

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Óptica con orientación en Óptica Física**

**Desarrollo de un refractómetro puntual de inmersión
de fibra óptica de alta precisión y resolución**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Ángela Judith Teposte Villalpando

Ensenada, Baja California, México

2020

Tesis defendida por

Ángela Judith Teposte Villalpando

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Mikhail Shlyagin

Director de tesis

Dr. Víctor Ruiz Cortes

Dr. Serguei Miridonov Elakov

Dr. Francisco Antonio Domínguez Serna

Dr. César Cruz Hernández



Dr. Israel Rocha Mendoza

Coordinador del Posgrado en Óptica

Dra. Rufina Hernández Martínez

Directora de Estudios de Posgrado

Ángela Judith Teposte Villalpando © 2020

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis

Resumen de la tesis que presenta Ángela Judith Teposte Villalpando como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física.

Desarrollo de un refractómetro puntual de inmersión de fibra óptica de alta precisión y resolución

Resumen aprobado por:

Dr. Mikhail Shlyagin

Director de tesis

El índice de refracción es una característica importante de los materiales. Su medición precisa permite distinguir entre diferentes materiales; determinar parámetros como concentración en soluciones, o monitorear dinámicas de reacciones químicas o biológicas. Los refractómetros se emplean ampliamente en ciencia, tecnología y estudios médico-biológicos. En los últimos años, ha habido un gran interés en el desarrollo de refractómetros de fibra óptica debido a sus posibilidades de realizar mediciones remotas con una punta de medición sumergible, que permiten automatizar mediciones, usarlas en aplicaciones de microfluidos y realizar mediciones in vivo. Sin embargo, la mayoría de las técnicas propuestas utilizan equipos de interrogación de altos costos y requieren tecnologías complejas para la fabricación de cabezales de fibra óptica. En este trabajo de tesis se analiza teórica y experimentalmente el comportamiento de un refractómetro sencillo y económico, basado en la reflexión de Fresnel en la punta de una fibra óptica monomodal. Para incrementar la exactitud de las mediciones, el refractómetro cuenta con un canal de referencia de potencia óptica incidente, mediante un interferómetro formado por rejillas de Bragg de baja reflectancia, ubicado en las cercanías de la punta de prueba. Para separar y distinguir las señales se empleó una técnica de reflectometría óptica en el dominio de las frecuencias. El trabajo de tesis investiga los efectos de reflexiones múltiples dentro del sistema fibra óptica, las cuales podrían resultar en errores sistemáticos en la medición del índice de refracción. Se ha desarrollado un modelo teórico de un refractómetro y se lleva a cabo el análisis de la influencia de las reflexiones múltiples al funcionamiento del refractómetro. Con el modelo teórico que considera estas reflexiones múltiples, entre los reflectores de referencia y la punta de prueba, se propone un algoritmo de procesamiento de señales para compensar los errores sistemáticos. También se ha desarrollado un prototipo experimental que utiliza un diodo láser estándar de telecomunicación con barrido en longitud de onda por temperatura y un fotodetector sencillo. Los resultados experimentales obtenidos en el laboratorio confirmaron las conclusiones del modelo teórico. Se demostró la factibilidad de lograr una alta resolución y exactitud de medición al nivel de 2×10^{-5} .

Palabras clave: refractómetro, Fresnel, reflexiones múltiples, diafonía intermodulación

Abstract of the thesis presented by Ángela Judith Teposte Villalpando as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Optics with orientation in physical Optics.

Development of a high precision and resolution fiber optic immersion point refractometer

Abstract approved by:

Dr. Mikhail Shlyagin

Thesis Director

The refractive index is an important characteristic of materials. An accurate measurement of the refractive index allows distinguishing between different materials, determining parameters such as concentration in solutions, or monitoring the dynamics of chemical or biological reactions. Refractometers are widely used in science, technology, and medical-biological studies. In recent years, there has been great interest in developing fiber optic refractometers because of its possibilities to perform remote measurements with a submersible measurement tip, which will allow to automate measurements, use them in microfluidic applications, and perform measurements in vivo. However, most of the proposed techniques require using of very high cost interrogation equipment. In addition, many of them have to use a complex technology for manufacturing a fiber-optic refractometer head. In this thesis work, the behavior of a simple and inexpensive refractometer based on Fresnel reflection at the tip of a single-mode optical fiber is analyzed theoretically and experimentally. To increase the accuracy of measurements, the refractometer scheme has an incident optical power reference channel, using an interferometer formed by low-reflectance fiber Bragg gratings, located near the fiber probe tip. To separate and distinguish signals reflected from the measurement and reference reflectors, the frequency domain optical reflectometry technique was used. In the thesis project, the effects of multiple reflections within the fiber optic system are investigated, which could result in systematic errors in the refractive index measurement. A theoretical model of the refractometer has been developed and the analysis of the influence of multiple reflections on the operation of the refractometer was carried out. With the theoretical model that considers these multiple reflections between the Bragg gratings and the fiber optic tip, a signal processing algorithm is proposed to compensate for systematic errors. An experimental laboratory prototype has been developed using a standard telecommunication DFB diode laser with light wavelength scanning by crystal temperature tuning and a simple photodetector. The results of experiments carried out in the laboratory confirmed conclusions of the theoretical model. The possibility of achieving high resolution and measurement accuracy at the 2×10^{-5} level was demonstrated.

Keywords: refractometer, Fresnel, multiplex reflection, crosstalk

Dedicatoria

A mis padres, Leobardo y Beatriz.

*Conforme pasa el tiempo al fin comprendo
que nunca nadie podrá enseñarme
tanto, como lo han hecho ustedes.*

Los amo.



En memoria de Poe.

Agradecimientos

Agradezco a mi director de tesis, el Dr. Mikhail Shlyagin, por su aceptación, consejos, paciencia y enseñanzas. A Elíseo por la total disposición a ayudar en las enseñanzas y conflictos técnicos. Gracias a mis sinodales por su compromiso al compartir este proyecto conmigo.

A Josué, por su invaluable compañía; la ayuda y aprendizajes incuantificables. A mis amigos de maestría que volvieron esta experiencia toda una aventura. Y a Poe por todo el tiempo que compartimos juntos.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada en México. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría. No. de becario: 634379, con número de apoyo 488346.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español	ii
Resumen en inglés	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Lista de figuras	ix
Lista de tablas	xiv
Capítulo 1. Introducción	
1.1. Objetivos	5
Capítulo 2. Conceptos básicos	
2.1. Índice de refracción	6
2.1.1. Índice de refracción complejo	8
2.2. Efectos ópticos para medir IR	8
2.2.1. Reflexión	8
2.2.2. Refracción	9
2.2.3. Ángulo crítico	10
2.2.4. Coeficientes de Fresnel	11
2.2.5. Plasmón superficial	13
2.3. Ruido	15
2.3.1. Ruido de intensidad relativo medio	16
2.3.2. Ruido de fase	17
2.3.3. Conversión Ruido de fase a Ruido de intensidad relativo medio ..	19
2.3.4. Ruido de Diafonía e Intermodulación	21
2.3.5. Resumen	22
Capítulo 3. Estado del arte/ Refractómetros	
3.1. Refractómetros clásicos	23
3.1.1. Refractómetros con base en el ángulo de refracción	24
3.1.2. Refractómetros con base en la resonancia del Plasmón Superficial	26
3.1.3. Refractómetros que emplean otros principios	28
3.2. Refractómetros de fibra óptica	29
3.2.0.1. Refractómetros con base en los coeficientes de transmisión y reflexión	29
3.2.1. Refractómetros con base en mediciones espectrales	32
3.2.1.1. Refractómetros con base en el campo evanescente	32
3.2.1.2. Refractómetros en base a la resonancia de plasmón superficial	34
3.2.1.3. Refractómetros con base en modos de fuga	35
3.2.1.4. Refractómetros con base en interferencia	36

Tabla de contenido (continuación)

3.2.1.5. Refractómetros con base en las reflexiones en punta	37
3.2.2. Resumen	38
Capítulo 4. Modelo y cálculos numéricos	
4.1. Descripción general del modelo	40
4.2. Desarrollo teórico	43
4.2.1. Modelo de 3 ondas - primer orden	43
4.2.2. Modelo múltiples reflexiones	52
4.2.2.1. Modelo 7 ondas - tercer orden	53
4.2.2.2. Modelo 13 ondas - quinto orden	63
4.3. Experimentos numéricos	71
4.3.1. Dependencia reflectores internos	72
4.3.1.1. Coeficientes de Desviación con modelo 3-ondas	73
4.3.1.2. Coeficiente de calibración	75
4.3.2. Experimento numérico para medir índice de refracción externo	77
4.3.3. Conclusiones parciales	80
Capítulo 5. Desarrollo experimental	
5.1. Descripción global del material del equipo	82
5.2. Medición de parámetros de los componentes	84
5.2.1. Rejillas	84
5.2.2. Modulación de frecuencia óptica del laser	85
5.2.2.1. Repetibilidad de barrido	88
5.2.2.2. Seguimiento de fase	90
5.3. Caracterización del láser	91
5.3.1. Ruido	91
5.3.1.1. Ruido de Intensidad	91
5.3.1.2. Ruido de Fase	93
5.3.2. Conclusiones parciales	93
Capítulo 6. Resultados experimentales y Discusión	
6.1. Espectros	95
6.2. Índices mayores a n_f	96
6.3. Variación del pico de referencia	97
6.4. Variación del coeficiente de calibración	98
6.5. Estimación de índices de refracción	101
6.5.1. Discusiones	106
Capítulo 7. Conclusiones	
7.1. Conclusiones	108
7.2. Perspectivas	109
Anexo	110

Tabla de contenido (continuación)

Literatura citada	123
--------------------------------	------------

Lista de figuras

Figura	Página
1. A) Fuente puntual al atravesar una interfaz del vacío a un medio, las líneas curvas representan los frentes de onda esféricos. B) Frentes de onda planos, con dirección de propagación α , al travesar la interfaz desde el vacío hacia un medio cambia esta dirección a β . Las líneas representan los frentes de ondas, la flecha roja es el vector de onda.	7
2. Representación esquemática de un rayo de luz incidiendo de una interfaz n_i - n_t . La flecha verde es el rayo incidente a θ_i , ángulo de incidencia. El rayo refractado, es la flecha roja a θ_t , ángulo de transmisión. El rayo reflejado, es la flecha azul a θ_r , ángulo de reflexión, siendo $\theta_i = -\theta_r$	9
3. Representación esquemática de la variación del ángulo de incidencia hasta llegar a la condición de reflexión total interna.	10
4. Representación esquemática del campo eléctrico incidiendo en una interfaz n_i - n_t . A) incidencia $\theta_i \neq 0$. B) incidencia normal $\theta_i = 0$. Las flechas verde, azul y roja, corresponde a las dirección de propagación del campo incidente (E_i), del campo reflejado (E_r), del campo transmitido (E_t), respectivamente.	13
5. Representación esquemática del fenómeno de resonancia de Plasmón superficial. Se tiene una configuración donde se acompla luz por medio de la reflexión total interna, que luego es desacoplada con un corte en el prisma. En la zona inferior derecha esta una gráfica de cómo se vería espectralmente la luz reflejada y captada por el detector.	14
6. Representación esquemática del ensanchamiento espectral, la línea continua situada en ω , representa la frecuencia ideal de la fuente, perfectamente monocromática; la línea discontinua, es una envolvente lorentziana, representa el espectro real de la fuente, con un ancho $\Delta\omega$	18
7. Representación esquemática del campo eléctrico en el dominio del tiempo, con amplitud V_0 . Línea continua, campo sin variaciones. Línea discontinua, campo modificado por ruido: variación en la amplitud (izquierda) y variaciones en la frecuencia o fase (derecha). Inferior, representaciones fasoriales; zona sombreada son los posibles valores en los que oscilara.	19
8. Superior, representación esquemática de configuración interferométrica tipo Fabry-Perot: donde $P_0(t)$ es campo, τ_0 retraso temporal, R_p , valor de reflectancia para los espejos	20
9. Representación esquemática de los fundamentos del refractómetro de Abbe. La traza roja corresponde al máximo ángulo de refracción, mismo que limitara las zonas de oscuridad y luz.	24
10. Representación esquemática de componentes de refractómetros de prismas. A) Refractómetro de Abbe. B) Refractómetro de Pulfrich o de mano. C) Refractómetro de Inmersión. Situado entre B) y C) en un recuadro se muestra un ejemplo de cómo se vería la mira de este tipo de refractómetros.	25

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
11. A) Representación esquemática de la configuración de Kretschmann, para la excitación del SPR. Inferior. B) Espectro de intensidad, tomado con una cámara CCD. C) Sección transversal del centro de la imagen de intensidad.(Zilio, 2012)	27
12. A). Configuración de Jiun-You Lin <i>et al.</i> ,2008, donde se producen ordenes de difracción con un objeto sumergido en un liquido desconocido. B). Gráficas experimentales del espectro de ordenes de difracción, para dos incidencias de refracción diferente, se tienen un desplazamiento espectral de los ordenes (Taghi Tavassoly <i>et al.</i> ,2012)	28
13. Izquierda. Configuración para detectar la adulteración de combustibles por queroseno (Sukhdev Roy ,1999). Derecha. Configuración que permite detectar cambios por el desacoplamiento de luz (Argha Banerjee,2007). . .	31
14. A) Configuración experimental propuesta por Suhadolnik <i>et al.</i> , en 1995; para un refractómetro de tres puntas. B) Representación esquemática de refractómetros de dos puntas (A.L. Chaudhari, 2001).	31
15. Técnicas de acceso al campo evanescente. A y E. configuración de fibras cónicas, representación esquemática y fotografía, respectivamente (Pengfei Wang <i>et al.</i> , 2011). B y F. Rejillas de Bragg de periodo largo, representación esquemática y fotografía, respectivamente (Joaquin Ascorbe <i>et al.</i> 2018). C y G. Fibra D recubierta: con TiO ₂ y ITO, respectivamente (Chuen-Lin Tien <i>et al.</i> , 2018 y S. López <i>et al.</i> , 2012) D. Configuración de fibra conica y rejillas de periodo largo (Wei Liang <i>et al.</i> 2015).	33
16. Representación esquemática configuración experimental (Yang Zhang <i>et al.</i> , 2017)	34
17. Representación esquemática configuración experimental. A) Zhaochuan Zhang <i>et al.</i> , 2018 B). Gráficas experimentales del espectro de ordenes de difracción, para dos incidencias de refracción diferente.Xinpu Zhang and Wei Peng, 2014	36
18. Representación esquemática configuración experimental. a) Jushuai Wu <i>et al.</i> , 2018. b) Yanelis Lopez-Dieguez <i>et al.</i> , 2018. c) Gopinath Mudhana, <i>et al.</i> , 2010. d) Susana Novais <i>et al.</i> , 2017. e) Rex Xiao Tan <i>et al.</i> , 2018.	39
19. Representación esquemática de la configuración experimental. En la zona derecha vemos el cabezal del sensor ampliado. En la parte derecha inferior se tiene una gráfica de la modulación en fase de la señal láser en el tiempo.	40

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
20. Representación esquemática del cabezal de medición. a) Línea amarilla. Campo reflejado en el primer espejo del cabezal. b) Línea roja. Campo reflejado en el segundo espejo del cabezal. c) Línea azul. Campo reflejado en punta clivada.	45
21. Cálculo numérico para de la intensidad el espacio de Fourier de una configuración con $r_1 = 5\%$, $r_2 = 6\%$, $r_m = 2\%$. Bajo consideración del modelo primario.	49
22. Representación esquemática de las distintas reflexiones que satisfacen reflejarse tres veces en alguno de los reflectores o la punta de la fibra. . . .	54
23. A) Cálculo numérico para de la potencia según el modelo de 3-ondas y 7-ondas en el espacio de Fourier, para reflectancias de 0.03 y 0.003. B) Diferencia entre los cálculos para el modelo de 3-ondas y 7-ondas, con ambas reflectividades.	59
24. Representación esquemática de las distintas reflexiones que satisfacen reflejarse cinco veces en alguno de los reflectores o la punta de la fibra. . .	65
25. A) Cálculo numérico para de la potencia según el modelo de 7-ondas y 13-ondas en el espacio de Fourier, para reflectancias de 0.03 y 0.003. B) Diferencia entre los cálculos para el modelo de 13-ondas y 7-ondas, con ambas reflectividades.	71
26. Gráficas de transformadas para distintos medios externos. A) Transformada en escala lineal. B) Transformada en escala logarítmica, para $\log[A(\text{Hz})/A_a]$, es decir esta escala logarítmica se normalizó al valor máximo	72
27. Gráfica cambios de factores f, g, h, en función de la reflectancias internas. Se considera $r_1 = r_2$ y $r_m = 0.17\%$ correspondiente al aire. A). Barrido de reflectancias de 0% a 10%. Diferencia entre modelos de 7-ondas y 13-ondas, barrido de 2% al 4% de reflectancias, región de valores en donde se situarán los reflectores experimentales. B) para $F(r)$, C) para $G(r)$ y D) para $H(r)$	73
28. Gráfica cambios de factores f, g, h, en función del índice externo. Se considera $r_1 = 0.025$ $r_2 = 0.0362$. A) factores para los modelos de 5-ondas y 13-ondas. Diferencia entre los modelos: B) para $F(r)$, C) para $G(r)$ y D) para $H(r)$	75
29. Gráfica de cociente entre factores β_1 y β_2 . Se considera $r_1 = 0.025$ $r_2 = 0.0362$ y r_m el correspondiente al aire.	76

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
30. Gráfica coeficiente de calibración en función del índice externo. Se considera $r_1 = 0.025$ $r_2 = 0.0362$. En línea con puntos, la función del coeficiente de calibración para el modelo de 5-ondas y en línea continua roja, el valor del coeficiente de calibración para el modelo de 3-ondas, en las mismas condiciones. Izquierda. Calculo correspondiente al pico a. Derecha. Calculo correspondiente al pico b.	76
31. Variación de la función de coeficiente de calibración a distintos valores de reflectancias. Se considera $r_1 = r_2$ y r_m el correspondiente al aire. Izquierda. Calculo correspondiente al pico a. Calculo correspondiente al pico b.	77
32. Gráfica de estimaciones para índices externos calculado con el pico a, usando distintas calibraciones. Línea continua, valor de entrada usado para el cálculo. En líneas acotadas los valores de salida, que se obtendría midiendo con distintos coeficientes de calibración cuando existen reflexiones múltiples, pero calculados con el modelo de tres ondas.	78
33. Diferencia entre el valor de índice usado y el obtenido en cada caso. Con calibraciones en distintos medios.	79
34. Representación esquemática detallada de configuración experimental. En la zona derecha vemos el cabezal del sensor ampliado, L_1 es 3.5 cm y L_2 12 cm. La montura variable permite desplazar el recipiente con la muestra hacia el cabezal de medición, sin perturbar el arreglo.	83
35. Fotografía de montaje experimental. El círculo verde señala la localización de las rejillas.	84
36. Espectro mostrado en el analizador de espectros del proceso de grabado de dos rejillas de Bragg, al ser monitoreada en su grabado.	86
37. Modulación de frecuencia del diodo láser.	87
38. A) Función de modulación de frecuencia, producida por la DAQ. B) Espectro de interferencia tomado por el fotodetector.	87
39. Señales del fotodetector para distintas frecuencias de barrido.	88
40. Repetibilidad del barrido. Izquierda. Señales ópticas que llegan al fotodetector, graficados de varios ciclos. Derecha. acercamiento de la señal óptica, donde se aprecian las diferentes líneas para cada ciclo.	89
41. Repetibilidad en el dominio de frecuencias, de la señal óptica recibida por el fotodetector. Izquierda. Diversos ciclos graficados traslapados. Derecha, acercamiento a la punta del pico.	89

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
42. Derecha.Desdoblamiento del seguimiento de fase, para el pico de referencia.Izquierda.Residuo del ajuste lineal al seguimiento de fase.	90
43. Curva potencia para el diodo láser CQF 915.408-19550.	91
44. Gráfica de ruido de intensidad del diodo láser CQF 915.408-19550.	92
45. Configuración experimental para medir ruido de fase.	94
46. Ruido de fase.Izquierda. valores experimentales. Derecha. Curvas didácticas para ejemplificar la dependencia del ruido de fase, en distintos puntos de la señal interferométrica.	94
47. Señal del interferencia del cabezal de medición para aire.	95
48. Espectros de interferencia para glicerina y liquido de calibración.	96
49. Variación de pico de referencia.	98
50. Coeficientes de Calibración según el índice externo. Estimado con el pico a	99
51. Calibraciones en distintos medios. Para los picos a y b. En linea puntada gruesa, el valor de la literatura.	101
52. Distintas estimaciones para el índice de refracción, empleando compensaciones.	103
53. Distintas estimaciones para el índice de refracción, empleando compensaciones. a) aire, b) agua, c) acetona, d) alcohol isopropílico, e) líquido igualador y f) glicerina.	104

Lista de tablas

Tabla	Página
1. Términos de frecuencia y amplitud para la interferencia entre las ondas de múltiples reflexiones de tercer orden con ondas básicas del primer orden, del modelo de 3-ondas.	57
2. Términos de frecuencia y amplitud para la interferencias entre ondas de reflexiones múltiples de tercer orden con ellas mismas, que coinciden en caminos ópticos con los términos de interés del modelo de 3-ondas.	58
3. Términos de frecuencia y amplitud para ondas de múltiples reflexiones para segundo orden con ondas básicas del modelo de tres ondas.	67
4. Cálculos y correcciones para los índices simulados. Con $r=0.03$	80
5. Cálculos y correcciones para los índices simulados. Con $r=0.12$	80
6. Ruido de intensidad media.	92
7. Variación de referencia por intermodulación.	98
8. Resumen de los índices calculados de promedio de las estimaciones de los dos picos.	105

Capítulo 1. Introducción

El índice de refracción (el cual se abreviara IR, a lo largo del presente trabajo) de un medio es una característica importante de los materiales que relaciona las propiedades de un medio con las características de una onda electromagnética que se propaga en él, tales como la velocidad y dirección de propagación, cambios de estados de polarización, etcétera. Este índice depende de la estructura atómica y molecular del material, la densidad, y temperatura. Por lo tanto, una medición precisa del índice de refracción permite distinguir entre diferentes materiales o determinar parámetros variaciones en estos parámetros, como la concentración en soluciones.

Para medir el índice de refracción, se desarrollaron dispositivos llamados refractómetros; en cuya operación se utilizan diversas leyes y efectos ópticos. Por ejemplo, históricamente el primer refractómetro (refractómetro Abbe), utiliza una medición de ángulo crítico en el efecto de la reflexión total interna. Hay muchas modificaciones del refractómetro Abbe para medir muestras líquidas en condiciones de laboratorio con un nivel promedio de precisión y resolución de hasta 10^{-4} RIU (Refractive Index Unit, por sus siglas en inglés). Estos refractómetros ocupan el rango de precio medio y son el instrumento más común para mediciones manuales del índice de refracción de líquidos.

Para mediciones más precisas, se utiliza el efecto de la excitación del plasmon polaritón de superficie; esto se refiere a una oscilación colectiva de electrones libres, que se estimula bajo condiciones específicas. Los refractómetros desarrollados con este principio permiten medir el índice de refracción de líquidos con una precisión alta, de hasta 5×10^{-6} RIU. La precisión absoluta en estos instrumentos está limitada principalmente por problemas de calibración. Existen varias configuraciones de dichos refractómetros que utilizan ópticas de volumen. En refractometría diferencial, la resolución de tales dispositivos alcanza 2×10^{-7} RIU (Wang *et al.*, 2017). Este es el método más avanzado en refractómetros comerciales, se utiliza para la medición de índices de refracción en el campo químico y para biodetectores; ejemplos de esto se han dado por Slavík-Homola (2007), Homola (2008). No obstante, este tipo de equipos tienen la desventaja de ser de costo muy alto.

En las últimas décadas se han realizado muchos trabajos de investigación y desa-

rollo en el área de sensores de fibra óptica de diferentes tipos, en particular para aplicaciones en tecnología química, médico-biológica, y de protección medio ambiental. Estos han experimentado un crecimiento constante en las últimas décadas, teniendo investigaciones por Wolfbeis en 2008, por hacer mención de algún ejemplo. Entre estos sensores de fibra óptica, una gran cantidad de técnicas se basan en la medición del índice de refracción, ya sea el de la muestra de interés o de un transductor cuyo cambio de IR es inducido por la interacción con el medio de interés.

Los refractómetros de fibra óptica pueden servir para probar pequeños volúmenes de muestras de analitos, por debajo del rango de microlitros. Por otro lado, existe interés en el desarrollo de dispositivos de fibra que pueda actuar como una sonda de inmersión. Esta configuración hace que el cabezal del sensor sea adecuado para mediciones incluso dentro de cuerpos vivos, ya que, se puede poner fácilmente en una aguja de jeringa o catéter. Sin embargo, la necesidad de la modificación de la punta de fibra y las instalaciones para el depósito del material en la punta de fibra son las desventajas de su fácil implementación.

Por otra parte, en química y en la biodetección existen disolventes orgánicos ampliamente utilizados cuyo índice de refracción es mucho mayor al del núcleo de las fibras; por ejemplo, la anilina y el alcohol bencílico muestran un índice de refracción por encima de 1.50. Por lo tanto, se han propuesto algunos diseños especiales para aumentar el rango dinámico más allá de este límite. Dos técnicas principales han sido reportadas en la literatura. El primero se basa en la interacción del campo evanescente con la muestra (Sun-Chan, 2007; Yu *et al.*, 2008). Mientras que el segundo diseño aprovecha la excitación resonante de los modos en capilares que pueden usarse como canales microfluídicos (Zamora, 2007). Ambos casos se basan en componentes no estándar y necesitan aparatos costosos y arreglos de medición complejos. Estas características representan severas limitaciones para su uso generalizado, especialmente las pruebas de campo in situ. Pero dan cabida a aplicaciones muy diversas, por ejemplo, en las vertientes de biosensores y optofluídica, como lo hicieron Wenjun *et al.* en 2017.

En un trabajo realizado en el departamento de Óptica de CICESE (Shlyagin *et al.*, 2013) se reportó una configuración sencilla y económica para un refractómetro basado en la reflexión de Fresnel en la punta de la fibra óptica. Para obtener una referencia de

potencia de la luz láser en la punta de fibra óptica se utilizaron 2 rejillas de Bragg localizadas en la cercanía de la punta clivada, dando como un resultado una resolución del orden de 5×10^{-5} RIU. Unos años después, en 2016 se presentó una configuración similar, donde las reflexiones se hicieron por conexiones mecánicas entre 2 fragmentos de fibra óptica, condujo a una reflectancia de hasta 3.5 % en los reflectores de referencia. Esto permitió realizar un cabezal muy sencillo y con la posibilidad de intercambiar la punta de prueba en manera muy rápida, siendo fácil y de bajo costo. Sin embargo, resultó en una exactitud peor que en el trabajo anterior; donde se empleaban reflectores con reflectancias mucho más bajas.

El refractómetro de punta de fibra auto referido, basado en los coeficientes de Fresnel, mostró ser una alternativa de bajo costo, de buena precisión y exactitud. Sin embargo, es un prototipo que puede ser optimizado, ya que, en las configuraciones propuestas con anterioridad, hubo cambios de algunos órdenes, al alterar los factores como la reflectancia de los reflectores internos de referencia, la modulación de la frecuencia, y la longitud de la cavidad interferométrica. Por lo tanto, retomando la configuración propuesta en 2013 (Shlyagin *et al.*), pero valiéndose de un modelo que considera las reflexiones múltiples del sistema, se buscará dar respuesta a una posible compensación y determinación de los parámetros óptimos, de manera numérica, para optimizar recursos de tiempo y de material. Con esto se espera un mejor desempeño, con la finalidad de minimizar el error de precisión y maximizar la exactitud del sistema. Así como abrir la posibilidad de automatizarlo de modo que se tenga un prototipo más funcional.

En el presente trabajo se presenta el desarrollo del prototipo de laboratorio de un refractómetro basado en componentes de bajo costo de fibra monomodal (SMF28 simple) referido a sí mismo, con disposición de instalación simple y capaz de cubrir un amplio rango de valores del índice de refracción, incluidos aquellos superiores al índice efectivo de la fibra utilizada. A su vez, cumplirá con los requisitos de utilizar pequeños volúmenes de muestra y su empleo mediante dispositivos como agujas, por tanto, tendrá compatibilidad biológica para ser utilizado para mediciones in vivo (Aronne, 2019), de alta precisión global RIU. Cuyo principio de operatividad se basa en la reflexión de Fresnel en la punta de la fibra, empleando la técnica de reflectometría en el dominio de frecuencia óptica coherente. Para ello se realizan estudios analíticos y numéricos.

Con el objetivo de hacer un análisis de los parámetros del sensor y la influencia de las reflexiones múltiples como fuente de error en la calibración del refractómetro y exactitud de las mediciones.

Definidos los anteriores conceptos, se continuará en con la exposición de las generalidades y estructura de la presente tesis:

El segundo capítulo, abarca los conceptos básicos y principios fundamentales, bajo los que funcionan algunos refractómetros, en particular el modelo de refractómetro propuesto. Incluyendo la definición de índice de refracción, las leyes de refracción y reflexión, así como algunas particularidades; hasta definir distintos tipos de ruidos que se considerarán para nuestro sistema.

El capítulo, 3, detalla sobre los antecedentes y categorías de refractómetros tanto de óptica de volumen como de fibra óptica. Precisando los distintos tipos de operación y alcances de cada uno, sus ventajas y desventajas.

En el capítulo 4, presenta la descripción detallada del funcionamiento del refractómetro, se analiza el modelo para diferentes aproximaciones, tomando en cuenta interferencias entre las ondas reflejadas primarias (sola 1 reflexión) y ondas que lleguen a fotodetector por reflexiones múltiples. Se presentan los desarrollos analíticos y los resultados de los experimentos numéricos que se realizaron para la selección de parámetros, previo a la experimentación.

En el quinto capítulo, están todos los detalles de la experimentación, las características del equipo empleado, los procedimientos de montaje así como los procedimientos y caracterización del equipo.

El capítulo 6, muestra los resultados de experimentos con diferentes sustancias, calibración del refractómetro y mediciones de índice refractivo de diferentes sustancias (agua, alcohol isopropílico, acetona, glicerina y líquido igualador del índice de la fibra), se presenta discusiones y comparación de resultados con datos de literatura de la experimentación.

Finalmente, el capítulo séptimo, está dedicado a las conclusiones que se obtuvieron de toda la investigación y, al final, se mencionan posibles actividades para futuro en desarrollo de esta técnica.

1.1. Objetivos

Realizar un estudio de los factores que permitan la optimización de un refractómetro de fibra óptica de inmersión. Montar un prototipo de laboratorio para dicho refractómetro. Lograr una alta exactitud y precisión en las pruebas experimentales.

Capítulo 2. Conceptos básicos

En el presente capítulo, se mostrará brevemente algunos de los conceptos fundamentales de óptica, los cuales resultan de suma importancia en los principios de generación para distintos tipos de refractómetros. Por ello se definirá primeramente el concepto de índice de refracción, para después ver algunas leyes en donde éste juega un rol clave; así como casos especiales de comportamientos de la luz debido a cambios particulares en el índice. Posteriormente se verán conceptos de ruido que están presentes en nuestro sistema.

2.1. Índice de refracción

La velocidad de propagación de una onda electromagnética en el vacío es mejor conocida ordinariamente como velocidad de la luz, denominada con la letra c ; cuyo valor se establece en, $299\,792.458\text{ km/s}$ según la vigésima cuarta Conferencia General de Pesos y Medidas (Pinto *et al.*, 2012). Es posible establecer una relación a partir de dicha velocidad y la velocidad en un medio. El cociente de estas dos velocidades, antes mencionadas, recibe el nombre de índice de refracción, el cual es clave al momento de definir las leyes fundamentales de la óptica. Su nombre deriva justamente de la relación que mantiene con la ley de refracción, como se verá más adelante. Generalmente estas velocidades son tan grandes, que, para determinar estos cocientes, se emplean otras relaciones como lo son las leyes de refracción y reflexión.

El índice de refracción es entonces, una propiedad óptica fundamental de un material. Visto desde el panorama de la óptica geométrica, es el efecto que tiene la dirección de un rayo de luz, ocasionada al atravesar medios con propiedades diferentes; es decir la refracción de un primer medio sobre otro (ver figura 1 A)). Por su parte desde el rigor de las ondas electromagnéticas, es definido como una razón entre las velocidades de propagación del campo electromagnético, entre estos dos medios. Se define como índice de refracción absoluto, cuando el primer medio es el vacío (Born y Wolf, 2007). No obstante, el término absoluto se omite por practicidad, y al hablar de cualquier IR, es por seguro que se refiere a este cociente, denotado con la letra n , expresándose como:

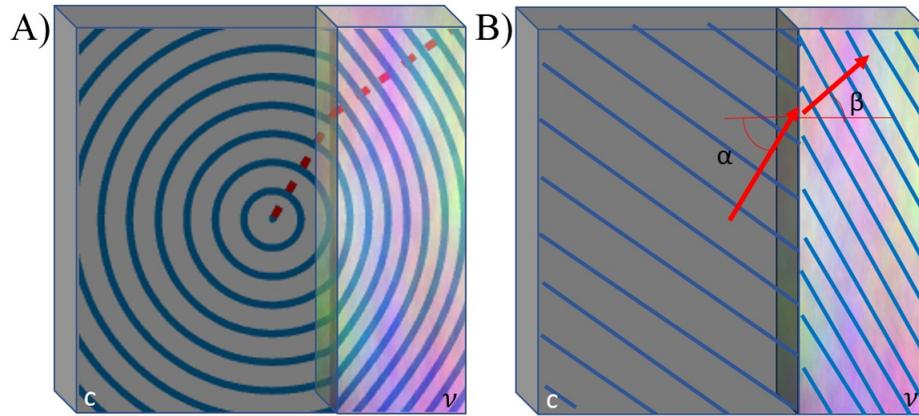


Figura 1. A) Fuente puntual al atravesar una interfaz del vacío a un medio, las líneas curvas representan los frentes de onda esféricos. B) Frentes de onda planos, con dirección de propagación α , al travesar la interfaz desde el vacío hacia un medio cambia esta dirección a β . Las líneas representan los frentes de ondas, la flecha roja es el vector de onda.

$$n = \frac{c}{v}, \quad (1)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, y v es la velocidad de la luz en el medio, al cual corresponderá dicho índice de refracción.

La definición de n , dada por la relación mostrada en 1, se puede formalizar más expresándola en términos de la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética, del siguiente modo:

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (2)$$

donde ϵ es la permitividad eléctrica del material, y μ es su permeabilidad magnética relativa. Considerando medios dieléctricos semitransparentes, bajo frecuencias ópticas, $\mu \approx 1$, se simplifica el índice de refracción, como la raíz cuadrada de la constante dieléctrica del material, $n = \sqrt{\epsilon}$. Cabe destacar que aún cuando este valor es normalmente supuesto como una constante de cada material, tiene dependencias con la longitud de onda, es decir es función de la frecuencia del campo electromagnético (Born y Wolf 2013).

Determinar el índice de refracción ha sido fundamental en la caracterización de concentraciones y pureza de los materiales. Los instrumentos encargados de determinar los índices de refracción son conocidos como refractómetros. Los más elementales

recurren al principio básico de las leyes de refracción y reflexión, siendo capaces de medir índices de refracción de líquidos y sólidos semitransparentes (dieléctricos). Existen otro tipo que funcionan determinando propiedades de campos evanescentes, los cuales son más elaborados y generalmente de alta precisión.

2.1.1. Índice de refracción complejo

La manera recién expuesta de definir el índice de refracción no considera que existan absorciones en los medios cuando la luz viaja a través o sobre ellos. Esta idealización es prácticamente cierta para materiales dieléctricos transparentes, donde su valor es muy cercano a cero. En presencia de atenuaciones de la onda por el material, se utiliza el índice de refracción complejo, dado mediante la siguiente expresión:

$$\bar{n} = n + i\kappa, \quad (3)$$

donde \bar{n} , indica el carácter complejo. n y κ son valores reales. n es el índice de refracción que ya se mencionaba. κ es el coeficiente de extinción del medio el cual caracteriza la absorción del medio, que determina la parte imaginaria del índice.

2.2. Efectos ópticos para medir IR

El índice de refracción juega un papel fundamental en las propiedades ópticas de los medios. Es posible determinarlo haciendo uso de los distintos efectos en los que esta implicado. Algunos de estos son bastante sencillos de inducir e interpretar. A continuación veremos algunos de los mas relevantes, en los que basan sus principios los instrumentos de medición del IR.

2.2.1. Reflexión

Cuando un campo electromagnético atraviesa una interfaz de dos medios con distintas propiedades ópticas, surgen dos nuevos campos con direcciones de propagación distinta, uno producto de la refracción y otro de la reflexión. La ley que interpreta este

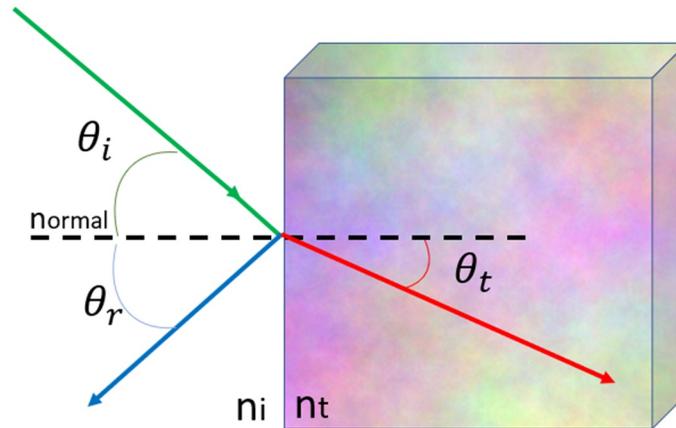


Figura 2. Representación esquemática de un rayo de luz incidiendo de una interfaz n_i-n_t . La flecha verde es el rayo incidente a θ_i , ángulo de incidencia. El rayo refractado, es la flecha roja a θ_t , ángulo de transmisión. El rayo reflejado, es la flecha azul a θ_r , ángulo de reflexión, siendo $\theta_i = -\theta_r$.

último es nombrada ley de reflexión, y describe la dirección del campo que no atraviesa la interfaz y por lo tanto es reflejado. De la figura 2, vemos un rayo de luz incidente (verde) que atraviesa una interfaz de índices n_i y n_t . En el medio con índice n_t , se tiene un rayo azul que es reflejado por la interfaz (azul) y este es nombrado rayo reflejado. Matemáticamente puede expresarse como el negativo del ángulo de incidencia, medido desde la normal, es decir:

$$\theta_i = -\theta_r. \quad (4)$$

Por lo que este es independiente del índice de refracción de los medios. Y únicamente estará condicionado a la dirección de incidencia con que alcance el campo al medio.

2.2.2. Refracción

El estudio bidimensional sobre el plano de incidencia, da por resultado la ley de reflexión. Esta ley es también nombrada Ley de Snell. En ella se establece un vínculo entre el cambio de dirección de la trayectoria de la luz al atravesar una interfaz de medios con diferentes valores en sus índices de refracción. En la figura 2, se observa esta relación por medio de haces de luz (representados con distinto color por fines esquemáticos). El haz incidente (verde) es cambiado en su trayectoria al atravesar la interfaz, dando origen a un haz con nueva dirección de propagación, nombrado haz refractado (rojo).

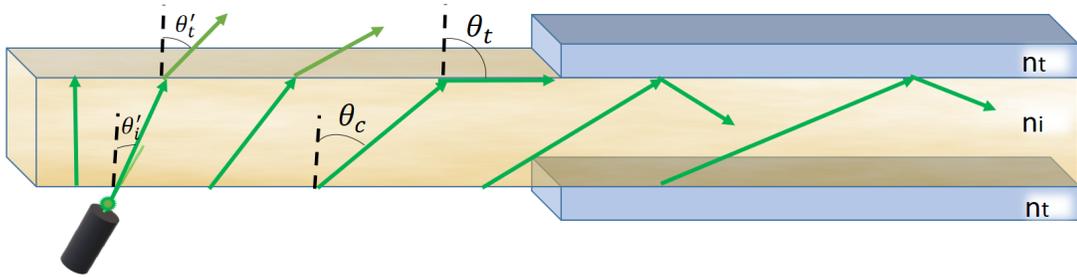


Figura 3. Representación esquemática de la variación del ángulo de incidencia hasta llegar a la condición de reflexión total interna.

Este cambio en la dirección sigue un comportamiento que es descrito matemáticamente como el cociente del valor entre los IR, igualado, a la razón de los senos del ángulo hecho entre el rayo de luz y la normal, es decir:

$$\frac{n_i}{n_t} = \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} \quad (5)$$

2.2.3. Ángulo crítico

La ley de refracción da cabida a un fenómeno muy conocido y explotado en la óptica, llamado reflexión total interna. Este permite que la luz viaje de manera confinada a través de un medio, ver figura 3. Las condiciones para que este fenómeno se presente, es que exista un medio de índice n_i que sea rodeado por otro medio de índice n_t , de modo que $n_i > n_t$. Y que el ángulo de incidencia sea igual o mayor al ángulo crítico, que se definirá a continuación.

Como se acaba de mencionar tener una interfaz de propiedades ópticas diferentes, e incidirla con una luz ocasiona una desviación en la dirección del haz, dada por la ley de Snell. Dicha desviación es normal que se ilustre como un pequeño doblamiento en la trayectoria del rayo transmitido que pasa al segundo medio, pero dadas las condiciones puede presentarse que este doblamiento sea tal que deje de existir una transmisión hacia el segundo medio, es decir que el ángulo de refracción sea mayor o igual a 90° y en vez de propagarse hacia el exterior, quede confinado en el primer medio. De la ley de Snell, se condicionaría matemáticamente, como sigue:

$$\sin(\theta_i) = \frac{n_i}{n_t} \sin(\theta_t), \theta_t \geq 90 \quad (6)$$

$$\sin(\theta_i) = \frac{n_i}{n_t} \sin(\theta_t). \quad (7)$$

De aquí se define el ángulo mínimo de incidencia para que esta condición se satisfaga:

$$\sin(\theta_c) = \frac{n_i}{n_t}. \quad (8)$$

Este es nombrado como ángulo crítico. Gracias a la particularidad de este fenómeno es que se tienen fibras ópticas, guías de ondas y se ha sabido emplear en el desarrollo de mucha tecnología e instrumentos ópticos.

2.2.4. Coeficientes de Fresnel

Los coeficientes de Fresnel son un conjunto de expresiones matemáticas que dictan la relación entre las amplitudes de los campos reflejados y transmitidos, con la amplitud del campo incidente en una interfaz de dos materiales. Nos describen, en palabras coloquiales, qué cantidad de la luz incidente se refracta o se refleja, despreciando factores como absorciones u otras pérdidas. Debe conservarse en totalidad la potencia de la luz, repartida en estos dos factores; la suma de potencias transmitidas y reflejadas debe ser igual a la potencia de onda de incidencia. Estos coeficientes fueron propuestos por Fresnel en 1823, como menciona Born y Wolf en su libro de principios de óptica (2013).

Para el desarrollo de dichos coeficientes se parte de la existencia de dos campos electromagnéticos, además del incidente; estos son el transmitido y reflejado (ver figura 4); suponiendo nuevamente dos medios isotrópicos y homogéneos, de conductividad cero (perfectamente transparentes). Su expresión más general es la siguiente:

$$\begin{aligned} r &= \frac{E_r}{E_i} \\ t &= \frac{E_t}{E_i}, \end{aligned} \quad (9)$$

donde r y t , se denominan reflectividad y transmisividad. Considerando la polarización del campo, se separan en dos componentes independientes, paralelos o perpendiculares al plano de incidencia. Empleando las leyes de reflexión y refracción, se desarrollan los conocidos coeficientes de Fresnel.

$$\left. \begin{aligned} t_{\parallel} &= \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \\ t_{\perp} &= \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} r_{\parallel} &= \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \\ r_{\perp} &= -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

donde θ_i y θ_t indican las onda incidente y transmitida, respectivamente. Además, los subíndices \parallel y \perp simbolizan cada una de las componentes independientes en los que se descomponen los campos para su análisis, siendo uno los componente paralelos al plano de incidencia y el otro perpendicular al plano de incidencia, respectivamente.

Siguiendo la figura 4 A) vemos una representación esquemática de los campos incidente (verde) y los transmitido (azul) y reflejado (rojo); los medios son n_i y n_t . Los coeficientes de Fresnel dependen entonces del valor de los índices de los medios, dicho de otra manera de los ángulos de incidencia y transmisión. Considerando que el ángulo de incidencia es normal $\theta_i = 0$, tenemos como consecuencia que $\theta_t = 0$ (ver figura 4 B)). Y las expresiones de Fresnel se reducirían de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} t_{\parallel} &= \frac{2}{n+1} \\ t_{\perp} &= \frac{2}{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} r_{\parallel} &= \frac{n-1}{n+1} \\ r_{\perp} &= -\frac{n-1}{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

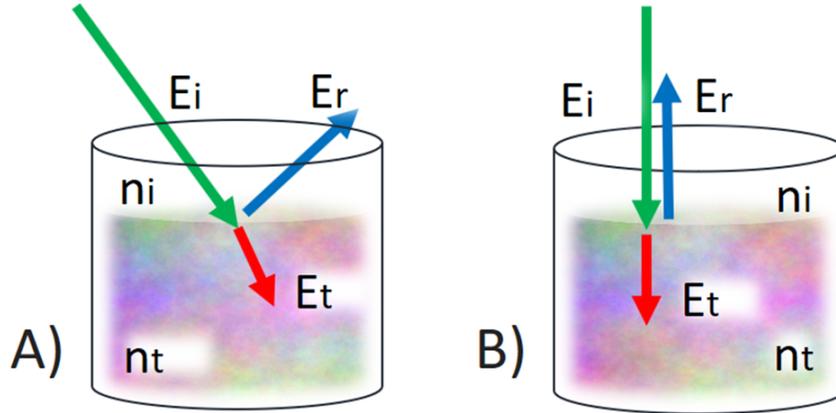


Figura 4. Representación esquemática del campo eléctrico incidiendo en una interfaz n_i - n_t . A) incidencia $\theta_i \neq 0$. B) incidencia normal $\theta_i = 0$. Las flechas verde, azul y roja, corresponde a las dirección de propagación del campo incidente (E_i), del campo reflejado (E_r), del campo transmitido (E_t), respectivamente.

donde $r = \frac{n_t}{n_i}$. Un caso mas general es :

$$r = \left| \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right| = \frac{E_t}{E_i}, \quad (14)$$

donde la r (en minúscula) es la reflectividad, que trata los factores en términos de los campos $r = \frac{E_t}{E_i}$. Otro modo de expresarlo es, en términos de las intensidades, como:

$$R = \left| \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right|^2 = \frac{E_t^2}{E_i^2} = \frac{I_t}{I_i}, \quad (15)$$

donde R (en mayúsculas) es llamada reflectancia, $R = r^2$, es el cuadrado de la reflectividad. Al estar en términos de intensidad es una cantidad medible directamente.

2.2.5. Plasmón superficial

Los plasmones son definidos como oscilaciones rápidas de la densidad de electrones en medios conductores, también puede comprenderse como una inestabilidad en la función dieléctrica de un gas de electrones libres. Estos electrones libres, normalmente corresponden a un metal, que determinará la frecuencia de oscilaciones del plasma. Los metales normalmente tienen su frecuencia para el plasma en el intervalo espectral cercano al infrarrojo.

Cuando el plasmón se produce entre una interfaz metal-dieléctrica (producida por un prisma y una fina capa de metal en la parte superior), es conocido como plasmón superficial. Para este caso el acoplamiento se logra incidiendo ésta interfaz sobre el dieléctrico, a un ángulo igual o mayor al ángulo crítico. Las maneras en las que se puede llevar a cabo este tipo de incidencia son por medio de rejillas, incidiendo directamente de forma paralela a la superficie por uno de los extremos (de manera razante), o bien por medio de un prisma que nos permita estar en una condición de reflexión total. Esta última configuración es de las más empleadas para SPR (Surface plasmon resonance, por sus siglas en inglés) por sus pocos requerimientos; es conocida como configuración de Kretschmann (Tang *et al.*, 2011). En realidad esta configuración considera que la interfaz es dieléctrico-metal-dieléctrico, el primero es un prisma, después una película de metal, finalmente el medio exterior que envuelve al metal. Normalmente este último es aire, pero puede ser remplazado por algún otro material, como se ilustra en la figura 5.

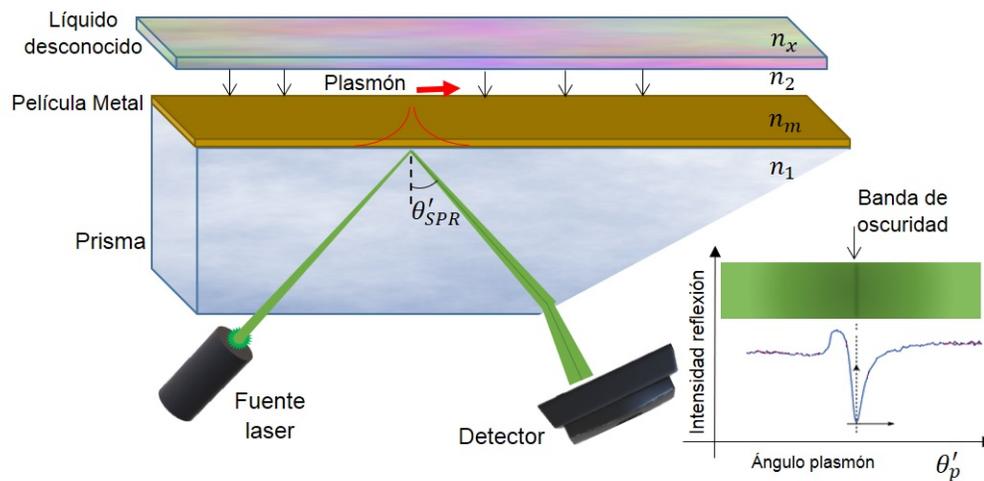


Figura 5. Representación esquemática del fenómeno de resonancia de Plasmón superficial. Se tiene una configuración donde se acompla luz por medio de la reflexión total interna, que luego es desacoplada con un corte en el prisma. En la zona inferior derecha esta una gráfica de cómo se vería espectralmente la luz reflejada y captada por el detector.

La resonancia del plasmón determinará el acoplamiento de los electrones libres del metal con el haz de luz. La luz acoplada presentará zonas espectrales de caída fuerte de intensidad, volviendo detectable al plasmón. Puede ser determinado analizando un espectro angular de la luz reflejada después de la excitación del plasmón, tal como muestra la gráfica en la figura 5. La posición de caída en la frecuencia es asociada a un ángulo θ_{SPR} , que está dado por (Tang *et al.*, 2011):

$$\theta_{SPR} = \arcsin \left(\frac{1}{n_1} \sqrt{\frac{n_2^2 n_m^2}{n_2^2 + n_m^2}} \right), \quad (16)$$

donde n_1 y n_2 corresponden a los índices de los dieléctricos; prisma y medio exterior, respectivamente; y n_m al metal. Otra manera es usar una fuente con espectro ancho y monitorear al plasmón por medio de un espectro de longitudes de onda, donde también se tendrá una caída en la intensidad para el caso donde la onda incidente satisfaga las condiciones del vector de onda para el plasmón superficial que está dado de la siguiente manera:

$$k_{SP} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{n_2^2 n_m^2}{n_2^2 + n_m^2}}. \quad (17)$$

De las expresiones 16 y 17, puede verse que en ambos factores, su ángulo o longitud de onda, son susceptibles a cambios en el medio exterior. Los cambios pueden ser inducidos por ejemplo, al colocar una capa de algún otro material sobre el metal, o bien detonados por dependencias al IR. Es utilizado en muchas aplicaciones de sensores o reconocimiento de materiales.

En la óptica estamos confinados a medir siempre intensidades, ya que en la actualidad no existen equipos de medición que determinen campos eléctricos. Estas mediciones se encuentran siempre acompañadas de ruido; por lo que a continuación abordaremos sobre ese tema.

2.3. Ruido

Cuando una señal se transmite puede ser afectada por otras señales, pero nos referimos al ruido como cualquier influencia que desvíe de forma no deseada e impredecible a la onda original. Aunque muchas veces las señales sean afectadas de manera no deseada, esta alteración es conocida y por lo tanto puede compensarse, o contrarrestarse de algún modo. Por otra parte, también puede ser que se altere de manera aleatoria una señal, pero de manera voluntaria con fines particulares. Por lo que para catalogarlo como ruido, siempre se debe considerar, que satisfaga estas dos

condiciones, una alteración impredecible y no deseada.

En esta sección nos enfocaremos a aquellos ruidos que resultarán fundamentales para establecer los límites de nuestra configuración para el refractómetro. Por lo tanto veremos ruidos de fase, de intensidad relativa; la relación entre estos dos, y especialmente trataremos el ruido de intermodulación.

2.3.1. Ruido de intensidad relativo medio

El ruido de intensidad relativo, es uno de los ruidos intrínsecos de la señal óptica, por tanto independiente del proceso de detención. Se denota por las siglas en inglés RIN (Relative Intensity Noise), mide las variaciones que se presentan en la intensidad de una fuente óptica, relativo al ancho de banda. Al medir fluctuaciones en la intensidad existen muchos factores que lo originan, sin embargo, la más fundamental es la variación ocasionada por la interferencia entre señal ideal del láser y la emisión espontánea generada dentro de la cavidad láser (Derickson , 1998). Por lo tanto esta intrínsecamente relacionada con el ruido de fase.

De acuerdo a ISO 11554:2003 el ruido de intensidad relativo medio es definido:

$$RIN = \frac{\langle \Delta i^2 \rangle}{I_{dc}^2} [Hz^{-1}], \quad (18)$$

donde Δi^2 es el promedio temporal de la intensidad del ruido, en un ancho de banda de $1Hz$, e I_{DC} es la intensidad promedio de corriente DC. El ruido RIN decrece con el incremento de la potencia óptica promedio de salida.

Esta descripción es útil, ya que es independiente de cualquier atenuación o de la potencia absoluta del fotodetector, además de servirnos como un modo de comparación con el ruido de intensidad (Derickson ,1998).

En la práctica, el RIN puede ser calculado fácilmente usando un analizador de espectros eléctricos para medir el promedio temporal de la intensidad de ruido de la fotocorriente por unidad de ancho de banda de Δi^2 , y un amperímetro para medir el promedio de DC de la fotocorriente I_{DC} . El RIN se expresa normalmente en dB por Hz , un modo típico de enunciarlo es dado por Peterman 1988: como la razón entre la in-

tensidad media cuadrática total del ruido blanco ($\langle \Delta i^2 \rangle$), normalizada en un ancho de banda, tomado por convención como 1Hz; y la intensidad de señal DC de la potencia promedio de salida del láser (I_{dc}^2), medido en términos de decibeles por Hertz. Formalmente :

$$RIN_{dB} = 10 \log \left(\frac{\langle \Delta i^2 \rangle}{I_{dc}^2} \right) \left[\frac{dB}{Hz^{-1}} \right]. \quad (19)$$

Todas fuentes de la luz, incluyendo las fuentes láser como los diodos láser de Retroalimentación Distribuida (DFB, Distributed Feedback) y los diodos láser Fabry-Perot (FP), exhiben ruido de intensidad, el cual depende del nivel del bombeo y las condiciones de retroalimentación. Por lo tanto, variaciones en la alimentación externa pueden afectar la estabilidad resultante del láser, produciendo grandes cambios en la intensidad. Esto puede ser ocasionado por perturbaciones del medio ambiente, como menciona D. Derickson (1998). Según Pacheco et al, en 2002 se presenta como medida típica de ruido RIN para un láser de semiconductor un valor de 156dB/Hz a 1mW de potencia. Cabe mencionar que esta medida, normalmente se miden en frecuencias de MHz, donde casi no existe dependencia a la frecuencia, sin embargo para bajas frecuencias el ruido tiene dependencia inversamente proporcional, es decir como $1/f$. En general, RIN es función de la frecuencia pero para los casos donde el espectro de ruido es casi una línea constante de bajo valor en el rango de frecuencia de interés, es expresado como una constante.

2.3.2. Ruido de fase

El ruido de fase es una característica de la luz coherente. Esta determina el ancho espectral de salida de un diodo láser. Su naturaleza es fundamental porque es resultado de los fotones espontáneos con fases aleatorias, que se suman a los fotones coherentes (emisión estimulada con la fase bien determinada), ocasionando a la salida una onda que contiene variaciones de fase aleatorias. Estas variaciones de fase pueden ser discretas o aleatorias. Producida por el movimiento aleatorio de electrones agitados térmicamente (Pettai, 1984). Este ruido es importante sobre todo en configuraciones interferométricas.

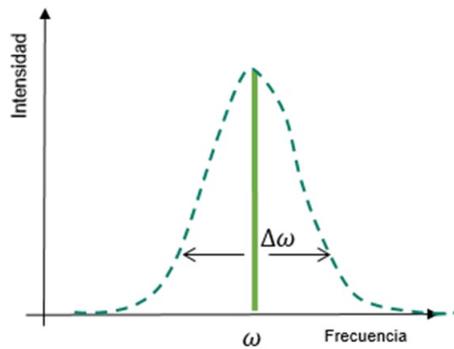


Figura 6. Representación esquemática del ensanchamiento espectral, la línea continua situada en ω , representa la frecuencia ideal de la fuente, perfectamente monocromática; la línea discontinua, es una envolvente lorentziana, representa el espectro real de la fuente, con un ancho $\Delta\omega$.

En la figura 6, observamos un espectro donde se muestra en una línea continua la frecuencia que predice la teoría para un dispositivo oscilador y en una línea punteada un espectro centrado en la frecuencia mencionada pero ensanchado, que presenta una distribución de Lorentz, forma característica que presentan este tipo de espectros. Las propiedades de esta función envolvente, son determinadas por las particularidades del ruido de fase. Es decir, un espectro muy ancho, es también señal de mucho ruido de fase; por el contrario, una línea espectral más delgada, nos indica una mayor cercanía a la monocromaticidad, o muy bajo ruido de fase.

Este ruido está relacionado con el ruido de amplitud, ya que son ondas con comportamientos oscilatorios, que según el valor de su fase corresponde un valor en su amplitud, lo que ocasiona que el ruido en una afecte a la otra. También el ruido de fase está ligado al ruido térmico, ya que las fluctuaciones en la temperatura afectan a los elementos determinantes de la frecuencia, lo que provoca una oscilación aleatoria en la fase de salida de la señal generada o transmitida a través de estos elementos.

El ruido de fase es por lo tanto, un tipo de ruido intrínseco que no puede eliminarse mediante el diseño inteligente del circuito o el blindaje. Sin embargo, su efecto puede disminuirse mediante técnicas de diseño. Constituye un importante campo de estudio en vista de su impacto en los sistemas de ángulo modulado y digital.

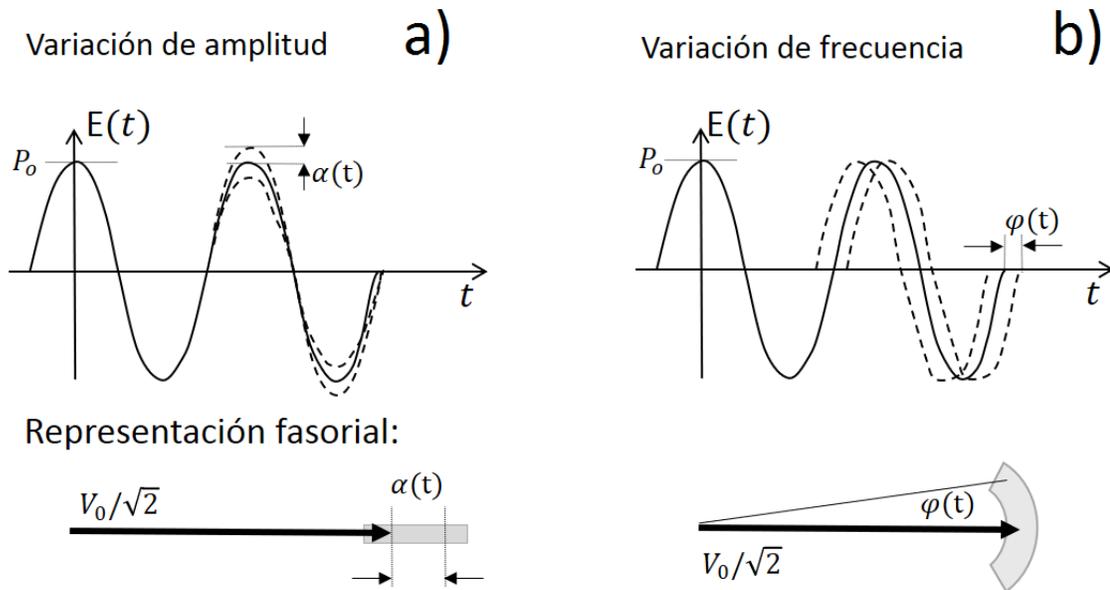


Figura 7. Representación esquemática del campo eléctrico en el dominio del tiempo, con amplitud V_0 . Línea continua, campo sin variaciones. Línea discontinua, campo modificado por ruido: variación en la amplitud (izquierda) y variaciones en la frecuencia o fase (derecha). Inferior, representaciones fasoriales; zona sombreada son los posibles valores en los que oscilará.

2.3.3. Conversión Ruido de fase a Ruido de intensidad relativo medio

Como se ha dejado claro en las secciones anteriores, existe una relación entre el ruido de fase y el de intensidad relativo. En la figura 7 tenemos dos tipos de ruido, a) de intensidad, donde se dan cambios solamente en la amplitud de la onda, observando su representación fasorial vemos que lo único que cambia es el largo del vector, zonas sombreadas. 7 b) en cambio tenemos ruido de fase, analizando su representación fasorial notamos que es posible que el vector cambie de dirección, a la que le corresponderá también una nueva magnitud, representado entonces como la zona sombreada. Provocando cambios de fase y amplitud, es por eso que el ruido de fase puede relacionarse con el RIN.

Un modo de convertir el ruido de fase en ruido de intensidad, es el que se ilustra en Derickson (1998): desarrollo que se seguirá a continuación. Se requiere primero una configuración interferométrica desbalanceada. Concretamente esta conversión se podrá dar, al interferir una señal consigo misma pero con un retraso temporal τ_0 (ver figura 8). En el ejemplo contamos con un interferómetro tipo Fabry-Perot, formado con dos espejos semireflectores, separados por una distancia proporcional a τ_0 , que ocasionaran el retraso temporal. Suponiendo, que el tiempo de coherencia del láser es

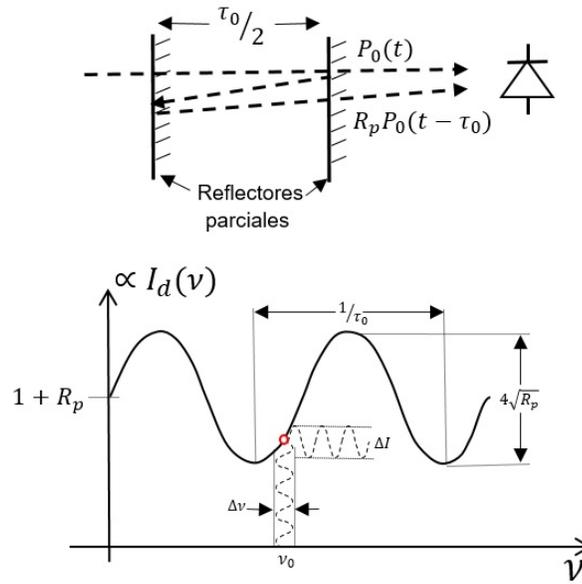


Figura 8. Superior, representación esquemática de configuración interferométrica tipo Fabry-Perot: donde $P_0(t)$ es campo, τ_0 retraso temporal, R_p , valor de reflectancia para los espejos

mayor que este tiempo de retraso τ_0 , se puede tratar como un caso de interferencia coherente. Donde la fotocorriente detectada para interferencia, estaría descrita como una intensidad, de la siguiente manera:

$$I_d(t) = P_0 \Re[1 + R_p + 2\sqrt{R_p} \cos(2\pi\tau_0\nu(t))] \quad (20)$$

Donde \Re es la responsividad del fotodetector, P_0 es la potencia óptica, τ_0 es el tiempo de retraso relativo, R_p es la relación entre las dos potencias de las señales que interfieren y $\nu(t)$ es la frecuencia óptica instantánea de la fuente láser. Además se consideran estados de polarización idénticos para las dos señales mezcladas. La figura 8, muestra una función simplificada de la intensidad de fotocorriente, descrita por ec. ??, pero se considera un amplitud normalizada, por lo que la función tiene un offset de una unidad más el valor de la reflectancia de los espejos, y tiene un periodo de $\frac{1}{\tau_0}$ y con una amplitud P_0 . Situándose, en la posición de máxima pendiente (punto de cuadratura), se centra la frecuencia óptica, y haciendo la consideración de una pequeña variación de la frecuencia dada por $\Delta\nu(t)$, y que esta produce también una variación en la amplitud, como se muestra en la figura, dicho cambio fraccional de intensidad esta dada por:

$$\frac{\Delta I(t)}{I_{prom}} \cong K_{fm} \Delta v(t) \quad (21)$$

donde $K_{fm} = 4\pi\tau_0\sqrt{R_p}/(1+R_p)$ es la máxima pendiente de la ecuación anterior (ec.20).

Ya que la ec 21, es solo una aproximación lineal obtenida a partir de una expresión no lineal, para mantener su exactitud mejor que el 10 %, es necesario restringirnos a Δv menor que $0.1/t_0$.

2.3.4. Ruido de Diafonía e Intermodulación

La diafonía se refiere al fenómeno en el que una señal de interés transmitida es perturbada de modo no deseado por otro canal, generalmente del mismo origen. De manera más general se refiere a la transmisión de señales y ruido debido a la interferencia de dos líneas, esta interferencia, generalmente producto de un acoplamiento entre los canales.

Por su parte la intermodulación, es una modulación no deseada de la amplitud en una señal de interés. Dicha señal tendrá más de una frecuencia, y la intermodulación entre cada uno de estos componentes, producirá la inserción de nuevas frecuencias. Las que se nombran "producto de intermodulación", que no son necesariamente armónicas de las frecuencias originales, pero al combinarse o mezclarse en el receptor, crear una nueva frecuencia que no estaba presente en la entrada del receptor. Estas se adicionan o se restan con las frecuencias de la señal original, degenerándola. Es decir, si están lo suficiente mente cerca o coinciden con las frecuencias originales, interfieren constructiva o destructivamente, de la misma manera que harían otras fuentes de interferencia.

El ruido de interferencia causado por un acoplamiento electromagnético no deseado de energía de señal de un sistema a otro, ambas formas de ruido; diafonía e intermodulación, se refieren a tipos particulares de interferencias con la señal de interés. Teniendo en cuenta que en ambos casos se requiere un mecanismo distinto para generar las señales interferentes. En ocasiones, los términos diafonía también se aplican a la interferencia causada por la intermodulación, especialmente cuando los productos intermodulación caen en un canal de señal adyacente. Estrictamente hablando la

intermodulación difiere en que ésta se crea en el propio sistema, no directamente por alguna fuente externa.

La implicación es, que debería ser posible a través de técnicas de diseño apropiadas reducir dicha interferencia al nivel deseado. En este sentido, el ruido de intermodulación y el ruido de diafonía no constituyen un tipo de ruido intrínseco.

2.3.5. Resumen

Existen muchos fundamentos que nos permiten desarrollar métodos para determinar índices de refracción, aquí se expusieron los mas generales. Sin considerar aquellos que implican configuraciones con interferómetros, estos tienen sus propias técnicas que emplean análisis espectrales de contraste de franjas, variaciones en el dominio de la frecuencia, desfases, y otros que se detallaran brevemente en el capítulo siguiente.

De todos los conceptos vistas, la de los coeficientes de Fresnel nos brindan la posibilidad de no depender de las variaciones en intensidad que son generalmente una gran causa de ruido. Las técnicas de plasmones también son independientes de la intensidad, pero requieren equipos costosos que resuelvan espectros o ángulos de manera muy precisa. Los demás métodos, están limitados a medir intensidades, lo que a su vez restringe su resolución al ruido del sistema.

Capítulo 3. Estado del arte/ Refractómetros

Los refractómetros son instrumentos ópticos, que se emplean en la medición del índice de refracción de un medio, generalmente semitraslúcido. Los más comunes basan su funcionamiento en el análisis de la refracción de la luz (Monk y Costello, 1983, Domanski *et al.*, 1997, Argha *et al.*, 2007, Sashya *et al.*, 2012). Como ya se mencionaba antes, las características del índice de refracción que lo relacionan con otras propiedades físicas del medio permiten que estos equipos de instrumentación sean empleados en diversidad de labores, como determinar temperaturas (Erokhin *et al.*, 1987); la verificación de la pureza de un material o sustancia; distinguir componentes y materiales, así como determinar porcentajes en disoluciones (análisis de densidades).

Su versatilidad los ha llevado a ser empleados en una gran gama de actividades, como la industria alimentaria, donde sirven en el control de calidad al determinar concentraciones de azúcar o sal. En la investigación para la elaboración de alimentos (Meedenya *et al.*, 2012), al analizar la madurez de los frutos para elaboración de fermentados, o la consistencia de las bebidas alcohólicas (Monk y Costello, 1983). También para el control de las cantidades de sal en acuarios o granjas de peces y mariscos. En la química se utilizan para hacer estudios de concentraciones de proteínas y sales, en muestras líquidas (Domanski *et al.*, 1997). Incluso sirven a los gemólogos, para distinguir entre cristales (Bannister *et al.*, 1929, Semencha *et al.*, 2019). Son fundamentales en cualquier ámbito donde se requieran controlar densidades y pureza (Reddy *et al.*, 2016, Lipskiy *et al.*, 2019, Walch *et al.*, 2019, Ababneh *et al.*, 2020).

El índice de refracción es una característica fundamental de los materiales, que depende de la densidad, concentraciones, temperatura, y otros factores. La Unidad de Índice de Refracción (RIU, por sus siglas en inglés) es la que determina el valor de los índices de los materiales.

3.1. Refractómetros clásicos

Se considerarán refractómetros clásicos, todos aquellos que operen mediante óptica de volumen. Estos fueron los primeros en inventarse, actualmente existe una amplia variedad de ellos. A continuación se describirá el principio de operación de algunos, basándose en dos grandes categorías, según el fundamento de operatividad que

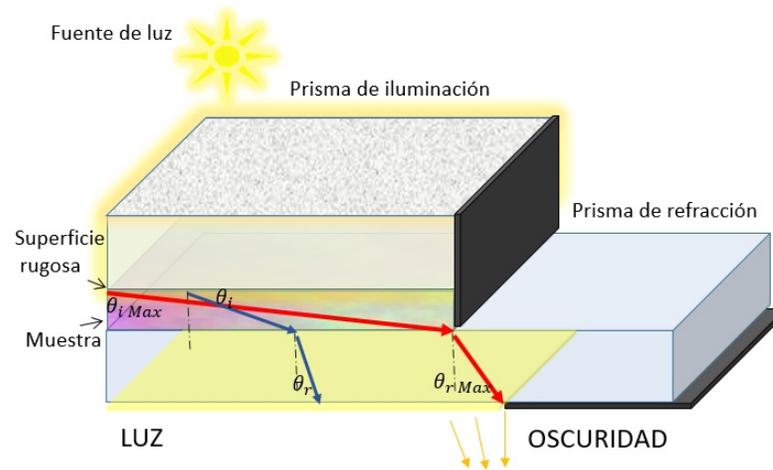


Figura 9. Representación esquemática de los fundamentos del refractómetro de Abbe. La traza roja corresponde al máximo ángulo de refracción, mismo que limitará las zonas de oscuridad y luz.

empleen.

3.1.1. Refractómetros con base en el ángulo de refracción

Puede decirse que el más clásico de todos los refractómetros es el de Abbe. El cual requiere para su operación de dos prismas, entre los que se intercala una muestra normalmente líquida. El primer prisma cuenta con una superficie rugosa, es decir se puede considerar que en cada punto se producirá un ángulo aleatorio de refracción, generando rayos de luz incidente a la muestra en cualquier dirección posible. El segundo prisma es nombrado refractor, fabricado casi siempre de vidrio Flint; denominación que se emplea para los materiales de IR alto. Para el caso específico de este tipo de refractómetros los valores promedios del índice del vidrio empleado, están en el intervalo de 1.75 y 1.85. A su vez esto limita su rango de medición, siendo aproximadamente de 1.3 a 1.7. Existen modelos de refractómetros de Abbe que llegan a medir hasta 1.9 en condiciones específicas de iluminación. El principio de operación se basa en la medición del ángulo de reflexión total interna, cuando la luz pasa de la muestra líquida al prisma de medición (refractor). De la figura 9, se observa que si en cada punto hay rayos en todas direcciones que incidirán en el segundo prisma, el máximo ángulo de incidencia será entre el punto A y B, marcado por la trayectoria del haz rojo. Por lo que también el máximo ángulo de refracción en el segundo prisma será su correspondiente. Este es el principio fundamental de operación, complementariamente se agregan elementos ópticos que permiten realizar las medidas de forma cómoda y

práctica; como juegos de lentes, sistemas de control de temperatura en las muestras o cualquier aditamento que mejore los resultados.

Existen otros refractómetros con configuraciones similares al de Abbe (figura 10 A), que se basan en el mismo principio de ángulo máximo de refracción y emplean prismas. Por ejemplo el refractómetro de Pulfrich (figura 10 B), en el cual se basan los refractómetros mejor conocidos como de mano, distinguidos por su portabilidad. Este utiliza una configuración que le permite tomar como máximo ángulo de incidencia el que entra rasantemente a la interfaz de la superficie del prisma con la muestra, como se ilustra en la figura 10 c). Esta configuración es nombrada de Pulfrich, solo cuando el prisma tiene un ángulo de 90° . En otros caso el principio también es válido, pero hacen falta conocer otros ángulos de la configuración siendo un caso más general (Sashya, 2012).

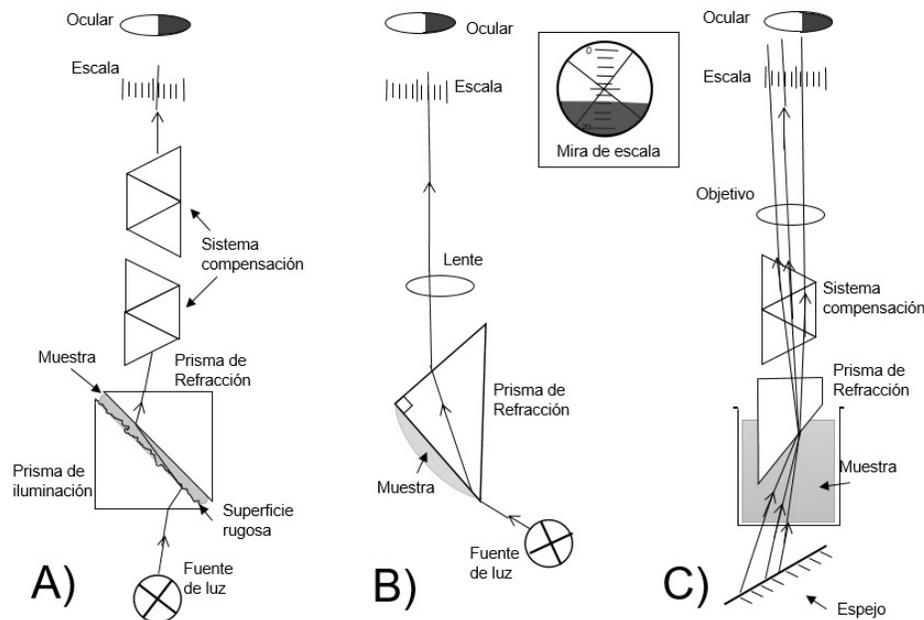


Figura 10. Representación esquemática componentes de refractómetros de prismas. A) Refractómetro de Abbe. B) Refractómetro de Pulfrich o de mano. C) Refractómetro de Inmersión. Situado entre B) y C) en un recuadro se muestra un ejemplo de como se vería la mira de este tipo de refractómetros.

Otra configuración similar, es el refractómetro de inmersión (figura 10 C). En este un prisma es sumergido, casi en su totalidad en una muestra de interés. Al igual que el de Pulfrich supone una incidencia rasante en la cara angulada del prisma, con la diferencia que aquí es lograda por un espejo externo inclinado, que redirecciona la luz hacia el prisma. Después el principio es el mismo, la luz se refracta y sale del prisma a cierto ángulo, determinado por el índice de refracción de la muestra (ver figura 10 B)

). Son muchas las similitudes entre este tipo de refractómetros, teniendo la ventaja, estos últimos, de emplear solamente un prisma refractor, y no necesitar superficies rugosas como el de Abbe.

Normalmente solo son empleados refractómetros de prismas, como los antes descritos cuando las muestras son líquidas; sin embargo, algunos refractómetros de Abbe pueden emplearse para sólidos. Si son prismas sólidos los que quieren caracterizarse, existe una configuración muy empleada, que se nombra refractometría de auto colimación. Con el empleo de un goniómetro, y un conocimiento preciso de los ángulos del prisma, se determina el índice de refracción del medio. Todos estos tipos de refractómetros pueden asegurar una exactitud y precisión de 4 o 5 números decimales.

3.1.2. Refractómetros con base en la resonancia del Plasmón Superficial

Unos de los principios que permite una alta exactitud en las medidas del índice de refracción, son los que emplean la resonancia de plasmón superficial (SPR, por sus siglas en inglés). Como ya se mencionaba antes, un plasmón se produce entre la interfaz formada por un metal y un dieléctrico, cuando se cumplen ciertas condiciones en la incidencia, que hacen que el campo eléctrico se empate con los electrones libres; generando un nuevo campo de carácter evanescente, con propiedades muy particulares de frecuencia. De un análisis espectral después de excitar el plasmón, la luz reflejada por la interfaz tendrá una zona donde la intensidad decae abruptamente, dado por la resonancia del mismo. Dicha zona tendrá un corrimiento cuando existan cambios en el medio externo, como explica Tang *et al.* (2010). Este principio se estudió por Kasunic en 2000, para determinar índices de refracción del medio externo.

En la figura 11 A, se observa la configuración más empleada para producir SPR, nombrada como Kretschmann (Tang *et al.*,2010). En ella se tiene un prisma, en este caso semicircular; una delgada película de metal y la muestra que esta en contacto con la superficie metálica. En la misma figura 11 B y C, vemos datos experimentales, donde se aprecia la dependencia del ángulo de incidencia, siendo evidente una caída abrupta localizada ; B) imagen capturada por una cámara CCD, C) intensidad a lo largo de la línea horizontal en el centro del perfil, para la condición saturada. Estos datos fueron para una muestra de agua, tomados del trabajo de Zilio (2011). Bajo

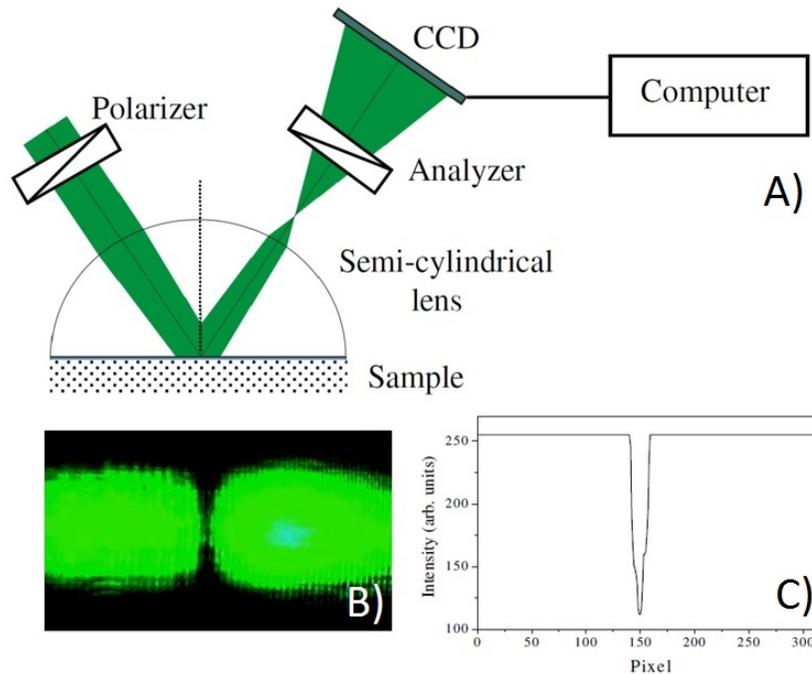


Figura 11. A) Representación esquemática de la configuración de Kretschmann, para la excitación del SPR. Inferior. B) Espectro de intensidad, tomado con una cámara CCD. C) Sección transversal del centro de la imagen de intensidad. (Zilio, 2012)

configuraciones similares, se tienen muchos trabajos de refractometría a lo largo de los años, Kano y Kawata (1994), Sadowski *et al.* (1995), Kano y Kawata (1995), Akimoto *et al.* (1999), Homola *et al.* (1999), Kasunic *et al.* (2000), Yusmawati (2007) y Torres *et al.* (2016).

Esta técnica ha permitido no solo limitarse a la medición de índices de refracción con gran exactitud, sino que se ha podido emplear en la creación de sensores biológicos mediante el adición de películas delgadas sobre la superficie de metal, o incorporando directamente agentes para la detección de moléculas específicas, como anticuerpos o proteínas (Liang *et al.*, 2010; Homola, 2006). Con la desventajas de requerir equipos costosos para su montaje.

Actualmente es posible comprar equipos que emplean este principio, con resoluciones menores a 10^{-5} y hasta 10^{-7} RIU, como lo son el modelo BI-2500 de Biosensing Instrument y Reichert 2SPR, de Reichert Technologies.

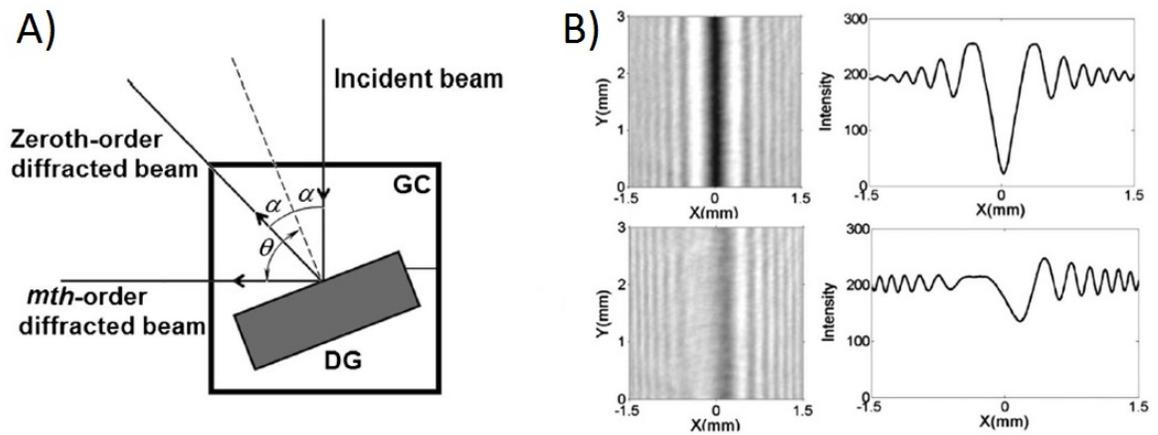


Figura 12. A). Configuración de Jiun-You Lin *et al.*,2008, donde se producen ordenes de difracción con un objeto sumergido en un liquido desconocido. B). Gráficas experimentales del espectro de ordenes de difracción, para dos incidencias de refracción diferente, se tienen un desplazamiento espectral de los ordenes (Taghi Tavassoly *et al.*,2012)

3.1.3. Refractómetros que emplean otros principios

Existen más técnicas que aportan buenos resultados empleando análisis de espectros; por ejemplo, haciendo uso de la difracción de Fresnel. Con una placa bien caracterizada y sumergiéndola en medios líquidos o gaseosos, puede determinarse el IR de estos medios (Sheng-Hua Lu *et al.*, 2017; Avassoly, 2012; L. F. G. DIB, 2016). En la figura 12 izquierda, tenemos una representación de este objeto difractor (Jiun-You Lin *et al.*, 2008). A la derecha, por su parte, se presentan resultados experimentales de Tavassoly *et al.* (2008), donde se muestran los espectros de órdenes, en casos donde se hicieron variaciones del índice de refracción. Una técnica parecida consiste en sumergir una estructura que permita el guiado de luz, por ejemplo, un prisma rectangular. Analizando el ángulo al que se da la reflexión total interna puede determinarse el índice del medio circundante (Jiun-You Lin *et al.*, 2008).

Otro de los métodos que es empleado para la determinación de índices de refracción, es el ángulo de Brewster. La teoría dice que al tener una interfaz de dos medios dieléctricos de diferentes propiedades ópticas; e incidir con luz no polarizada sobre una superficie al ángulo de Brewster, se obtiene un rayo de luz reflejado, con polarización lineal perpendicular al plano de incidencia. Esto ocurre cuando los haces transmitidos y reflejados forman un ángulo de 90° entre ellos. Este principio combinado con otras técnicas ha permitido analizar muestras de gemas y caracterizarlas (Amos, 2006). Así como emplearla en la determinación de índices de refracción de vidrios y cristales

(Tentori, 1993; Xing, 2010). En 2012 Tikhonov *et al.*, usando este principio, que predice como consecuencia que la polarización es nula cuando se tiene incidencia normal, se presentó un estudio de refractometría. No obstante, es una técnica que requiere de mucha instrumentación adicional.

Uno de los sistemas más complejos es el de la refractometría láser intracavitaria en reflexión (ILRR, por sus siglas en inglés). El método se basa en el uso de las propiedades de los láseres de dos modos con cavidad rota, y permite realizar investigaciones refractivas precisas, de medios turbios en tiempo real. Sus aplicaciones van en el estudio de líquidos turbios, como la sangre (Gonchukov, 2006).

3.2. Refractómetros de fibra óptica

Basados en los mismos principios fundamentales es posible desarrollar versiones con fibra óptica; con las ventajas de los bajos costos, la conservación de la alineación de los sistemas, menor espacio, mayor transportabilidad, trabajar con mediciones remotas, entre otras. El constante desarrollo de novedosas configuraciones para los refractómetros de fibra óptica dificulta el establecer categorías para diferenciarlos. Apoyándose en el principio con el que se estima el índice, se presentarán las ideas y conceptos más ampliamente usados para medir índices de refracción a continuación.

3.2.0.1. Refractómetros con base en los coeficientes de transmisión y reflexión

Este tipo de instrumentación comenzó a adquirir interés a finales de los 90. En el año 1997, fue empleada una configuración de fibra óptica para evaluar salinidades de agua a partir de la intensidad de luz, en el instituto de física de la *Warsaw University of Technology* por el equipo de Domanski *et al.* Se propuso como aplicación en la industria por su baja dependencia a la temperatura, comparado con los refractómetros de la época. Dos años más tarde, en 1999, Sukhdev sugiere emplear otra configuración con la que se monitorea la adulteración del petróleo y diésel, por queroseno; gracias a las pérdidas en la transmisión por el campo evanescente, como se ilustra en la figura 13 derecha. Con la ventaja de prometer un sensor seguro para este tipo de empleo por no ser inflamable.

En general, originando desacoplamiento de la luz guiada en la fibra para ponerla en contacto con materiales que queremos analizar, podemos tener información por el cambio en la intensidad que producen los campos evanescentes. Estos desacoplamientos pueden realizarse accediendo al revestimiento de la fibra, como es ilustrado en la figura 13 izquierda. Argha Banerjee *et al.* (2007), emplearon este mismo principio para diseñar un refractómetro, el cual muestra mayor potencial para realizar mediciones de líquidos turbios y absorbentes.

En 1983 fue empleada una fibra óptica cuya relación entre la luz transmitida y reflejada revela información sobre concentraciones de suspensiones microbianas, con la finalidad de monitorear procesos relacionados con la calidad en las levaduras del jugo de uva (Monk y Costello, 1983). Esto consta de los primeros registros de aplicaciones semiindirectas de mediciones de IR por medio de fibra óptica. En 1990 se presenta un prototipo de refractómetro de fibra óptica bajo el principio de los coeficientes de Fresnel, por Avdoshin. En 1995, fue diseñado un refractómetro de 3 puntas paralelas de fibra óptica, por Suhadolnik *et al.* En la figura 14 A), vemos un esquema del arreglo experimental, el cual consta de las fibras; un espejo horizontal a la dirección las fibras, situado de modo que quede un espacio entre estas y un medio. Una fibra lleva la luz desembocándola en el medio externo hacia el espejo, mientras las otras dos la capturan después de reflejarse. El principio de funcionamiento se basa en el cambio del ángulo máximo de la luz transmitida, debido al índice de refracción del líquido en el que está inmerso el sensor. Por medio de una estimación de la distribución de intensidad, se tiene información de la luz reflejada, para emplear después, la relación con los coeficientes de Fresnel. En una configuración muy similar, se presenta otro refractómetro en el año 2002, por Chaudhari y Shaligram (ver figura 14 B), donde se trabajaron con valores de índice alrededor de 1–1.44. Usando un principio semejante, también en 1995, en la Universidad de Sofía, en Bulgaria, se propone otro refractómetro autocolimado. El cual usando solo una fibra, luz colimada y un prisma, se logra identificar también el ángulo de refracción y con esto determinar el índice de un medio de interés, según los reportes de I.K. Ilev.

Fundamentados también, en las variaciones de intensidad pero en configuraciones donde la zona de medición se localiza en la punta, se han propuesto muchos refractómetros a lo largo de los años. En 2008, P. Nath *et al.*, usó una punta de una fibra que

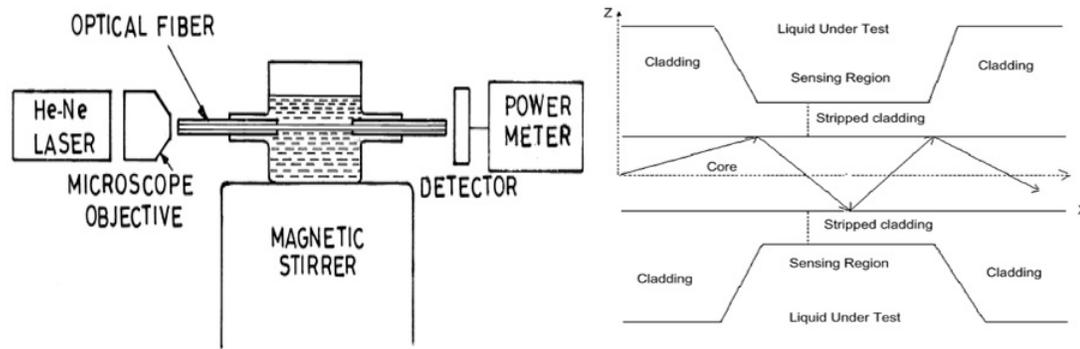


Figura 13. Izquierda. Configuración para detectar la adulteración de combustibles por queroseno (Sukhdev Roy ,1999). Derecha. Configuración que permite detectar cambios por el desacoplamiento de luz (Argha Banerjee,2007).

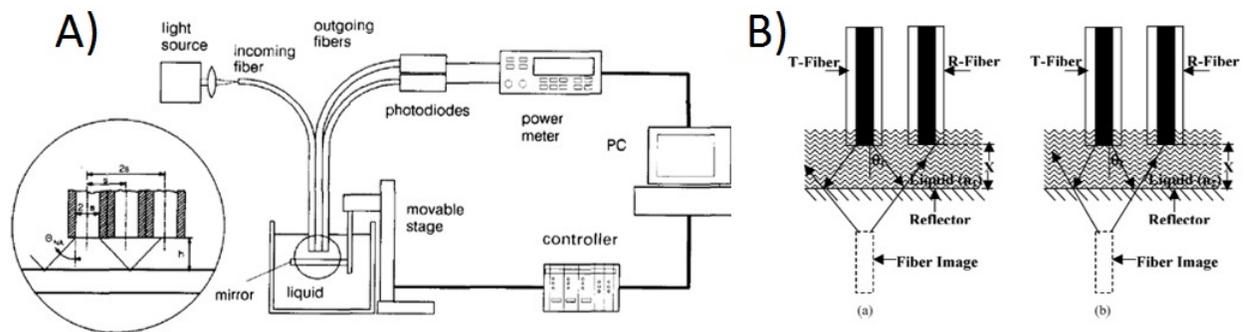


Figura 14. A) Configuración experimental propuesta por Suhadolnik *et al.*, en 1995; para un refractómetro de tres puntas. B) Representación esquemática de refractómetros de dos puntas (A.L. Chaudhari, 2001).

fue pulida, de modo que se logró tener una curvatura semiesférica en ella, y con esto propuso tener variaciones de intensidad por el desacoplamiento de modos determinados por el índice del medio exterior. Lo que a su vez llevará a cambios en la intensidad. La misma fibra que es empleada para enviar la luz, es también usada para recibir la señal que contiene la información del medio externo. sin embargo este tipo de configuraciones enfrentan el reto de la necesidad de implementar una referencia dinámica de la potencia de la luz en la punta de la fibra, para lograr una precisión de medición aceptable. Diferentes configuraciones de refractómetros de fibra óptica con referencia de intensidad han sido publicados (Chan *et al.*, 2007; Kim y Su, 2004; Buggy *et al.* *et al.*, 2007; Tan *et al.*, 2009). Empleando este principio, y agregando un canal de referencia, para volverlo independiente de las fluctuaciones de la fuente Chun-Liu *et al.* (2013) y por C. İde y K. Yüksel (2008), obtuvieron precisiones de 9.9×10^{-5} y 4.7×10^{-4} , respectivamente. También en el año 2018, Qiang Bian *et al.* presentan una estructura parecida, pero compensando pérdidas, con resultados de 3.8×10^{-6} y 1.6×10^{-5} RIU en

diferentes regiones de índices de refracción. Sin embargo, se debe prestar especial atención para evitar los errores causados por la flexión de la fibra durante las mediciones.

Resultados parecidos a los mejores obtenidos por las configuraciones expuestas, pueden ser igualados por medio de análisis espectrales, en modelos muy similares a los expuestos. Estos se verán a continuación en la siguiente sección del presente capítulo.

3.2.1. Refractómetros con base en mediciones espectrales

3.2.1.1. Refractómetros con base en el campo evanescente

Algunos refractómetros integrados espectrales, se basan en la interacción directa entre el campo evanescente de los modos de la fibra y el medio exterior bajo prueba. Existen diferentes métodos para acceder a este campo evanescente, enseguida se verán algunas de estas configuraciones más representativas.

Entre las que han sido ampliamente reportadas, se encuentran las que hacen uso de las Rejillas de Bragg de fibra óptica, FBG por sus siglas en inglés, (Zhang *et al.*, 2017; Schroeder *et al.*, 2009; X. Tan *et al.*, 2018; Kuhne *et al.*, 2018; Fernandes *et al.*, 2018; X. Pham *et al.*, 2018 y W. Liang *et al.*, 2005) y redes de Bragg de período largo, LPG (Quero *et al.*, 2011; Ascorbe *et al.*, 2018; Schlagen y Bremer, 2018). Su principio de operatividad es el mismo que el de una rejilla de difracción, separan el haz de luz en distintos órdenes. Para el caso de las fibras, el modo del núcleo llega a las rejillas y lo difracta, por lo que, algunos órdenes se convierten en nuevos modos que viajan por la cubierta. En la figura 15, observamos algunos: en B) un ejemplo de rejilla de periodo largo; F) muestra una fotografía de una imagen tomada por un microscopio de una rejilla de Bragg de periodo largo; D) una combinación de una fibra tipo D y rejillas de Bragg situadas en los extremos.

Del mismo modo que en los refractómetros de intensidad, existen configuraciones en las que se llega al revestimiento de la fibra, para tener acceso al campo evanescente de la luz guiada; con la diferencia que en estos casos lo que se analiza es el espectro de la señal, ya sea en la salida o en su reflexión. En la figura 15 C) y G) vemos dos

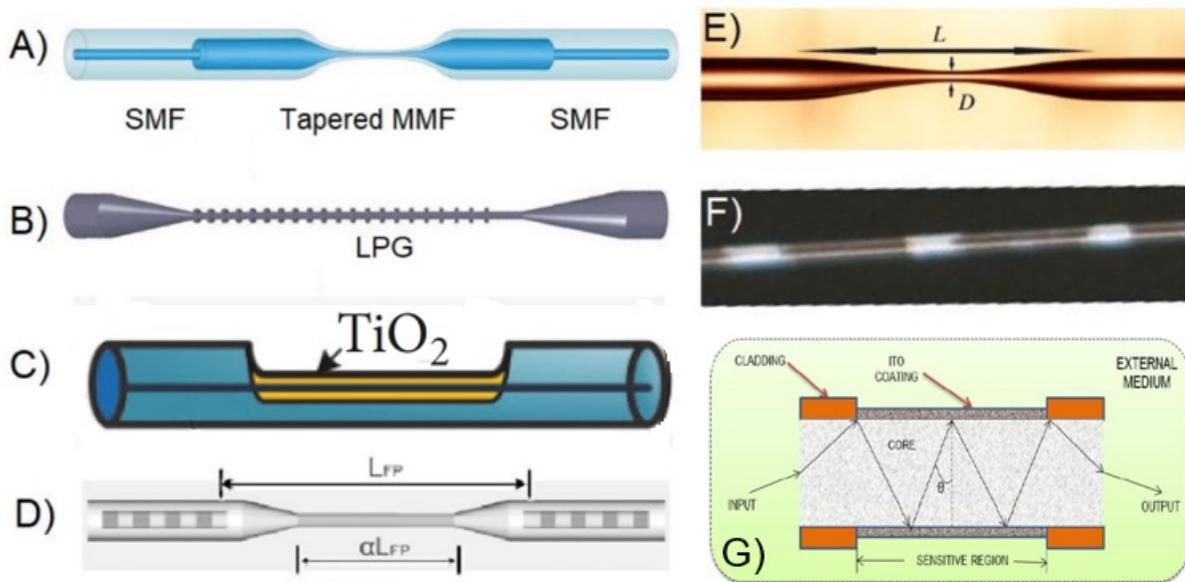


Figura 15. Técnicas de acceso al campo evanescente. A y E. configuración de fibras cónicas, representación esquemática y fotografía, respectivamente (Pengfei Wang *et al.*, 2011). B y F. Rejillas de Bragg de periodo largo, representación esquemática y fotografía, respectivamente (Joaquin Ascorbe *et al.* 2018). C y G. Fibra D recubierta: con TiO_2 y ITO, respectivamente (Chuen-Lin Tien *et al.*, 2018 y S. López *et al.*, 2012) D. Configuración de fibra cónica y rejillas de periodo largo (Wei Liang *et al.* 2015).

casos donde la zona sensible ha sido recubierta por un material para después ponerlo en contacto con los líquidos, de modo que se dota de otras características que mejoran la eficiencia del sensor. En C) se empleó una película delgada de TiO_2 , en 2018 por el equipo de Chuen-Lin *et al.* Para G) se tiene un revestimiento descubierto parcialmente, y con una capa fina de óxido de indio y estaño (ITO por sus siglas en inglés); conocido por ser un material conductor (S. López *et al.*, 2012). Trabajos similares en 2015, por P. Zubiate *et al.* y en 2018 por Guowen *et al.*, se encuentran en la literatura.

Una manera diferente de acceder al campo evanescente sin tener que destruir una parte del revestimiento es, hacer una zona de la fibra en configuración cónica. Se estira lo suficiente, de modo que tanto el núcleo como el revestimiento se vuelven más delgados, dejando que el campo evanescente de los modos atraviese la cubierta e interactúen con el medio exterior. Ocasionando cambios en el espectro de transmisión de los sistemas; como presentan Pengfei Wang en 2011, Shengli Pu en 2016 y Panpan Niuen 2018. En la figura 15 A) y E) se muestra un ejemplo de fibra cónica, una representación esquemática y una fotografía por microscopio (Pengfei Wang *et al.*, 2011), respectivamente.

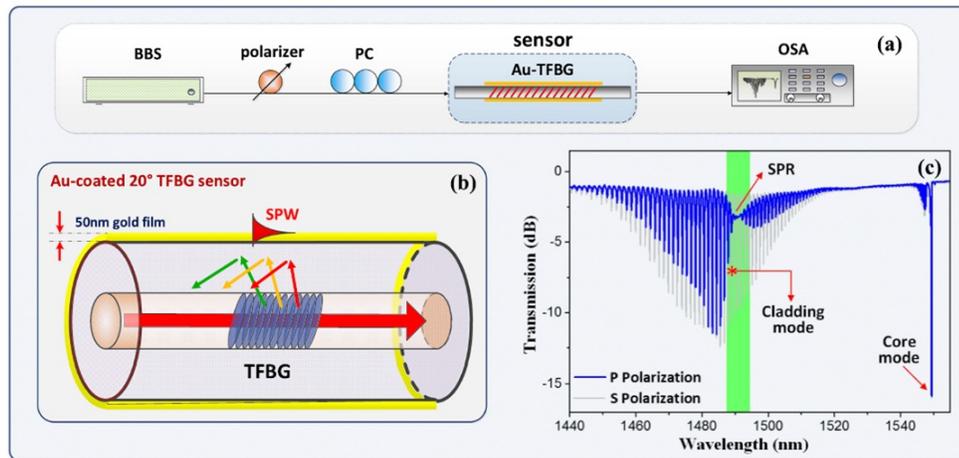


Figura 16. Representación esquemática configuración experimental (Yang Zhang *et al.*, 2017)

3.2.1.2. Refractómetros en base a la resonancia de plasmón superficial

Un principio relacionado con los campos evanescentes modales, son los plasmones de superficie. Cualquier configuración en donde se tenga acceso al campo evanescente, tiene potencial para generarlos. Solo hace falta agregar una película de algún metal (normalmente oro) en la zona donde se presentan estos campos. En la figura 16 observamos un ejemplo donde se emplean rejillas de Bragg inclinadas para acoplar modos a la cubierta, generando así un campo evanescente; esta zona es revestida con una película de oro de 50 nm. El campo de los modos se acopla al campo eléctrico de los electrones libres del oro, excitando el plasmón. La salida de luz de la fibra es monitoreada por medio de un analizador de espectros. El medio circundante en la zona sensible, afectará el espectro que se registra, con esto puede caracterizarse las propiedades de medios desconocidos. Puede por otra parte observarse también una gráfica espectral de los modos transmitidos y en verde vemos donde se presenta la caída en intensidad, características de la resonancia del plasmón, gráfica interna de la figura 16 (Zhang *et al.*, 2017).

Otros trabajos basados en estos principios han alcanzado límites de detección de 1.76×10^{-5} RIU, en un rango de 1.33 a 1.43 (Qiang Tou *et al.*, 2013), bastante similar al de los refractómetros tipo Abbe. Investigaciones semejantes se presentaron por Ronot-Trioli *et al.*, 1996; Caucheteur *et al.*, 2015; Wei-Te *et al.*, 2018. En aplicaciones más específicas, se emplearon para caracterizar los cambios en los IR, según la concentración de moléculas y macromoléculas Tina M. *et al.*, 2000 y Tumolo *et al.*, 2004. Y

en aplicaciones biológicas que guardan relación con los IR (Wang *et al.*, 2017). Todos refractómetros basados en mediciones exactas de posición de líneas espectrales específicas necesitan utilizar un espectrómetro exacto con una alta resolución, que resulta en costos altos.

3.2.1.3. Refractómetros con base en modos de fuga

Es posible emplear los modos de fuga en configuraciones, donde no se relacionen con el campo evanescente del revestimiento. Por ejemplo, al doblar lo suficiente una fibra monomodal se inducen modos de fuga en la cubierta de la fibra, que al interactuar con el medio se podrán desacoplar. Unos de los modelos propuestos, consideran tener dos radios de curvatura uniforme separado por varios centímetros. Su principio de operación propone que la primera curvatura en la fibra, desacoplará el modo fundamental en varios modos que viajarán por la cubierta, por la zona recta. Después la segunda curvatura vuelve a acoplar los modos del revestimiento al modo central, produciendo interferencia entre ellos. La zona recta, donde se sitúan los modos de cubierta, se expone a algún medio de interés; este desacoplará algunos según sus propiedades ópticas, lo que cambiará el espectro de interferencia. En la figura 17 A), se muestra una representación esquemática de este tipo de configuraciones. Específicamente, la detección del índice de refracción se realiza analizando las franjas de interferencia en el espectro de transmisión (Xinpu Zhang y Wei Peng, 2015).

También es posible desacoplar el modo del núcleo empleando rejillas de Bragg inclinadas en la fibra, estas ocasionan un acoplamiento de modos al revestimiento que viajan de regreso en la fibra. El sector donde están presentes las rejillas, y por donde viajan los modos en la cubierta, crea esta zona sensible, que puede interactuar con el medio externo. Como muestra Tuan Guo *et al.* (2008), donde analizando los espectros de reflexión y transmisión obtuvo una exactitud de 1×10^{-4} RIU. Del mismo modo, Xuantung Pham *et al.*, y Zhaochuan Zhang *et al.*, utilizaron estructuras de fibras con rejillas de Bragg inclinadas, para medir IR; en 2018 y 2019, respectivamente (ver figura 17 B y C). En 2018, Gray *et al.*, presentan una configuración que analiza las pérdidas en la transmisión, que existen al variar los IR externos. Rodríguez *et al.* (2013) presenta otra manera de desacoplar los modos, por medio de un empalme en la fibra, en esta región los modos dejan de viajar solo por el núcleo, volviendo a esta zona sensible,

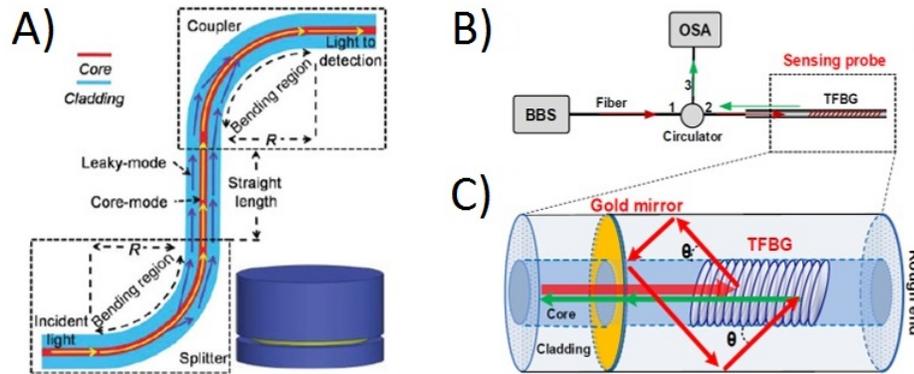


Figura 17. Representación esquemática configuración experimental. A) Zhaochuan Zhang *et al.*, 2018 B). Gráficas experimentales del espectro de ordenes de difracción, para dos incidencias de refracción diferente. Xinpu Zhang and Wei Peng, 2014

para después analizar la interferencia en la salida.

3.2.1.4. Refractómetros con base en interferencia

Otros métodos recurren a técnicas interferométricas, es decir analizan los resultados de interferencia entre diferentes ondas (modos, ondas reflejadas con retraso óptico, etc.) que se resulta en franjas espectrales en patrones de interferencia. Para tener una configuración interferométrica, por ejemplo tipo Fabry-Perot en línea; bastará hacer en la fibra, una cavidad, desplazamiento, unión o cualquier método que permita tener una interfaz, donde se den reflexiones. Esto provocará diferencias de camino óptico en los campos reflejados, que interferirán después. Un modo recurrente de proceder es creando cavidades en la fibra que luego serán llenadas por gases o líquidos de interés. Esta configuración interferométrica, estará descrita por las propiedades de la cavidad, y analizando sus espectros, se tendrá la información del medio de la cavidad.

Existen gran variedad de procedimientos que permiten tener cavidades. En 2012, De-wen Duan *et al.* proponen hacer uno o dos cortes transversales en la fibra y desplazarla ligeramente, de modo que sus núcleos dejen de empatar, y esto ocasionará que se tenga interferencia entre los dos primeros modos. Otra técnica consiste en elaborar un corte en la fibra, con forma de pozo, que se extienda hasta el núcleo, como se presenta por Tao Wei *et al.* en el año 2008. Igualmente se pueden crear al tenerse empalmes de tres secciones de fibra, ya sea que dos de estas secciones sean del mismo tipo de fibra, o diferentes todas. Tal como colocar en un trozo de fibra que varían

en su diseño geométrico, como las C o D, donde al quedar entre otras dos, generará la cavidad, como muestran Chuang Wu, 2014 y Xu *et al.*, 2017. Incluso con un trozo de fibra fotónica, como se realizó en 2010, por Deng *et al.* y Acosta *et al.* (2016). Pueden tenerse más empalmes y tratarse de configuraciones interferométricas más complejas, como el Mach Zender o Michelson.

En 2015, se obtuvieron resultados de resolución de 1.810^{-4} RIU, por Narayan y Jha; donde se trabajó con tres tipos de fibra y se indujo una microcavidad. En 2018, Ying Li *et al.*, usó una configuración de fibra fotónica y SMF, con la diferencia de agregar una pequeña sección de TCF (thin-core fibers), por lo que se tuvo una distribución de Mach-Zender. Qiangzhou Rong, 2012, presenta una investigación muy similar.

Otro tipo de cavidad, son las nombradas microcavidades, creadas normalmente mediante micromaquinado láser, junto con empalme de fusión; como el caso del trabajo de C. R. Liao *et al.* (2012). En ocasiones esta microcavidad es hecha en la misma fibra que se empleará o en otro tipo de fibra que luego se empalma en una sección, lo que dota de otras características al sistema como lo presentan Narayan *et al.*, en 2015 y Ling-Xin *et al.*, en 2018.

Una herramienta útil y diferente es el grabado de rejillas de Bragg dentro de la fibra, que, entre otras funciones sirven como reflectores parciales para configuraciones interferométricas.

3.2.1.5. Refractómetros con base en las reflexiones en punta

Bajo el principio de interferencia también, pero basándose en configuraciones que proponen tener el cabezal de medición o zona sensible en la punta de la fibra, existen un gran número de trabajos. Uno de los cabezales más sencillos que se proponen es la simple punta clivada de una fibra. Esta zona recta de la fibra presentará una reflexión, producida por la interfaz del medio externo y la fibra misma. Esta reflexión es reacoplada a la fibra, bajo la consideración de incidencia normal. Con el empleo de un circulador, se pueden analizar estas reflexiones del sistema y obtener así información del exterior que rodea a la punta (Yuan *et al.*, 2014). Los modos de obtener información de la luz que regresan al sistema son analizando, la intensidad, los modos o espectros. Una variante, es tener dos puntas clivadas, para hacer dos mediciones al

mismo tiempo, o para tener un canal de referencia (Bautista-Morales *et al.*, 2014).

Existen muchas configuraciones propuestas para este tipo de refractómetros. Un gran número de estructuras con cabezales de medición en la punta de la fibra proponen crear cavidades para generar configuraciones interferométricas, del mismo modo que los refractómetros de interferencia modal, como se veía en la subsección anterior. Por ejemplo, puede emplearse una rejilla de Bragg, en una zona cercana a la punta clivada, para tener una segunda reflexión. Lo que generará una cavidad tipo Fabry Perot, de este modo analizar la intensidad de interferencia o el contraste entre las franjas espectrales, para quitar la dependencia de la intensidad (Tan *et al.*, 2018, Kuhne *et al.*, 2017). La ilustración esquemática de este tipo de punta se aprecia en la figura 18 e). Pueden crearse mayor número de cavidades, incorporando más rejillas (Shlyagin *et al.*, 2013). Otra manera es con el empalme de dos tipos de fibras, pero situado en la punta, como se presenta en 2018, por Lopez-Dieguez *et al.* y por Frazão *et al.*, 2011.

Hay propuestas donde lo que se busca es generar una cavidad en el final de la fibra, que después pueden ser llenadas con algún líquido o gas, para su medición. Estas cavidades son logradas mediante diferentes técnicas. Una de las económicas, es por medio de una empalmadora, e interviniendo manualmente, para generar tensiones que inducen una burbuja de aire (Novais *et al.*, 2018). Otras técnicas mucho más complejas, involucran cabezales de medición muy estructurados, como se muestra en la figura 18 a) y c). Para el caso de la figura 18 c), se muestra la representación esquemática de un cabezal armado con tubos de metal (MT), un conducto de vidrio (GT), una fibra que viaja dentro de estos, y un espejo que se encargara de las reflexiones (Mudhana *et al.*, 2011). La figura 18 a), es un cabezal con una cavidad de impresión 3D, hecha directamente sobre la fibra, por medio de impresión óptica (Jushuai Wu *et al.* 2018).

3.2.2. Resumen

El refractómetro de Abbe es el más popular de todos, mientras que los basados en resonancia de plasmones son más exactos, sin embargo, como los demás refractómetros de volumen cargan con la desventaja de no servir en mediciones remotas por su tamaño. Si se requieren precisiones superiores a los 4 dígitos decimales, se

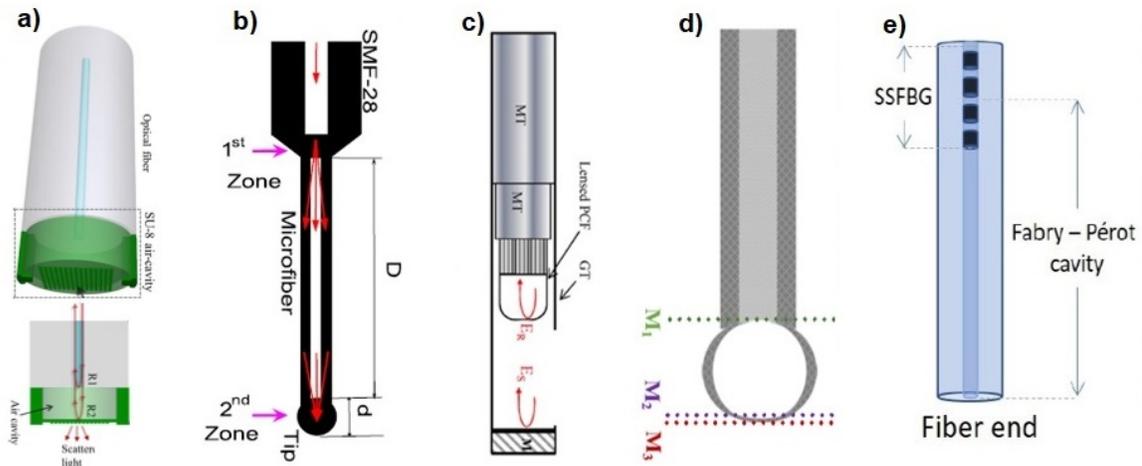


Figura 18. Representación esquemática configuración experimental. a) Jushuai Wu et al., 2018. b) Yanelis Lopez-Dieguez et al., 2018. c) Gopinath Mudhana, et al., 2010. d) Susana Novais et al, 2017. e) Rex Xiao Tan et al, 2018.

vuelven muy costosos. Además requieren grandes muestras del material o sustancia a determinar. Los de fibra óptica, generalmente pueden ser empleados en mediciones a distancia, con las ventajas de presentar una buena resolución; sin ser necesariamente una implicación de una buena exactitud. En su mayoría, los refractómetros de fibra óptica utilizan métodos espectrales, cuando la posición de franjas espectrales de resonancia dependan del índice de refracción de la sustancia externa. Por esta razón se requiere el uso de equipos de alto costo. Las configuraciones basadas en reflexión de Fresnel en la punta de la fibra óptica son más sencillas y económicas, sin embargo, requieren utilizar reflectores adicionales para tomar una referencia de la potencia óptica incidente a la punta de la fibra. A pesar de ser bien estudiados, existen limitaciones no exploradas como las afectaciones por las reflexiones múltiples.

Capítulo 4. Modelo y cálculos numéricos

En este capítulo se da inicio a la parte teórica y experimentos numéricos del modelo. Se iniciará con una descripción del arreglo propuesto, de manera muy general. Después se detallará por partes la configuración y/o funcionamiento. Se continuará con los principios de operación, para después desarrollar la teoría del modelo.

4.1. Descripción general del modelo

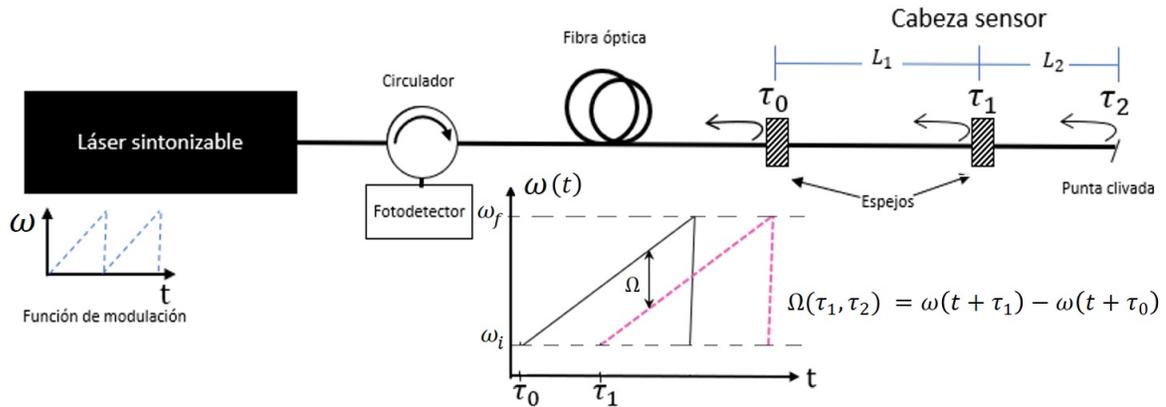


Figura 19. Representación esquemática de la configuración experimental. En la zona derecha vemos el cabezal del sensor ampliado. En la parte derecha inferior se tiene una gráfica de la modulación en fase de la señal láser en el tiempo.

El principio de operación se fundamenta en medir la reflexión en la punta clivada de una fibra monomodal. Descrita por su coeficiente de Fresnel, bajo la consideración de una incidencia normal de la luz en la fibra hacia el medio exterior. Cuya expresión es la siguiente:

$$r_m = \frac{n_f - n_x}{n_f + n_x}, \quad (22)$$

donde n_f es el índice de refracción del núcleo de la fibra y n_x el del medio externo desconocido. Para determinar dicho coeficiente, y no depender de las fluctuaciones de intensidad, se requiere de conocer la potencia de la onda incidente. Para realizar esto, cerca de la punta clivada tenemos una cavidad, formada de dos reflectores parciales, como se muestra en la figura 19, estos nos proporcionarán la referencia de intensidad. Esta zona se nombrará cabezal de medición, la luz láser con que se incide, se reflejará en sus distintas zonas (ver figura 19).

Se realizará un barrido en longitud de onda de la fuente láser sintonizable. Esta técnica se utiliza para diferenciar señales de referencias, cuando se tienen reflectores bastantes cercanos. A este tipo de ondas se definen en inglés como *optical frequency-modulated continuous wave reflectometry*, es decir, reflectometría de onda continua de frecuencia óptica modulada por una función. Cuando la modulación satisface que, la frecuencia de la onda sea mucho mayor al rango de modulación, podemos escribir la función de onda como:

$$E(t) = A \exp[-i\phi(t - \tau)], \quad (23)$$

donde A es la amplitud de la onda, τ es el tiempo de retraso de la onda y ϕ es la fase. Se propone, que la modulación de frecuencia sea por medio de una función diente de sierra (ver figura 19), descrita para un periodo, como:

$$\omega(t) = \alpha t + \omega_i, \quad (24)$$

con

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{T_m} = \frac{\omega_f - \omega_i}{T_m}, \quad (25)$$

donde ω_i , definida como la frecuencia inicial del periodo de modulación; α , es la razón de modulación de la frecuencia o pendiente del periodo ; T_m es el periodo de modulación ; y ω_f es la frecuencia mas alta a la que se llega en la modulación. Con esto se sustituiría las expresión para la fase, de la ec. 23; considerando la ec. 24 y que la frecuencia es la razón de cambio de fase en el tiempo.

Para el caso de la configuración experimental que se propone, se tendrán tres ondas producidas por la misma fuente láser bajo esta modulación continua; que viajan por caminos ópticos diferentes según los retrasos; para después interferir. Considerando los campos que se reflejan en los reflectores internos, tendremos la función de onda para el primer reflector r_1 , con retraso τ_0 , que al considerar esta valor de tiempo como inicio, toma el valor de 0, por lo que se escribiría la función como:

$$E_{01}(t) = Ar_1 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_i t + \phi_0)]. \quad (26)$$

Del mismo modo para el campo con retraso τ_1 para el segundo reflector r_2 , se tiene:

$$E_{02}(t) = Ar_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_1)^2 + \omega_i(t - \tau_1) + \phi_0)], \quad (27)$$

donde r_1 y r_2 son las reflectividades de los reflectores internos y τ_1 el retraso temporal entre los dos reflectores internos, producto de la diferencia en los caminos ópticos, $2L_1$ (ver figura 19) y ϕ_0 es la fase inicial del campo. Del mismo modo se tendrá un tercer campo E_{21} para la onda que se refleja en la punta, con retraso proporcional a $2L_1 + 2L_2$. La interferencia de estos campos E_{01} y E_{02} , dará como resultado un campo eléctrico resultante que tendrá una potencia:

$$P(t) = |Ar_1|^2 + |Ar_2|^2 + 2|A|^2 r_1 r_2 \cos(\alpha\tau_1 t + \omega_i\tau_1 - \frac{\alpha\tau_1^2}{2}) \quad (28)$$

Esta es conocida como señal de batimiento, que se define como el patrón de interferencia de dos señales ligeramente diferentes en sus frecuencias. Estas franjas interferométricas se procesan en el espacio de Fourier. Habrá para este modelo, tres señales de campos de interés, los cuales serán producto de los dos espejos internos y la punta clivada. La señal será la interferencia en intensidad para las tres señales. Que se modela con la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} P(t) = & |Ar_1|^2 + |Ar_2|^2 + |Ar_m|^2 + 2|A|^2 r_1 r_2 \cos[(\Omega_{10})t + \phi_{10}] \\ & + 2|A|^2 r_1 r_m \cos[(\Omega_{20})t + \phi_{20}] \\ & + 2|A|^2 r_2 r_m \cos[(\Omega_{21})t + \phi_{21}], \end{aligned} \quad (29)$$

donde r_1 , r_2 son las reflectividad de los espejos internos, r_m , la reflectividad ocasionando por la interfaz del medio externo y la fibra. Ω_{10} , Ω_{20} y Ω_{21} son las frecuencias de batimiento, funciones de las diferencias entre los caminos ópticos, que provocan un desfaseamiento en los campos, como puede observarse en la figura 19 gráfica inferior derecha.

En un análisis espectral de esta intensidad, se tendrán cuatro picos, cada uno correspondiente a cada elemento de la expresión para la interferencia, como se verá a detalle en la siguiente sección. Es decir se tendrá un pico central correspondiente a los valores constantes, y tres que representen cada una de las componentes sinusoidales, situados en la frecuencia correspondiente, con altura proporcional a la amplitud. La

expresión teórica quedaría de la siguiente manera:

$$P(\omega) = K + 2|A|^2 r_1 r_2 \delta(\omega - \Omega_{10}) + 2|A|^2 r_1 r_m \delta(\omega - \Omega_{20}) + 2|A|^2 r_2 r_m \delta(\omega - \Omega_{21}), \quad (30)$$

donde K, es el valor promedio de amplitud invariante en el tiempo, compuesto por la suma de amplitudes individuales de las tres señales que interfirieron. Encontramos un elemento independiente de la reflexión de la punta clivada. Es decir que su amplitud depende solo de las reflectancias de los espejos, r_1 , r_2 . Los otros dos contienen información del medio externo, por medio de r_m y de alguno de los espejos. Haciendo un cociente entre las amplitudes del segundo y cuarto término de la ec.30, que es el equivalente a dividir las alturas de dichos picos respectivos, tenemos:

$$\frac{2|A|^2 r_2 r_m}{2|A|^2 r_1 r_2} = \frac{r_m}{r_1}. \quad (31)$$

Se observa que queda una razón dependiente de las reflectividades de los espejos, y proporcional a la reflectancia de la punta clivada r_m ; a su vez se vuelve dependiente del índice externo (ver ec 31). Se deshizo de la dependencia de la intensidad, que en la práctica es un factor que contiene ruido del diodo láser. Conociéndose las reflectancias de los espejos quedarán por determinar solo la reflectancia en la punta, para así saberse el valor del índice externo. Este medio puede cambiarse al sumergir la fibra en alguna sustancia de interés, con índice desconocido.

Básicamente ese es el principio teórico y práctico del refractómetro propuesto. En el capítulo siguiente se detallará la configuración teórica comenzando con el desarrollo teórico, del modelo de tres ondas y siguiendo con las consideraciones de las reflexiones múltiples.

4.2. Desarrollo teórico

4.2.1. Modelo de 3 ondas - primer orden

Enseguida se expone el análisis teórico para el modelo más básico, nombrado modelo de 3-ondas. En el cual se consideran para la interferencia, tres señales de refle-

xión. Dos correspondientes a los reflectores y una a la punta de la fibra (ver figura 20). De dichas señales se analizará la interferencia en el espacio de Fourier. El campo correspondiente a la fuente de luz, se considerará monocromático; que vibra en una sola frecuencia y dirección. Además, se considera que la fase es modulada continuamente de manera no lineal, por medio de una función diente de sierra. Se tomará como la función que describe este comportamiento de la fase en un periodo de modulación, el ejemplo de la sección anterior, dado por la ecuación 32:

$$\phi(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_i t + \phi_0. \quad (32)$$

Los tres campos correspondientes a las señales de interés, cada uno producido por la onda fuente reflejada en uno de los espejos parciales o en la punta de la fibra, estarán dados de la siguiente manera.

$$E_{P0}(t) = V(t)r_1 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_i t + \phi_0)] \quad (33)$$

$$E_{P1}(t) = V(t)(1 - r_1)^2 r_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_1)^2 + \omega_i(t - \tau_1) + \phi_0)] \quad (34)$$

$$E_{P2}(t) = V(t)(1 - r_1)^2 (1 - r_2)^2 r_m \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_2)^2 + \omega_i(t - \tau_2) + \phi_0)], \quad (35)$$

donde $V(t)$ es la amplitud variable en el tiempo, del campo fuente; r_1 , r_2 y r_m son las reflectividades de cada uno de los sitios donde se dan las reflexiones; τ_1 y τ_2 indican los desfases temporales proporcionales a la diferencia de camino óptico entre los reflectores; finalmente ϕ_0 , es la fase inicial del campo eléctrico.

Podemos renombrar en un solo término las amplitudes de cada campo y considerar que la fase inicial ϕ_0 , es despreciable para nuestros fines. Reescribiendo las expresiones tenemos,

$$\begin{aligned} E_{P0}(t) &= E_0 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_i t)] \\ E_{P1}(t) &= E_1 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_1)^2 + \omega_i(t - \tau_1))] \\ E_{P2}(t) &= E_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_2)^2 + \omega_i(t - \tau_2))], \end{aligned} \quad (36)$$

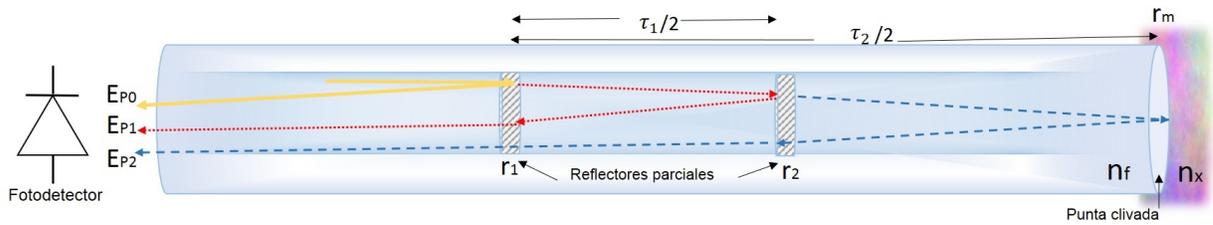


Figura 20. Representación esquemática del cabezal de medición. a) Línea amarilla. Campo reflejado en el primer espejo del cabezal. b) Línea roja. Campo reflejado en el segundo espejo del cabezal. c) Línea azul. Campo reflejado en punta clavada.

quedando definidos como:

$$\begin{aligned}
 E_0 &= V(t)r_1 \\
 E_1 &= V(t)(1 - r_1^2)r_2 \\
 E_2 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_m.
 \end{aligned} \tag{37}$$

El desfase de las ondas E_{P1} y E_{P2} con el campo E_{P0} , producto de la diferencia de caminos ópticos entre los reflectores (como se ve en la figura), puede expresarse en los siguientes términos,

$$\tau_1 = \frac{2n_f L_1}{c} \tag{38}$$

$$\tau_2 = \frac{2n_f(L_1 + L_2)}{c}, \tag{39}$$

donde n_f será el índice de refracción efectivo de la fibra y c la velocidad de la luz en el vacío. Estos son la diferencia de tiempo con la que llegarán las ondas al fotodetector.

El fotodetector recibirá una señal de potencia, producidas por las interferencia de las tres ondas E_{P0} , E_{P1} y E_{P2} . Esta señal es proporcional a la interferencia de los campos en intensidad, cuya expresión matemática es la siguiente,

$$\begin{aligned}
 P(t) &= |E_{P0}(t) + E_{P1}(t) + E_{P2}(t)|^2 \\
 &= [E_{P0}(t) + E_{P1}(t) + E_{P2}(t)][E_{P0}(t) + E_{P1}(t) + E_{P2}(t)]^*.
 \end{aligned} \tag{40}$$

Reacomodando y reescribiendo los términos:

$$\begin{aligned}
 P(t) &= E_{P0}(t)E_{P0}^*(t) + E_{P1}(t)E_{P1}^*(t) + E_{P2}(t)E_{P2}^*(t) \\
 &+ E_{P0}(t)E_{P1}^*(t) + E_{P0}^*(t)E_{P1}(t) + E_{P0}(t)E_{P2}^*(t) \\
 &+ E_{P0}^*(t)E_{P2}(t) + E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t).
 \end{aligned} \tag{41}$$

Nótese que los tres primeros términos describen la intensidad para cada una de las ondas originales. Los siguientes son seis componentes, o bien tres y sus complejos conjugados. Analizando el caso para $E_{P1}(t)E_{P2}^*(t)$, desarrollamos sus términos completos:

$$\begin{aligned}
 E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t) &= \\
 E_1 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t-\tau_1)^2 + \omega_i(t-\tau_1))]E_2 \exp[i(\frac{1}{2}\alpha(t-\tau_2)^2 + \omega_i(t-\tau_2))] &+ \\
 E_1 \exp[i(\frac{1}{2}\alpha(t-\tau_1)^2 + \omega_i(t-\tau_1))]E_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t-\tau_2)^2 + \omega_i(t-\tau_2))] &.
 \end{aligned} \tag{42}$$

Se sigue que:

$$\begin{aligned}
 E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t) &= \\
 E_1E_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(\tau_1^2 - 2t\tau_1) - \omega_i\tau_1)] \exp[i(\frac{1}{2}\alpha(\tau_2^2 - 2t\tau_2) - \omega_i\tau_2)] &+ \\
 E_1E_2 \exp[i(\frac{1}{2}\alpha(\tau_1^2 - 2t\tau_1) - \omega_i\tau_1)] \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(\tau_2^2 - 2t\tau_2) - \omega_i\tau_2)] &.
 \end{aligned} \tag{43}$$

Dado que $\tau_1 \ll 1$ y $\tau_2 \ll 1$, consideraremos despreciable el término cuadrado de cada uno de ellos en el factor de la exponencial, así se simplificaría la expresión como sigue:

$$\begin{aligned}
 E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t) &= \\
 E_1E_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(2t\tau_2 - 2t\tau_1) + \omega_i(\tau_2 - \tau_1))] &+ \\
 E_1E_2 \exp[i(\frac{1}{2}\alpha(2t\tau_2 - 2t\tau_1) + \omega_i(\tau_2 - \tau_1))] &.
 \end{aligned} \tag{44}$$

Interpretando la función coseno como variación de la función exponencial justo como se expresa en la ecuación de arriba, mediante la formula de Euler, podemos reescribir

la expresión como sigue:

$$E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t) = 2E_1E_2 \cos \left[\frac{1}{2}\alpha t(2\tau_2 - 2\tau_1) + \omega_i(\tau_2 - \tau_1) \right]. \quad (45)$$

Cambiando ahora los desfases τ_1 y τ_2 , según las ecuaciones 39, y agrupando términos tendremos:

$$E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t) = 2E_1E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c}L_2(\alpha t + \omega_i) \right]. \quad (46)$$

Todos los factores pueden considerarse en dos términos uno de fase y otro de frecuencia. Reescribiendo la parte correspondiente a la fase como ϕ_{21} , la expresión quedaría como sigue:

$$E_{P1}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P1}^*(t)E_{P2}(t) = 2E_1E_2 \cos \left(\frac{2n_f}{c}\alpha L_2 t + \phi_{21} \right). \quad (47)$$

De manera similar a este desarrollo, pueden procederse con los dos términos restantes $E_{P0}(t)E_{P1}^*(t) + E_{P0}^*(t)E_{P1}(t)$ y $E_{P0}(t)E_{P2}^*(t) + E_{P0}^*(t)E_{P2}(t)$, de la ec. 42, por lo que la expresión completa para la potencia, puede expresarse como una sumatoria de todas las combinaciones entre dos de las ondas:

$$P(t) = \sum_{n=0}^2 \sum_{m \geq n}^2 E_n E_m \cos [\alpha(\tau_m - \tau_n)t + \phi_{mn}], \tau_0 = 0. \quad (48)$$

Los términos importantes de cada componente de esta sumatoria, serán la frecuencia, que es función de la diferencia de los caminos ópticos entre las dos ondas implicadas y, proporcional al parámetro α de la modulación, que depende de la velocidad del barrido. Así como también es importante los términos E_n y E_m que son las amplitudes dadas por las expresiones 38, este nos brindara información sobre el peso de cada componente. No se detalla la forma que tiene la fase, pero se sabe que serán

funciones de los retrasos temporales. Cabe destacar que para $m = n$, la diferencia entre los retrasos es 0, por lo que $\phi_{mn} = 0$, así todo el argumento del coseno sera 0; siendo estos componentes la parte invariante temporal. Desarrollando esta sumatoria la expresión para la potencia, finalmente tomaría la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 P(t) = & |E_0|^2 + |E_1|^2 + |E_2|^2 \\
 & + 2E_0E_1 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{10} \right] \\
 & + 2E_0E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{20} \right] \\
 & + 2E_1E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{21} \right].
 \end{aligned} \tag{49}$$

Convenientemente, nombraremos como sigue a los términos siguientes de la potencia, para referirlos más adelante:

$$\begin{aligned}
 P_r(t) &= 2E_0E_1 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{10} \right] \\
 P_a(t) &= 2E_0E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{20} \right] \\
 P_b(t) &= 2E_1E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{21} \right],
 \end{aligned} \tag{50}$$

donde P_r es independiente de r_m , esto puede notarse por sus dependencias de E_0 y E_1 , que a su vez son independientes de r_m , como se ve la ecuación 38, por lo tanto tampoco dependerá del índice de refracción del medio externo (ver ec. 22): por esta razón en adelante se nombrará como término de referencia. Reescribiendo la potencia, tendremos:

$$P(t) = |E_0|^2 + |E_1|^2 + |E_2|^2 + P_r(t) + P_a(t) + P_b(t). \tag{51}$$

Esta señal será la que reciba el fotodetector, y se traducirá a una función de voltaje que será digitalizada. Si esta se analiza en el espacio de Fourier, sin considerar los desfases $\phi_{10}, \phi_{20}, \phi_{21}$ se tendrá algo como lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{F}\{P(t)\} &= \mathfrak{F}\{|E_0|^2 + |E_1|^2 + |E_2|^2\} + \mathfrak{F}\{P_a\} + \mathfrak{F}\{P_b\} + \mathfrak{F}\{P_r\} \\
 \mathfrak{F}\{P(t)\} &= V_m + 2E_0E_1\delta\{\Omega_r - \omega\} + 2E_0E_2\delta\{\Omega_a - \omega\} + 2E_1E_2\delta\{\Omega_b - \omega\},
 \end{aligned} \tag{52}$$

donde V_m representa el valor de offset de la señal: Ω_r , Ω_a y Ω_b , las frecuencias co-

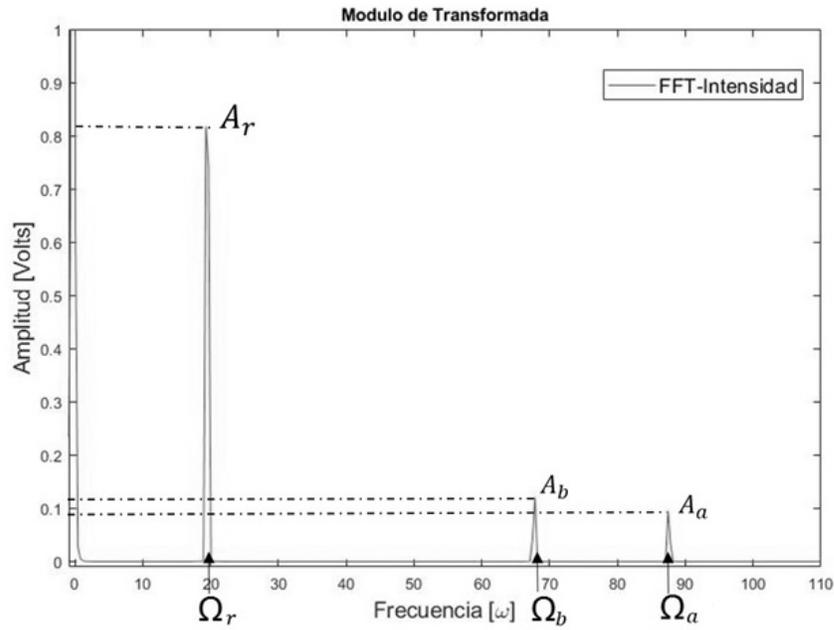


Figura 21. Cálculo numérico para de la intensidad el espacio de Fourier de una configuración con $r_1 = 5\%$, $r_2 = 6\%$, $r_m = 2\%$. Bajo consideración del modelo primario.

respondientes a cada uno de ellos, dadas como:

$$\Omega_r = \frac{2n_f}{c} \alpha(L_1) \quad (53)$$

$$\Omega_a = \frac{2n_f}{c} \alpha(L_1 + L_2) \quad (54)$$

$$\Omega_b = \frac{2n_f}{c} \alpha(L_2). \quad (55)$$

La expresión 52 gráficamente representará tres picos, situados en el valor de cada una de sus frecuencias, cuyo tamaño es modulado como los valores de amplitud de cada función coseno (ec. 50) correspondientes, como se observa en la figura 21. Se nombran las amplitudes de los componentes de interés, como A_r , A_a y A_b , correspondientes a cada uno de los términos. Cabe mencionar que el valor promedio de la función coseno, es decir el valor constante, se sitúa alrededor de la frecuencia cero, y es mucho mayor comparado a las amplitudes de las deltas, por lo que en la gráfica se ha recortado para hacer distinguibles las amplitudes de las frecuencias de interés.

Recordando que el subíndice r denota 'referencia', dado que no cambiará su valor conforme se afecte el medio externo, ya que depende únicamente de las reflectancias de los espejos internos. Mientras que las otras dos amplitudes tienen una dependencia

con respecto a r_m . Por esto al variar su valor los picos A_b y A_a cambiarán su altura, mientras que para A_r no presenta variaciones.

Podemos entonces caracterizando estos cambios, encontrar los valores de r_m desconocidos. Ya que teóricamente se expresarán sus valores como :

$$\begin{aligned} A_r &= 2E_0E_1 = V(t)^2 r_1 r_2 (1 - r_1^2) \\ A_a(r_m) &= 2E_0E_2 = V(t)^2 r_1 r_m (1 - r_1^2)(1 - r_2^2) \\ A_b(r_m) &= 2E_1E_2 = V(t)^2 r_2 r_m (1 - r_1^2)^2 (1 - r_2^2). \end{aligned} \quad (56)$$

Sin embargo, estas amplitudes pueden tener cambios dados por $V(t)$, por factores externos no controlables. Es decir, se verá afectada por los ruidos de la fuente, tanto de fase, intensidad, temperatura, entre otros. La manera de no tener estas dependencias es tomando como cociente dos de estas amplitudes; ya que para cualquiera de los términos $V(t)$ se presenta con la misma dependencia. Como ya se explicaba al inicio del capítulo, nos interesa tomar r_m como término desconocido. El cociente se hará entre alguno de las amplitudes A_a o A_b , con la de referencia A_r . Tomando A_a , tendremos:

$$\frac{A_a(r_m)}{A_r} = \frac{V(t)^2 r_1 r_m (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)}{V(t)^2 r_1 r_2 (1 - r_1^2)}, \quad (57)$$

simplificando quedaría:

$$\frac{A_a(r_m)}{A_r} = \frac{r_m (1 - r_2^2)}{r_2}. \quad (58)$$

El siguiente inconveniente que surge, es conocer las reflectancias de los espejos. En el caso de emplear rejillas de Bragg, estas reflectancias tienen además dependencias espectrales con la longitud de onda. Medir con precisión, ya sean rejillas de Bragg o cualquier método de reflectores, requeriría de procesos complejos y costosos de caracterización. También existirán otros factores de menor peso, como la calidad del clivado. Una alternativa propuesta es considerar un coeficiente de calibración, donde

se tengan en cuenta de forma no directa todos estos parámetros, como se presenta en el trabajo de Shlyagin *et al.* (2013). Esto consiste en tomar este cociente de amplitudes proporcional a r_m , cuya proporción la dictará el nombrado coeficiente de calibración. Se reescribirá la expresión como sigue:

$$\frac{A_a(r_m)}{A_r} = \kappa r_m. \quad (59)$$

Ahora bastará con conocer las condiciones para un caso particular del medio externo r_m , con el que colindará la punta clivada. En el trabajo de Shlyagin (2013) se consideró el aire como medio externo conocido. Renombrando como r_m^c , por ser un valor conocido, y sabiendo también los valores de las amplitudes A_a y A_r , podrá determinarse este coeficiente de la siguiente manera:

$$\kappa_c = \frac{A_a}{A_r r_m^c} \quad (60)$$

De los coeficientes de Fresnel, en el caso de la reflectividad a incidencia normal (ec.15), podemos expresar este coeficiente de calibración en función del índice del medio conocido, n_c :

$$\kappa_c = \frac{A_a}{A_r} \left| \frac{n_f + n_c}{n_f - n_c} \right|. \quad (61)$$

Partiendo de la ec. 59 podemos ahora escribir una expresión que determine el comportamiento de r_m en función de la amplitud A_m , como:

$$r_m(A_a) = \frac{A_a}{A_r \kappa_c}. \quad (62)$$

Si el índice del medio exterior es dado por n_x , nuevamente con la relación dada por los coeficientes de Fresnel, haciendo un poco de álgebra se llega a la siguiente

dependencia del índice externo en función de las amplitudes:

$$n_x(A_a, A_r) = \begin{cases} n_f \frac{\frac{A_a}{A_r K_c} - 1}{\frac{A_a}{A_r K_c} + 1} & \text{para } n_f > n_x \\ n_f \frac{\frac{A_a}{A_r K_c} + 1}{\frac{A_a}{A_r K_c} - 1} & \text{para } n_f < n_x, \end{cases} \quad (63)$$

o bien,

$$n_x(A_a, A_r) = \begin{cases} n_f \frac{A_a - A_r K_c}{A_a + A_r K_c} & \text{para } n_f > n_x \\ n_f \frac{A_a + A_r K_c}{A_a - A_r K_c} & \text{para } n_f < n_x. \end{cases} \quad (64)$$

Esta forma nos brinda una ventaja, sobre otros métodos, ya que no limita medir valores para n_x inferiores al índice de la fibra. Con información de la fase, puede distinguirse los índices que están por debajo o por arriba de n_f , como realizaron Shlyagin *et al.* (2013).

Sin embargo, en configuraciones de cavidades con espejos, siempre existirán y estarán involucradas reflexiones múltiples, que no se consideran para este modelo de 3 ondas. Esto podría tener repercusiones en las estimaciones tanto para la calibración, como para los resultados de los índices. Esto sería un gran problema para la precisión, por lo que a continuación se realizará un análisis donde se incluyan los primeros órdenes de estas reflexiones múltiples.

4.2.2. Modelo múltiples reflexiones

Tener una configuración de espejos paralelos o medios semireflejantes, suscitan múltiples reflexiones, dando origen a ondas que pueden provocar perturbaciones de intermodulación. Esto se refiere a que señales de interés, se afecten debido a acoplamientos con otras; en nuestro caso de frecuencias iguales o muy similares. Producidas por nuestro mismo sistema, a causa de las interferencias de estas múltiples reflexiones con ellas mismas o con los de las ondas de nuestro interés. Resultando en atenuaciones o incrementos de amplitud en las señales de interés. Esta diafonía

se puede cuantizar por medio de la relación entre la señal perturbada y las señales perturbadoras.

Al tratarse de reflectancias bajas, estas múltiples reflexiones tienen amplitudes de órdenes menores que las señales de interés. Por ello se estudiarán solamente los dos primeros ordenes de ellas, que se definirán a continuación. El primer orden será en el que se reflejan solo una vez en alguno de los reflectores y por ende su amplitud solo se acompaña con uno de los términos de reflectancia. Matemáticamente se expresaría como $E_x \propto r$. E_x hace referencia a una amplitud y r a cualquier reflectancia. El tercer orden será aquel que es proporcional en amplitud a reflectancias cúbicas, es decir $E_x \propto r^3$. finalmente el quinto orden serán los casos en donde el campo sea proporcional a reflectancias quintas, $E_x \propto r^5$. Por la simetría del sistema, no existen los ordenes pares. Enseguida se ahondara en cada uno de los casos.

4.2.2.1. Modelo 7 ondas - tercer orden

En el modelo de tres ondas, se considera que la luz se refleja a lo más una vez en cada reflector, como se ilustra en la figura 20. Como ya se mencionaba, para el tercer orden se tomarán las ondas que se reflejen a lo más 3 veces en los espejos del cabezal de medición o en la punta. Es decir, ahora los campos que consideraremos serán proporcionales a r^3 , más los del modelo de tres ondas. Cabe mencionar que los campos pueden pasar mas veces por los reflectores, con la diferencia en que todas las demás ocasiones se transmitirán.

De la figura 22 podemos ver cuales son las trayectorias que satisfacen el tercer orden. Los campos son nombrados con un subíndice T que denota este tercer orden en las reflexiones. Notamos que los campos E_{T1} y E'_{T1} tienen trayectorias diferentes que resultan en un mismo caminos ópticos; inclusive las amplitudes de los campos serán iguales, como podrá apreciarse en sus expresiones matemáticas. Teniendo en cuenta las simplificaciones hechas para los campos del modelo primario (ec. 37), es decir se redefinen en un solo término las amplitudes de cada campo y consideramos

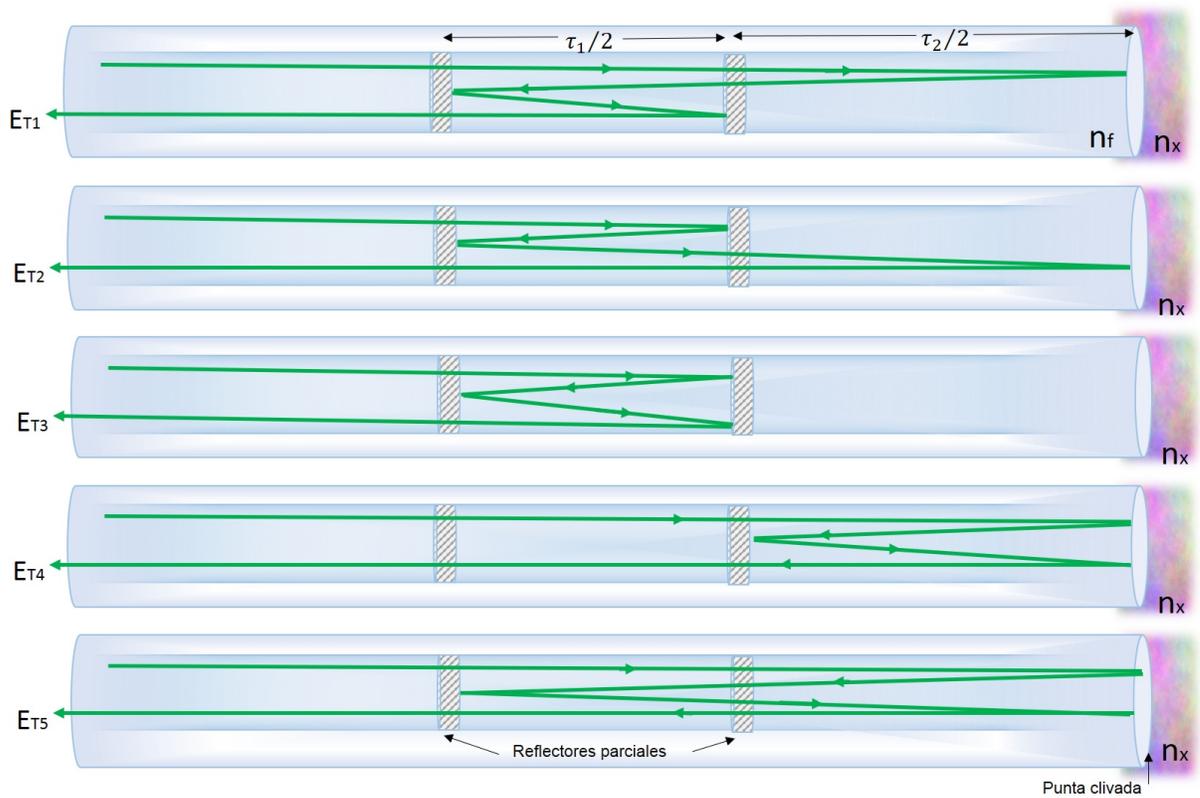


Figura 22. Representación esquemática de las distintas reflexiones que satisfacen reflejarse tres veces en alguno de los reflectores o la punta de la fibra.

que la fase inicial ϕ_0 , es despreciable. Por lo que quedarían de la siguiente forma:

$$E_{T1}(t) = E_3 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_3)^2 + \omega_i (t - \tau_3) \right) \right] \quad (65)$$

$$E'_{T1}(t) = E_3 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_3)^2 + \omega_i (t - \tau_3) \right) \right] \quad (66)$$

$$E_{T2}(t) = E_4 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_4)^2 + \omega_i (t - \tau_4) \right) \right] \quad (67)$$

$$E_{T3}(t) = E_5 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_5)^2 + \omega_i (t - \tau_5) \right) \right] \quad (68)$$

$$E_{T4}(t) = E_6 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_6)^2 + \omega_i (t - \tau_6) \right) \right]. \quad (69)$$

Siendo las nuevas amplitudes, dadas por:

$$\begin{aligned}
 E_3 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2r_1r_m \\
 E_4 &= V(t)(1 - r_1^2)r_2^2r_1 \\
 E_5 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_m^2r_2 \\
 E_6 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_m^2r_1,
 \end{aligned} \tag{70}$$

y los desfases temporales, producto de la diferencia de caminos ópticos entre los reflectores, puede expresarse en los siguientes términos,

$$\tau_3 = \frac{2n_f(2L_1 + L_2)}{c} \tag{71}$$

$$\tau_4 = \frac{2n_f2L_1}{c} \tag{72}$$

$$\tau_5 = \frac{2n_f(L_1 + 2L_2)}{c} \tag{73}$$

$$\tau_6 = \frac{2n_f2(2L_1 + 2L_2)}{c}. \tag{74}$$

En este modelo el fotodetector recibirá una señal de potencia, producidas por las interferencia de las tres ondas básicas, E_{p0}, E_{p1}, E_{p2} y las nuevas, producto de las reflexiones múltiples de tercer orden $E_{p1} - E_{p4}$. Es decir se tendrá una interferencia entre seis campos, descritos por las ecuaciones 37 y 69. De la siguiente manera (donde se ha considerado el término E'_{p1} al incluir $2E_{p1}$):

$$\begin{aligned}
 P(t) &= [E_{p0}(t) + E_{p1}(t) + E_{p2}(t) + 2E_{T1}(t) + E_{T2}(t) + E_{T3}(t) + E_{T4}(t)] \\
 &\quad [E_{p0}^*(t) + E_{p1}^*(t) + E_{p2}^*(t) + 2E_{T1}^*(t) + E_{T2}^*(t) + E_{T3}^*(t) + E_{T4}^*(t)].
 \end{aligned} \tag{75}$$

Realizando un desarrollo similar al del modelo de tres ondas (ver anexo), se llegará finalmente a que puede expresarse como una sumatoria de cosenos, dada de la siguiente manera:

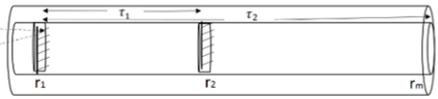
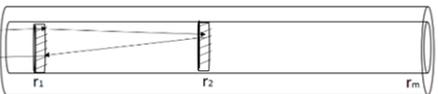
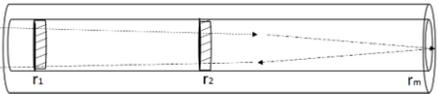
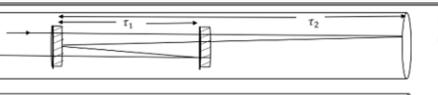
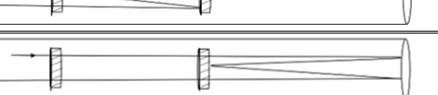
$$P(t) = \sum_{n=0}^6 \sum_{m \geq n}^6 E_n E_m \cos[\alpha(\tau_m - \tau_n)t + \phi_{mn}]. \quad (76)$$

Lo relevante de estos términos son sus frecuencias $\Omega(\tau_n, \tau_m)$, que son funciones de los retrasos entre ondas. Es necesario conocer si existirán algunos valores que sean iguales a las frecuencias del modelo de tres ondas Ω_r , Ω_a y Ω_b (ec. 52- 55); o lo suficientemente cerca para influir. También los coeficientes de atenuación $E_n E_m$ brindan información importante, pues indicarán con que peso contribuyen los términos, dictaminando si serán despreciables para los fines perseguidos. Nuevamente cuando $m = n$, se tendrán los componentes de la parte invariante temporal.

En la tabla 1, se muestran estos dos elementos (frecuencias y amplitudes) para las interferencias entre cada una de las ondas de reflexiones múltiples de tercer orden, con las tres ondas básicas de primer orden. Sombreado en gris, se tienen aquellas frecuencias que coinciden con Ω_r , en este caso son de $E_{T1}(t)$ y $E_{T2}(t)$, con $E_{P2}(t)$ y $E_{P1}(t)$, respectivamente. Para Ω_a , hay dos casos, señalados con un relleno de cuadrícula $E_{T1}(t)-E_{P1}(t)$ y $E_{T4}(t)-E_{P2}(t)$. Finalmente para Ω_b , solo se tiene uno $E_{T3}(t)-E_{P2}(t)$, mostrado con sombra de líneas diagonales en la tabla. También en la tabla, se incluye un estudio de la fase producto de las reflexiones, para los términos donde se dieron coincidencia. Para el caso de los reflectores internos se considera un desfase de π cada que la onda se refleja en ellos. Para la punta, si $n_f > n_x$ no se tiene desfase, y para $n_f < n_x$ de igual forma se considera el desfase de π . Este estudio de la fase por la reflexión, nos permitirá saber si el término tendrá interferencia constructiva o destructiva para cada uno de los componentes originales del modelo de 3 ondas.

Además de las interacciones que se muestran en la tabla, hace falta considerar las dadas entre las mismas ondas de múltiples reflexiones con ellas mismas, en el anexo puede revisarse el detalle del desarrollo completo de estas. En la tabla 2 tenemos los casos donde se dieron coincidencia nuevamente, en la diferencia de caminos ópticos. Esto significa, que bajo la consideración de este modelo de múltiples reflexiones de tercer orden, los picos de interés variaran con respecto a lo esperado del modelo de tres ondas. Por lo que los picos de interés, ahora estarán compuestos de la siguiente

Tabla 1. Términos de frecuencia y amplitud para la interferencia entre las ondas de múltiples reflexiones de tercer orden con ondas básicas del primer orden, del modelo de 3-ondas.

		E_{P0}	E_{P1}	E_{P2}
		Amplitud: r_1 Camino: 0 Fase: π/π	Amplitud: r_2 Camino: $2L_1$ Fase: π/π	Amplitud: r_m Camino: $2L_1 + 2L_2$ Fase: $0/\pi$
Modelo 3 ondas - 1° orden				
E_{P0}		Amplitud: r_1 Camino: 0 Fase: π/π	0	$-2L_1$
			r_1^2	$-2L_1 - 2L_2$
E_{P1}		Amplitud: r_2 Camino: $2L_1$ Fase: π/π	$2L_1$	0
			$r_1 r_2, 0/0$	$-2L_2$
E_{P2}		Amplitud: r_m Camino: $2L_1 + 2L_2$ Fase: $0/\pi$	$2L_1 + 2L_2$	0
			$r_1 r_m, \pi/0$	$r_2 r_m, \pi/0$
Modelo 7 ondas - 3° orden				
E_{T1}		Amplitud: $2 r_1 r_2 r_m$ Camino: $4L_1 + 2L_2$ Fase: π/π	$4L_1 + 2L_2$	$2L_1 + 2L_2$
			$r_1^2 r_2 r_m$	$r_1 r_2^2 r_m, \pi/0$
E_{T2}		Amplitud: $r_1 r_2^2$ Camino: $4L_1$ Fase: π/π	$4L_1$	$2L_1$
			$r_1^2 r_2^2$	$r_1 r_2^3, 0/0$
E_{T3}		Amplitud: $r_1 r_2 r_m^2$ Camino: $2L_1 + 4L_2$ Fase: $0/\pi$	$2L_1 + 4L_2$	$4L_2$
			$r_1 r_2 r_m^2$	$r_2^2 r_m^2, \pi/0$
E_{T4}		Amplitud: $r_1 r_m^2$ Camino: $4L_1 + 4L_2$ Fase: π/π	$4L_1 + 4L_2$	$2L_1 + 2L_2$
			$r_1^2 r_m^2$	$r_1 r_2 r_m^2, \pi/0$

manera:

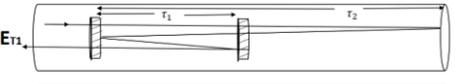
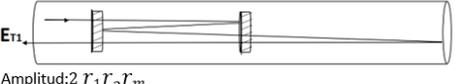
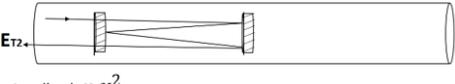
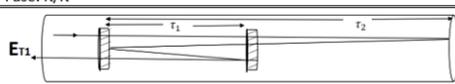
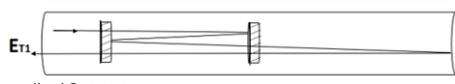
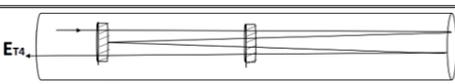
$$P_r^T(t) = 2E_0E_1 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{10} \right] + 2E_1E_4 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{41} \right] \\ + 4E_2E_3 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{32} \right] + 2E_5E_6 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{65} \right] \quad (77)$$

$$P_a^T(t) = 2E_0E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{20} \right] + 4E_1E_3 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{31} \right] \\ + 2E_2E_6 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{62} \right] \quad (78)$$

$$P_b^T(t) = 2E_1E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{21} \right] + 2E_2E_5 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{52} \right] \\ + 4E_3E_4 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{43} \right] + 4E_3E_6 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{63} \right]. \quad (79)$$

En estas expresiones, se han sumado todos términos que coinciden en frecuencia

Tabla 2. Términos de frecuencia y amplitud para la interferencias entre ondas de reflexiones múltiples de tercer orden con ellas mismas, que coinciden en caminos ópticos con los términos de interés del modelo de 3-ondas.

Modelo 7 ondas - 3° orden		
  Amplitud: $2 r_1 r_2 r_m^2$ Camino: $4L_1 + 2L_2$ Fase: π/π	 Amplitud: $r_1 r_2^2$ Camino: $4L_1$ Fase: π/π	$2L_2$ $2r_1^2 r_2^3 r_m^3, \pi/0$
  Amplitud: $2 r_1 r_2 r_m^2$ Camino: $4L_1 + 2L_2$ Fase: π/π	 Amplitud: $r_1 r_m^2$ Camino: $4L_1 + 4L_2$ Fase: π/π	$2L_2$ $2r_1^2 r_2 r_m^3, \pi/0$
 Amplitud: $r_1 r_2 r_m^2$ Camino: $2L_1 + 4L_2$ Fase: $0/\pi$	 Amplitud: $r_1 r_m^2$ Camino: $4L_1 + 4L_2$ Fase: π/π	$2L_1$ $r_1 r_2 r_m^4, 0/0$

con los expuestos. Los desfases por la diferencias de caminos ópticos, al igual que las frecuencias coincidirán si la diferencia de caminos es igual; es decir las ondas empatan en fase y frecuencia. Si factorizamos de modo que cada término pueda expresarse en su análogo con el modelo de tres ondas, se tendrá:

$$\begin{aligned}
 P_r^T(t) &= [E_0 E_1 + E_1 E_4 + 2E_2 E_3 + E_5 E_6] 2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{10} \right] \\
 P_a^T(t) &= [E_0 E_2 + 2E_1 E_3 + E_2 E_6] 2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{20} \right] \\
 P_b^T(t) &= [E_{01} E_2 + E_2 E_5 + 2E_3 E_4 + 2E_3 E_6] 2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{21} \right].
 \end{aligned} \tag{80}$$

Se considerará entonces una interacción entre las 4 nuevas ondas y las 3 iniciales, se realizó un cálculo numérico de su espectro en el espacio de frecuencias, que se ilustra en la figura 23 A). Donde los valores de reflectividad son 3% y 0.3% para los casos del modelo de 3 ondas y el de reflexiones múltiples de tercer orden, manteniendo el mismo medio externo, aire. Con ello se da una idea del orden de afectación de estos términos de reflexiones múltiples. En la 23 B), se tiene la diferencia entre el modelo

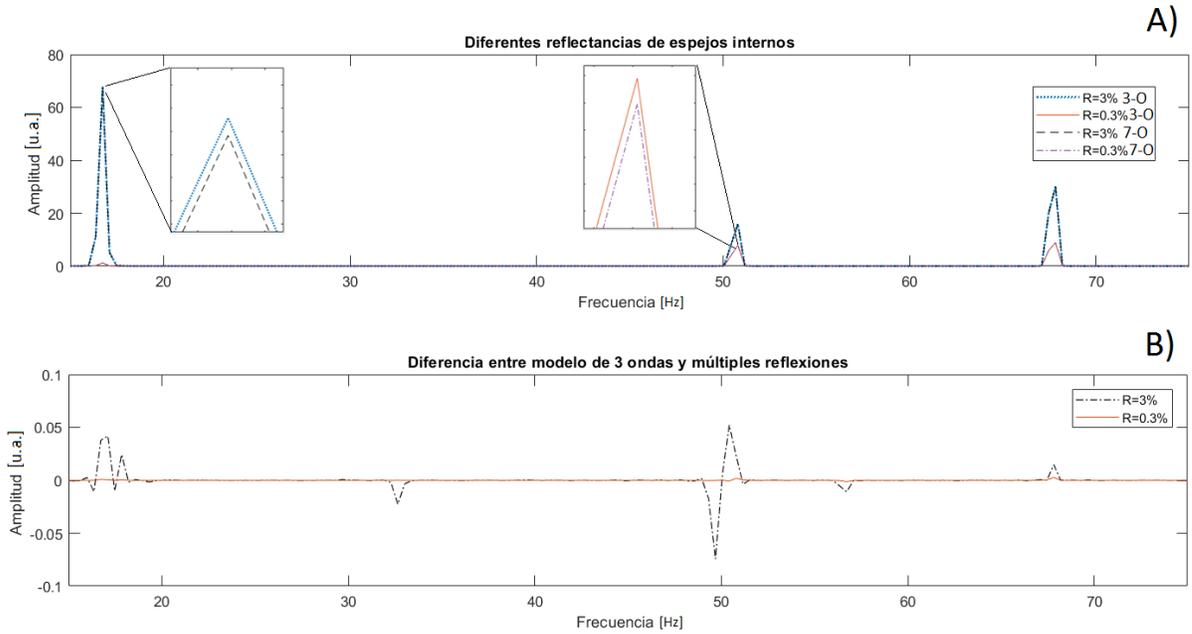


Figura 23. A) Cálculo numérico para de la potencia según el modelo de 3-ondas y 7-ondas en el espacio de Fourier, para reflectancias de 0.03 y 0.003. B) Diferencia entre los cálculos para el modelo de 3-ondas y 7-ondas, con ambas reflectividades.

de múltiples reflexiones y el modelo de 3 ondas, para cada caso de reflectividad. Para 3% el orden de variación es aproximadamente 10^{-3} ; y para 0.3% es mucho menor. También cabe destacar que se muestran zonas de mínimos locales, muy evidentes, en la resta de los espectros de modelos, esto indica la presencia de componentes que se producen en el modelo de múltiples reflexiones, pero que tienen otros valores de frecuencias, los cuales no son de nuestro interés.

Si además se expresan los valores correspondientes para las amplitudes de los campos y se define una función de r_m , de modo que se puedan expresar los términos como proporcionales a los del modelo de tres ondas:

$$P_r^T(t) = f(r_m, r_1, r_2)P_r(t) \quad (81)$$

$$P_a^T(t) = g(r_m, r_1, r_2)P_a(t) \quad (82)$$

$$P_b^T(t) = h(r_m, r_1, r_2)P_b(t), \quad (83)$$

donde,

$$\begin{aligned}
 f(r_m, r_1, r_2) &= 1 + (1 - r_1^2)r_2^2 + 2(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_m^2 + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^3r_m^4 \\
 g(r_m, r_1, r_2) &= 1 + 2(1 - r_1^2)r_2^2 + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_m^2 \\
 h(r_m, r_1, r_2) &= 1 + (1 - r_2^2)r_m^2 + 2(1 - r_2^2)^2r_1^2r_m^2 + 2r_1^2r_2^2.
 \end{aligned} \tag{84}$$

Conforme las reflectividades r_m, r_1, r_2 sean más pequeñas, estas funciones tenderán al valor de 1, recuperando las expresiones del modelo de tres ondas (ec. 50). Por lo que estas funciones, serán los factores que nos caracterizarán como difieren los modelos. Los tres términos del modelo de 3 ondas, están afectados de manera diferente, destacando el hecho de la dependencia de P_r^2 , con r_m y a su vez con el índice del medio externo n_x . En otras palabras existe una dependencia de nuestro nivel de referencia con respecto al medio externo, por lo que no se podrá calibrar sin depender del índice externo.

Pensando en la definición que se dio para el coeficiente de calibración, ahora bajo las consideraciones de estos nuevos términos de amplitud para los picos, se tendría este coeficiente como función de $r_m(n_c)$, donde n_c es un índice un medio conocido:

$$\kappa_c^T(r_m(n_c)) = \frac{g(r_m(n_c))A_a}{f(r_m(n_c))A_r} \left| \frac{n_f + n_c}{n_f - n_c} \right|. \tag{85}$$

Partiendo de la ec. 62 podemos ahora escribir una expresión que determine el comportamiento del índice del medio exterior dado por n_x , tal como se hizo para el modelo de tres ondas, pero ahora con las nuevas consideraciones, se tendrá la siguiente dependencia función en de las amplitudes:

$$n_x^T(A_a, A_r) = n_f \frac{g(n_x)A_a - f(n_x)A_r \frac{g(n_c)}{f(n_c)} \kappa_c}{g(n_x)A_a + f(n_x)A_r \frac{g(n_c)}{f(n_c)} \kappa_c} \text{ para } n_f > n_x \tag{86}$$

$$n_x^T(A_a, A_r) = n_f \frac{g(n_x)A_a + f(n_x)A_r \frac{g(n_c)}{f(n_c)} \kappa_c}{g(n_x)A_a - f(n_x)A_r \frac{g(n_c)}{f(n_c)} \kappa_c} \text{ para } n_f < n_x. \tag{87}$$

El interés está en los cocientes de las amplitudes de estos factores, porque el coeficiente de calibración (ec. 85) y el índice (ec.86-87) presentan dependencias entre los cocientes de las funciones $f(r_m)$, $g(r_m)$. Notamos que cuando $n_x = n_c$, fácilmente puede verse que los términos f y g se cancelan, y con esto los errores sistemáticos por las reflexiones múltiples. Fuera de esto es difícil predecir algún comportamiento de estas expresiones, sin hacer reducciones. Por lo que simplificaremos las funciones 84, quedándonos solo con los términos menores o igual al cuarto grado, y omitiendo los factores de las transmitancias, quedando la expresión:

$$\frac{g(r_m)}{f(r_m)} \approx \frac{1 + r_m^2 + 2r_2^2}{1 + r_2^2 + 2r_m^2 + r_m^4} \quad (88)$$

$$\frac{h(r_m)}{f(r_m)} \approx \frac{1 + r_m^2 + 2r_m^2 r_1^2 + 2r_2^2 r_1^2}{1 + r_2^2 + 2r_m^2 + r_m^4} \quad (89)$$

Los términos del denominador por su forma pueden ser expresado mediante la siguiente expansión en serie:

$$\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + \dots, x \ll 1, \quad (90)$$

donde en ambos casos,

$$x = r_2^2 + 2r_m^2 + r_m^4 \quad (91)$$

por lo tanto,

$$x^2 = (r_2^2 + 2r_m^2 + r_m^4)(r_2^2 + 2r_m^2 + r_m^4) \approx r_2^4 + 4r_m^4 + 4r_m^2 r_2^2 \quad (92)$$

reescribiendo el denominador, quedaría:

$$\frac{1}{1 + (r_2^2 + 2r_1^2 r_m^2 + 2r_1^2 r_2^2)} \approx 1 - r_2^2 - 2r_m^2 + 3r_m^4 + r_2^4 + 4r_m^2 r_2^2 \quad (93)$$

de aquí, reescribiendo los términos,

$$\begin{aligned}\frac{g(r_m)}{f(r_m)} &\approx (1 - r_m^2 - 2r_2^2)(1 - r_2^2 - 2r_m^2 + 3r_m^4 + r_2^4 + 4r_m^2 r_2^2) \\ &\approx 1 + r_2^2 - r_m^2 + r_m^4 - r_2^4\end{aligned}\quad (94)$$

$$\begin{aligned}\frac{h(r_m)}{f(r_m)} &\approx (1 + r_m^2 + 2r_m^2 r_1^2 + 2r_2^2 r_1^2)(1 - r_2^2 - 2r_m^2 + 3r_m^4 + r_2^4 + 4r_m^2 r_2^2) \\ &\approx 1 - r_2^2 - r_m^2 + r_2^4 - 5r_m^4 + 3r_m^2 r_2^2 + 2r_m^2 r_1^2 + 2r_2^2 r_1^2\end{aligned}\quad (95)$$

por lo que para los cocientes de las amplitudes los podríamos reescribir,

$$\frac{A_a}{A_r} = \frac{\alpha_1}{r_2} \left| \frac{n_f - n_x}{n_f + n_x} \right| [1 + \beta_1(r_m, r_2)] \quad (96)$$

$$\frac{A_b}{A_r} = \frac{\alpha_2}{r_1} \left| \frac{n_f - n_x}{n_f + n_x} \right| [1 + \beta_2(r_m, r_1, r_2)] \quad (97)$$

donde,

$$\beta_1(r_m, r_2) = r_2^2 - r_m^2 + r_m^4 - r_2^4 \quad (98)$$

$$\beta_2(r_m, r_1, r_2) = -r_2^2 - r_m^2 + r_2^4 - 5r_m^4 + 3r_m^2 r_2^2 + 2r_m^2 r_1^2 + 2r_2^2 r_1^2, \quad (99)$$

y α_1 , α_2 , son los coeficientes de imperfección de la punta de la fibra y la influencia de la atenuación de las amplitudes de las ondas, causadas por las reflexiones $\sqrt{1-r^2}$. En el modelo de 3-ondas el coeficiente de calibración será constante, sin importar el medio conocido que se tome para calibrar. Sin embargo, dado que las reflexiones múltiples, agregan términos que dependen del medio externo, se introduce un error sistemático. Dicho error se valora por los términos $\beta_1(r_m, r_2)$ y $\beta_2(r_m, r_1, r_2)$, representan la importancia de las reflexiones múltiples en este modelo de 7-ondas.

Podemos observar que si $\alpha_1 \cong \alpha_2 = \alpha$ y $r_1 \cong r_2 = r$, tomar un promedio entre las mediciones para los dos picos, puede ayudar a reducir el error, especialmente en el

caso de baja reflectividad en la punta de la fibra, cuando el término r^2 es dominante.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{A_a}{A_r} + \frac{A_b}{A_r} \right) = \frac{\alpha}{r} \left| \frac{n_f - n_x}{n_f + n_x} \right| [1 + \beta_1(r_m, r)] + \frac{\alpha}{r} \left| \frac{n_f - n_x}{n_f + n_x} \right| [1 + \beta_2(r_m, r)] \quad (100)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{A_a}{A_r} + \frac{A_b}{A_r} \right) = \frac{\alpha}{r} \left| \frac{n_f - n_x}{n_f + n_x} \right| [1 - r_x^2 + 2r_x^2 r^2 - 2r_x^4], \quad (101)$$

donde se han cancelado algunos de los términos de los factores β , quedando una expresión simplificada. Conforme las reflectividades disminuyan, este término también lo hará. aun cuando pudiese reducir a voluntad las reflectancias de los reflectores internos, rm queda condicionado a los medios que se analizan.

El estudio de los componentes de múltiples reflexiones puede extenderse considerando los ordenes de reflexión, tanto como se consideren pertinentes. A continuación se expone brevemente un análisis para los componentes de quinto orden.

4.2.2.2. Modelo 13 ondas - quinto orden

Para el quinto orden se tomarán las ondas que se reflejen no mas de cinco veces en los espejos del cabezal de medición o en la punta. Es decir, ahora los campos que consideraremos serán proporcionales a r^5 , más los del modelo de 3-ondas y los de tercer orden. Cabe mencionar que también los campos pueden pasar mas veces por los reflectores, con la diferencia es que todas las demás ocasiones se transmitirán. De la figura 24 podemos ver cuales son las trayectorias que satisfacen reflejarse cinco veces. Los campos son nombrados con un subíndice Q que denota este quinto orden en las reflexiones. Del mismo modo que los campos E_{T1} y E'_{T1} fueron iguales, pero obtenidos de distintas trayectorias; para el segundo orden los campos E_{Q1} , E_{Q2} y E_{Q3} , se tendrán campos que serán iguales, ya sea uno o dos más según el caso. Siguiendo las simplificaciones hechas para los campos del modelo de tres ondas (ec. 37), podemos reescribir del mismo modo las ecuaciones. Es decir, se redefinen en un solo término las amplitudes de cada campo y se considerará que la fase inicial ϕ_0 , es despreciable.

Por lo que quedarían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 E_{Q1}(t) &= E_7 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_8)^2 + \omega_i (t - \tau_8) \right) \right] \\
 E_{Q2}(t) &= E_8 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_9)^2 + \omega_i (t - \tau_9) \right) \right] \\
 E_{Q3}(t) &= E_9 \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_{10})^2 + \omega_i (t - \tau_{10}) \right) \right] \\
 E_{Q4}(t) &= E_{10} \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_{11})^2 + \omega_i (t - \tau_{11}) \right) \right] \\
 E_{Q5}(t) &= E_{11} \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_{12})^2 + \omega_i (t - \tau_{12}) \right) \right] \\
 E_{Q6}(t) &= E_{12} \exp \left[-i \left(\frac{1}{2} \alpha (t - \tau_{13})^2 + \omega_i (t - \tau_{13}) \right) \right], \tag{102}
 \end{aligned}$$

siendo las nuevas amplitudes, dadas por:

$$\begin{aligned}
 E_7 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^2r_1^2r_m \\
 E_8 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^2r_1r_m^2 \\
 E_9 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_2r_1^2r_m^2 \\
 E_{10} &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^3r_1^2 \\
 E_{11} &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^2r_m^3 \\
 E_{12} &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^3r_2^2r_m^3, \tag{103}
 \end{aligned}$$

los desfases temporales, producto de la diferencia de caminos ópticos entre los reflectores, puede expresarse en los siguientes términos,

$$\tau_7 = \frac{2n_f(3L_1 + L_2)}{c} \tag{104}$$

$$\tau_8 = \frac{2n_f(2L_1 + 2L_2)}{c} \tag{105}$$

$$\tau_9 = \frac{2n_f(3L_1 + 2L_2)}{c} \tag{106}$$

$$\tau_{10} = \frac{2n_f 3L_1}{c} \tag{107}$$

$$\tau_{11} = \frac{2n_f 3L_2}{c} \tag{108}$$

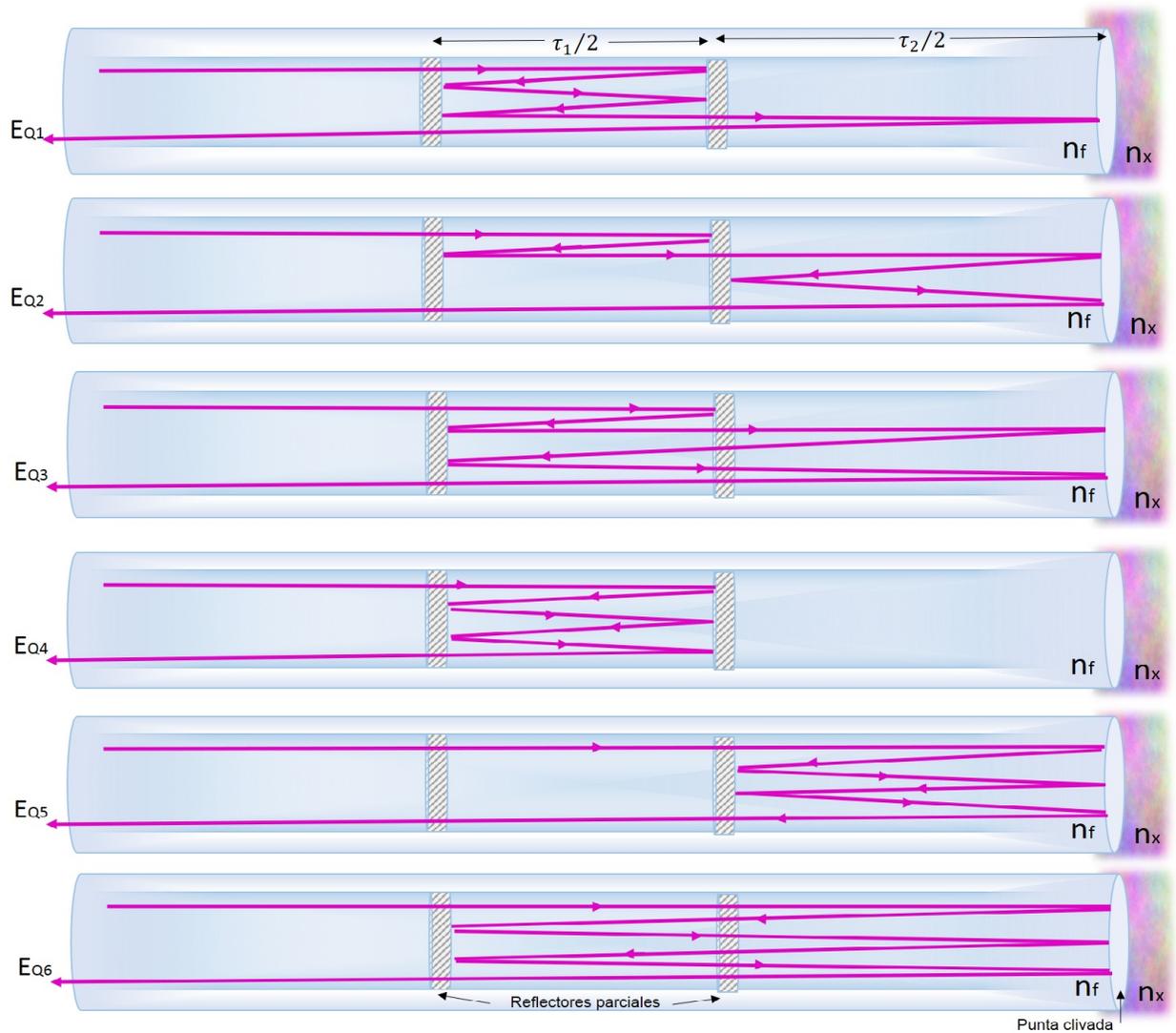


Figura 24. Representación esquemática de las distintas reflexiones que satisfacen reflejarse cinco veces en alguno de los reflectores o la punta de la fibra.

$$\tau_{12} = \frac{2n_f(3L_1 + 3L_2)}{c} \quad (109)$$

En este modelo el fotodetector recibirá una señal de potencia, producida por la interferencia de las tres ondas E_{P0}, E_{P1}, E_{P2} y las nuevas producto de las reflexiones múltiples de tercer y quinto orden $E_{T1} - E_{T4}$ y $E_{Q1} - E_{Q6}$. Es decir se tendrá una interferencia entre las ec. 37, 69 y 109:

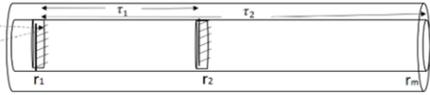
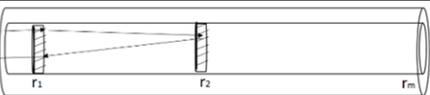
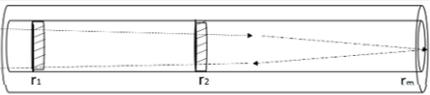
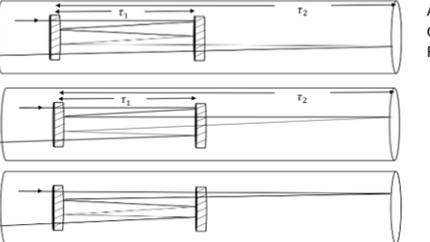
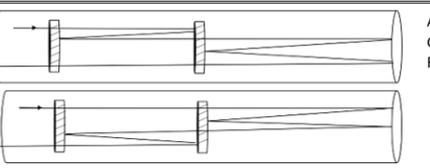
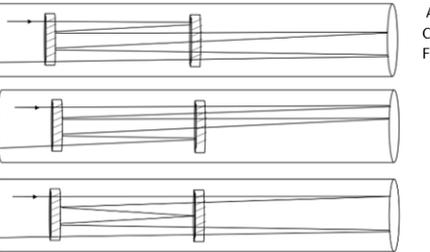
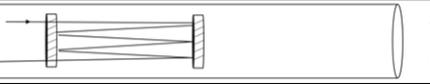
$$\begin{aligned}
P(t) = & [E_{P0}(t) + E_{P1}(t) + E_{P2}(t) + 2E_{T1}(t) + E_{T2}(t) + E_{T3}(t) + E_{T4}(t) \\
& + 3E_{Q1}(t) + 2E_{Q2}(t) + 3E_{Q3}(t) + E_{Q4}(t) + E_{Q5}(t) + E_{Q6}(t)] \\
& [E_{P0}^*(t) + E_{P1}^*(t) + E_{P2}^*(t) + 2E_{T1}^*(t) + E_{T2}^*(t) + E_{T3}^*(t) + E_{T4}^*(t) \\
& + 3E_{Q1}^*(t) + 2E_{Q2}^*(t) + 3E_{Q3}^*(t) + E_{Q4}^*(t) + E_{Q5}^*(t) + E_{Q6}^*(t)].
\end{aligned}
\tag{110}$$

Realizando un desarrollo similar al del modelo de 3-ondas (ver anexo), se llegará finalmente a que puede expresarse como una sumatoria de cosenos, dada de la siguiente manera:

$$P(t) = \sum_{n=0}^{12} \sum_{m \geq n}^{12} E_n E_m \cos[\alpha(\tau_m - \tau_n)t + \phi_{nm}], \tau_0 = 0 \tag{111}$$

Lo relevante de estos términos son sus frecuencias $\Omega(\tau_n, \tau_m)$, que son funciones de los retrasos entre ondas. Es necesario conocer si existirán algunos valores que sean iguales a las frecuencias del modelo de tres ondas Ω_r , Ω_a y Ω_b (ec. 52- 55); o lo suficientemente cerca para influir. También los coeficientes de atenuación $E_n E_m$ brindan información importante, pues indicarán con que peso contribuyen los términos, dictaminando si serán despreciables para los fines perseguidos. Nuevamente cuando $m = n$, se tendrán los componentes de la parte invariante temporal.

Tabla 3. Términos de frecuencia y amplitud para ondas de múltiples reflexiones para segundo orden con ondas básicas del modelo de tres ondas.

		E_{P0}	E_{P1}	E_{P2}	
		Amplitud: r_1 Camino: 0 Fase: π/π	Amplitud: r_2 Camino: $2L_1$ Fase: π/π	Amplitud: r_m Camino: $2L_1 + 2L_2$ Fase: $0/\pi$	
Modelo 3 ondas - 1° orden					
E_{P0^+}		Amplitud: r_1 Camino: 0 Fase: π/π	0	$-2L_1$	$-2L_1 - 2L_2$
			r_1^2	$r_1 r_2$	$r_1 r_m$
E_{P1^+}		Amplitud: r_2 Camino: $2L_1$ Fase: π/π	$2L_1$	0	$-2L_2$
			$r_1 r_2, 0/0$	r_2^2	$r_2 r_m$
E_{P2^+}		Amplitud: r_m Camino: $2L_1 + 2L_2$ Fase: $0/\pi$	$2L_1 + 2L_2$	$2L_2$	0
			$r_1 r_m, \pi/0$	$r_2 r_m, \pi/0$	r_m^2
Modelo 13 ondas - 5° orden					
E_{Q1}		Amplitud: $3r_1^2 r_2^2 r_m^2$ Camino: $6L_1 + 2L_2$ Fase: $0/\pi$	$6L_1 + 2L_2$	$4L_1 + 2L_2$	$4L_1$
			$r_1^3 r_2^2 r_m^2$	$r_1^2 r_2^3 r_m$	$r_1^2 r_2^2 r_m^2$
E_{Q2}		Amplitud: $2r_1 r_2^2 r_m^2$ Camino: $4L_1 + 4L_2$ Fase: π/π	$4L_1 + 4L_2$	$2L_1 + 4L_2$	$2L_1 + 2L_2$
			$r_1^2 r_2^2 r_m^2$	$r_1 r_2^3 r_m^2$	$r_1^2 r_2^3 r_m^3, \pi/0$
E_{Q3}		Amplitud: $3r_1^2 r_2 r_m^2$ Camino: $6L_1 + 4L_2$ Fase: π/π	$6L_1 + 4L_2$	$4L_1 + 4L_2$	$4L_1 + 2L_2$
			$r_1^3 r_2 r_m^2$	$r_1^2 r_2^2 r_m^2$	$r_1^2 r_2 r_m^3$
E_{Q4}		Amplitud: $r_1^2 r_2^3$ Camino: $6L_1$ Fase: π/π	$6L_1$	$4L_1$	$4L_1 - 2L_2$
			$r_1^3 r_2^3$	$r_1^2 r_2^4$	$r_1^2 r_2^3 r_m$
E_{Q5}		Amplitud: $r_1 r_2^2 r_m^3$ Camino: $2L_1 + 6L_2$ Fase: $0/\pi$	$2L_1 + 6L_2$	$6L_2$	$4L_2$
			$r_1 r_2^2 r_m^3$	$r_2^3 r_m^3$	$r_2^2 r_m^4$
E_{Q6}		Amplitud: $r_1^3 r_m^3$ Camino: $6L_1 + 6L_2$ Fase: $0/\pi$	$6L_1 + 6L_2$	$4L_1 + 6L_2$	$4L_1 + 4L_2$
			$r_1^3 r_m^3$	$r_1^2 r_2 r_m^3$	$r_1^2 r_m^4$

Como ya se sabe los términos de sus frecuencias $\Omega(\tau_n, \tau_m)$, y las amplitudes son los de interés. Será necesario conocer si nuevamente existirán algunos valores que

sean iguales a las frecuencias del modelo de tres ondas Ω_r , Ω_a y Ω_b (ec. 52- 55). En la tabla 3, se presentan las interferencias entre cada una de las ondas de reflexiones múltiples de quinto orden, con las tres ondas básicas de primer orden. Solo se tiene coincidencia para Ω_b , señalado con una cuadrícula están $E_{Q2}(t)$ - $E_{P2}(t)$.

Además de las interacciones que se muestran en la tabla, hace falta considerar las dadas solamente entre las ondas de múltiples reflexiones tanto de tercer como de quinto orden. En el anexo puede revisarse el detalle del desarrollo completo de estas. Esto significa, que bajo la consideración de este modelo de múltiples de reflexiones de tercer y quinto orden, los picos de interés estarán modulados de la siguiente manera, en el espacio temporal.

$$\begin{aligned}
 P_r^Q(t) = & 2E_0E_1 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{10} \right] + 2E_1E_4 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{41} \right] \\
 & + 4E_2E_3 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{32} \right] + 2E_5E_6 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{65} \right] \\
 & + 12E_3E_7 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{73} \right] + 2E_4E_{10} \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{104} \right] \\
 & + 4E_5E_8 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{85} \right] + 6E_6E_9 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{96} \right] \\
 & + 12E_8E_9 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{98} \right] \tag{112}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_a^Q(t) = & 2E_0E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{20} \right] + 4E_1E_3 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{31} \right] \\
 & + 2E_2E_6 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{62} \right] + 4E_2E_8 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{82} \right] \\
 & + 12E_3E_9 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{93} \right] + 6E_4E_7 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{74} \right] \\
 & + 2E_6E_{12} \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{126} \right] + 4E_8E_{12} \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{128} \right] \tag{113}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_b^Q(t) = & 2E_1E_2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{21} \right] + 2E_2E_5 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{52} \right] \\
& + 4E_3E_6 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{63} \right] + 8E_3E_8 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{83} \right] \\
& + 18E_7E_9 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{97} \right] + 6E_9E_{12} \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{129} \right] \quad (114)
\end{aligned}$$

En estas expresiones, se han sumado los demás términos que coinciden en frecuencia con los expuestos. Notamos además que los desfases también coinciden; es decir empatan en fase y frecuencia. Si factorizamos de modo que cada término pueda expresarse en su análogo con el modelo de tres ondas, tendríamos:

$$\begin{aligned}
P_r^Q(t) = & [E_0E_1 + E_1E_4 + 2E_2E_3 + E_5E_6 + 6E_3E_7 + E_4E_{10} + 2E_5E_8 + 3E_6E_9 \\
& + 6E_8E_9] 2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_1 t + \phi_{10} \right] \quad (115)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_a^Q(t) = & [E_0E_2 + 2E_1E_3 + E_2E_6 + 2E_2E_8 + 6E_3E_9 + 3E_4E_7 + E_6E_{12} \\
& + 2E_8E_{12}] 2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha (L_1 + L_2) t + \phi_{20} \right] \quad (116)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_b^Q(t) = & [E_1E_2 + E_2E_5 + 2E_3E_6 + 4E_3E_8 + 9E_7E_9 + 3E_9E_{12}] \\
& 2 \cos \left[\frac{2n_f}{c} \alpha L_2 t + \phi_{21} \right] \quad (117)
\end{aligned}$$

Si además se expresan los valores correspondientes para las amplitudes de los campos, y se define una función de r_m de modo que se puedan expresar los términos como proporcionales a los del modelo de tres ondas,

$$P_r^Q(t) = F(r_m)P_r(t) \quad (118)$$

$$P_a^Q(t) = G(r_m)P_a(t) \quad (119)$$

$$P_b^Q(t) = H(r_m)P_b(t), \quad (120)$$

donde,

$$\begin{aligned}
F(r_m) &= 1 + (1 - r_1^2)r_2^2[1 + r_2^4] + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_m^2[1 + 6r_1^2r_2^2] \\
&\quad + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_m^4[1 + 6(1 - r_2^2)r_1^2r_2^2 + 2r_2^2 + 3(1 - r_2^2)^2r_1^2] \\
G(r_m) &= 1 + (1 - r_1^2)r_2^2[1 + 3r_1^4r_2^2] + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_m^2[(1 - r_2^2) + 2r_2^2] \\
&\quad + 6(1 - r_2^2)r_1^2r_2^2 + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^3r_m^4r_1^2[2r_2^2 + (1 - r_2^2)] \\
H(r_m) &= 1 + (1 - r_2^2)r_m^2[1 + (1 - r_2^2)r_1^2 + 9(1 - r_2^2)r_1^4r_2^2 + 4r_1^2r_2^2] \\
&\quad + (1 - r_2^2)r_m^4[3(1 - r_2^2)^3r_1^4 + r_2^2] + r_1^2r_2^2.
\end{aligned} \tag{121}$$

Al igual que las expresiones anteriores, cuando estas funciones tienen valor de 1, nuevamente recuperan entonces las expresiones del modelo de tres ondas (ec. 50). Y las expresiones para el coeficiente de calibración y el índice $n_x(A_a, A_r)$ serán igual que las anteriores, solo basta con sustituir las nuevas expresiones de $F(r_m)$ y $G(r_m)$. Los factores β no se analizaron, puesto que casi todos los componentes de estas funciones rebasaban el cuarto orden.

Considerando entonces una interacción entre las 6 nuevas ondas, las 4 de tercer orden y las 3 iniciales, se realizó un cálculo numérico de su espectro en el espacio de frecuencias, que se ilustra en la figura 25 A). Donde los valores de reflectividad son 3% y 0.3%, para el modelo de reflexiones múltiples de primer y segundo orden. En 25 B), se tiene la diferencia entre dichos modelos, para cada caso de reflectividad. Para 3% el orden de variación es aproximadamente 10^{-5} ; y para 0.3% es mucho menor. También se muestran zonas de mínimos locales, que indica la presencia de componentes que se producen en el modelo de múltiples reflexiones, en otros valores de frecuencias.

Con la finalidad de explorar más el peso que tienen estos factores, así como la repercusión directa en el coeficiente de calibración y las estimaciones de los índices, se realizarán cálculos numéricos para los distintos modelos de 3-ondas, 5-ondas y 13-ondas a continuación.

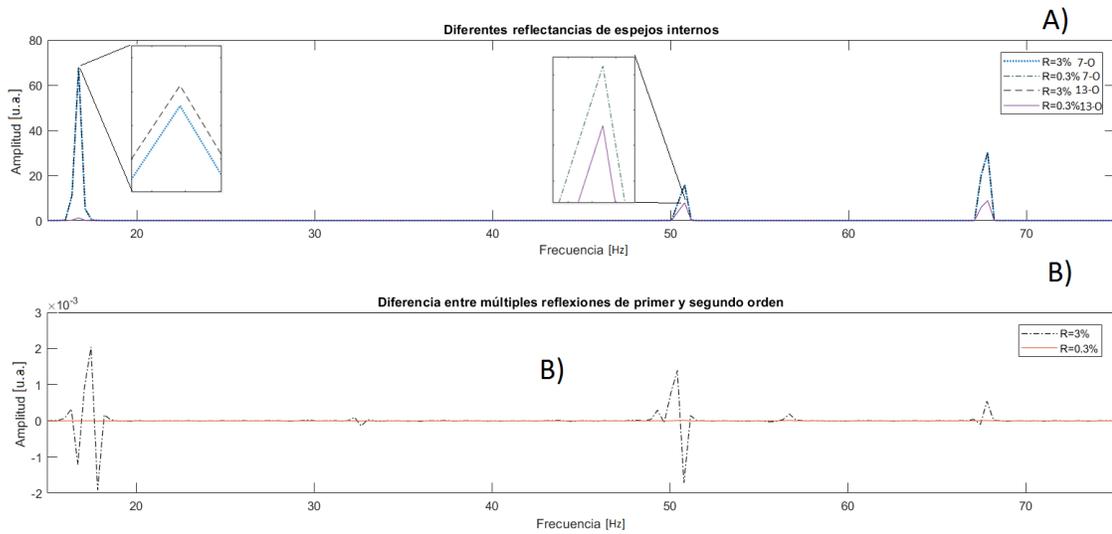


Figura 25. A) Cálculo numérico para de la potencia según el modelo de 7-ondas y 13-ondas en el espacio de Fourier, para reflectancias de 0.03 y 0.003. B) Diferencia entre los cálculos para el modelo de 13-ondas y 7-ondas, con ambas reflectividades.

4.3. Experimentos numéricos

Como ya se explicaba en la sección anterior, los cambios en la reflectancia r_m en la punta clivada de nuestro cabezal de medición, se relacionan con el índice de refracción del medio mediante los coeficientes de Fresnel y las amplitudes de la transformada de la intensidad (ec. 64). Dicha expresión nos brinda una primera aproximación, que no toma en consideración las reflexiones múltiples. De los análisis para tercer y quinto orden, se obtuvieron dos modelos mas realistas del sistema. Se analizarán como difieren con el modelo primario y las afectaciones que tiene al variar algunos de los parámetros del sistema.

En la figura 26, se presenta la gráfica según el modelo de tercer orden, que se tendría en el dominio de Fourier, al medir índices de aire, agua y un líquido igualador de 1.4587; línea azul, naranja y amarilla, respectivamente. En A) se presenta la escala lineal, notando que el pico de referencia situado alrededor de la frecuencia 50 Hz, es muy pequeño. Por esto en B) observamos la escala logarítmica dada como $\log[A(Hz)/A_d]$, es decir esta escala logarítmica se normalizó al valor máximo.

Los parámetros para esta simulación, se propusieron tomando en cuenta la cercanía con la configuración experimental esperada. r_1 y r_2 , son 2.5% y 3.62%, respectivamente; manteniéndose las reflectancias alrededor de 0.06% y 0.13%. L_1 de 3.5

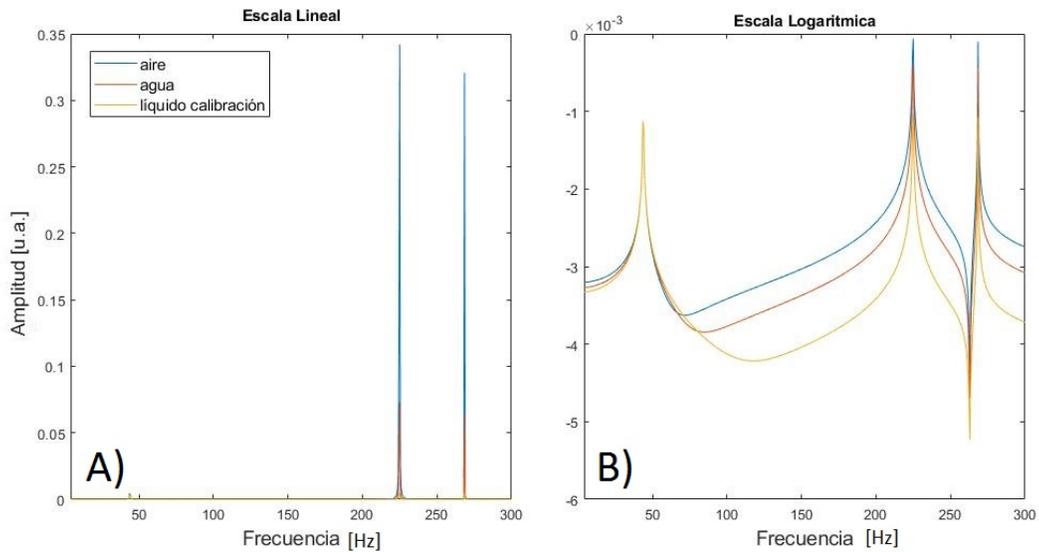


Figura 26. Gráficas de transformadas para distintos medios externos. A) Transformada en escala lineal. B) Transformada en escala logarítmica, para $\log[A(\text{Hz})/A_a]$, es decir esta escala logarítmica se normalizó al valor máximo

cm y L_2 de 18 cm. La modulación de frecuencia se hace de 2 nm en un período de 2 segundos, comenzando en la longitud de onda de 1532.824 nm. El índice de refracción efectivo de la fibra se toma 1.44764 (Shlyagin *et al.*, 2013). Esta configuración de parámetros, será la base de todos los demás cálculos, a menos que se expícite lo contrario.

4.3.1. Dependencia reflectores internos

Nuestra configuración contará con dos reflectores parciales dentro de la fibra, r_1 y r_2 , propuestos de baja reflectancia, con valores menores al 3%. Además se definieron parámetros en función de la reflectividad externa r_m que definían la relación entre el modelo de 3-ondas y 7-ondas (quinto orden), $F(r_m)$, $G(r_m)$ y $H(r_m)$, (ec. 121). Cada uno de estos representa el factor por el cual es multiplicada la amplitud del modelo de 3-ondas de cada pico. Por lo que el cociente de ellos es en realidad el que nos brindara información mas representativa de cuan desviados estamos de los valores para el modelo de tres ondas.

4.3.1.1. Coeficientes de Desviación con modelo 3-ondas

A pesar de haberse expresado los factores $F(r_m)$, $G(r_m)$, $H(r_m)$, $f(r_m)$, $g(r_m)$, $h(r_m)$ (ecs. 121 y 84) como funciones de r_m que a su vez es dependiente del índice externo n_x ; también está ligado al valor de las reflectancias internas r_1 y r_2 . Por lo que considerando un valor constante de $r_m = 0.1899$, correspondiente a un índice exterior de aire, $n_x = 1.0002$; se realizó un barrido de reflectividades internas donde $r_1 = r_2 = r$, llenando desde 0% a 10%, para analizar esta dependencia. En la figura 27 A), tenemos la gráfica de todo el barrido completo. En general notamos un comportamiento que decrece conforme aumentan estas reflectancias internas. Las funciones $G(r_m)$ y $g(r_m)$ presentan una mayor diferencia entre ellas, conforme el valor de reflectividad aumenta. Mientras las otras funciones permanecen aparentemente sobre la misma línea. En la figura 27, B-D, están graficadas las diferencias entre las funciones, para el caso de considerar las reflexiones múltiples de primer o segundo orden. Para la función G , esta diferencia alrededor de 1×10^{-4} (B); para F de 1×10^{-5} (C) y para H de 2×10^{-6} (D). Ya que r_m fue tomada como el aire, estos valores nos indicarían la máxima desviación entre estos dos modelos, pues a medida que el r_m aumente estos valores decrecerán hasta llegar a $n_x = n_f$.

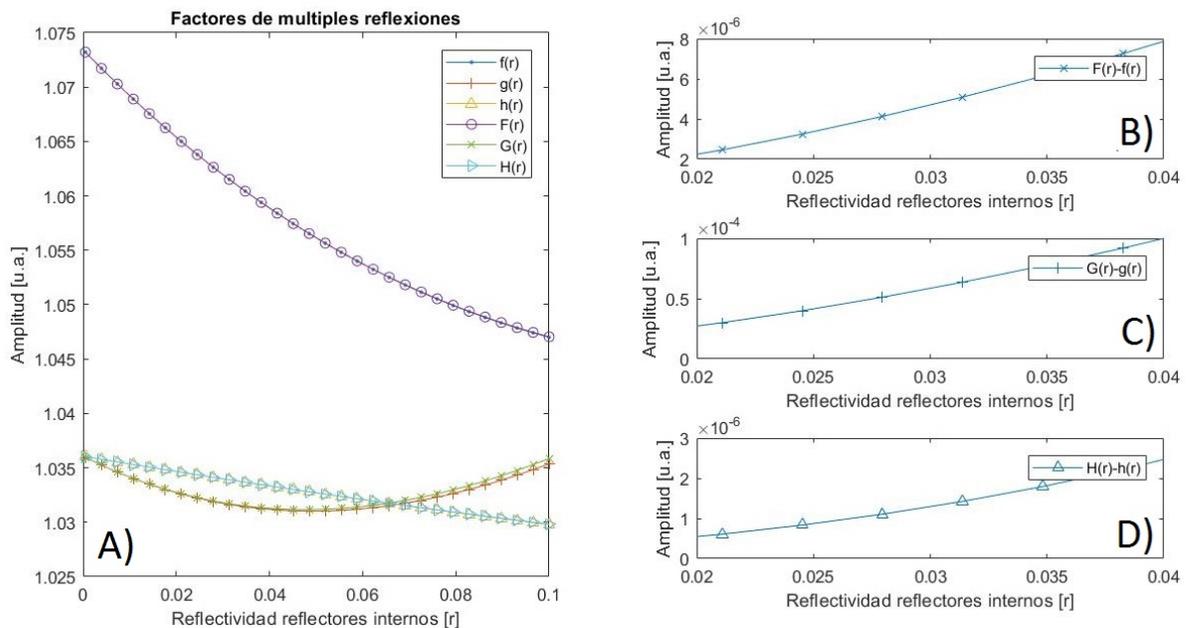


Figura 27. Gráfica cambios de factores f , g , h , en función de la reflectancias internas. Se considera $r_1 = r_2$ y $r_m = 0.17\%$ correspondiente al aire. A). Barrido de reflectancias de 0% a 10%. Diferencia entre modelos de 7-ondas y 13-ondas, barrido de 2% al 4% de reflectancias, región de valores en donde se situarán los reflectores experimentales. B) para $F(r)$, C) para $G(r)$ y D) para $H(r)$.

Ahora bien, conociendo como se comportarán estas funciones de desviación con el modelo de 3-ondas, conforme los reflectores internos varían, se estudiará su dependencia con el índice externo n_x . Estableciendo ahora los valores para r_1 y r_2 , como 2.5% y 3.62%, respectivamente; estos valores fueron propuestos considerando la configuración experimental esperada. Se realiza un barrido de índices de refracción externos desde 1 hasta 1.8, que a su vez determinarán a r_m conforme la ec. 15. De la figura 28 A), puede apreciarse en las curvas que, para cada factor tienen un comportamiento similar tipo parabólico. Esto es porque todos los factores (ec. 121) y ec. 84) tienen componentes de mayor peso dados por r_m^2 , modulados con cocientes de r_1 y r_2 . Estos factores tienen valores más pequeños y cercanos a 1, conforme el índice externo n_x se acerca al de la fibra, n_f ; indicando que se recupera el comportamiento predicho por el modelo de 3 ondas. El máximo de todas las funciones graficadas es de 1.06, aproximadamente; para la función $H(r_m)$. Para todas las funciones tenemos una desviación en el segundo decimal con respecto al valor de 1 del modelo de 3 ondas, cuando estemos en índices menores a 1.2. En la figura 28 B-D, tenemos las diferencias entre las funciones para el caso de considerar las reflexiones múltiples de tercer o quinto orden. Los máximos de cada caso, se sitúan en los índices mas bajos ($n_x = 1$) y es mínima para $n_x = n_f$. La mayor discrepancia se tiene para G , afectando al cuarto decimal (figura 28 C).

De la misma gráfica 28 izquierda, la curva correspondiente a $F(r_m)$ con círculos abiertos, representa el comportamiento que tendrá este pico de referencia. Ya se discutía que este valor se vería afectado según el índice externo, en los modelos que consideran las reflexiones múltiples; contrario al valor constante que resulta del modelo de 3 ondas. Esta variación se sumaría, a la variación esperada de las amplitudes en función del n_x externo.

Analizar estos coeficientes de forma independiente es importante, sin embargo, de la expresión para el coeficiente de calibración, ec. 85, vemos que sera mas útil en estos casos el cociente de $F(r_m)$ con los factores $G(r_m)$ y $H(r_m)$. O algo muy similar es analizar los factores $\beta_1(r_m, r_1, r_2)$ y $\beta_2(r_m, r_1, r_2)$. En la figura 29, se presentan estos factores, pues tanto el pico a, como el b (ver figura 21), podrían usarse indistintamente para realizar la medición, bajo procesos similares. También se agrega el promedio entre estos dos; pues como se planteaba en la teoría esto podría dar un resultado

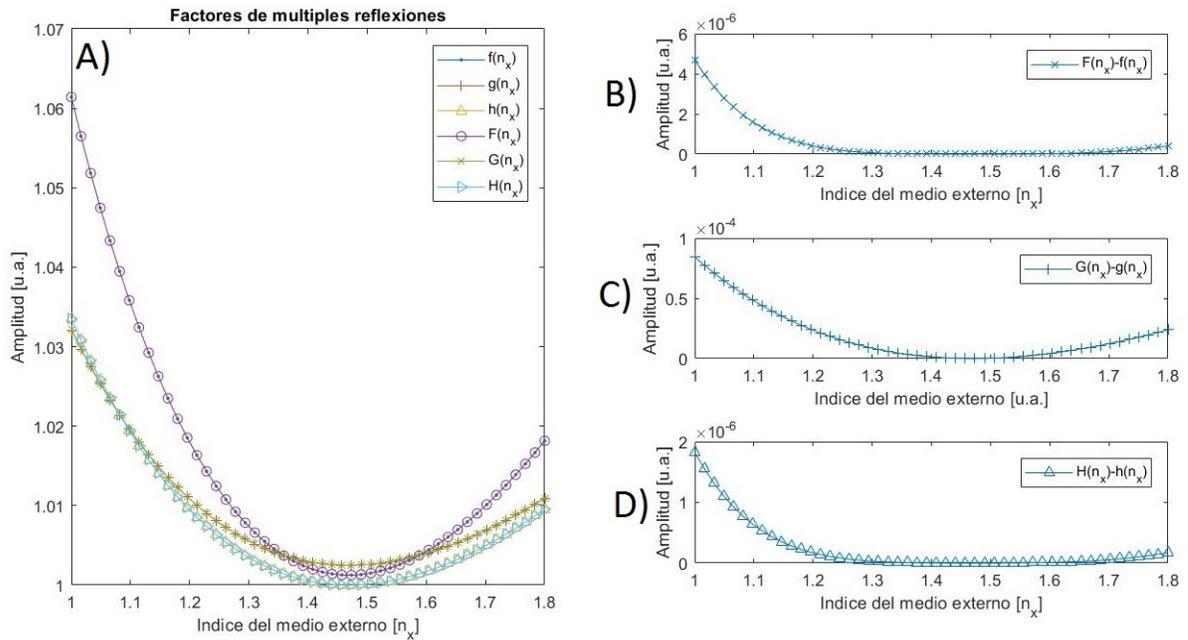


Figura 28. Gráfica cambios de factores f , g , h , en función del índice externo. Se considera $r_1 = 0.025$ $r_2 = 0.0362$. A) factores para los modelos de 5-ondas y 13-ondas. Diferencia entre los modelos: B) para $F(r)$, C) para $G(r)$ y D) para $H(r)$.

mejor que tomar solo uno de ellos. En este caso vemos que el factor β_1 es el menos afectado, sobretodo para valores mayores a 1.3; los tres casos son parecidos. En un acercamiento interno, vemos con detalle los valores para cada uno, notando que para β_1 , se sobrepasa el valor de 0 y para β_2 , se aproxima por debajo. En este caso la promediación daría mejores resultados si estas desviaciones respectivas, fueran más parecidas, como sería el caso en que r_1 y r_2 , fueran iguales.

4.3.1.2. Coeficiente de calibración

El coeficiente de calibración del modelo de 3-ondas permanece como un valor constante, sin importar el medio externo que se tome para calcularlo. No obstante al considerar los modelo que incluye reflexiones múltiples, surge una dependencia por los coeficientes $F(r_m)$, $G(r_m)$ y $H(r_m)$ analizados. En la figura 30, se tienen las gráficas para los coeficientes de calibración en función del índice de refracción externo, en un rango de 1 a 1.8; para un valor de reflectores internos de $r_1 = 0.025$ y $r_2 = 0.0362$ y considerando los picos a y b. La línea amarilla y sencilla, representa el valor del coeficiente para el modelo de 3-ondas, como se aprecia permanece constante sin importar el valor del índice del medio externo, para ambos casos. En azul con puntos,

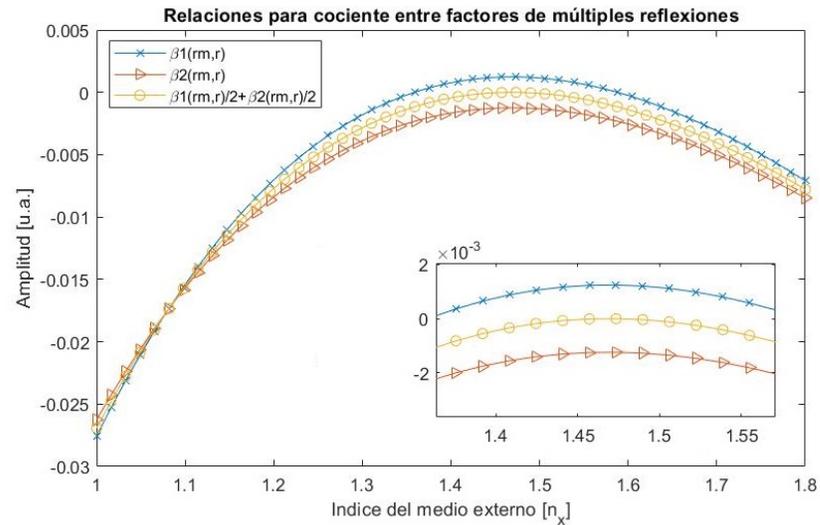


Figura 29. Gráfica de cociente entre factores β_1 y β_2 . Se considera $r_1 = 0.025$ $r_2 = 0.0362$ y r_m el correspondiente al aire.

está el valor de este mismo coeficiente, ahora considerando las variaciones producto de las reflexiones múltiples, a la izquierda para el pico a, a la derecha para el pico b. La función del coeficiente tiende a acercarse al valor del modelo de 3 ondas, cuando el medio externo tiene el mismo índice de refracción que la fibra óptica empleada, en los dos casos. También cerca de esta zona, se observa que el pico a, sobrepasa el valor del coeficiente para el modelo de 3-ondas, mientras que el pico b, tiene un valor inferior. Esto nuevamente nos da un indicio de que un promedio entre los dos picos, mejorará los resultados, cuando los valores de reflectancias son muy pequeños.

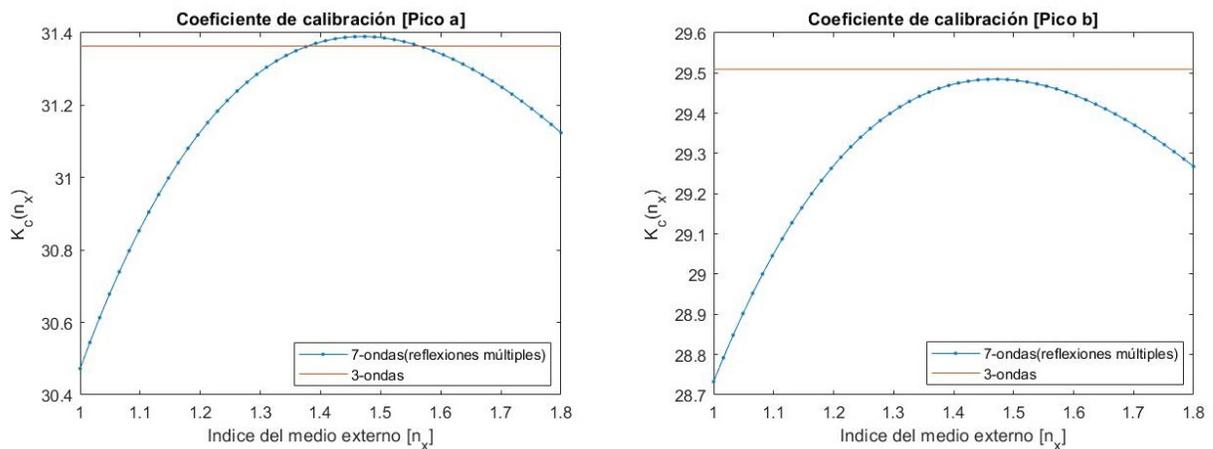


Figura 30. Gráfica coeficiente de calibración en función del índice externo. Se considera $r_1 = 0.025$ $r_2 = 0.0362$. En línea con puntos, la función del coeficiente de calibración para el modelo de 5-ondas y en línea continua roja, el valor del coeficiente de calibración para el modelo de 3-ondas, en las mismas condiciones. Izquierda. Cálculo correspondiente al pico a. Derecha. Cálculo correspondiente al pico b.

Este coeficiente está ligado también a los valores de las reflectancias internas. Y

aunque la gráfica 30 nos describa el comportamiento general de este coeficiente conforme cambia el medio externo, también es necesario ver de que modo se afecta por los cambios en los reflectores internos. En la figura 31 se muestran distintas curvas del coeficiente de calibración, normalizado a sus valores correspondientes en el modelo de 3 ondas. Cada línea corresponde a un valor de reflectividad $r_1 = r_2$, con variaciones entre 0.005 y 0.12. A la izquierda, figura 31, se tiene el coeficiente de calibración estimado con respecto al pico a; y a la derecha el correspondiente al pico b. Para el caso del pico b, las curvas tienden a 1, conforme las reflectividades disminuyen. Para el pico a, las funciones una se aproximan por abajo al valor de 1 y otra por arriba, para el valor de 0.15. Para este valor y el de 0.1 se tienen indicios que una promediación entre los dos picos, mejorara los resultados.

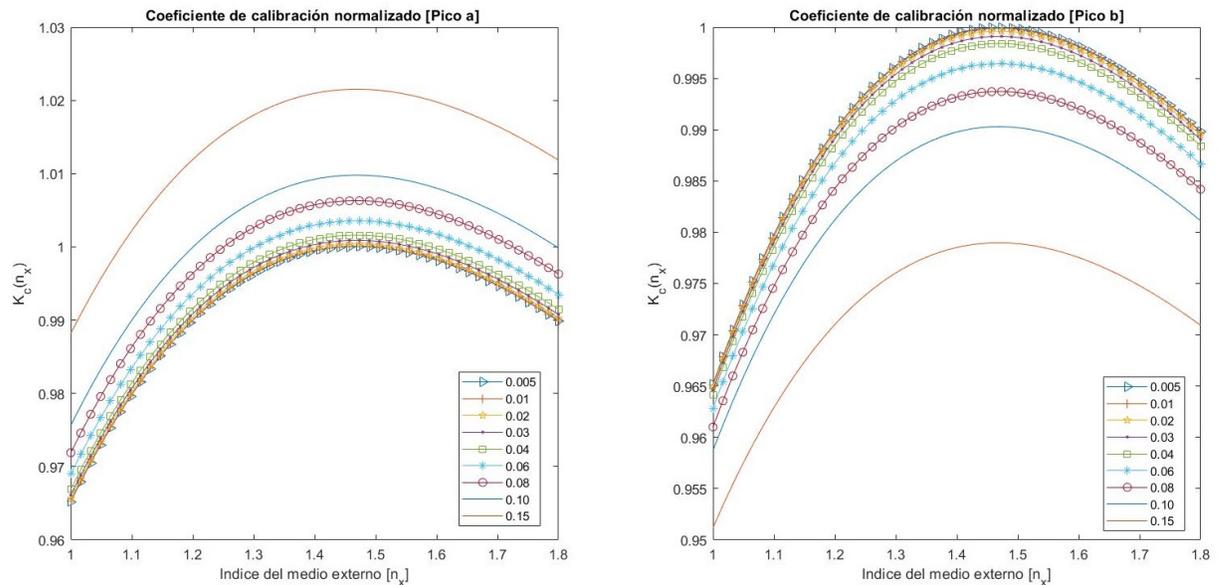


Figura 31. Variación de la función de coeficiente de calibración a distintos valores de reflectancias. Se considera $r_1 = r_2$ y r_m el correspondiente al aire. Izquierda. Cálculo correspondiente al pico a. Cálculo correspondiente al pico b.

4.3.2. Experimento numérico para medir índice de refracción externo

Considerando ahora la ec. 87, tenemos que el índice que se calcula para el modelo de múltiples reflexiones va a depender de un coeficiente de calibración, que por sí solo tiene ya una desviación con el modelo de tres ondas, justo como se veía en la sección anterior. Además de considerar también dependencias de los factores F , H y G .

Por esto se propondrán entonces casos en los que se estime el coeficiente de cali-

bración con aire, agua y un líquido igualador, o líquido de empataamiento de índices, de valor 1.4488 (Cargille 06350). Para determinar como variará el índice que se estimaría según las amplitudes de los picos A_a y A_r , con el modelo de múltiples reflexiones de tercer orden. Este calculo considerara los valores tanto para el calculo del coeficiente de calibración, como para los cocientes de amplitudes, resultando en la gráficas de la figura 32.

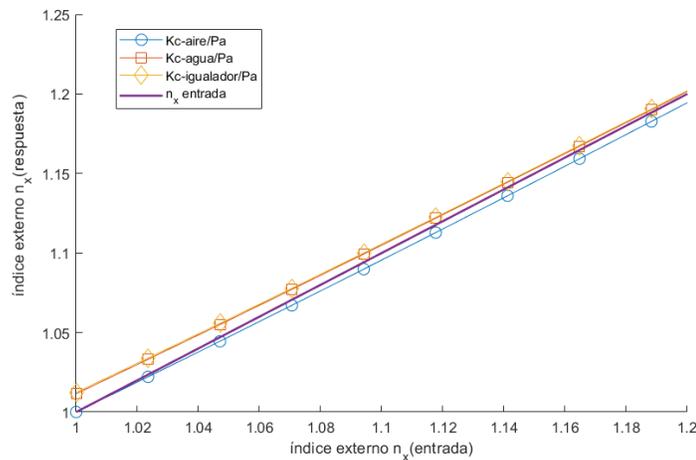


Figura 32. Gráfica de estimaciones para índices externos calculado con el pico a, usando distintas calibraciones. Línea continua, valor de entrada usado para el calculo. En líneas acotadas los valores de salida, que se obtendría midiendo con distintos coeficientes de calibración cuando existen reflexiones múltiples, pero calculados con el modelo de tres ondas.

Las gráficas 32, muestra en el eje horizontal el valor del índice del medio externo de entrada que se usara para estimar las amplitudes; el eje vertical representa el valor de salida, del calculo que se tendría con el modelo de 3-ondas, para los valores de amplitudes afectadas por las reflexiones múltiples. Acotados con un círculo, cuadrado o un diamante, están los valores para los casos donde se toma la calibración en aire, agua o usando el líquido igualador, respectivamente. Se tiene una zona representativa de los índices de calibración, cercano al valor del índice del aire, de 1 a 1.2 RIU. Es apreciable que los valores que más se acercan a la línea de entrada, son los que se calibraron en aire. Para el agua y el líquido igualador sus valores son parecidos, su diferencia se aprecia en la gráfica interior.

Para tener una mejor idea de la afectación de cada pico se analizaran las diferencias entre el valor de índice de referencia de entrada y el de salida calculado. Para el pico a y pico b, tenemos la figura 33. En ambos casos vemos que las mayores desviaciones, son alrededor de 0.012, para calibraciones en agua y el líquido igualador y 0.008 para

la calibración en aire. En todos los casos los puntos donde coinciden el medio externo con el índice de la fibra $n_x = n_f$, o con el medio de calibración, presentan desviación nula, por lo que tenemos valores de 0; ahí los parámetros de entrada empatan con los de salida. En el acercamiento al interior de las gráficas pueden apreciarse la zona entre 1.25 y 1.65, que a escala normal luce muy lineal. En este acercamiento confirmamos que los índices de entrada que sean mayores al índice de calibración ($n_x > n_c$) tendrán una desviación positiva.

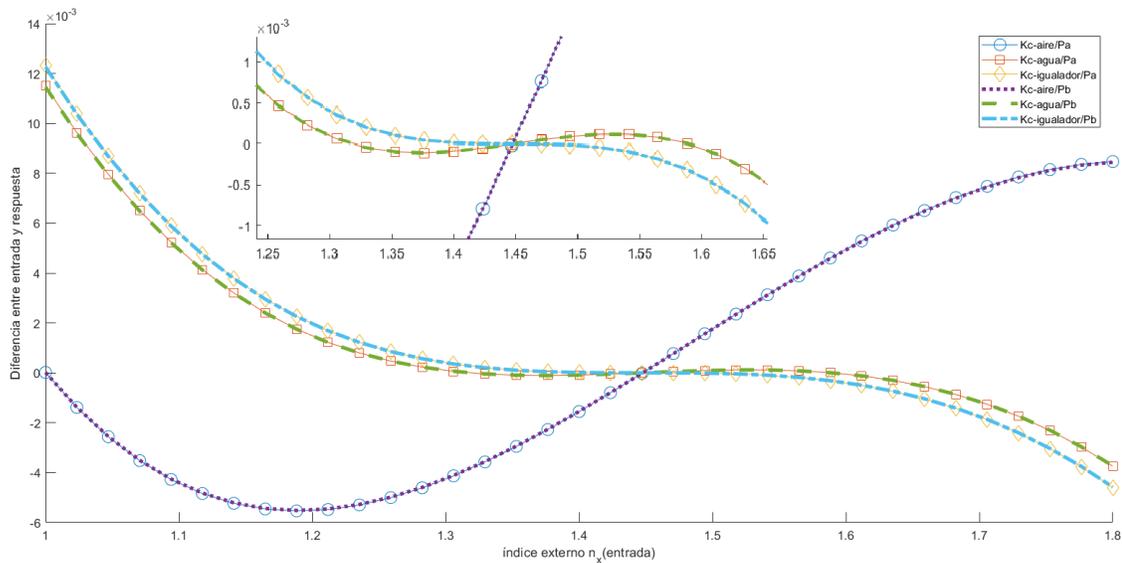


Figura 33. Diferencia entre el valor de índice usado y el obtenido en cada caso. Con calibraciones en distintos medios.

Enseguida se presenta un resumen de los datos en tablas, donde se exploran los resultados para los picos a y b, su promedio; así como una corrección para cada pico. Esta corrección, es una propuesta de una medición en dos pasos. El primer paso; el cálculo normal usando el modelo de 3-ondas. El segundo paso es con este primer valor del índice, se toma esta como un nuevo valor de entrada y se estima con el valor de desviación que presentaría, este se considerara como la corrección que se hará a esa primera estimación. Cabe mencionar que como son cálculos numéricos, los valores de r_1 y r_2 son bien dados. Se realizaron dos casos para $r = 0.03$ (tabla 4) y para $r = 0.12$ (tabla 5), con la finalidad de probar los métodos de corrección para valores representativos.

Para ambos casos las corrección en dos pasos, acerca a los valores de salida a los de entrada, mejor que el promedio. En general las correcciones para $r=0.03$ fueron las

Tabla 4. Cálculos y correcciones para los índices simulados. Con $r=0.03$

Medio	Aire	Agua	Acetona	Isopropanol	Glicerina
Literatura	1.00027	1.3183	1.3483	1.3661	1.4733
Pa	1.0114	1.31819	1.34813	1.36592	1.47338
Correccion Pa	1.00107	1.31829	1.34833	1.36612	1.47328
Pb	1.01105	1.31808	1.34804	1.36585	1.47340
Correccion Pb	1.00115	1.31828	1.34834	1.36605	1.47330
$(P_a + P_b)/2$	1.0112	1.3181	1.3481	1.3659	1.4734

Tabla 5. Cálculos y correcciones para los índices simulados. Con $r=0.12$

Medio	Aire	Agua	Acetona	Isopropanol	Glicerina
Literatura	1.00027	1.3183	1.3483	1.3661	1.4733
Pa	1.00631	1.31648	1.34680	1.36483	1.47374
Correccion Pa	1.00516	1.31832	1.34832	1.36612	1.47329
Pb	1.00390	1.31471	1.34543	1.36369	1.47411
Corrección Pb	1.00380	1.31838	1.34837	1.36616	1.47327
$(P_a + P_b)/2$	1.00335	1.31559	1.34611	1.36426	1.47392

que dieron los resultados más cercanos a los valores de entrada. Exceptuando el aire, para $r=0.03$, se recupera el valor de entrada para las correcciones, si se redondea al cuarto decimal. Mientras que para $r=0.12$, redondear los valores los dejaría en su mayoría 1×10^{-4} arriba del valor original, para el pico b. Pero para el pico a, volveríamos a recuperar el valor de entrada. El aire al ser el medio más afectado por los términos de las múltiples reflexiones, no se logra mayor coincidencia con el valor de entrada, y los corregidos, que en los dos primeros decimales. No importa que se haya reducido el valor de las reflectividades de 0.12 a 0.3.

4.3.3. Conclusiones parciales

Existen componentes en la interferencia, resultantes de las múltiples reflexiones de segundo y tercer orden, que tendrán la misma frecuencia que los tres componentes originales del modelo de 3 ondas. Esto que afectará en distintos modos a cada una de las amplitudes de los picos, haciendo que se desvíen los valores estimados para los índices de refracción. El tercer orden de las múltiples reflexiones, no tiene variaciones de un peso significativo y complica los cálculos, por lo que se considerarán despreciable, para los resultados experimentales.

Las desviaciones respecto al modelo de tres ondas dependerán de los valores de

reflectancia, por lo que para medios con índices más alejados del índice efectivo de la fibra n_f se tendrán los peores resultados. Por esta razón, resultará mejor calibrar en medios que tengan valores de índice cercano a n_f , para no propagar este error en los cálculos que se hagan con esta calibración.

Considerar uno u otro pico para la estimación de los índices, ocasionara distintos valores de desviación sobre el valor original. En ciertas zonas y valores de reflectancias, tomar el promedio de los dos, mejora los resultados. La corrección en dos pasos, presenta una buena opción de corrección para los resultados experimentales, pero dependerá de que tan bien se conozcan o se aproximen los valores de r_1 y r_2 .

Capítulo 5. Desarrollo experimental

El refractómetro de punta de fibra, auto referido, basado en los coeficientes de reflexión de Fresnel mostró ser una alternativa de bajo costo, buena precisión y exactitud. Sin embargo, en las configuraciones experimentales propuestas con anterioridad hubo cambios de algunos ordenes, al alterar los factores como la modulación de la frecuencia, y el largo de la cavidad interferométrica (Shlyagin *et al.*, 2013 y 2010; Martínez-Manuel *et al.*, 2016). Por lo tanto, retomando la configuración propuesta, se analizará experimentalmente con un modelo que incluya múltiples reflexiones y se contrastarán los resultados experimentales con cálculos numéricos.

En este capítulo se dan los detalles de los componentes empleados en el arreglo experimental. Se explica la configuración. Después se aclaran detalles en la fabricación de las rejillas y se estudia el barrido de frecuencias. Finalmente se presentan algunos análisis de los ruidos en el sistema.

5.1. Descripción global del material del equipo

Se utilizó un fotodiodo láser de alimentación distribuida, CQF 915.408-19550. Con longitud de onda central de 1533.46 nm y operado por debajo de 4 mW. Fijado en una montura mariposa LM14 de Thorlabs, conectada a los controladores de láser y temperatura; LDC500 y TEC2000 de Thorlabs, respectivamente. La modulación de la frecuencia se llevo acabo por medio de una tarjeta de adquisición de datos (DAQ, por sus siglas en inglés), modelo USB-6003 de la compañía National Instruments. Controlada por medio del Software LabView, donde se generó la plataforma de operación.

Como fotodetector se empleo un amplificador de corriente de bajo ruido y ganancia variable, modelo DLPCA-200, de la compañía FEMTO. En configuración AC, con ganancia de 10^9 . Para el sistema se empleará fibra SMF 28. Un circulador, que operará a su vez como aislador. Donde el puerto P1 y P2 se conectaron directo a la fuente láser y el fotodetector, respectivamente. El puerto P3, es empalmado al cabezal de medición. Como reflectores parciales, se grabaron dos rejillas de Bragg, con perfil gaussiano, centradas en 1532.8 aproximadamente. Separadas una distancia menor a 3.5 cm y con reflectancias estimadas entre 2.5 % y 3.6 %.

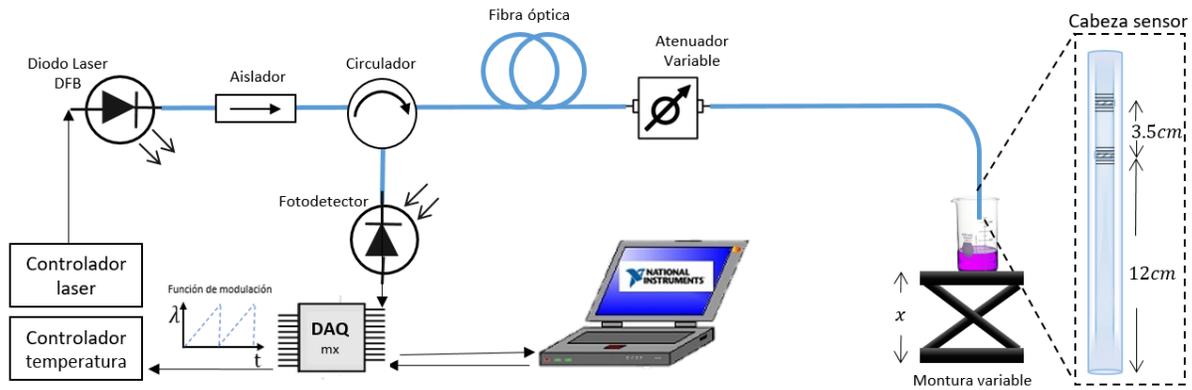


Figura 34. Representación esquemática detallada de configuración experimental. En la zona derecha vemos el cabezal del sensor ampliado, L_1 es 3.5 cm y L_2 12 cm. La montura variable permite desplazar el recipiente con la muestra hacia el cabezal de medición, sin perturbar el arreglo.

El esquema para la configuración experimental del refractómetro de fibra óptica es representado en la figura 34. El atenuador variable es opcional, solo se empleará si es necesario. La montura donde se posicionará el recipiente con la muestra, servirá para acercarlo o alejarlo del cabezal, sin tener que mover la fibra. A la derecha se tiene un acercamiento al cabezal de medición. Donde se aprecian las rejillas, que funcionan como reflectores parciales. Su distancia de separación L_1 es 3.2 cm aproximadamente, medidas desde el centro de las rejillas, las cuales tienen un ancho alrededor de 1 cm, dado por el tamaño de la mascarilla de fase con la que se fabricaron. La distancia desde la última rejilla a la punta clivada L_2 es de 16 cm; sin embargo, esta puede ser variable al momento de reclivar, la única condición que debe cumplirse para dicha distancia, es que L_2 no sea múltiplo de L_1 .

El cabezal de medición está suspendido mediante una estructura impresa en 3-D; de una longitud de 31 cm. Lo que permite el guiado de la fibra, así como brinda aislamiento a flujos de aire y cambios de temperatura. La punta clivada de la fibra, incluye una zona de 0.5 cm desforrada, que es sumergida en su totalidad en el líquido. Esta última estructura donde se realiza la medición se puede observar en la figura 35; en a) se tiene el caso donde la punta está sumergida y protegida contra flujos de aire, en b) se muestra como se retiraría el vaso de precipitado, bajando la montura expandible. En un círculo verde, se señala la zona donde se localizan las rejillas. Estas además del tubo de guiado, llevan un recubrimiento flexible extra, fijado por el extremo superior.

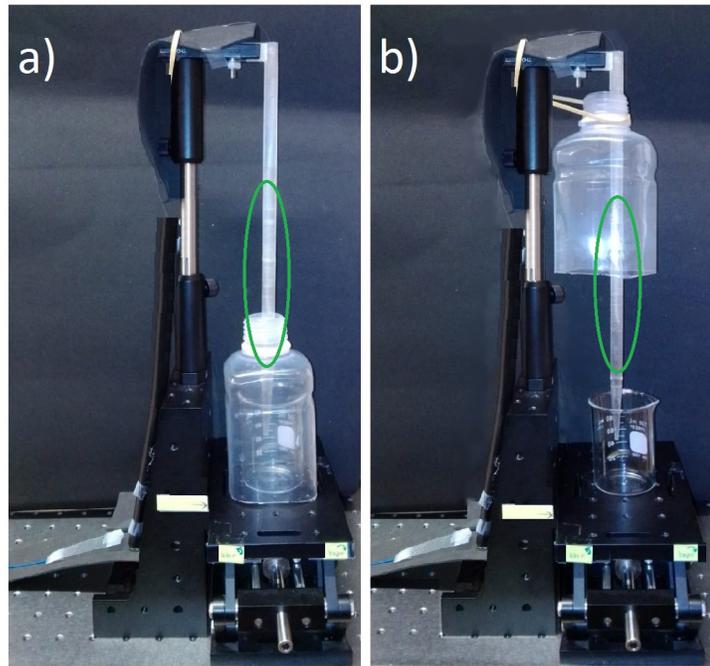


Figura 35. Fotografía de montaje experimental. El círculo verde señala la localización de las rejillas.

5.2. Medición de parámetros de los componentes

5.2.1. Rejillas

Como ya se mencionó las rejillas fueron grabadas con una mascarilla de fase, en un arreglo con un láser pulsado. La condición de máxima intensidad, nombrada como longitud de onda de Bragg rejillas, es de 1533 nm, con un ancho espectral de poco menos de 2 nm; medidas con un analizador de espectros ópticos Advantest Q8384, de sensibilidad de -87 dBm.

Lo óptimo es tener la longitud de onda de Bragg situada aproximadamente en la misma longitud de onda central del láser, a una temperatura cercana a los 20°C. De esta manera cuando la modulación de la frecuencia del láser por medio de la temperatura se lleve a cabo, se cubra bien todo el espectro de la rejilla, quedando completamente sintonizada.

El diodo láser que se emplea tiene una longitud de onda a temperatura ambiente (20°C) de 1532.83 nm, aproximadamente. Modulable entre 17°C y 30°C, para 1532.2 y 1533.4 nm. Aunque es posible llegar a la longitud de onda central de la rejilla (1533.5 nm), sería para uno de los extremos, aproximadamente a 29°C. Por esta razón fue

necesario realizar rejillas modificando su longitud de Bragg.

Es bien documentado que las rejillas de Bragg son muy sensibles a cambios físicos (Y. Zhao y Y. Liao 2002). Es decir, si la zona donde se encuentra la rejilla se expande o contrae; ya sea por variaciones en la temperatura o tensiones, el espectro es desplazado cambiando la longitud de onda de Bragg de la rejilla grabada en la fibra. Debido a que las constantes de propagación de los modos guiados en una fibra óptica son sensibles tanto a modificaciones en el índice de refracción efectivo como a las diferencias de camino óptico (López-Rivera, 2018). Bajo este fundamento, en el momento del grabado se aplicó un peso constante y fijo, creando una tensión en la fibra. Inicialmente las características de la rejilla son las mismas que antes, pero cuando esta se libera de la tensión; el espectro se desplaza por la contracción de la fibra, al volver a su estado normal. Por la gran sensibilidad del proceso, solo se requirió un peso de 60 g. Cabe destacar que el proceso debe realizarse con mucha fineza, para producir el mismo corrimiento en las dos rejillas y no tener asimetrías.

En la figura 36 se tiene un espectro para unas rejillas grabada bajo este principio, donde se aprecia en el primer pico (izquierda) que su longitud de onda central es de 1532.824 nm y tiene un ancho espectral de 2nm, abarcando de 1531.5 a 1533.5 nm. La fibra de este primer pico se sometió a una ligera tensión al ser grabada, después de su grabado se deja en su estado natural y la rejilla grabada se recorrió a donde se presenta en la imagen. La segunda rejilla (derecha) se encontr+aba aun en proceso de grabado, por lo que aun se hallaba en tensión la fibra, posicionandose en 1533.77 nm. Cuando el proceso de grabado termine, se dará nuevamente este corrimiento espectral de modo que ambas rejillas se situaran en la misma frecuencia del pico mas alto, empatando con los valores de frecuencias de operatividad del diodo láser.

5.2.2. Modulación de frecuencia óptica del laser

El diodo láser CQF 915.408-19550, tiene longitud de onda central dependiente a la temperatura. El controlador de temperatura THORLABS TEC 2000, ofrece la posibilidad de cambiarla por medio de una celda Peltier que a su vez cambia al cristal del láser. Los valores de operación para el diodo láser son de a 17°C y 30.5 °C. Para la estabilización de la temperatura se miden resistencias, siendo los valores respectivos

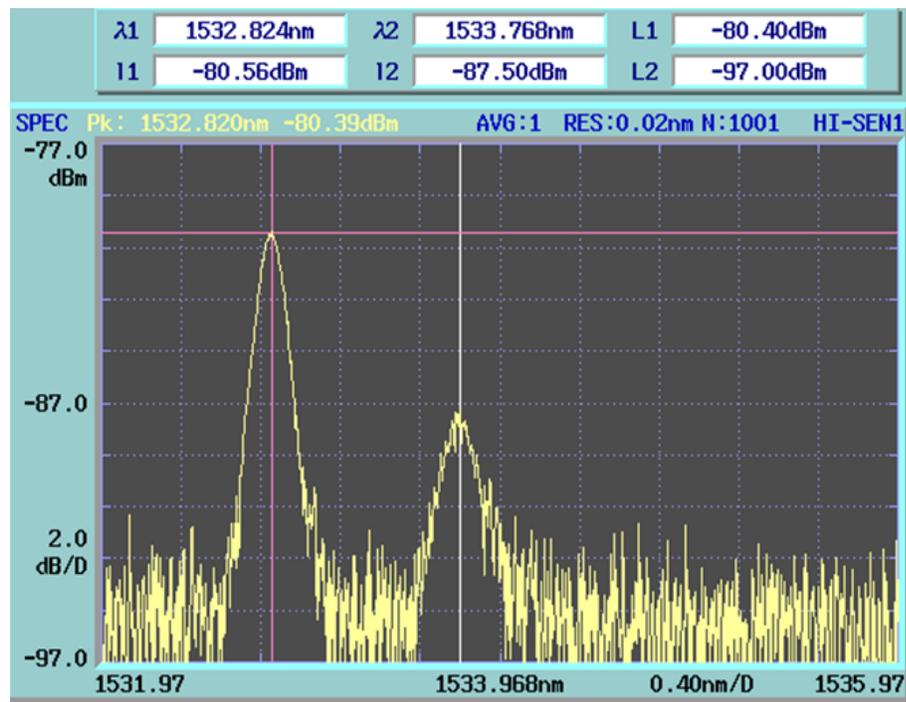


Figura 36. Espectro mostrado en el analizador de espectros del proceso de grabado de dos rejillas de Bragg, al ser monitoreada en su grabado.

a las temperaturas límites de operación 14 k Ω y 8 k Ω . En la figura 44, se analizó la respuesta del diodo láser en el régimen estático, dentro del rango de operatividad, a 1 mW de salida.

El controlador de temperatura cuenta con una entrada externa que proporciona dominio de la resistencia en el Peltier por medio de voltaje. Por este medio se dispone una función lineal de voltaje por medio de una tarjeta DAQ. Para esto se propuso una configuración de un interferómetro de un solo reflector, fabricado mediante un conector APC y un conector temporal; esto garantizó una reflexión de alrededor 3%. En la figura 38 A), se observa la señal captada por el fotodetector después de la modulación en el fotodiodo. En la figura 38 B) se muestra la señal de control externa del controlador de temperatura, para dos ciclos. La duración de la señal de control fue de un lapso de un segundo. Debido a la estabilización del sistema y su tiempo de respuesta, en ambas gráficas se aprecia un deformamiento en la parte final del cada periodo.

Se exploraron barridos a diferentes frecuencias, y los resultados de las señales en el fotodetector se muestra en la gráfica 39. La tendencia es que conforme el barrido es más lento, la estabilización del sistema logra llevarse a cabo, resultando en un ma-

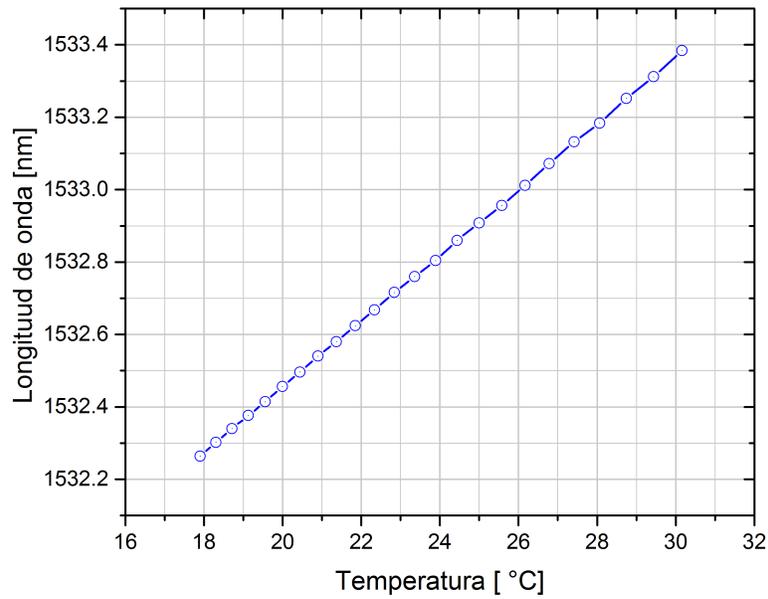


Figura 37. Modulación de frecuencia del diodo láser.

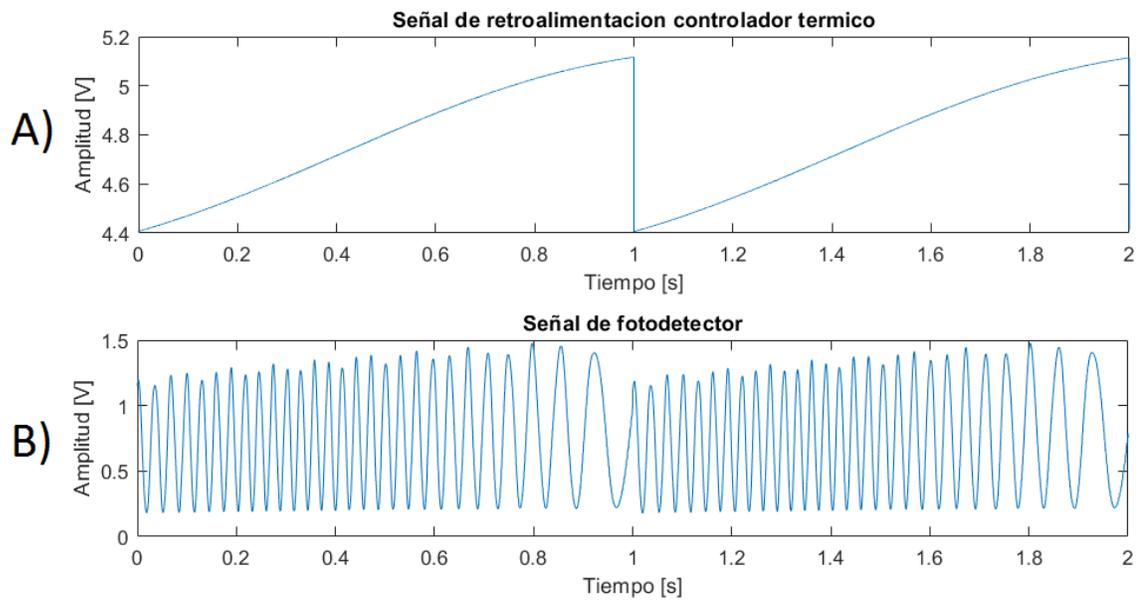


Figura 38. A) Función de modulación de frecuencia, producida por la DAQ. B) Espectro de interferencia tomado por el fotodetector.

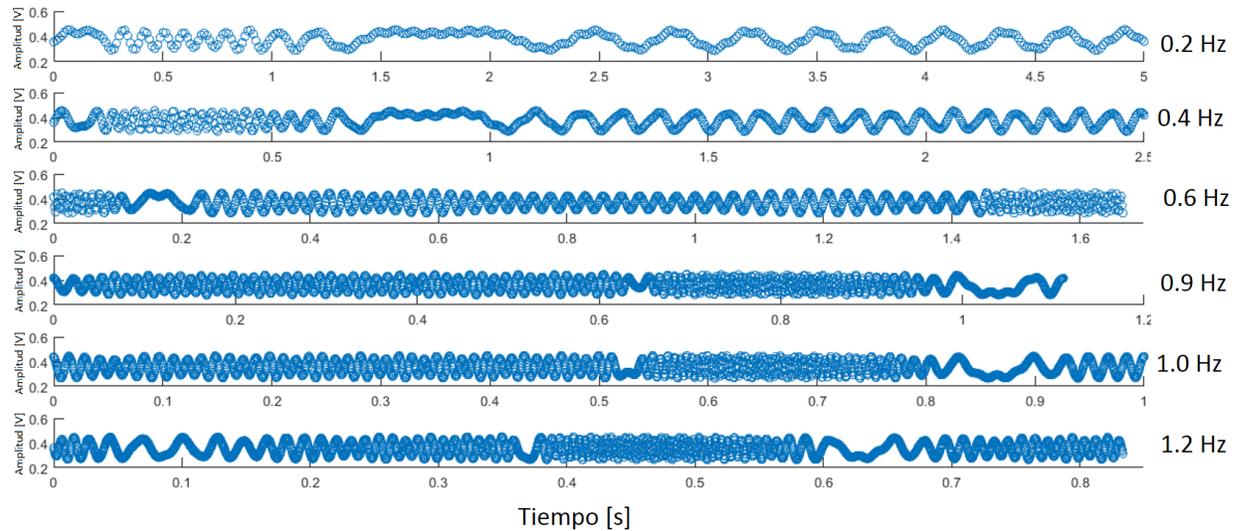


Figura 39. Señales del fotodetector para distintas frecuencias de barrido.

por establecimiento de la función sinusoidal, lo que indicará la linealidad buscada. Se determinó que la frecuencia que se empleará para el trabajo sea de 1 Hz, pues nos pueden aportar señales estables, con los suficientes periodos en la función sinusoidal y lo suficientemente rápidas.

5.2.2.1. Repetibilidad de barrido

Para verificar el funcionamiento correcto del sensor se exploró la repetibilidad del barrido. En la misma configuración que la mencionada de un solo reflector, se hicieron 10 barridos consecutivos. En la figura 40, se tienen la gráfica para los 10 espectros captados por el fotodetector, superpuestos de modo que pueda apreciarse las diferencias entre ellos. A la izquierda se tiene una sección de un periodo entero.

Para los mismos datos anteriores (fig. 40 izquierda), se obtuvieron las transformadas de Fourier y se muestran en el espacio de frecuencias en la figura 41. Los espectros fueron consecutivos y graficados superpuestos. Las variaciones que interesan detectar son cambios en las formas de los picos de las transformadas. Las variaciones de amplitudes no representan alteraciones en la repetibilidad del barrido.

Si todo en las mediciones del arreglo se encuentra en condiciones estables, es decir los factores externos como la temperatura no cambian; las variaciones en la repetibilidad serán causadas únicamente por el barrido. Manteniendo la estabilidad e

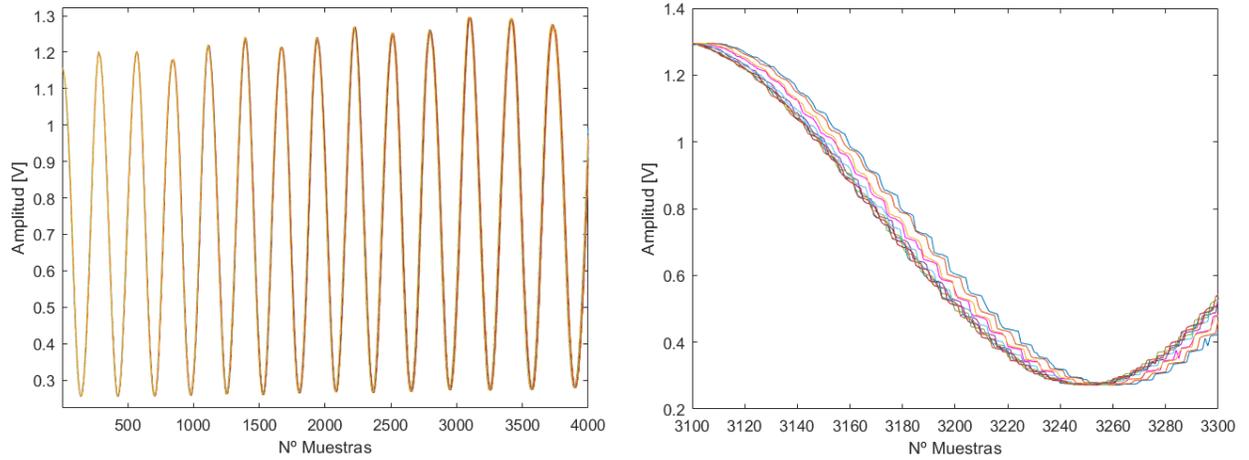


Figura 40. Repetibilidad del barrido. Izquierda. Señales ópticas que llega al fotodetector, graficados de varios ciclos. Derecha. acercamiento de la señal óptica, donde se aprecian las diferentes líneas para cada ciclo.

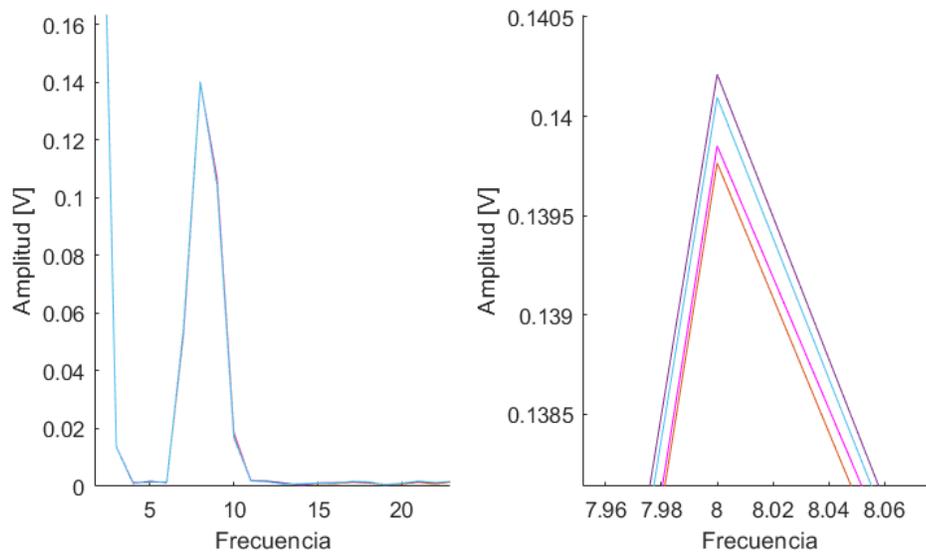


Figura 41. Repetibilidad en el dominio de frecuencias, de la señal óptica recibida por el fotodetector. Izquierda. Diversos ciclos graficados traslapados. Derecha, acercamiento a la punta del pico.

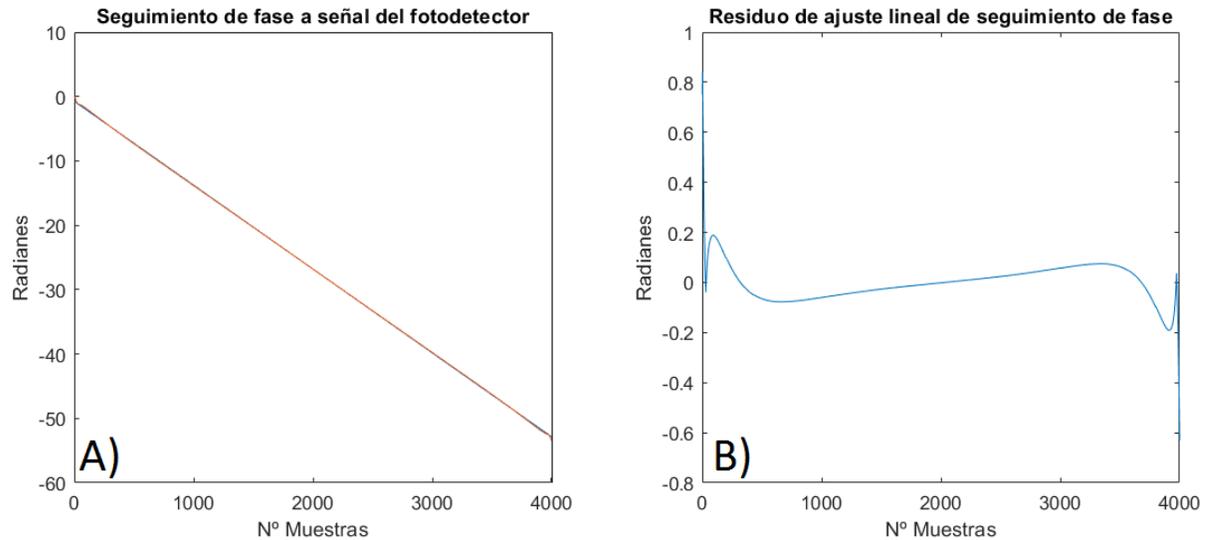


Figura 42. Derecha.Desdoblamiento del seguimiento de fase, para el pico de referencia.Izquierda.Residuo del ajuste lineal al seguimiento de fase.

introduciendo un canal de referencia, con el que se recalcula los espectros, compensando estos cambios en el barrido (Nuñez, 2016).

5.2.2.2. Seguimiento de fase

Manteniendo el arreglo interferométrico donde se tiene una reflexión mediante los conectores APC-temporal. Se explorará otro factor del barrido, la fase de la señal en el tiempo. Siendo la señal de incidencia con un barrido lineal, y capturado el patrón de interferencia como los mostrados anteriormente (figura 40 izquierda). Se pasa al espacio de frecuencias figura 41, escogiendo un pico del espectro, se calcula su fase. La gráfica de la figura 42 izquierda, muestra este seguimiento de fase en radianes. Asumiendo que no hubo cambios de fase por temperatura o por el índice externo n_x , se aprecia que el seguimiento de fase tiene un comportamiento lineal, correspondiente a la forma de la modulación impuesta. Por tanto se realiza un ajuste lineal a los datos y se analiza en la misma figura 42 derecha, los residuos entre los datos y este ajuste. Resultando en desviaciones menores a 0.2 radianes.

La relación señal a ruido es de al alrededor de 10 dB, la resolución y sensibilidad estarán determinadas por la estabilidad de las mediciones con líquidos.

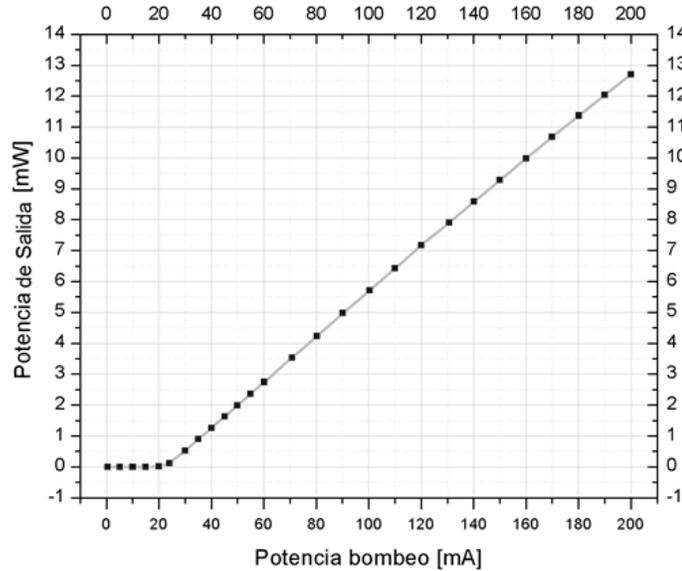


Figura 43. Curva potencia para el diodo láser CQF 915.408-19550.

5.3. Caracterización del láser

Al ser uno de los elementos claves para el desarrollo del prototipo se caracterizó el diodo láser. En la figura 43 se muestra la curva de potencia a la salida, en función al bombeo. Notamos que alrededor de 20mA de bombeo se encuentra el umbral del diodo. Es decir a partir de ahí es cuando puede considerarse como fuente de luz semimonocromática. Presentando un comportamiento característico, con una pendiente positiva de 0.075mW/mA. La zona donde trabajaremos sera entre 30 mA y 60 mA de bombeo, es decir entre 1.5 mW y 2.5 mW de potencia de salida. Relativamente cercano a la umbral. Entre más alejados nos encontremos del valor umbral, aumenta la coherencia, pero también incrementa el ruido de intensidad.

5.3.1. Ruido

5.3.1.1. Ruido de Intensidad

Como ya se veía el ruido de intensidad describe los cambios en la intensidad del diodo láser por ancho de banda, causados por distintos factores. La figura 44, muestra una gráfica del ruido cuando se tiene una potencia de 4 mW. En un ancho espectral de 10 Hz hasta 500 Hz, ya que nuestros espectros se localizarán dentro de este rango. Es

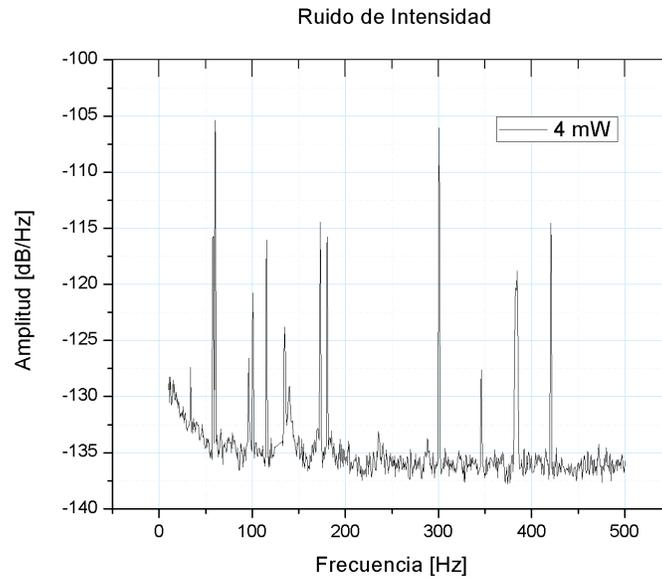


Figura 44. Gráfica de ruido de intensidad del diodo láser CQF 915.408-19550.

notorio un curvado ligero, conforme las frecuencias bajas; lo que nos lleva a describirlo como un comportamiento de ruido rosa, es decir que tiene dependencia $1/f$. Este tipo de ruido por sus características matemáticas, es normalmente despreciado, sobretodo cuando se realizan mediciones de ruido de intensidad media relativo, pues es un promedio a lo largo de las frecuencias; pero tomara gran relevancia cuando se trabajan a frecuencias bajas.

Se hicieron mediciones a 20° C de temperatura, para distintas potencias entre 0.5 mW y 4 mW, rango de valores en los que operaremos. La naturaleza de este ruido es decrecer conforme se aleja del valor umbral, es decir a bajas potencias el ruido es mayor. En la tabla 6, se comprueba lo dicho, presentándose el ruido de intensidad media relativo, a distintas potencias; para el intervalo de frecuencias de 10 a 500 Hz.

Tabla 6. Ruido de intensidad media.

Potencia	RIN [dB/Hz]
0.5 mW	-110
2.0 mW	-123
3.0 mW	-140
4.0 mW	-144

Trabajar para valores por debajo 2.5 mW para frecuencias menores a 500 Hz, nos garantizará tener un ruido de intensidad media menor de -123 dB/Hz. Al menos lo que respecta al ruido intrínseco del diodo.

5.3.1.2. Ruido de Fase

Como se mencionó en el capítulo 2 , de fundamentos; el ruido de fase tiene relación con el ruido de intensidad. Por esto, para su determinación se trabajo con una configuración interferométrica, induciendo cambios de intensidad térmicamente, para medir su promedio y desviación. La configuración propuesta se consitirá en el diodo láser CQF 915.408-19550, conectado a un aislador que a su vez esta unido a un circulador (puerto 1-entrada), la respuesta (puerto 3) esta enlazada a un fotodetector y finalmente la salida (puerto 2), se conecta a un cabezal (ver figura 45). Dicho cabezal esta compuesto de dos espejos que son la punta clavada y una conexión FC/PC-temporal; se consideran de baja reflectancia. Esta cavidad de reflectores tiene una longitud total de 15 cm, valor que se espera sea el del cabezal de medición después. Esta distribución producirá interferencia entre las señales de ambos reflectores.

Al tener una configuración interferométrica, nos ubicamos en distintos puntos del espectro sinusoidal como se muestra en la figura 46. ejemplo para A, B y C. Esto se logra con los cambios externos de temperatura. Se mide tanto intensidad promedio como desviación. Con los suficientes puntos tomados se obtuvo la gráfica a la izquierda en la figura 46. Esta relación nos brindara información del orden que tendrá el ruido de fase. Los resultados son expuestos en la gráfica de la figura 46. Por factores como el ruido blanco del sistema, no se logró una atenuación total en el fotodetector, que es lo esperado cuando el desfaseamiento de las dos señales que interfieren es de $/\pi$. El ruido de fase es máximo, cuando el contraste de franjas también lo es, cercano al punto B, donde el orden del ruido es de 10^{-3} . Esto ruido podrá afectar a los espectros en el espacio de frecuencia, para la configuración del refractómetro, desplazando los picos y ensanchándolos. Sin embargo, no será este el límite de las mediciones finales del índice, ya que se se emplearán promediaciones y compensaciones que reducirán los ruidos.

5.3.2. Conclusiones parciales

Es importante que la rejilla quede sintonizada en una longitud de onda, que permita aún tener un rango de modulación dentro del rango de operatividad del diodo láser.

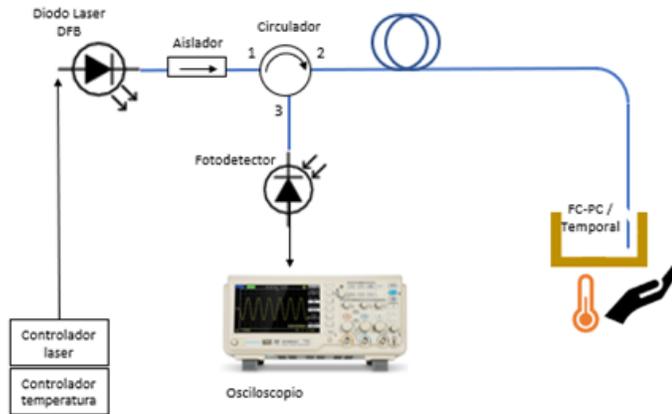


Figura 45. Configuración experimental para medir ruido de fase.

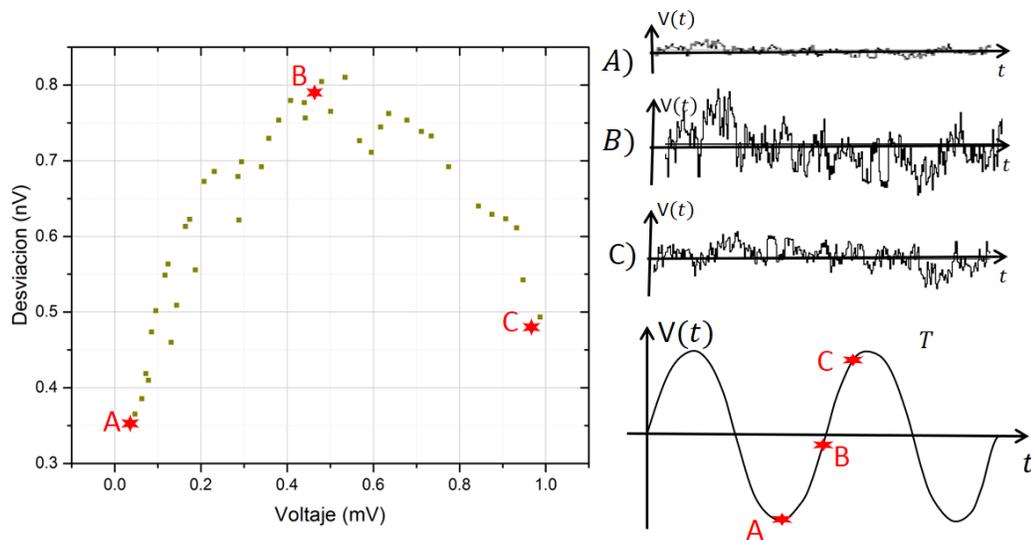


Figura 46. Ruido de fase. Izquierda, valores experimentales. Derecha, Curvas didácticas para ejemplificar la dependencia del ruido de fase, en distintos puntos de la señal interferométrica.

Todavía puede buscarse un barrido óptimo, y utilizar algoritmos de compensación, para una mejor linealidad y corrección del ruido de fase. También pueden introducirse referencias, como un canal de fibra externo, con el fin de tener una retroalimentación, que dicte los algoritmos de compensación.

El ruido de fase será el que limite la resolución de nuestro sistema. Así como situarse en una zona de bajas frecuencias, donde el ruido de intensidad es mayor, ya que se comporta como $1/f$.

Capítulo 6. Resultados experimentales y Discusión

En el presente capítulo, mostraremos los resultados más relevantes obtenidos de la experimentación, así como la discusión de los mismos. Comenzando con los estudios simples de algunos de los espectros, los comportamientos individuales de los picos en el dominio de las frecuencias y finalizando con las estimaciones que se realizan para los índices de refracción de los medios empleados.

6.1. Espectros

El barrido empleado fue de una función lineal, con una duración de 1 segundos. El cabezal de medición tuvo un largo total de 12 cm, aproximadamente. La señal del fotodetector, captada por la tarjeta de datos en un periodo, se muestra en la figura 47 izquierda. Notamos que existe una modulación dada por el perfil de la rejilla, de modo que el patrón interferométrico luce una envolvente, que va de de 0 a 1 segundos, espacio de tiempo donde se realiza la modulación en frecuencia. Dicha envolvente presenta asimetrías, a causa del barrido y los traslapes espectrales de las rejillas. El resto del tiempo es empleado por el termocontrolador y la tarjeta de adquisición para su estabilización, por lo que no representa información importante.

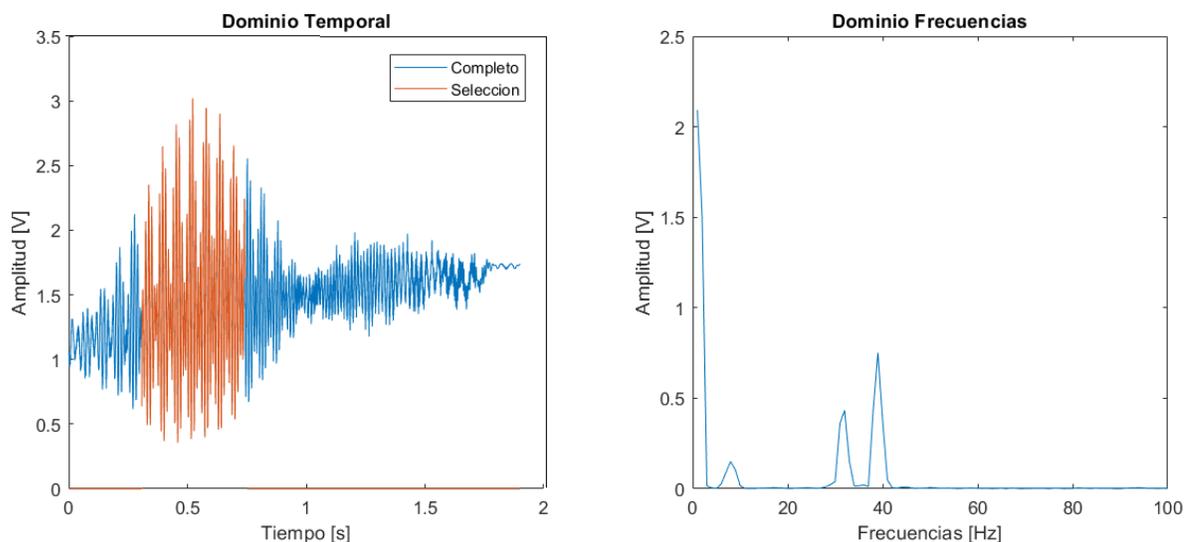


Figura 47. Señal del interferencia del cabezal de medición para aire.

Antes de procesar los datos en el espacio de frecuencias, se extrae una zona del patrón sinusoidal. La selección se realiza mediante la respuesta de retroalimentación

del controlador térmico, determinando valores de voltaje y pendientes positivas para las señales de disparo. Logrando tener un espectro reducido y central en el máximo de reflectancia de la rejilla como se aprecia en la gráfica izquierda de la figura 47 en color naranja. Además digitalmente se aplica un filtro de ventana tipo Blackman, lo que ayudará con la simetría y reducirá efectos de aliasing. El espectro de Fourier de esta selección se muestra en 47 derecha. Son apreciables los tres picos de interés, así como el de frecuencia 0, del valor promedio de la señal. Los picos están dados como P_r , P_b y P_a , de izquierda a derecha, y fueron tomados para la punta en aire.

6.2. Índices mayores a n_f

Como ya se mencionaba entre las ventajas de este método, es posible medir índices superiores al de la fibra. Analizando los espectros para dos líquidos con amplitudes similares, muy cercanos al índice de la fibra, glicerina y liquido de calibración, tendremos lo que se observa en la figura 48.

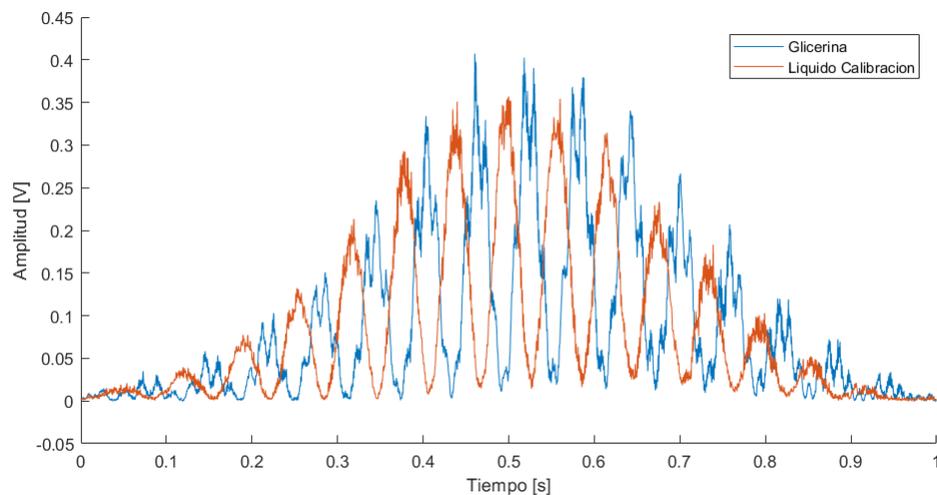


Figura 48. Espectros de interferencia para glicerina y liquido de calibración.

En ambas funciones sinusoidales, observamos comportamientos parecidos, con un cambio notable mientras para la glicerina (en color azul) se localizan los máximos en ciertos valores de tiempo. Para el caso del liquido de calibración en estos mismos valores de tiempo, tenemos mínimos. Esto nos muestra un cambio de fase de π , producto de la reflexión en la punta r_m , que para valores del índice externo menores a n_f no contribuye con ningún cambio en las fase por reflexión y cuando este índice externo

es mayor a n_f , se agrega π por cada reflexión que se da en este punta. Trayendo repercusiones en la fase de las ondas de interferencia en el fotodetector. De este modo aun cuando se tengan dos medio que produzcan cambios en amplitudes de los picos, en el mismo nivel, sera posible distinguir cuando este valor se sitúa por arriba o por debajo del valor del índice efectivo de la fibra.

6.3. Variación del pico de referencia

En total se trabajaron con seis fluidos en el laboratorio, de distintos índices. Aire, 1.00027 (Ciddor, 1996) y agua destilada, 1.3183 (Hale y Querry, 1973), ambos para una longitud de onda de 1532 nm. Acetona, 1.3483 y alcohol isopropílico, 1.3661 para una longitud de onda de 1550 nm (Saunders *et al.*, 2016). Líquido para calibración Aliegen 06350, 1.4488 y glicerina 1.4733 (Íde y Yüksel, 2018) para 1550 nm.

Se sumergió la punta en los fluidos mencionados y se grabaron sus espectros. Después se tomó el valor de una amplitud efectiva, como la suma del cuadrado para los componentes que conforman los picos espectrales y se obtuvieron 100 espectros continuos, en un periodo de 10 minutos, aproximadamente. Se obtuvieron distintos valores para estas amplitudes efectivas del pico de referencia P_r , para los diferentes índices. Con cálculos numéricos, basados en las características del sistema de laboratorio, se estimó un continuo de esta variación de P_r para valores desde 1 a 1.5 y se ajustó a los datos experimentales. En la gráfica 49 se muestran estos resultados de variación de la amplitud en el pico de referencia, al cambiar el índice externo. Los puntos representan los valores obtenidos de mediciones experimentales en el laboratorio y su desviación; en línea continua los resultados numéricos predichos. El aire (1.0002) presentó una mayor desviación de sus datos, a causa de la inestabilidad del mismo medio. Y el líquido de calibración (1.452) también tuvo grandes variaciones, que se piensa son por lo cercano al valor del índice efectivo de la fibra n_f , que hacen que la reflectancia en esta zona fluctúe. En el caso de la glicerina (1.4733), también se tiene una desviación con el valor reportado, no obstante, no puede garantizarse mucho la pureza del material empleado. En general, los puntos experimentales, siguen el comportamiento predicho por los cálculos numéricos, que consideran la presencia de afectaciones por reflexiones múltiples.

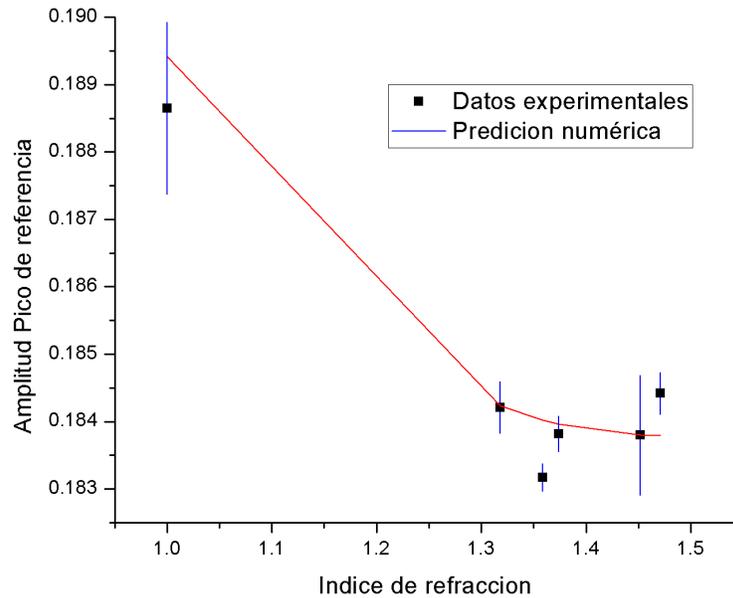


Figura 49. Variación de pico de referencia.

En la tabla 7 se muestra el resumen de los datos experimentales mostrados en la figura 49. Teniendo una columna para el valor reportado en la literatura, el resultado promedio de la amplitud efectiva para el pico P_r y la desviación estándar, para este valor de amplitud, de los 100 espectros continuos.

Tabla 7. Variación de referencia por intermodulación.

Medio	N_x	Amplitud P_r	Desviación
Aire	1.0002	0.18865	0.00128
Agua	1.3183	0.18421	3.84274E-04
Acetona	1.3586	0.18317	2.05751E-04
Alcohol	1.3739	0.18382	2.6161E-04
Líquido de calibración	1.452	0.1838	8.882E-04
Glicerina	1.4711	0.18442	3.084E-04

6.4. Variación del coeficiente de calibración

En la figura 50 se presenta la gráfica del coeficiente de calibración en función del índice de refracción del medio externo. En una línea roja continua, se tiene los valores para los cálculos numéricos que se ajustaron según los parámetros del laboratorio, y los puntos corresponden a los valores calculados con los datos experimentales, de un promedio de 50 espectros, como se mencionaba. Notamos que aun con las barras

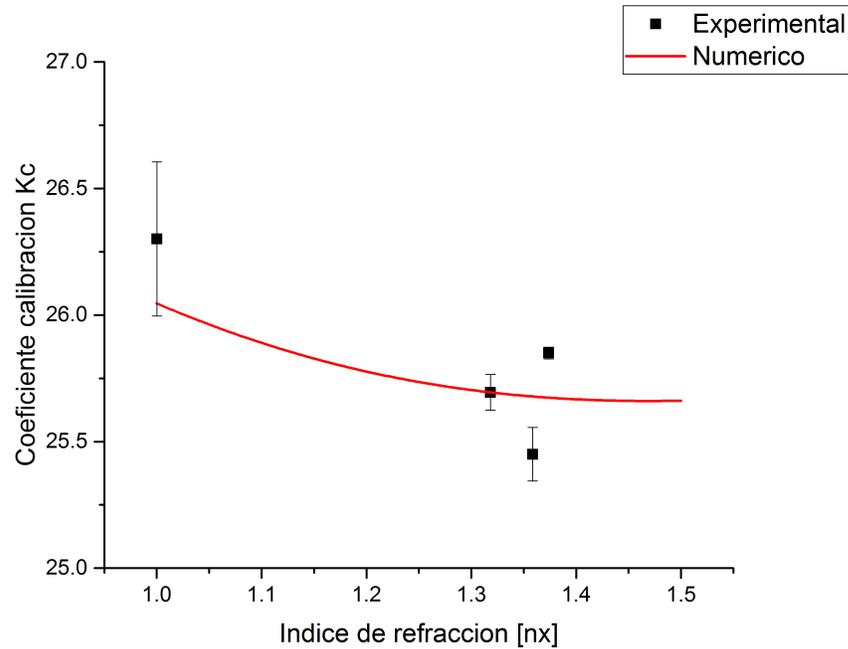


Figura 50. Coeficientes de Calibración según el índice externo. Estimado con el pico a

de error, algunos puntos se alejan mucho de la predicción numérica, esto debido a la forma para la expresión del coeficiente K_c (ec. 85), el cual es muy sensible a tener los valores correctos tanto del índice de la fibra n_f , como del medio que se propone emplear n_x ; y no se constataron experimentalmente estos valores, sino que solo se emplearon los reportados en la literatura que eran lo más cercano a las condiciones que se tenían. Por otra parte, existen factores que introducen variaciones que en el modelo numérico no son considerados, como las dependencias espectrales en la reflectancia de las rejillas, y otros ruidos. Pudiendo tratarse de una pérdida de información por el ancho espectral, o un ruido base, que eleva la señal por un valor medio.

A pesar del buen ajuste a la curva teórica de los experimentos numéricos, que se mostró para el pico de referencia. No puede decirse que se lograra un empate con el comportamiento teórico del coeficiente de calibración descrito en los cálculos numéricos. Pero se aprecia una dependencia del coeficiente de calibración con el índice externo, respetando la tendencia general de que a mayores reflectividades r_m mayores son los valores de este coeficiente.

Otro de los factores discutidos en los cálculos numéricos son las diferencias que tendrá al calibrarse con distintos medios. Ocasionados por esta variación del pico de

referencia y del pico que se empleó para la medición. Se seleccionaron el aire, el agua destilada y el alcohol isopropílico, como los medios con lo que se explorara la calibración, por ser de los cuales se tiene mayor certeza en sus características. Pese a contar con un líquido igualador este no se consideró por razones que se justificarán adelante.

Con estos coeficientes de calibración, se estimarán valores para índices para los líquidos, según el modelo de 3 ondas. Los espectros en total fueron 150, grabados continuamente para cada medio, sin cambiar la punta o resumergir el cabezal. Los primero 50 de ellos se emplearon para el cálculo del coeficiente de calibración, individualmente y después promediando. La figura 51 presenta las gráficas donde se muestran valores estimados para distintos índices de refracción tomados experimentalmente, considerando los diferentes medios para calibrar; aire, agua e isopropanol. Presentándose en cada gráfica un total de 10 puntos de mediciones para cada caso. Donde cada punto representa el valor promedio de 10 espectros consecutivos. Los valores de las desviaciones marcadas con barras de error, corresponden a la desviación estándar entre estos 10 valores totales. Con diferentes rotulados abiertos y líneas continuas, se muestran en cada una de las gráficas, los cálculos para el pico b, y con rotulados cerrados y línea discontinua los correspondientes al pico a. El valor de la literatura, se muestra con una línea punteada gruesa. También se distinguen las diferentes calibraciones con círculos, cuadrados y triángulos, para calibraciones hechas en aire, agua y alcohol.

En general, en la figura 51 se aprecia el comportamiento de los índices calculados se acerca más al valor de la literatura cuando se calibran con medios con índices cercanos a su valor, tal como se predijo en los cálculos numéricos. La línea punteada representa el valor de los índices reportados en la literatura, sirviendo como referencia del valor esperado. Notamos que en el caso del agua b) y el aire a) coinciden con el valor de la literatura al calibrarse en el mismo medio, como es de esperarse. Los valores de las desviaciones tuvieron valores del orden de 10^{-3} y hasta 10^{-5} .

Se elegirá el agua como medio para calibrar porque al calcular con este coeficiente de calibración, por brindar la certeza de un medio bien caracterizado, además de no posicionarnos en un valor de reflectividad muy alta en la punta, donde la teoría determino existirá una mayor influencia de las intermodulaciones y no estar en las

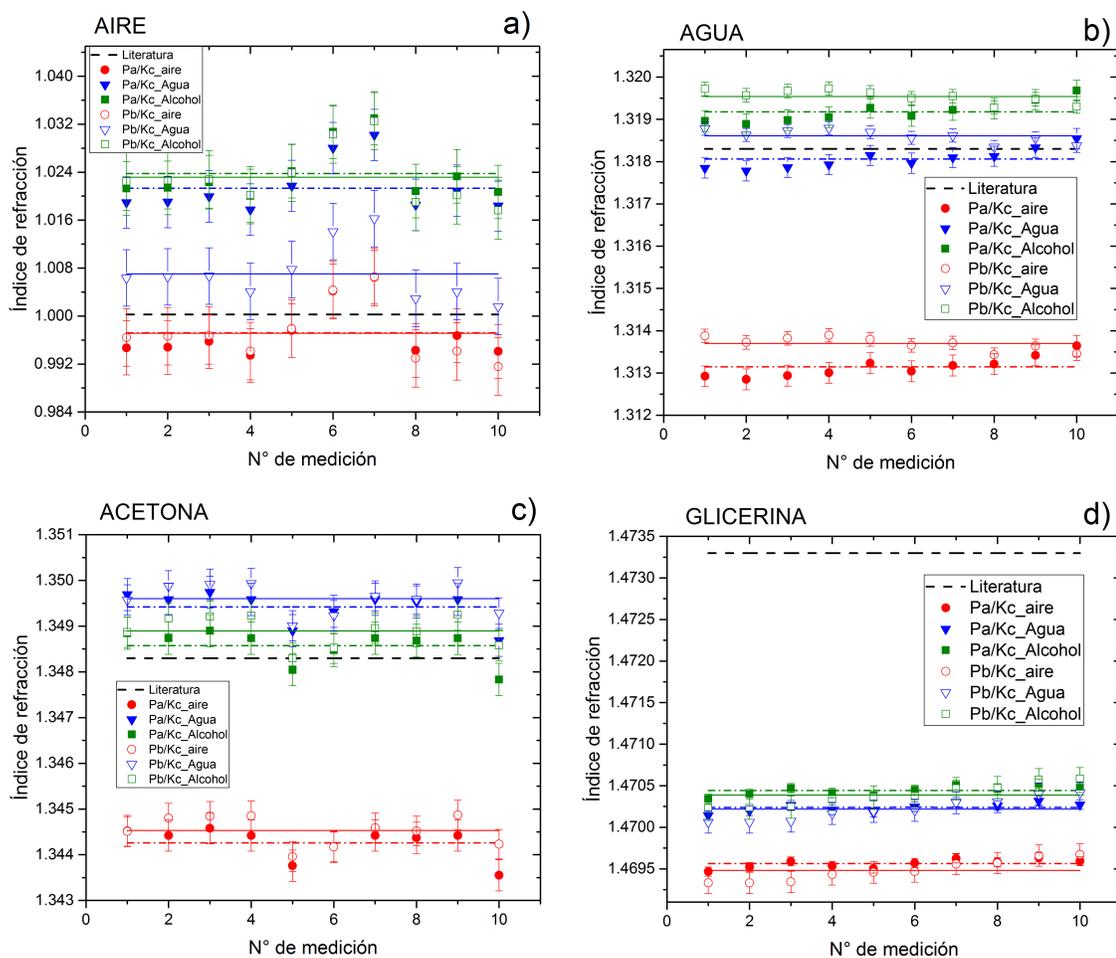


Figura 51. Calibraciones en distintos medios. Para los picos a y b. En línea puntada gruesa, el valor de la literatura.

cercanías de n_f , y acérquenos a los límites de resolución del sistema con picos muy bajos o prácticamente 0.

6.5. Estimación de índices de refracción

Dado que existe esta dependencia fuerte con el coeficiente de calibración en función del medio externo, se proponen corregir estos errores sistemáticos. La solución más sencilla es tomar el promedio entre los valores estimados para el pico a y el pico b, como se veía el modelo teórico de reflexiones múltiples, esto compensaría algunos de los factores (ec 84). Otro modo sería introducir una corrección en el cálculo, considerando el modelo que incluye las reflexiones múltiples. Para ello se tendrían que estimar primero los valores de r_1 y r_2 , con al menos dos espectros de medios bien determinados. Y con esto tener una curva que prediga numéricamente los valores que

se esperaran, después implementar una medición en dos pasos. Primero habría que conocer una primera estimación del índice, a partir del modelo sin reflexiones múltiples. Con ese valor, calcular el un factor que con el que esta primera estimación esta desviada por las reflexiones múltiples, y finalmente una calculación del nuevo índice corregido.

En la figura 52, se observa el caso en que el medio externo es acetona. La parte superior muestra distintos cálculos para el índice n_x . La zona inferior, cuenta con gráficas numéricas didácticas, para cálculos hechos en distintas dos calibraciones; agua (curva con cuadrados) y acetona (curva con diamantes), en una zona cercana al valor de literatura para la acetona. Estas curvas representan las diferencias entre los modelos considerando y no reflexiones múltiples, del mismo modo que se presentaba en la figura 33, para los resultados numéricos. En 52 a); se tiene acetona, calibrada en acetona, con un modelo sin múltiples reflexiones. El valor tomado para realizar la calibración es nombrado como literatura. La gráfica de abajo señala con un círculo rojo, donde se localizaría nuestra estimación. Como se calibró con el mismo medio se encuentra alrededor de la zona de intersección con 0, de la curva para el calibrado en acetona. En b) se tienen los mismo datos, ahora estimados en una calibración en agua, con el modelo sin reflexiones múltiples. En la gráfica inferior, se marca nuevamente, su respectiva zona. Ahora el círculo se encuentra en la curva para la calibración en agua y es evidente que se encuentra alejado en mayor medida del 0, que indica el valor de referencia. Finalmente en c) se realizó la calibración en dos pasos, corrigiendo el error sistemático producto de las reflexiones múltiples. En las gráficas de abajo solo sería representar que ahora aunque se calibró en agua, corregirlo acerca al resultado a la zona de 0. La corrección que se hizo, es muy cercana a este valor de diferencia para la curva azul, en la zona del círculo rojo.

Considerando los cálculos para el pico a, con una calibración en agua, se explorarán las diferencias entre las primeras estimaciones y las corregidas según el modelo de reflexiones múltiples. Con la excepción que el calculo para el agua, se calibró en aire. En las gráficas de las figuras 53, presentamos estas estimaciones hechas para cada uno de los líquidos usados. Cada punto representa un promedio de 10 mediciones consecutivas, el total de las muestras también fue tomado de manera consecutiva. Donde cada barrido tomo el tiempo de 1 segundo, y cada 10 ciclos tomaron alrededor de 1

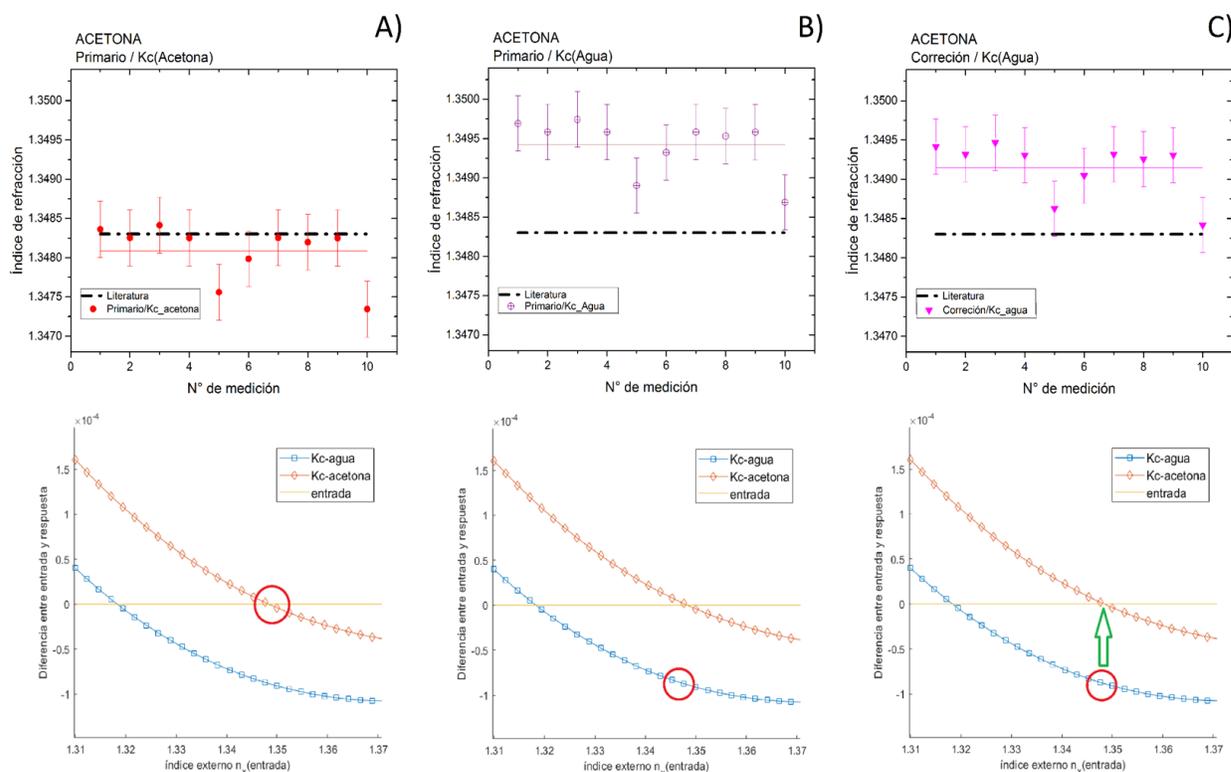


Figura 52. Distintas estimaciones para el índice de refracción, empleando compensaciones.

minuto. Para los coeficientes de calibración, se empleó un promedio de 50 espectros tomados en la misma secuencia consecutiva.

En general, la propuesta para corregir los errores sistemáticos de precisión, acercó los valores al valor de la literatura, comparados con el caso del modelo de 3-ondas. Sin embargo para el líquido igualador y la glicerina, los valores aun quedaron muy diferentes de los reportados en la literatura. Se obtuvieron buenos resultados al calibrar en el mismo medio, mostrando potencial alto para determinar impurezas o concentraciones en un mismo líquido.

Pese a las correcciones implementadas, existen discrepancia entre los valores de la literatura y los propuestos para los distintas estimaciones. La glicerina probablemente tenga concentraciones menores de pureza, lo que decrece su índice de refracción, pues fue adquirida de grado cosmético. Las demás sustancias, presentan sus desviaciones aceptables, por las condiciones y el desconocimiento de su caracterización exacta, es decir no se midió su índice por algún otro método extra. También solo se garantizaron cuatro decimales en la literatura, y se reportaron en la mayoría de los casos para una longitud de onda de 1550 nm, a 20°C; recordando que la longitud que

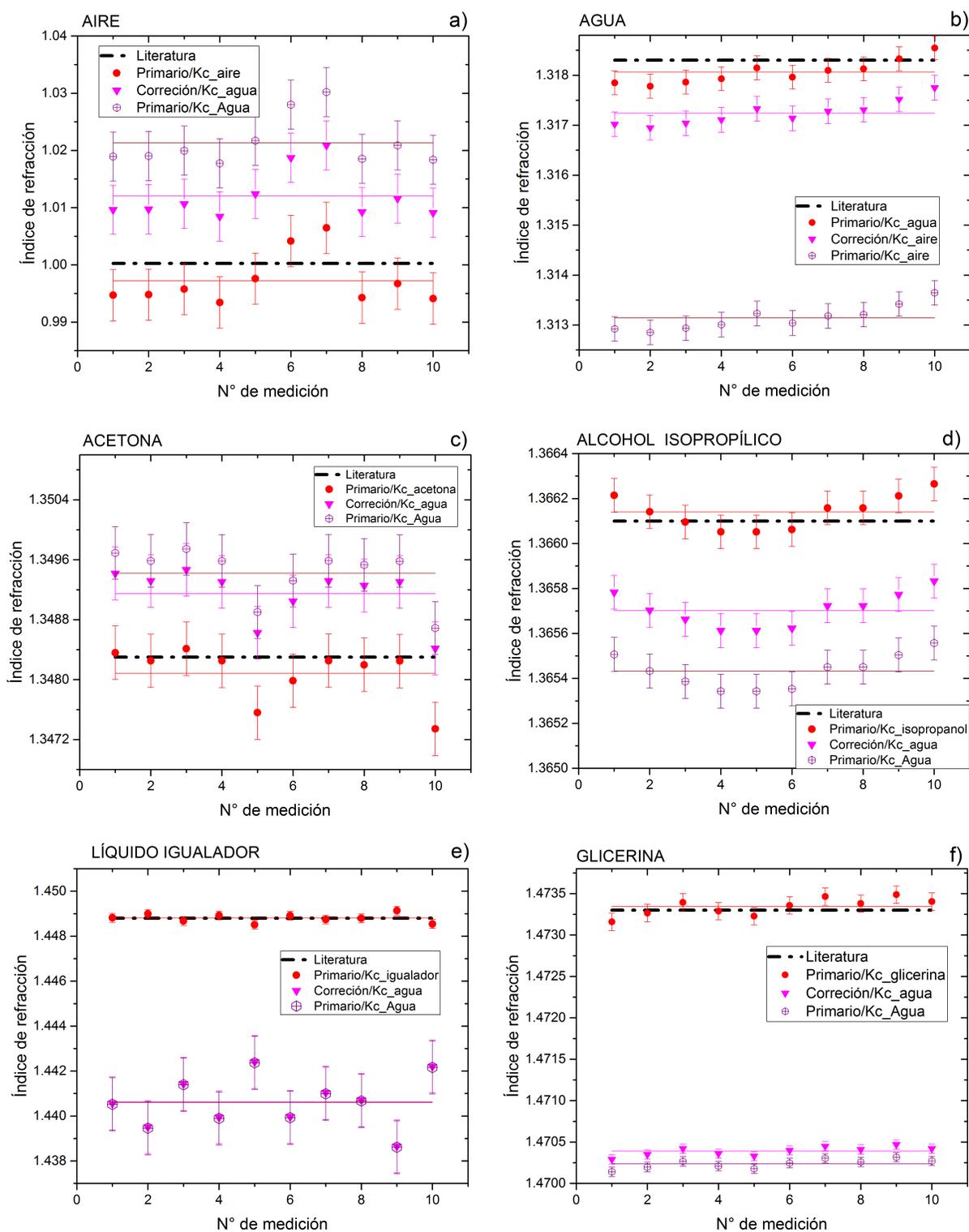


Figura 53. Distintas estimaciones para el índice de refracción, empleando compensaciones. a) aire, b) agua, c) acetona, d) alcohol isopropílico, e) líquido igualador y f) glicerina.

se empleo en nuestro caso fue de 1532 nm y la temperatura del laboratorio siempre se mantuvo ligeramente menor a los 18°C.

Por otra parte en algunos casos el pico a , resultado afectado por algo que parece corresponder a un proceso externo, como cambios en la temperatura, para el caso del aire, el alcohol y la acetona, donde se sigue un comportamiento con tendencia lineal en unas zonas, figura 53 a), b) y c). Lo que podría deberse mas concretamente al calentamiento local en el caso de los líquidos, por la potencia de la luz a la salida de la fibra; todos estos no analizados en detalle en el presente trabajo. O la saturación de los vapores en la zona de medición. Estos procesos afectan a la desviación en los datos y por ende a la resolución. El líquido de calibración y el aire, tuvieron las peores desviaciones, afectando al tercer decimal. Los demás medios garantizan al menos una exactitud hasta el tercer decimal. Para la glicerina se obtuvieron desviaciones de 10^{-5} en ambos picos.

En la tabla 8 se presenta un resumen de los valores promedios de los casos para el pico P_a , de las gráficas 53. En ella se distinguen como mejora el resultado.

Tabla 8. Resumen de los índices calculados de promedio de las estimaciones de los dos picos.

Medio	N_x	N_x corrección	N_x propio k_c	Literatura
Aire	1.02134	1.0120	0.9972	1.00027
Agua	1.31314	1.31724	1.31806	1.3183
Acetona	1.34942	1.34915	1.34809	1.3483
Alcohol	1.36543	1.3657	1.36614	1.3661
Igualador	1.4406	1.44065	1.4488	1.4488
Glicerina	1.47024	1.47039	1.47334	1.4733

Notamos que el valor más cercano a la literatura, como es de esperarse resulta para el caso donde se calculan los medios con una calibración en el mismo. Existen en nuestro sistema experimental, relaciones desconocidas con respecto a las dependencias espectrales de las rejillas, atenuaciones de los picos por su dependencia espectral al ruido, e inclusive cosas que se desconocen aún. Por esto la corrección que se hace al considerar un cálculo para un modelo con reflexiones múltiples, no es suficiente para tener la mejor exactitud. También debemos de considerar que la desviación promedio es 10^{-3} , y la diferencia entre los valores para la literatura ronda entre estos niveles. Considerar un valor no correcto para calibrar, arrastra errores en los resultados. De lo que se está exento para el caso de las demás estimaciones, no es necesario conocer

todos los valores de los medios a calibrar con antelación.

Otra manera alterna dadas las buenas precisiones logradas calibrando con el mismo medio a estimar o en sus cercanías; es realizar una curva de valores del coeficiente de calibración semi-continua, lograda mediante soluciones que permitan un cambio gradual en los índices, ya sea mezclando agua y azúcar, sal o glicerina. Esto permitiría escoger un coeficiente de calibración cercano al IR esperado del medio externo o realizar una medición en dos pasos como se proponía anteriormente, una con el modelo sin reflexiones múltiples, para localizar un valor preliminar del índice y así considerar la calibración más adecuada. Como no se realizó la curva experimental del coeficiente de calibración con soluciones de distinta densidad, se limitó a agregarse los resultados considerando su mismo medio para calibrar y observando el caso de acetona y alcohol, que tienen IR muy parecidos, para explorar la propuesta.

6.5.1. Discusiones

Existen una afectación del pico de referencia, que se comporta como describe los cálculos teóricos, con lo que se confirma la influencia de las reflexiones múltiples en nuestra configuración. La variación en el coeficiente de calibración es apreciada. Se tiene un valor mas alto para el caso del aire y valores mas bajos conforme el índice crece, por lo que se adjudica esta tendencia en los resultados a la presencia de las reflexiones múltiples. En el sistema existen también ruidos, y dependencias en las rejillas internas que cambian las reflexiones, que no son consideradas y pueden estar ocasionando estas discrepancias entre el ajuste de los datos teóricos y los resultados experimentales.

Al realizar estimaciones del valor para los índices externos, utilizando algunos de los diferentes valores de los coeficientes de calibración, se obtuvieron los resultados esperados, confirmando que cuando la estimación de índice se hace calibrada en el mismo medio o un medio cercano en su valor de índice (como lo fue con al acetona y el isopropanol), se tienen mejores resultados de precisión. Estos resultados nos indican que al menos es posible garantizar una mejor precisión si se realiza un barrido de soluciones, para generar una curva de calibración. La propuesta sería viable, si los demás parámetros de la configuración se mantienen o aseguran. Además se necesita-

ría un continuo de medios para calibrar según la zona que se deseé. Al mismo tiempo es ventajosa por que considera otro tipo de factores que no se consideraron en este estudio, pero presentes en el sistema físico. Esto no ocurre para la corrección según el modelo de múltiples reflexiones, y es necesario calibrar bien para encontrar los valores de r_1 y r_2 , pero si los mismos están sujetos a alguna dependencia desconocida, ocasionaría errores.

La resolución del sistema esta relacionada con las desviaciones presentadas, y en esta se tuvieron resultados cercanos a 10^{-5} , lo que nos sitúa entre los valores deseados y alcanzables, puesto que resoluciones mayores requerirán de un control fino de temperatura u otros factores. Las desviaciones disminuían conforme nos acercábamos al índice de la fibra, por las diferentes zonas de sensibilidad, dadas por la forma del coeficiente de Fresnel. Para valores cercanos a la fibra se tiene mayores sensibilidades, comparados para el aire.

En algunos de los líquidos, no puede asegurarse que la pureza sea igual a la reportada en la literatura con la que se realizaron las mediciones para lo valores tomados como referencia, pues las concentraciones y purezas de los materiales no se garantizaron, además de tener discrepancias en las temperaturas y longitudes de onda a las que se midieron. Por lo que pudieran explicarse algunas discrepancias entre los valores que obtuvimos de nuestros cálculos (Tabla 8).

Capítulo 7. Conclusiones

7.1. Conclusiones

1. Después analizar diferentes refractómetros de fibra óptica, como esquema de un refractómetro potencialmente más simple y económico, seleccionamos un esquema basado en la medición del coeficiente de reflexión de Fresnel de punta de la fibra utilizando un interferómetro de referencia formado por dos rejillas de Bragg de baja reflectancia y las cuales ubican en la vecindad inmediata del extremo de la fibra y usando un laser con barrido en frecuencia óptica.

2. Se desarrolló un modelo teórico de un refractómetro teniendo en cuenta múltiples reflexiones entre reflectores. Teniendo en cuenta los parámetros reales de los componentes utilizados, se realizaron experimentos informáticos para medir el índice de refracción de varios medios externos.

3. Se llevó a cabo el análisis de la influencia de las reflexiones múltiples y se determinaron los componentes que introducen errores sistemáticos considerables en los resultados de medición del índice de refracción de la sustancia externa. Se mostró que la magnitud de los errores depende de la magnitud del coeficiente de reflexión de los reflectores de referencia en la fibra óptica y también de la magnitud del coeficiente de reflexión en el extremo de medición de la fibra.

4. Se mostró que la influencia del coeficiente de reflexión de los reflectores de referencia en el error sistemático pueden reducirse significativamente usando un promedio de más de 2 picos de señal, ya que este factor introduce un error con un signo opuesto en las señales mencionadas.

5. Se demostró que el error sistemático disminuye si el refractómetro se calibra con un medio externo que tiene un índice de refracción cercano al supuesto para el líquido medido. Se propone un método de corrección de errores que utiliza el procesamiento en dos etapas de datos experimentales.

6. Se desarrolló, fabricó y probó experimentalmente un modelo de laboratorio de un refractómetro basado en un diodo láser DFB estándar para telecomunicaciones. Se usó una computadora portátil convencional para controlar el escaneo láser y registrar espectros de reflexión y procesamiento de datos.

7. Se realizaron experimentos para determinar las características básicas del prototipo, para calibrar y medir los índices de refracción de varias sustancias externas.

8. Los resultados experimentales confirmaron las predicciones hechas a base del análisis teórico. Se demostró la posibilidad de lograr una alta resolución y exactitud de medición al nivel de 2×10^{-5} .

7.2. Perspectivas

El refractómetro desarrollado tiene una configuración sencilla y costo potencial más reducido comparando con refractómetros comerciales de la misma clase por exactitud y resolución. Sin embargo, hay necesidad de realizar actividades adicionales para mejorar los parámetros alcanzables y estudiar la influencia de las propiedades de las sustancias en el comportamiento del refractómetro.

1. Desarrollar procesamiento de señales más sofisticado e incrementar velocidad de barrido espectral para incrementar frecuencia de señales y reducir influencia de flicker noise $1/f$ (ruido rosa).

2. Investigar influencia de esparcimiento de la luz en muestras (por ejemplo, en solución coloidal) a funcionamiento del refractómetro.

3. Investigar influencia de la potencia óptica a estabilidad de mediciones para líquidos con diferentes niveles de absorción.

Anexo

Tercer orden

El tercer orden se considera las ondas que se reflejen a lo más 3 veces en los espejos del cabezal de medición o en la punta. Los campos son nombrados con un subíndice T que denota este Tercer Orden, en las reflexiones. Los campos E_{T1} y E'_{T1} tienen trayectorias diferentes que resultan en los mismos caminos ópticos y amplitudes, por lo que solo se considerarán como el doble en los cálculos. A continuación se presentan las expresiones matemáticas que satisfacen ser de tercer orden o menor.

$$\begin{aligned}
 E_{P0}(t) &= E_0 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_i t)] \\
 E_{P1}(t) &= E_1 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_1)^2 + \omega_i(t - \tau_1))] \\
 E_{P2}(t) &= E_2 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_2)^2 + \omega_i(t - \tau_2))] \\
 E_{T1}(t) &= E_3 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_3)^2 + \omega_i(t - \tau_3))] \\
 E'_{T1}(t) &= E_3 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_3)^2 + \omega_i(t - \tau_3))] \\
 E_{T2}(t) &= E_4 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_4)^2 + \omega_i(t - \tau_4))] \\
 E_{T3}(t) &= E_5 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_5)^2 + \omega_i(t - \tau_5))] \\
 E_{T4}(t) &= E_6 \exp[-i(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_6)^2 + \omega_i(t - \tau_6))],
 \end{aligned}$$

siendo las nuevas amplitudes, dadas por:

$$\begin{aligned}
 E_0 &= V(t)r_1 \\
 E_1 &= V(t)(1 - r_1^2)r_2 \\
 E_2 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_m
 \end{aligned}$$

$$E_3 = V(t)(1 - r_1)^2(1 - r_2)^2 r_2 r_1 r_m$$

$$E_4 = V(t)(1 - r_1)^2 r_2^2 r_1$$

$$E_5 = V(t)(1 - r_1)^2(1 - r_2)^2 r_m^2 r_2$$

$$E_6 = V(t)(1 - r_1)^2(1 - r_2)^4 r_m^2 r_1,$$

y los desfases temporales, producto de la diferencia de caminos ópticos entre los reflectores, puede expresarse en los siguientes términos,

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{2n_f L_1}{c} \\ \tau_2 &= \frac{2n_f(L_1 + L_2)}{c} \\ \tau_3 &= \frac{2n_f \omega_c(2L_1 + L_2)}{c} \\ \tau_4 &= \frac{2n_f \omega_c 2L_1}{c} \\ \tau_5 &= \frac{2n_f \omega_c(L_1 + 2L_2)}{c} \\ \tau_6 &= \frac{2n_f \omega_c 2(2L_1 + 2L_2)}{c}. \end{aligned}$$

Se tendrá una interferencia entre seis campos, descritos por las ecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(t) &= [E_{P0}(t) + E_{P1}(t) + E_{P2}(t) + 2E_{T1}(t) + E_{T2}(t) + E_{T3}(t) + E_{T4}(t)] \\ &\quad [E_{P0}^*(t) + E_{P1}^*(t) + E_{P2}^*(t) + 2E_{T1}^*(t) + E_{T2}^*(t) + E_{T3}^*(t) + E_{T4}^*(t)]. \end{aligned}$$

Desarrollando y reacomodando términos, por lo que la expresión para la potencia, finalmente tomaría la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
P(t) = & |E_{P0}(t)|^2 + |E_{P1}(t)|^2 + |E_{P2}(t)|^2 + 4 |E_{T1}(t)|^2 + |E_{T2}(t)|^2 \\
& + |E_{T3}(t)|^2 + |E_{T4}(t)|^2 + 2E_0E_1^* \cos [\alpha(\tau_0 - \tau_1)t + \phi_{10}(t)] \\
& + 2E_0E_2^* \cos [\alpha(\tau_0 - \tau_2)t + \phi_{20}(t)] + 4E_0E_3^* \cos [\alpha(\tau_0 - \tau_3)t + \phi_{30}(t)] \\
& + 2E_0E_4^* \cos [\alpha(\tau_0 - \tau_4)t + \phi_{40}(t)] + 2E_0E_5^* \cos [\alpha(\tau_0 - \tau_5)t + \phi_{50}(t)] \\
& + 2E_0E_6^* \cos [\alpha(\tau_0 - \tau_6)t + \phi_{60}(t)] + 2E_1E_2^* \cos [\alpha(\tau_1 - \tau_2)t + \phi_{21}(t)] \\
& + 4E_1E_3^* \cos [\alpha(\tau_1 - \tau_3)t + \phi_{31}(t)] + 2E_1E_4^* \cos [\alpha(\tau_1 - \tau_4)t + \phi_{41}(t)] \\
& + 2E_1E_5^* \cos [\alpha(\tau_1 - \tau_5)t + \phi_{51}(t)] + 2E_1E_6^* \cos [\alpha(\tau_1 - \tau_6)t + \phi_{61}(t)] \\
& + 4E_2E_3^* \cos [\alpha(\tau_2 - \tau_3)t + \phi_{32}(t)] + 2E_2E_4^* \cos [\alpha(\tau_2 - \tau_4)t + \phi_{42}(t)] \\
& + 2E_2E_5^* \cos [\alpha(\tau_2 - \tau_5)t + \phi_{52}(t)] + 2E_2E_6^* \cos [\alpha(\tau_2 - \tau_6)t + \phi_{62}(t)] \\
& + 4E_3E_4^* \cos [\alpha(\tau_3 - \tau_4)t + \phi_{43}(t)] + 4E_3E_5^* \cos [\alpha(\tau_3 - \tau_5)t + \phi_{53}(t)] \\
& + 4E_3E_6^* \cos [\alpha(\tau_3 - \tau_6)t + \phi_{63}(t)] + 2E_4E_5^* \cos [\alpha(\tau_4 - \tau_5)t + \phi_{54}(t)] \\
& + 2E_4E_6^* \cos [\alpha(\tau_4 - \tau_6)t + \phi_{64}(t)] + 2E_5E_6^* \cos [\alpha(\tau_5 - \tau_6)t + \phi_{65}(t)]
\end{aligned}$$

En términos de las diferencias de camino óptico se escribirían como:

$$\begin{aligned}
P(t) = & |E_{P0}(t)|^2 + |E_{P1}(t)|^2 + |E_{P2}(t)|^2 + 2 |E_{T1}(t)|^2 + |E_{T2}(t)|^2 \\
& + |E_{T3}(t)|^2 + |E_{T4}(t)|^2 + 2E_0E_1^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{10}(t) \right] \\
& + 2E_0E_2^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{20}(t) \right] + 2E_0E_3^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + L_2) + \phi_{30}(t) \right] \\
& + 2E_0E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_1 + \phi_{40}(t) \right] + 2E_0E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{50}(t) \right] \\
& + 2E_0E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + 2L_2) + \phi_{60}(t) \right] + 2E_1E_2^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{21}(t) \right] \\
& + 2E_1E_3^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{31}(t) \right] + 2E_1E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{41}(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2E_1E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{51}(t) \right] + 2E_1E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{61}(t) \right] \\
& + 2E_2E_3^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{32}(t) \right] + 2E_2E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 - L_2) + \phi_{42}(t) \right] \\
& + 2E_2E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{52}(t) \right] + 2E_2E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{62}(t) \right] \\
& + 2E_3E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(-L_2) + \phi_{43}(t) \right] + 2E_3E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - L_1) + \phi_{53}(t) \right] \\
& + 2E_3E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{63}(t) \right] + 2E_4E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_2 - L_1) + \phi_{54}(t) \right] \\
& + 2E_4E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{64}(t) \right] + 2E_5E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{65}(t) \right]
\end{aligned}$$

Podemos notar que existen términos que coinciden en frecuencia: empatando con los términos que describirán a los picos de interés, que se definían en el modelo original como I_r , I_a e I_b , de las ecuaciones 50, en la sección 4.2.1. Esto significa, que bajo la consideración de este modelo de múltiples de reflexiones de primer orden, los picos de interés estarán modulados de la siguiente manera, en el espacio temporal.

$$\begin{aligned}
I_r^1 P &= 2E_{00}E_{01}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{10}(t) \right) + 2E_{01}E_{04}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{41}(t) \right) \\
& + 2E_{02}E_{03}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{32}(t) \right) + 2E_{05}E_{06}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{65}(t) \right) \\
I_a^P &= 2E_{00}E_{02}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2) + \phi_{20}(t) \right) + 2E_{02}E_{05}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2) + \phi_{52}(t) \right) \\
& + 2E_{03}E_{06}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2) + \phi_{63}(t) \right) \\
I_b^P &= 2E_{01}E_{02}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2 - L_1) + \phi_{21}(t) \right) + 2E_{01}E_{03}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1 + L_2) + \phi_{31}(t) \right) \\
& + 2E_{02}E_{06}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1 + L_2) + \phi_{62}(t) \right)
\end{aligned}$$

En estas expresiones, se han sumado los demás términos que coinciden en frecuencia con los expuestos. Notamos además los desfases también coinciden; es decir empatan en fase y frecuencia. Si factorizamos de modo que cada termino pueda ex-

presarse en su análogo con el modelo de tres ondas, tendríamos:

$$I_r^P = [E_{00}E_{01}^* + E_{01}E_{04}^* + E_{02}E_{03}^* + E_{05}E_{06}^*]2 \cos\left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c}(L_1) + \phi_{10}(t)\right)$$

$$I_a^P = [E_{00}E_{02}^* + E_{02}E_{05}^* + E_{03}E_{06}^*]2 \cos\left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c}(L_2) + \phi_{20}(t)\right)$$

$$I_b^P = [E_{01}E_{02}^* + E_{01}E_{03}^* + E_{02}E_{06}^*]2 \cos\left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c}(L_2 - L_1) + \phi_{21}(t)\right)$$

Quinto orden

El quinto orden se considera las ondas que se reflejen a lo más 5 veces en los espejos del cabezal de medición o en la punta. Los campos son nombrados con un subíndice Q que denota este Quinto, en las reflexiones. Los campos E_{Q1} y E'_{Q1} tienen trayectorias diferentes que resultan en los mismos caminos ópticos y amplitudes, por lo que solo se considerarán como el doble en los cálculos. A continuación se presentan las expresiones matemáticas que satisfacen ser de tercer orden o menor.

$$E_{P0}(t) = E_0 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_i t\right)\right]$$

$$E_{P1}(t) = E_1 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_1)^2 + \omega_i(t - \tau_1)\right)\right]$$

$$E_{P2}(t) = E_2 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_2)^2 + \omega_i(t - \tau_2)\right)\right]$$

$$E'_{T1}(t) = E_3 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_3)^2 + \omega_i(t - \tau_3)\right)\right]$$

$$E_{T2}(t) = E_4 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_4)^2 + \omega_i(t - \tau_4)\right)\right]$$

$$E_{T3}(t) = E_5 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_5)^2 + \omega_i(t - \tau_5)\right)\right]$$

$$E_{T4}(t) = E_6 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_6)^2 + \omega_i(t - \tau_6)\right)\right]$$

$$E_{Q1}(t) = E_7 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_8)^2 + \omega_i(t - \tau_8)\right)\right]$$

$$E_{Q2}(t) = E_8 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_9)^2 + \omega_i(t - \tau_9)\right)\right]$$

$$\begin{aligned}
E_{Q3}(t) &= E_9 \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_{10})^2 + \omega_i(t - \tau_{10})\right)\right] \\
E_{Q4}(t) &= E_{10} \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_{11})^2 + \omega_i(t - \tau_{11})\right)\right] \\
E_{Q5}(t) &= E_{11} \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_{12})^2 + \omega_i(t - \tau_{12})\right)\right] \\
E_{Q6}(t) &= E_{12} \exp\left[-i\left(\frac{1}{2}\alpha(t - \tau_{13})^2 + \omega_i(t - \tau_{13})\right)\right],
\end{aligned}$$

siendo las nuevas amplitudes, dadas por:

$$\begin{aligned}
E_0 &= V(t)r_1 \\
E_1 &= V(t)(1 - r_1^2)r_2 \\
E_2 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_m \\
E_3 &= V(t)(1 - r_1)^2(1 - r_2)^2r_2r_1r_m \\
E_4 &= V(t)(1 - r_1)^2r_2^2r_1 \\
E_5 &= V(t)(1 - r_1)^2(1 - r_2)^2r_m^2r_2 \\
E_6 &= V(t)(1 - r_1)^2(1 - r_2)^4r_m^2r_1 \\
E_7 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^2r_1^2r_m \\
E_8 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^2r_1r_m^2 \\
E_9 &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^2r_2r_1^2r_m^2 \\
E_{10} &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^3r_1^2 \\
E_{11} &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)r_2^2r_m^3 \\
E_{12} &= V(t)(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)^3r_1^2r_m^3,
\end{aligned}$$

y los desfases temporales, producto de la diferencia de caminos ópticos entre los reflectores, puede expresarse en los siguientes términos,

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{2n_f L_1}{c} \\ \tau_2 &= \frac{2n_f(L_1 + L_2)}{c} \\ \tau_3 &= \frac{2n_f \omega_c(2L_1 + L_2)}{c} \\ \tau_4 &= \frac{2n_f \omega_c 2L_1}{c} \\ \tau_5 &= \frac{2n_f \omega_c(L_1 + 2L_2)}{c} \\ \tau_6 &= \frac{2n_f \omega_c 2(2L_1 + 2L_2)}{c} \\ \tau_7 &= \frac{2n_f(3L_1 + L_2)}{c} \\ \tau_8 &= \frac{2n_f(2L_1 + 2L_2)}{c} \\ \tau_9 &= \frac{2n_f(3L_1 + 2L_2)}{c} \\ \tau_{10} &= \frac{2n_f 3L_1}{c} \\ \tau_{11} &= \frac{2n_f 3L_2}{c} \\ \tau_{12} &= \frac{2n_f(3L_1 + 3L_2)}{c} \end{aligned}$$

Se tendrá una interferencia entre seis campos, descritos por las ecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(t) &= [E_{P0}(t) + E_{P1}(t) + E_{P2}(t) + 2E_{T1}(t) + E_{T2}(t) + E_{T3}(t) + E_{T4}(t) \\ &\quad + 3E_{Q1}(t) + 2E_{Q2}(t) + 3E_{Q3}(t) + E_{Q4}(t) + E_{Q5}(t) + E_{Q6}(t)] \\ &\quad [E_{P0}^*(t) + E_{P1}^*(t) + E_{P2}^*(t) + 2E_{T1}^*(t) + E_{T2}^*(t) + E_{T3}^*(t) + E_{T4}^*(t) \\ &\quad + 3E_{Q1}^*(t) + 2E_{Q2}^*(t) + 3E_{Q3}^*(t) + E_{Q4}^*(t) + E_{Q5}^*(t) + E_{Q6}^*(t)]. \end{aligned}$$

Desarrollando y reacomodando términos, por lo que la expresión para la potencia, finalmente tomaría la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
P(t) = & |E_{P0}(t)|^2 + |E_{P1}(t)|^2 + |E_{P2}(t)|^2 + 4|E_{T1}(t)|^2 + |E_{T2}(t)|^2 + |E_{T3}(t)|^2 + |E_{T4}(t)|^2 \\
& + |E_{Q1}(t)|^2 + |E_{Q2}(t)|^2 + |E_{Q3}(t)|^2 + |E_{Q4}(t)|^2 + |E_{Q5}(t)|^2 + |E_{Q6}(t)|^2 \\
& + 2E_0E_1^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_1)t + \phi_{10}(t)] + 2E_0E_2^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_2)t + \phi_{20}(t)] \\
& + 4E_0E_3^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_3)t + \phi_{30}(t)] + 2E_0E_4^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_4)t + \phi_{40}(t)] \\
& + 2E_0E_5^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_5)t + \phi_{50}(t)] + 2E_0E_6^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_6)t + \phi_{60}(t)] \\
& + 2E_0E_7^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_7)t + \phi_{70}(t)] + 2E_0E_8^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_8)t + \phi_{80}(t)] \\
& + 2E_0E_9^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_9)t + \phi_{90}(t)] + 2E_0E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_{10})t + \phi_{100}(t)] \\
& + 2E_0E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_{11})t + \phi_{110}(t)] + 2E_0E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_0 - \tau_{12})t + \phi_{120}(t)] \\
& + 2E_1E_2^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_2)t + \phi_{21}(t)] + 4E_1E_3^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_3)t + \phi_{31}(t)] \\
& + 2E_1E_4^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_4)t + \phi_{41}(t)] + 2E_1E_5^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_5)t + \phi_{51}(t)] \\
& + 2E_1E_6^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_6)t + \phi_{61}(t)] + 2E_1E_7^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_7)t + \phi_{71}(t)] \\
& + 2E_1E_8^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_8)t + \phi_{81}(t)] + 2E_1E_9^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_9)t + \phi_{91}(t)] \\
& + 2E_1E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_{10})t + \phi_{101}(t)] + 2E_1E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_{11})t + \phi_{111}(t)] \\
& + 2E_1E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_1 - \tau_{12})t + \phi_{121}(t)] + 4E_2E_3^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_3)t + \phi_{32}(t)] \\
& + 2E_2E_4^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_4)t + \phi_{42}(t)] + 2E_2E_5^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_5)t + \phi_{52}(t)] \\
& + 2E_2E_6^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_6)t + \phi_{62}(t)] + 2E_2E_7^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_7)t + \phi_{72}(t)] \\
& + 2E_2E_8^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_8)t + \phi_{82}(t)] + 2E_2E_9^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_9)t + \phi_{92}(t)] \\
& + 2E_2E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_{10})t + \phi_{102}(t)] + 2E_2E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_{11})t + \phi_{112}(t)] \\
& + 2E_2E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_2 - \tau_{12})t + \phi_{122}(t)] + 4E_3E_4^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_4)t + \phi_{43}(t)] \\
& + 4E_3E_5^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_5)t + \phi_{53}(t)] + 4E_3E_6^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_6)t + \phi_{63}(t)] \\
& + 4E_3E_7^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_7)t + \phi_{73}(t)] + 4E_3E_8^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_8)t + \phi_{83}(t)] \\
& + 4E_3E_9^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_9)t + \phi_{93}(t)] + 4E_3E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_{10})t + \phi_{103}(t)] \\
& + 4E_3E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_{11})t + \phi_{113}(t)] + 4E_3E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_3 - \tau_{12})t + \phi_{123}(t)] \\
& + 2E_4E_5^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_5)t + \phi_{54}(t)] + 2E_4E_6^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_6)t + \phi_{64}(t)] \\
& + 2E_4E_7^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_7)t + \phi_{74}(t)] + 2E_4E_8^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_8)t + \phi_{84}(t)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2E_4E_9^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_9)t + \phi_{94}(t)] + 2E_4E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_{10})t + \phi_{104}(t)] \\
& + 2E_4E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_{11})t + \phi_{114}(t)] + 2E_4E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_4 - \tau_{12})t + \phi_{124}(t)] \\
& + 2E_5E_6^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_6)t + \phi_{65}(t)] + 2E_5E_7^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_7)t + \phi_{75}(t)] \\
& + 2E_5E_8^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_8)t + \phi_{85}(t)] + 2E_5E_9^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_9)t + \phi_{95}(t)] \\
& + 2E_5E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_{10})t + \phi_{105}(t)] + 2E_5E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_{11})t + \phi_{115}(t)] \\
& + 2E_5E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_5 - \tau_{12})t + \phi_{125}(t)] + 2E_6E_7^* \cos[\alpha(\tau_6 - \tau_7)t + \phi_{76}(t)] \\
& + 2E_6E_8^* \cos[\alpha(\tau_6 - \tau_8)t + \phi_{86}(t)] + 2E_6E_9^* \cos[\alpha(\tau_6 - \tau_9)t + \phi_{96}(t)] \\
& + 2E_6E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_6 - \tau_{10})t + \phi_{106}(t)] + 2E_6E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_6 - \tau_{11})t + \phi_{116}(t)] \\
& + 2E_6E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_6 - \tau_{12})t + \phi_{126}(t)] + 2E_7E_8^* \cos[\alpha(\tau_7 - \tau_8)t + \phi_{87}(t)] \\
& + 2E_7E_9^* \cos[\alpha(\tau_7 - \tau_9)t + \phi_{97}(t)] + 2E_7E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_7 - \tau_{10})t + \phi_{107}(t)] \\
& + 2E_7E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_7 - \tau_{11})t + \phi_{117}(t)] + 2E_7E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_7 - \tau_{12})t + \phi_{127}(t)] \\
& + 2E_8E_9^* \cos[\alpha(\tau_8 - \tau_9)t + \phi_{98}(t)] + 2E_8E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_8 - \tau_{10})t + \phi_{108}(t)] \\
& + 2E_8E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_8 - \tau_{11})t + \phi_{118}(t)] + 2E_8E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_8 - \tau_{12})t + \phi_{128}(t)] \\
& + 2E_9E_{10}^* \cos[\alpha(\tau_9 - \tau_{10})t + \phi_{109}(t)] + 2E_9E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_9 - \tau_{11})t + \phi_{119}(t)] \\
& + 2E_9E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_9 - \tau_{12})t + \phi_{129}(t)] + 2E_{10}E_{11}^* \cos[\alpha(\tau_{10} - \tau_{11})t + \phi_{1110}(t)] \\
& + 2E_{10}E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_{10} - \tau_{12})t + \phi_{1210}(t)] + 2E_{11}E_{12}^* \cos[\alpha(\tau_{11} - \tau_{12})t + \phi_{1211}(t)]
\end{aligned}$$

En términos de las diferencias de camino óptico se escribirían como:

$$\begin{aligned}
P(t) &= |E_{P0}(t)|^2 + |E_{P1}(t)|^2 + |E_{P2}(t)|^2 + 2|E_{T1}(t)|^2 + |E_{T2}(t)|^2 + |E_{T3}(t)|^2 + |E_{T4}(t)|^2 \\
&+ |E_{Q1}(t)|^2 + |E_{Q2}(t)|^2 + |E_{Q3}(t)|^2 + |E_{Q4}(t)|^2 + |E_{Q5}(t)|^2 + |E_{Q6}(t)|^2 \\
&+ 2E_0E_1^* \cos\left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c}\alpha L_1 + \phi_{10}(t)\right] + 2E_0E_2^* \cos\left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c}\alpha(L_1 + L_2) + \phi_{20}(t)\right] \\
&+ 2E_0E_3^* \cos\left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c}\alpha(2L_1 + L_2) + \phi_{30}(t)\right] + 2E_0E_4^* \cos\left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c}\alpha 2L_1 + \phi_{40}(t)\right] \\
&+ 2E_0E_5^* \cos\left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c}\alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{50}(t)\right] + 2E_0E_6^* \cos\left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c}\alpha(2L_1 + 2L_2) + \phi_{60}(t)\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2E_0E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(3L_1 + L_2) + \phi_{70}(t) \right] + 2E_0E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + 2L_2) + \phi_{80}(t) \right] \\
& + 2E_0E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(3L_1 + 2L_2) + \phi_{90}(t) \right] + 2E_0E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 3L_1 + \phi_{100}(t) \right] \\
& + 2E_0E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 3L_2 + \phi_{110}(t) \right] + 2E_0E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(3L_1 + 3L_2) + \phi_{120}(t) \right] \\
& + 2E_1E_2^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{21}(t) \right] + 2E_1E_3^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{31}(t) \right] \\
& + 2E_1E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{41}(t) \right] + 2E_1E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{51}(t) \right] \\
& + 2E_1E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{61}(t) \right] + 2E_1E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + L_2) + \phi_{71}(t) \right] \\
& + 2E_1E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{81}(t) \right] + 2E_1E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + 2L_2) + \phi_{91}(t) \right] \\
& + 2E_1E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_1 + \phi_{101}(t) \right] + 2E_1E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(3L_2 + L_1) + \phi_{111}(t) \right] \\
& + 2E_1E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + 3L_2) + \phi_{121}(t) \right] + 2E_2E_3^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{32}(t) \right] \\
& + 2E_2E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 - L_2) + \phi_{42}(t) \right] + 2E_2E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{52}(t) \right] \\
& + 2E_2E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{62}(t) \right] + 2E_2E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_1 + \phi_{72}(t) \right] \\
& + 2E_2E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{82}(t) \right] + 2E_2E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + L_2) + \phi_{92}(t) \right] \\
& + 2E_2E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - 2L_1) + \phi_{102}(t) \right] + 2E_2E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_2 - L_1) + \phi_{112}(t) \right] \\
& + 2E_2E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + 2L_2) + \phi_{122}(t) \right] + 2E_3E_4^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(-L_2) + \phi_{43}(t) \right] \\
& + 2E_3E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - L_1) + \phi_{53}(t) \right] + 2E_3E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{63}(t) \right] \\
& + 4E_3E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{73}(t) \right] + 4E_3E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{83}(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 4E_3E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{93}(t) \right] + 4E_3E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - L_1) + \phi_{103}(t) \right] \\
& + 4E_3E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_2 - 2L_1) + \phi_{113}(t) \right] + 4E_3E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{123}(t) \right] \\
& + 2E_4E_5^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_2 - L_1) + \phi_{54}(t) \right] + 2E_4E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{64}(t) \right] \\
& + 2E_4E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{74}(t) \right] + 2E_4E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{84}(t) \right] \\
& + 2E_4E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 2L_2) + \phi_{94}(t) \right] + 2E_4E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{104}(t) \right] \\
& + 2E_4E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(3L_2 - 2L_1) + \phi_{114}(t) \right] + 2E_4E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + 3L_2) + \phi_{124}(t) \right] \\
& + 2E_5E_6^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{65}(t) \right] + 2E_5E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 - L_2) + \phi_{75}(t) \right] \\
& + 2E_5E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{85}(t) \right] + 2E_5E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{95}(t) \right] \\
& + 2E_5E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 - 2L_2) + \phi_{105}(t) \right] + 2E_5E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - L_1) + \phi_{115}(t) \right] \\
& + 2E_5E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_1 + L_2) + \phi_{125}(t) \right] + 2E_6E_7^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 - L_2) + \phi_{76}(t) \right] \\
& + 2E_6E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 0 + \phi_{86}(t) \right] + 2E_6E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{96}(t) \right] \\
& + 2E_6E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 - 2L_2) + \phi_{106}(t) \right] + 2E_6E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - 2L_1) + \phi_{116}(t) \right] \\
& + 2E_6E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{126}(t) \right] + 2E_7E_8^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - L_1) + \phi_{87}(t) \right] \\
& + 2E_7E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{97}(t) \right] + 2E_7E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha - L_2 + \phi_{107}(t) \right] \\
& + 2E_7E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(2L_2 - 3L_1) + \phi_{117}(t) \right] + 2E_7E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 2L_2 + \phi_{127}(t) \right] \\
& + 2E_8E_9^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_1 + \phi_{98}(t) \right] + 2E_8E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 - 2L_2) + \phi_{108}(t) \right] \\
& + 2E_8E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - 2L_1) + \phi_{118}(t) \right] + 2E_8E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_1 + L_2) + \phi_{128}(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2E_9E_{10}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha - 2L_2 + \phi_{109}(t) \right] + 2E_9E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(L_2 - 3L_1) + \phi_{119}(t) \right] \\
& + 2E_9E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha L_2 + \phi_{129}(t) \right] + 2E_{10}E_{11}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha(3L_2 - 3L_1) + \phi_{1110}(t) \right] \\
& + 2E_{10}E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 3L_2 + \phi_{1210}(t) \right] + 2E_{11}E_{12}^* \cos \left[\frac{2n_f\omega_c^2}{c} \alpha 3L_1 + \phi_{1211}(t) \right] \quad (122)
\end{aligned}$$

Podemos notar que existen términos que coinciden en frecuencia: empatando con los términos que describirán a los picos de interés, que se definían en el modelo original como I_r , I_a e I_b , de las ecuaciones 50, en la sección 4.2.1. Esto significa, que bajo la consideración de este modelo de múltiples de reflexiones de primer orden, los picos de interés estarán modulados de la siguiente manera, en el espacio temporal.

$$\begin{aligned}
I_r^1 P &= 2E_{00}E_{01}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{10}(t) \right) + 2E_{01}E_{04}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{41}(t) \right) \\
& + 2E_{02}E_{03}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{32}(t) \right) + 2E_{05}E_{06}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1) + \phi_{65}(t) \right) \\
I_a^P &= 2E_{00}E_{02}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2) + \phi_{20}(t) \right) + 2E_{02}E_{05}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2) + \phi_{52}(t) \right) \\
& + 2E_{03}E_{06}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2) + \phi_{63}(t) \right) \\
I_b^P &= 2E_{01}E_{02}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_2 - L_1) + \phi_{21}(t) \right) + 2E_{01}E_{03}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1 + L_2) + \phi_{31}(t) \right) \\
& + 2E_{02}E_{06}^* \cos \left(\frac{2n_f\omega_c^2}{c} (L_1 + L_2) + \phi_{62}(t) \right)
\end{aligned}$$

En estas expresiones, se han sumado los demás términos que coinciden en frecuencia con los expuestos. Notamos además los desfases también coinciden; es decir empatan en fase y frecuencia. Si factorizamos de modo que cada termino pueda expresarse en su análogo con el modelo de tres ondas, tendríamos:

$$I_r^P = [E_{00}E_{01}^* + E_{01}E_{04}^* + E_{02}E_{03}^* + E_{05}E_{06}^*]2 \cos\left(\frac{2n_f\omega^2}{c}(L_1) + \phi_{10}(t)\right)$$

$$I_a^P = [E_{00}E_{02}^* + E_{02}E_{05}^* + E_{03}E_{06}^*]2 \cos\left(\frac{2n_f\omega^2}{c}(L_2) + \phi_{20}(t)\right)$$

$$I_b^P = [E_{01}E_{02}^* + E_{01}E_{03}^* + E_{02}E_{06}^*]2 \cos\left(\frac{2n_f\omega^2}{c}(L_2 - L_1) + \phi_{21}(t)\right)$$

Literatura citada

- Ababneh, A., Albataineh, Z., Dagamseh, A., Al-kofahi, I., Schäfer, B., Zengerle, T., Bauer, K., y Seidel, H. (2020). Optical characterization of sputtered aluminum nitride thin films—correlating refractive index with degree of c-axis orientation. *Thin Solid Films*, **693**: 137701.
- Akimoto, T., Sasaki, S., Ikebukuro, K., y Karube, I. (1999). Refractive-index and thickness sensitivity in surface plasmon resonance spectroscopy. *Applied Optics*, **38**(19): 4058–4064.
- Alawsi, S. M. K. (2017). Concentration sensor design using wavelength shift based photonic crystal fibre. *Iraqi Journal of Science*, pp. 2496–2503.
- Amos, B. (2006). Brewster conoscopy for the measurement of high refractive indices in gemstones. *Microscopy and Analysis*, **112**: 9.
- An, G., Li, S., Cheng, T., Yan, X., Zhang, X., Zhou, X., y Yuan, Z. (2019). Ultra-stable d-shaped optical fiber refractive index sensor with graphene-gold deposited platform. *Plasmonics*, **14**(1): 155–163.
- Aronne, G. y Malara, P. (2019). Fiber-optic refractometer for in vivo sugar concentration measurements of low-nectar-producing flowers. *New Phytologist*, **224**(2): 987–993.
- Ascorbe, J., Corres, J. M., Del Villar, I., y Matias, I. R. (2018). Fabrication of long period gratings by periodically removing the coating of cladding-etched single mode optical fiber towards optical fiber sensor development. *Sensors*, **18**(6): 1866.
- Avdoshin, E. (1990). Fiber-optic refractometer. *Measurement Techniques*, **33**(4): 330–332.
- Banerjee, A., Mukherjee, S., Verma, R. K., Jana, B., Khan, T. K., Chakroborty, M., Das, R., Biswas, S., Saxena, A., Singh, V., *et al.* (2007). Fiber optic sensing of liquid refractive index. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **123**(1): 594–605.
- Bannister, F. (1929). A relation between the density and refractive index of silicate glasses, with application to the determination of imitation gem-stones. *Mineralogical Magazine and Journal of the Mineralogical Society*, **22**(126): 136–154.
- Bano, A., Olivero, M., Perrone, G., y Vallan, A. (2018). Spr fiber based sensor for long-term monitoring of aqueous media. En: *2018 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*. IEEE, pp. 1–6.
- Bian, Q., Song, Z., Zhang, X., Yu, Y., y Chen, Y. (2018). Refractive index sensor based on optical fiber end face using pulse reference-based compensation technique. En: *Young Scientists Forum 2017*. International Society for Optics and Photonics, Vol. 10710, p. 107100D.
- Born, M. y Wolf, E. (2013). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier.
- Cañón, G. P., Sánchez, M. M., y Sánchez, M. T. M. (2012). Sistema internacional de unidades: resumen histórico y últimas propuestas. En: *Anales de la Real Sociedad Española de Química*. Real Sociedad Española de Química, número 3, pp. 236–240.

- Caucheteur, C., Voisin, V., y Albert, J. (2015). Near-infrared grating-assisted spr optical fiber sensors: design rules for ultimate refractometric sensitivity. *Optics express*, **23**(3): 2918–2932.
- Chaudhari, A. y Shaligram, A. (2002). Multi-wavelength optical fiber liquid refractometry based on intensity modulation. *Sensors and Actuators A: Physical*, **100**(2-3): 160–164.
- Chen, X., Xia, L., y Li, C. (2018). Surface plasmon resonance sensor based on a novel d-shaped photonic crystal fiber for low refractive index detection. *IEEE Photonics Journal*, **10**(1): 1–9.
- Chetia, D., Basumatary, T., Singh, H. K., y Bezboruah, T. (2018). A low-cost refractometer with misaligned optical fibers. En: *Advances in Communication, Devices and Networking*. Springer, pp. 419–428.
- Chiu, M.-H., Hsu, S.-N., y Yang, H. (2004). D-type fiber optic sensor used as a refractometer based on total-internal reflection heterodyne interferometry. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **101**(3): 322–327.
- Chugani, M. L., Samant, A. R., y Cerna, M. (1998). *LabVIEW signal processing*. Pearson Education.
- Cole Jr, C. F. (1994). Fiber optic refractometer. US Patent 5,311,274.
- Correia, R., James, S., Lee, S., Morgan, S., y Korposh, S. (2018). Biomedical application of optical fibre sensors. *Journal of Optics*, **20**(7): 073003.
- Dash, J. N. y Jha, R. (2015). Fabry–perot based strain insensitive photonic crystal fiber modal interferometer for inline sensing of refractive index and temperature. *Applied optics*, **54**(35): 10479–10486.
- Davis, T. M. y Wilson, W. D. (2000). Determination of the refractive index increments of small molecules for correction of surface plasmon resonance data. *Analytical biochemistry*, **284**(2): 348–353.
- del Rosario Bautista-Morales, M., Martínez-Manuel, R., y Pineda-Arellano, C. A. (2017). Overlapped fiber-optic michelson interferometers for simultaneous refractive index measurement at two sensing points. *Applied optics*, **56**(34): 9515–9519.
- Deng, M., Tang, C.-P., Zhu, T., Rao, Y.-J., Xu, L.-C., y Han, M. (2010). Refractive index measurement using photonic crystal fiber-based fabry-perot interferometer. *Applied Optics*, **49**(9): 1593–1598.
- Dib, L. y Barbosa, E. (2016). Immersed diffraction grating refractometers of liquids. *Applied Optics*, **55**(30): 8582–8588.
- Domanski, A. W., Roszko, M., y Swillo, M. (1997). Compact optical fiber refractive index differential sensor for salinity measurements. En: *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Sensing, Processing, Networking. IMTC Proceedings*. IEEE, Vol. 2, pp. 953–956.
- Duan, D.-w., Rao, Y.-j., y Zhu, T. (2012). High sensitivity gas refractometer based on all-fiber open-cavity fabry–perot interferometer formed by large lateral offset splicing. *JOSA B*, **29**(5): 912–915.

- Duque, M., Gómez, P., Pinilla, C., Duque, D., *et al.* (2006). Refractómetro de cubeta de sección cuadrada. *Revista Mexicana de Física E*, **52**(2): 172–176.
- Erokhin, A., Morachevskii, N., y Faizullof, F. (1978). Temperature dependence of the refractive index in condensed media. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, **47**: 699.
- Fernandes, D., Barreto, R. C., Macedo, A. G., Da Silva, J. C. C., y Kamikawachi, R. C. (2017). A simple equation to describe cross-sensitivity between temperature and refractive index in fiber bragg gratings refractometers. *IEEE Sensors Journal*, **18**(3): 1104–1110.
- Frazão, O., Silva, S. O., Viegas, J., Ferreira, L. A., Araújo, F. M., y Santos, J. L. (2011). Optical fiber refractometry based on multimode interference. *Applied Optics*, **50**(25): E184–E188.
- Freeman, J. J. (1958). *Principles of noise*. Wiley.
- Fundamentals, L. (1996). William t. silfvast.
- Goldman, S. (1967). Frequency analysis, modulation and noise.
- Gonchukov, S., Vakurov, M., y Yermachenko, V. (2006). Precise laser refractometry of liquids. *Laser Physics Letters*, **3**(6): 314.
- Gray, A. C., Jantzen, A., Gow, P. C., Smith, D. H., Gawith, C. B., Smith, P. G., y Holmes, C. (2018). Leaky mode integrated optical fibre refractometer. *Optics Express*, **26**(7): 9155–9164.
- Guo, T., Chen, C., Laronche, A., y Albert, J. (2008). Power-referenced and temperature-calibrated optical fiber refractometer. *IEEE Photonics Technology Letters*, **20**(8): 635–637.
- Homola, J. y Piliarik, M. (2006). Surface plasmon resonance (spr) sensors. En: *Surface plasmon resonance based sensors*. Springer, pp. 45–67.
- Homola, J., Yee, S. S., y Gauglitz, G. (1999). Surface plasmon resonance sensors. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **54**(1-2): 3–15.
- Íde, C. y Yüksel, K. (2018). Experimental investigation of refractive index measurement of common solvents and aqueous solutions in the infrared wavelengths.
- Ilev, I. (1995). Fiber-optic autocollimation refractometer. *Optics Communications*, **119**(5-6): 513–516.
- Johnstone, W., Thursby, G., Moodie, D., y McCallion, K. (1992). Fiber-optic refractometer that utilizes multimode waveguide overlay devices. *Optics Letters*, **17**(21): 1538–1540.
- Jorge, P. A., Silva, S. O., Gouveia, C., Tafulo, P., Coelho, L., Caldas, P., Viegas, D., Rego, G., Baptista, J. M., Santos, J. L., *et al.* (2012). Fiber optic-based refractive index sensing at inesc porto. *Sensors*, **12**(6): 8371–8389.
- Kano, H. y Kawata, S. (1994). Surface-plasmon sensor for absorption-sensitivity enhancement. *Applied Optics*, **33**(22): 5166–5170.

- Kano, H. y Kawata, S. (1995). Grating-coupled surface plasmon for measuring the refractive index of a liquid sample. *Japanese Journal of Applied Physics*, **34**(1R): 331.
- Kasunic, K. J. (2000). Comparison of kretschmann-raether angular regimes for measuring changes in bulk refractive index. *Applied Optics*, **39**(1): 61–64.
- Killinger, D. K. y Mooradian, A. (2013). *Optical and laser remote sensing*, Vol. 39. Springer.
- Kim, Y. H., Park, S. J., Jeon, S.-W., Ju, S., Park, C.-S., Han, W.-T., y Lee, B. H. (2012). Thermo-optic coefficient measurement of liquids based on simultaneous temperature and refractive index sensing capability of a two-mode fiber interferometric probe. *Optics Express*, **20**(21): 23744–23754.
- Klainer, S. M., Dandge, D. K., Butler, M., y Goswami, K. (1991). Fiber optic refractive index sensor using metal cladding. US Patent 5,026,139.
- Kong, L.-X., Zhang, Y.-X., Zhang, W.-G., Li, Z., Zhang, Y.-S., Yan, T.-Y., y Geng, P.-C. (2018). Temperature-independent micro-refractometer based on cascaded in-fiber air cavities with strain-error correction. *IEEE Sensors Journal*, **18**(21): 8773–8780.
- Kuhne, J. F., Rocha, A. M., de Oliveira, V., Kalinowski, H. J., y Kamikawachi, R. C. (2018). Experimental and numerical study on refractive index sensors based on fibre bragg gratings inscribed in multimode fibre. *Measurement Science and Technology*, **29**(2): 025102.
- Li, Y., Yan, G.-F., y He, S. (2018). Thin-core fiber sandwiched photonic crystal fiber modal interferometer for temperature and refractive index sensing. *IEEE Sensors Journal*, **18**(16): 6627–6632.
- Liang, H., Miranto, H., Granqvist, N., Sadowski, J. W., Viitala, T., Wang, B., y Yliperttula, M. (2010). Surface plasmon resonance instrument as a refractometer for liquids and ultrathin films. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **149**(1): 212–220.
- Liang, W., Huang, Y., Xu, Y., Lee, R. K., y Yariv, A. (2005). Highly sensitive fiber bragg grating refractive index sensors. *Applied Physics Letters*, **86**(15): 151122.
- Liao, C., Hu, T., y Wang, D. (2012). Optical fiber fabry-perot interferometer cavity fabricated by femtosecond laser micromachining and fusion splicing for refractive index sensing. *Optics Express*, **20**(20): 22813–22818.
- Lin, J.-Y., Chen, J.-H., Chen, K.-H., y Su, D.-C. (????). A new type of liquid refractometer.
- Lipskiy, V. A., Nazaryants, V. O., Kotereva, T. V., Bulanov, A. D., Gavva, V. A., Koltashev, V. V., Churbanov, M. F., y Plotnichenko, V. G. (2019). Refractive index spectral dependence, raman spectra, and transmission spectra of high-purity 72 ge, 73 ge, 74 ge, 76 ge, and nat ge single crystals. *Applied Optics*, **58**(27): 7489–7496.
- Lopez-Dieguez, Y., Estudillo-Ayala, J. M., Jauregui-Vazquez, D., Herrera-Piad, L. A., Sierra-Hernandez, J. M., Hernandez-Garcia, J. C., Bienchetti, M., Reyes-Ayona, J. R., y Rojas-Laguna, R. (2017). Tip fiber-optic intermodal interferometer for refractive index sensing. *IEEE Photonics Technology Letters*, **30**(1): 15–18.
- Lu, S.-H., Pan, S.-P., Liu, T.-S., y Kao, C.-F. (2007). Liquid refractometer based on immersion diffractometry. *Optics Express*, **15**(15): 9470–9475.

- Ma, Y., Qiao, X., Guo, T., Wang, R., Zhang, J., Weng, Y., Rong, Q., Hu, M., y Feng, Z. (2012). Reflective fiber-optic refractometer based on a thin-core fiber tailored bragg grating reflection. *Optics Letters*, **37**(3): 323–325.
- Marquez-Cruz, V. y Albert, J. (2015). High resolution nir tfbg-assisted biochemical sensors. *Journal of Lightwave Technology*, **33**(16): 3363–3373.
- Meedenya, M. y Coorey, R. (2012). Quality assessment of commercially available coconut oils in sri lanka using refractometry. En: *Proc. Tech. Sess.*. Vol. 28, pp. 37–44.
- Monk, P. R. y Costello, P. J. (1983). Measurement of yeast growth in grape juice with a fibre optic nephelometer. *The Journal of General and Applied Microbiology*, **29**(6): 467–475.
- Mudhana, G., Park, K. S., Ryu, S. Y., y Lee, B. H. (2010). Fiber-optic probe based on a bifunctional lensed photonic crystal fiber for refractive index measurements of liquids. *IEEE Sensors Journal*, **11**(5): 1178–1183.
- Nath, P., Singh, H., Datta, P., y Sarma, K. C. (2008). All-fiber optic sensor for measurement of liquid refractive index. *Sensors and Actuators A: Physical*, **148**(1): 16–18.
- Niu, P., Zhao, J., Zhang, C., Bai, H., Sun, X., y Bai, J. (2017). Reflective intensity-demodulated refractometer based on s fiber taper. *IEEE Photonics Technology Letters*, **30**(1): 55–58.
- Novais, S., Ferreira, M. S., y Pinto, J. L. (2018). Optical fiber fabry–perot tip sensor for detection of water–glycerin mixtures. *Journal of Lightwave Technology*, **36**(9): 1576–1582.
- Pathak, A., Parveen, S., y Gupta, B. D. (2018). Fibre optic spr sensor using functionalized cnts for the detection of smx: comparison with enzymatic approach. *Plasmonics*, **13**(1): 189–202.
- Pérez, M. A. A., Castrillón, A. S., y Castrillón, A. M. S. (2016). Desarrollo y ensayo de un sensor químico de fibra óptica para la medición de concentraciones de dióxido de carbono. *Tecnura: Tecnología y cultura afirmando el conocimiento*, **20**(50): 29–42.
- Pevac, S. y Donlagic, D. (2014). High resolution, all-fiber, micro-machined sensor for simultaneous measurement of refractive index and temperature. *Optics Express*, **22**(13): 16241–16253.
- Pham, X., Si, J., Chen, T., Wang, R., Yan, L., Cao, H., y Hou, X. (2018). Demodulation method for tilted fiber bragg grating refractometer with high sensitivity. *Journal of Applied Physics*, **123**(17): 174501.
- Pu, S., Luo, L., Tang, J., Mao, L., y Zeng, X. (2016). Ultrasensitive refractive-index sensors based on tapered fiber coupler with sagnac loop. *IEEE Photonics Technology Letters*, **28**(10): 1073–1076.
- Qiang, T. Z., Chiu, C. C., Chang, W. W., y Han, C. L. (2013). Fiber optic refractometer based on cladding excitation of localized surface plasmon resonance, photonics technology letters. *IEEE*, **25**: 556–559.

- Quero, G., Crescitelli, A., Paladino, D., Consales, M., Buosciolo, A., Giordano, M., Cutolo, A., y Cusano, A. (2011). Evanescent wave long-period fiber grating within d-shaped optical fibers for high sensitivity refractive index detection. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **152**(2): 196–205.
- Reddy, M. S., Nayeem, S. M., Raju, K., y Babu, B. H. (2016). The study of solute–solvent interactions in 1-ethyl-3-methylimidazolium tetrafluoroborate+ 2-ethoxyethanol from density, speed of sound, and refractive index measurements. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, **124**(2): 959–971.
- Rodríguez, A. R., Camacho, D. M., Gutiérrez, K. G., May-Arriola, D., Cruz, R. D., Maestro, I. M., y Zamarreño, C. R. (2013). Rum adulteration detection using an optical fiber sensor based on multimodal interference (mmi). *Óptica Pura y Aplicada*, **46**(4): 345–352.
- Rong, Q., Qiao, X., Wang, R., Sun, H., Hu, M., y Feng, Z. (2012). High-sensitive fiber-optic refractometer based on a core-diameter-mismatch mach–zehnder interferometer. *IEEE Sensors Journal*, **12**(7): 2501–2505.
- Ronot-Trioli, C., Trouillet, A., Veillas, C., y Gagnaire, H. (1996). Monochromatic excitation of surface plasmon resonance in an optical-fibre refractive-index sensor. *Sensors and Actuators A: Physical*, **54**(1-3): 589–593.
- Roy, S. (1999). Fiber optic sensor for determining adulteration of petrol and diesel by kerosene. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **55**(2-3): 212–216.
- Sadowski, J. W. (1995). Refractometry by means of surface plasmon resonance. En: *Refractometry*. International Society for Optics and Photonics, Vol. 2208, pp. 179–181.
- Schlangen, S., Bremer, K., Zheng, Y., Böhm, S., Steinke, M., Wellmann, F., Neumann, J., Roth, B., y Overmeyer, L. (2018). Long-period gratings in highly germanium-doped, single-mode optical fibers for sensing applications. *Sensors*, **18**(5): 1363.
- Semencha, A., Dronova, M. G., Klinkov, V., Osipov, A., y Mistry, J. (2019). Effective diagnostics of internal defects of diamonds in the near infrared range on the basis of immersion medium made from low-melting chalcogenide glass. En: *Key Engineering Materials*. Trans Tech Publ, Vol. 822, pp. 848–855.
- Shlyagin, M., Manuel, R. M., y Esteban, Ó. (2013). Optical-fiber self-referred refractometer based on fresnel reflection at the fiber tip. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **178**: 263–269.
- Stihler, C., Jauregui, C., Tünnermann, A., y Limpert, J. (2018). Phase-shift evolution of the thermally-induced refractive index grating in high-power fiber laser systems induced by pump-power variations. *Optics Express*, **26**(15): 19489–19497.
- Suhadolnik, A., Babnik, A., y Možina, J. (1995). Optical fiber reflection refractometer. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **29**(1-3): 428–432.
- Tan, R. X., Yap, S. H. K., Tan, Y. C., Tjin, S. C., Ibsen, M., Yong, K. T., y Lai, W. J. (2018). Functionalized fiber end superstructure fiber bragg grating refractive index sensor for heavy metal ion detection. *Sensors*, **18**(6): 1821.

- Tang, Y., Zeng, X., y Liang, J. (2010). Surface plasmon resonance: an introduction to a surface spectroscopy technique. *Journal of Chemical Education*, **87**(7): 742–746.
- Tavassoly, M. T., Naraghi, R. R., Nahal, A., y Hassani, K. (2012). High precision refractometry based on fresnel diffraction from phase plates. *Optics Letters*, **37**(9): 1493–1495.
- Tentori, D., Camacho, J., y López-Famozo, C. (1993). High accuracy refractometry using reflectometry: practical limitations. *Optics Communications*, **103**(1-2): 15–21.
- Tien, C.-L., Lin, H.-Y., y Su, S.-H. (2018). High sensitivity refractive index sensor by d-shaped fibers and titanium dioxide nanofilm. *Advances in Condensed Matter Physics*, **2018**.
- Tikhonov, E., Ivashkin, V., y Ljamec, A. (2012). Reflection refractometry for nearly normal incidence and at the brewster angle. *Journal of Applied Spectroscopy*, **79**(1): 148–156.
- Torres, V., Beruete, M., Sánchez, P., y Del Villar, I. (2016). Indium tin oxide refractometer in the visible and near infrared via lossy mode and surface plasmon resonances with kretschmann configuration. *Applied Physics Letters*, **108**(4): 043507.
- Tumolo, T., Angnes, L., y Baptista, M. S. (2004). Determination of the refractive index increment (dn/dc) of molecule and macromolecule solutions by surface plasmon resonance. *Analytical biochemistry*, **333**(2): 273–279.
- Turan, J., Carome, E. F., y Ovsenik, L. (2001). Fiber optic refractometer for liquid index of refraction measurements. En: *5th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service. TELSIKS 2001. Proceedings of Papers (Cat. No. 01EX517)*. IEEE, Vol. 2, pp. 489–492.
- Walch, N., Scharl, T., Felföldi, E., Sauer, D. G., Melcher, M., Leisch, F., Dürauer, A., y Jungbauer, A. (2019). Prediction of the quantity and purity of an antibody capture process in real time. *Biotechnology Journal*, **14**(7): 1800521.
- Wang, B.-T. y Wang, Q. (2018). An interferometric optical fiber biosensor with high sensitivity for igg/anti-igg immunosensing. *Optics Communications*, **426**: 388–394.
- Wang, D., Tong, J., Jin, B., Wang, Y., y Zhang, M. (2018). Optical fiber liquid refractive index sensor based on fresnel reflection of anti-stokes light. *Sensors and Actuators A: Physical*, **279**: 140–144.
- Wang, G., Wang, C., Yang, R., Liu, W., y Sun, S. (2017). A sensitive and stable surface plasmon resonance sensor based on monolayer protected silver film. *Sensors*, **17**(12): 2777.
- Wang, P., Brambilla, G., Ding, M., Semenova, Y., Wu, Q., y Farrell, G. (2011). High-sensitivity, evanescent field refractometric sensor based on a tapered, multimode fiber interference. *Optics letters*, **36**(12): 2233–2235.
- Wei, T., Han, Y., Li, Y., Tsai, H.-L., y Xiao, H. (2008). Temperature-insensitive miniaturized fiber inline fabry-perot interferometer for highly sensitive refractive index measurement. *Optics Express*, **16**(8): 5764–5769.

- Wu, C., Liu, Z., Zhang, A. P., Guan, B.-O., y Tam, H.-Y. (2014). In-line open-cavity fabry-pérot interferometer formed by c-shaped fiber forttemperature-insensitive refractive index sensing. *Optics express*, **22**(18): 21757–21766.
- Wu, J., Yao, M., Xiong, F., Zhang, A. P., Tam, H.-Y., y Wai, P. (2018a). Optical fiber-tip fabry-perot interferometric pressure sensor based on an in situ μ -printed air cavity. *Journal of Lightwave Technology*, **36**(17): 3618–3623.
- Wu, W.-T., Chen, C.-H., Chiang, C.-Y., y Chau, L.-K. (2018b). Effect of surface coverage of gold nanoparticles on the refractive index sensitivity in fiber-optic nanoplasmonic sensing. *Sensors*, **18**(6): 1759.
- Xu, B., Yang, Y., Jia, Z., y Wang, D. (2017). Hybrid fabry-perot interferometer for simultaneous liquid refractive index and temperature measurement. *Optics express*, **25**(13): 14483–14493.
- Yadav, T., Narayanaswamy, R., Bakar, M. A., Kamil, Y. M., y Mahdi, M. (2014). Single mode tapered fiber-optic interferometer based refractive index sensor and its application to protein sensing. *Optics Express*, **22**(19): 22802–22807.
- Yariv, A. y Yeh, P. (1984). *Optical waves in crystals. propagation and control of laser radiation*. new york: Johl wiley & sons.
- Yuan, J., Zhao, C., Ye, M., Kang, J., Zhang, Z., y Jin, S. (2014). A fresnel reflection-based optical fiber sensor system for remote refractive index measurement using an otdr. *Photonic Sensors*, **4**(1): 48–52.
- Yusmawati, W., Chuah, H., y Mahmood, M. (2007). Optical properties and sugar content determination of commercial carbonated drinks using surface plasmon resonance. *American Journal of Applied Science*, **4**(1): 01–04.
- Zamarreño, C., Lopez, S., Hernaez, M., Del Villar, I., Matias, I., y Arregui, F. (2011). Optical fiber refractometers based on indium tin oxide coatings with response in the visible spectral region. *Procedia Engineering*, **25**: 499–502.
- Zhang, C., Xu, S., Zhao, J., Li, H., Bai, H., y Miao, C. (2017a). Differential intensity modulation refractometer based on sns structure cascaded two fbgs. *IEEE Photonics Journal*, **9**(3): 1–8.
- Zhang, X. y Peng, W. (2014). Fiber optic refractometer based on leaky-mode interference of bent fiber. *IEEE Photonics Technology Letters*, **27**(1): 11–14.
- Zhang, X. y Peng, W. (2015). Bent-fiber intermodal interference based dual-channel fiber optic refractometer. *Optics Express*, **23**(6): 7602–7610.
- Zhang, Y., Lin, B., Tjin, S. C., Zhang, H., Wang, G., Shum, P., y Zhang, X. (2010). Refractive index sensing based on higher-order mode reflection of a microfiber bragg grating. *Optics Express*, **18**(25): 26345–26350.
- Zhang, Y., Wang, F., Qian, S., Liu, Z., Wang, Q., Gu, Y., Wu, Z., Jing, Z., Sun, C., y Peng, W. (2017b). A novel fiber optic surface plasmon resonance biosensors with special boronic acid derivative to detect glycoprotein. *Sensors*, **17**(10): 2259.
- Zhang, Z., Guo, T., y Guan, B.-O. (2019). Reflective fiber-optic refractometer using broadband cladding mode coupling mediated by a tilted fiber bragg grating and an in-fiber mirror. *Journal of Lightwave Technology*, **37**(11): 2815–2819.

- Zhao, C.-L., Li, J., Zhang, S., Zhang, Z., y Jin, S. (2013). Simple fresnel reflection-based optical fiber sensor for multipoint refractive index measurement using an awg. *IEEE Photonics Technology Letters*, **25**(6): 606–608.
- Zhou, W., Zhou, Y., y Albert, J. (2017). A true fiber optic refractometer. *Laser & Photonics Reviews*, **11**(1): 1600157.
- Zilio, S. (2012). A simple method to measure critical angles for high-sensitivity differential refractometry. *Optics Express*, **20**(2): 1862–1867.
- Zubiate, P., Zamarreño, C., Del Villar, I., Matias, I., y Arregui, F. (2015). High sensitive refractometers based on lossy mode resonances (lmrs) supported by ito coated d-shaped optical fibers. *Optics Express*, **23**(6): 8045–8050.