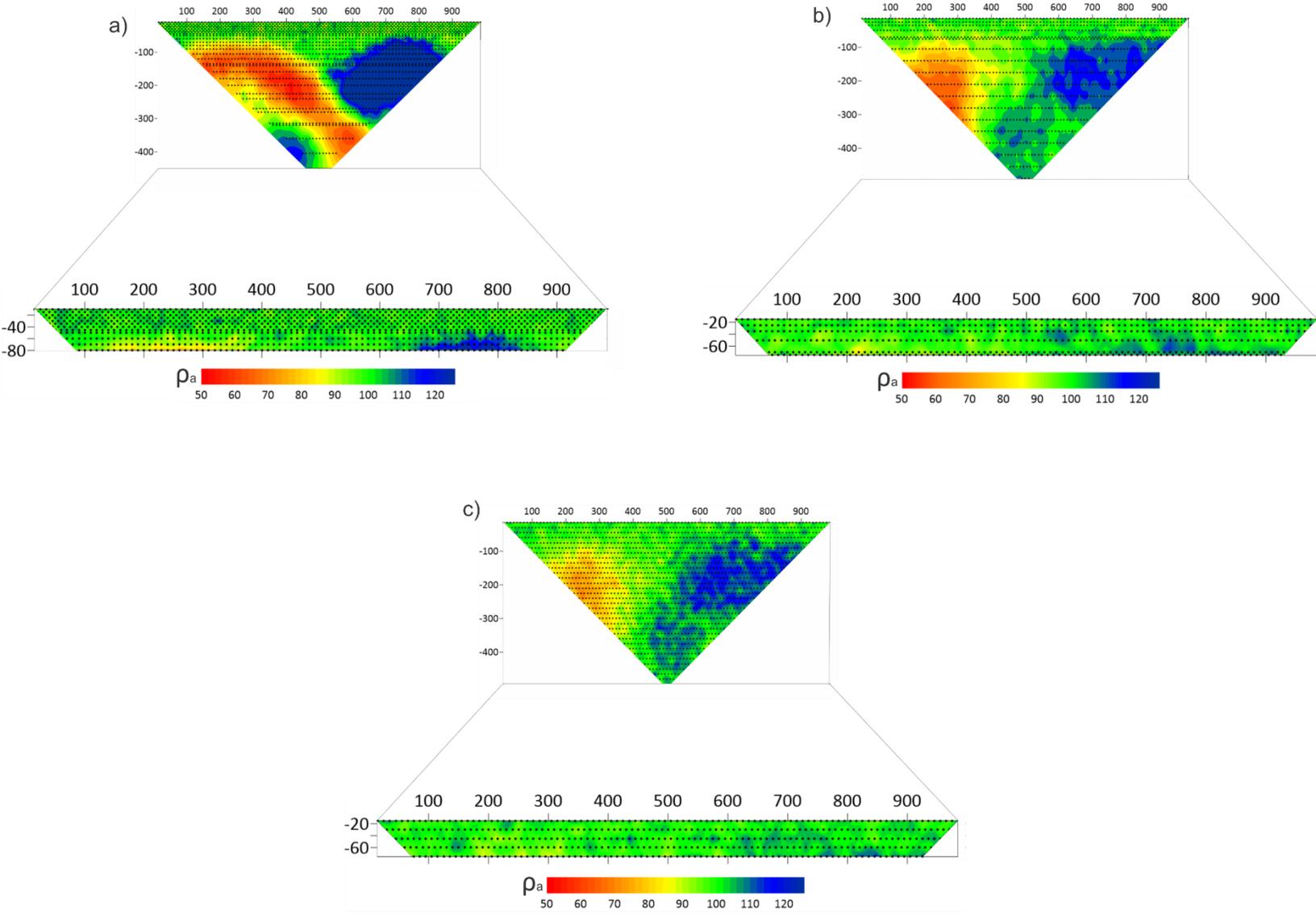


Figura 19. Datos sintéticos para modelo 2 con 5% de ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner

Con respecto a los datos sintéticos de AMT, en el anexo E se observan las curvas periodo-resistividad para datos sin ruido aleatorio de distribución normal. La figura 20 muestra las gráficas de periodo (T) – logaritmo de resistividad ($\log \rho$) para los 5 sondeos de AMT en los modos TE y TM, con 5% de error aleatorio de distribución normal. Al igual que en el modelo 1, el primer y último sondeo presentan valores de resistividad aparente muy cercanos al valor propuesto para el semiespacio homogéneo ($100 \Omega \cdot m$), por lo que no se aprecia la influencia de los cuerpos inmersos en el mismo. Los sondeos 2, 3 y 4 presentan variaciones de resistividad aparente coincidentes con el periodo en el que se encuentran los cuerpos conductor y resistivo. En el caso del sondeo 2, se observa una notable disminución de la resistividad en la parte central de la curva correspondiente al modo TE y, posterior a ello, un aumento de la misma, lo cual coincide con la posición en la que se ubica el cuerpo conductor. Esta variación también ocurre en el modo TM, sin embargo, no es tan notable como en el otro modo. En el sondeo 3, la influencia del cuerpo conductor se ve en la curva correspondiente al modo TE, en la cual existe una disminución y posterior aumento de la resistividad, dicha disminución también coincide con la posición en la cual se encuentra el cuerpo conductor. El comportamiento de la curva del modo TE no coincide con el presentado por la curva perteneciente al modo TM, la cual inicia con valores bajos de resistividad y aumenta cuando los periodos se hacen más pequeños. El sondeo 4 presenta variaciones muy pequeñas de resistividad aparente, sin embargo, si se logra apreciar un aumento en la misma en la parte central de la curva del modo TE, lo cual podría atribuirse al cuerpo resistivo. Para este modelo, la sensibilidad del método ante el cuerpo conductor es mayor que en el cuerpo resistivo.

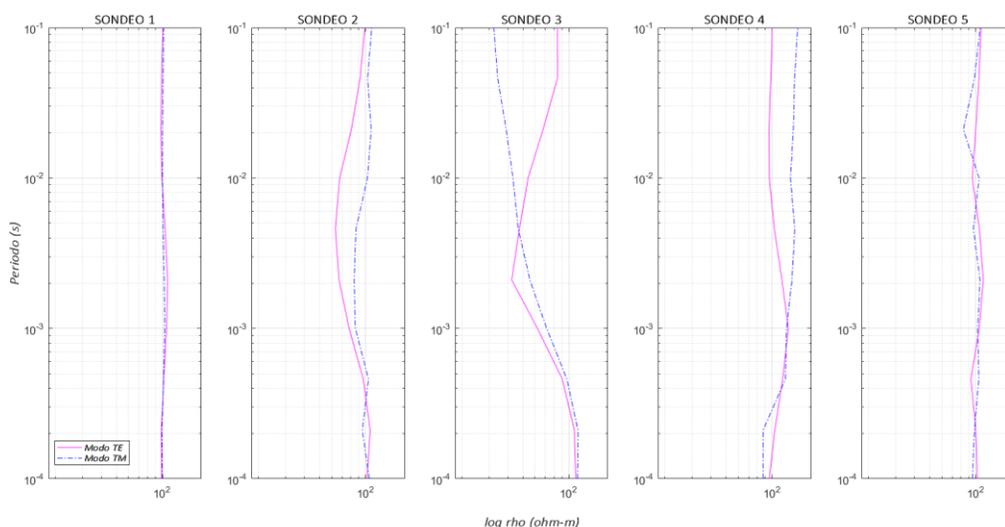


Figura 20. Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 2 de AMT con 5% de ruido aleatorio

4.3.3 Inversión individual de datos de DC

Al igual que en el modelo 1, se corrió la inversión individual para cada arreglo electrodico (Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner) y posteriormente la conjunta de datos de Corriente directa (Figura 21). Se observa que la mayor contribución al modelo final de inversión, surge por parte del arreglo Dipolo-Dipolo. Se observa que, en lo referente al ruido añadido a los datos, el programa de inversión lo interpreta como anomalías pequeñas, cercanas a la superficie, debido a que DC es altamente resolutivo a esa profundidad. Al invertir de manera conjunta los tres arreglos electrodicos se obtiene una imagen con mejor resolución y delimitación de los cuerpos en los bordes laterales, lo cual se aprecia mejor en el cuerpo conductor que en el resistivo, en lo referente a los bordes superiores, se delimitan muy bien. Es importante tomar en cuenta que, para este caso, son muy pocas las mediciones de corriente directa, debido a que se consideró un caso en el que se alcance poca profundidad, por lo que la respuesta obtenida es producto de la discretización utilizada y el comportamiento propio del método ante anomalías conductoras o resistivas, razón por la cual no se aprecia el piso de las estructuras propuestas. En lo referente al semiespacio o roca encajonante, su valor de resistividad se recupera muy bien, en parte por el Schlumberger y el Wenner. Si se aumenta el suavizado es posible desaparecer los cuerpos pequeños, sin embargo, se conservó el mismo valor con respecto a las inversiones individuales (0.01).

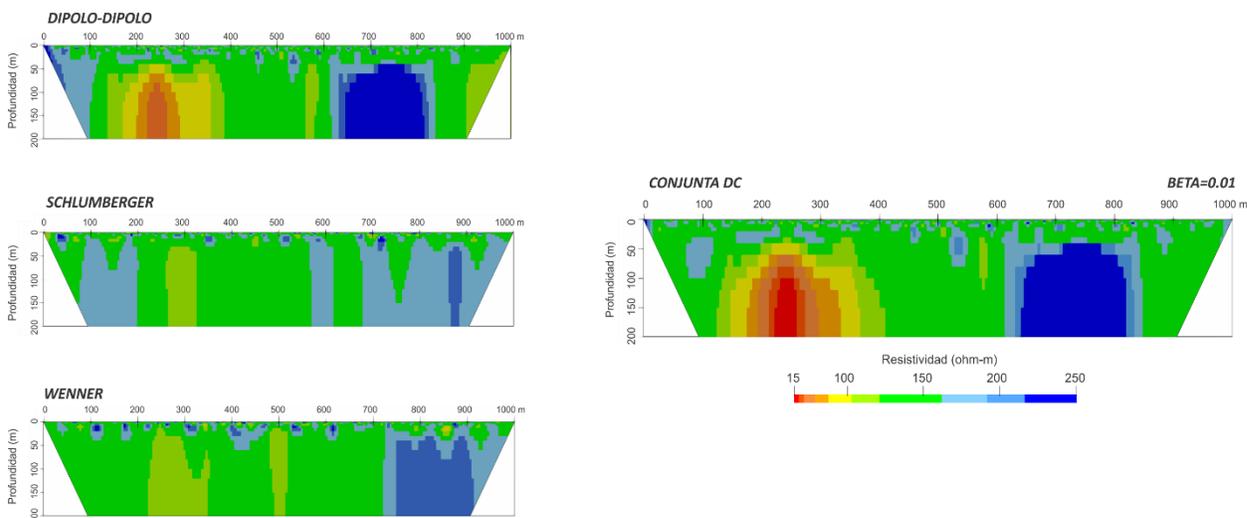


Figura 21. Modelos resultantes de la inversión individual de datos de Corriente Directa para arreglos Dipolo-Dipolo, Schlumberger, Wenner y la conjunta de los tres.

4.3.4 Inversión individual de datos de AMT

Se hizo la inversión individual de datos de AMT para el modelo 2. En la figura 22 se observa el modelo resultante, en el cual se aprecia un cuerpo conductor (25-50 $\Omega\cdot\text{m}$) y un cuerpo resistivo (200-250 $\Omega\cdot\text{m}$). En lo referente a la posición de los cuerpos, el cuerpo conductor coincide con la propuesta en el modelo, sin embargo, el cuerpo resistivo presenta cierto desplazamiento. Además, no es posible caracterizar el cuerpo geoméricamente, lo que posiblemente se deba a la resolución característica de AMT.

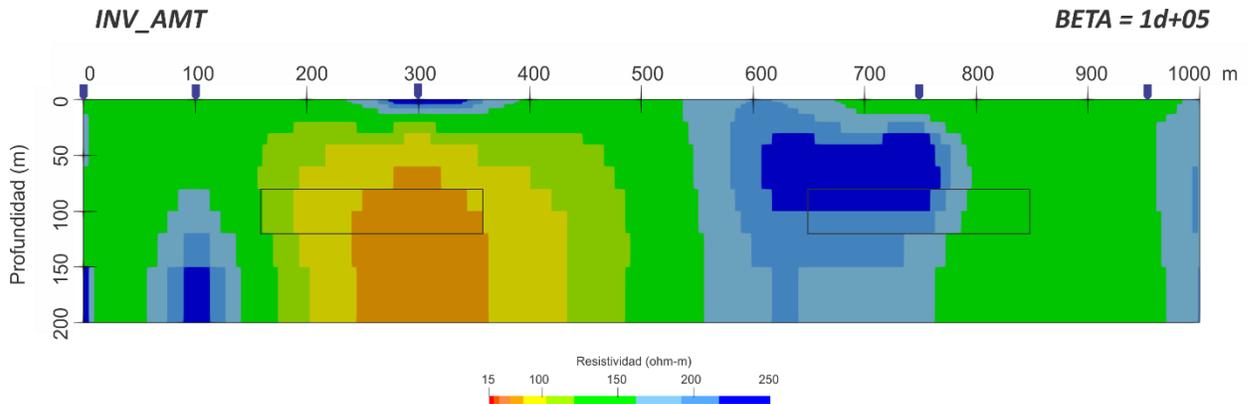


Figura 22. Modelo resultante de la inversión individual de datos audiomagnetotelúricos con cuerpos a 80 metros de profundidad.

4.3.5 Resultado 2. Inversión conjunta de DC y AMT

En la figura 23 se observan los modelos obtenidos para la inversión individual de DC y AMT, así como la inversión conjunta de los mismos para el modelo 2. El proceso convergió en la primera iteración, en el anexo F se presenta la gráfica que compara RMS contra iteración, demostrando que después de la primera iteración el RMS del modelo va aumentando hasta convertir dicho modelo en un semiespacio homogéneo.

Se hicieron un total de 13 búsquedas del parámetro de suavizamiento (Figura 24) para el modelo 2, llegando a un beta de 10 con RMS de 0.23.

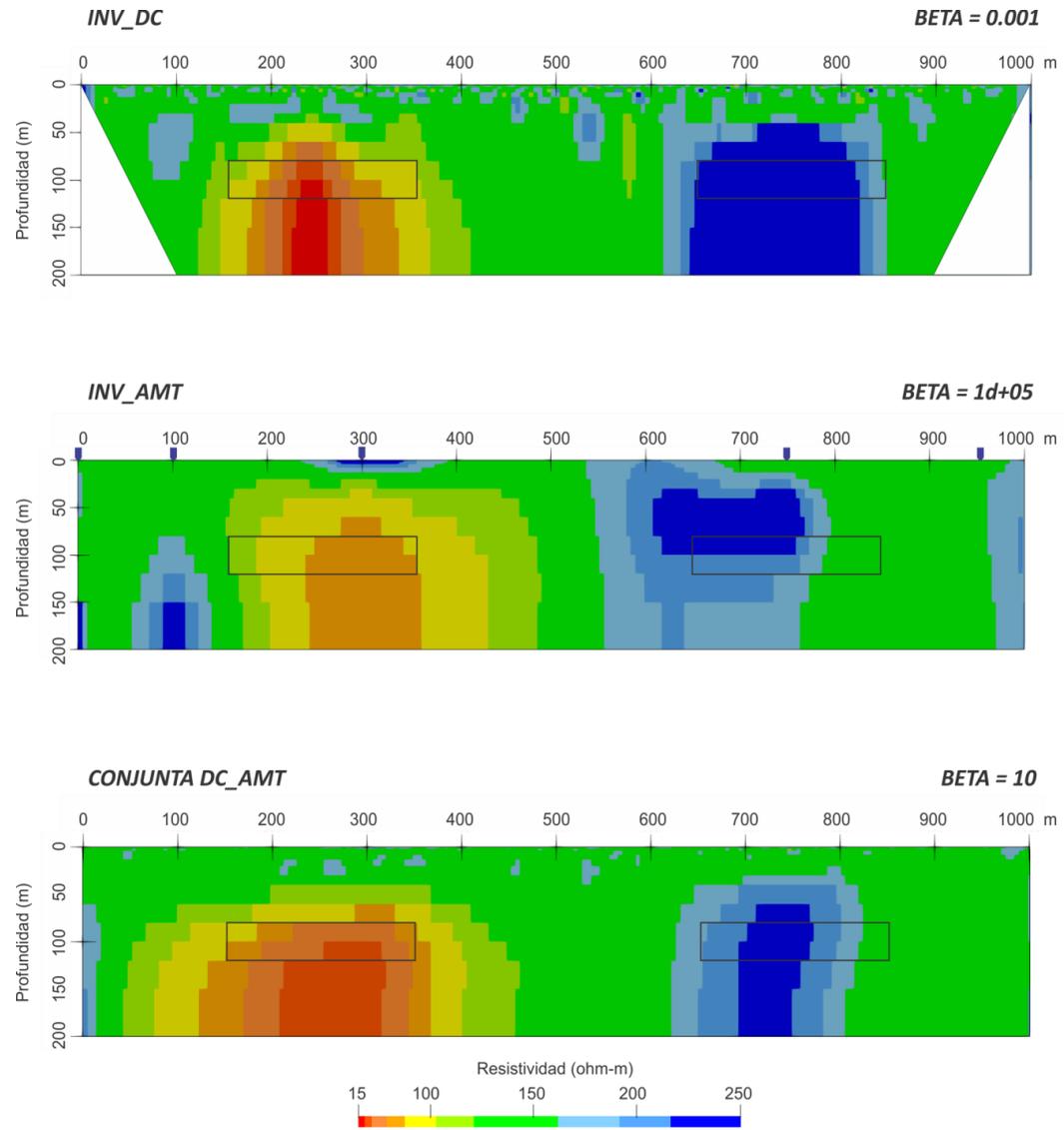


Figura 23. Inversión conjunta de datos de DC y AMT para cuerpos a 80 metros de profundidad.

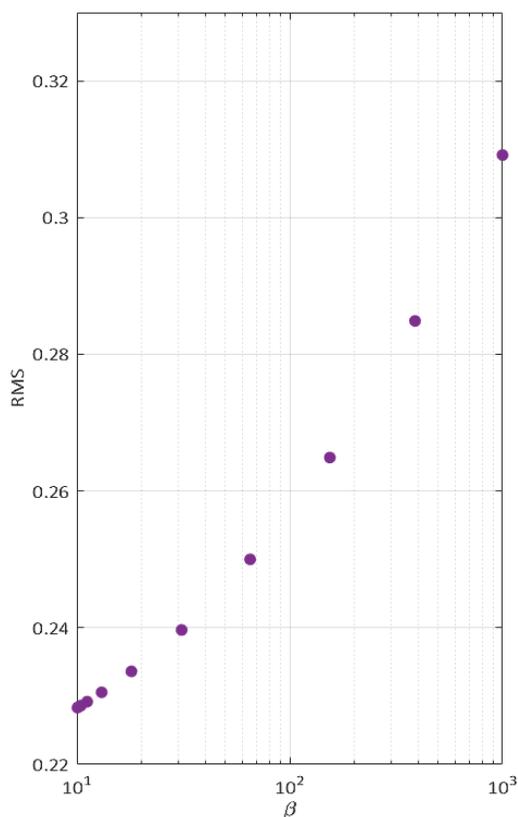


Figura 24. Búsqueda automática del parámetro de suavizamiento óptimo para el modelo 2

Debido a que no se consideraron mediciones por debajo de los 80 metros en el caso de DC, se aprecia el techo de dos cuerpos, un conductor y un resistivo, pero no se observa el piso de los mismos. En el caso del cuerpo resistivo, existe una buena definición de los bordes laterales, sin embargo, no se aprecia con certeza el piso y el techo del mismo. Con respecto al cuerpo conductor, no es posible delimitar ninguno de sus bordes con certeza, solo se aprecia una anomalía con resistividades características del mismo, pero no es posible describirlo geoméricamente.

Para la inversión individual de AMT, la posición del cuerpo resistivo no coincide con la propuesta para los datos sintéticos. Así mismo, se aprecia una anomalía conductora, pero no es posible caracterizar el cuerpo geoméricamente. Es de observarse que el modelo de AMT no muestra objetos someros por efecto del ruido como DC, quizá porque su resolución superficial es baja y el suavizamiento borra esos rasgos.

Al realizar la inversión conjunta de ambos métodos se aprecian varias mejoras en el modelo: los efectos someros generados por el ruido añadido a los datos de DC se ven atenuados, esto podría deberse a la baja resolución de AMT. El cuerpo resistivo, en comparación con el observado en la inversión individual de AMT, mejora notablemente en posición, debido a que se acerca mucho más a los prismas propuestos en un principio, además, los bordes laterales se ven mejor definidos, aunque aún no fue posible definir el borde superior del mismo. Un aspecto más que demostró la mejora de los modelos obtenidos en la inversión por separado de los métodos fue la visualización del cuerpo conductor, en el cual se aprecia una definición aceptable del borde superior del mismo, así como un aumento notable en su resolución, si lo comparamos con el presentado en AMT. El semiespacio homogéneo conservó la resistividad propuesta, y, en el caso de los cuerpos, se observa una mejor constricción de los valores de resistividad ($17\text{-}20\ \Omega\cdot\text{m}$, para el cuerpo conductor y $120\text{-}150\ \Omega\cdot\text{m}$ para el cuerpo resistivo).

4.4 Modelo 3. Prismas inmersos en un semiespacio homogéneo a 150 metros de profundidad

4.4.1 Planteamiento del modelo

En este modelo los cuerpos de interés se encuentran a 150 metros de profundidad, en la cual se espera una contribución sea del cien por ciento de AMT. El espesor de los prismas es de 50 metros y 200 metros de largo, separados uno de otro por 300 metros (figura 25).

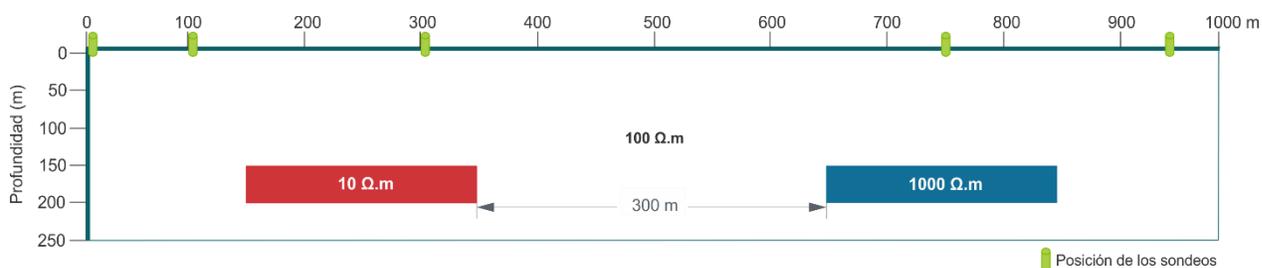


Figura 25. Representación del modelo 3. El rectángulo azul corresponde al cuerpo conductor y el rectángulo rojo al cuerpo resistivo.

4.4.2 Datos sintéticos de DC y AMT

La figura 26 muestra las pseudosecciones (Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner) para el modelo 3 de datos de DC con 5% de ruido aleatorio de distribución normal, en el anexo G se observan las mismas pseudosecciones sin error añadido. Debido a que la profundidad a la que se encuentran enterrados los cuerpos es demasiado grande para el caso simulado, se observa que en los tres arreglos solo existen anomalías producidas por el ruido agregado a los datos. No se aprecia ninguna estructura definida (conductora o resistiva) y el semiespacio respeta el valor de resistividad aparente propuesto en el modelo, sin embargo, se ve afectado por el ruido.

Con respecto a los datos sintéticos de AMT, en el anexo H se observan las curvas periodo-resistividad para datos sin ruido aleatorio de distribución normal. La figura 27 muestra las gráficas de periodo (T) – logaritmo de resistividad ($\log \rho$) para los 5 sondeos de AMT en los modos TE y TM, con 5% de error aleatorio de distribución normal. En este modelo las variaciones en las curvas de resistividad aparente no son tan notorias como en los modelos anteriores, sin embargo, las mayores variaciones se presentan en los sondeos 2, 3 y 4. En lo referente al sondeo 2, existe una disminución de la resistividad aparente más notable para curva correspondiente al modo TE que para la del modo TM. El sondeo 3 es el que presenta mayores variaciones, posiblemente porque es el que se ve influenciado por ambos cuerpos. Una vez más, el sondeo 4 presenta un pequeño aumento en el valor de la resistividad en el modo TE, que se atribuye al cuerpo resistivo, sin embargo, no es tan notorio como en el caso del cuerpo conductor.

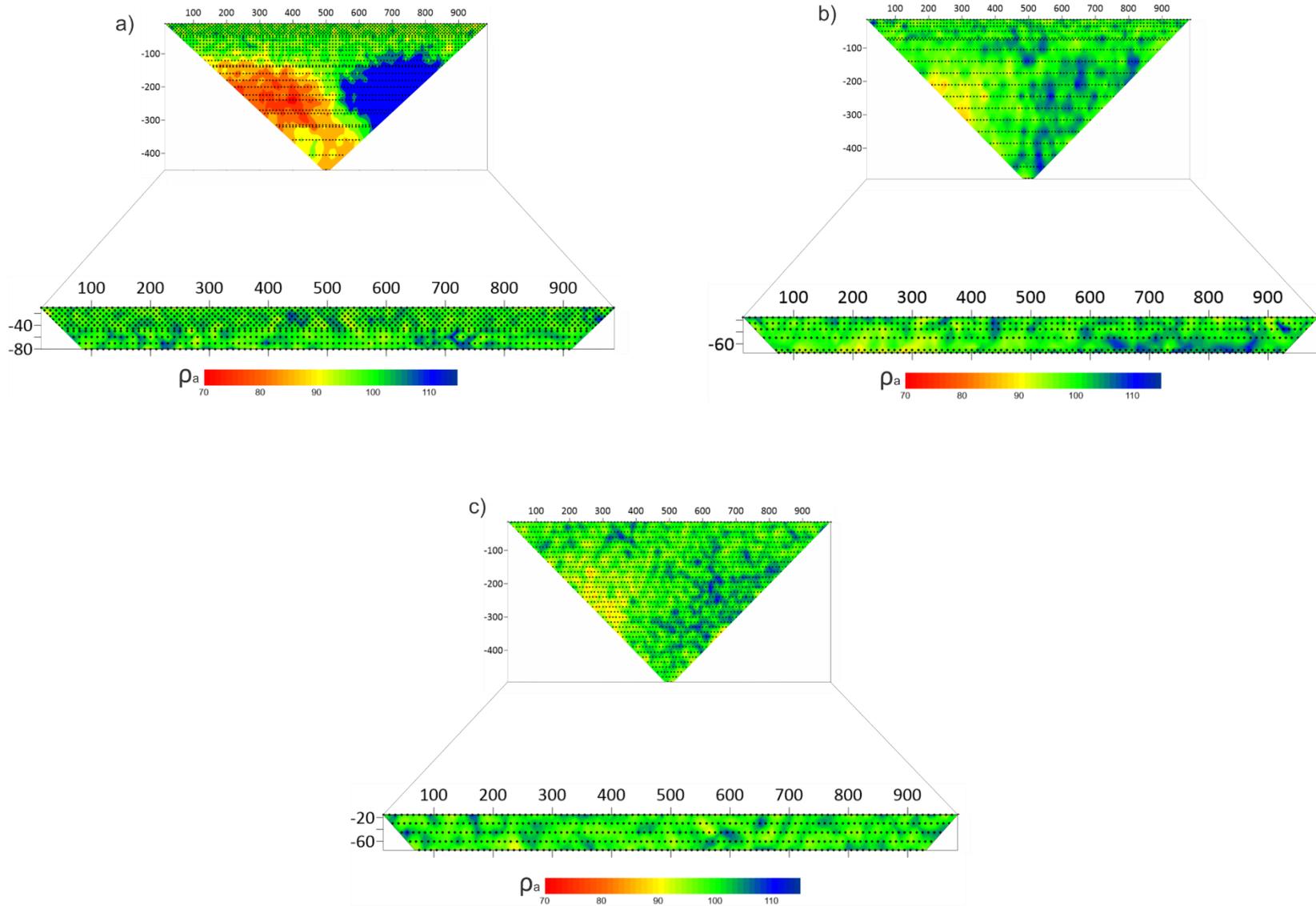


Figura 26. Datos sintéticos para modelo 3 con 5% de ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner

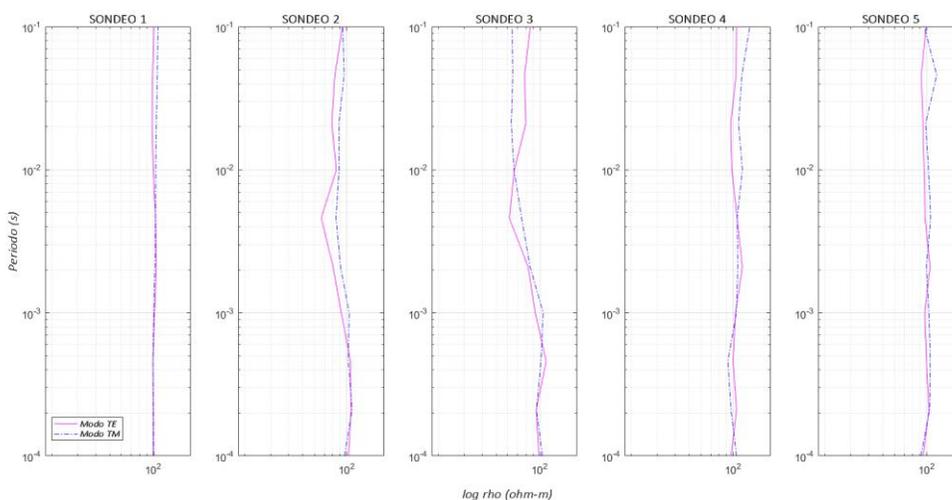


Figura 27. Gráfica de periodo vs. resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 3 de AMT con 5% de ruido aleatorio

4.4.3 Inversión individual de datos de AMT

En la figura 28 se observa el modelo resultante al invertir datos de AMT en los modos TE y TM para cuerpos presentes a 150 metros de profundidad. Se observa cierta coincidencia de la posición de los cuerpos, principalmente en sus bordes laterales, con valores de resistividad aproximados de $50 \Omega \cdot m$ para el cuerpo conductor y de 120 a $150 \Omega \cdot m$ para el cuerpo resistivo. Así mismo se observan pequeños cuerpos resistivos inmersos en el semiespacio homogéneo, lo cual podría atribuirse al ruido agregado.

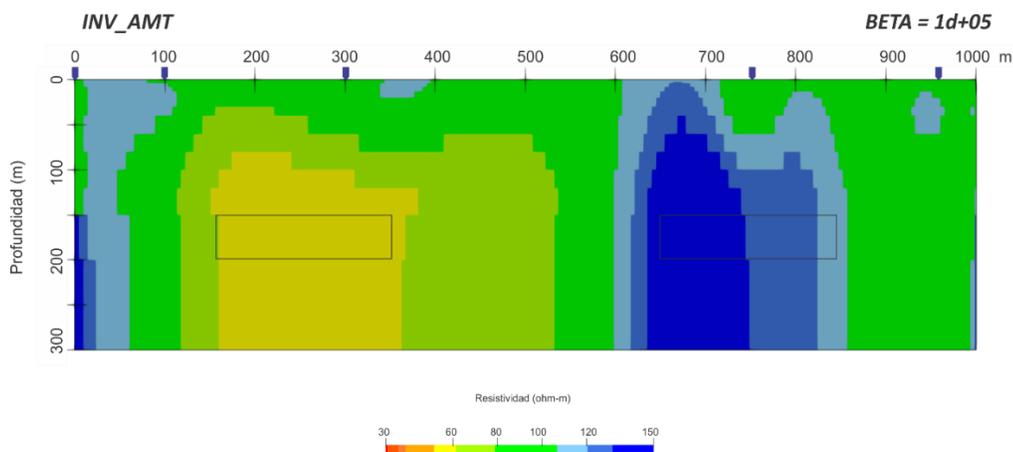


Figura 28. Modelo resultante de la inversión individual de datos audiomagnetotelúricos con cuerpos a 150 metros de profundidad.

4.4.4 Resultado 3. Inversión conjunta de DC y AMT

El resultado obtenido de invertir de manera conjunta los datos de DC y AMT para el caso profundo, se observa en la figura 29. En el anexo I se presenta la gráfica que compara RMS vs iteración para este modelo, en la cual se observa que el proceso convergió en la primera iteración. Al hacer la inversión individual de cada arreglo electródico de DC, se observaron modelos influenciados principalmente por el ruido añadido, esto es debido a que a estas profundidades los datos utilizados en esta tesis no cubrían una profundidad mayor a 80 metros. Por lo tanto, no fue posible observar con certeza la contribución de cada uno de los arreglos al modelo conjunto de DC y no se incluyeron en este trabajo.

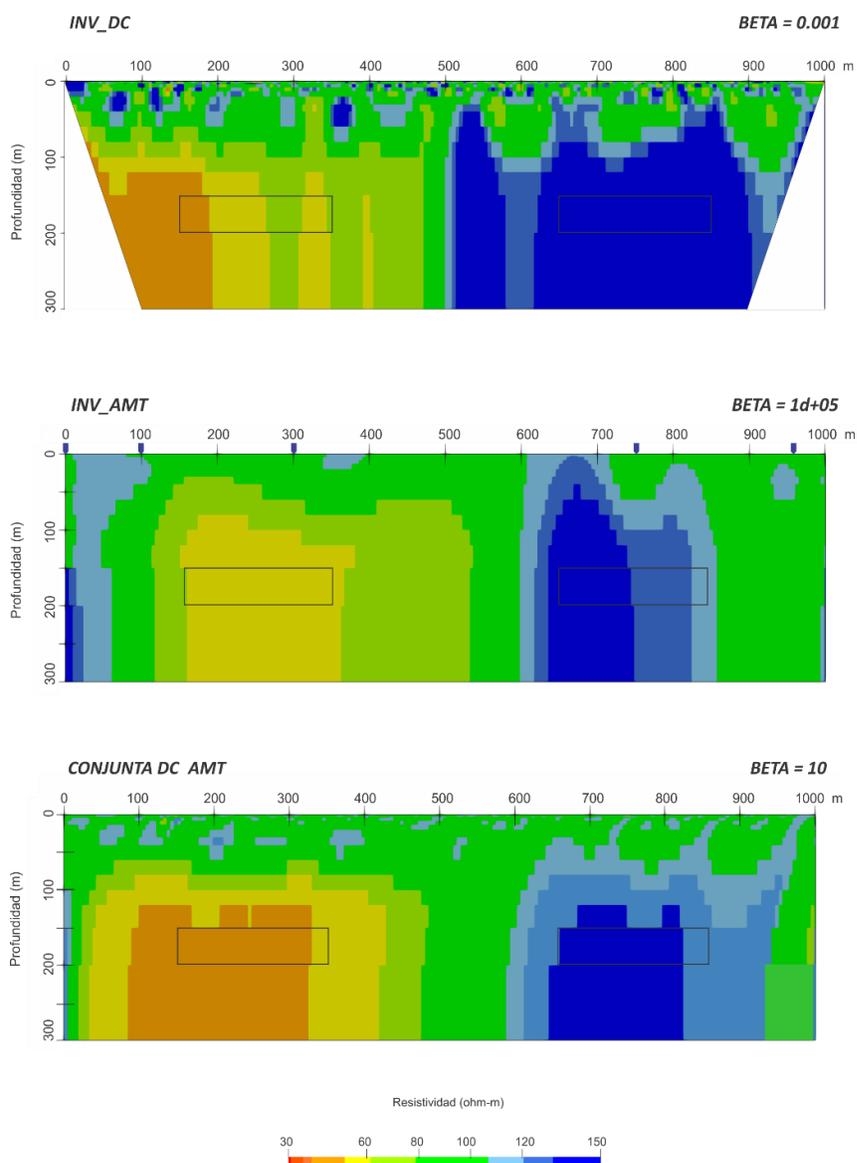


Figura 29. Inversión conjunta de datos de DC y AMT para cuerpos a 150 metros de profundidad.

Se hicieron un total de 13 búsquedas automáticas del parámetro de suavizamiento óptimo para este modelo (Figura 30).

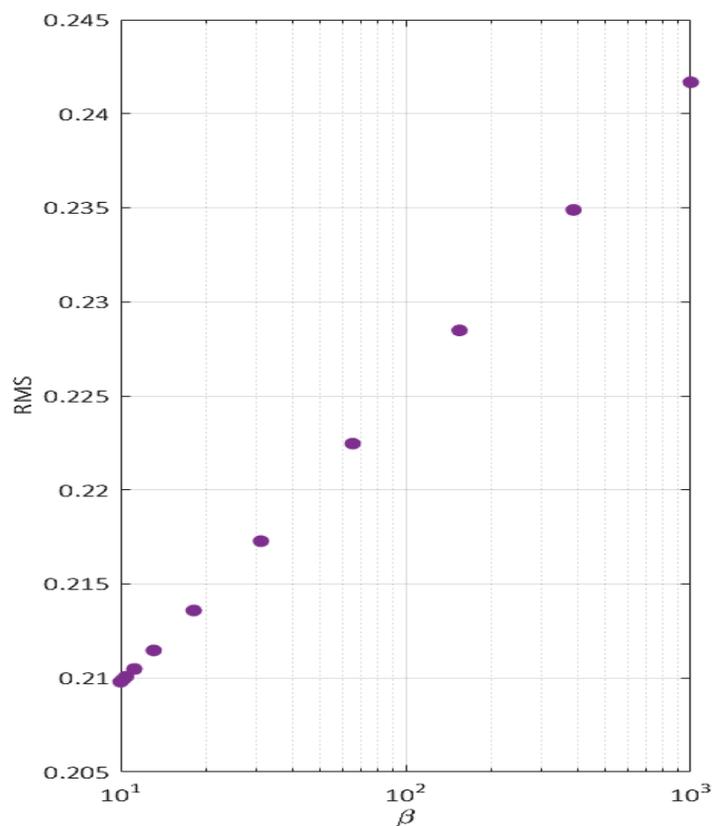


Figura 30. Búsqueda automática del parámetro de suavizamiento óptimo para el modelo 3

Para el caso de la inversión individual de DC, se aprecia la presencia de una zona conductora sin forma y una zona resistiva sin forma, lo cual es más de lo que se esperaba. Lo anterior se atribuye principalmente a que las estructuras se encuentran a gran profundidad y DC para el caso propuesto solo existe información en las primeras decenas de metros, el efecto observado es producto de la discretización. Otro aspecto relevante en el modelo de DC es la presencia de pequeñas anomalías resistivas en superficie, las cuales son producto del ruido añadido a los datos de entrada, con esto se demuestra una vez más que DC posee una buena resolución somera, capaz de ver detalles que, para métodos como AMT, pasan desapercibidos.

El modelo obtenido de la inversión individual de AMT conserva las características laterales propuestas para ambos cuerpos, no así para el piso y el techo de los mismos. Es de observar que este modelo no incluye objetos pequeños y someros como DC, quizá por la baja resolución somera y porque el operador de suavizamiento los borra.

Con la inversión conjunta, se observa una mayor resolución somera, es decir objetos pequeños someros que DC enfatiza. El modelo mejora en los bordes laterales. Ésta es la principal contribución de la inversión conjunta para este modelo. El semiespacio homogéneo es más cercano a $100 \Omega \cdot m$. Los valores de los conductores y resistivos se recuperan mejor ($150 \Omega \cdot m$ para el cuerpo resistivo y $17-20 \Omega \cdot m$ para el cuerpo conductor). El proceso convergió en la primera iteración, lo que puede atribuirse a la búsqueda automática del parámetro de suavizamiento. Si DC no contribuyera en nada a la inversión conjunta, la individual de AMT y conjunta tendrían que ser iguales. Si DC no llega a esas profundidades, ¿cómo es que contribuyo al conjunto? Es probable que DC este constriñendo mejor la parte somera del modelo conjunto y de esa manera el AMT se dedica a resolver mejor lo profundo. La damos una pequeña ventaja al constreñir la parte somera.

Capítulo 5. Conclusiones

5.1 Sobre la solución de la función objetivo

Debido a que los programas de la inversión por separado no trabajan con el mismo parámetro, ya que uno trabaja con el logaritmo de la resistividad y otro con la conductividad, fue necesario homogeneizar las ecuaciones para poder llevar a cabo el proceso de inversión de manera conjunta, optando por el uso del logaritmo de la resistividad, por lo que se hizo una transformación de las ecuaciones de AMT para poder resolver el problema de manera adecuada.

Se hizo uso de un factor de escalamiento que transformaba las ecuaciones de AMT, el cual está en términos del logaritmo de la resistividad. Parte de un semiespacio homogéneo y se actualiza en cada iteración. Dicho factor de escalamiento permitió resolver el problema inverso de manera correcta.

Con el fin de disminuir la incertidumbre al momento de elegir el parámetro de suavidad correcto, dadas las características de cada método, se usaron un par de subrutinas que permitieron la búsqueda automática del factor de suavizamiento. Cabe mencionar que el 85% del tiempo total corresponde al cálculo de las funciones de peso de DC y AMT. El otro 15% es la inversión. Cuando se hace la búsqueda del factor de suavizamiento, ya no es necesario calcular las funciones de peso, por lo tanto, el tiempo de cómputo se agiliza.

Se observó que el valor de RMS más pequeño no siempre asegura el mejor modelo, en ocasiones puede representar un sobreajuste, por lo que resulta importante monitorear no solo el RMS mínimo, sino el modelo que arroja.

5.2 Sobre la implementación a datos sintéticos

Mediante la implementación del algoritmo desarrollado a datos sintéticos con 5% de ruido aleatorio de distribución normal, se demostró la efectividad del algoritmo de inversión conjunta, debido a la mejora en resolución somera respecto del AMT individual y mayor profundidad de penetración que DC individual. También se observa mayor resolución profunda con respecto de AMT individual.

La implementación del algoritmo en modelos con diferentes espesores y ubicaciones (en función de la profundidad), hizo posible observar de manera más clara la contribución de cada método conforme aumenta la profundidad a la que se encuentra la estructura de interés.

Se observó que para el caso en el que los cuerpos se encuentran a poca profundidad (20 metros), es importante el aporte en lo referente a resolución por parte de DC, sin embargo, el modelo obtenido sugiere que AMT ayuda en la definición del piso de las estructuras, principalmente en el cuerpo resistivo.

En el caso de la denominada “zona intermedia”, fue notable la mejoría en lo referente a la ubicación de las estructuras, debido a que para el caso de AMT individual, la posición de dichas estructuras no coincidía con la propuesta en un principio. De igual manera se observa una mejora en la resolución y en la delimitación de los cuerpos, principalmente en el techo del cuerpo conductor y en los bordes laterales de ambos cuerpos. En ambos métodos existe menor resolución para el cuerpo resistivo.

Cuando se realiza la inversión individual de DC para estructuras ubicadas a profundidades considerables, se observa la presencia de pequeñas estructuras en la parte superior del modelo, lo que es de esperarse, debido a la alta resolución del método a poca profundidad, dichas estructuras se deben al ruido añadido a los datos. Al momento de llevar a cabo la inversión conjunta para cuerpos a 150 metros de profundidad, se atenúan los artificios producidos por el ruido añadido. A pesar de que a profundidades grandes se esperaba que DC no contribuyera al modelo conjunto, atribuyéndole la inversión a AMT, existe una diferencia en resolución del modelo de inversión conjunta con respecto al modelo de AMT, por lo que, al parecer DC tiene una pequeña ventaja al constreñir de mejor manera la parte somera del modelo.

Literatura citada

- Antonio-Carpio, R.G., Pérez-Flores, M. A., Camargo-Guzmán, D. and Alanís-Alcantar, A., 2004. Use of resistivity measurements to detect urban caves in Mexico City and to assess the related hazard. *Natural Hazards and Earth System Science*, Copernicus Publications on behalf of the European Geosciences Union, 4 (4), pp.541-547. <hal-00299174>
- Cagniard L., 1953. Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting. *Geophysics*, 18, pp. 605-635.
- Cavazos Garza, R. and Gómez-Treviño, E., 1989. Hacia la inversión tridimensional de anomalías de resistividad y polarización inducida, *Geofísica Internacional*, 28, 481–505.
- Constable, S. C., Parker, R. L., and Constable, C. G., 1987, Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, 52, 289-300.
- Esparza-Hernández, F. J., 1991. Suficiencia de las ecuaciones de Maxwell en relación con los problemas electromagnéticos inversos. Tesis de doctorado. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada Baja California.
- Esparza, F. J., and Gómez-Treviño, E., 1987. 1-D inversion of resistivity and induced polarization data for the least number of layers: *Geophysics*, 62, 1724–1729.
- Gill, P. E., Hammarling, S. J., Murray, W., Saunders, M. A., y Wright, M. H. (1986). *User's guide for LSSOL (Version 1.0): A Fortran package for constrained linear least squares and convex quadratic programming*, Vol. 86. Systems Optimization Laboratory, Department of Operations Research, Stanford.
- Gómez-Treviño, E., 1987a. Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems. *Geophysics*, 52, pp. 1297-1302.
- Gómez-Treviño, E., Esparza, F. J., y Méndez-Delgado, S. (2002). New theoretical and practical aspects of electromagnetic soundings at low induction numbers. *Geophysics*, 67(5): 1441–1451.
- Gustafson. E.P., McEuen, R.B., 1987. Minimizing interpretation ambiguities through joint inversion of Surface electrical data. *Ground Water Monit. Rev.* 7, pp. 101-113.
- Inman. J. R., Ryu, J., and Ward, S. H., 1973, Resistivity inversion: *Geophysics*. 38, 1088~1108.
- Loke, M.H., Chambers, J.E., Rucker, D.F., Kuras, O. and Wilkinson, P.B., 2013. Recent Developments in the Direct- Current Geoelectrical Imaging Method. *Journal of Applied Geophysics*, 95, 135-156.
- Monteiro-Santos, F. A., Dupis, A. Andrade-Afonso, A. R. and Mendes-Victor, L. A., 1997. 1D joint inversión of AMT and resistivity data acquired over a graben. *Journal of Applied Geophysics*, 38, pp. 115-119.
- Monteiro-Santos, F. A., Trota, A., Soares, A., Luzio, R. Lourenço, N., Matos, L., Almeida, E., Gaspar, J. L., and Miranda, J. M., 2007. An audio-magnetotelluric investigation in Terceira Island (Azores). *Journal of Applied Geophysics* 59. P.314–323

- Orellana, E., 1972. *Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua*. Editorial Paraninfo, Madrid, Spain.
- Pérez-Flores, M. A., Mendez-Delgado, S., and Gómez-Treviño, E., 2001. Imaging low-frequency and dc electromagnetic fields using a simple linear approximation, *Geophysics*, 66, pp. 1067–1081.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P., 1992. *Numerical recipes in FORTRAN: The art of PARALLEL scientific computing*, Vol. 2. Cambridge Univ. Press.
- Sasaki, Y.: Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, 54, 256–262, 1989.
- Tikhonov A.N., 1950. On determining electrical characteristics of the deep layers of the Earth's crust. En: Vozoff K. (ed.), *Magnetotelluric method*. Geophys. Reprint Ser. 5: Soc. Expl. Geophys, 2-3p.
- Tikhonov, A. N.; Arsenin, V. Y., 1977. *Solutions of Ill-Posed Problems*. New York: Winston.
- Vozoff, K., Jupp, D.L.B., 1975. Joint inversion of geophysical data. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 42, pp. 977-991.
- Vozoff, K., 1991. The magnetotelluric method. En: Nabighian, M.N., (Editor.), *Electromagnetic methods in applied geophysics*, 2: Applications, Soc. Explor. Geophys, 641-711 p.

Anexos

Anexo A

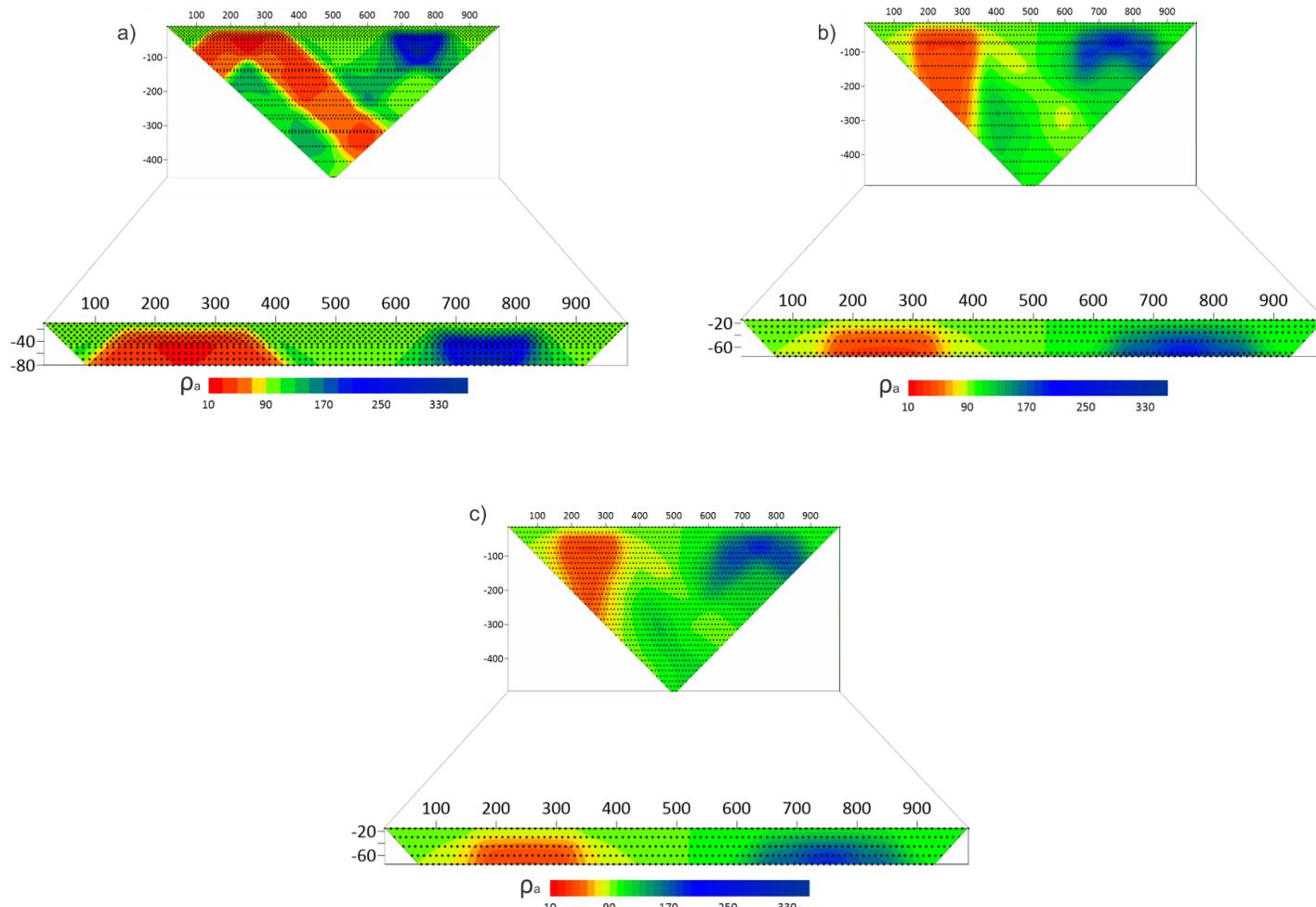


Figura 31. Datos sintéticos para modelo 1 sin ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.

Anexo B

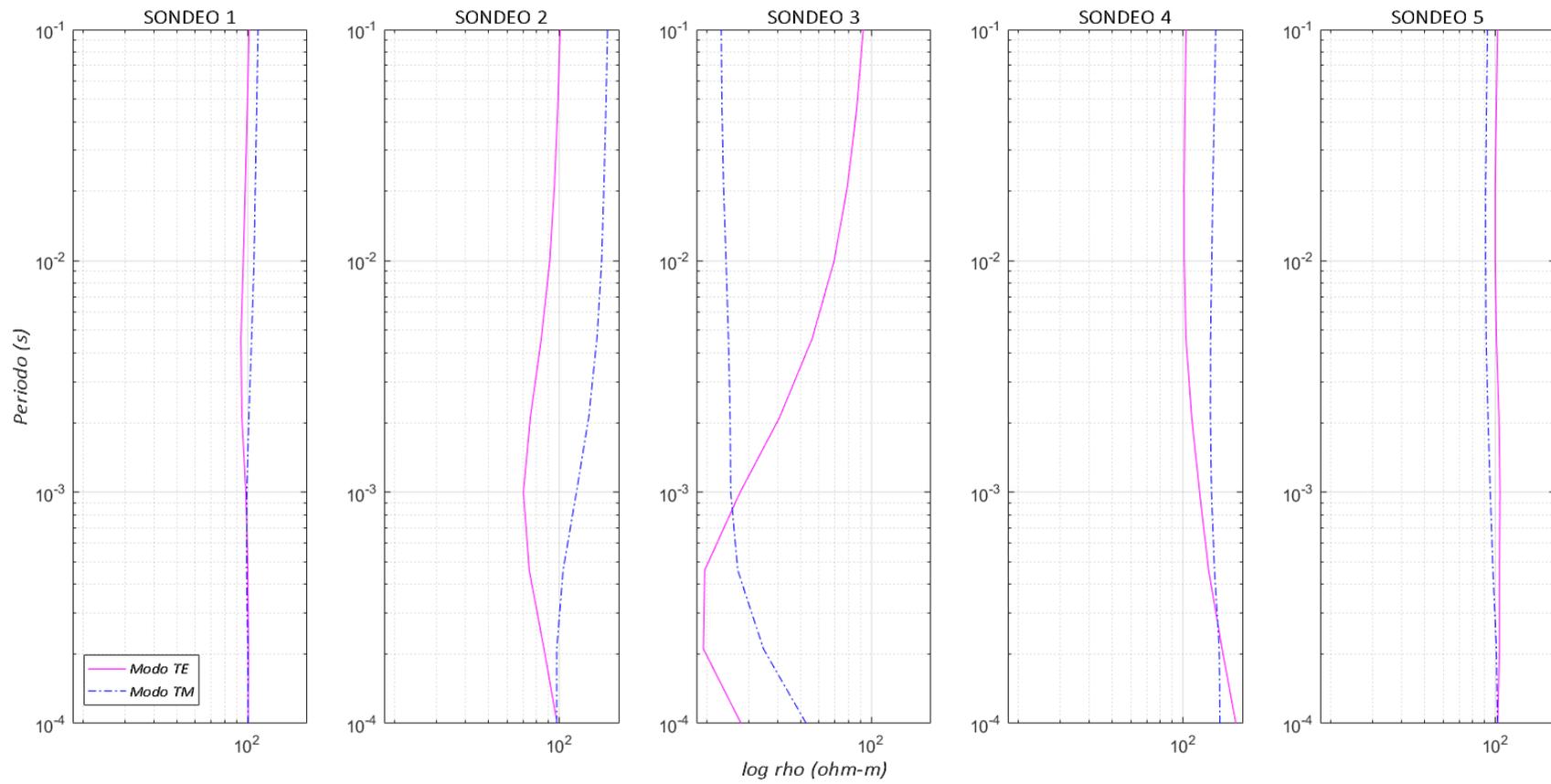


Figura 32. Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 1 de AMT sin ruido aleatorio. La línea rosa corresponde al modo TE y la azul al modo TM.

Anexo C

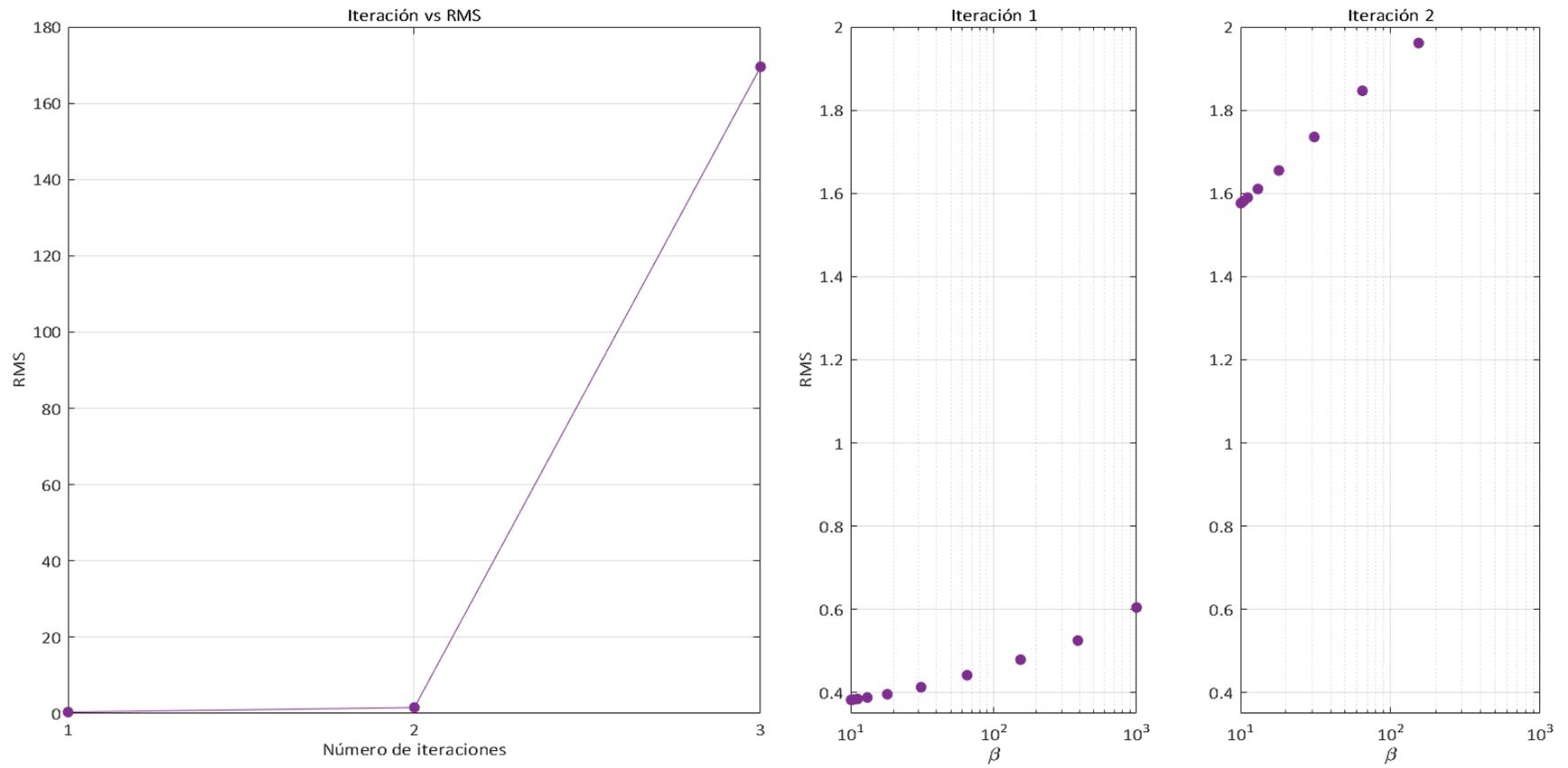


Figura 33. Gráfica de iteración-RMS para evaluar convergencia del modelo 1.

Anexo D

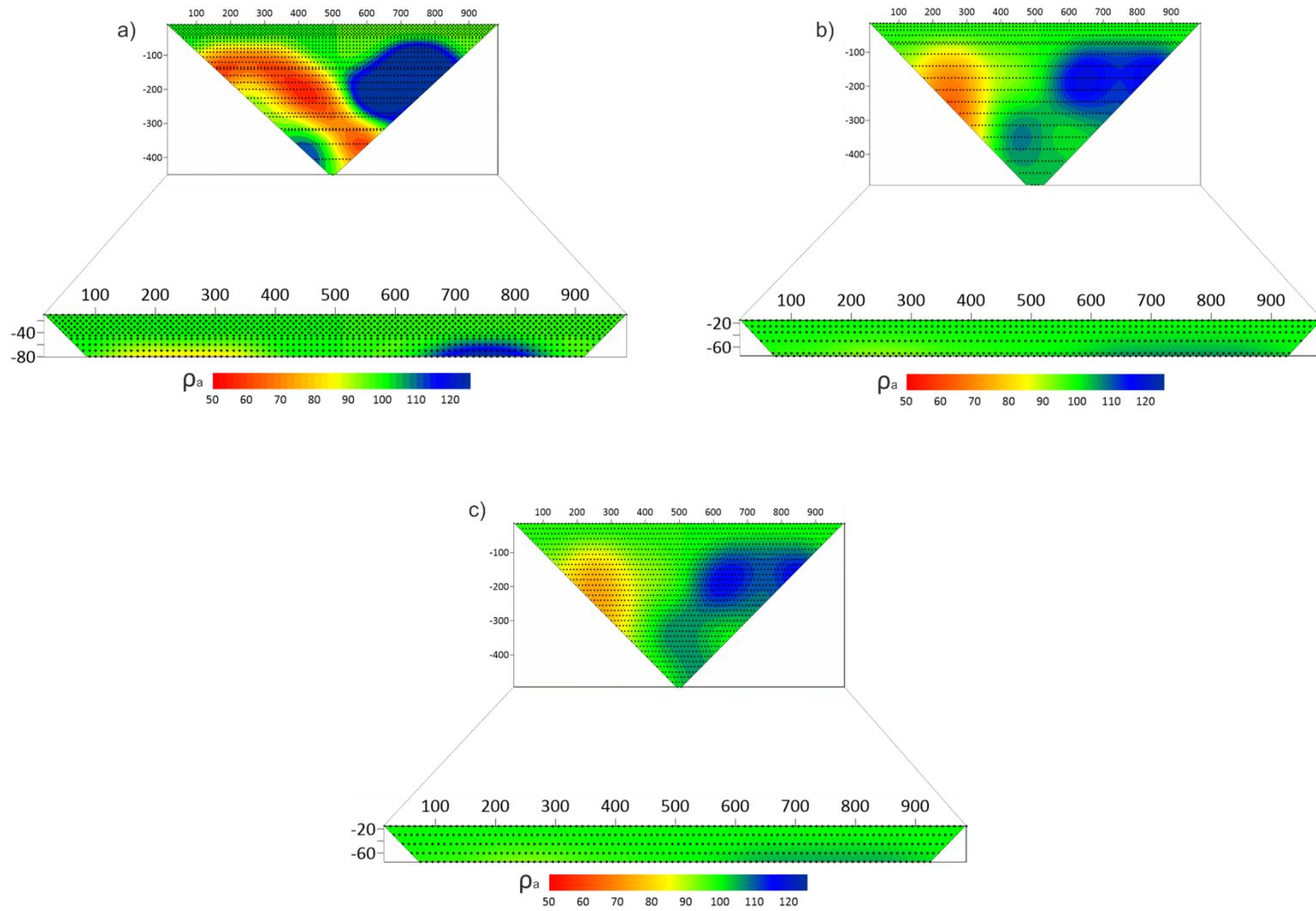


Figura 34. Datos sintéticos para modelo 2 sin ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.

Anexo E

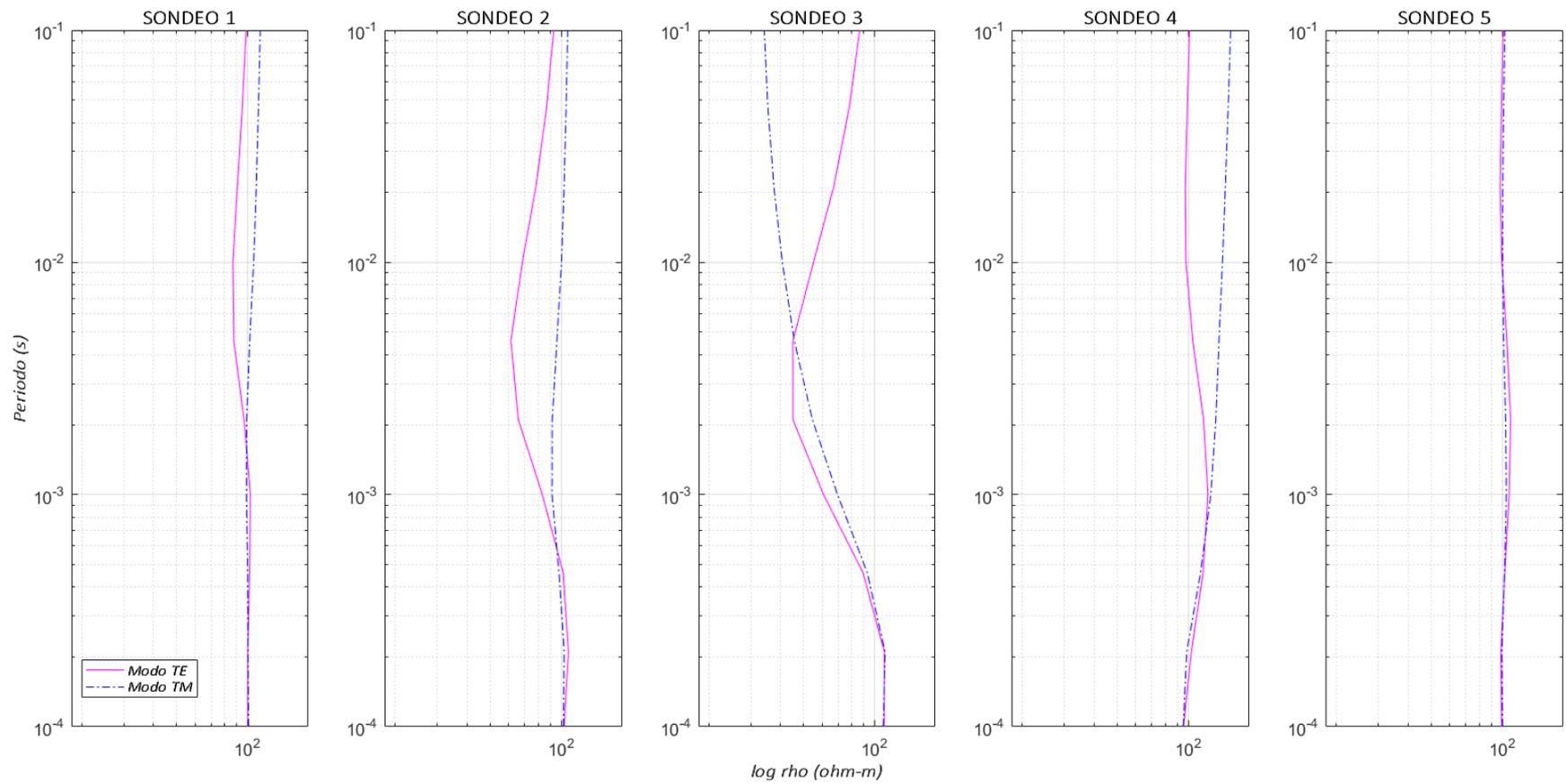


Figura 35. Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 2 de AMT sin ruido aleatorio. La línea rosa corresponde al modo TE y la azul al modo TM.

Anexo F

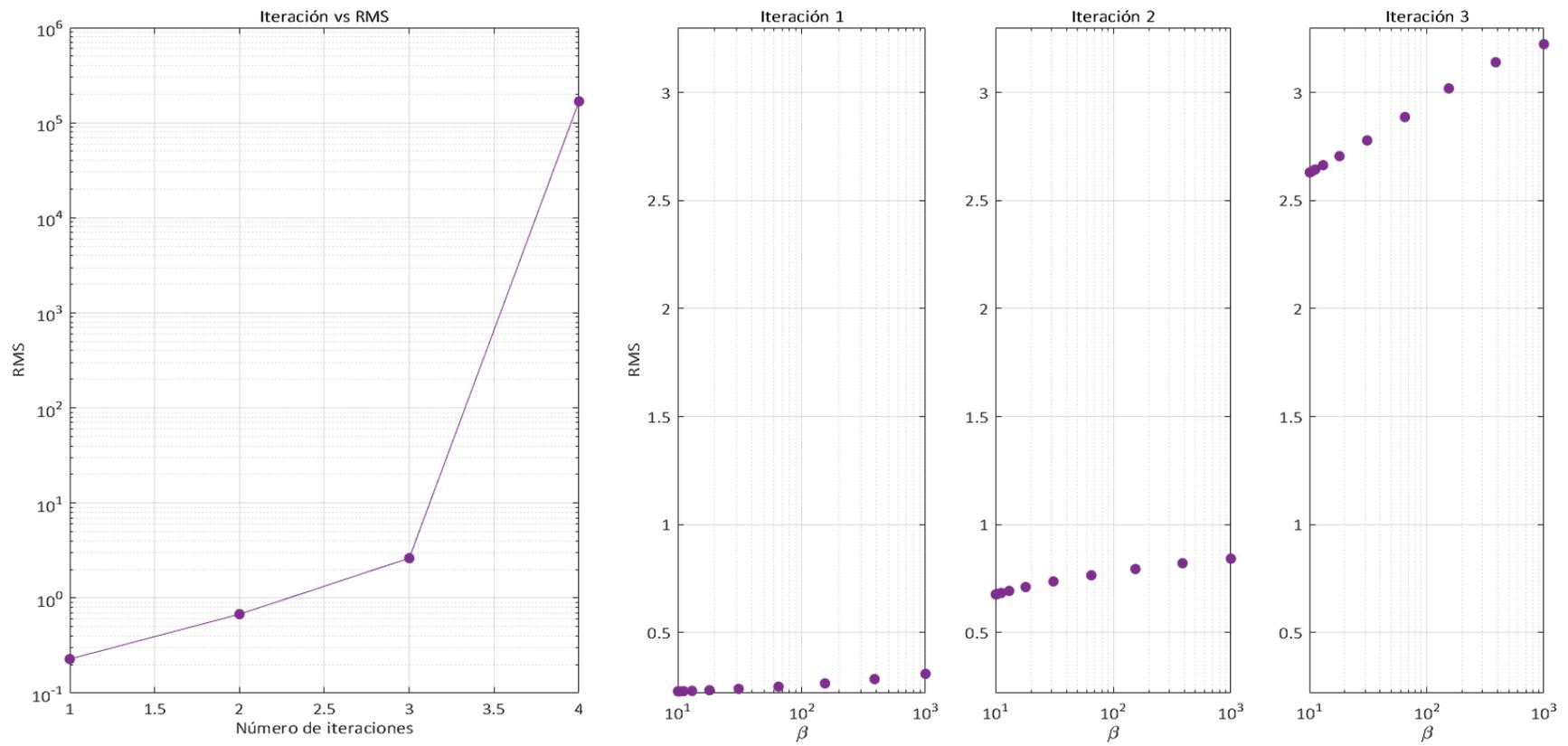


Figura 36. Gráfica de iteración-RMS para evaluar convergencia del modelo 2

Anexo G

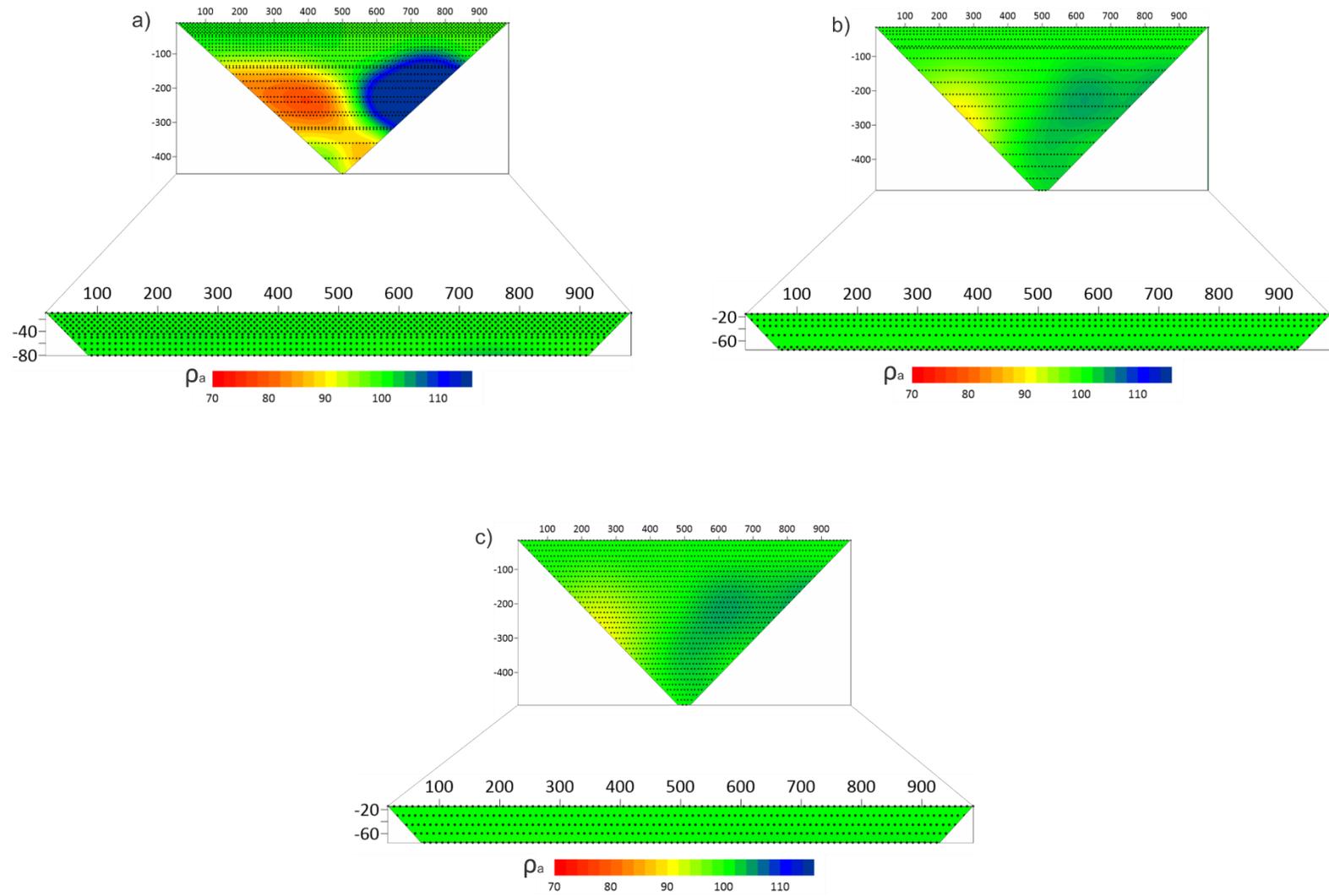


Figura 37. Datos sintéticos para modelo 3 sin ruido aleatorio. a) Arreglo Dipolo-Dipolo. b) Arreglo Schlumberger. c) Arreglo Wenner.

Anexo H

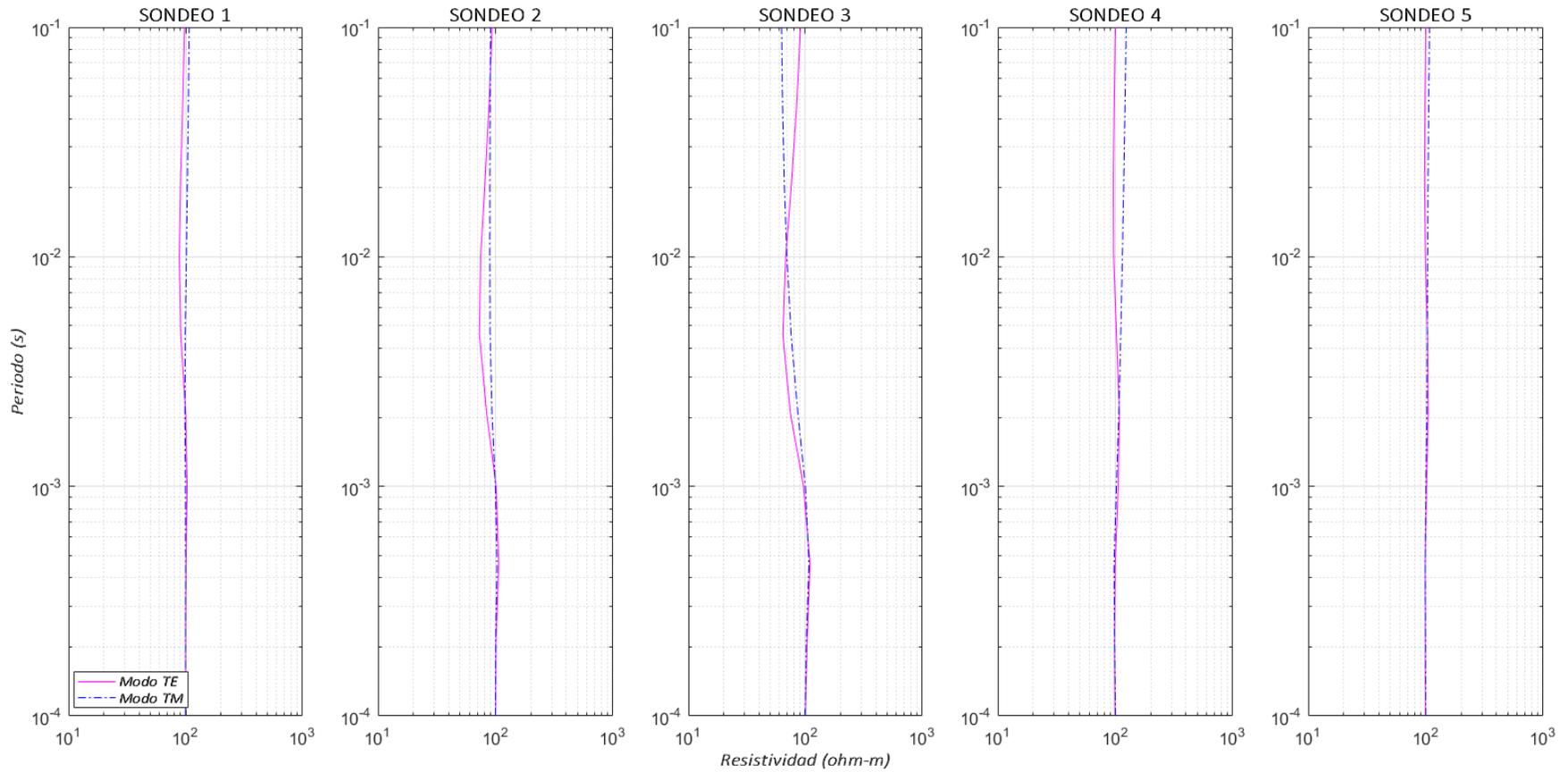


Figura 38. Gráfica de periodo–resistividad aparente para datos sintéticos del modelo 3 de AMT sin ruido aleatorio. La línea rosa corresponde al modo TE y la azul al modo TM.

Anexo I

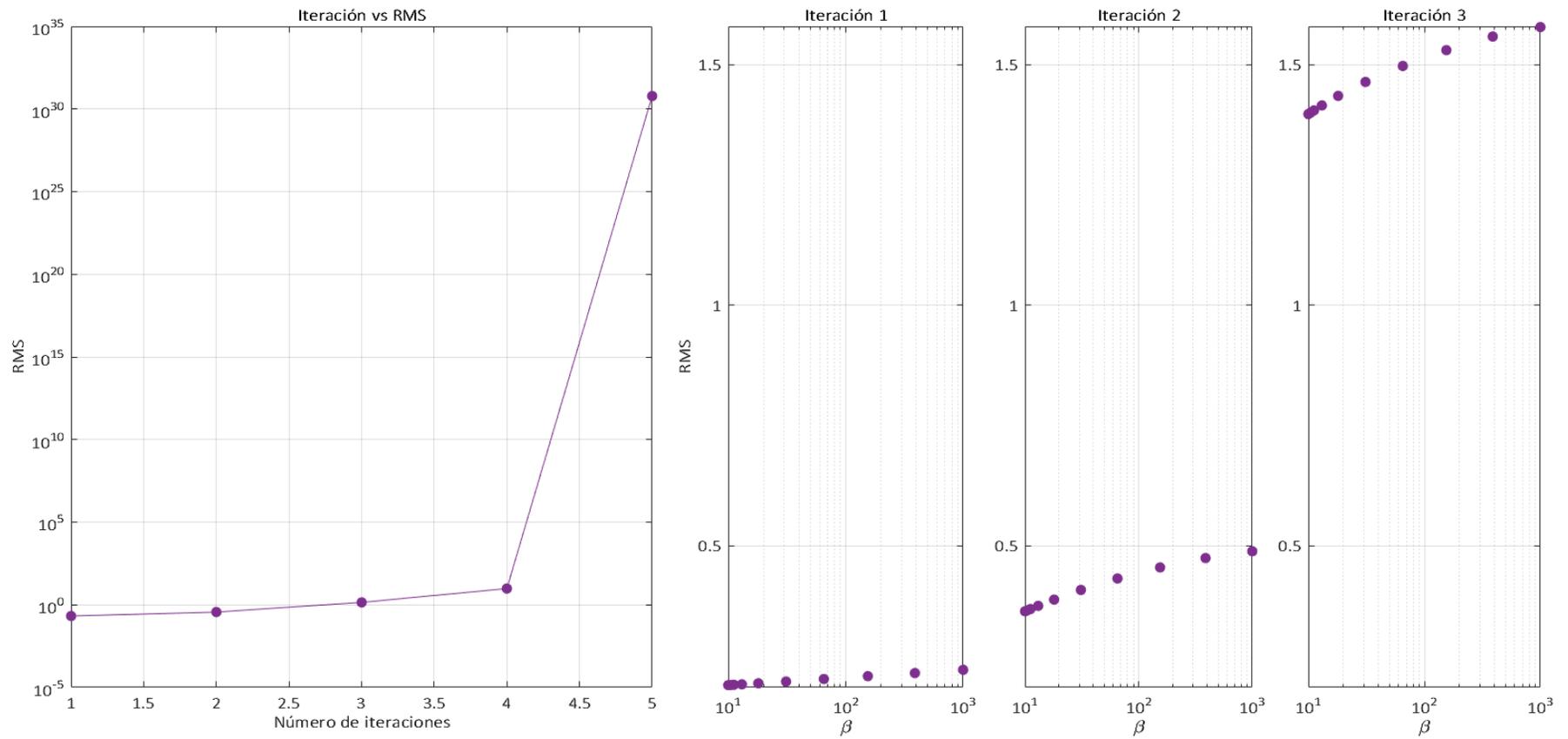


Figura 39. Gráfica de iteración-RMS para evaluar convergencia del modelo 3

Anexo J

En las figuras 40, 41 y 42 se presentan los histogramas correspondientes al análisis de residuales para los tres modelos propuestos en esta tesis, en el cual se observan variaciones observada-calculada no mayores a 0.15, para los tres casos. La forma de la campana obtenida se asemeja al resultado esperado.

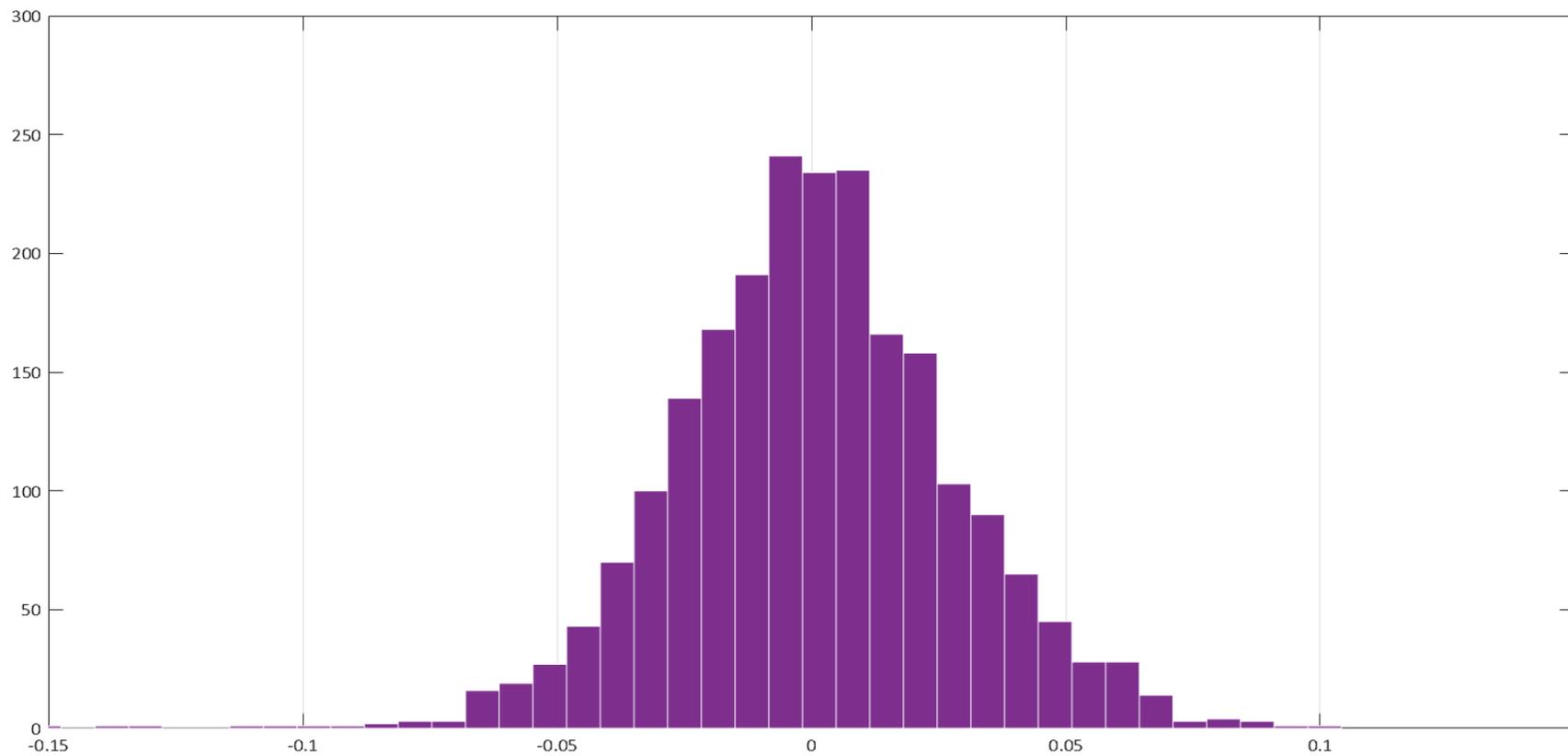


Figura 40. Análisis de residuales para modelo 1

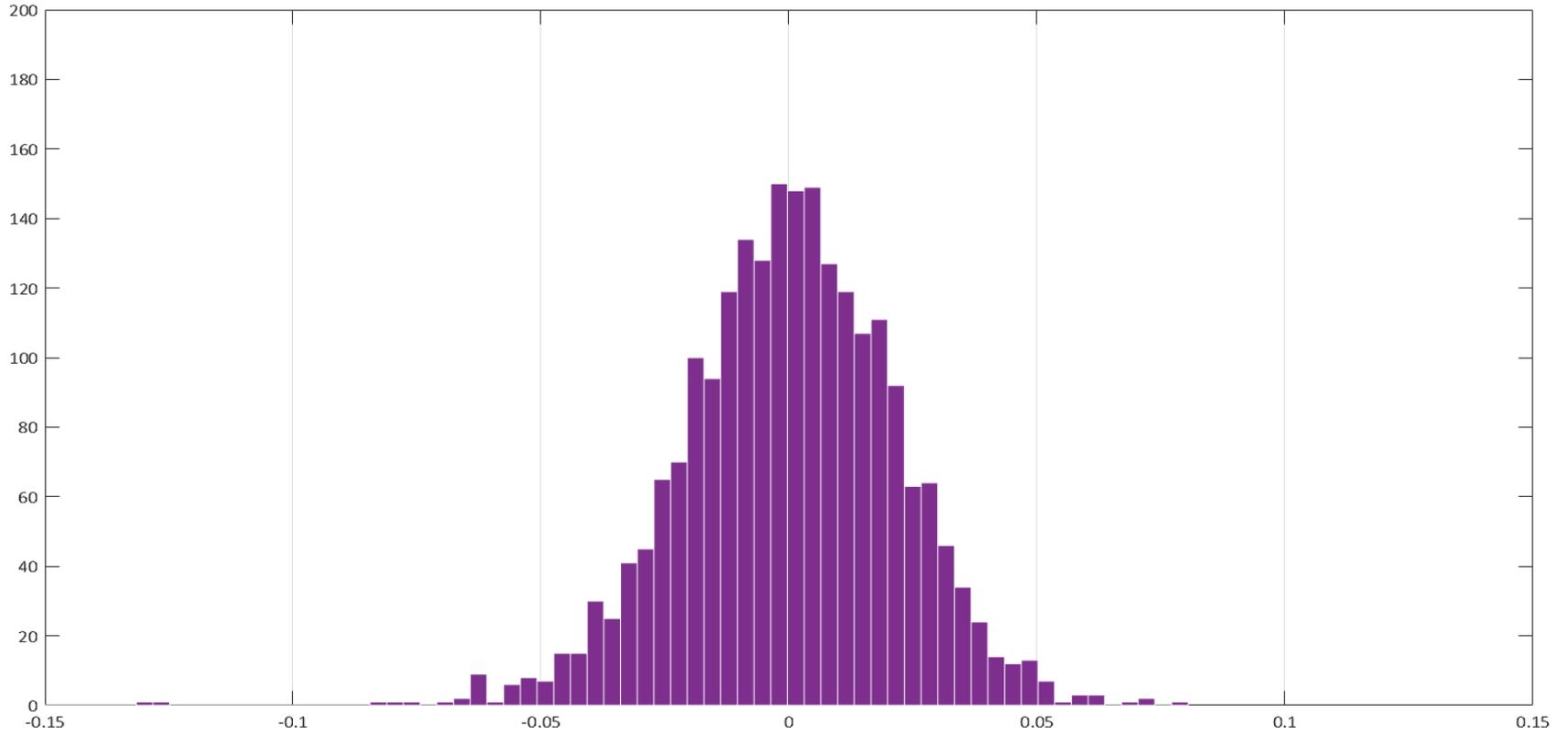


Figura 41. Análisis de residuales para modelo 2

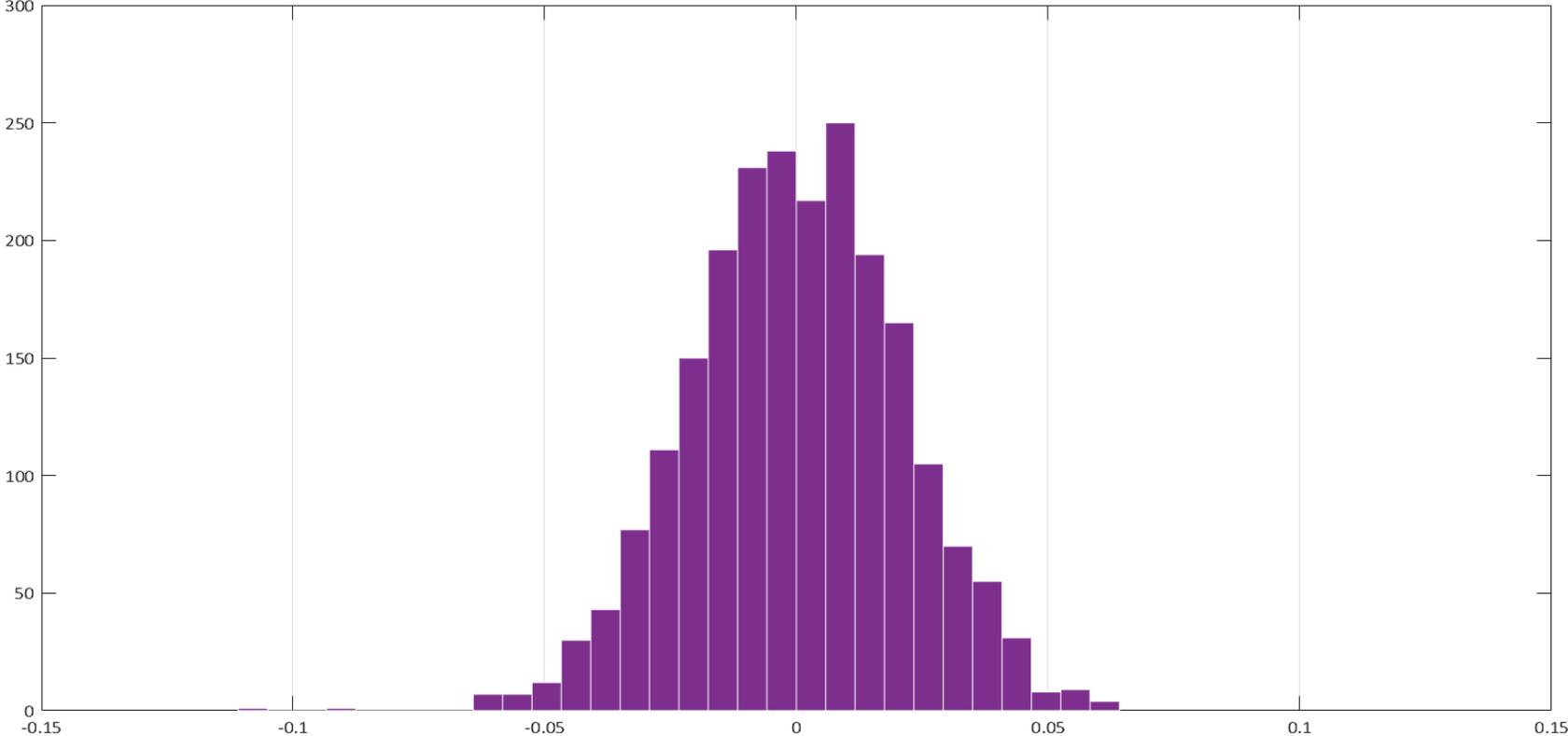


Figura 42. Análisis de residuales para modelo 3

Anexo K

Se hizo un análisis de las funciones de peso utilizadas en esta tesis, con el propósito de conocer la sensibilidad de cada método de manera individual y en conjunto.

En la figura 43 se observan los resultados obtenidos para las funciones de peso de DC y la conjunta. En ambos casos se observa que la mayor sensibilidad se aprecia en la parte superior de la figura, en la parte más cercana a las fuentes.

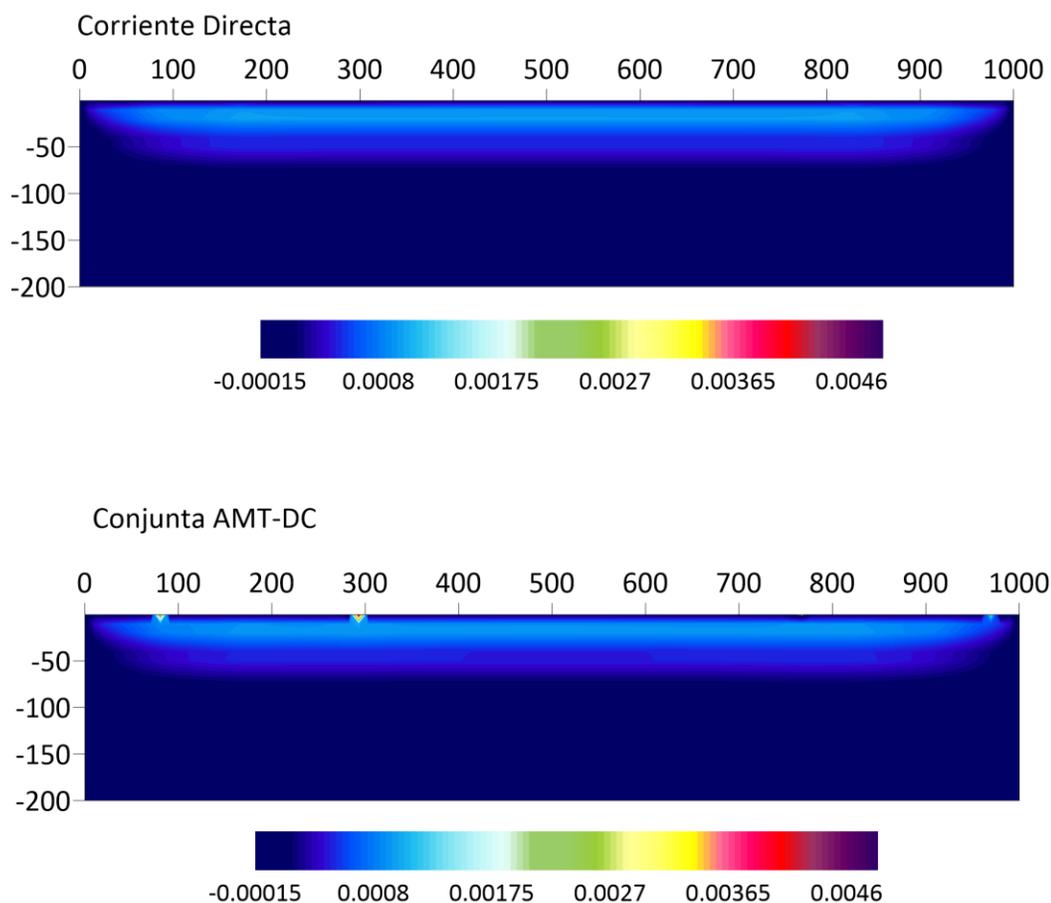


Figura 43. Análisis de las funciones de peso para DC y la conjunta de AMT-DC.

En la figura 44 se observa el análisis de las funciones de peso correspondientes a los modos TE y TM de AMT. Como se aprecia, la sensibilidad de cada modo de propagación es distinta del otro, coincidiendo en que los mayores valores se encuentran cercanos a los puntos de medición.

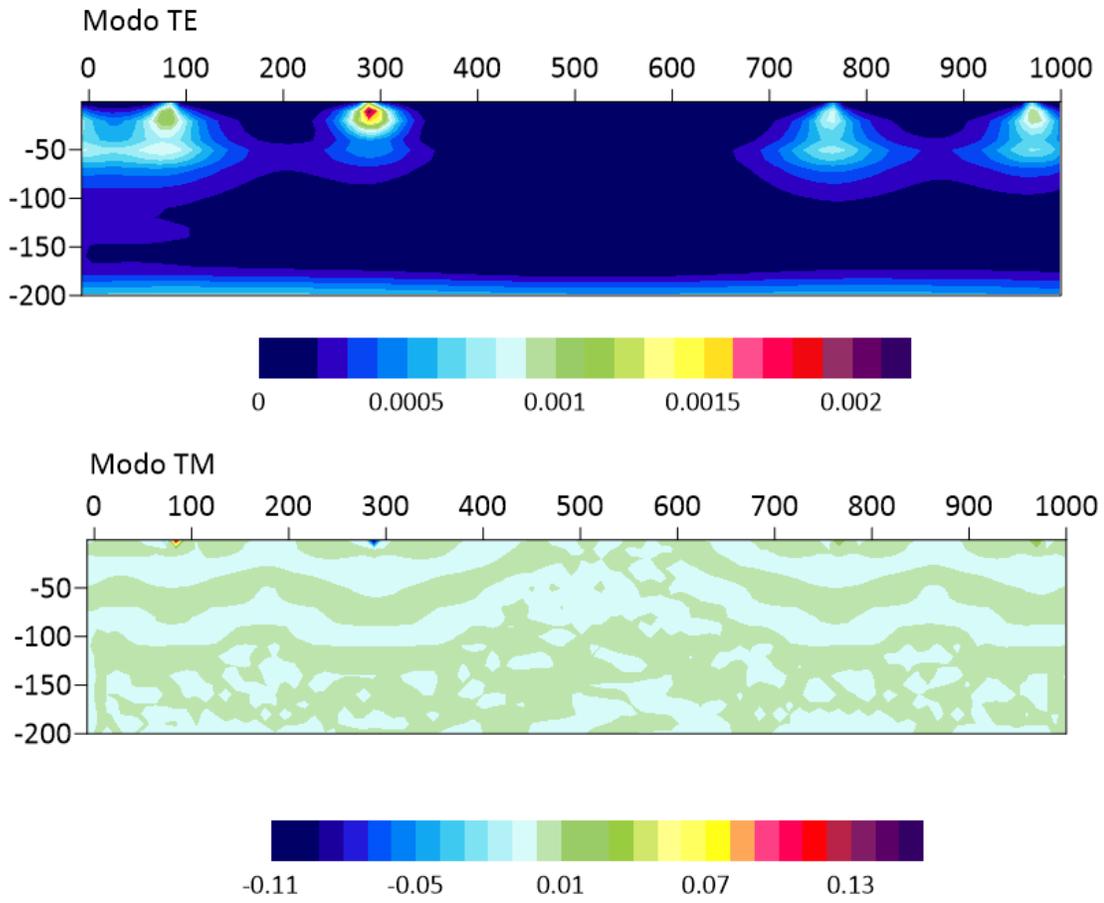


Figura 44. Análisis de las funciones de peso para el modo TE Y TM de AMT.