

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Ciencias de la Tierra
con orientación en Sismología**

**Adaptación de algoritmos de migración de tiempo
reverso con mínimos cuadrados aplicados a datos de
sísmica de reflexión reales**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

José Ángel Ramírez Nájera

Ensenada, Baja California, México

2020

Tesis defendida por

José Ángel Ramírez Nájera

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Jonás De Dios De Basabe Delgado

Codirector de tesis

Dr. Mario González Escobar

Codirector de tesis

Dra. Ana Isabel Martínez García

Dr. Antonio González Fernández

Dr. Luis Munguía Orozco



Dr. Efraín Gómez Arias

Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dra. Rufina Hernández Martínez

Directora de Estudios de Posgrado

José Ángel Ramírez Nájera © 2020

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis

Resumen de la tesis que presenta José Ángel Ramírez Nájera como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Sismología.

Adaptación de algoritmos de migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados aplicados a datos de sísmica de reflexión reales

Resumen aprobado por:

Dr. Jonás De Dios De Basabe Delgado

Codirector de tesis

Dr. Mario González Escobar

Codirector de tesis

El desarrollo de técnicas y metodologías para obtener imágenes del interior de la Tierra están teniendo un creciente avance. En particular, la Migración de Tiempo Reverso (RTM) ha mejorado los procesos tradicionales de migración. Por un lado, la aplicación de esta metodología al procesamiento de datos sintéticos arroja resultados precisos, pero por otro lado, la aplicación a los datos obtenidos en campo todavía presenta retos. Si bien las validaciones con modelos sintéticos tienen resultados satisfactorios, la recuperación de los contrastes litológicos utilizando RTM con datos reales sigue en continuo desarrollo. Para que los resultados obtenidos con este tipo de inversión puedan complementar o mejorar las imágenes que se obtienen al aplicar procesos tradicionales de migración deben aplicarse esquemas de minimización de funciones objetivo para reducir la incertidumbre en los resultados. En este trabajo se explica y discute la aplicación de la migración de tiempo reverso y la aplicación del mismo método bajo el esquema de mínimos cuadrados (LSRTM) a datos del perfil sísmico adquirido en Laguna Salada, Baja California, México. Se observa que las imágenes obtenidas con estos métodos tienen similitudes con trabajos anteriores pero ofrecen mejor resolución.

Palabras clave: Migración de Tiempo Reverso, RTM, RTM a datos reales, LSRTM

Abstract of the thesis presented by José Ángel Ramírez Nájera as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Science of the Earth with orientation in Seismology.

Adaptation of least square reverse time migration algorithms applied to real reflection seismic data

Abstract approved by:

Dr. Jonás De Dios De Basabe Delgado

Thesis Co-Director

Dr. Mario González Escobar

Thesis Co-Director

The technical and methodological developments to improve the images of the sub-surface have become more accurate over the recent years. In particular, Reverse Time Migration (RTM) has significantly improved over traditional migration processes. On the one hand, the application of this methodology to the processing of synthetic data yields accurate results, and on the other hand, the application to field data still poses many challenges. Although validations of RTM with synthetic models have satisfactory results, the recovery of lithological contrasts using real data is still developing. In order for the results obtained with this type of inversion method to complement or improve the images obtained by applying traditional migration processes we must apply global minimization schemes of the objective functions to reduce uncertainty. This work discusses the application of RTM and Least Square Reverse Time Migration (LSRTM) to real data, using a seismic profile acquired in Laguna Salada, Baja California, México. We observe that the images obtained with these methods are consistent with those obtained in previous work but offer more resolution.

Keywords: Reverse Time Migration, RTM, RTM applied to real data, LSRTM

Dedicatoria

A los guías incansables e inspiración de mi vida, mis padres.

A mi hermana que siempre da alegría y amor a mi mundo.

Para Ana que con su amor me enseñó a ir más allá y a ver que compartir la vida es maravilloso.

A la impresionante cultura de México.

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada y la División de Ciencias de la Tierra por cobijar mi cuerpo y mente para ver con mejor claridad todo lo que me rodea y a CeMIE-Geo por permitirme el uso del cluster Lamb.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría (No. de becario: 634542.)

A mis directores de tesis Dr. Jonás de Dios de Basabe Delgado y Dr. Mario González Escobar por tener siempre la disposición para ayudarme, sobre todo por ser pacientes y mostrarme caminos en los momentos más duros del desarrollo de tesis.

A mis sinodales Dra. Ana Isabel Martínez García, Dr. Antonio González Fernández y Dr. Luis Munguía Orozco que siempre en cada revisión sus comentarios y correcciones me hicieron mejorar el desarrollo de tesis.

A todos mis profesores, que con su experiencia y conocimiento marcaban una pauta importante para un mejor entendimiento.

A mis padres, Rubí Nájera Herrera y José Guadalupe Fernández por enseñarme siempre con sus acciones el valor del trabajo continuo, y que junto con Esmeralda Ramírez Nájera me mostraron como el amor de familia se proyecta a un mejor futuro.

A mi novia Ana Maritza Bello Yáñez por ser desde hace varios años un pilar increíble en mi vida, por su seguridad, su actitud feliz y positiva que junto con su valentía nos impulsa a lograr grandes metas juntos.

A todos los amigos que hice en esta grandiosa estadía, al 435, Marco Antonio Domínguez Bureos por toda tu ayuda, tus comentarios y los momentos de diversión,

siempre te estaré agradecido, estoy seguro que te veré triunfar en lo más alto. A Jorge Antonio Puente Huerta por comenzar muchas de aquellas pláticas diversas que nos hacían desvelar.

Eliana Vargas gracias por la ayuda que me brindaste y las pláticas de desestrés junto con Rocío. Gerardo, Young y Roberto por ser esos amigos con los que se puede bromear en cualquier circunstancia. Cristian por tu tiempo en el laboratorio así como a Gabriel por su apoyo para SEPlib. Abby y Sebas por ser esos amigos que siempre son movidos e incitan a salir, Tania por tu sincera comunicación. Halia, Trejo, Miguel por incluso compartir sus galletas, les debo mucho. Y a todos aquellos amigos con los que conformamos diversos equipos de fútbol aquí en Ensenada, siempre fue muy divertido.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español	ii
Resumen en inglés	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Lista de figuras	ix
Capítulo 1. Introducción	
1.1. Antecedentes	1
1.2. Zona de estudio, datos de campo	5
1.3. Hipótesis	6
1.4. Objetivos	6
1.4.1. Objetivo general	6
1.4.2. Objetivos específicos	6
Capítulo 2. Modelado a partir de la ecuación de onda	
2.1. Modelado de la ecuación de onda 1D	7
2.1.1. Implementación numérica	8
2.1.2. Condiciones de frontera	10
2.2. Migración de tiempo reverso 1D	11
2.3. Migración de tiempo reverso 1D con mínimos cuadrados	13
2.3.1. Minimización de la función objetivo	13
2.3.2. Gradientes conjugados	14
2.3.3. Implementación computacional	17
2.4. Modelado de la ecuación de onda 2D	19
2.4.1. Implementación numérica	19
2.4.2. Condiciones de frontera	21
2.5. Migración de tiempo reverso 2D	22
2.6. Migración de tiempo reverso 2D con mínimos cuadrados	24
2.6.1. Implementación computacional	24
2.7. Reflectores explosivos	28
Capítulo 3. Resultados	
3.1. Modelos sintéticos 1D con reflectores explosivos	31
3.2. Modelos sintéticos propuestos	35
3.2.1. Modelo de capas horizontales 2D	35
3.2.2. Modelo de capas inclinadas 2D	43
3.3. Aplicación a datos reales	51
Capítulo 4. Discusión	
4.1. Comparación con trabajos anteriores	60

Tabla de contenido (continuación)

Capítulo 5. Conclusiones	
5.1. Trabajo futuro	65
Literatura citada	66

Lista de figuras

Figura	Página
1. (a) RTM y (b) LSRTM, imágenes calculadas de datos del Golfo de México. Modificado de Schuster (2017).	4
2. Zona de estudio. Perfil 4965 en rojo. DEM, res. 30 m, fuente USGS.	5
3. Esténcil 1D para el modelado directo.	10
4. Diagrama de flujo para el modelado 1D y la migración de tiempo reverso. Note que para realizar el proceso RTM son necesarios también los parámetros para modelado a excepción de la fuente, las velocidades del modelo se utilizan intrínsecamente en cada ecuación de extrapolación.	18
5. Esténcil 2D para el modelado directo.	20
6. Operación secuencial del esténcil para cada punto en la malla.	20
7. Matriz ejemplificada donde operan las ecuaciones a utilizar para cada esquina, primera y última fila (rectángulos azules), la línea punteada representa la aplicación de la función de amortiguamiento (izquierda, derecha y abajo) y la ecuación general de extrapolación para la zona dentro del recuadro negro.	22
8. Diagrama de flujo para el modelado 2D y la migración de tiempo reverso. Note que para realizar el proceso RTM son necesarios también los parámetros para modelado a excepción de la fuente, las velocidades del modelo así como el intervalo de muestreo se utilizan intrínsecamente en cada ecuación de extrapolación.	25
9. Proceso LSRTM que consiste en el cálculo iterativo de nuevos modelos a partir de una actualización en la solución (nuevo modelo del subsuelo, ya sea prueba sintética o datos reales) y una actualización de residuales que permite limitar el número de iteraciones con la convergencia de éstos. niter = número máximo de iteraciones.	26
10. De lado izquierdo el caso real con una distancia fuente receptor cero y de lado derecho el caso de reflectores explosivos donde los rayos únicamente suben. Redibujado de Claerbout (1985).	28
11. Rayos que no predice la teoría de reflectores explosivos. Redibujado de Claerbout (1985).	29
12. (a) Fuente inicial, campo de ondas en $t = 0$ y (b) modelo de velocidad 1D. Modificado de Ji (2009).	31
13. (a) Fuente inicial, campo de ondas en $t = 0$, (b) resultado aplicando RTM, (c) resultado aplicando LSRTM. Modificado de Ji (2009).	31
14. Arriba fuente inicial, abajo, modelo de velocidad.	32
15. Resultados con modificaciones del código, señal de entrada, resultado RTM y resultado LSRTM.	32
16. (a) Fuente inicial en $t = 0$, (b) Modelo de velocidad y (c) Datos sintéticos por modelado. Modificado de Ji (2009).	33

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
17. Comparación de resultados: (a) resultado con migración de tiempo reverso (RTM), (b) resultado con migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados (LSRTM). Modificado de Ji (2009).	33
18. Fuente en $t = 0$, modelo de velocidad y obtención de datos sintéticos con el modelado directo.	34
19. Comparación de resultados: (a) resultado con migración de tiempo reverso, (b) resultado con migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados.	34
20. Modelo de velocidad con 1500, 2200 y 2800 m/s de la superficie al semi-espacio	35
21. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.03$, $t = 0.06$ y $t = 0.09$ segundos.	37
22. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.12$, $t = 0.15$ y $t = 0.18$ segundos.	38
23. Imagen obtenida después de aplicar la migración de tiempo reverso a los datos del modelado directo.	39
24. Imagen obtenida después de aplicar la migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados a los datos del modelado directo.	39
25. Imagen de reflectividad obtenida usando RTM y después de aplicar el Laplaciano.	40
26. Imagen de reflectividad obtenida usando LSRTM y después de aplicar el Laplaciano.	40
27. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para una fuente.	41
28. Imagen de reflectividad obtenida usando RTM y después de aplicar el Laplaciano.	42
29. Imagen de reflectividad obtenida usando LSRTM y después de aplicar el Laplaciano.	42
30. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para nueve fuentes.	43
31. Modelo de velocidad con capas inclinadas	44
32. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.2$, $t = 0.25$ y $t = 0.3$ segundos.	45
33. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.35$, $t = 0.4$ y $t = 0.45$ segundos.	46

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
34. Sección en tiempo de los datos obtenidos con el modelado directo, también conocida como shot gather.	47
35. Imagen de reflectividad con RTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.	47
36. Imagen de reflectividad con LSRTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.	48
37. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para una fuente.	49
38. Imagen de reflectividad RTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.	49
39. Imagen de reflectividad LSRTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.	50
40. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para 9 fuentes.	50
41. Modelo de velocidad obtenido en Promax y cargado en Matlab, datos originales.	53
42. Modelo de velocidad de intervalo escalado en muestras con longitud y profundidad correctas.	54
43. Datos crudos del perfil 4965.	55
44. Datos preprocesados con aplicación de NMO.	56
45. Imagen de reflectividad final para datos reales aplicando RTM.	58
46. Imagen de reflectividad final para datos reales después de aplicar 10 iteraciones aplicando LSRTM.	58
47. Convergencia de residuales después de 10 iteraciones en LSRTM.	59
48. Estructura final con interpretación, perfil 4965, tomada de German (2013).	60
49. Estructura migrada final, perfil 4965, datos graficados nuevamente del trabajo de German (2013).	61
50. Estructura RTM final, perfil 4965.	61
51. a) Mapa de ubicación de perfiles sísmicos. b) Interpretación de la geometría de la cuenca Laguna Salada, perfil B - B'. Modificado de González-Escobar <i>et al.</i> (2016)	62

Capítulo 1. Introducción

La Geofísica desde sus inicios ha colaborado en el entendimiento de la estructura interna de la Tierra. Especialmente la sísmica de exploración ha tenido un papel muy importante en la caracterización de estructuras profundas y someras, por este motivo se ha utilizado para la explotación de zonas de potencial interés, como petroleras o geotérmicas, lo que genera un impulso para el continuo desarrollo de estas técnicas y metodologías.

1.1. Antecedentes

Dentro de las técnicas de la sísmica de exploración, la Migración de Tiempo Reverso (RTM por sus siglas en inglés) y la Migración de Tiempo Reverso con Mínimos Cuadrados (LSRTM por sus siglas en inglés) yacen como una herramienta destacable por la obtención de imágenes del subsuelo teniendo un creciente avance en los últimos años. En sus inicios, las exigencias computacionales complicaban su aplicación práctica y dificultaban su uso con datos de campo. Hoy en día es posible aplicar este método gracias al uso de equipos más potentes e incluso super computadoras, las implementaciones aumentan las posibilidades de utilizar grandes cantidades de datos y disminuir el tiempo de procesamiento, permitiendo observar mejoras en los contrastes entre capas o reflectores sísmicos.

Los esquemas para el mapeo sísmico de reflectores en presencia de un modelo de velocidad arbitrario, inclinaciones, reflectores curvados, difracciones, variaciones de elevación y múltiples reflexiones pueden reducirse a una fórmula que involucre los campos de onda ascendentes y descendentes. Para poder identificar los cambios litológicos, Claerbout (1971) propuso una manera de ver las estructuras a profundidad estableciendo que los reflectores existen en puntos en el subsuelo donde el primer arribo del campo de ondas descendente coincide con el primer arribo del campo de ondas ascendente.

El concepto de RTM, fue introducido simultáneamente por Baysal *et al.* (1983), McMechan (1983) y Whitmore (1983). El principal beneficio de RTM, comparado con la migración de la ecuación de onda en una dimensión y la migración de Kirchhoff, es

que todos los arribos, incluyendo múltiples y ondas ascendentes, cuentan para la solución por diferencias finitas de la ecuación de onda. Si el modelo de velocidades es preciso, los eventos donde ocurren las reflexiones serán proyectados a su origen a lo largo de las interfaces reflectoras (Schuster, 2017).

Baysal *et al.* (1983) muestran que las secciones migradas están dadas por la amplitud del campo extrapolado al tiempo cero, en función de la profundidad. Si las velocidades para la migración son escogidas correctamente, el campo de ondas al tiempo cero deberá coincidir con las reflexiones horizontales en el medio.

McMechan (1983) reporta que la migración de un campo de ondas de apertura fuente receptor cero observado, se puede realizar como la solución de un problema de valores de frontera, en el cual, los datos se extrapolan hacia atrás en el tiempo. Este concepto se implementa a través de una solución por diferencias finitas de la ecuación de onda acústica en dos dimensiones.

Contemporáneamente, Whitmore (1983) muestra un método para realizar la migración en profundidad de secciones apiladas de un punto medio común en un medio de velocidad variable, concluyendo que para una definición estructural confiable se requiere un procedimiento de migración sensible a la velocidad y un control adecuado de éste. Si se conoce la tendencia de la velocidad, se puede usar la migración de profundidad para ayudar a extrapolar información fuera de las ubicaciones de control, y por lo tanto, obtener una imagen compleja del subsuelo.

Los artículos anteriores mostraron conclusiones similares en cuanto a la metodología que debía llevarse a cabo, pero ocurría algo en particular, las imágenes de migración estándar sufrían de artefactos ¹, que surgen por las siguientes razones:

- muestreo pobre o insuficiente
- amplitudes débiles causadas por la dispersión geométrica
- atenuación intrínseca
- desenfoque

¹ Reflexiones o reverberaciones no deseadas en las simulaciones computacionales que generan ruido en las imágenes obtenidas.

- mala resolución por límites de apertura fuente-receptor

Para remediar parcialmente estos problemas, la migración de mínimos cuadrados (LSM), también conocida como inversión sísmica linealizada (Lailly y Santosa, 1984; Tarantola, 1984; Cole y Karrenbach, 1992; Nemeth, 1996) ó migración deconvolución (Hu *et al.*, 2001; Yu *et al.*, 2006), se utilizaron para invertir datos sísmicos para la distribución de reflectividad. Si el modelo de velocidad es suficientemente preciso, entonces LSM puede mitigar varios de los problemas enlistados arriba y llevar a una imagen de migración precisa (Schuster, 2017).

Nemeth *et al.* (1999) proponen que puede usarse la migración de mínimos cuadrados para predecir datos faltantes en trazas e interpolar y extrapolar los datos de acuerdo a la ecuación que gobierna el modelo, proponiendo un algoritmo que mitiga los artefactos utilizando la ecuación integral acústica y utilizando como adjunto el operador de migración de Kirchhoff.

Posteriormente Duquet *et al.* (2000), mencionan que cualquiera de los métodos de migración directa pueden integrarse dentro de un algoritmo de inversión de mínimos cuadrados restringidos. La inversión encuentra la imagen de reflectividad que, cuando se modela utilizando el campo de velocidad dado, se ajusta mejor a los datos registrados en el sentido de mínimos cuadrados. El algoritmo que utilizaron encuentra una imagen separada para cada desplazamiento en los datos. Usando este método de migración iterativo, se puede incluir información adicional en forma de restricciones casi sin costo adicional.

La migración con mínimos cuadrados puede seguirse a partir de las formulaciones que ofrecieron Dai (2012) y Wang *et al.* (2013), quienes explican que hay dos formas de aplicar LSM a distintos shot gathers². El primero es una inversión sobre un sistema de ecuaciones sobredeterminado, esta estrategia consiste en aplicar LSM a todos los shot gathers, por lo que solo un modelo de reflectividad explicará todos los datos en el sentido de mínimos cuadrados, en este caso, el sistema de ecuaciones para todos los shot gathers está sobredeterminado e inconsistente en presencia de errores de ruido y velocidad, por lo que ningún modelo puede explicar todos los datos exactamente.

²Una visualización de trazas sísmicas que comparten parámetros de adquisición, a partir de una sola fuente.

El segundo caso es aplicar LSM por separado a cada shot gather para obtener las imágenes de migración preapiladas, posteriormente todo debe apilarse para obtener la imagen de migración final.

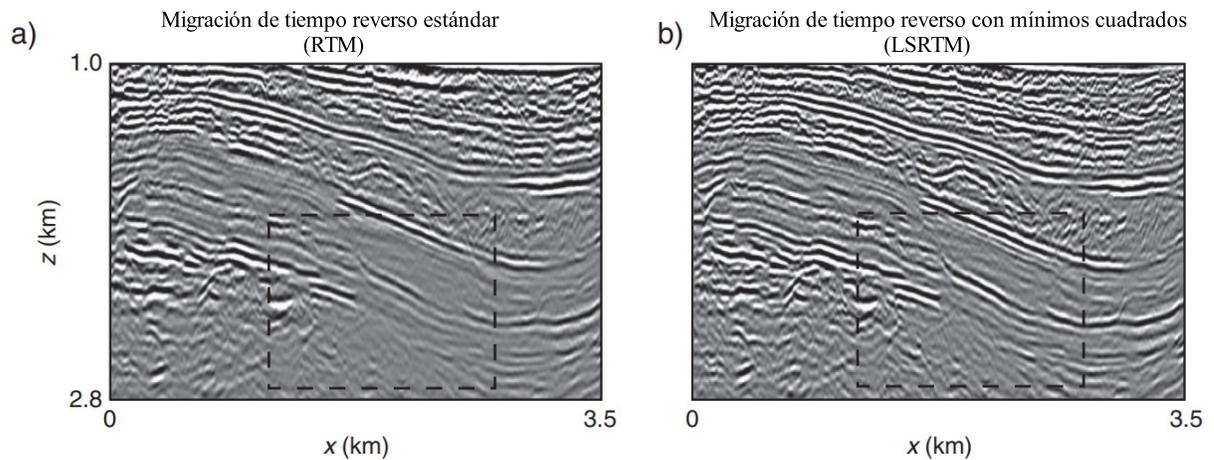


Figura 1. (a) RTM y (b) LSRTM, imágenes calculadas de datos del Golfo de México. Modificado de Schuster (2017).

Tang y Biondi (2009) muestran que su método puede eliminar con éxito artefactos o diafonías que genera la migración y reconstruir de manera óptima la reflectividad en el subsuelo, mientras que Dai *et al.* (2012) muestran la supresión de artefactos mediante la migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados, advirtiendo que LSRTM es sensible a grandes errores en el modelo de velocidad.

Ji (2009) ofrece una implementación basada en obtener un adjunto exacto para el operador de modelado directo, que se obtiene formulando la matriz de modelado explícitamente y transponiéndola. Bajo un esquema de mínimos cuadrados se mitigan artefactos y se mejoran las imágenes. El código incluido en este artículo fue utilizado y adaptado para el presente trabajo de tesis. Un ejemplo de resultados utilizando estas metodologías se muestra en la figura 1.

1.2. Zona de estudio, datos de campo

Los datos del perfil 4965 de sismica de reflexión fueron adquiridos en los años 1970 en la cuenca Laguna Salada. German (2013) realizó su tesis de maestría utilizando estos datos y procesándolos en el software ProMax, una paquetería que permite llevar a cabo una serie de pasos de procesamiento de señales sísmicas, obteniendo imágenes de migración estándar. Él interpretó el basamento acústico y la falla cañada David.

La cuenca Laguna Salada (figura 2), localizada al noreste de Baja California, México, es una depresión tectónica alargada que cubre un área aproximada de 700 km^2 , con 20 km de ancho y 100 km de longitud en dirección NNW. La cuenca contrasta con las elevaciones de la Sierra Juárez al oeste y las Sierras Cucapá y El Mayor al este. Hacia el sur la cuenca se hace más estrecha y conecta hacia la planicie deltaica del Río Colorado y las planicies de mareas del norte del Golfo de California (German, 2013).

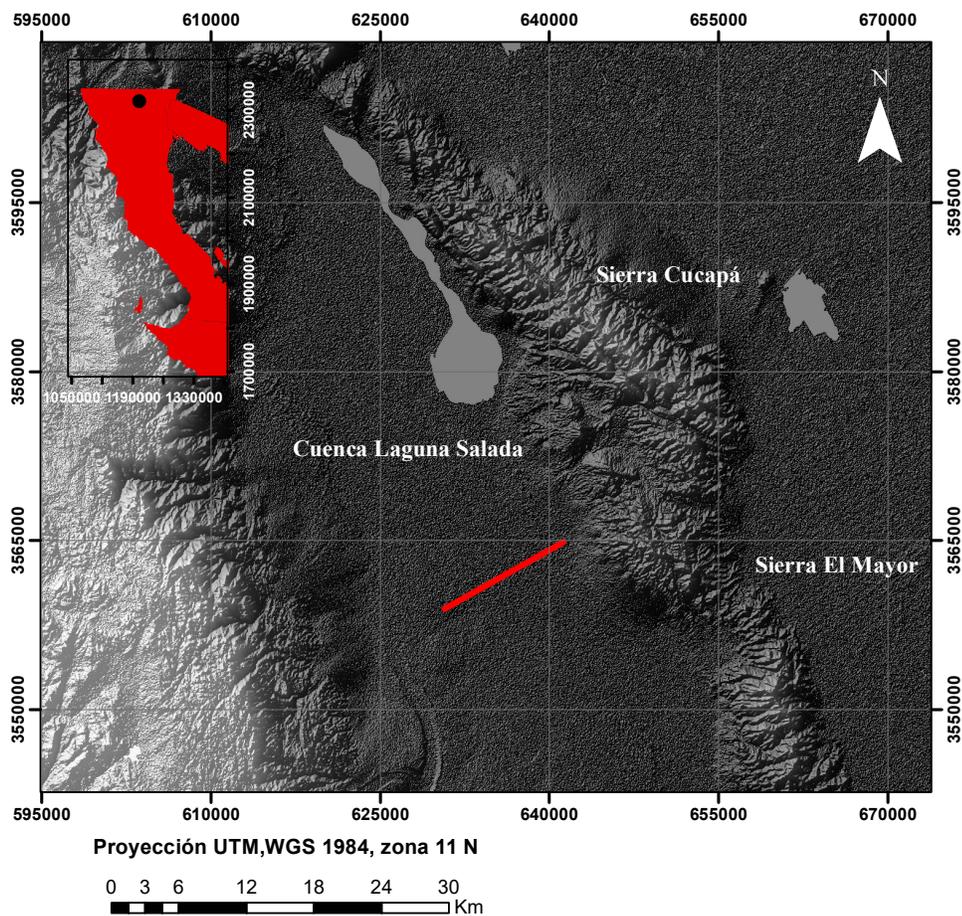


Figura 2. Zona de estudio. Perfil 4965 en rojo. DEM, res. 30 m, fuente USGS.

1.3. Hipótesis

Los métodos de migración de tiempo reverso y migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados aplicados a los datos del perfil sísmico 4965 tomados por PEMEX en Laguna Salada, Baja California, pueden ofrecer imágenes con mayor nitidez que las obtenidas por procesos de migración estándar.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Demostrar la aplicabilidad para la obtención de imágenes del subsuelo de los métodos de migración de tiempo reverso y migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados en datos de sísmica de reflexión reales.

1.4.2. Objetivos específicos

1. Adaptar la implementación del método de migración a partir de los códigos generales de migración de tiempo reverso e invertir bajo el esquema de mínimos cuadrados.
2. Verificar el método en datos reales, en particular en el perfil sísmico 4965 tomado por Pemex en Laguna Salada, Baja California.
3. Validar los resultados utilizando secciones sísmicas del área de estudio obtenidas en trabajos anteriores.

Capítulo 2. Modelado a partir de la ecuación de onda

El modelado de las ecuaciones de onda es indispensable para la inversión de datos sísmicos. Los levantamientos sísmicos se realizan con una fuente (explosivos, vibradores¹, golpes con marro) para generar un tren de ondas que recorra el subsuelo, el cuál es grabado por un tendido de geófonos que muestrean la señal a frecuencias determinadas (generalmente entre 5 y 100 Hz). Bajo estas circunstancias, el modelado se lleva a cabo considerando factores físicos existentes en la Tierra como anisotropía, heterogeneidad, atenuación, dispersión, etc. y asumiendo características más restrictivas para ciertos casos. Para el desarrollo de la presente tesis, se realizó un modelado de forma de onda acústica asumiendo un medio isótropo y heterogéneo.

La presente tesis precisa obtener imágenes de reflectividad del subsuelo de los datos del perfil antes mencionado. Se aborda desde el caso 1D para entender simplícidamente la transposición de las matrices para tener la matriz adjunta que es necesaria para obtener la inversa, ya que posteriormente al abordar el caso 2D, el orden de las matrices se entiende de mejor manera. Debe notarse que para el caso 2D la transposición es la misma, lo que cambia son las dimensiones de las matrices.

Es importante señalar que este trabajo está basado en los códigos de modelado e inversión de Ji (2009), los cuales fueron adaptados para su funcionamiento con datos reales.

2.1. Modelado de la ecuación de onda 1D

La propagación de ondas en el subsuelo se rige por las propiedades del medio que atraviesan. Existen tres tipos de ondas, ondas P (compresionales), ondas S (de corte o cizalla) y ondas superficiales, que se dividen en ondas Rayleigh (también denominadas ground roll) y ondas Love.

Para realizar el modelado deben hacerse simulaciones de ondas a través de medios de interés. La simulación para este trabajo se realizó bajo el supuesto de propagación

¹Método sísmico en el que un vibrador se utiliza como fuente de energía para generar un tren de ondas controlado.

únicamente de ondas compresionales en 1D, es decir, caso acústico, definiendo la ecuación de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = V^2(z) \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}, \quad (1)$$

donde P es el campo compresional, $V(z)$ es la función de velocidad, y t y z representan tiempo y profundidad respectivamente.

2.1.1. Implementación numérica

Para resolver las ecuaciones diferenciales parciales se realizó una discretización a la ecuación de onda acústica. La discretización de la ecuación en 1D se hizo con una aproximación por diferencias finitas centradas de segundo orden basada en la siguiente forma:

$$\frac{1}{\Delta t^2} (P_i^{n-1} - 2P_i^n + P_i^{n+1}) = \frac{V_i^2}{\Delta z^2} (P_{i-1}^n - 2P_i^n + P_{i+1}^n), \quad (2)$$

donde n e i representan los índices de discretización en tiempo y profundidad respectivamente, Δt es el intervalo de muestreo en tiempo y Δz el intervalo de muestreo en profundidad. Podemos agrupar las variables que corresponden a la función de velocidad con las de intervalo de tiempo y profundidad de la siguiente forma:

$$\alpha_i = \frac{V_i^2 \Delta t^2}{\Delta z^2}. \quad (3)$$

Para encontrar los tiempos adelantados se despeja el término P_i^{n+1} de la ecuación 2 para obtener la ecuación de extrapolación:

$$P_i^{n+1} = 2(1 - \alpha_i)P_i^n + \alpha_i(P_{i-1}^n + P_{i+1}^n) - P_i^{n-1}, \quad (4)$$

La ecuación anterior también puede ser descrita en forma matricial como sigue:

$$\mathbf{P}^{n+1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{n-1} \\ \mathbf{P}^n \end{bmatrix}, \quad (5)$$

donde \mathbf{P}^{n+1} , \mathbf{P}^n y \mathbf{P}^{n-1} son vectores con elementos en función de nz que representan los campos de onda a los tiempos $n + 1$, n y $n - 1$ respectivamente. El término \mathbf{I} representa la matriz identidad, y \mathbf{T} representa una matriz tridiagonal que contiene los valores α ; la matriz tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 2(1 - \alpha_0) & \alpha_0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 2(1 - \alpha_1) & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{nz-1} & 2(1 - \alpha_{nz-1}) & \alpha_{nz-1} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{nz} & 2(1 - \alpha_{nz}) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

La ecuación 4 puede ser descrita además, mediante una operación de matrices, en la que a modo de ejemplo se muestran con cuatro nodos en tiempo ($nt = 4$) y cinco nodos en profundidad ($nz = 5$).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_0 & \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{d}, \quad (7)$$

donde $\mathbf{m} = [m_0, m_1, m_2, m_3, m_4]^T$ es el modelo en $t = 0$, que tendrá tantas muestras como nodos en profundidad nz , $\mathbf{d} = [d_0, d_1, d_2, d_3]$ es el vector de los datos una vez medido el campo de ondas, con el número de muestras gobernado por los nodos en tiempo nt , \mathbf{I} y $\mathbf{0}$ representan las matrices identidad y ceros respectivamente con dimensiones $nz \times nz$. El último arreglo matricial \mathbf{S}_n , muestrea el campo de ondas en superficie, que pueden interpretarse como sensores y tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \dots \quad (8)$$

El estencil² que operará en todo el espacio 1D a extrapolar se muestra en la figura 3.

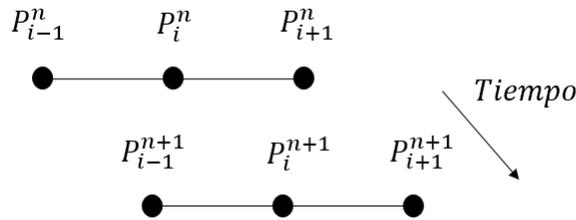


Figura 3. Estencil 1D para el modelado directo.

2.1.2. Condiciones de frontera

Las ecuaciones en la frontera para el caso 1D se modifican, por tanto, el estencil en esos puntos es diferente. Las siguientes ecuaciones gobiernan el comportamiento de la propagación en los límites de la malla. Específicamente para el primer valor, cuando $n = 1$ e $i = 1$, se tiene:

$$P_1^2 = \alpha_1 (P_2^1 - 2P_1^1) + 2P_1^1. \quad (9)$$

²Plantilla matemática que se recorre a lo largo de un espacio a utilizar, como en una malla de diferencias finitas.

Para n, nz , la ecuación es la siguiente:

$$P_{nz}^{n+1} = \alpha_{nz} (P_{nz-1}^n - 2P_{nz}^n) - P_{nz}^{n-1} + 2P_{nz}^n, \quad (10)$$

específicamente para el primer paso de tiempo se tiene:

$$P_{nz}^2 = \alpha_{nz} (P_{nz-1}^1 - 2P_{nz}^1) + 2P_{nz}^1, \quad (11)$$

donde nz representa el último valor contenido en el vector.

Para evitar reverberaciones no deseadas en el espacio de interés, se deben reducir las reflexiones en los límites del mallado a utilizar. Para este código el autor implementó las condiciones de frontera descritas por Cerjan *et al.* (1985), condiciones que absorben las ondas en regiones específicas en la malla a razón de la siguiente ecuación:

$$G(i) = \exp^{-[b(N-i)]^2}, \quad (12)$$

donde i es la distancia (en puntos de la malla) desde la frontera, b es un factor de amortiguamiento y N es el número de valores que serán amortiguados. La ecuación se aplica para los primeros N valores, amortiguando así la llegada del tren de ondas en el límite del mallado.

2.2. Migración de tiempo reverso 1D

La ecuación 4 es la manera convencional para aplicar la extrapolación en tiempo. A continuación se muestra la formulación propuesta por Ji (2009), para obtener una aproximación exacta de la adjunta de la matriz.

La relación existente entre la adjunta de la matriz y su inversa está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{(\text{Adj}(\mathbf{A}))'}{|\mathbf{A}|}, \quad (13)$$

donde Adj representa la matriz adjunta; el operador $'$ es transposición y $|\mathbf{A}|$ es la determinante de \mathbf{A} , la matriz adjunta está dada por:

$$\text{Adj}(\mathbf{A})_{i,j} = (-1)^{i+j} \cdot |\mathbf{A}|. \quad (14)$$

A pesar de que muchos operadores de migración tienen buenas aproximaciones para los adjuntos de los operadores de modelado directo, éstos no son adjuntos exactos y no pasan la prueba del producto punto (Claerbout, 1992).

Convencionalmente, RTM se implementa extrapolando el campo de ondas hacia atrás en el tiempo; aunque la extrapolación de tiempo inverso es conceptualmente el adjunto de la extrapolación de tiempo directo. Esta extrapolación no garantiza la precisión numérica de los operadores. Si se requiere un par exacto, se debe construir un operador para que sea el adjunto del otro (Ji, 2009).

La migración de tiempo reverso puede realizarse transponiendo la ecuación 7, con esto se consigue obtener el adjunto de la extrapolación de tiempo directo como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{T}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{T}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{T}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_0 \\ \mathbf{S}'_1 \\ \mathbf{S}'_2 \\ \mathbf{S}'_3 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{m}}, \quad (15)$$

donde \mathbf{T}' y \mathbf{S}'_i son los transpuestos de \mathbf{T} y \mathbf{S}_i respectivamente y \mathbf{m} es el modelo resultado de la migración. La ecuación 15 realiza la extrapolación de tiempo reverso pero difiere de la extrapolación convencional. Las diferencias consisten en que la extrapolación convencional utiliza los campos de onda de dos pasos de tiempo pasados juntos para un paso de tiempo nuevo, y la formulación de tiempo reverso utiliza los dos campos de onda anteriores por separado para obtener el modelo (Ji, 2009). La formulación de tiempo reverso pasa la prueba del producto punto de (Claerbout, 1992).

Para minimizar los artefactos en las fronteras provocados por el uso de RTM y LSRTM, existe la modificación de la ecuación de onda (Baysal *et al.*, 1984; Fletcher *et al.*, 2005), el uso de condiciones de imagen que permitan que sólo la energía creada por reflexiones se mantenga en la imagen final (Valenciano y Biondi, 2003; Yoon *et al.*, 2004), y el filtrado de los artefactos después de la imagen (Biondi y Shan, 2002; Sava y Fomel, 2005) (Ji, 2009).

2.3. Migración de tiempo reverso 1D con mínimos cuadrados

2.3.1. Minimización de la función objetivo

El enfoque utilizado para resolver el problema de los artefactos provocados por la aplicación de un operador no lineal, es el método de migración con mínimos cuadrados (Ji, 1992; Cole y Karrenbach, 1992; Nemeth *et al.*, 1999).

La inversión por mínimos cuadrados optimiza una función objetivo de la manera:

$$\min_{\mathbf{m}} f(\mathbf{m}) = \min_{\mathbf{m}} \|\mathbf{d} - \mathbf{W}\mathbf{m}\|^2, \quad (16)$$

done \mathbf{W} representa el operador de modelado directo mostrado en la ecuación 7.

2.3.2. Gradientes conjugados

Para resolver la ecuación anterior se utilizó el algoritmo de gradientes conjugados de (Claerbout, 1992), un solucionador iterativo de mínimos cuadrados.

El vector de residuales se define de la siguiente manera:

$$\mathbf{R} = \mathbf{d} - \mathbf{W}\mathbf{m}. \quad (17)$$

Sea \mathbf{g} la dirección del gradiente. Se observa que \mathbf{g} tiene el mismo número de componentes que \mathbf{m} . Podemos agregar una cantidad desconocida ζ del vector \mathbf{g} al vector \mathbf{m} , cambiando así \mathbf{m} a $\mathbf{m} + \zeta\mathbf{g}$.

El nuevo residual $\mathbf{R} + \mathbf{dR}$ es:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} + \mathbf{dR} &= \mathbf{d} - \mathbf{W}(\mathbf{m} + \zeta\mathbf{g}), \\ &= \mathbf{d} - \mathbf{W}\mathbf{m} - \zeta\mathbf{W}\mathbf{g}, \\ &= \mathbf{R} - \zeta\mathbf{G}, \end{aligned} \quad (18)$$

donde \mathbf{G} es una función de ajuste. Ahora se busca minimizar el producto punto:

$$(\mathbf{R} + \mathbf{dR}) \cdot (\mathbf{R} + \mathbf{dR}) = (\mathbf{R} - \zeta\mathbf{G}) \cdot (\mathbf{R} - \zeta\mathbf{G}). \quad (19)$$

Igualando a cero la derivada con respecto a ζ se obtiene:

$$\zeta = \frac{(\mathbf{R} \cdot \mathbf{G})}{(\mathbf{G} \cdot \mathbf{G})}. \quad (20)$$

Regresando a la solución para gradientes conjugados, el paso de solución (de una

iteración a otra) y el gradiente son:

$$\mathbf{M} = \mathbf{W} \mathbf{m}, \quad (21)$$

$$\mathbf{S}_j = \mathbf{W} \mathbf{s}_j, \quad (22)$$

$$\mathbf{G}_j = \mathbf{W} \mathbf{g}_j. \quad (23)$$

La combinación lineal en el espacio solución, $\mathbf{s} + \mathbf{g}$, corresponde a $\mathbf{S} + \mathbf{G}$ en el espacio conjugado, porque $\mathbf{S} + \mathbf{G} = \mathbf{W} \mathbf{s} + \mathbf{W} \mathbf{g} = \mathbf{W}(\mathbf{s} + \mathbf{g})$, de acuerdo a la ecuación 17, el residual es:

$$\mathbf{R} = \mathbf{d} - \mathbf{W} \mathbf{m} = \mathbf{d} - \mathbf{M}. \quad (24)$$

La solución \mathbf{m} se obtiene por pasos sucesivos \mathbf{s}_j como sigue:

$$\mathbf{m} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3 + \dots \quad (25)$$

El último paso de cada iteración es actualizar la solución y el residual:

<i>actualización de la solución</i>	$\mathbf{m} \leftarrow \mathbf{m} + \mathbf{s}_j$
<i>actualización del residual</i>	$\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{R} - \mathbf{S}_j$

El vector gradiente \mathbf{g} es un vector con el mismo número de componentes que el vector solución \mathbf{m} . Un vector con este número de componentes:

$$\mathbf{g} = \mathbf{M}' \mathbf{R} = \text{gradiente}, \quad (26)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{M} \mathbf{g} = \text{gradiente conjugado}. \quad (27)$$

La minimización de la ecuación 19 es ahora generalizada, no sólo para buscar ζ , ahora también para buscar η . La combinación de dos líneas es un plano:

$$Q(\zeta, \eta) = (\mathbf{R} - \zeta\mathbf{G} - \eta\mathbf{S}) \cdot (\mathbf{R} - \zeta\mathbf{G} - \eta\mathbf{S}). \quad (28)$$

El mínimo es encontrado en $\partial Q/\partial \zeta = 0$ y $\partial Q/\partial \eta = 0$, es decir,

$$0 = \mathbf{G} \cdot (\mathbf{R} - \zeta\mathbf{G} - \eta\mathbf{S}), \quad (29)$$

$$0 = \mathbf{S} \cdot (\mathbf{R} - \zeta\mathbf{G} - \eta\mathbf{S}). \quad (30)$$

La solución es:

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \eta \end{bmatrix} = \frac{1}{(\mathbf{G} \cdot \mathbf{G})(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}) - (\mathbf{G} \cdot \mathbf{S})^2} \begin{bmatrix} (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}) & -(\mathbf{S} \cdot \mathbf{G}) \\ -(\mathbf{G} \cdot \mathbf{S}) & (\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{G} \cdot \mathbf{R}) \\ (\mathbf{S} \cdot \mathbf{R}) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Todo el desarrollo anterior fue obtenido de Claerbout *et al.* (2004) escribiendo las ecuaciones con la nomenclatura del presente trabajo.

El código utilizado así como algunas variantes y los algoritmos para su programación se encuentran explicados a detalle en la cita anterior.

2.3.3. Implementación computacional

El programa base utilizado para el modelado e inversión de los datos utilizados se desarrolló en Fortran90 por Ji (2009), con implementaciones y códigos de librerías SEPlib (Stanford Exploration Project), código que fue modificado para los fines de la presente tesis y para poder funcionar únicamente con Fortran90, sin dependencias de librerías extra.

Las fuentes y los modelos utilizados para los casos sintéticos se generaron en Matlab, eliminando así la dependencia del programa original a utilizar librerías 'SEPlib'. Cabe destacar que al utilizar el programa original, partes importantes del proceso no eran claras o evidentes, ya que algunos códigos se encuentran embebidos dentro de archivos binarios, por ello, reescribir los códigos fue importante para controlar el flujo de datos.

En la figura 4 se muestran los pasos simplificados a seguir para obtener el vector de datos **d** a partir del código de modelado en una dimensión y para obtener el modelo **m** en caso de tener datos externos o del mismo modelado.

La complejidad de los códigos incrementa para el caso en dos dimensiones que se verá en los siguientes apartados. En la figura 4 se puede notar que sólo existen dos ciclos, el ciclo general de pasos de tiempo representado en las ecuaciones anteriores como n y los pasos en profundidad representados por i .

La migración de tiempo reverso comienza utilizando como entrada, el vector de datos **d**.

La variable *adj* que aparece en el diagrama representa la condicional para indicarle al código si realizar el modelado directo ($adj = 0$) o RTM ($adj = 1$).

Los datos exportados del modelado representan la sección sísmica o lo que también se conoce como shot gather. En la figura 35 del capítulo de resultados se muestra una sección de shot gather con una fuente al centro para un modelo de capas horizontales y capas inclinadas con un registro total de un segundo.

2.4. Modelado de la ecuación de onda 2D

Con las mismas consideraciones que se manejaron para el modelado de la ecuación de onda 1D, ahora se parte de la ecuación de onda acústica en dos dimensiones:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = V^2(z, x) \left(\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right), \quad (32)$$

donde z y x representan profundidad y distancia respectivamente.

2.4.1. Implementación numérica

De manera análoga al caso 1D se debe resolver la ecuación diferencial parcial en dos dimensiones. Aplicando la discretización por diferencias finitas centradas de segundo orden a la ecuación de onda acústica en dos dimensiones se tiene:

$$\frac{1}{\Delta t^2} (P_{i,j}^{n-1} - 2P_{i,j}^n + P_{i,j}^{n+1}) = \frac{V_{i,j}^2}{\Delta z^2} (P_{i-1,j}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i+1,j}^n) + \frac{V_{i,j}^2}{\Delta x^2} (P_{i,j-1}^n - 2P_{i,j}^n + P_{i,j+1}^n), \quad (33)$$

donde n , i y j son los índices que representan la discretización en tiempo, profundidad y distancia, mientras que Δt , Δz y Δx , representan los intervalos de muestreo en tiempo, profundidad y distancia respectivamente. Los incrementos Δz y Δx son iguales, por ello las mallas para las simulaciones son cuadradas. Bajo esta condición podemos formular un nuevo α que contendrá las velocidades y los incrementos de la siguiente forma:

$$\alpha_{i,j} = \frac{V_{i,j}^2 \Delta t^2}{\Delta z^2}. \quad (34)$$

Para encontrar los tiempos adelantados o futuros del campo de ondas, se despeja la variable correspondiente y se obtiene la siguiente ecuación:

$$P_{i,j}^{n+1} = 2(1 - 2\alpha_{i,j})P_{i,j}^n + \alpha_{i,j}(P_{i-1,j}^n + P_{i+1,j}^n + P_{i,j-1}^n + P_{i,j+1}^n) - P_{i,j}^{n-1}, \quad (35)$$

La ecuación 35 extrapola la profundidad y la distancia en el tiempo, creando así una historia de propagación o evolución en el tiempo.

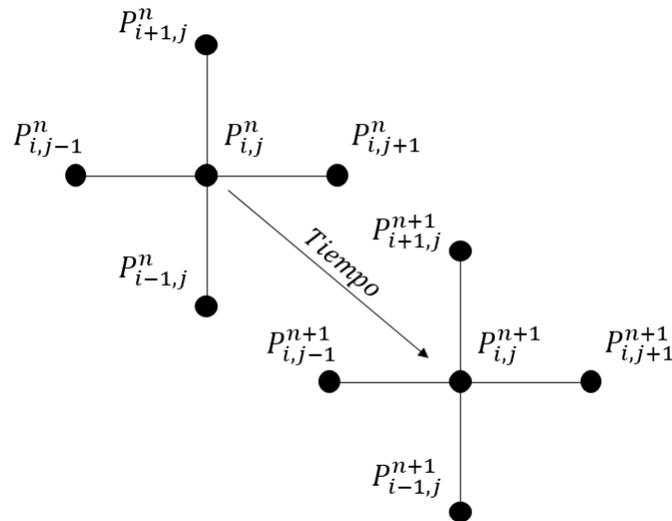


Figura 5. Estencil 2D para el modelado directo.

Para visualizar de manera ilustrativa cómo el estencil va generando sobre la malla todos los cálculos necesarios, la figura 5 muestra los puntos necesarios para una distancia = 3, profundidad = 3, en un mismo tiempo ($n=1$, por ejemplo, figura 6).

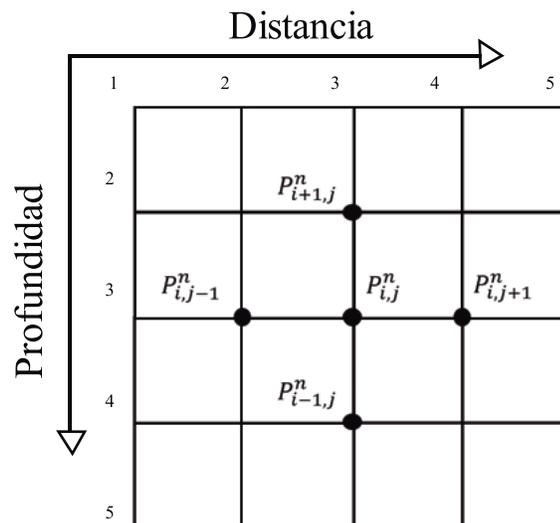


Figura 6. Operación secuencial del estencil para cada punto en la malla.

2.4.2. Condiciones de frontera

Las ecuaciones en las fronteras para este caso son específicas para cada esquina y para las partes superior e inferior de la malla, comenzando con las ecuaciones que rigen el comportamiento en la parte superior e inferior tenemos:

Para $i = 1$:

$$P_{1,j}^{n+1} = (2 - 4\alpha_{1,j})P_{1,j}^n - P_{1,j}^{n-1} + \alpha_{1,j}(P_{1,j}^n + P_{1,j+1}^n + P_{1,j-1}^n). \quad (36)$$

Para $i = nz$:

$$P_{nz,j}^{n+1} = (2 - 4\alpha_{nz,j})P_{nz,j}^n - P_{nz,j}^{n-1} + \alpha_{nz,j}(P_{nz-1,j}^n + P_{nz,j+1}^n + P_{nz,j-1}^n). \quad (37)$$

Las cuatro ecuaciones siguientes se aplican en las esquinas del modelo:

Para $(i, j) = (1, 1)$:

$$P_{1,1}^{n+1} = (2 - 4\alpha_{1,1})P_{1,1}^n - P_{1,1}^{n-1} + \alpha_{1,1}(P_{1,1}^n + P_{1,2}^n). \quad (38)$$

Para $(i, j) = (nz, 1)$:

$$P_{nz,1}^{n+1} = (2 - 4\alpha_{nz,1})P_{nz,1}^n - P_{nz,1}^{n-1} + \alpha_{nz,1}(P_{nz,2}^n + P_{nz-1,1}^n). \quad (39)$$

En el punto $(i, j) = (1, nx)$:

$$P_{1,nx}^{n+1} = (2 - 4\alpha_{1,nx})P_{1,nx}^n - P_{1,nx}^{n-1} + \alpha_{1,nx}(P_{1,nx-1}^n + P_{2,nx}^n). \quad (40)$$

Por último para $(i, j) = (nz, nx)$:

$$P_{nz,nx}^{n+1} = (2 - 4\alpha_{nz,nx})P_{nz,nx}^n - P_{nz,nx}^{n-1} + \alpha_{nz,nx}(P_{nz-1,nx}^n + P_{nz,nx-1}^n). \quad (41)$$

Las fronteras absorbentes funcionan de la misma manera que se mostró en la sección de condiciones de frontera del modelado 1D. En este caso las fronteras absorbentes se aplican para las partes laterales y para la base, en los costados se aplican condiciones de Dirichlet. La figura 7 muestra en la malla 2D dónde se aplica cada una de las ecuaciones anteriores.

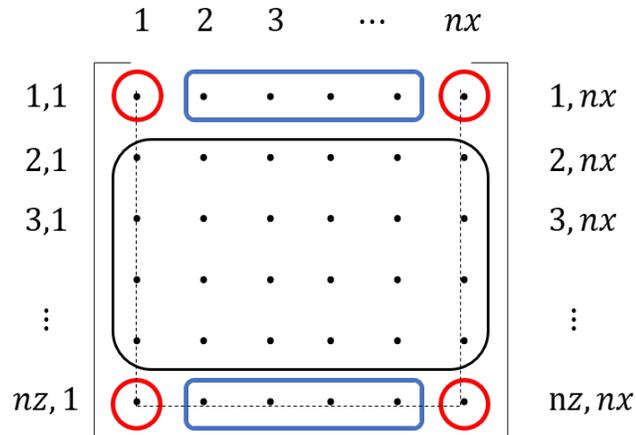


Figura 7. Matriz ejemplificada donde operan las ecuaciones a utilizar para cada esquina, primera y última fila (rectángulos azules), la línea punteada representa la aplicación de la función de amortiguamiento (izquierda, derecha y abajo) y la ecuación general de extrapolación para la zona dentro del recuadro negro.

2.5. Migración de tiempo reverso 2D

La representación matricial para el operador RTM 2D es la misma que la presentada en la ecuación 7, lo que cambia es el tamaño de estas matrices.

Ahora se trabaja con un campo de ondas en dos dimensiones y para mostrar esto, se presenta un espacio $(nt, nz, nx) = (4, 5, 6)$, siendo nx los nodos en distancia. De este modo el vector \mathbf{m} tiene una dimensión de $5 \times 6 = 30$, el vector \mathbf{d} , tiene dimensiones $4 \times 5 = 20$, por lo tanto, las submatrices \mathbf{I} y \mathbf{O} de la ecuación 7 tienen dimensiones 30×30 , ahora la matriz tridiagonal \mathbf{T} tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{A}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{R}_1 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 & \mathbf{R}_2 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_3 & \mathbf{R}_3 & \mathbf{A}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_4 & \mathbf{R}_4 & \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_5 & \mathbf{R}_5 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Aquí, \mathbf{A}_j es una matriz diagonal que contiene los parámetros correspondientes $\alpha_{i,j}$ como elementos a lo largo de su diagonal, tiene la forma:

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} \alpha_{0,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{1,j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{2,j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{3,j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{4,j} \end{bmatrix}. \quad (43)$$

La submatriz \mathbf{R}_j es una matriz tridiagonal con la forma:

$$\mathbf{R}_j = \begin{bmatrix} 2(1-2\alpha_{0,j}) & \alpha_{0,j} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{1,j} & 2(1-2\alpha_{1,j}) & \alpha_{1,j} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{2,j} & 2(1-2\alpha_{2,j}) & \alpha_{2,j} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{3,j} & 2(1-2\alpha_{3,j}) & \alpha_{3,j} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{4,j} & 2(1-2\alpha_{4,j}) \end{bmatrix}. \quad (44)$$

El operador adjunto puede obtenerse sustituyendo la nueva forma transpuesta de \mathbf{T} (ecuación 42) en la ecuación 7 junto con las nuevas matrices \mathbf{I} , $\mathbf{0}$ y \mathbf{S}_i .

2.6. Migración de tiempo reverso 2D con mínimos cuadrados

El desarrollo para llevar a cabo la migración con base en el esquema de mínimos cuadrados para el caso 2D se realiza con el algoritmo de Claerbout (1992), el cambio que debe hacerse es sólo preparar los datos adecuadamente para el correcto funcionamiento, para la concordancia en dimensiones de las matrices en dos dimensiones.

2.6.1. Implementación computacional

Con base en las modificaciones realizadas al algoritmo de Ji (2009), se muestran diagramas de flujo que denotan las partes del proceso para poder obtener una imagen del subsuelo a partir de los métodos RTM y LSRTM.

En la figura 8 se muestra el diagrama de flujo para el modelado y RTM. En los ciclos anidados para el modelado, el más interno corresponde a la variable que gobierna los pasos en distancia o longitud j , posteriormente los pasos en profundidad i y finalmente los pasos en tiempo n , que va desde el primer paso hasta el último representado por nt . Para RTM, los ciclos anidados son similares, la diferencia radica en que se comienza desde el último paso en tiempo nt , hasta el primero.

La figura 9 representa el proceso LSRTM para el caso 1D y 2D, la diferencia es la salida de los resultados: 1D vector, 2D matriz.

Para comprender mejor que es lo que sucede en el proceso LSRTM, en la figura 9 se explica a detalle que variables se introducen al código de gradientes conjugados para poder iterar el método.

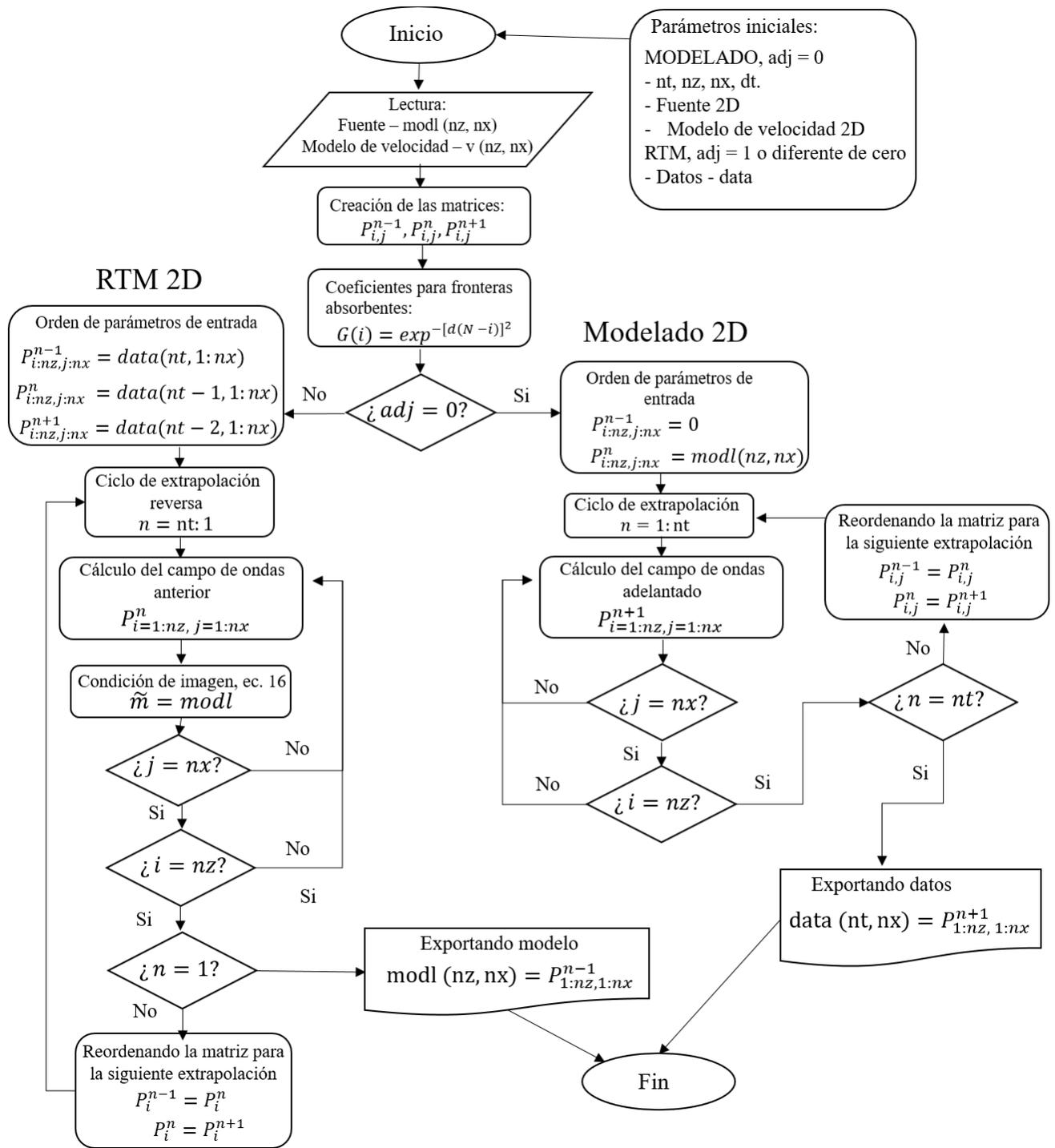


Figura 8. Diagrama de flujo para el modelado 2D y la migración de tiempo reverso. Note que para realizar el proceso RTM son necesarios también los parámetros para modelado a excepción de la fuente, las velocidades del modelo así como el intervalo de muestreo se utilizan intrínsecamente en cada ecuación de extrapolación.

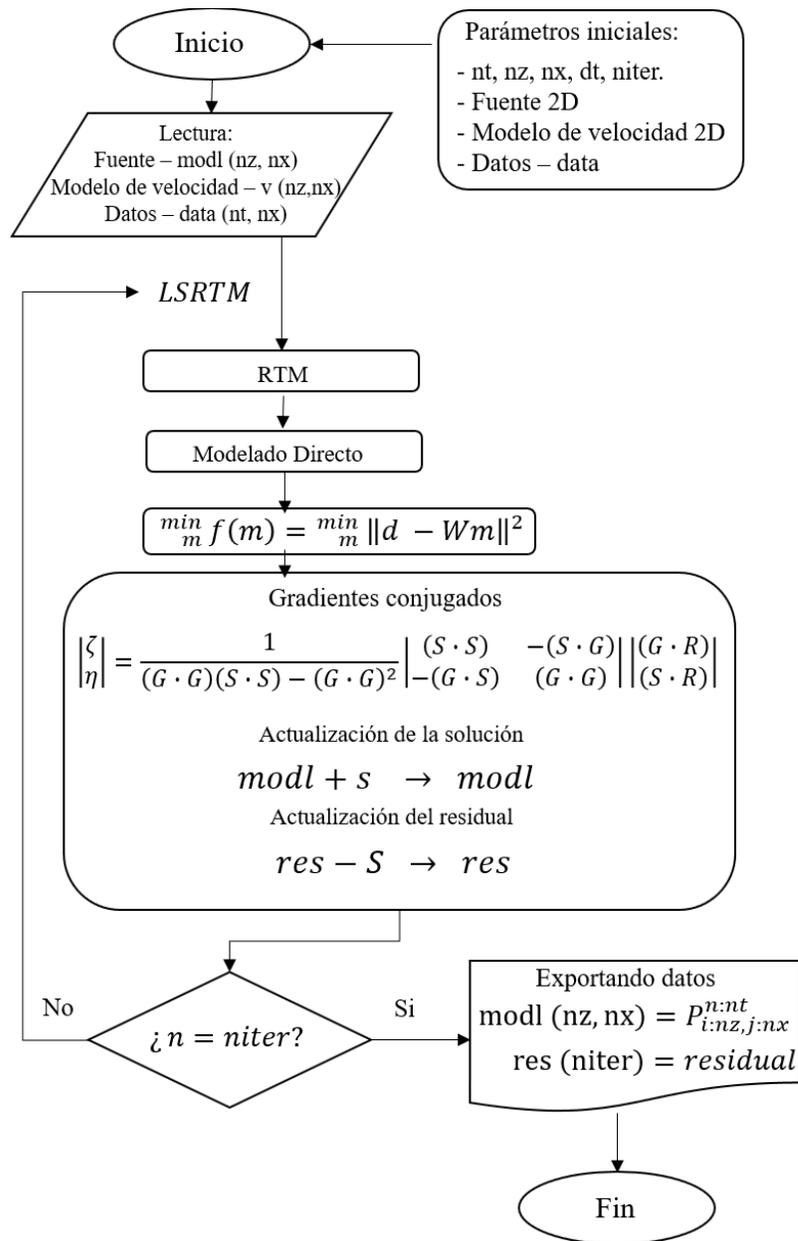


Figura 9. Proceso LSRTM que consiste en el cálculo iterativo de nuevos modelos a partir de una actualización en la solución (nuevo modelo del subsuelo, ya sea prueba sintética o datos reales) y una actualización de residuales que permite limitar el número de iteraciones con la convergencia de éstos. niter = número máximo de iteraciones.

Con base en las ecuaciones del método gradientes conjugados, se muestran en primera instancia los parámetros y/o variables necesarias para poder utilizar este algoritmo que está en función de lo siguiente:

$cgstep(iter, n_{zx}, model, dmodel, smodel, n_{tx}, rr, gg, ss)$

donde $iter$ es el número de iteraciones que realiza el código, n_{zx} representa el número de valores contenidos en el vector o en la matriz del modelo, si del caso 1D se trata, se debe colocar el número de valores en profundidad n_z , para el caso 2D se debe colocar la multiplicación del número de valores en profundidad y distancia $n_z \times n_x$. En la variable $model$ se escribe un vector o matriz con las dimensiones que se estén utilizando ($n_z \times n_x$ como en el ejemplo de la sección 2.5) esta es la solución a actualizar representada por \mathbf{m} en la presente tesis. Se sustituye $dmodel$ por el modelo obtenido del programa de modelado. Para $smodel$ se escribe una matriz o vector con las mismas dimensiones que el modelo ($n_z \times n_x$ como en el ejemplo de la sección 2.5).

Continuando con las siguientes cuatro variables, n_{tx} debe sustituirse por la multiplicación del número de valores en tiempo y distancia $nt \times n_x$ (solo por nt en 1D). Debe cambiarse rr por los datos de salida de RTM o por los datos externos. Se sustituye gg por los nuevos datos calculados del modelado y ss es un vector o matriz (según sea el caso 1D o 2D) con las mismas dimensiones que la de los datos de salida de RTM (sección sísmica o shot gather).

Con base en las ecuaciones descritas en la sección gradientes conjugados, tenemos a $model$ como la solución por pasos sucesivos representada por la ecuación 25, el gradiente $dmodel$ como la ecuación 26, el paso solución o paso del modelo $smodel$ como la ecuación 22, rr representado en la ecuación 24 como el residual, el gradiente conjugado gg gobernado por la ecuación 27, y ss como el paso conjugado.

Teniendo todos los parámetros adecuados se realiza el proceso LSRTM mostrado en la figura 9 donde internamente el código de gradientes conjugados reescribe el modelo actualizando la solución y el residual. Cuando se termina el proceso interno, se tiene un nuevo modelo que pasa nuevamente al proceso RTM, posteriormente al proceso de modelado y nuevamente a gradientes conjugados. Al terminar las iteraciones deseadas se puede notar en los residuales una convergencia, el error medio cuadrático generado ya no cambia significativamente.

2.7. Reflectores explosivos

Esta teoría es una manera de experimentar qué pasaría si en los límites de los cambios litológicos hubiera un gran número de fuentes a lo largo de los reflectores y se activaran o explotaran repentinamente. La figura 10 muestra dos situaciones de propagación de ondas, la primera es el caso realista, donde en superficie se tiene la fuente y los geófonos que recibirán la información del campo de ondas que ha recorrido el subsuelo, el segundo caso muestra las fuentes en los reflectores y los sensores en superficie.

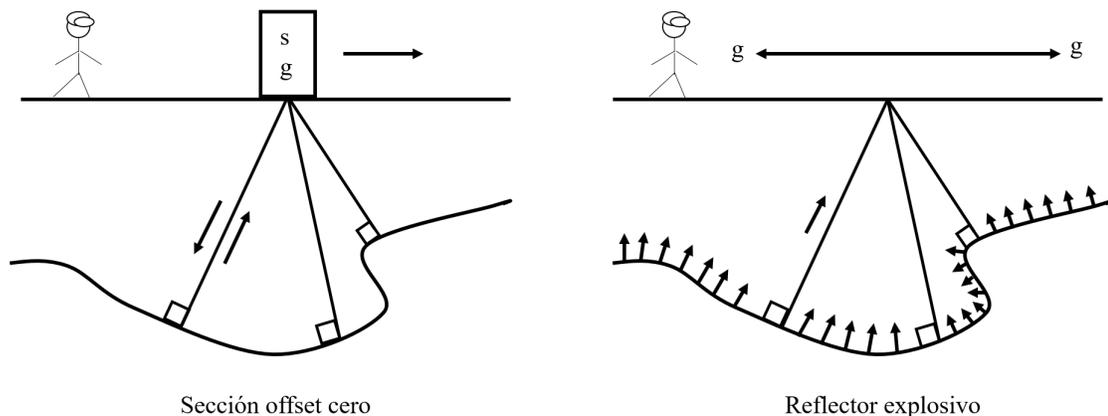


Figura 10. De lado izquierdo el caso real con una distancia fuente receptor cero y de lado derecho el caso de reflectores explosivos donde los rayos únicamente suben. Redibujado de Claerbout (1985).

Observe en la figura que las trayectorias de rayos en el caso del levantamiento de campo parecen ser las mismas que en el caso del reflector explosivo. Es una gran ventaja conceptual imaginar que los dos campos de ondas, el observado y el hipotético, son de hecho iguales. Si son iguales, entonces se pueden ignorar los múltiples experimentos que realmente se han hecho, y la atención se puede enfocar en el único experimento hipotético. Una diferencia obvia entre los dos casos es que en el caso real, el campo de ondas primero debe descender y luego regresar hacia arriba a lo largo del mismo camino, mientras que en el experimento hipotético simplemente suben. (Claerbout, 1985).

El concepto de reflectores explosivos tiene 3 grandes limitantes, a pesar de ser una analogía poderosa. Para las personas que pasan su tiempo trabajando en la interpretación de datos en lugar del procesamiento, el concepto del reflector explosivo es

una manera de interpretar los contrastes en el subsuelo, pero para los que trabajan en procesamiento de datos, el reflector explosivo tiene una grave deficiencia. Nadie ha descubierto aún cómo extender el concepto para aplicarlo a los datos registrados en offset cero. En un levantamiento de prospección marina moderna, no hay un hidrófono sino cientos, que están colgados en un cable remolcado detrás del barco. El cable de grabación suele tener una longitud de cientos de metros a varios kilómetros. La profundidad de alcance puede ser de varios kilómetros. Entonces, en la práctica los ángulos de incidencia son grandes (Claerbout, 1985).

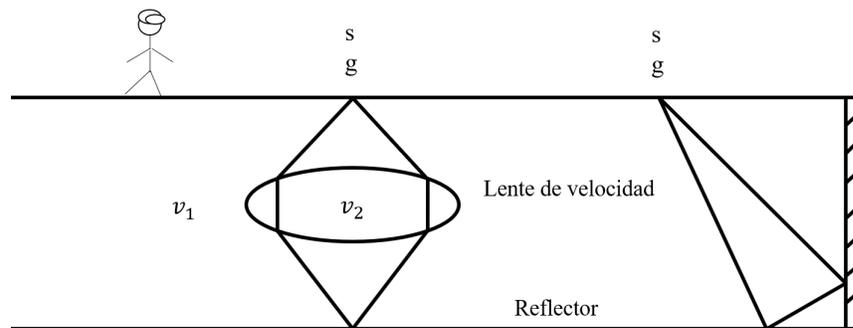


Figura 11. Rayos que no predice la teoría de reflectores explosivos. Redibujado de Claerbout (1985).

Claerbout (1985) menciona que este concepto incluso con offset-cero no es cuantitativamente correcto. La figura 11 muestra los rayos que este modelo no predice. Estos rayos estarán presentes en una sección de offset-cero pero se requiere de variación lateral para que esta situación exista. En segundo lugar, este concepto falla cuando existen múltiples reflexiones y, por último, las ondas tendrían la misma polaridad en ambos lados de la interfaz, pero físicamente este no es necesariamente el caso.

¿Por qué utilizar el concepto de reflectores explosivos?, el uso de esta teoría ayuda al desarrollo de códigos de migración de tiempo reverso, ya que, si el código puede revertir la fuente a su punto de origen, entonces estaríamos viendo los reflectores deseados. Con esto se pueden reducir las reverberaciones y artefactos, debido a que todas las perturbaciones que se observan después del modelado, se saben con seguridad, no pertenecen al campo de ondas inicial que emana desde los reflectores, por ende, al aplicar los procesos de minimización se puede notar qué tan efectivos son los métodos en desaparecer los efectos no deseados.

Capítulo 3. Resultados

Esta sección contiene los resultados obtenidos de los experimentos realizados con los modelos sintéticos propuestos por Ji (2009) y de modelos sintéticos con capas inclinadas. Se procesaron los datos del perfil sísmico de Laguna Salada, mostrando una estructura final que pudo compararse con modelos disponibles de la zona de estudio en trabajos anteriores.

El desarrollo de esta metodología para su aplicación a los datos reales tiene restricciones en cuanto a la obtención de resultados, se modeló a partir de la ecuación de onda acústica 1D y 2D, bajo un caso isótropo y heterogéneo, por tanto los resultados que se observan en este trabajo son asumiendo únicamente reflexiones en el medio, dejando de lado las ondas de corte y ondas superficiales.

En los casos sintéticos, al utilizar más de una fuente para el modelado, los datos fueron apilados antes de entrar a los procesos RTM y LSRTM.

Para los casos reales se apiló la información por cada disparo realizado en las simulaciones, pero se utilizaron todas las trazas de los datos reales, 4799 trazas con 3072 muestras por traza.

Es importante remarcar que no se apilan los datos de campo, lo que se apila es la información obtenida de las simulaciones, esto debido al modelado, que por cada iteración se genera un nuevo modelo. Si los datos reales se apilan antes del proceso, las dimensiones de las matrices a utilizar no concordarán, por lo que no se obtendrá una imagen coherente.

El apilado que se obtiene de los datos de campo en los resultados de los trabajos anteriores, es un apilado por puntos de profundidad común (CDP por sus siglas en inglés), pero no un apilado por disparo por cada fuente.

A continuación se muestra la reproducción de resultados 1D y 2D con base en la teoría de reflectores explosivos, los modelos propuestos con fuentes superficiales y posteriormente la aplicación del método al perfil de datos reales.

3.1. Modelos sintéticos 1D con reflectores explosivos

Bajo la teoría de reflectores explosivos, Ji (2009) propone un modelo de dos capas y un semiespacio. Para este modelo inserta una fuente con dos pulsos, uno en cada límite de las capas del modelo. El modelo y la señal se muestran en la figura 12.

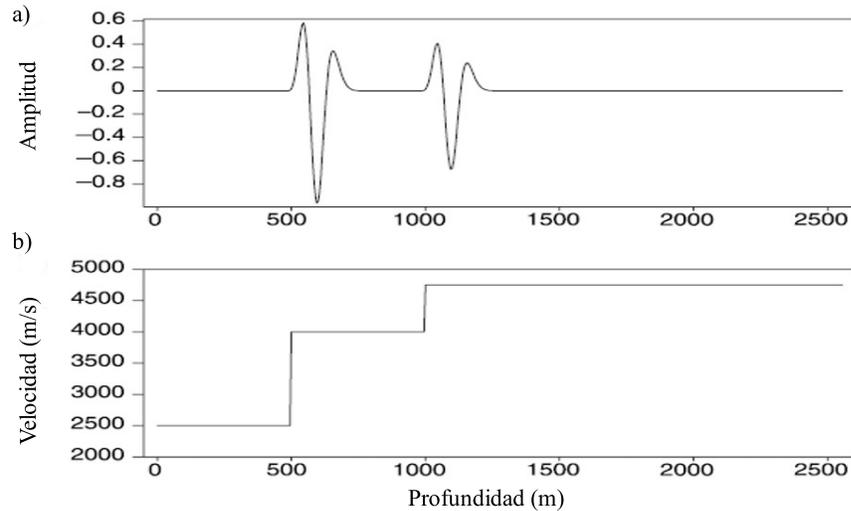


Figura 12. (a) Fuente inicial, campo de ondas en $t = 0$ y (b) modelo de velocidad 1D. Modificado de Ji (2009).

En la figura 13 se muestra que la migración de tiempo reverso recupera la firma de la fuente, extrapolando el campo de ondas hasta llegar al tiempo inicial de propagación, pero con ruido antes y después de la fuente, en cambio, LSRTM recupera la firma de la fuente con ruido casi nulo.

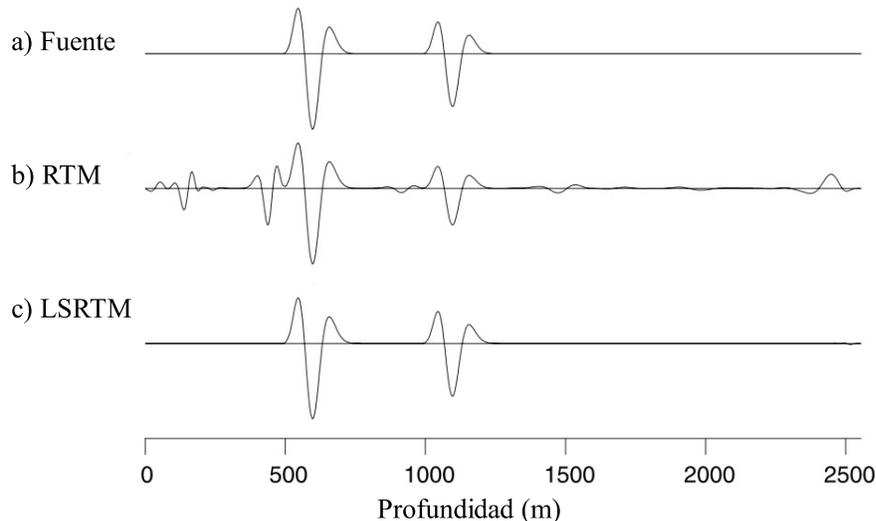


Figura 13. (a) Fuente inicial, campo de ondas en $t = 0$, (b) resultado aplicando RTM, (c) resultado aplicando LSRTM. Modificado de Ji (2009).

Los resultados con las modificaciones del código se muestran en las figuras 14 y 15

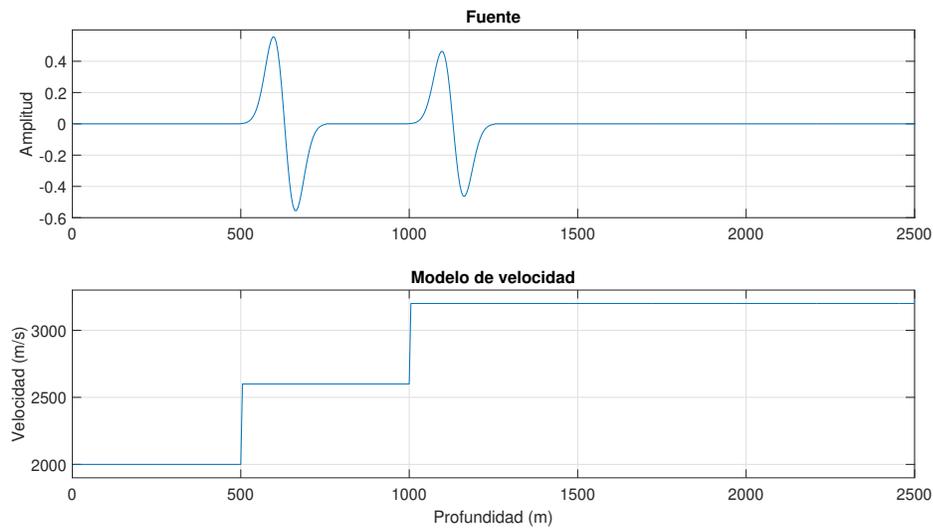


Figura 14. Arriba fuente inicial, abajo, modelo de velocidad.

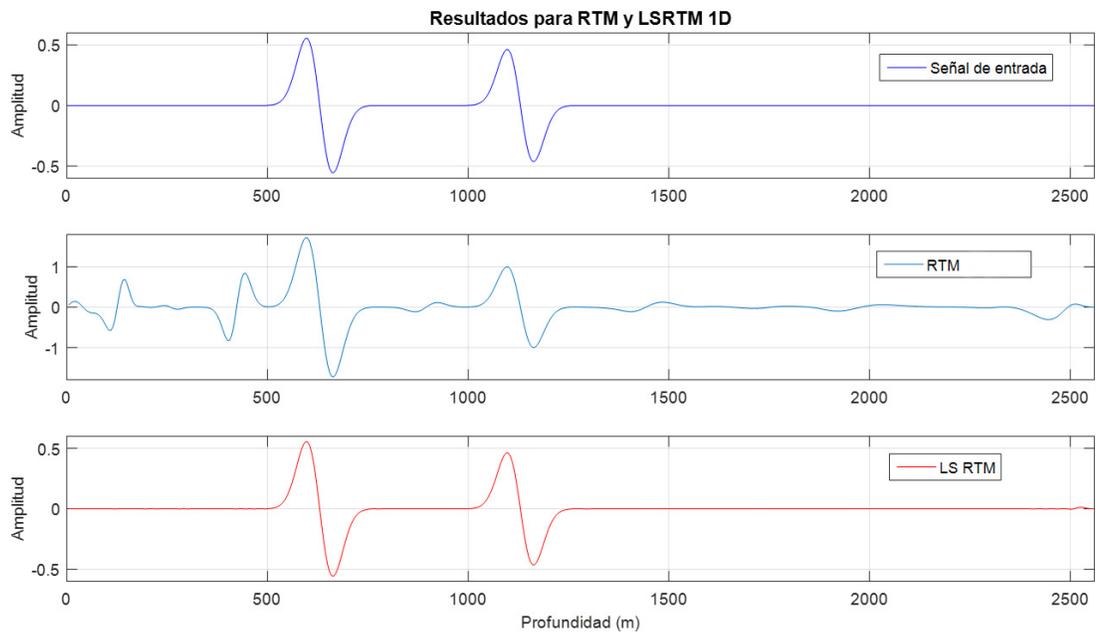


Figura 15. Resultados con modificaciones del código, señal de entrada, resultado RTM y resultado LSRTM.

La reproducción de resultados para el caso 1D es comparable y satisfactoria. Las diferencias en la forma de onda están relacionadas con la forma de onda utilizada en la fuente, en el artículo se usó un pulso Ricker, mientras que para este trabajo se usó la primera derivada de la curva Gaussiana. Para el caso 2D se asume el mismo modelo

de velocidad, pero la fuente en dos dimensiones ya no es un solo pulso, ahora existe una serie de fuentes a lo largo de los horizontes (reflector explosivo).

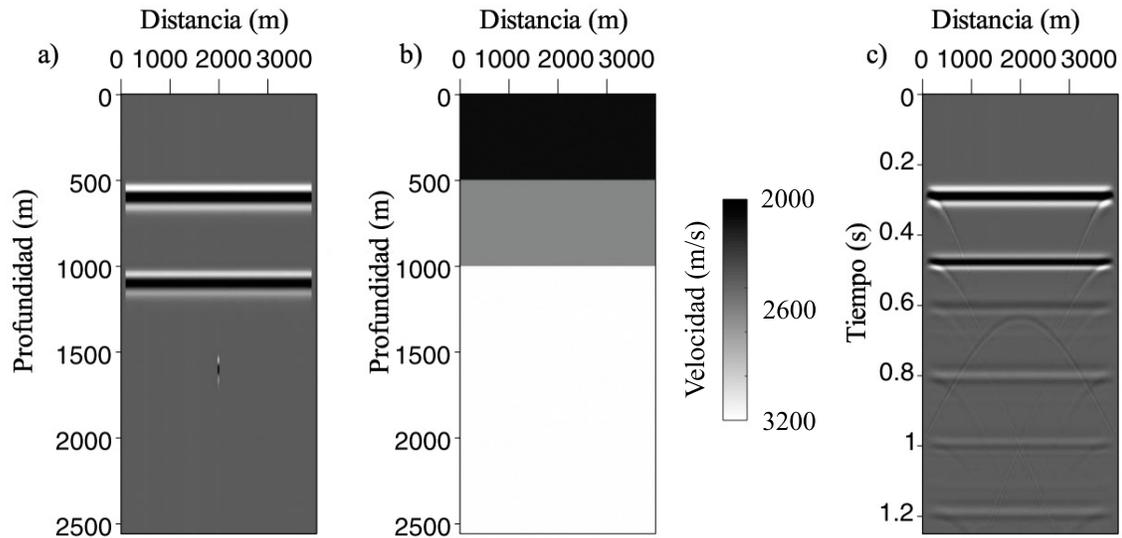


Figura 16. (a) Fuente inicial en $t = 0$, (b) Modelo de velocidad y (c) Datos sintéticos por modelado. Modificado de Ji (2009).

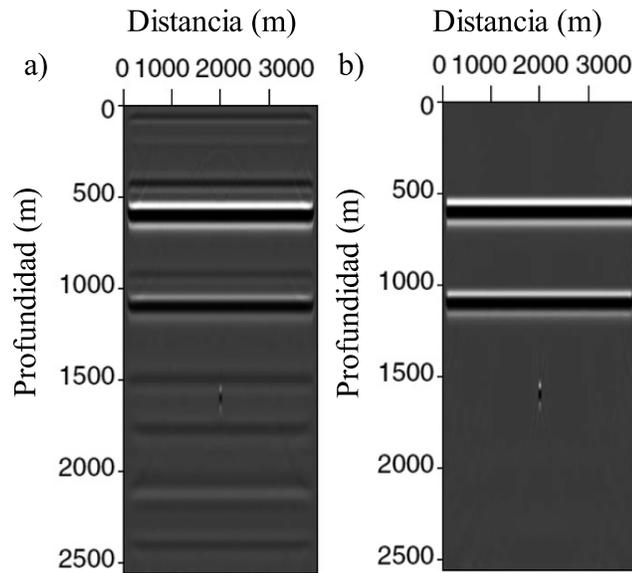


Figura 17. Comparación de resultados: (a) resultado con migración de tiempo reverso (RTM), (b) resultado con migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados (LSRTM). Modificado de Ji (2009).

Las figuras 16 y 17 muestran fuentes, modelo y resultados mostrados en el artículo, los resultados obtenidos con las modificaciones se muestran en las figuras 18 y 19.

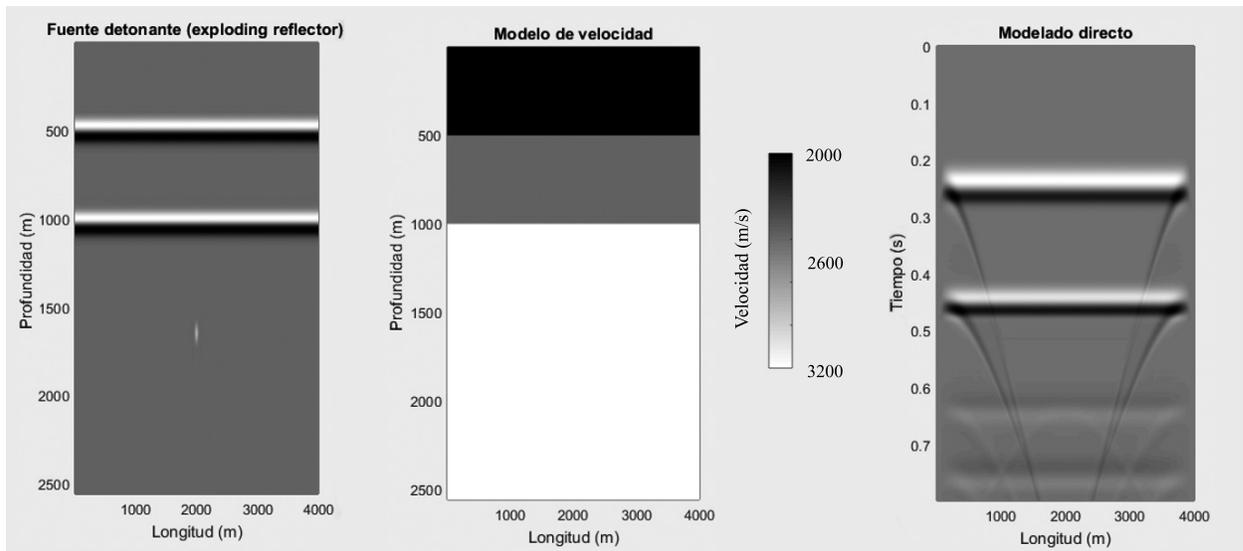


Figura 18. Fuente en $t = 0$, modelo de velocidad y obtención de datos sintéticos con el modelado directo.

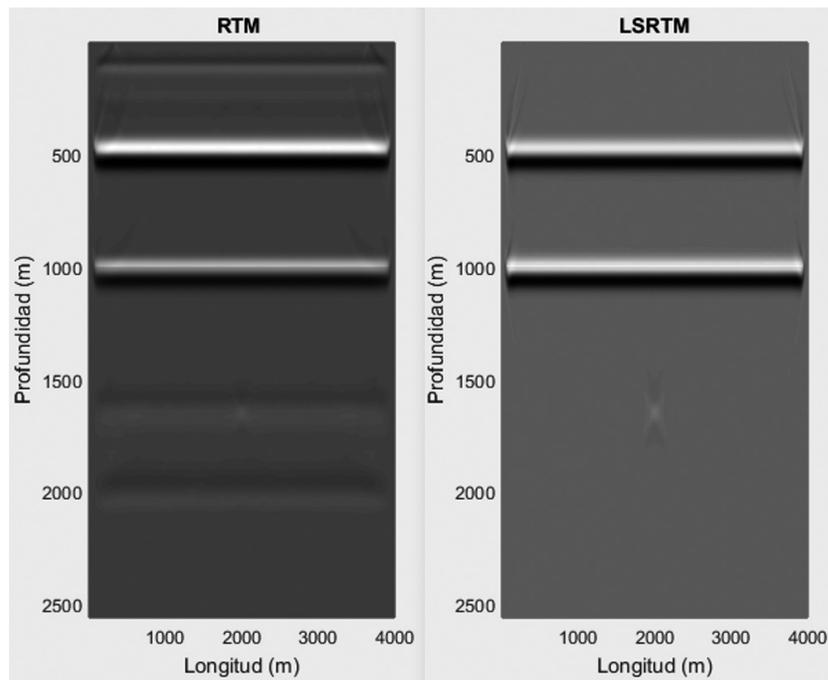


Figura 19. Comparación de resultados: (a) resultado con migración de tiempo reverso, (b) resultado con migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados.

El tiempo de propagación para replicar los resultados fue de 0.8 segundos, tiempo suficiente para ver el inicio de los reflectores explosivos. Los resultados son satisfactorios, por lo que el siguiente paso es modificar la posición de la fuente y proponer los siguientes modelos.

3.2. Modelos sintéticos propuestos

Se propusieron modelos sintéticos con los que se necesitaba dejar de lado la teoría de reflectores explosivos debido a que son una herramienta que ayuda al modelado, porque se conoce donde se encuentran los cambios litológicos ya que de éstos emana la fuente.

Colocando fuentes en superficie con base en un modelo de capas horizontales y uno de capas inclinadas, se analizaron los resultados antes de utilizar los datos reales. El algoritmo debe recuperar los reflectores con fuentes superficiales o someras (máximo algunos metros de profundidad para la fuente) y no las fuentes provenientes de los cambios litológicos como en el caso teórico mostrado anteriormente. A continuación se muestran los modelos y resultados.

3.2.1. Modelo de capas horizontales 2D

Para el modelo de capas horizontales se utilizó un pulso Ricker de 15 Hz al centro a 10 metros de profundidad y un modelo de velocidad con dos capas y un semiespacio como se muestra en la figura 20.

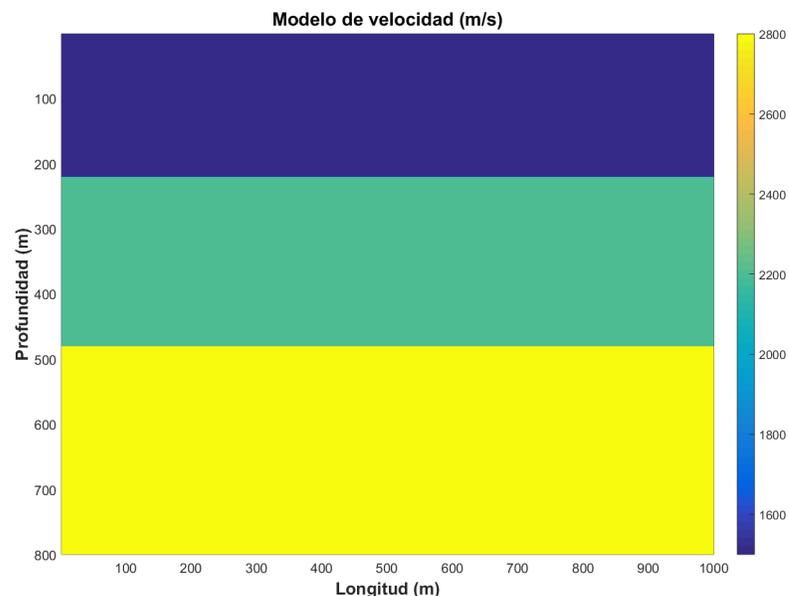


Figura 20. Modelo de velocidad con 1500, 2200 y 2800 m/s de la superficie al semiespacio

Los parámetros utilizados para este modelado fueron los siguientes:

- $dt = 0.0001 \text{ s}$ - intervalo de muestreo
- $dx = 1 \text{ m}$ - intervalo entre nodos en superficie
- $nx = 1000$ - nodos en longitud
- $nz = 800$ - nodos en profundidad
- $nt = 10000$ - pasos en tiempo

El modelo de velocidad tiene un contacto entre capas en 220 metros de profundidad y otro contacto entre la segunda capa y el semiespacio en 480 metros de profundidad. En las figuras 21 y 22 se muestran lapsos o snapshots del tren de ondas para el primer modelo sintético propuesto, lapsos de la propagación del tren de ondas desde la fuente en $t = 0.03$, hasta $t = 0.18$ segundos, el tiempo total de propagación es de un segundo.

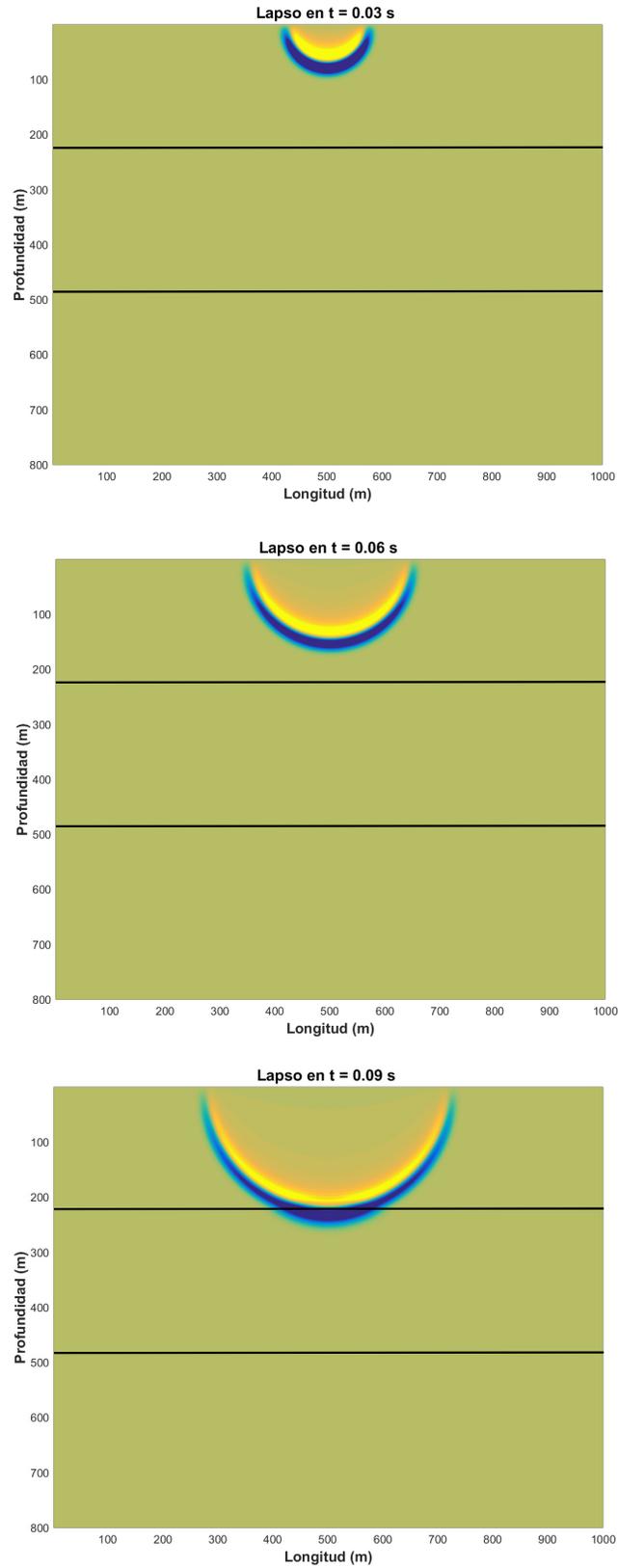


Figura 21. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.03$, $t = 0.06$ y $t = 0.09$ segundos.

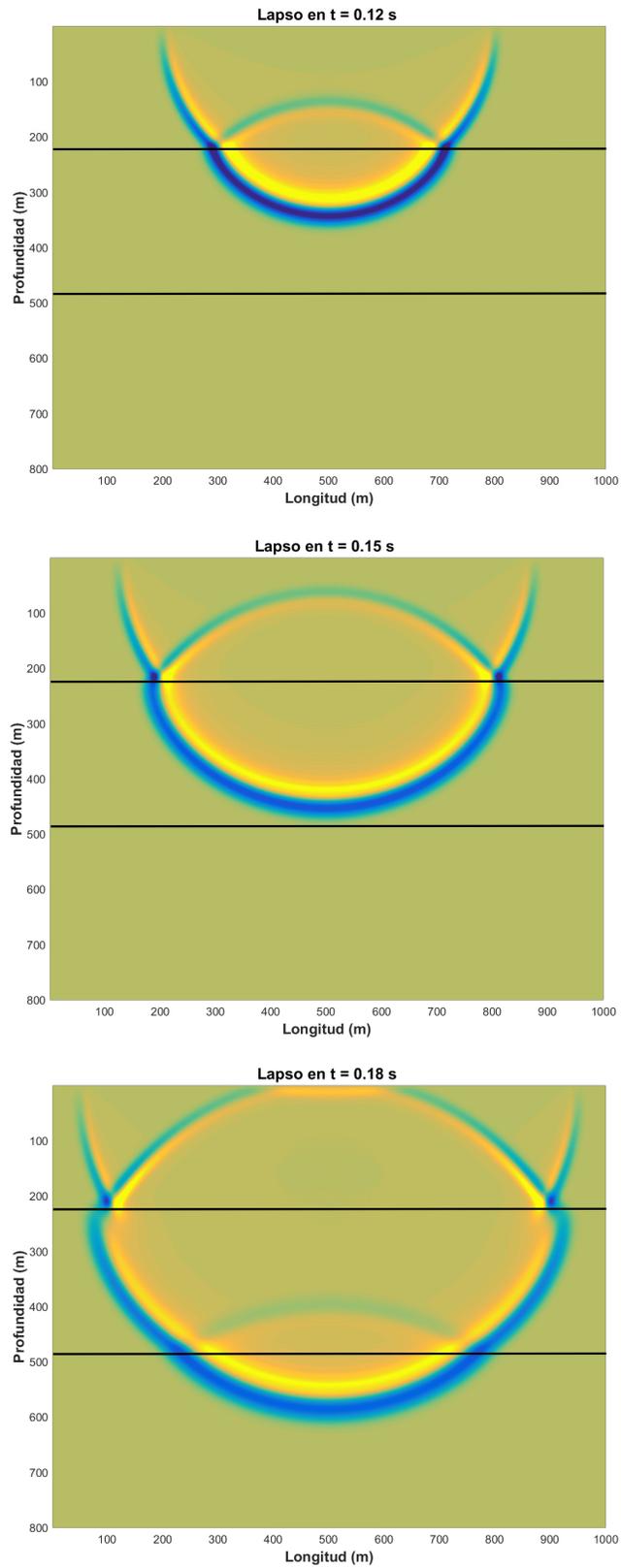


Figura 22. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.12$, $t = 0.15$ y $t = 0.18$ segundos.

De los datos de la simulación de las imágenes anteriores se aplica RTM y LSRTM y se obtienen los modelos de reflectividad mostrados en las figuras 23 y 24.

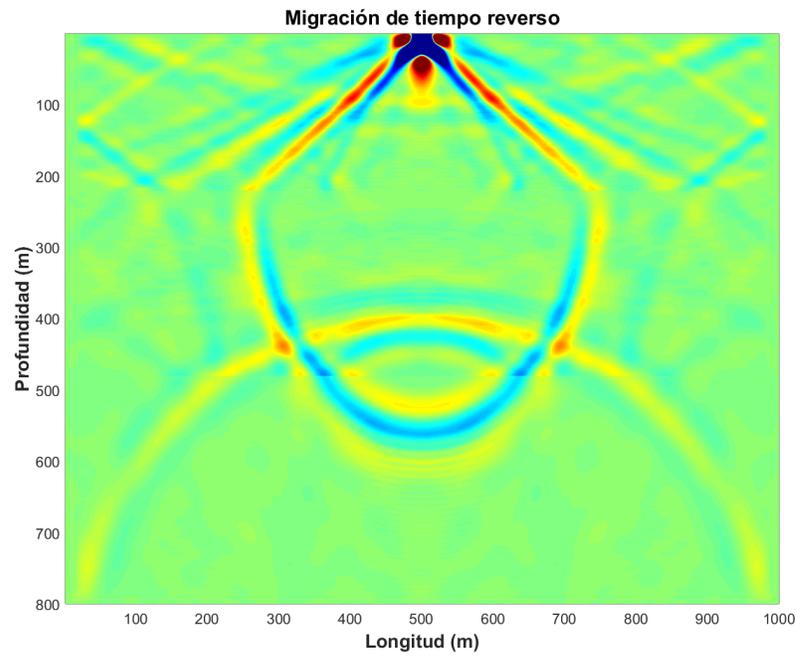


Figura 23. Imagen obtenida después de aplicar la migración de tiempo reverso a los datos del modelado directo.

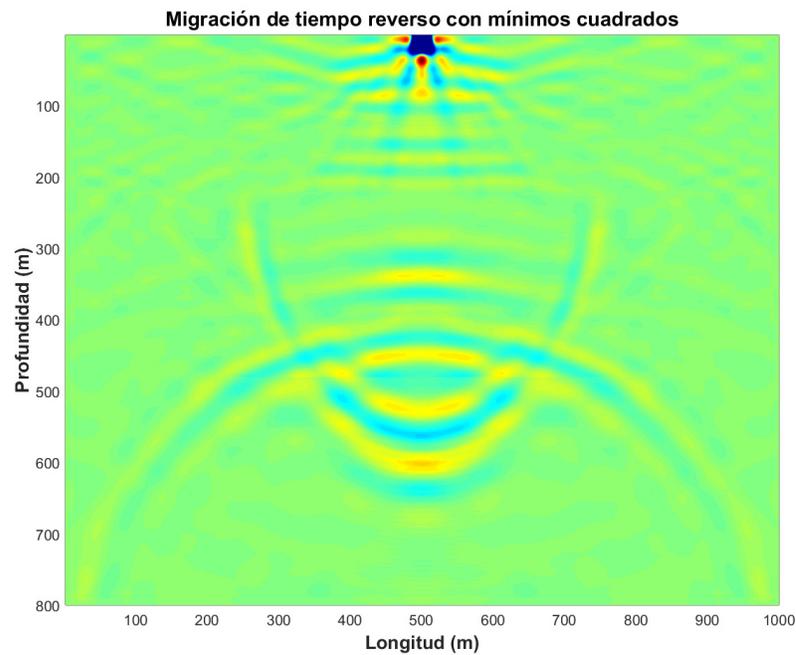


Figura 24. Imagen obtenida después de aplicar la migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados a los datos del modelado directo.

De acuerdo a Schuster (2017), puede aplicarse un Laplaciano que funciona como filtro para mejorar las imágenes resultado del modelado y de la aplicación de métodos RTM y LSRTM. Aplicando el Laplaciano podemos ver la manera en que cada método recupera partes importantes de los reflectores del modelo inicial, figuras 25 y 26.

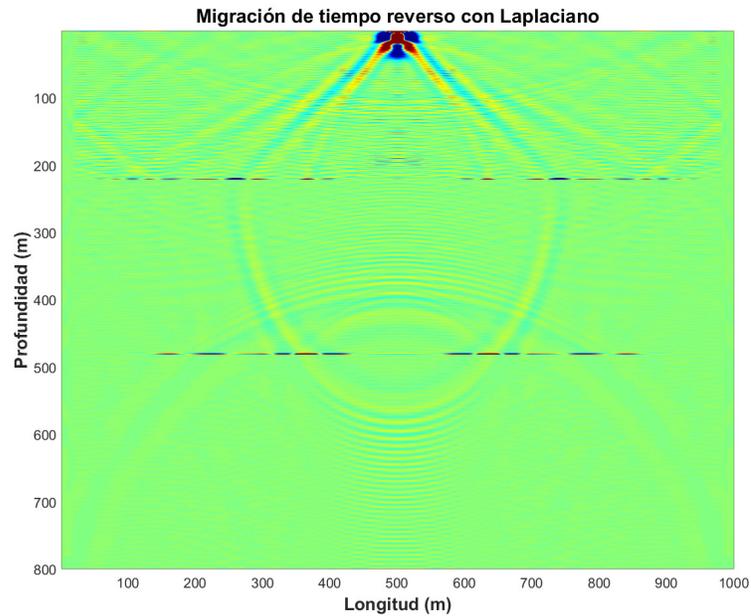


Figura 25. Imagen de reflectividad obtenida usando RTM y después de aplicar el Laplaciano.

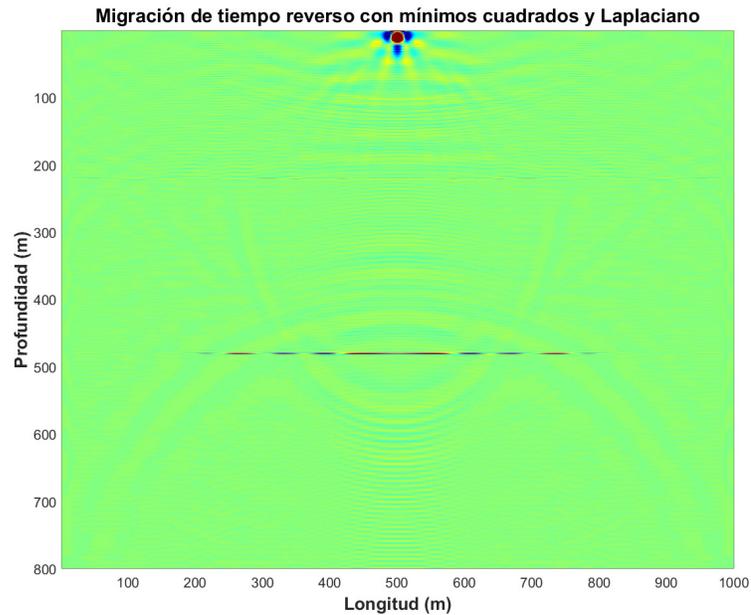


Figura 26. Imagen de reflectividad obtenida usando LSRTM y después de aplicar el Laplaciano.

Como puede apreciarse en la figura 25, cerca de la fuente pueden observarse mayores niveles de reverberaciones en las esquinas, así como en el trayecto de las ondas. A pesar de ésto, se recupera gran parte de ambos reflectores. La imagen LSRTM presenta una imagen más limpia en cuanto a artefactos y reverberaciones, pero la recuperación de la capa superficial no es muy clara aunque si visible; en la parte profunda debajo de la fuente, la recuperación del reflector de la segunda capa y el semiespacio es notable.

En la gráfica de la figura 27 se muestra el error cuadrático medio para la imagen de la figura 26, donde puede observarse que después de 4 iteraciones la disminución del error ya no es significativa, por lo que se puede obtener una imagen similar con 5 iteraciones.

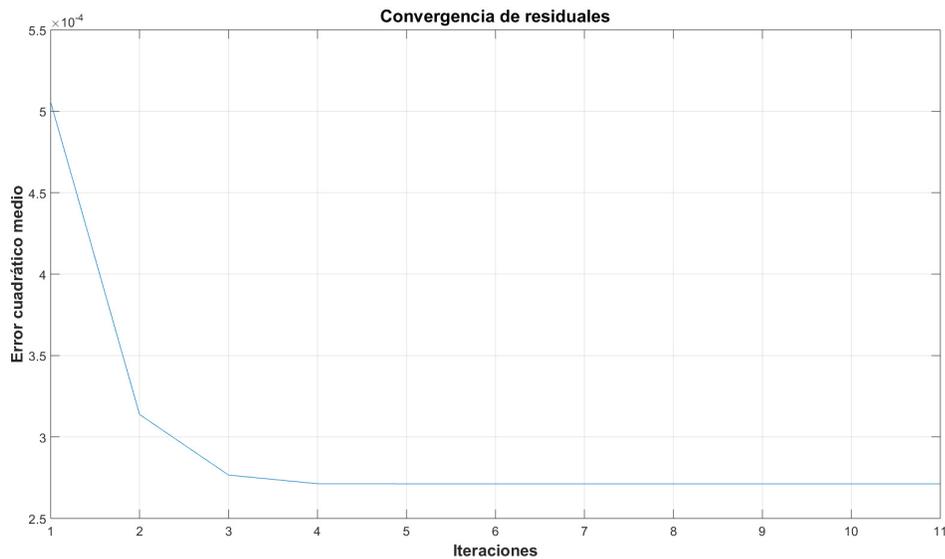


Figura 27. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para una fuente.

En las figuras 28 y 29 se presentan los resultados obtenidos con 9 fuentes en superficie a lo largo del perfil, separadas 100 metros y a una profundidad de 10 metros. El método RTM recupera las dos interfaces del modelo, mientras que LSRTM recupera de manera definida la interfaz de la segunda capa y el semiespacio, mostrando débilmente la primera interfaz. Cada fuente tiene las mismas características que la fuente utilizada en los resultados anteriores. Además, debido a que las imágenes sin la aplicación del filtro Laplaciano para datos sintéticos no muestran información relevante, se omitirán para los siguientes casos y se presentarán solo las figuras filtradas de RTM

y LSRTM.

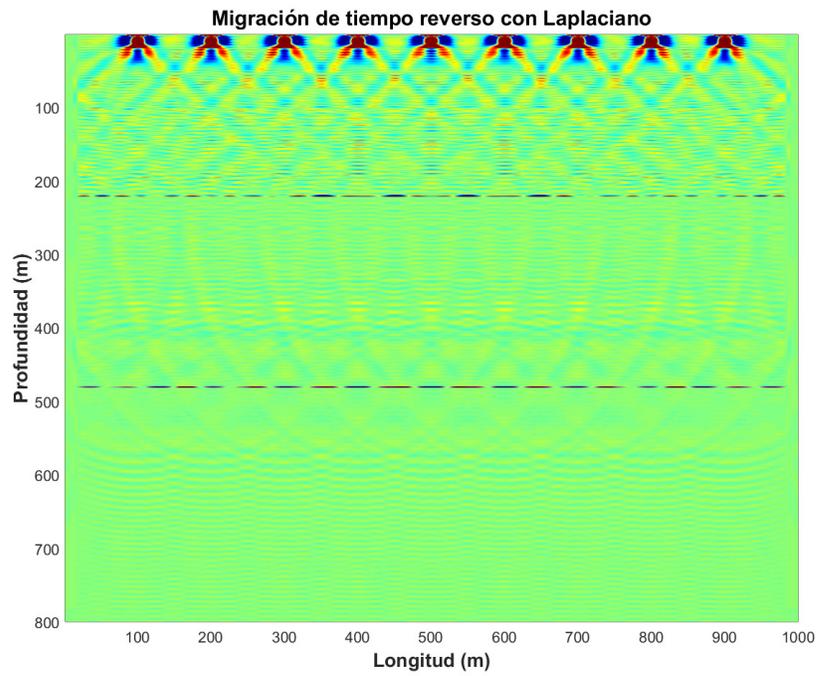


Figura 28. Imagen de reflectividad obtenida usando RTM y después de aplicar el Laplaciano.

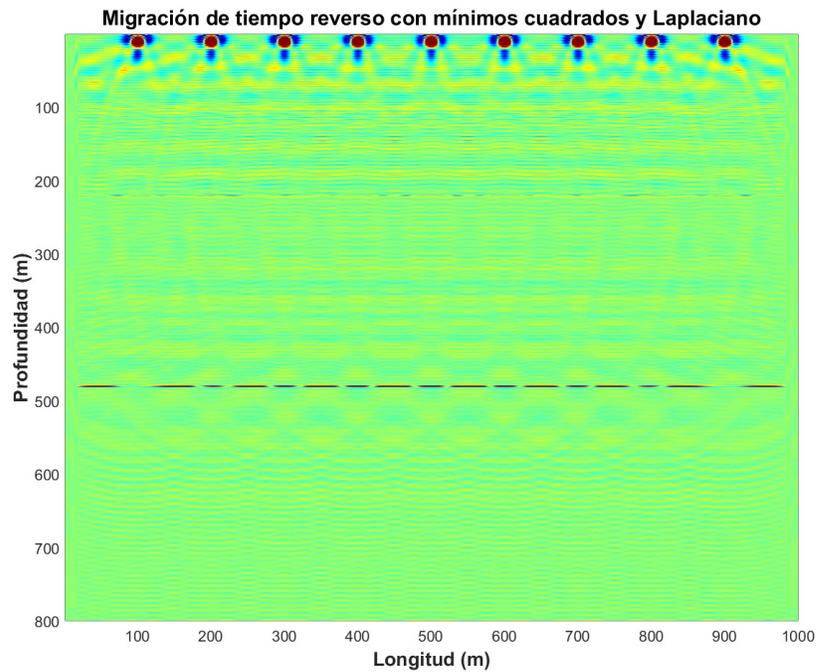


Figura 29. Imagen de reflectividad obtenida usando LSRTM y después de aplicar el Laplaciano.

En la figura 30 la gráfica muestra que para nueve fuentes es conveniente realizar al menos 8 iteraciones para la convergencia.

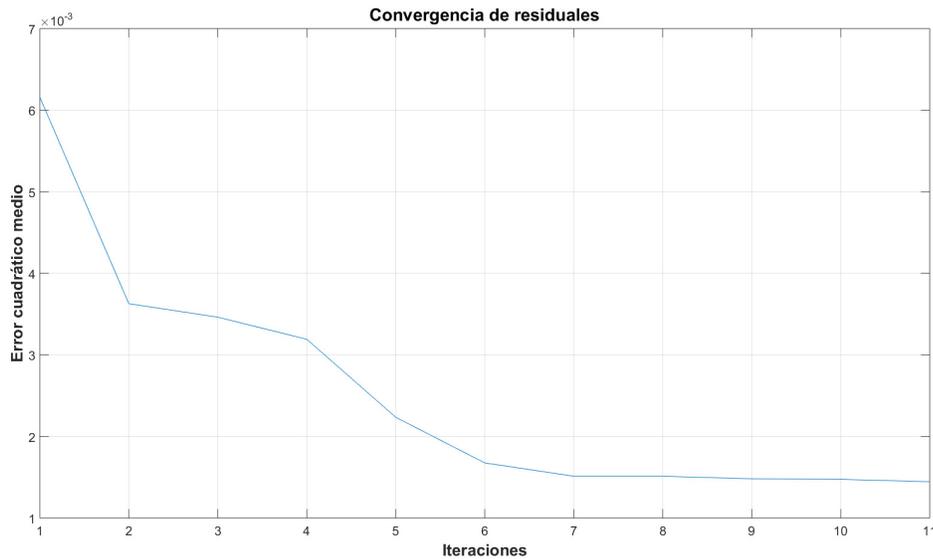


Figura 30. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para nueve fuentes.

Aumentando el número de fuentes se aumenta la probabilidad de obtener con mayor claridad lo que se encuentra en profundidad, pero esto también dificulta la disminución de artefactos, puede encontrarse un equilibrio entre número de fuentes y la satisfacción con el resultado final para modelos sintéticos, pero en campo, sin lugar a dudas, siempre es mejor tener una mayor cantidad de datos y una mayor cantidad de fuentes.

3.2.2. Modelo de capas inclinadas 2D

Para el segundo modelo se utilizaron las mismas propiedades y posición de la fuente que el modelo anterior, con capas horizontales también pero con dos capas inclinadas como se muestra en la figura 31.

Este modelo tiene 3 contactos horizontales y dos inclinados. La velocidad de las capas horizontales es de 1600, 2000, 2400 y 2700 m/s de la superficie a la capa horizontal más profunda; la capa inclinada de lado izquierdo tiene una velocidad de 2800 m/s y la capa inclinada derecha tiene 3100 m/s.

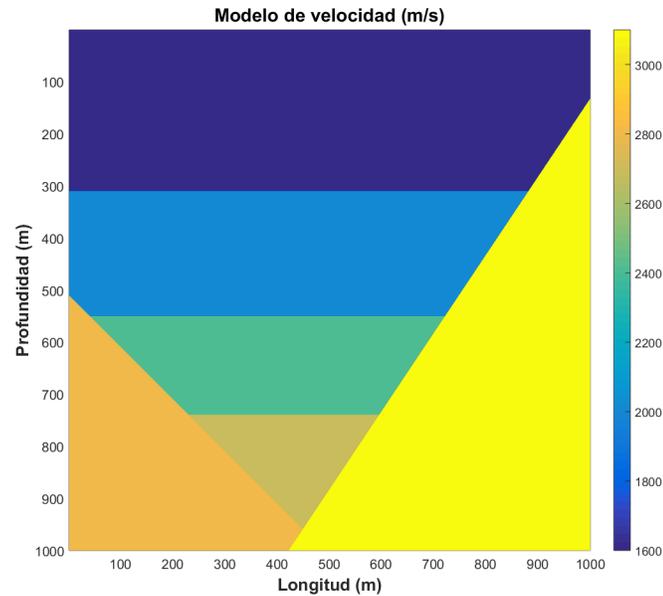


Figura 31. Modelo de velocidad con capas inclinadas

Las figuras 32 y 33 muestran la propagación de ondas en este modelo. A partir de la simulación se obtienen los datos sintéticos a utilizar, también conocidos como shot gather (figura 34).

Los parámetros utilizados fueron los siguientes:

- $dt = 0.0001 \text{ s}$ - intervalo de muestreo
- $dx = 1 \text{ m}$ - intervalo entre nodos en superficie
- $nx = 1000$ - nodos en longitud
- $nz = 1000$ - nodos en profundidad
- $nt = 10000$ - pasos en tiempo

El intervalo en profundidad dz es igual al intervalo en superficie o longitud, teniendo $dz = dx$, el tiempo total de propagación se obtiene multiplicando el intervalo de muestreo por el número de pasos en tiempo, lo que da un segundo de propagación, tiempo máximo al que puede observarse la sección en tiempo o shot gather de la figura 34.

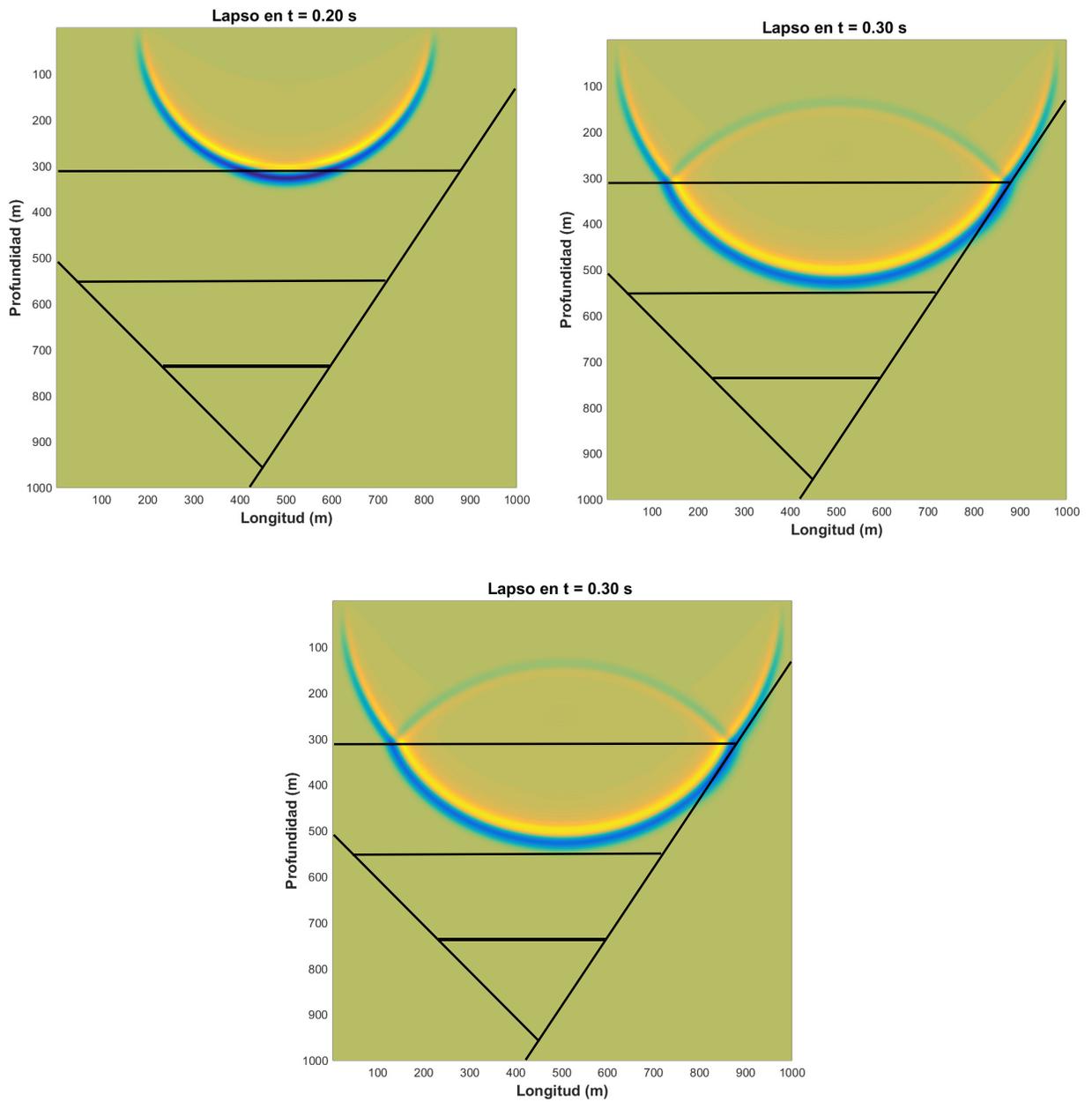


Figura 32. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.2$, $t = 0.25$ y $t = 0.3$ segundos.

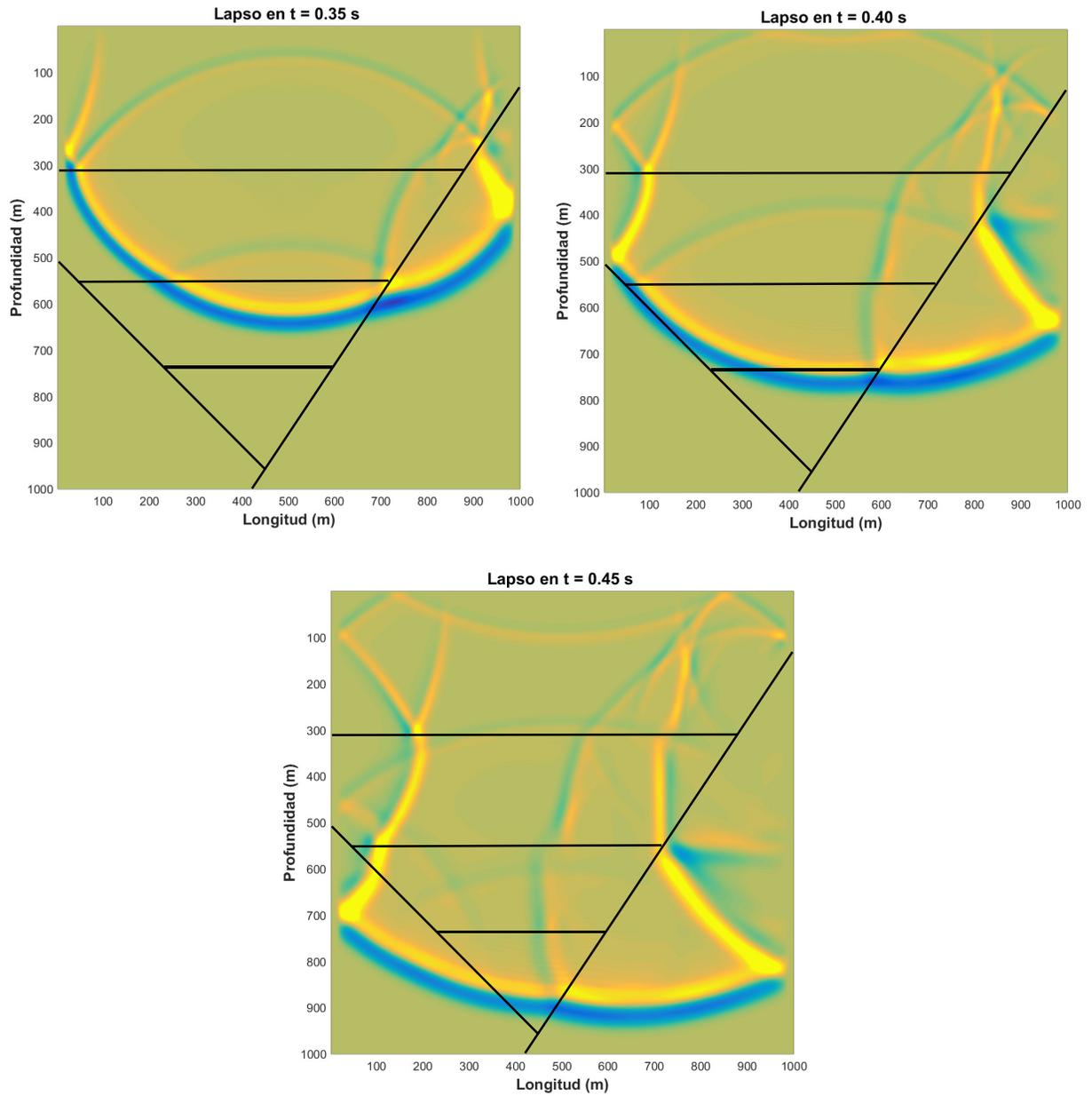


Figura 33. Lapsos o snapshots del recorrido del tren de ondas en $t = 0.35$, $t = 0.4$ y $t = 0.45$ segundos.

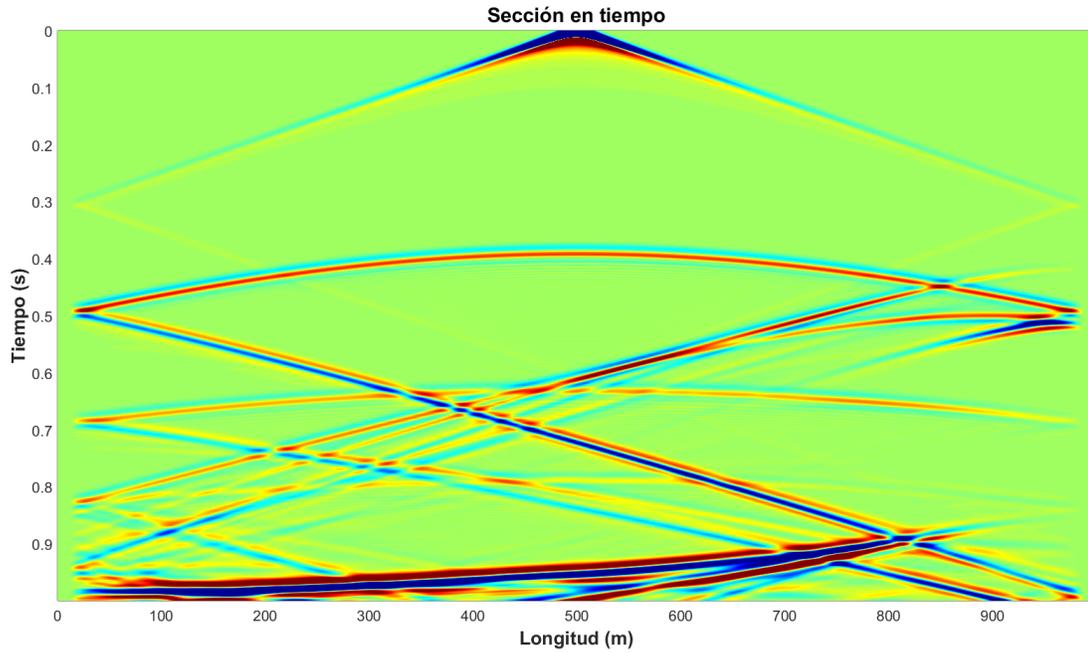


Figura 34. Sección en tiempo de los datos obtenidos con el modelado directo, también conocida como shot gather.

Los resultados para las imágenes RTM y LSRTM se muestran en las figuras 35 y 36.

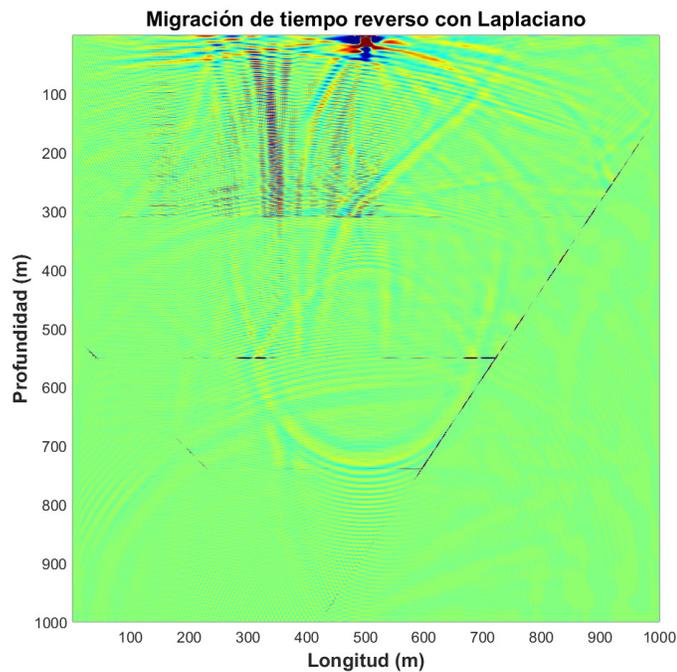


Figura 35. Imagen de reflectividad con RTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.

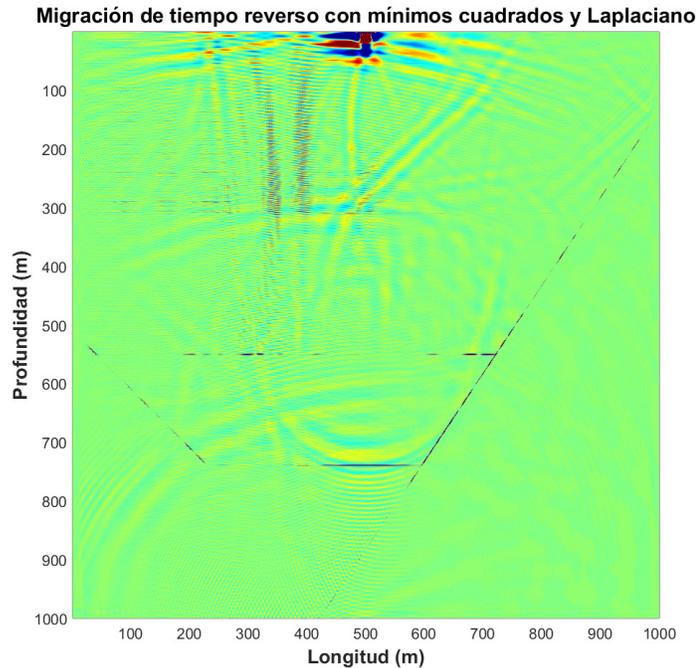


Figura 36. Imagen de reflectividad con LSRTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.

Puede notarse en la imagen 35 que la capa inclinada de mayor velocidad (lado derecho), es recuperada en gran parte, las capas horizontales no son del todo recuperadas aunque son un poco visibles y la capa inclinada de lado izquierdo es notable pero pobremente visible. En la imagen 36 se observa que a profundidad recupera mejor la estructura haciendo evidente la capa inclinada de mayor velocidad casi en su totalidad y remarcando también la última capa horizontal, además de minorizar artefactos evidentes en la imagen RTM.

La gráfica de la figura 37 muestra que deben realizarse al menos 4 iteraciones para LSRTM bajo las condiciones anteriores para obtener el resultado en la figura 36.

Para los siguientes resultados se aumentaron las fuentes, ahora son nueve a lo largo de la superficie, distribuidas de igual manera que en el caso del primer modelo.

El aumento del número de fuentes permite ver casi en su totalidad la estructura del modelo inicial. A pesar de que la imagen RTM de la figura 38 recupera el modelo inicial, la primera y segunda capas horizontales tienen muchos artefactos, lo cual podría

complicar la interpretación de algunas capas o detalles de la estructura para los casos reales, también se puede observar que lo que corresponde al espacio de capas inclinadas, las reverberaciones disminuyen drásticamente, permitiendo delimitar y observar con mejor detalle los contactos inclinados.

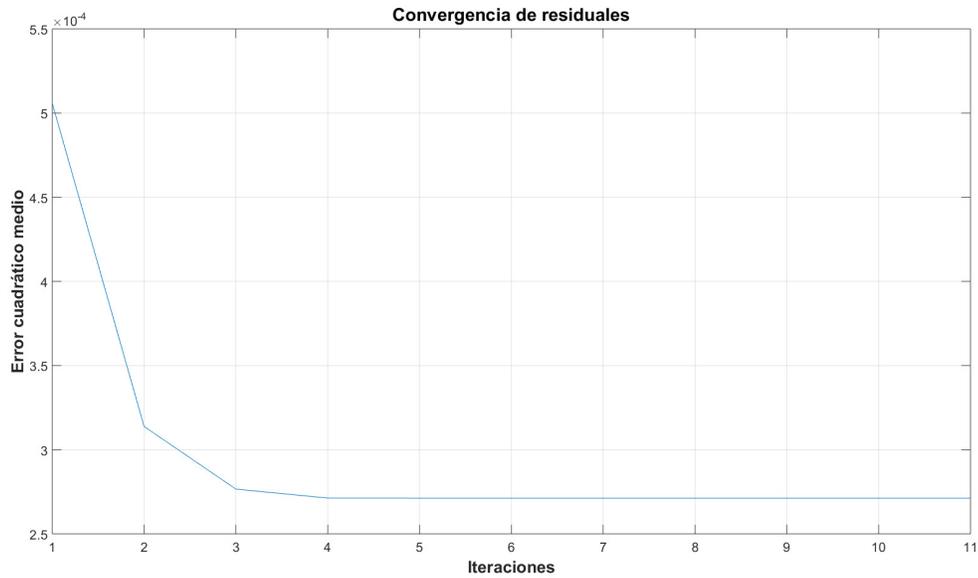


Figura 37. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para una fuente.

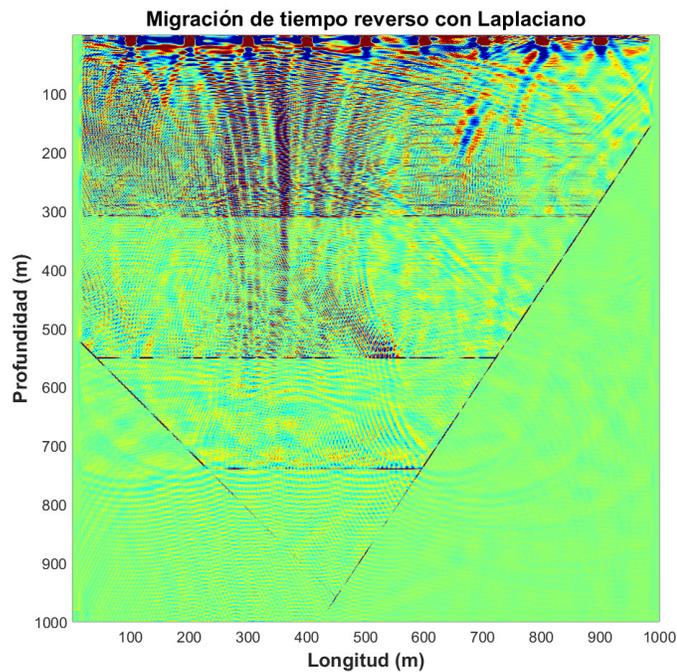


Figura 38. Imagen de reflectividad RTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.

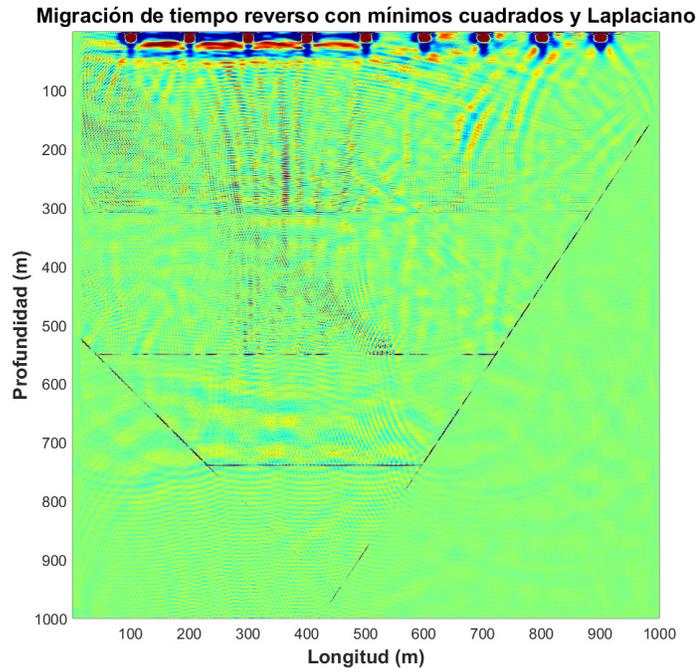


Figura 39. Imagen de reflectividad LSRTM y después de aplicar el Laplaciano para el modelo de capas inclinadas.

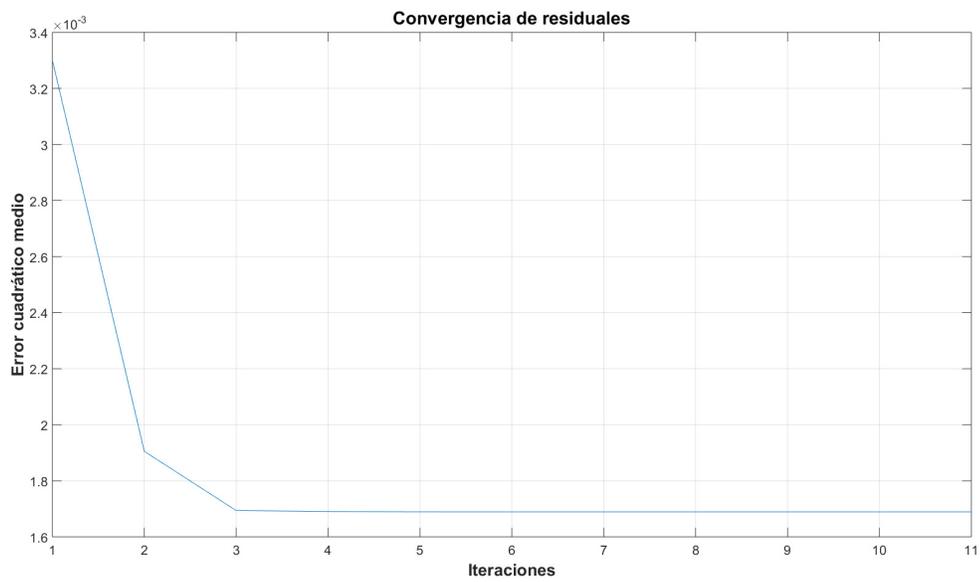


Figura 40. Error cuadrático medio después de 10 iteraciones para 9 fuentes.

La figura 39 correspondiente a LSRTM muestra una mejoría en cuanto a reverberaciones, se esclarece la parte superficial pero la visibilidad de la primera capa horizontal no es buena, es tenue y podría confundirse fácilmente al momento de interpretar para casos reales.

La visibilidad de la estructura a recuperar es casi la misma que en la imagen 38 RTM, aunque existirían dudas de si la primera capa horizontal fuera en verdad una capa, si no se conociera el modelo inicial, prácticamente se pierde.

Se puede notar que a partir de los 500 metros de profundidad la mayoría del modelo es visible, pero la capa inclinada que comienza desde los 200 metros si puede notarse con facilidad, lo que reafirma el hecho de que los procesos RTM son mejores para estructuras inclinadas entre otras bondades.

Por último, la figura 40 muestra que se puede obtener una imagen similar con solo 3 o 4 iteraciones. Es importante notar esto, ya que para distintas pruebas no se tienen que realizar más iteraciones, evitando tiempos de procesamiento y acelerando la obtención de resultados.

3.3. Aplicación a datos reales

Los mejores resultados que se observan en el presente trabajo se obtuvieron a partir de datos preprocesados. Es decir, la mejor recuperación en las imágenes de reflectividad de las estructuras en el subsuelo, se obtuvo con datos que fueron trabajados en un software de procesamiento llamado Promax.

Es muy importante remarcar que sin el preprocesado no se hubiera podido obtener una imagen como la que se mostrará en los resultados finales, debido a que se requiere de una serie de pasos para poder tener la señal lista antes de utilizarla con RTM y LSRTM.

Los siguientes procesos se aplican como un flujo de trabajo a las trazas en este software:

- Apilado en bruto ó apilado primera traza (ofrece una primera aproximación de como se verá la imagen final)
- Borrado de trazas ruidosas
- Asignación de las geometrías, posiciones de canales, fuentes y receptores
- Cálculo de CDP (punto de profundidad común)
- Corrección por estáticas de elevación
- Corrección por refracción
- Deconvolución
- Atenuación de onda de aire
- Atenuación de ground roll
- Filtro F-K
- Análisis de velocidad
- Corrección por Normal Move Out ¹ (NMO)

¹Efecto que la distancia entre una fuente sísmica y un receptor tiene sobre el tiempo de llegada de una reflexión en forma de un aumento de tiempo con desplazamiento.

El modelado que se realiza es acústico y, para utilizar los datos con el proceso descrito en este trabajo, no se puede prescindir de la eliminación del ground roll (quita el efecto de las ondas superficiales), el análisis de velocidad y la corrección por Normal Move Out explicado arriba. Además, el análisis de velocidad permite obtener el modelo de velocidad de intervalo a utilizar que es ajustado a los datos.

El modelo de velocidad de intervalo utilizado se obtiene gracias a una visualización inicial que ofrecen los datos en Promax. El modelo se delimita cada cierta distancia y profundidad para después ser interpolado. Este modelo es complejo y difícil de reproducir mediante código de programación a diferencia de los modelos sintéticos propuestos. Por estas razones se utilizó el modelo generado en Promax.

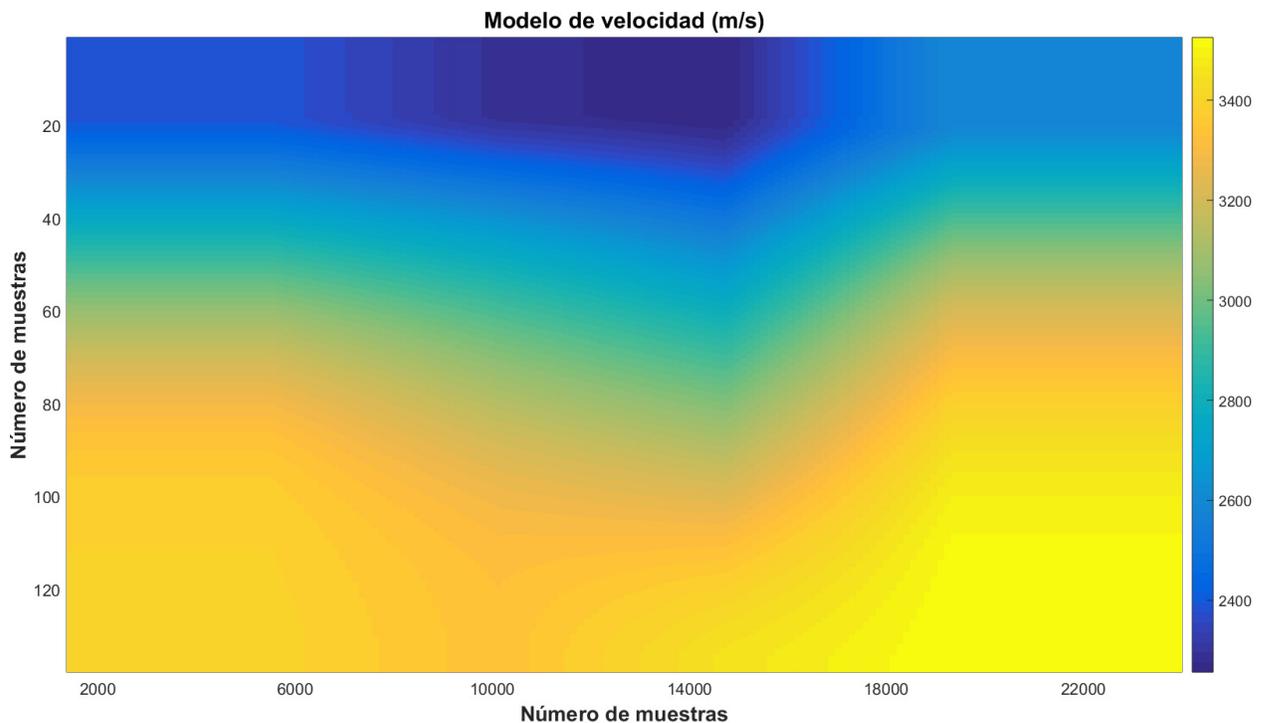


Figura 41. Modelo de velocidad obtenido en Promax y cargado en Matlab, datos originales.

La figura 41 muestra los datos obtenidos del modelo de velocidad realizado en Promax. Como puede notarse, todo está en muestras, a cada muestra le corresponde una profundidad en el eje ordenado y una longitud en el eje de las abscisas. Para poder utilizarlo con los datos reales, debe existir una concordancia en dimensiones. Los datos del perfil 4965 están conformados por 4799 trazas y 3072 muestras por traza.

Se realizó un código en Matlab con base en los datos del modelo de velocidad de Promax, para escalar el modelo en muestras y poder ser utilizado en los procesos de la presente tesis, el escalamiento, orden de las profundidades y longitud del tendido dan como resultado el modelo final a utilizar mostrado en la figura 42 con 3072x4799 muestras.

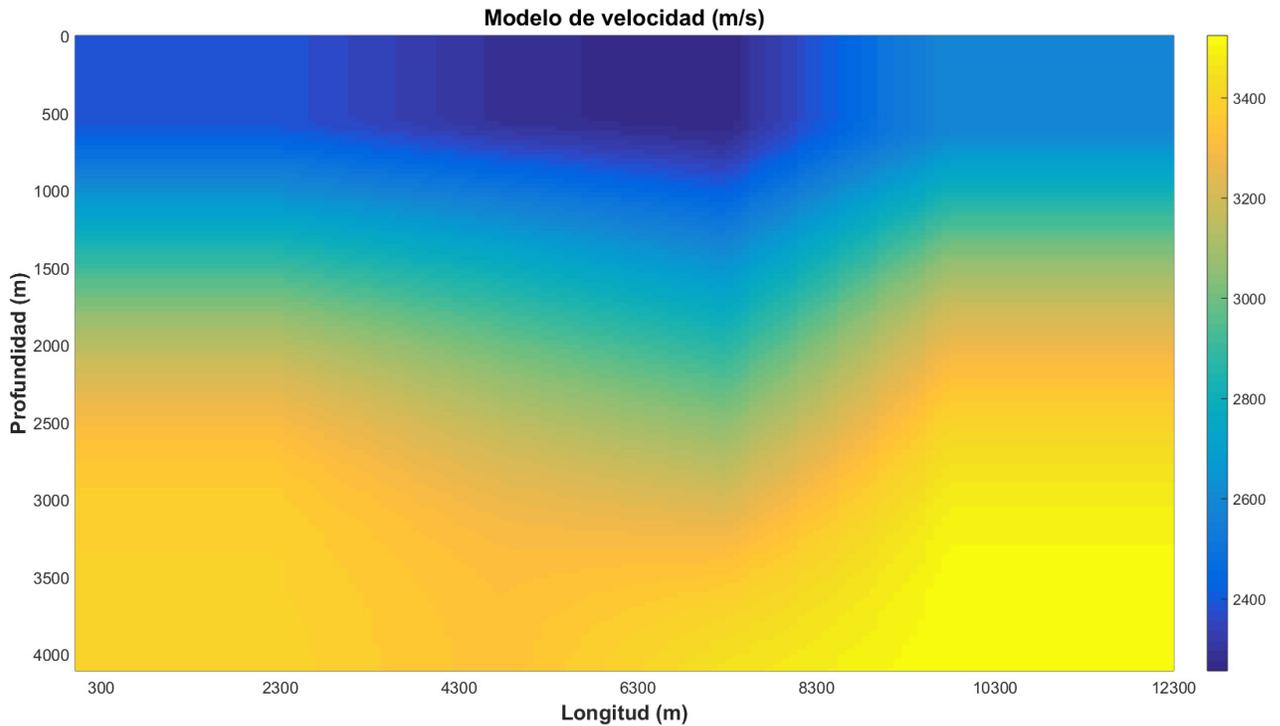


Figura 42. Modelo de velocidad de intervalo escalado en muestras con longitud y profundidad correctas.

Es importante notar que hay diferencias poco notables pero a tener en cuenta entre ambos modelos, el hecho de escalar muestras provoca una ligera alteración que está en función de que tan grande o pequeño es el escalado a partir del modelo original, lo que provoca que el modelo final sea un poco ruidoso, estos efectos se discutirán adelante.

Ahora pasamos a los datos, la figura 43 muestra lo que se conoce como "datos crudos", que es la obtención de campo que no tienen preprocesos o en algunas ocasiones y dependiendo del tipo de exploración, se aplican filtros al momento de la adquisición (ganancias, filtros de frecuencia, etc). Los datos mostrados fueron adquiridos bajo los siguientes parámetros:

- Longitud total de la adquisición - 12.3 km
- Longitud por tendido - 2900 metros
- Distancia fuente geófono - 300 metros
- Distancia entre geófonos - 50 metros
- Número de geófonos - 48
- Geófonos por traza - 24
- Distancia entre fuentes - 100 metros
- Intervalo de muestreo - 0.002 ms
- Tiempo de grabación - 6.144 segundos

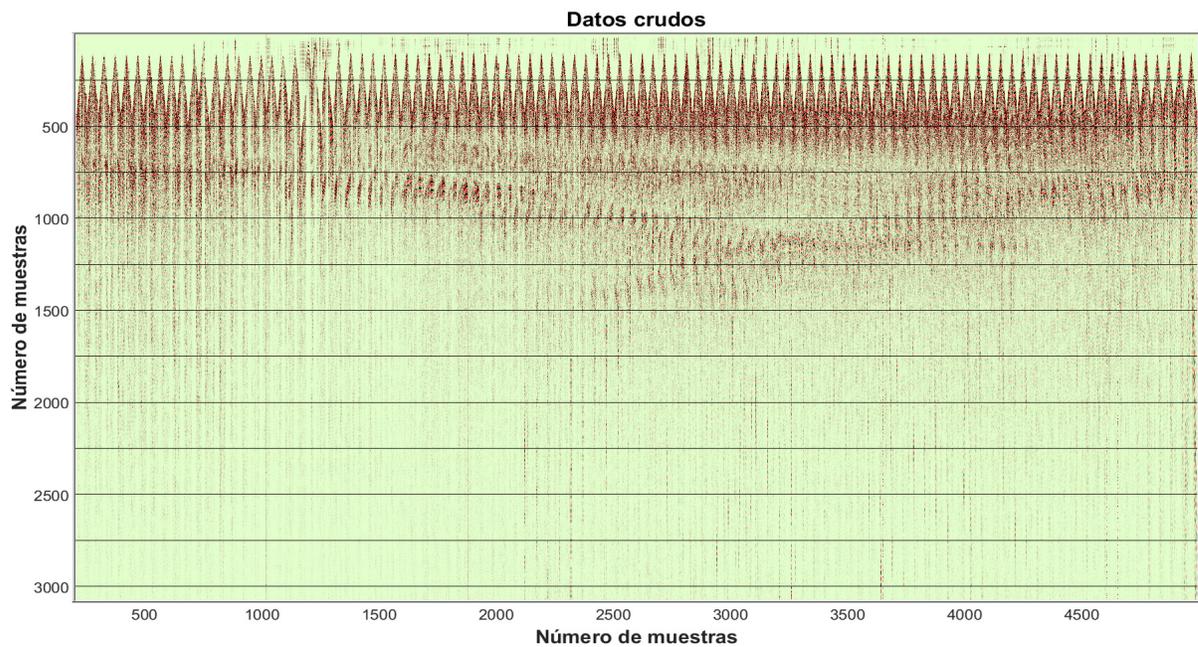


Figura 43. Datos crudos del perfil 4965.

Después del preprocesado de las señales, se utilizan los datos para los métodos en cuestión. La figura 44 representa las trazas del perfil 4965 que se utilizaron para realizar RTM y LSRTM.

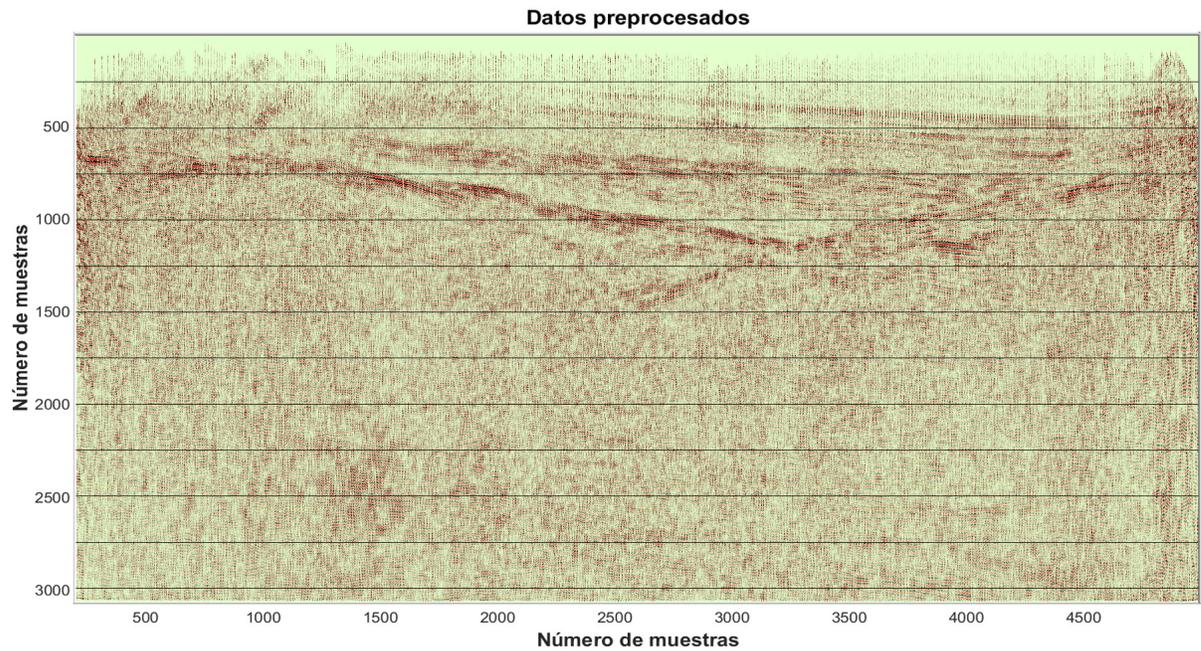


Figura 44. Datos preprocesados con aplicación de NMO.

Los siguientes parámetros fueron utilizados para realizar RTM y LSRTM.

- $dt = 0.001 s$ - intervalo de muestreo
- $dx = 5$ - intervalo entre nodos en superficie
- $nx = 4799$ - nodos en longitud
- $nz = 3072$ - nodos en profundidad
- $nt = 3072$ - pasos en tiempo
- $niter = 10$ - número de iteraciones

Recordando que al proceso entran todas las trazas (4799 trazas con 3072 muestras por traza), las figuras 45 y 46 son el resultado final, las imágenes RTM muestran un reflector bien definido desde 1500 metros que profundiza hasta los 2500 metros y vuelve a subir, además de evidenciar dos reflectores fuertemente visibles, entre 1000 y 1500 metros en profundidad, entre 4 y 12 kilómetros en longitud. En 1200 metros

de profundidad se nota una zona de ruido, donde aparentemente desaparece la continuidad que tienen los reflectores superficiales visibles. Las imágenes ayudan a notar hasta dónde podemos observar la continuidad de las capas sin perderlas en el ruido.

Las imágenes obtenidas de LSRTM muestran una disminución considerable en reverberaciones y artefactos, pero también una disminución en la visibilidad de los reflectores. Sin embargo, en la imagen de la figura 46 la disminución de reverberaciones también afina los reflectores más visibles, lo que en casos aún más complejos podría ayudar a discernir entre reflectores y ruido.

Para las imágenes LSRTM hay una relación visible entre el número de iteraciones y la calidad del resultado. Mientras más iteraciones se realizan más artefactos desaparecen, pero también comienzan a perderse los detalles importantes de la estructura. A pesar de perder detalles, los reflectores fuertes son delineados con mayor nitidez, en contraparte, realizar menos iteraciones deja mayor cantidad de artefactos.

En las figuras 45 y 46 puede verse fácilmente la diferencia entre procesos, lo fuerte que son los contrastes de la estructura en RTM y la disminución de artefactos que ofrece LSRTM.

La gráfica de la figura 47 muestra que entre 5 y 7 iteraciones el error cuadrático medio no cambia significativamente, la imagen tampoco lo hace, la diferencia notable se encuentra entre los resultados RTM y LSRTM.

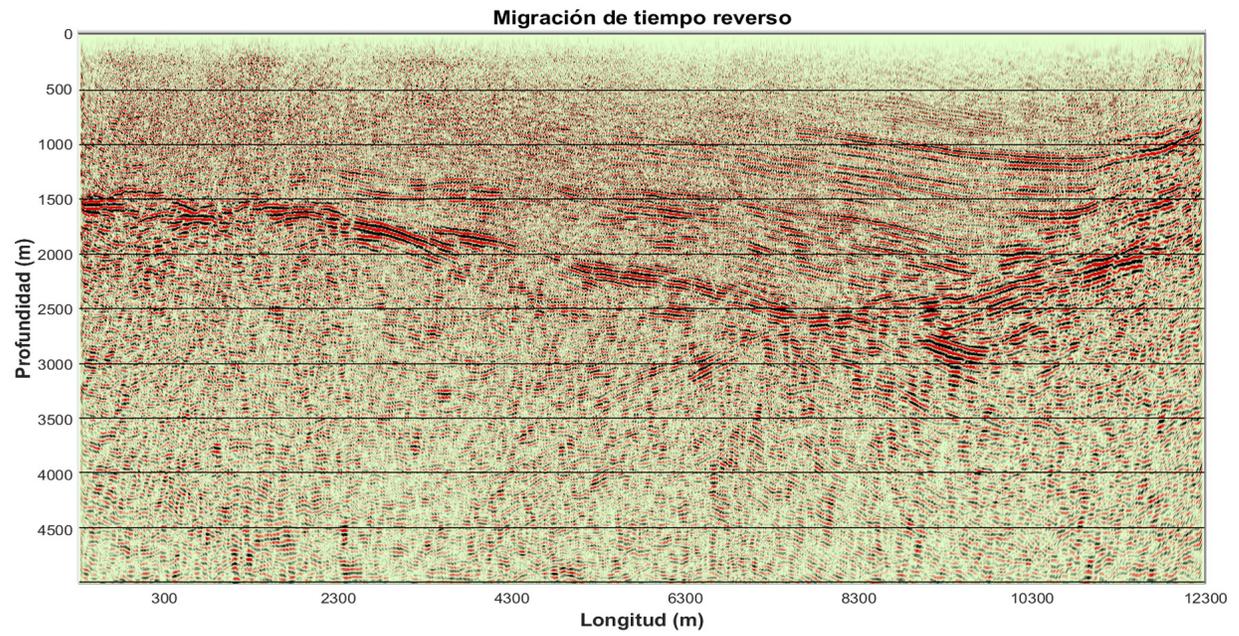


Figura 45. Imagen de reflectividad final para datos reales aplicando RTM.

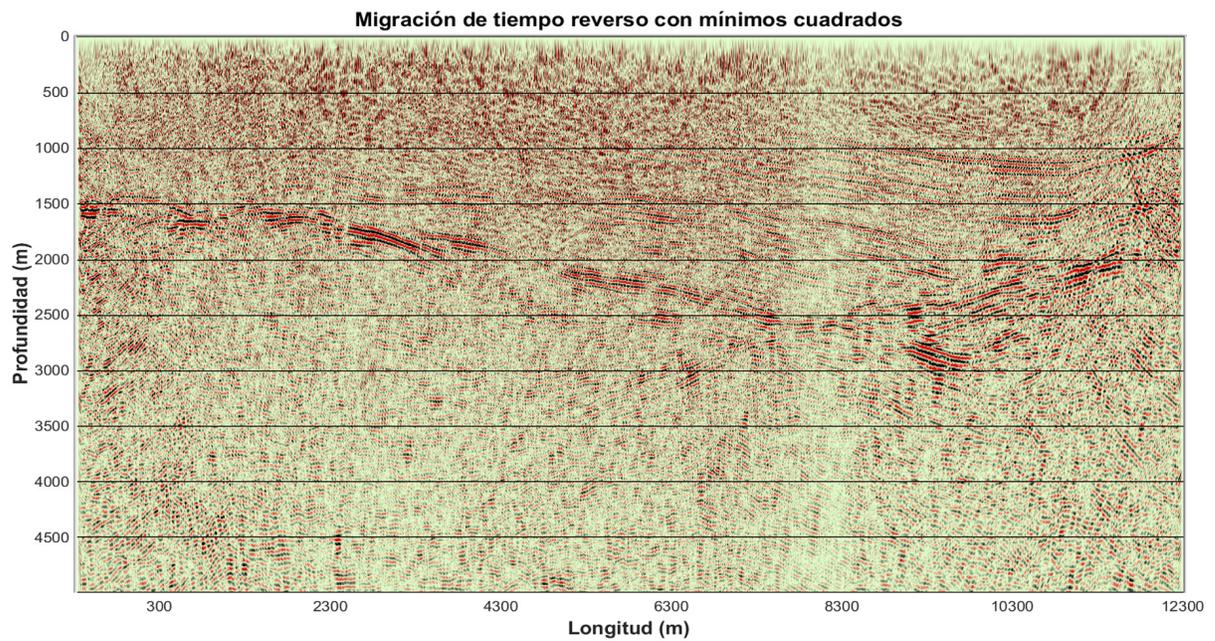


Figura 46. Imagen de reflectividad final para datos reales después de aplicar 10 iteraciones aplicando LSRTM.

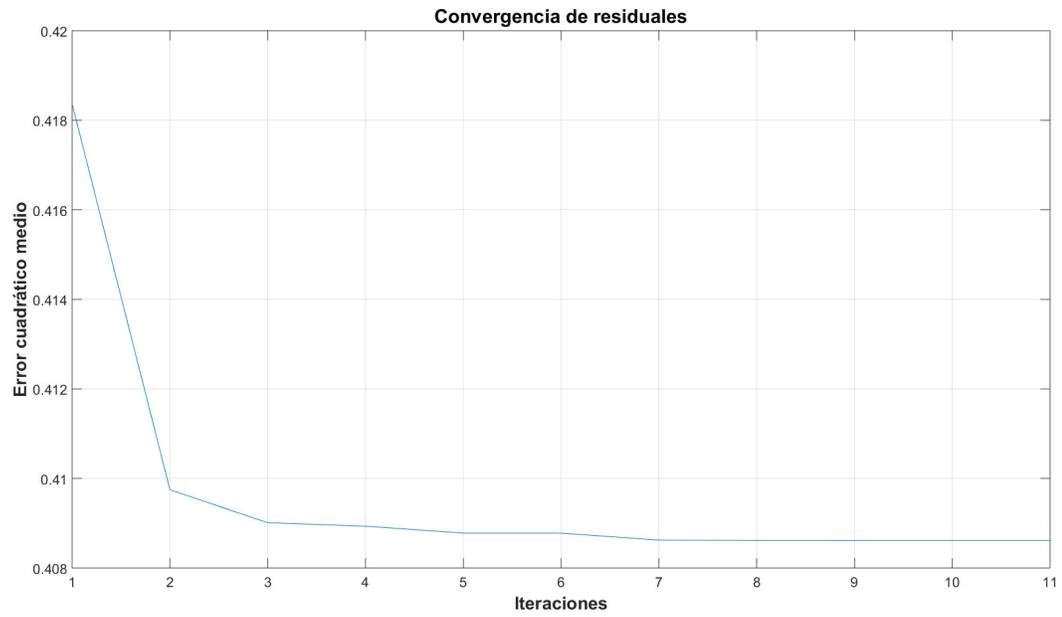


Figura 47. Convergencia de residuales después de 10 iteraciones en LSRTM.

Capítulo 4. Discusión

4.1. Comparación con trabajos anteriores

Los resultados obtenidos con las metodologías de migración de tiempo reverso y migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados arrojaron una sección sísmica similar a lo obtenido en trabajos anteriores, dicha imagen sísmica ha sido analizada y caracterizada en los trabajos de German (2013), González-Escobar *et al.* (2016) y en la misma cuenca pero en un perfil distinto por García-Abdeslem *et al.* (2001).

El trabajo realizado por García-Abdeslem *et al.* (2001), muestra una estructura similar a lo obtenido en este trabajo, calculada con gravimetría y magnetometría, pero por no estar sobre el perfil de interés, se menciona solo como una similitud cualitativa.

Los resultados de la tesis realizada por German (2013) del perfil 4965 se muestran en la figura 48.

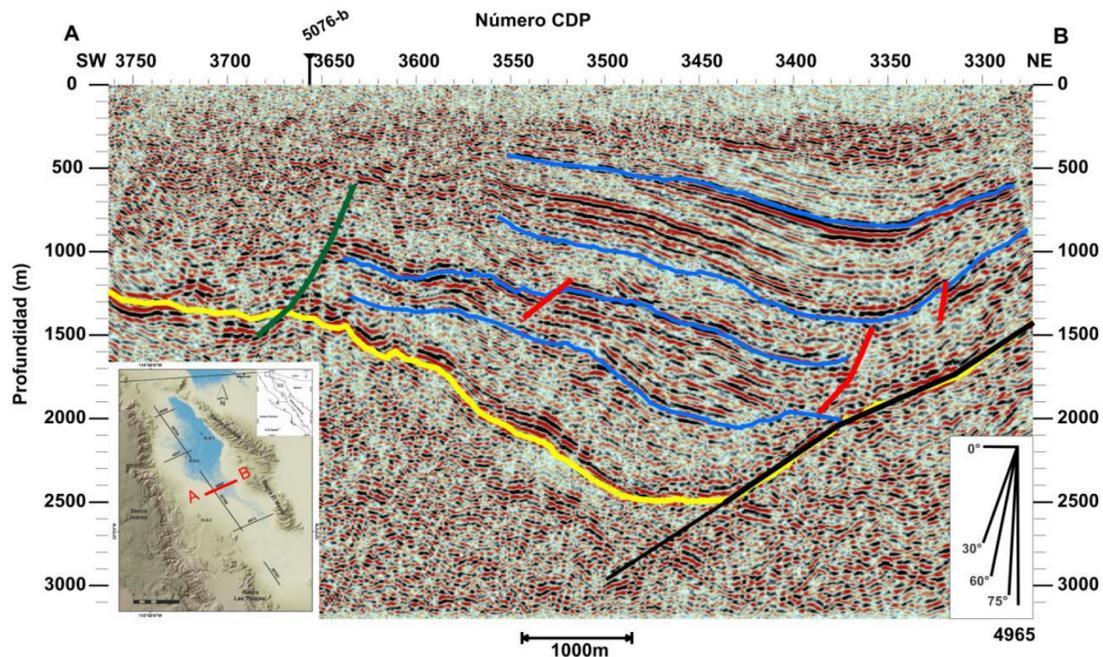


Figura 48. Estructura final con interpretación, perfil 4965, tomada de German (2013).

A continuación se muestra una comparación entre resultados. Se volvieron a graficar los datos obtenidos de la figura 48 para observar con claridad diferencias y similitudes.

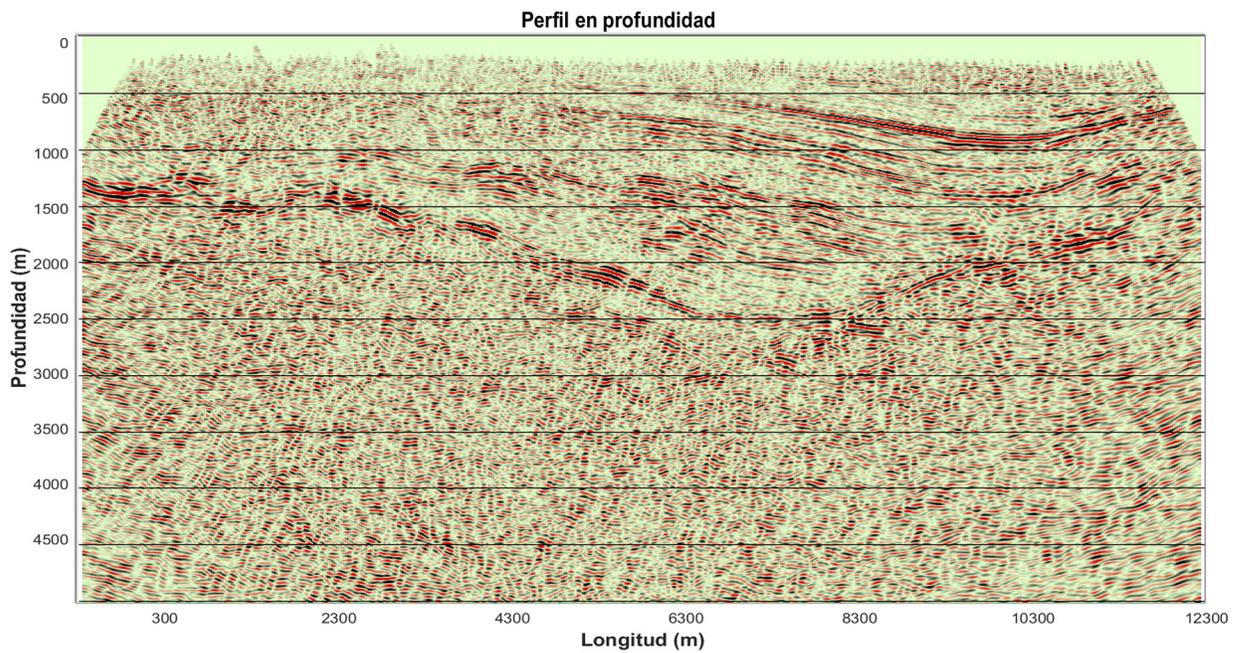


Figura 49. Estructura migrada final, perfil 4965, datos graficados nuevamente del trabajo de German (2013).

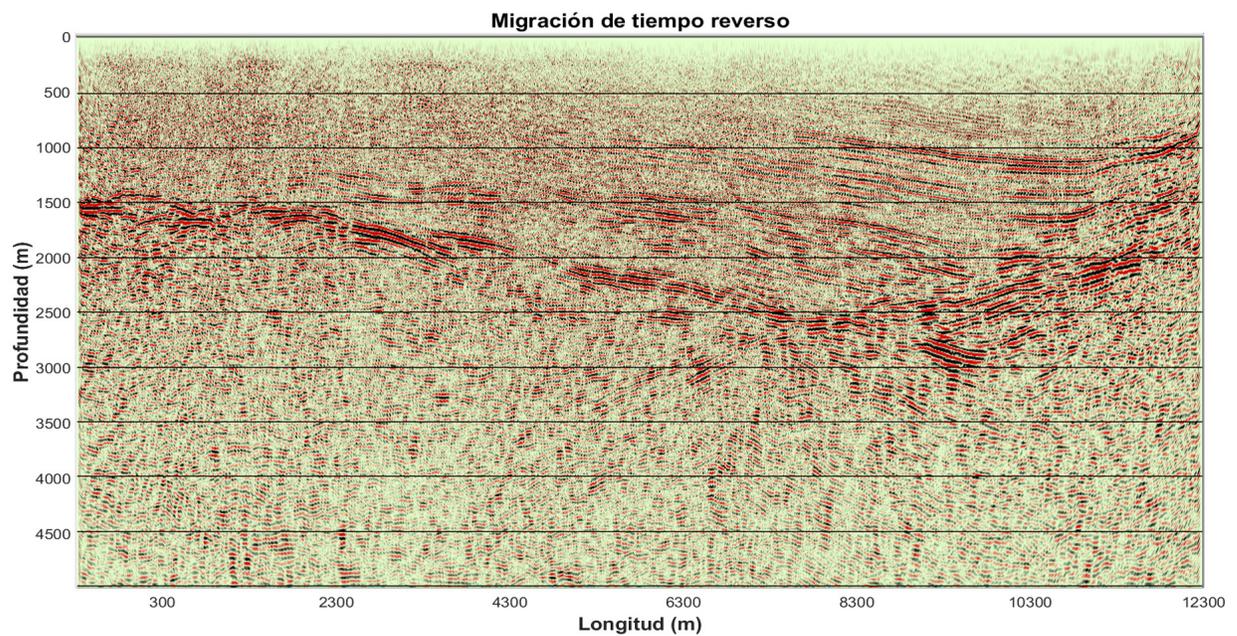


Figura 50. Estructura RTM final, perfil 4965.

Ambos resultados son similares en estructura, pero se observan ligeras diferencias en la profundidad del horizonte interpretado como el basamento en la imagen inter-

pretada de la figura 48, reflector que de lado izquierdo de las figuras 49 y 50 comienza entre 1300 y 1500 metros de profundidad. Sin embargo, la parte donde dicho reflector ya no profundiza más se aprecia en 2500 metros de profundidad en ambas imágenes.

La imagen que se muestra en German (2013) (figura 49) es una sección en profundidad de una sección apilada por puntos de profundidad común o CDP's, lo que reduce el número de trazas a 512. La imagen de reflectividad obtenida en este trabajo utiliza todo el perfil, 4799 trazas.

González-Escobar *et al.* (2016) muestran un perfil de mayor longitud que incluye el perfil trabajado en esta tesis, se muestra lo que se conoce como la falla Cañada David (figura 51-b), que aparece también en los resultados mostrados anteriormente, teniendo además similitud en forma y ubicaciones en profundidad de la estructura mostrada.

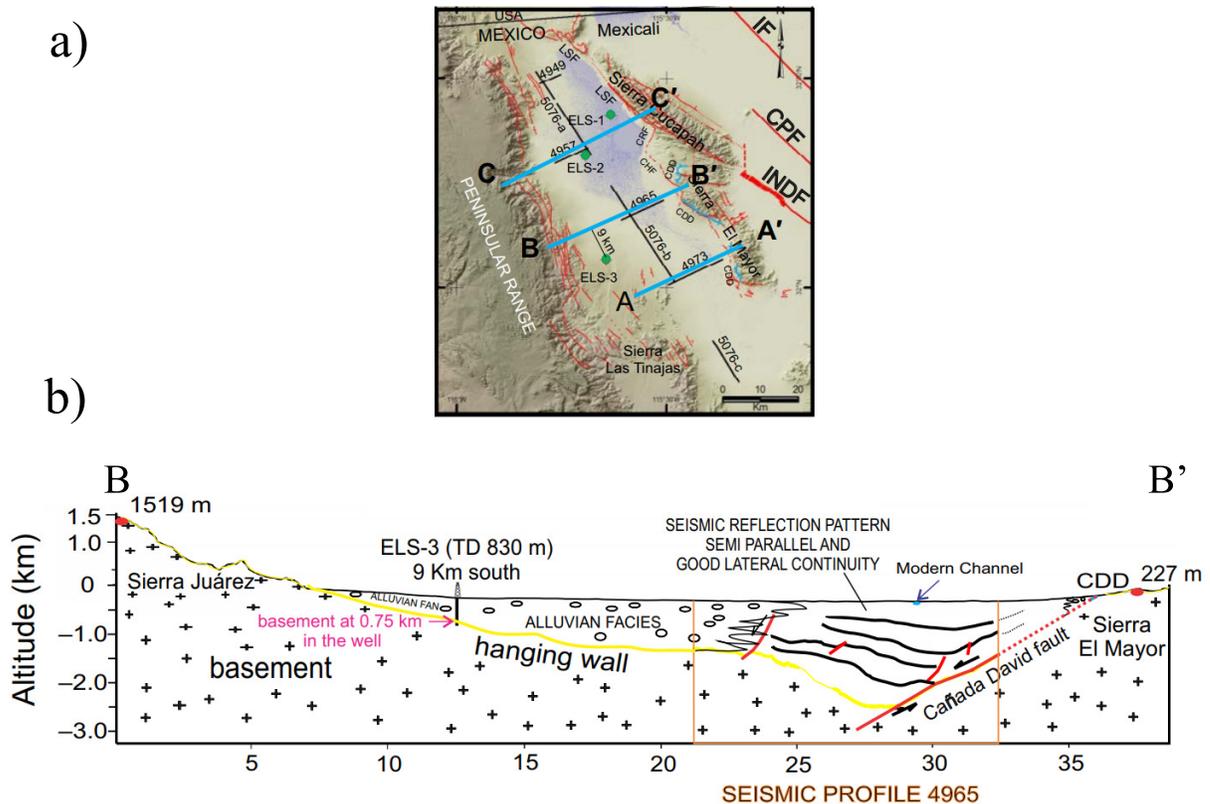


Figura 51. a) Mapa de ubicación de perfiles sísmicos. b) Interpretación de la geometría de la cuenca Laguna Salada, perfil B - B'. Modificado de González-Escobar *et al.* (2016)

El hecho de utilizar todo el perfil, muestra un efecto de mayor nitidez. La profundidad del resultado final está en función de las profundidades utilizadas en el modelo de velocidad de intervalo visto en la sección anterior.

Recordando que se trabajó un caso acústico, observamos una imagen que, con base en la metodología utilizada, ofrece un modelo de reflectividad, que estima la relación de las amplitudes de la onda reflejada a la onda incidente que sucedieron al momento de la propagación, ofreciendo un estimado de la estructura que pretende acercarse a la realidad.

Es importante recordar las ligeras diferencias entre los modelos de velocidad. Cuando el modelo se escaló, generó pequeñas diferencias que se traducen en horizontes de velocidad que no son del todo continuos, sino con ligeras variaciones, esto provoca ruido que es difícil notar, ya que el modelo conserva la forma inicial.

Cuando se obtuvieron las imágenes finales no se sometieron a la aplicación del filtro Laplaciano. Este filtro implica una modificación en la amplitud y lo que buscamos es una imagen de reflectividad que estime las amplitudes verdaderas. En los casos sintéticos lo que se buscaba era recuperar las estructuras. Al aplicar el filtro se requiere de una compensación en amplitud por dicha aplicación que involucra modificar la ecuación de onda desde el modelado, como puede indagarse a fondo en el trabajo de Yang *et al.* (2019).

Para los casos sintéticos, principalmente en la parte 1D, en la figura 15, no se aplicó el filtro con la finalidad de poder resaltar la recuperación de la amplitud real del pulso inicial que ofrece LSRTM a diferencia de RTM, para los modelos propuestos sí se utilizó, debido a que no se usaron reflectores explosivos, y para recuperar la estructura inicial, objetivo que se buscaba para poder continuar con los datos reales.

Capítulo 5. Conclusiones

El método de migración de tiempo reverso (RTM) y migración de tiempo reverso con mínimos cuadrados (LSRTM), demostraron poder recuperar imágenes de la estructura que subyace el perfil 4965 en la cuenca Laguna Salada.

Aplicar RTM ahorra pasos en el procesamiento de datos. Sin embargo, no se puede prescindir de aplicar correcciones por ground roll, deconvolución, corrección por normal move out y la realización del análisis de velocidad.

Los resultados de ambos métodos coinciden con los resultados de trabajos anteriores y mejoran la nitidez en algunas zonas. En los resultados del presente trabajo LSRTM elimina algunos artefactos, pero atenua los reflectores someros. RTM muestra una imagen nítida de reflectividad que va perdiendo resolución a profundidad.

Para un resultado satisfactorio, es de suma importancia tener un modelo de velocidad preciso. Para alcanzar el objetivo en este trabajo fue indispensable un correcto modelo de velocidad para una estimación adecuada de las profundidades, cambios litológicos y fallas de interés.

Los métodos utilizados son computacionalmente viables en cualquier computadora (la computadora con la que se obtuvieron los resultados en esta tesis tiene 2 núcleos de procesamiento y 8 Gb en RAM). Con los intervalos de muestreo y número de pasos en tiempo utilizados los experimentos tomaron máximo ocho minutos por iteración.

5.1. Trabajo futuro

El modelado en este trabajo utiliza un mallado estándar. La incorporación de un modelado con mallado intercalado podría mejorar la imagen final, aunado a la implementación de fronteras absorbentes más sofisticadas.

Modificar la ecuación de onda con base en la recuperación de la amplitud podría mejorar las imágenes finales para casos reales.

Se enfatiza en la creación de los modelos de velocidad. Generalmente los trabajos de inversión toman modelos de velocidad suavizados de los mismos modelos de la estructura propuesta. Desarrollar un trabajo sobre la creación de modelos de velocidad bajo la ayuda de datos y modelado podría mejorar las imágenes que se obtienen para cualquier técnica y metodología cuyo fin sea obtener imágenes del subsuelo.

Literatura citada

- Baysal, E., Kosloff, D. D., y Sherwood, J. W. 1983. Reverse time migration. *Geophysics*, **48**(11): 1514–1524.
- Baysal, E., Kosloff, D. D., y Sherwood, J. 1984. A two-way nonreflecting wave equation. *Geophysics*, **49**(2): 132–141.
- Biondi, B. y Shan, G. 2002. Prestack imaging of overturned reflections by reverse time migration. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2002*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 1284–1287.
- Cerjan, C., Kosloff, D., Kosloff, R., y Reshef, M. 1985. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *Geophysics*, **50**(4): 705–708.
- Claerbout, J., Green, C., y Green, I. 2004. Earth soundings analysis: Processing versus inversion: Stanford university.
- Claerbout, J. F. 1971. Toward a unified theory of reflector mapping. *Geophysics*, **36**(3): 467–481.
- Claerbout, J. F. 1985. *Imaging the earth's interior*, Vol. 1. Blackwell scientific publications Oxford.
- Claerbout, J. F. 1992. *Earth soundings analysis: Processing versus inversion*, Vol. 6. Blackwell Scientific Publications London.
- Cole, S. y Karrenbach, M. 1992. Least-squares kirchhoff migration. *SEP-75*, pp. 101–110.
- Dai, W. 2012. *Multisource least-squares migration and prism wave reverse time migration*, Vol. 74.
- Dai, W., Fowler, P., y Schuster, G. T. 2012. Multi-source least-squares reverse time migration. *Geophysical Prospecting*, **60**(4): 681–695.
- Duquet, B., Marfurt, K. J., y Dellinger, J. A. 2000. Kirchhoff modeling, inversion for reflectivity, and subsurface illumination. *Geophysics*, **65**(4): 1195–1209.
- Fletcher, R. F., Fowler, P., Kitchenside, P., y Albertin, U. 2005. Suppressing artifacts in prestack reverse time migration. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2005*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 2049–2051.
- García-Abdeslem, J., Espinosa-Cardena, J., Munguía-Orozco, L., Wong-Ortega, V., y Ramirez-Hernández, J. 2001. Crustal structure from 2 - d gravity and magnetics modeling, and seismotectonics in the laguna salada basin, northern baja california, méxico. *Geofísica Internacional*, **40**(2): 67–85.
- German, G. M. C. 2013. *Símica de reflexión en Laguna Salada, Baja California, México*. Tesis de maestría, CICESE.
- González-Escobar, M., Gallardo-Mata, C. G., Martín, A., Munguia, L., y Suárez-Vidal, F. 2016. Subsurface constraints of an active detachment fault in laguna salada basin, baja california, méxico, from interpretation of seismic-reflection profiles. *Geosphere*, **12**(4): 1283–1299.

- Hu, J., Schuster, G. T., y Valasek, P. A. 2001. Poststack migration deconvolution. *Geophysics*, **66**(3): 939–952.
- Ji, J. 1992. Least squares imaging, datuming, and interpolation using the wave equation. *SEP*, **75**: 111–123.
- Ji, J. 2009. An exact adjoint operation pair in time extrapolation and its application in least-squares reverse-time migration. *Geophysics*, **74**(5): H27–H33.
- Lailly, P. y Santosa, F. 1984. Migration methods: Partial but efficient solutions to the seismic inverse problem. *Inverse problems of acoustic and elastic waves*, **51**: 1387–1403.
- McMechan, G. A. 1983. Migration by extrapolation of time-dependent boundary values. *Geophysical Prospecting*, **31**(3): 413–420.
- Nemeth, T. 1996. Coherent noise filtering by least-squares migration: Univ. of Utah tomography and modeling. *Migration Development Project*, pp. 51–80.
- Nemeth, T., Wu, C., y Schuster, G. T. 1999. Least-squares migration of incomplete reflection data. *Geophysics*, **64**(1): 208–221.
- Sava, P. y Fomel, S. 2005. Time-shift imaging condition: 75th annual international meeting. En: *SEG, Expanded Abstracts*. pp. 1850–1853.
- Schuster, G. T. 2017. *Seismic Inversion*. Society of Exploration Geophysicists.
- Tang, Y. y Biondi, B. 2009. Least-squares migration/inversion of blended data. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2009*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 2859–2863.
- Tarantola, A. 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, **49**(8): 1259–1266.
- Valenciano, A. A. y Biondi, B. 2003. 2-d deconvolution imaging condition for shot-profile migration. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2003*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 1059–1062.
- Wang, X., Dai, W., y Schuster, G. T. 2013. Regularized plane-wave least-squares kirchhoff migration. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 3242–3246.
- Whitmore, N. D. 1983. Iterative depth migration by backward time propagation. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1983*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 382–385.
- Yang, R., Chang, X., Ling, Y., Feng, Y. E., y Qu, L. 2019. Amplitude-compensated laplacian filtering of reverse time migration and its application. *Geophysical Prospecting*.
- Yoon, K., Marfurt, K. J., y Starr, W. 2004. Challenges in reverse-time migration. En: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2004*. Society of Exploration Geophysicists, pp. 1057–1060.
- Yu, J., Hu, J., Schuster, G. T., y Estill, R. 2006. Prestack migration deconvolution. *Geophysics*, **71**(2): S53–S62.