TESIS DEFENDIDA POR

Victor Hugo Diaz Ramirez

Y aprobada por el siguiente comité:

Dr. Vitaly Kober

Director del Comité

Dr. Josué Álvarez Borrego

Miembro del Comité

Dr. Andrei Tchernykh Graboskaya

Miembro del Comité

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva

Miembro del Comité

Dr. Ángel Sauceda Carvajal

Miembro del Comité

Dr. Pedro Gilberto López Mariscal

Coordinador del Posgrado en Ciencias en Ciencias de la Computación

Dr. David Hilario Covarrubias

Encargado del Despacho de la Dirección de Posgrado

20 de Noviembre del 2007.

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN
SUPERIOR DE ENSENADA

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Métodos opto-digitales adaptativos para el reconocimiento de patrones en tiempo-real

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

Victor Hugo Diaz Ramirez

Ensenada, Baja California, México. Noviembre del 2007.

RESUMEN de la tesis de **Victor Hugo Diaz Ramirez**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de DOCTOR EN CIENCIAS en CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN. Ensenada, B. C. Noviembre del 2007.

Métodos opto-digitales adaptativos para el reconocimiento de patrones en tiempo-real

Resumen aprobado por:

Dr. Vitaly Kober

Director de Tesis

El reconocimiento de patrones, es una de las áreas más investigadas dentro del procesamiento de imágenes. El creciente interés por diseñar métodos efectivos de reconocimiento de objetos, radica en la necesidad de procesar imágenes de alta resolución cada vez más complejas, en sistemas automáticos de alta velocidad. Los correladores opto-digitales, son una excelente alternativa para el reconocimiento de objetos en tiempo-real. Sin embargo, los filtros de correlación existentes, son sensibles a diferentes perturbaciones de la imagen de entrada. En esta tesis, proponemos dos nuevas arquitecturas opto-digitales que permiten llevar a cabo el reconocimiento de patrones en tiempo real, con invariancia a distorsiones de la escena como rotaciones y cambios de escala de los objetos, presencia de ruido del sensor, ruido del fondo, e iluminación no-homogénea. En estos casos, los filtros clásicos tienen un desempeño pobre. El primer esquema propuesto consiste en un correlador de transformada conjunta que es diseñado con la ayuda de un algoritmo iterativo. Usando un enfoque adaptativo, el algoritmo toma en cuenta la información a priori de los patrones involucrados, así como de los elementos opto-electrónicos utilizados en arreglo experimental. De esta forma, un valor predefinido de capacidad de discriminación puede garantizarse. El segundo esquema consiste en un correlador adaptativo de transformada conjunta con entrada sólo-fase. En este caso sólo se necesita de una correlación óptica para obtener la salida deseada. El desempeño de los métodos propuestos, es comparado con las técnicas de correlación existentes en términos de diferentes métricas de desempeño. Los resultados experimentales obtenidos concuerdan en gran medida con las simulaciones por computadora realizadas.

Palabras clave: Reconocimiento de patrones, filtros adaptativos de correlación, funciones discriminantes sintéticas, procesadores opto-digitales, correlador de transformada conjunta, moduladores espaciales de luz.

ABSTRACT of the thesis presented by **Victor Hugo Diaz Ramirez**, as a partial requirement to obtain the DOCTOR degree in COMPUTER SCIENCES. Ensenada, B. C. November 2007.

Adaptive optodigital methods for real-time pattern recognition

Abstract approved by:

Dr. Vitaly Kober

Thesis director

Pattern recognition is a very important area of image processing. Many different filters for pattern recognition based on correlation were proposed. One of the reasons of such growing interest to design effective methods for object recognition stems from the need to process large images in automated systems at high rate. Optodigital correlators are attractive techniques for real-time pattern recognition. However, common correlation filters are very sensitive to different distortions at the input scene. In this thesis, two new optodigital processing architectures for reliable distortion-invariant pattern recognition in real-time are proposed. The considered distortions are in-plane rotations and scale-changes of objects, presence of additive sensor's noise, background noise, and nonuniform illumination conditions. In such circumstances, conventional correlation filters yield a poor performance. The first proposed optodigital scheme is an adaptive joint transform correlator, which is designed with the help of an iterative algorithm. Exploiting an adaptive approach, the algorithm takes into account a priori information about patterns to be recognized, false objects and background to be rejected as well as characteristics of optoelectronics elements used in the optical setup. In this way, a given value of discrimination capability is guaranteed. The second scheme is the adaptive phase-input joint transform correlator. In this processor, only one optical correlation is needed to obtain a desired output. The performance of the both architectures is compared with those of various common techniques in terms of different performance measures. The obtained experimental results demonstrate a very good accordance with computer simulations.

Keywords: Pattern recognition, adaptive correlation filters, synthetic discriminant functions, optodigital processors, joint transform correlator, spatial light modulators.

A Susana
A mi familia
A la memoria de mi padre

Agradecimientos

Agradezco sinceramente:

Al Dr.Vitaly Kober, por confiar en mi y por su excelente trabajo como director de tesis.

Al Dr. Josúe Álvarez, por sus valiosos consejos y su importante colaboración.

A los Doctores Hugo Hidalgo, Andrei Tchernyk, y Ángel Sauceda, por sus valiosas sugerencias en la revisión de esta tesis.

A Susana, por su amor y su compañia incondicional.

A mis madre Armida, y a mis hermanos: Arnoldo, Patty y Jorge, por siempre estar conmigo en las buenas y en las malas, por su apoyo incondicional, por ser mi familia.

A mis compañeros y amigos: Leonardo, Jesus, Everardo, Moises, Juan, Selene, Dulce, Ángel, Erika, por su sincera amistad.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnologia (CONACYT), por el apoyo economico brindado.

A todas las personas que de alguna manera cotribuyeron al desarrollo de esta tesis.

Ensenada, México
20 de Noviembre del 2007.

Victor Hugo Diaz Ramirez

Tabla de Contenido

Sección Página

Resumen **ii**
Abstract **iii**
Agradecimientos **iv**
Tabla de Contenido **vi**
Lista de Figuras **ix**
Lista de Tablas **xiii**
Tabla de Símbolos **xiv**
I Introducción **1**
I.1 Objetivo general 4
I.2 Organización de la Tesis 5
II Base Teórica **7**
II.1 Teoría de los sistemas lineales 7
II.2 Transformada de Fourier 8
II.2.1 Transformada de Fourier de señales discretas 9
II.2.2 Reconstrucción de una imagen a partir de sus muestras 11
II.2.3 Transformada discreta de Fourier 12
II.3 Naturaleza de la luz 14
II.4 Teoría escalar de la difracción 15
II.5 Óptica de Fourier 18
II.6 Polarización de la luz 22
III Reconocimiento de patrones en tiempo-real **29**
III.1 Localización de objetos en imágenes 29
III.2 Modelos de imagen 31
III.2.1 Modelo aditivo 31
III.2.2 Modelo multiplicativo 32
III.2.3 Modelo disjunto 32
III.3 Arquitecturas de procesamiento óptico de información 34
III.3.1 Procesador 4f 34
III.3.2 Correlador de transformada conjunta (JTC) 36
III.4 Métricas de desempeño 39
III.5 Técnicas de Correlación 41
III.5.1 Filtros de Correlación 41
III.5.2 Correladores de transformada conjunta (JTC) 52
IV Moduladores espaciales de luz **58**
IV.1 Pantallas de cristal líquido (LCDs) 58
IV.1.1 Descripción de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal 59

Tabla de Contenido (Continuación)

Sección Página

IV.1.2 Transmitancia de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal . . . 68
IV.1.3 Transmitancia de una LCD con estructura helicoidal . . . 70
IV.1.4 Régimen de modulación sólo-amplitud . . . 71
IV.1.5 Régimen de modulación sólo-fase . . . 73
IV.2 Caracterización de los moduladores LCD en los regímenes de modulación de amplitud y fase . . . 74
IV.2.1 Calibración de modulación sólo-amplitud . . . 76
IV.2.2 Calibración de modulación sólo-fase . . . 77
V Métodos Adaptativos de Transformada Conjunta 80
V.1 Correlador adaptativo de transformada conjunta . . . 81
V.2 Implementación optodigital . . . 84
V.2.1 Método de descomposición bipolar . . . 84
V.2.2 Método de suma de bias . . . 85
V.3 Resultados . . . 88
V.3.1 Calibración de dispositivos . . . 88
V.3.2 Resultados con simulaciones por computadora . . . 89
V.3.3 Resultados experimentales . . . 94
V.3.4 Resultados del método de descomposición bipolar . . . 95
V.3.5 Resultados del método de suma de bias . . . 96
V.4 Correlador adaptativo de transformada conjunta con entrada sólo-fase (APIJTC) . . . 100
V.4.1 Funciones discriminantes sintéticas solo-fase . . . 101
V.4.2 Diseño de la imagen de referencia . . . 105
V.4.3 Implementación optodigital . . . 106
V.5 Resultados . . . 107
V.5.1 Calibración de dispositivos . . . 107
V.5.2 Resultados con simulaciones por computadora . . . 108
V.5.3 Resultados experimentales . . . 114
V.6 Invariancia a iluminación no-homogénea . . . 115
V.7 Modelos de iluminación . . . 117
V.8 Reconocimiento de patrones en condiciones no-homogéneas de iluminación . . . 119
V.9 Resultados con simulaciones por computadora . . . 121
V.10 AJTC con invariancia a iluminación . . . 126
V.11 Aplicaciones . . . 129
V.11.1 Detección y clasificación de múltiples objetos . . . 129

Tabla de Contenido (Continuación)

Sección Página

V.11.2 Reconocimiento de partículas biológicas 133

VI Conclusiones **137**

Lista de Figuras

Figura		Página
1	Diagrama a bloques de un sistema lineal.	7
2	Teoría escalar de la difracción.	16
3	Diagrama a bloques equivalente a la propagación de la luz en el espacio libre.	17
4	Sistema óptico para generar transformadas de Fourier.	18
5	Diagrama a bloques del sistema de la Fig. 4	19
6	Resolución espacial de un sistema óptico.	20
7	Criterio de resolución de Rayleight.	21
8	(a) Estructura molecular de un cristal uniaxial. (b) Geometría de un cristal uniaxial.	26
9	Imagen bajo el modelo aditivo.	32
10	Imagen bajo el modelo multiplicativo.	33
11	Imagen bajo el modelo disjunto.	33
12	Diagrama a bloques del procesador 4f.	35
13	Implementación en óptica del procesador 4f.	35
14	Diagrama a bloques del correlador de transformada conjunta.	36
15	Implementación óptica del correlador de transformada conjunta.	37
16	Diagrama a bloques del JTC no-lineal (NLJTC).	53
17	Diagrama a bloques del JTC con ajuste de franjas (FAJTC).	54
18	Diagrama a bloques del JTC con entrada sólo-fase (PIJTC).	55
19	Estructura helicoidal de una celda de cristal líquido.	60
20	Organización molecular de una celda LCD con estructura helicoidal.	64
21	(a) Distribución del ángulo de giro en presencia de voltaje; (b) Distribución del ángulo de inclinación en presencia de voltaje.	65
22	Modelo diferencial: (a) Distribución del ángulo de giro en presencia de voltaje; (b) Distribución del ángulo de inclinación en presencia de voltaje.	66
23	Esquema óptico básico de un modulador LCD.	68
24	Estructura física de una pantalla de cristal líquido.	71
25	Operación de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal, en el régimen de modulación sólo-amplitud. (a) Cuando $V_{in} = 0$; (b) Cuando $V_{in} = V_{max}$.	72
26	Operación de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal, en el régimen de modulación sólo-fase. (a) Cuando $V_{in} = 0$; (b) Cuando $V_{in} = V_{max}$.	75
27	Arreglo experimental para determinar la dirección del director molecular del modulador.	76

Lista de Figuras (Continuación)

Figura		Página
28	Arreglo experimental para realizar la calibración de una LCD en el régimen de modulación sólo-fase.	77
29	Algoritmo de diseño del JTC adaptativo.	83
30	Implementación optodigital de JTC adaptativo.	88
31	Respuesta en intensidad del LCD.	89
32	Escena de entrada para el JTC adaptativo.	89
33	Intensidad del plano de correlación para la escena de la Fig. 32, obtenido con: (a) JTC binario; (b) JTC con ajuste de franjas.	90
34	Imagen de referencia obtenida con el algoritmo de diseño del JTC adaptativo.	91
35	Intensidad del plano de correlación obtenido con el JTC adaptativo.	91
36	Escena de entrada para el JTC adaptativo.	92
37	Imagen de referencia para el JTC adaptativo, con tolerancia a distorsiones geométricas.	93
38	Distribuciones de la intensidad del plano de correlación obtenidas con el JTC adaptativo, con tolerancia a rotaciones de: (a) 0^0; (b) 2^0; (c) 4^0; (d) 6^0; (e) 8^0; (f) 10^0.	93
39	Imagen de referencia obtenida para el JTC adaptativo, con tolerancia a cambios de escala.	94
40	Distribución de la intensidad del plano de correlación obtenido con el JTC adaptativo, con tolerancia a cambios de escala con factor de: (a) 0.98; (b) 0.99; (c) 1.0; (d) 1.1; (e) 1.15; (f) 1.2.	95
41	Imágenes conjuntas	96
42	Intensidad del plano de correlación a la salida del JTC adaptativo, obtenido con: (a) Imagen conjunta positiva; (b) imagen conjunta negativa.	97
43	Salida del JTC adaptativo después del pos-procesamiento.	97
44	Imagen conjunta de entrada para el método de suma de bias.	98
45	Intensidad del plano de correlación para la imagen conjunta de la Fig. 44.	99
46	Intensidad del plano de correlación después del pos-procesamiento punto a punto	99
47	Diagrama a bloques de algoritmo de búsqueda binaria propuesto.	104
48	Diagrama a bloques del procedimiento de diseño del JTC adaptativo con entrada solo-fase.	106
49	Arreglo experimental para la implementación del JTC adaptativo con entrada solo-fase.	107
50	(a) Respuesta de fase del LCD1, (b) respuesta de intensidad del LCD2.	108
51	Imágenes de prueba: (a) Objeto deseado, (b) objeto falso, (c) fondo real.	109

Lista de Figuras (Continuación)

Figura Página

52 (a) Escena de entrada, (b) Imagen de referencia adaptativa. 110
53 Simulaciones por computadora de la intensidad de los planos de correlación obtenidos para la escena de la Fig. 52(a), con: (a) CJTC, (b) BJTC, (c) FAJTC, (d) PIJTC, (e) MACEmap, y (f) SDFproj. 111
54 Intensidad del plano de correlación obtenidos para la escena de la Fig. 52(a) con: (a) AJTC; (b) APIJTC 111
55 Escena de entrada corrompida con ruido aditivo Gaussiano, con media cero y desviación estándar $\sigma_n = 0.31$. 112
56 Imagen de referencia adaptativa solo-fase, invariante a: (a) distorsiones por rotaciones, (b) distorsiones por cambios de escala. 113
57 Tolerancia del APIJTC a distorsiones geométricas. (a) DC vs. grado de rotación, (b) DC vs. factor de escala. 114
58 Imagen conjunta, usada para el experimento optodigital. 115
59 Intensidad del plano de correlación obtenido con el APIJTC. 116
60 Geometría del modelo de reflectancia. 118
61 (a) Escena de entrada; (b) función de iluminación; (c) escena observada. 121
62 Desempeño del filtro H_{JW} en términos de la DC, para: (a) escena de prueba; (b) escena iluminada no-uniformemente. (c) Intensidad del plano de correlación del filtro H_{JW}, para la escena observada. 122
63 Escenas iluminadas no-uniformemente con un: (a) objeto pequeño de 74x35 pixeles; (b) objeto alargado de 140x67 pixeles. Perfil del máximo valor de intensidad por columna del plano de correlación del filtro H_{JW}, para: (c) la escena en la Fig. 63(a); (d) la escena en la Fig. 63(b). . . . 124
64 (a) Escena después del preprocesamiento logarítmico; (b) escena después del preprocesamiento propuesto. Intensidad de los planos de correlación obtenidos con: (c) el filtro H_{log}; (d) el filtro H_{JW}; (c) el método propuesto. 125
65 Imágenes de prueba: (a) Imagen de entrada original; (b) Función de iluminación; (c) Imagen observada. 128
66 Resultados obtenidos en simulaciones por computadora, para la escena de entrada de la Fig. 65(c) obtenida con: (a) el filtro $H_{JW}(\mu, \nu)$; (b) AJTC. 129
67 (a) Escena de entrada; (b) Tres objetos 132
68 Intensidad del plano de correlación obtenido con el filtro AMCSDF . . 133
69 Imagen de la escena compuesta por microorganismos biológicos 134
70 Imagen de la respuesta al impulso del filtro adaptativo 135
71 Imagen conjunta de entrada para el método de descomposición bipolar, con: (a) Parte positiva del filtro; (b) Parte negativa del filtro. 136

Lista de Figuras (Continuación)

Figura Página

72 Resultados ópticos. (a) Imagen del plano de correlación obtenido con el filtro adaptativo diseñado. (b) Imagen 3-D del plano de correlación obtenido con el filtro adaptativo, DC = 0.78. 136

Lista de Tablas

Tabla Página

I Propiedades de la transformada de Fourier. 10
II Propiedades de la transformada discreta de Fourier. 14
III Distribución de intensidad y desfasamiento del esquema de la Fig. 23, para diferentes posiciones de los polarizadores. 69
IV Desempeño de los JTCs: DC con un nivel del 95% de confianza. 112
V Tolerancia al ruido: DC con un nivel del 95% de confianza para los JTCs probados. 113
VI Valor de DC con un 95% de confianza, obtenido con: $u1$ función de iluminación original, $u2$ función estimada. 125
VII Desempeño de la detección y clasificación de múltiples objetos. 133
VIII Numero de iteraciones vs. valor de DC. 134

Tabla de Símbolos

Símbolo	Descripción
4FC	Correlador 4f
JTC	Correlador de transformada conjunta
CMF	Filtro de acoplamiento clásico
POF	Filtro sólo-fase
SDF	Filtro de funciones discriminantes sintéticas
MVSDF	Filtro SDF con varianza mínima
MACE	Filtro de energía de correlación promedio mínima
OF	Filtro óptimo
NLJTC	Correlador de transformada conjunta no-lineal
BJTC	Correlador de transformada conjunta binario
FAJTC	Correlador de transformada conjunta con ajuste de franjas
PIJTC	Correlador de transformada conjunta con entrada sólo-fase
AJTC	Correlador adaptativo de transformada conjunta
APIJTC	Correlador adaptativo de transformada conjunta con entrada sólo-fase
SNR	Relación señal a ruido
DC	Capacidad de discriminación
POE	Relación pico a energía de salida
LE	Eficiencia de luz
MSE	Error cuadrático medio
$\otimes$	Convolución
$\odot$	Correlación
$<,>$	Producto interno
SLM	Modulador espacial de luz
CCD	Dispositivo de carga acoplada
MAP	Probabilidad máxima a posteriori
MLP	Probabilidad de máxima verosimilitud

Capítulo I

Introducción

En las ultimas décadas, los avances científicos del procesamiento de imágenes han sido de gran utilidad en diversas disciplinas de nuestra sociedad. Por ejemplo, en la medicina, la industria, robotica, sistemas de seguridad, entre otras. Estas disciplinas requieren de métodos cada vez más eficientes que puedan procesar imágenes complejas y de alta resolución, en sistemas automáticos de procesamiento. Aún más, algunas aplicaciones críticas como el reconocimiento óptico de patrones, necesitan de arquitecturas que puedan operar a gran velocidad (sistemas en tiempo-real).

El reconocimiento óptico de patrones, es una de las áreas más investigadas dentro del procesamiento de imágenes. Su objetivo es el de detectar y clasificar un conjunto de objetos de interés a partir de una escena observada (capturada del mundo real) (Duda *et al.*, 2001). En la actualidad, el reconocimiento de patrones puede llevarse a cabo mediante dos principales enfoques; (i) heurístico, y (ii) de métodos matemáticos clásicos. El enfoque heurístico, consiste en aplicar algoritmos computacionales complejos a un conjunto de datos previamente preprocesados. Entre las heurísticas más populares están las redes neuronales (Bishop, 1995) y los algoritmos evolutivos (Pal y Wang, 1996). El formular un problema de reconocimiento de patrones como un modelo matemático que puede resolverse aplicando herramientas matemáticas clásicas, describe el segundo enfoque. Los clasificadores estadísticos (Duda *et al.*, 2001) y los filtros de correlación (Kumar *et al.*, 2005) son claros ejemplos dentro de esta categoría.

Los filtros de correlación se destacan por poseer un buen fundamento matemático además de que pueden implementarse efectivamente en procesadores opto-digitales de tiempo-real. Con el creciente avance de la tecnología, continuamente se desarrollan dispositivos opto-electrónicos (utilizados como moduladores espaciales de luz (SLM)) y fotodetectores de alta resolución, que al integrarse con los sistemas de procesamiento de información puramente ópticos, proporcionan una gran flexibilidad y hacen del reconocimiento de patrones en tiempo-real, una realidad. A este tipo de procesadores, se les conoce como correladores híbridos u opto-digitales, ya que combinan las ventajas de los sistemas digitales (flexibilidad de operación) con las ventajas de los sistemas ópticos (velocidad de procesamiento) (Casasent y Richards, 1988). En consecuencia, los correladores opto-digitales siempre operan a una mayor velocidad en comparación con cualquier otro método conocido de reconocimiento de objetos. Los correladores opto-digitales pueden clasificarse en dos principales arquitecturas, (i) el correlador 4f (4FC) (Vanderlugt, 1964), y (ii) el correlador de transformada conjunta (JTC) (Weaver y Goodman, 1966). La arquitectura 4f requiere de un filtro de correlación diseñado en el dominio de la frecuencia, mientras que una imagen de referencia sirve como filtro en el JTC. En otras palabras, en el JTC el filtro se diseña en el dominio espacial. Notemos que estos procesadores son sistemas físicos, es decir, están formados por diversos dispositivos ópticos y electrónicos interactuando entre sí. La principal ventaja que tiene el JTC respecto al 4FC es que es mucho menos sensible a desalineaciones físicas en su instalación (Nicolás *et al.*, 2001).

El procedimiento convencional para diseñar filtros de correlación es optimizando diferentes métricas de desempeño (Kumar y Hassebrook, 1990). Un problema abierto en el diseño de estos filtros, ha sido el lograr que su salida sea invariante a diferentes distorsiones de la imagen de entrada como rotaciones y cambios de escala de

los objetos, ruido del sensor, presencia de un fondo no-estacionario, iluminación no-homogénea de la escena, entre otras. En estos casos, los filtros de correlación clásicos tienen un desempeño pobre. Diversas soluciones parciales a estos problemas han sido propuestas (Javidi y Hormer, 1994; Kumar *et al.*, 2005). Sin embargo, no funcionan correctamente cuando la escena de entrada presenta una combinación simultánea de estas distorsiones (Ramos-Michel y Kober, 2007). Además, el desempeño de los filtros de correlación puede mejorarse en gran medida utilizando un enfoque adaptativo en su diseño (Gonzalez-Fraga *et al.*, 2006). En este enfoque, nos interesa diseñar un filtro óptimo con respecto a un conjunto de patrones fijos, en vez de diseñar un filtro con un desempeño promedio sobre un ensamble de imágenes (filtros clásicos).

Por otra parte, una vez obtenida la función del filtro diseñado (respuesta al impulso o función de transferencia) debe contemplarse para su efectiva implementación opto-digital, el dominio de codificación real de los SLMs empleados en el correlador. En otras palabras, los moduladores eléctricamente controlados (por ejemplo, pantallas de cristal líquido (LCD)), pueden producir modulación sólo-amplitud o modulación sólo-fase con rangos dinámicos de [0,255] y $[-\pi, \pi]$, respectivamente. De tal forma que, el dominio de codificación de la función del filtro y del modulador utilizado en la arquitectura física, deben estar acoplados. Actualmente, existen dos formas de llevar a cabo reconocimiento óptico de patrones con SLMs, (i) diseñar un filtro tomando en cuenta las características de respuesta reales del modulador utilizado, y (ii) diseñar un filtro de manera convencional, y así proyectar su respuesta al impulso o función de transferencia hacia dentro del dominio permitido por el modulador (Juday, 1993).

En resumen, para desarrollar métodos efectivos de reconocimiento de patrones en

tiempo real con invariancia a distorsiones, se requiere del diseño de un filtro de correlación que genere la salida deseada para el modelo de la imagen de entrada propuesto. Al mismo tiempo deben considerarse las restricciones físicas de codificación impuestas por los elementos optoelectrónicos reales, usados en el arreglo experimental.

I.1 Objetivo general

El objetivo principal de esta tesis es proponer nuevas técnicas eficientes para el reconocimiento óptico de patrones en tiempo real, con invariancia a distorsiones de la escena como rotaciones y cambios de escala de los objetos, ruido del sensor, ruido del fondo, e iluminación no-homogénea. Para alcanzar el objetivo general, la investigación se ha dividido en los siguientes objetivos específicos.

Objetivos específicos

1. Diseñar nuevos filtros adaptativos de correlación optimizando las métricas de desempeño.

2. Proponer e implementar nuevas arquitecturas opto-digitales de procesamiento de información, donde puedan emplearse efectivamente los filtros propuestos.

3. Realizar simulaciones por computadora de los filtros y arquitecturas de procesamiento propuestos y analizar los resultados.

4. Implementar optodigitalmente los filtros y arquitecturas de procesamiento propuestos y analizar los resultados.

I.2 Organización de la Tesis

El resto de la tesis está organizada como a continuación: en el Capítulo II, se establece la base teórica en que se sustenta esta tesis. Primero se desarrolla la teoría de los sistemas lineales con invariancia al desplazamiento, tema fundamental para el procesamiento de señales. Después, se mencionan las principales características de la transformada de Fourier para señales continuas y discretas, así como la transformada discreta de Fourier, utilizada ampliamente en las simulaciones por computadora. Este capítulo concluye haciendo una breve introducción a la óptica, con los siguientes temas: naturaleza de la luz, teoría escalar de la difracción, óptica de Fourier, y polarización de la luz. Estos temas son de vital importancia para la comprensión del funcionamiento de los procesadores opto-digitales de información.

El Capítulo III, trata todo lo relacionado con el reconocimiento de patrones en tiempo real. Primero se introduce el fundamento matemático en el que se basa el reconocimiento de objetos por correlación. También se describen los modelos de imagen más importantes, que son fundamentales en el procedimiento de optimización de los filtros de correlación. Después se muestra la teoría de operación de las principales arquitecturas de procesamiento coherente de información, el 4FC y el JTC. El capítulo concluye haciendo un pequeño resumen de las diferentes métricas de desempeño empleadas comúnmente para optimizar los filtros de correlación, y también sobre el estado de arte de las técnicas de correlación más exitosas.

En el Capítulo IV, se describen las principales características físicas de los moduladores espaciales de luz, en especial las pantallas de cristal líquido (LCD). Se mostrarán las condiciones necesarias para operar estos dispositivos en los regímenes de modulación

sólo-amplitud y modulación sólo-fase. Finalmente son analizados los procedimientos experimentales para obtener las gráficas de respuesta de estos dispositivos en sus diferentes modos de operación.

En el Capítulo V, se exponen nuestras aportaciones para el reconocimiento de objetos en tiempo-real. Primero se describe el funcionamiento del correlador adaptativo de transformada conjunta. De este correlador se hace una descripción del algoritmo de diseño de la imagen de referencia, de dos métodos de implementación optodigital propuestos, y de los resultados obtenidos con esta arquitectura en simulaciones por computadora, los cuales son analizados y comparados con los resultados obtenidos en la implementación optodigital. Después, el correlador adaptativo de transformada conjunta con entrada sólo-fase propuesto, es analizado. Su análisis contempla los filtros de funciones discriminantes sintéticas sólo-fase propuestos, el diseño de la imagen de referencia del correlador, y los requerimientos para la implementación optodigital. Los resultados obtenidos por simulaciones por computadora y mediante la implementación optodigital, también son analizados. A continuación, un procedimiento de dos etapas para el reconocimiento de objetos con invariancia a iluminación es detallado. Este procedimiento está basado en la teoría de los mapas de reflectancia, de los cuales se incluye una breve descripción. Este capítulo concluye con la presentación de los resultados obtenidos con este procedimiento.

Finalmente, en el Capítulo VI se exponen nuestras conclusiones.

Capítulo II

Base Teórica

II.1 Teoría de los sistemas lineales

Un gran número de sistemas de procesamiento de imágenes pueden modelarse bajo la teoría de los sistemas lineales (Lathi, 2005). Tal es el caso de los procesadores opto-digitales 4FC y JTC. Por este motivo, su estudio es de gran importancia. Sean $f(x, y)$ y $s(x, y)$, imágenes de entrada y salida, respectivamente, del sistema lineal mostrado en la Fig. 1. La relación entrada-salida del sistema es

$$s(x, y) = \mathrm{T}\left\{f(x, y)\right\}. \tag{1}$$

Aquí, el símbolo $\mathrm{T}\{\cdot\}$ denota un operador de transformación lineal. Un sistema se considera como lineal, si y solo si, satisface la propiedad de superposición (Oppenheim, 1997). Esta propiedad establece que para cualquier combinación lineal de dos entradas $f_1(x, y)$ y $f_2(x, y)$, se obtiene la misma combinación de sus respectivas salidas $s_1(x, y)$ y $s_2(x, y)$, para constantes (a_1, a_2) arbitrarias. Es decir,

$$\begin{aligned} \mathrm{T}\left\{a_1 f_1(x, y) + a_2 f_2(x, y)\right\} &= a_1 \mathrm{T}\left\{f_1(x, y)\right\} + a_2 \mathrm{T}\left\{f_2(x, y)\right\} \\ &= a_1 s_1(x, y) + a_2 s_2(x, y). \end{aligned} \tag{2}$$

Para el caso particular donde la entrada del sistema es la función delta de Dirac "$\delta(x, y)$". La salida $h(x, y) = \mathrm{T}\left\{\delta(x, y)\right\}$, se conoce como respuesta al impulso.

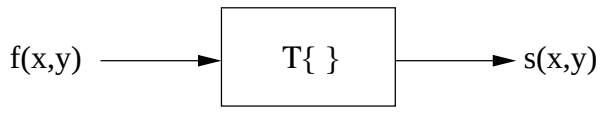


Figura 1: Diagrama a bloques de un sistema lineal.

Un sistema lineal es invariante al desplazamiento, si y solo si, la señal de entrada $f(x-\tau_x, y-\tau_y)$ (desplazada en el espacio) ocasiona el mismo desplazamiento a la salida, tal como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} s(x,y) &= \mathrm{T}\left\{f(x,y)\right\} \\ &= \mathrm{T}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau_x,\tau_y)\delta(x-\tau_x, y-\tau_y)d\tau_x d\tau_y\right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau_x,\tau_y)\mathrm{T}\left\{\delta(x-\tau_x, y-\tau_y)\right\} d\tau_x d\tau_y \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau_x,\tau_y)h(x-\tau_x, y-\tau_y)d\tau_x d\tau_y. \end{aligned} \tag{3}$$

La Ec. (3), es conocida como la integral de convolución y es quizás la propiedad más importante de los sistemas lineales con invariancia al desplazamiento, ya que el sistema queda completamente caracterizado por su respuesta al impulso $h(x,y)$.

II.2 Transformada de Fourier

Un gran número de señales pueden expresarse como una combinación lineal de diferentes funciones linealmente independientes. A este conjunto de funciones se le conoce como base (Rao, 1973). Una base ortogonal, es aquella donde el producto interno es igual a cero para todo par de funciones diferentes dentro del conjunto base. Sean $f(x)$ y $F(\omega)$, dos funciones continuas definidas en diferentes espacios, las cuales se relacionan como a continuación:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} b_\omega(x) f(x) dx, \tag{4}$$

y

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} b_n^*(\omega) f(\omega) d\omega, \tag{5}$$

donde

$$\langle b_\omega(x), b_n^*(\omega)\rangle = \begin{cases} 1; & \omega = n \\ 0; & \omega \neq n \end{cases}. \tag{6}$$

La Ec. (6), representa al conjunto de funciones base, y el símbolo "$\langle , \rangle$" denota el producto interno. Es fácil notar que el conjunto $\{b_n; \forall[-\infty < n < \infty]\}$, forma una base ortonormal (Rao, 1973). Ahora, si consideramos que $b_\omega(x) = \exp(i\omega x)$, las Ecs. (4) y (5), pueden reescribirse como

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(i\omega x) dx, \tag{7}$$

y

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(-i\omega x) d\omega. \tag{8}$$

Al par de ecuaciones (7) y (8), se les conoce como el par de transformadas directa e inversa de Fourier, respectivamente. Para el caso de señales bi-dimensionales (imágenes), el par de transformadas está dado por

$$F(\mu, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i(\mu x + \nu y)] dx dy, \tag{9}$$

y

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\mu, \nu) \exp[i(\mu x + \nu y)] d\mu d\nu. \tag{10}$$

La transformada de Fourier tiene un conjunto de interesantes propiedades que tienen un gran impacto en el procesamiento de señales. Estas propiedades (Jain, 1988) se muestran en la Tabla I.

II.2.1 Transformada de Fourier de señales discretas

El mundo real en el que vivimos es de naturaleza continua en tiempo y espacio. Sin embargo, en diversas ocasiones es necesario trabajar con señales discretas. Esto se debe a que un gran número de sensores operan con este tipo de señales. Un ejemplo de esto se da en el procesamiento digital de imágenes, donde las imágenes de entrada son discretas tanto en espacio como en intensidad. Sea $f_c(x)$, una señal de naturaleza

Tabla I: Propiedades de la transformada de Fourier.

Propiedad	**Función** $f(x,y)$	**Transformada de Fourier** $F(\mu,\nu)$
Linealidad	$a_1 f(x,y) + a_2 f(x,y)$	$a_1 F(\mu,\nu) + a_2 F(\mu,\nu)$
Conjugación	$f^*(x,y)$	$F^*(-\mu,-\nu)$
Separabilidad	$f_1(x) f_2(y)$	$F(\mu)F(\nu)$
Escalamiento	$f(ax,by)$	$\frac{F(\mu/a,\nu/b)}{\lvert ab\rvert}$
Desplazamiento	$f(x \pm x_0, y \pm y_0)$	$\exp\left[\pm i\left(x_0\mu + y_0\nu\right)\right] F\left(\mu,\nu\right)$
Modulación	$\exp\left[\pm i\left(\eta_1 x + \eta_2 y\right)\right] f(x,y)$	$F\left(\mu \pm \eta_1, \nu \pm \eta_2\right)$
Convolución	$g(x,y) = h(x,y) \otimes f(x,y)$	$G(\mu,\nu) = H(\mu,\nu)F(\mu,\nu)$
Multiplicación	$g(x,y) = h(x,y) f(x,y)$	$G(\mu,\nu) = H(\mu,\nu) \otimes F(\mu,\nu)$
Correlación	$c(x,y) = h(x,y) \odot f(x,y)$	$G(\mu,\nu) = H^*(\mu,\nu)F(\mu,\nu)$
Conservación de energía	$I = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)h^*(x,y)dxdy$	$I = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(\mu,\nu)H^*(\mu,\nu)d\mu d\nu$

continua, entones, se dice que la secuencia

$$f_d\left(x\right) = f_c\left(x\right) p\left(x\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_c\left(nT\right) \delta\left(t - nT\right), \tag{11}$$

donde

$$p\left(x\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(x - nT\right), \tag{12}$$

es una señal discreta obtenida a partir de diferentes muestras de $f_c\left(x\right)$. Cada muestra se toma como $x = nT$, donde n es un número entero, T es el periodo de muestreo, y $\delta\left(x\right) = \begin{cases} 1; & \text{Si } x = 0 \\ 0; & \text{Otra manera} \end{cases}$, es la delta de Kronecker. Notemos que la transformada de Fourier de la Ec. (11), está dada por

$$F_d\left(\omega\right) = \frac{1}{2\pi} F_c\left(\omega\right) \otimes P\left(\omega\right), \tag{13}$$

donde se ha empleado la propiedad de multiplicación de la transformada de Fourier (ver Tab. I). Uno puede ver cómo la señal muestreadora (Ec. (12)), es una función periódica. En consecuencia puede expresarse en términos de su serie de Fourier, como a continuación:

$$p(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\left(i2\pi nx/T\right), \tag{14}$$

donde los coeficientes C_n, están determinados por

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} p(x)\exp\left(-i2\pi nx/T\right)dx \\ &= \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta(x)\exp\left(-i2\pi nx/T\right)dx \\ &= \frac{1}{T}. \end{aligned} \tag{15}$$

Por lo tanto, la Ec. (12) puede reescribirse como

$$p(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T}\exp\left(i2\pi nx/T\right). \tag{16}$$

Aplicando la transformada de Fourier (Ec. (7)) a la Ec. (16), se obtiene

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} p(x)\exp\left(-i\omega x\right)dx \\ &= \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-ix\left(\omega - \frac{2\pi n}{T}\right)\right] \\ &= \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right), \end{aligned} \tag{17}$$

donde $\omega_s = 2\pi/T$, es la frecuencia de muestreo. De esta forma, la Ec. (13), puede reescribirse como a continuación:

$$F_d\left(\omega\right) = \frac{1}{2\pi T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} F_c\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right). \tag{18}$$

Notemos cómo la transformada de Fourier para señales discretas está dada por una suma de réplicas del espectro de la señal continua, espaciadas por el periodo de frecuencia ω_s.

II.2.2 Reconstrucción de una imagen a partir de sus muestras

Una señal continua puede ser reconstruida a partir de su versión discreta. La Ec. (18), representa a la transformada de Fourier de la señal discretizada $f_d(x)$, la cual se obtiene a partir de diferentes muestras de la señal continua $f_c(x)$. Sea ω_f el ancho de banda de $f_c\left(x\right)$, definido por

$$|\omega_0| < \omega_f, \tag{19}$$

donde ω_0 es la componente harmónica de $f_c(x)$ con la frecuencia más alta. Si la frecuencia de muestreo ω_s cumple con la condición

$$\omega_s > 2\omega_f, \tag{20}$$

entonces para recuperar la señal original a partir de la Ec. (18), basta con multiplicar esta ecuación por la función de transferencia de un filtro pasa-bajas, dada por

$$H(\omega) = rect\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right), \tag{21}$$

y después aplicar la transformada inversa de Fourier. Si la Ec. (20) no se cumple, entonces se producirá un traslape de información entre las réplicas del espectro de la señal original. En consecuencia habrá perdida de información en el proceso de recuperación. A la Ec. (20), se le conoce como el teorema de muestreo, mientras que el limite inferior de $2\omega_s$ es la frecuencia de Nyquist (Lathi, 2005; Oppenheim, 1997). Dicho en palabras, el teorema de muestreo establece que para muestrear una señal analógica y evitar los efectos de traslape, la frecuencia de muestreo ω_s debe ser al menos dos veces mayor que el ancho de banda de la señal ω_f.

II.2.3 Transformada discreta de Fourier

La transformada de Fourier para señales discretas, está dada por la expresión de la Ec. (18). Es interesante notar de esta expresión, que en el dominio del espacio la señal es de naturaleza discreta, mientras que en el dominio de Fourier la señal es continua. Sabemos que los procesadores digitales de información como las computadoras personales, sólo pueden operar con datos discretos. En consecuencia, estos dispositivos no serían capaces de calcular la transformada de Fourier de una señal discreta, tal como se muestra en la Ec. (18). En respuesta a esto, fue definida la transformada discreta de Fourier (DFT) (Brigham, 1974; Jackson, 1996), que es discreta tanto en el dominio

espacial como en el dominio de la frecuencia.

Uno puede observar, que la transformada de Fourier de la secuencia $f(n)$, está dada por

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \exp(-i\omega n). \tag{22}$$

Si se toman únicamente las N muestras de $f(n)$, es decir $\{f(n) | n = 0, 1, \ldots N-1\}$, y se calculan únicamente N muestras de $F(\omega)$, es decir $\{F(\omega) | \omega = k\omega_0, k = 0, 1, \ldots N-1\}$, donde $\omega_0 = 2\pi/N$, entonces, se obtiene la transformada discreta

$$F(k\omega_0) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \exp(-ink\omega_0), \tag{23}$$

o también

$$\tilde{F}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) W^{kn},\ k = 0, 1, \ldots, N-1, \tag{24}$$

donde

$$W = \exp(-i2\pi/N). \tag{25}$$

A la Ec. (24) se le conoce como la transformada discreta de Fourier (DFT). La transformada inversa de Fourier está dada por

$$\tilde{f}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{F}(k) W^{-kn},\ n = 0, 1, \ldots, N-1. \tag{26}$$

La DFT al igual que la transformada de Fourier convencional, tiene un conjunto de propiedades (Tabla II), que son de sumo interés para diferentes áreas del procesamiento digital de señales. Por ejemplo, hay que tomar en cuenta que las señales involucradas en la DFT, deben considerarse como periódicas en ambos espacios. En consecuencia, notemos que la propiedad de convolución establece que la multiplicación de la DFT de dos señales es equivalente a la convolución circular, en el dominio espacial.

Tabla II: Propiedades de la transformada discreta de Fourier.

Propiedad	**Función** $f(x)$	**Transformada de Fourier** $F(\omega)$
Linealidad	$a_1 f_d(x) + a_2 f_d(x)$	$a_1 F_d(\omega) + a_2 F_d(\omega)$
Conjugación	$f_d^*(x)$	$F_d^*(-\omega)_{mod\ N}$
Desplazamiento	$f_d(x - x_0)_{mod\ N}$	$W^{kx_0} F_d(\omega)$
Modulación	$W^{-kx} f_d(x)$	$F_d(\omega - k)_{mod\ N}$
Convolución	$g_d(x) = \{h_d(x) \otimes f_d(x)\}_{mod\ N}$	$G_d(\omega) = H_d(\omega) F_d(\omega)$
Multiplicación	$g_d(x) = h_d(x) f_d(x)$	$G_d(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_d(\omega) H_d(\omega - k)_{mod\ N}$
Conservación de energía	$I = \sum_{n=0}^{N-1} \lvert f_d(x) \rvert^2$	$I = \frac{1}{N} \sum_{\omega=0}^{N-1} \lvert F_d(\omega) \rvert^2$

II.3 Naturaleza de la luz

La naturaleza exacta de la luz es hasta nuestros días algo que no se conoce con exactitud. Sin embargo, existen distintas teorías que describen adecuadamente su comportamiento. Una de estas teorías establece que la luz se propaga en el espacio en forma de ondas oscilantes de naturaleza electromagnética, cuyos campos eléctricos y magnéticos satisfacen la siguiente ecuación de onda (Klein y Furtak, 1986)

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \tag{27}$$

Aquí, el símbolo ∇ representa al operador Nabla, v es la velocidad de la onda que se propaga, y Ψ representa ya sea al campo eléctrico $\mathbf{E}$ o al campo magnético $\mathbf{B}$. Se puede demostrar, que una solución a la Ec. (27) con respecto a Ψ, está dada por (Born y Wolf, 1970)

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} \pm vt), \tag{28}$$

donde $\mathbf{r}$ y $\mathbf{k}$ representan a los vectores de posición y de propagación de la onda, respectivamente. La Ec. (28) describe el comportamiento de ondas harmónicas en el espacio. Por ejemplo, las ondas planas y esféricas. Las ondas planas, se describen por

$$\Psi_p(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A} \exp[i(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} \pm \omega t)], \tag{29}$$

mientras que las ondas esféricas, se definen como

$$\Psi_s(\mathbf{r},t) = \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{r}} \exp\left[i\left(\mathbf{r}\cdot\mathbf{k} \pm \omega t\right)\right]. \tag{30}$$

Es interesante notar, que las Ecs. (29) y (30), son distribuciones complejas de carácter vectorial.

A este modelo, comúnmente se le conoce como la teoría electromagnética de la luz y es adecuado para describir las propiedades más importantes de la óptica como la teoría de la difracción y el fenómeno de la polarización.

II.4 Teoría escalar de la difracción

La difracción es un fenómeno físico que relaciona las distribuciones de amplitud compleja de luz en dos planos distintos, separados por el espacio libre. La teoría escalar de la difracción, desarrollada por Fressnel-Kirccoff y modificada posteriormente por Rayleigh-Soommerfield, trata la luz como un fenómeno escalar sin considerar el carácter vectorial de los campos eléctricos y magnéticos de la misma (Goodman, 2005). Si se cumplen ciertas condiciones conocidas como las condiciones de Fressnel, se pueden obtener resultados experimentales que concuerdan en gran medida con la teoría, estas condiciones son:

1. Las dimensiones del plano de apertura son mucho mayores que la longitud de onda de la luz.

2. El plano de observación no esta muy próximo al de apertura.

Consideremos la situación descrita en la Fig. 2. Sea $f(x,y)$ una distribución luminosa ubicada en el plano de apertura P_1. Se desea estimar la distribución $g(\mu,\nu)$ en el plano de observación P_2. La difracción de Fressnel-Kirchhoff establece que la distribución de

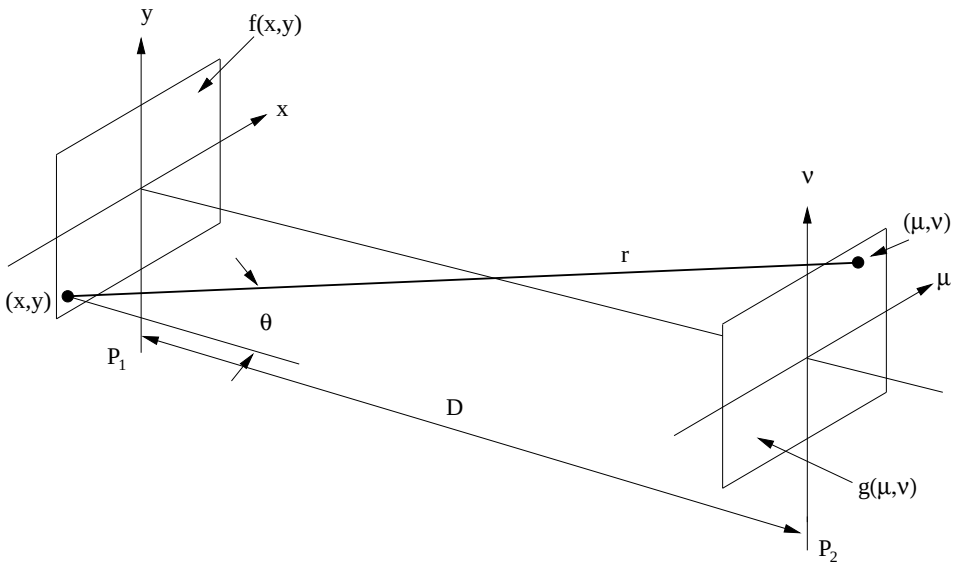


Figura 2: Teoría escalar de la difracción.

amplitud compleja $g(\mu,\nu)$, está dada por (Goodman, 2005)

$$g(\mu,\nu) = \frac{i\exp(i\omega t)}{\lambda r}\iint_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1+cos(\theta)}{2}\right] f(x,y)\exp(-ikr)\,dxdy. \tag{31}$$

Se puede demostrar, que para situaciones prácticas donde la aproximación paraxial es válida (Klein y Furtak, 1986), las siguientes consideraciones son pertinentes.

1. La distancia r (ver Fig. 2), puede escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} r &= D\left[1+\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{D^2}\right]^{1/2} \\ &\approx D\left[1+\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{2D^2}-\frac{1}{8}\left(\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{D^2}\right)^2+\cdots\right] \\ &\approx D+\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{2D}. \end{aligned} \tag{32}$$

2. La aproximación $\left[\frac{1+cos(\theta)}{2}\right] \approx 1$ es válida (Klein y Furtak, 1986). Esta aproximación introducirá un pequeño error que puede compensarse parcialmente al substituir el factor $(1/r)$ por $(1/D)$ en la Ec. (31) (ver Fig. 2).

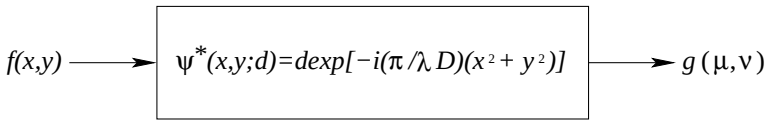


Figura 3: Diagrama a bloques equivalente a la propagación de la luz en el espacio libre.

De esta forma, la Ec. (31) puede reescribirse como

$$\begin{aligned} g(\mu,\nu) &= \frac{i\exp(-ikD)}{\lambda D}\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\exp\left\{-i\pi\left[\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{\lambda D}\right]\right\}dxdy \\ &\approx \left(\frac{i}{\lambda D}\right)\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\exp\left\{-i\pi\left[\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{\lambda D}\right]\right\}dxdy, \end{aligned} \tag{33}$$

o también

$$g(\mu,\nu) = \left(\frac{i}{\lambda D}\right)\left\{f(x,y)\otimes\exp\left[-i\pi\left(\frac{x^2+y^2}{\lambda D}\right)\right]\right\}, \tag{34}$$

donde el símbolo "$\otimes$" representa la operación de convolución. Notemos que se han ignorado los factores $\exp(-i\omega t)$ y $\exp(-ikD)$ de las Ecs. (31) y (33), respectivamente. El primer factor exponencial, representa los cambios temporales de la onda. El segundo factor exponencial representa la acumulación de fase mientras la luz se propaga del plano P_1 al plano P_2. En ambos casos, para nuestros propósitos, no se tiene interés en esta información.

La Ec. (34), nos dice que la estimación de la distribución de amplitud compleja $g(\mu,\nu)$ en el plano de observación, es equivalente a la convolución entre $f(x,y)$ y la respuesta al impulso del espacio libre $h(x,y)$. Uno puede ver, que la respuesta al impulso del espacio libre $h(x,y)$, es

$$h(x,y;d) = \exp\left[-i\pi\left(\frac{x^2+y^2}{\lambda D}\right)\right], \tag{35}$$

donde $d = 1/D$, indica el inverso de la distancia de propagación, entre los planos P_1 y P_2. Un aspecto de suma importancia de este resultado, es que la difracción de la luz puede modelarse bajo la teoría de los sistemas lineales con invariancia al desplazamiento, tal como lo muestra la Fig. 3.

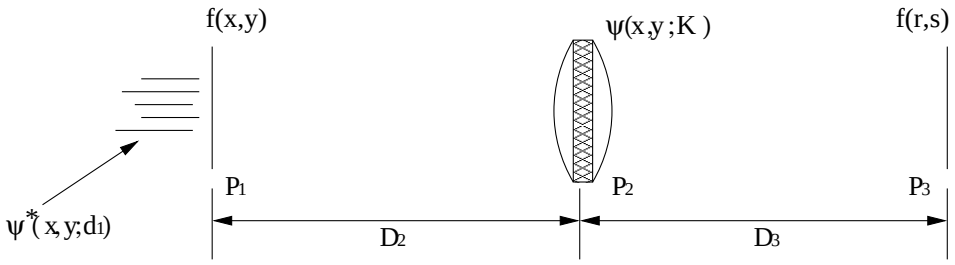


Figura 4: Sistema óptico para generar transformadas de Fourier.

II.5 Óptica de Fourier

Consideremos el sistema óptico descrito en la Fig. 4. La función $f(x,y)$ es iluminada por un frente de onda plano monocromático $\Psi(x,y;d_1)$, donde d_1 indica el inverso de la distancia entre la fuente de luz y el plano de entrada. Una lente esférica con respuesta al impulso $\Psi(x,y;K)$, está colocada entre los planos P_1 y P_3 a una distancia D_2 y D_3, respectivamente, de cada plano. La respuesta al impulso de la lente, está dada por (Goodman, 2005)

$$\Psi(x,y,d) = \exp\left[i\pi\left(\frac{x^2+y^2}{\lambda D}\right)\right]. \tag{36}$$

Es interesante notar, que la respuesta al impulso del espacio libre (ver Ec. (35)) es el complejo conjugado de la Ec. (36). El objetivo es encontrar las condiciones necesarias para que la distribución $g(\mu,\nu)$, sea equivalente a la transformada de Fourier de la función de entrada $f(x,y)$. El sistema óptico descrito en la Fig. 4, puede expresarse mediante el diagrama a bloques mostrado en la Fig. 5. La salida de este sistema puede escribirse como

$$\begin{aligned} g(r,s) &= d_2 d_3 \iint_{P_1}\iint_{P_2} \Psi^*(x,y;d_1)\, f(x,y)\, \Psi^*(x,y;d_2) \\ &\quad \times \Psi^*(\mu,\nu;d_2)\exp\left[i\left(2\pi/\lambda\right)d_2\left(\mu x+\nu y\right)\right]\Psi(\mu,\nu;K)\,\Psi^*(\mu,\nu;d_3) \\ &\quad \times \Psi^*(r,s;d_3)\exp\left[i\left(2\pi/\lambda\right)d_3\left(\mu r+\nu s\right)\right] dxdyd\mu d\nu, \end{aligned} \tag{37}$$

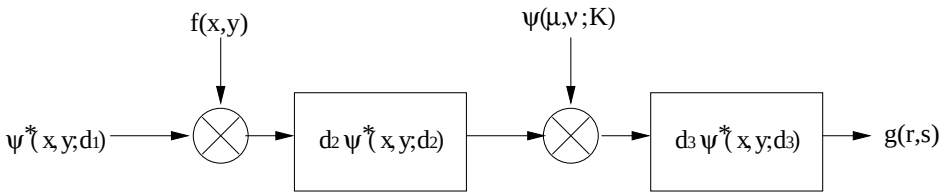


Figura 5: Diagrama a bloques del sistema de la Fig. 4

donde se ha aplicado la propiedad

$$\Psi\left(x-\mu,y-\nu;d\right)=\Psi\left(x,y;d\right)\Psi\left(\mu,\nu;d\right)\exp\left[-ikd\left(\mu x+\nu y\right)\right]. \tag{38}$$

Los términos d_2 y d_3, son los inversos de las distancias D_2 y D_3. Reagrupando algunos términos, ya que $\Psi\left(x,y;d_1\right)\Psi\left(x,y;d_2\right)=\Psi\left(x,y;d_1+d_2\right)$, la Ec. (37) puede reescribirse como

$$\begin{aligned} g\left(r,s\right) &= d_2d_3\Psi^*\left(r,s;d_3\right)\iint\limits_{P_1}\iint\limits_{P_2}\Psi^*\left(x,y;d_1+d_2\right)f\left(x,y\right) \\ &\quad\times\Psi^*\left(\mu,\nu;d_2-K+d_3\right) \\ &\quad\times\exp\left\{i\left(2\pi/\lambda\right)\left[\mu\left(d_2x+d_3r\right)+\nu\left(d_2y+d_3s\right)\right]\right\}dxdyd\mu d\nu. \end{aligned} \tag{39}$$

Otra propiedad útil es la siguiente:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\Psi\left(x,y;d_1\right)\exp\left[i\left(2\pi/\lambda\right)d_2\left(\mu x+\nu y\right)\right]dxdy=\frac{c}{d_1}\Psi^*\left(\mu,\nu;d_2^2/d_1\right), \tag{40}$$

donde c es una constante compleja. Esta propiedad indica que la transformada de Fourier de la función $\Psi\left(x,y;d_1\right)$ con respecto al parámetro d_2 es una función del mismo tipo. Empleando la Ec. (40) en la Ec. (39), se obtiene

$$\begin{aligned} g\left(r,s\right) &= \frac{d_2d_3}{d_2-K+d_3}\Psi^*\left(r,s;d_3\right)\iint\limits_{P_1}\Psi^*\left(x,y;d_1+d_2\right)f\left(x,y\right) \\ &\quad\times\left\{\Psi\left(x+\frac{d_3r}{d_2},y+\frac{d_3s}{d_2};\frac{d_2^2}{d_2-K+d_3}\right)\right\}dxdy. \end{aligned} \tag{41}$$

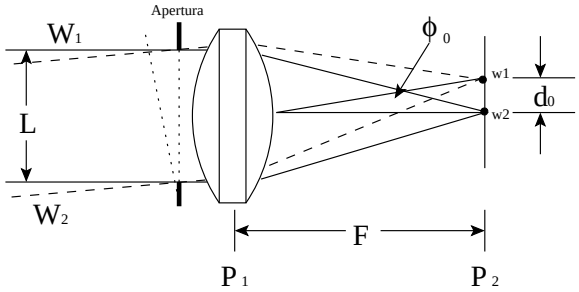


Figura 6: Resolución espacial de un sistema óptico.

Aún más, aplicando la propiedad de la Ec. (38), al término entre corchetes de la Ec. (41), se obtiene

$$\begin{aligned} g(r,s) &= \Psi^*(r,s;d_5)\iint_{P_1}\Psi^*\left(x,y;d_1+d_2-\frac{d_2^2}{d_2-K+d_3}\right)f(x,y) \\ &\quad\times\exp\left\{i\left(2\pi/\lambda\right)\left[d_2d_3/\left(d_2-K+d_3\right)\right](xr+ys)\right\}dxdy, \end{aligned} \tag{42}$$

donde $d_5 = d_3 - d_3^2/\left(d_2 - K + d_3\right)$. Si se asume que $d_1 = 0$, $d_2 = K$, y $d_3 = K$, es decir, si el sistema se ilumina con un frente de onda plano, y si la lente se encuentra a una distancia focal $1/K$ del plano de entrada y de salida respectivamente, la ecuación (42), se convierte en

$$g(r,s) = \iint_{P_1} f(x,y)\exp\left[i\left(2\pi/\lambda F\right)(xr+ys)\right]dxdy. \tag{43}$$

La Ec. (43) describe la transformada de Fourier bi-dimensional de $f(x,y)$. Se puede demostrar que si $d_1 \neq 0$, se obtiene la transformada de Fourier con distinto factor de escala (Vanderlugt, 1992).

Resolución espacial

Consideremos el arreglo óptico mostrado en la Fig. 6. Un frente de onda plano W_1, incide sobre el sistema y es enfocado por la lente para formar la distribución w_1, en el plano P_2. Asumiendo que la apertura de la lente es circular, la intensidad del patrón

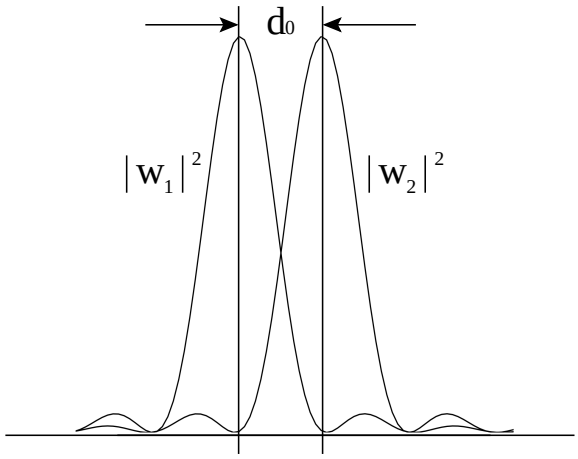


Figura 7: Criterio de resolución de Rayleight.

de difracción en P_2, está dada por

$$|w_1|^2 = \text{sinc}^2 \left[(\mu + \nu) \frac{L}{\lambda F} \right]. \tag{44}$$

El criterio de resolución de Rayleight, establece que una segunda muestra de un objeto W_2 (en el infinito), puede ser resuelto por el sistema si existe una inclinación de al menos una longitud de onda de luz con respecto de W_1, sobre la apertura de la lente L. De esta forma, la resolución angular del sistema de la Fig. 6, está dada por

$$\phi_0 = \frac{\lambda}{L}. \tag{45}$$

En consecuencia, la mínima distancia que el sistema puede resolver, es

$$d_0 = \left(\frac{\lambda}{L} \right) F. \tag{46}$$

La Ec. (46), representa al periodo de muestreo del sistema, y está dado por la longitud de onda de la luz incidente λ, la apertura de la lente L, y la distancia focal de la lente F. Este efecto se muestra en la Fig. 7.

II.6 Polarización de la luz

La teoría escalar de la difracción (ver sección II.4), describe la propagación de la luz en el espacio libre, sin importar el carácter vectorial de la misma, es decir, es indiferente a la dirección en que oscilan sus campos eléctricos y magnéticos. Sin embrago, para un gran número de casos, tomar en cuenta la dirección de oscilación del campo eléctrico es crucial, por ejemplo, cuando la luz se propaga a través de materiales anisotrópicos. Un medio anisotrópico es aquel en donde su índice de refracción depende de la dirección de oscilación del campo eléctrico de la luz. Una onda plana monocromática que se propaga en la dirección z, posee un vector de campo eléctrico que pude describirse mediante

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left[\mathbf{A}\exp\left[i\left(\omega t - kz\right)\right]\right], \tag{47}$$

donde $\mathbf{A}$ es un vector complejo dentro del plano (x, y), que se describe como

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{x}}A_x\exp\left(i\delta_x\right) + \hat{\mathbf{y}}A_y\exp\left(i\delta_y\right). \tag{48}$$

Los números positivos A_x y A_y representan la amplitud, δ_x y δ_y representan el valor de la fase, y $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ son vectores unitarios. Así, las componentes rectangulares E_x, E_y del vector de campo eléctrico, pueden escribirse como

$$\begin{aligned} E_x &= A_x\cos\left(\omega t - kz + \delta_x\right), \\ E_y &= A_y\cos\left(\omega t - kz + \delta_y\right). \end{aligned} \tag{49}$$

El fenómeno de la polarización, es aquel que describe la curva envolvente del vector del campo eléctrico de una onda mientras ésta se propaga a través de un medio. Notemos que es posible omitir de la Ec. (49), el factor $(\omega t - kz)$, ya que no se tiene interés en los cambios temporales de la luz. La expresión que representa la polarización de la onda de la Ec. (47), está dada por (Yariv y Yeh, 1984)

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{\cos\left(\delta\right)}{A_xA_y}E_xE_y = \sin^2\left(\delta\right), \tag{50}$$

donde

$$\delta = \delta_x - \delta_y. \tag{51}$$

Uno puede observar, que la Ec. (50) pertenece al conjunto de las cónicas. Aplicando una rotación al sistema de coordenadas, la Ec. (50), puede transformarse en la ecuación de una elipse, tal como a continuación:

$$\left(\frac{E_{x'}}{a}\right)^2 + \left(\frac{E_{y'}}{b}\right)^2 = 1. \tag{52}$$

Ahora, los ejes coordenados son (x', y'). Los ejes principales de la elipse son a y b, y están dados por

$$\begin{aligned} a^2 &= A_x^2 \cos^2(\phi) + A_y^2 \sin^2(\phi) + 2A_x A_y \cos(\delta)\cos(\phi)\sin(\phi), \\ b^2 &= A_x^2 \sin^2(\phi) + A_y^2 \cos^2(\phi) - 2A_x A_y \cos(\delta)\cos(\phi)\sin(\phi). \end{aligned} \tag{53}$$

El ángulo ϕ, puede expresarse por

$$\tan(2\phi) = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos(\delta). \tag{54}$$

En resumen, la representación en términos generales de la polarización de ondas planas, está dada por la ecuación de una elipse, es decir, se dice que tienen polarización elíptica. El sentido de la polarización se determina mediante el signo del término $\sin(\delta)$.

Polarización lineal

Consideremos el caso en que la fase relativa δ, de una onda plana es

$$\delta = \delta_x - \delta_y = m\pi, \tag{55}$$

para $(m = 0, 1)$. En este caso, la Ec. (50) se convierte en

$$\frac{E_y}{E_x} = (-1)^m \frac{A_y}{A_x}, \tag{56}$$

es decir, la relación de las componentes del campo eléctrico es una constante. En otras palabras, la dirección de oscilación mientras la onda se propaga, describe una línea recta. A este fenómeno, se el conoce como polarización lineal.

Polarización Circular

Si ahora se considera que la fase relativa δ está dada por

$$\delta = \delta_y - \delta_x = \pm\frac{1}{2}\pi, \tag{57}$$

y $A_y = A_x$, la polarización estará descrita por la ecuación de un círculo, es decir, se tendrá luz circularmente polarizada. Para $\delta = -\frac{1}{2}\pi$, la rotación del vector de campo eléctrico será acorde con las manecillas del reloj. Si $\delta = \frac{1}{2}\pi$, la rotación será en sentido inverso.

Cálculo de Jones

Existen diversos dispositivos ópticos que pueden alterar el estado de polarización de la luz, por ejemplo, placas retardadoras, polarizadores, LCDs, entre otros. No obstante, cuando un sistema óptico contiene varios de estos elementos interactuando entre sí, es difícil calcular con exactitud la distribución de luz a la salida. El cálculo de Jones (Jones, 1941), es un método eficiente para este tipo de problemas donde cada elemento óptico se representa por una matriz 2x2, y el estado de polarización de una onda, se representa mediante un vector de 2 elementos comúnmente llamado vector de Jones. La matriz de Jones de un sistema, se obtiene multiplicando las matrices individuales de cada elemento que lo compone. El estado de polarización de la luz a la salida del sistema, se calcula al multiplicar el vector de Jones de la luz incidente por la matriz total del sistema.

Vector de Jones

Una onda plana, tal como en la Ec. (29), puede expresarse en términos de su vector de Jones, definido como

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x \exp(i\delta_x) \\ A_y \exp(i\delta_y) \end{pmatrix}. \tag{58}$$

La Ec. (58) contiene la información completa sobre las fases y amplitudes de las componentes rectangulares del campo eléctrico de la onda. Notemos que las componentes originales (E_x, E_y), pueden obtenerse mediante

$$\begin{aligned} E_x &= \mathrm{Re}\left[J_x \exp\left(i\omega t\right)\right] = \mathrm{Re}\left\{A_x \exp\left[i\left(\omega t + \delta_x\right)\right]\right\}, \\ E_y &= \mathrm{Re}\left[J_y \exp\left(i\omega t\right)\right] = \mathrm{Re}\left\{A_y \exp\left[i\left(\omega t + \delta_y\right)\right]\right\}. \end{aligned} \tag{59}$$

El vector de Jones de una onda linealmente polarizada, es

$$\mathbf{J}_{lin} = \begin{pmatrix} \cos\left(\psi\right) \\ \sin\left(\psi\right) \end{pmatrix}, \tag{60}$$

donde ψ es el ángulo de oscilación respecto a los ejes coordenados (Fig. 8(b)). Cuando luz tiene polarización circular en el sentido de las manecillas del reloj, el vector de Jones está dado por

$$\mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \tag{61}$$

Si el sentido es inverso, entonces, se obtiene

$$\mathbf{J}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \tag{62}$$

Se sabe que en términos generales, el estado de polarización de la luz es de forma elíptica. En este caso, el vector de Jones, es

$$\mathbf{J}\left(\psi, \delta\right) = \begin{pmatrix} \cos\left(\psi\right) \\ \exp\left(i\delta\right)\sin\left(\psi\right) \end{pmatrix}. \tag{63}$$

Sea $f\left(x, y\right)$ un frente de onda plano que incide sobre un cristal uniaxial, como se muestra en la Fig. 8. Un cristal uniaxial, es un material anisotrópico cuyas moléculas están ordenadas en la dirección de un mismo eje, conocido como director molecular (ver Fig. 8(a)). Estos cristales son birrefringentes, es decir, presentan dos índices de refracción n_o, y n_e, conocidos como índice ordinario y extraordinario, respectivamente,

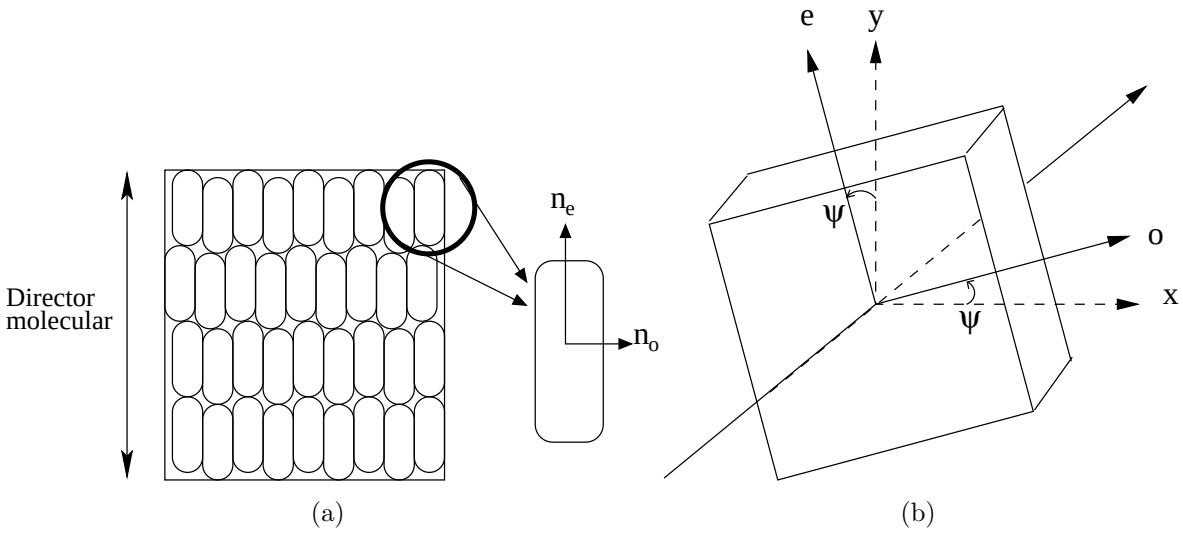


Figura 8: (a) Estructura molecular de un cristal uniaxial. (b) Geometría de un cristal uniaxial.

dependiendo de la dirección de propagación, así como de la polarización de la luz incidente. Asumamos que el vector de Jones de la onda incidente, está dado por

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}. \tag{64}$$

Para determinar la distribución de luz a la salida del cristal, es necesario descomponer la luz incidente en términos de sus componentes rectangulares V_o y V_e (ver Fig. 8(b)), las cuales representan las componentes paralelas a los ejes o y e, respectivamente. Esto se logra usando la siguiente transformación:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V_o \\ V_e \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \\ &= R(\psi) \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{65}$$

Aquí, V_o y V_e, son las componentes ordinarias y extraordinarias del vector $\mathbf{V}$. Así, la salida del cristal está dada por

$$\begin{pmatrix} V'_o \\ V'_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp\left(-in_o\frac{\omega}{c}l\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-in_e\frac{\omega}{c}l\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ V_e \end{pmatrix}, \tag{66}$$

donde l representa el ancho del cristal, y ω es la frecuencia de la onda. A partir de la Ec. (66), podemos observar como la velocidad de las componentes V_e' y V_o', son diferentes, y están dadas en términos de sus índices de refracción n_o y n_e. Notemos que el desfasamiento relativo, está dado por

$$\Gamma = \frac{\omega l}{c}\left(n_o - n_e\right). \tag{67}$$

De esta forma la Ec. (66), puede ser reescrita como a continuación:

$$\begin{pmatrix} V_o' \\ V_e' \end{pmatrix} = \exp\left(-i\phi\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-i\Gamma/2\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(i\Gamma/2\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ V_e \end{pmatrix}, \tag{68}$$

donde ϕ es la media del desfasamiento acumulado,

$$\phi = \frac{1}{2}\left(n_o + n_e\right). \tag{69}$$

Las componentes del vector de Jones a la salida del cristal, en términos de los ejes (x, y), están dados por

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V'_x \\ V'_y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V'_o \\ V'_e \end{pmatrix} \\ &= R\left(-\psi\right) \begin{pmatrix} V'_o \\ V'_e \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{70}$$

En resumen, podemos decir que la distribución de luz a salida del cristal de la Fig. 8(b), es

$$\begin{pmatrix} V'_x \\ V'_y \end{pmatrix} = R\left(-\psi\right) W_0 R\left(\psi\right) \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}, \tag{71}$$

donde $R\left(\psi\right)$ es la matriz de rotación, y W_0 es la matriz de Jones del cristal uniaxial. Estas matrices están dadas por

$$R\left(\psi\right) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix}, \tag{72}$$

y

$$W_0 = \exp\left(-i\phi\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-i\Gamma/2\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(i\Gamma/2\right) \end{pmatrix}. \tag{73}$$

Resumen del Capítulo

En este capítulo se ha presentado una síntesis de la teoría necesaria para el planteamiento de esta tesis. Primero se ha introducido la teoría de los sistemas lineales y sus características más importantes. Posteriormente se definió la transformada de Fourier y sus propiedades para señales continuas y discretas, así como la transformada discreta de Fourier utilizada ampliamente en las computadoras digitales. Finalmente, se hizo una introducción a la óptica con los temas: naturaleza de la luz, teoría escalar de la difracción, óptica de Fourier, y polarización de la luz. Estos temas son fundamentales para la comprensión del funcionamiento de los procesadores opto-digitales de información. En el siguiente capítulo se describirá el estado del arte en cuanto al reconocimiento de patrones por correlación se refiere.

Capítulo III

Reconocimiento de patrones en tiempo-real

El objetivo principal del reconocimiento óptico de patrones es el de detectar y ubicar la posición exacta de los objetos de interés, a partir de una escena observada (Kumar *et al.*, 2005). Si la imagen de entrada se obtiene mediante la captura de una escena del mundo real, es de esperar que esta imagen esté corrompida por la acción de al menos una fuente de ruido. Este hecho complica de manera importante el objetivo principal del reconocimiento óptico de patrones, ya que se introduce un factor de aleatoriedad que produce incertidumbre. Por ejemplo, cuando la luz incide sobre un fotodetector optoelectrónico (por ejemplo una cámara CCD), se produce una excitación aleatoria de electrones que genera un proceso estocástico cuyo valor esperado es proporcional a la intensidad de la luz incidente (Jain, 1988). En consecuencia, la señal entregada por el detector estará corrompida con ruido aditivo.

III.1 Localización de objetos en imágenes

Sea $\{b_k\}$ un conjunto de k muestras de la señal observada (ensamble de imágenes de la escena), en su versión discreta

$$b_k = a_k\left(x_0, y_0\right) + n_k, \tag{74}$$

donde $\{a_k\left(x_0, y_0\right)\}$ denota el conjunto de muestras de la señal deseada (en la posición arbitraria (x_0, y_0)), y $\{n_k\}$ es el conjunto de realizaciones de la fuente de ruido aditivo. A partir de la Ec. (74), se requieren encontrar las coordenadas (x_0, y_0) en la imagen

b_k. Estas coordenadas pueden estimarse utilizando un estimador estadístico óptimo como el de máxima probabilidad a-posteriori (MAP) (Duda *et al.*, 2001), que puede formularse como a continuación:

$$P\left(\{a_k\left(x_0,y_0\right)\}\mid\{b_k\}\right)=\frac{P\left(\{a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right)P\left(\{b_k\}\mid\{a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right)}{P\left(\{b_k\}\right)}, \tag{75}$$

donde $P\left(\{\cdot\}\right)$, y $P\left(\{\cdot\}\mid\{\cdot\}\right)$ son probabilidades a-priori y a-posteriori, respectivamente. Notemos que la probabilidad $P\left(\{b_k\}\right)$ en la Ec. (75), es independiente de la posición $\{(x_0,y_0)\}$, por lo que este término puede ignorarse. Además, es fácil notar que

$$P\left(\{b_k\}\mid\{a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right)=P\left(\{n_k=b_k-a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right). \tag{76}$$

De esta forma, la estimación de las coordenadas del objeto deseado, estaría dada por

$$(\hat{x_0},\hat{y_0})=\underset{(x_0,y_0)}{\operatorname{argmax}}\left\{P\left(\{a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right)P\left(\{b_k-a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right)\right\}. \tag{77}$$

Para el caso particular donde $\{n_k\}$, es un proceso estocástico Gaussiano no-correlacionado (ruido blanco) (Papoulis, 2002), con media cero y desviación estándar σ_n. La Ec. (76), se convierte en

$$P\left(\{n_k=b_k-a_k\left(x_0,y_0\right)\}\right)=C\prod_{k=0}^{N-1}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[b_k-a_k\left(x_0,y_0\right)\right]^2\right\}, \tag{78}$$

donde C es una constante de normalización, y N es la dimensión del ensamble. Substituyendo la Ec. (78) en la Ec. (77), y aplicando la función logaritmo natural, se obtiene

$$(\hat{x_0},\hat{y_0})=\underset{(x_0,y_0)}{\operatorname{argmin}}\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\left|b_k-a_k\left(x_0,y_0\right)\right|^2-2\sigma^2\ln\left[P\left(x_0,y_0\right)\right]\right\}. \tag{79}$$

La Ec. (79) puede simplificarse un poco, ya que $\sum_{k=0}^{N-1}\left|b_k\right|^2$ y $\sum_{k=0}^{N-1}\left|a_k\left(x_0,y_0\right)\right|^2$, son independientes de las coordenadas (x_0,y_0). Ignorando estos elementos, la Ec. (79) se convierte en

$$(\hat{x_0},\hat{y_0})=\underset{(x_0,y_0)}{\operatorname{argmax}}\left\{\sum_{k=0}^{N-1}b_k a_k\left(x_0,y_0\right)+2\sigma^2\ln\left[P\left(x_0,y_0\right)\right]\right\}. \tag{80}$$

Notemos que el término de la sumatoria en la Ec. (80) es equivalente a la correlación entre la señal observada b_k y la señal deseada a_k. Para el caso de señales continuas, el estimador óptimo de MAP es

$$\begin{aligned}(\hat{x_0}, \hat{y_0}) &= \underset{(x_0,y_0)}{\operatorname{argmax}} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b(x,y)\, a(x+x_0, y+y_0)\, dxdy + 2\sigma^2 \ln\left[P(x_0,y_0)\right] \right\} \\ &= \underset{(x_0,y_0)}{\operatorname{argmax}} \left\{ b(x,y) \odot a(x,y) + 2\sigma^2 \ln\left[P(x_0,y_0)\right] \right\}, \end{aligned} \tag{81}$$

donde "$\odot$" indica la operación de correlación. Si no se tiene información a-priori sobre la probabilidad de las coordenadas (x_0, y_0), o si $P(x_0, y_0)$ tiene distribución uniforme, la Ec. (81) se convierte en el estimador de máxima verosimilitud (MLP), dado por

$$(\hat{x_0}, \hat{y_0}) = \underset{(x_0,y_0)}{\operatorname{argmax}} \left\{ b(x,y) \odot a(x,y) \right\}. \tag{82}$$

En base a las Ecs. (81) y (82), podemos decir que la detección y localización de objetos en imágenes a través de filtros de correlación, es una técnica de reconocimiento de patrones basada en estimadores estadísticos.

III.2 Modelos de imagen

El reconocimiento óptico de patrones es una disciplina basada en la formulación de modelos matemáticos. Por esta razón la correcta descripción de los modelos de la imagen de entrada, es de suma importancia. En el reconocimiento de objetos por correlación los modelos de imagen más importantes son, el modelo aditivo, disjunto, y multiplicativo (Javidi y Hormer, 1994), los cuales se describen enseguida.

III.2.1 Modelo aditivo

Este modelo sirve para describir a un conjunto de objetos, que son capturados con una cámara. Sea $t(x, y)$, la imagen de un objeto de interés. La intensidad reflejada por el objeto incide sobre el sensor de la cámara. En consecuencia, se genera un flujo aleatorio

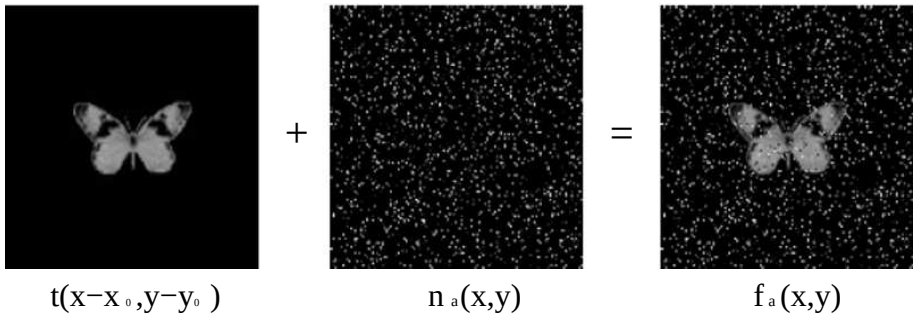


Figura 9: Imagen bajo el modelo aditivo.

de electrones cuyo valor esperado es proporcional a la intensidad incidente; es decir, se genera la imagen del objeto con ruido aditivo (ver Fig. 9). La expresión matemática de este modelo, puede escribirse como

$$f_a(x,y) = t(x - x_0, y - y_0) + n_a(x,y), \tag{83}$$

donde $n_a(x,y)$ es el ruido del sensor, y (x_0, y_0) son coordenadas arbitrarias del objeto en la escena.

III.2.2 Modelo multiplicativo

Este modelo se utiliza principalmente para representar matemáticamente algunas distorsiones de imagen que afectan directamente los valores de los pixeles. Por ejemplo, la iluminación. Este modelo puede describirse como a continuación:

$$f_m(x,y) = t(x,y)\, n_m(x,y). \tag{84}$$

Aquí, $n_m(x,y)$ denota el ruido multiplicativo. En la Fig. 10, puede observarse un ejemplo de este modelo donde $n_m(x,y)$ está dado por una función de iluminación no-homogénea.

III.2.3 Modelo disjunto

El modelo disjunto describe más adecuadamente las imágenes capturadas del mundo real. En otras palabras, consideremos el caso donde una cámara registra la imagen

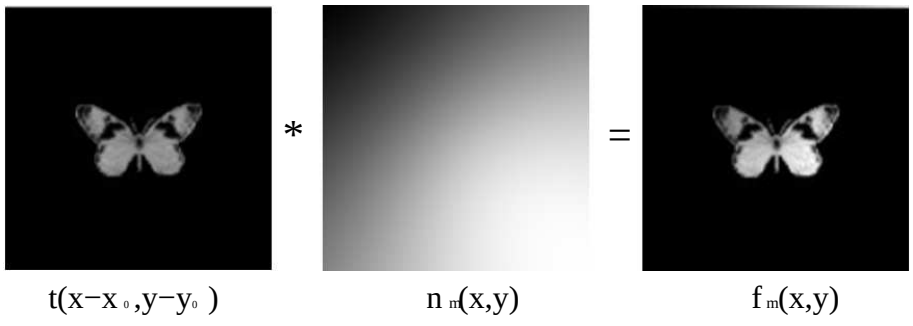


Figura 10: Imagen bajo el modelo multiplicativo.

de un objeto de interés, en condiciones arbitrarias. Notemos que la imagen resultante estará formada por la imagen del objeto más la porción del fondo en el que el objeto está incrustado (Fig. 11). Este modelo puede escribirse como a continuación:

$$f_d(x,y) = t(x - x_0, y - y_0) + w(x - x_0, y - y_0)\, b(x,y), \tag{85}$$

donde $b(x,y)$ es la imagen del fondo, y $w(x - x_0, y - y_0)$ es una función binaria definida como

$$w(x - x_0, y - x_0) = \begin{cases} 0; & \text{Dentro del área de } t(x,y) \\ 1; & \text{Otra manera.} \end{cases}$$

Figura 11: Imagen bajo el modelo disjunto.

III.3 Arquitecturas de procesamiento óptico de información

El procesamiento de información es actualmente una disciplina de creciente interés científico, ya que constantemente se requiere de métodos que puedan procesar cada vez más información en el menor tiempo posible. Un claro ejemplo de esto es en el procesamiento de imágenes, donde con el avance continuo de las cámaras digitales modernas, es necesario procesar imágenes de alta resolución. Es bien conocido que la técnica más utilizada en el procesamiento de imágenes es mediante la aplicación de filtros (lineales y/o no-lineales) a la imagen de entrada. En óptica, puede aplicarse un filtro lineal en el dominio de la frecuencia aprovechando la poderosa característica de que cuando un sistema óptico es iluminado con luz coherente, entonces la transformada de Fourier de una imagen de entrada, cumple con las condiciones de existencia (Bracewell, 1978). Uno de los primeros trabajos en este sentido fue realizado por Abbe, donde mediante la aplicación de un filtro espacial mejoraba la resolución de un microscopio. Sin embargo, no fue hasta la llegada del laser cuando el procesamiento coherente de información empezó a desarrollarse (Maiman, 1960; Javan *et al.*, 1961). Basado en las técnicas de detección de señales electrónicas, Vanderlugt (1964) propuso el primer procesador óptico para el reconocimiento de objetos en imágenes. A este procesador se le conoce como 4f. Solamente dos años después Weaver y Goodman (1966), propusieron el correlador de transformada conjunta (JTC). Hasta hoy, estos dos procesadores son muy utilizados y han sido muy investigados por la comunidad científica del procesamiento de imágenes.

III.3.1 Procesador 4f

El procesador 4f fue propuesto por Vanderlugt en 1964. Su diagrama a bloques se ilustra en la Fig. 12. Sea $f(x, y)$ la escena de entrada al sistema. Su transfor-

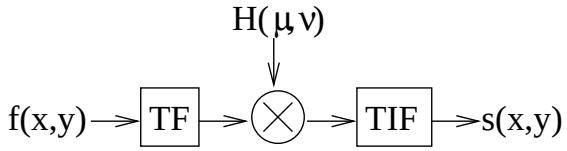


Figura 12: Diagrama a bloques del procesador 4f.

mada de Fourier $F(\mu,\nu)$, a la salida de bloque TF (Transformada de Fourier, ver Fig. 12), es multiplicada por la respuesta en frecuencia del filtro $H(\mu,\nu)$. Así, se obtiene $S(\mu,\nu) = F(\mu,\nu)\,H(\mu,\nu)$; que a su vez es la entrada del bloque TIF (Transformada Inversa de Fourier). Finalmente, la salida del sistema es $s(x,y)$; es decir, la transformada inversa de Fourier de $S(\mu,\nu)$. En óptica, el procesador 4f puede implementarse como se muestra en la Fig. 13 (Vanderlugt, 1964). Podemos ver cómo un frente de onda plano ilumina al SLM 1, el cual despliega la función $f(x,y)$. A una distancia f (distancia focal) se encuentra colocada la lente L1, encargada de generar la transformada de Fourier de $f(x,y)$ en una distancia focal posterior a la lente. En esta misma posición se encuentra el SLM 2, desplegando la función de transferencia del filtro $Q(\mu,\nu)$. En consecuencia se realiza la multiplicación entre las funciones $F(\mu,\nu)$ (transformada de Fourier de $f(x,y)$) y $H(\mu,\nu)$. Posteriormente, a una distancia f está colocada la lente L2, encargada de generar la transformada de Fourier del producto $S(\mu,\nu) = F(\mu,\nu)H(\mu,\nu)$, en el plano de salida, es decir, se obtendrá la convolución entre $f(x,y)$ y $h(x,y)$ (respuesta el impulso del filtro).

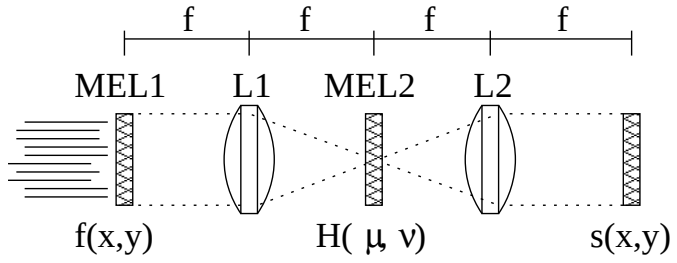


Figura 13: Implementación en óptica del procesador 4f.

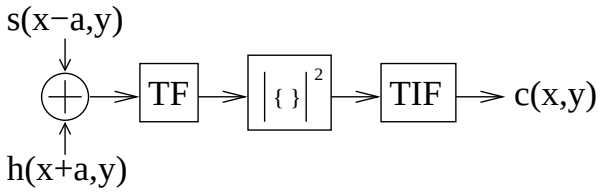


Figura 14: Diagrama a bloques del correlador de transformada conjunta.

Para realizar reconocimiento óptico de patrones mediante el procesador 4f, debe diseñarse la función de transferencia de un filtro $H(\mu,\nu)$, que produzca como salida la correlación entre la escena de entrada y la señal de referencia (Kumar *et al.*, 2005). Posteriormente las coordenadas del valor de intensidad máxima en el plano de correlación indicará la posición del objeto deseado.

III.3.2 Correlador de transformada conjunta (JTC)

El JTC fue propuesto por (Weaver y Goodman, 1966). Su diagrama a bloques se muestra en la Fig. 14. La imagen de entrada $f(x,y)$, consiste en la escena $s(x,y)$ y el filtro $h(x,y)$, separados por una distancia $2a$ respecto al origen,

$$f(x,y) = s(x+a,y) + h(x-a,y). \tag{86}$$

La transformada de Fourier de $f(x,y)$, que se obtiene a la salida del bloque TF (ver Fig. 14), está dada por

$$F(\mu,\nu) = S(\mu,\nu)\exp(ia\mu) + H(\mu,\nu)\exp(-ia\mu). \tag{87}$$

La intensidad del espectro conjunto: $|F(\mu,\nu)|^2$, obtenido por ejemplo, con una cámara CCD, está dado por

$$\begin{aligned} |F(\mu,\nu)|^2 &= |S(\mu,\nu)|^2 + |H(\mu,\nu)|^2 \\ &\quad + S(\mu,\nu)H^*(\mu,\nu)\exp(i2a\mu) \\ &\quad + H(\mu,\nu)S^*(\mu,\nu)\exp(-i2a\mu). \end{aligned} \tag{88}$$

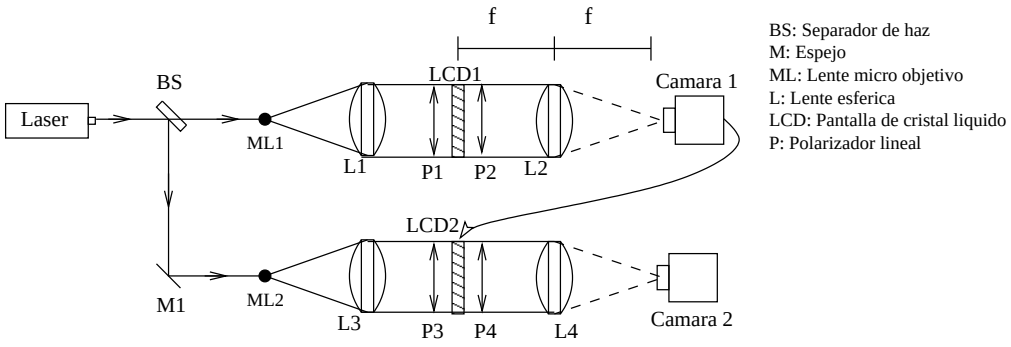


Figura 15: Implementación óptica del correlador de transformada conjunta.

Finalmente, la salida del sistema se obtiene aplicando la transformada inversa de Fourier a la Ec. (88),

$$\begin{aligned} c\left(x,y\right) &= c_{ss}\left(x,y\right)+c_{hh}\left(x,y\right) \\ &\quad +c_{sh}\left(x+2a,y\right)+c_{hs}\left(x-2a,y\right), \end{aligned} \tag{89}$$

donde c_{xy} indica la correlación entre x y y. A partir de la Ec. (89), podemos ver cómo los términos de interés (términos de correlación cruzada), aparecen en las distancias $\pm 2a$ respecto al origen, en el plano de salida. La implementación física del JTC, se muestra en la Fig. 15 (Weaver y Goodman, 1966). Esta arquitectura se compone principalmente de dos sistemas básicos para obtener la transformada óptica de Fourier (Fig. 4). El haz de un láser es separado en dos, por un cubo separador. Cada haz es colimado independientemente al pasar por un filtro espacial y una lente esférica (ML1 y L1, para el primer sistema, y ML2 y L3, en el segundo sistema), para posteriormente iluminar cada uno de los sistemas ópticos. El LCD 1 del primer sistema, despliega la imagen conjunta de entrada. La luz modulada, a la salida del LCD1 es enfocada por la lente L2 formando la transformada de Fourier de la imagen conjunta, en el plano de la cámara 1. El espectro conjunto (intensidad de la transformada de Fourier de la imagen conjunta) es registrado por la cámara 1. La señal de salida de esta cámara, es desplegada por el LCD 2. Finalmente, de manera similar que el primer sistema, la

cámara 2 registra la intensidad del plano de correlación de salida. La principal limitante que presenta este correlador, es su poca tolerancia a distorsiones de la escena, como rotaciones y cambios de escala en los objetos, y ruido disjunto (presencia de fondo). Para mostrar esto, asumamos que $\tilde{S}(x,y)$ es ahora la nueva imagen de la escena. Esta imagen contiene los objetos de entrada $o(x,y)$ (deseados y no deseados) incrustados sobre un fondo $\tilde{b}(x,y) = w(x-x_0, y-y_0)\, b(x,y)$, donde $b(x,y)$ es la imagen del fondo. De esta forma, la imagen conjunta de entrada, estaría dada por

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \tilde{s}(x+a,y) + h(x-a,y) \\ &= o(x-x_0+a, y-y_0) + h(x-a,y) \\ &\quad + w(x-x_0+a, y-y_0)\, b(x+a,y). \end{aligned} \tag{90}$$

Asumiendo que $(x_0 = 0, y_0 = 0)$, la intensidad del espectro conjunto es

$$\begin{aligned} |F(\mu,\nu)|^2 &= |S(\mu,\nu)|^2 + \left|\tilde{B}(\mu,\nu)\right|^2 + |H(\mu,\nu)|^2 \\ &\quad + S(\mu,\nu)\,\tilde{B}^*(\mu,\nu) + \tilde{B}^*(\mu,\nu)\,S(\mu,\nu) \\ &\quad + \left[S(\mu,\nu)\,H^*(\mu,\nu) + \tilde{B}(\mu,\nu)\,H^*(\mu,\nu)\right]\exp(i2a\mu) \\ &\quad + \left[H(\mu,\nu)\,S^*(\mu,\nu) + H(\mu,\nu)\,\tilde{B}^*(\mu,\nu)\right]\exp(-i2a\mu). \end{aligned} \tag{91}$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier a la Ec. (91), se obtiene

$$\begin{aligned} c(x,y) &= c_{oo}(x,y) + c_{\tilde{b}\tilde{b}}(x,y) + c_{hh}(x,y) + c_{o\tilde{b}}(x,y) + c_{\tilde{b}s}(x,y) \\ &\quad + c_{oh}(x+2a,y) + c_{\tilde{b}h}(x+2a,y) \\ &\quad + c_{ho}(x-2a,y) + c_{h\tilde{b}}(x-2a,y). \end{aligned} \tag{92}$$

En la Eq. (92), podemos ver cómo en los términos de correlación cruzada (términos de interés), no sólo aparecen las correlaciones entre los objetos y la imagen de referencia, como en el JTC clásico. Aquí, además se suman las correlaciones entre el fondo y la imagen de referencia. Estos últimos términos, afectan severamente la calidad de reconocimiento del JTC, ya que genera picos falsos de correlación en el área del fondo.

III.4 Métricas de desempeño

Hasta ahora, sabemos que el reconocimiento óptico de patrones se basa en las estimaciones MAP y ML (ver Sec. III.1). Dicho en palabras, deben encontrarse las coordenadas del valor máximo de intensidad en el plano de correlación (función de verosimilitud) entre la escena de entrada y el filtro de referencia. Para que esta estimación pueda hacerse correctamente, debe diseñarse un filtro de correlación optimizado con respecto a alguna medida de desempeño, que garantice un buen desempeño para le modelo de imagen de la escena. En la actualidad, existe un gran número métricas que permiten evaluar el desempeño de los filtros de correlación (Kumar y Hassebrook, 1990). Entre las métricas más utilizada podemos mencionar la relación señal a ruido (SNR), capacidad de discriminación (DC), relación energía del pico de correlación a energía de salida (POE), eficiencia de luz (LE), entre otras. Estas métricas serán descritas a continuación.

Relación señal a ruido (SNR)

Es una buen medida para caracterizar el ruido presente en el pico de correlación. Formalmente la SNR, puede definirse como a continuación:

$$SNR = \frac{\left|\mathrm{E}\left\{c\left(x_0, y_0\right)\right\}\right|^2}{\mathrm{var}\left\{c\left(x_0, y_0\right)\right\}}, \tag{93}$$

donde $c\left(x_0, y_0\right)$ representa el valor del pico de correlación en las coordenadas del objeto deseado en la escena. El numerador de la Ec. (93), está dado por la intensidad del valor esperado del pico de correlación generado por el objeto. El denominador de la Ec. (93), es la varianza del pico de correlación ocasionado por el ruido. El principal problema con esta medida es que no hay forma de tomar en cuenta al ruido que no afecta directamente al pico de correlación, por ejemplo, ruido disjunto. En este caso, la SNR podría registrar valores muy altos, aun cuando el plano de correlación contenga

lóbulos intensos en el área del fondo (Javidi y Wang, 1992).

Capacidad de discriminación (DC)

La DC evalúa la habilidad de un filtro para detectar un objeto deseado y rechazar cualquier otro objeto, por ejemplo, el fondo (Yaroslavsky, 1993). La DC se define como

$$DC = 1 - \frac{|c_b(0,0)|^2}{|c_t(0,0)|^2}, \tag{94}$$

donde $|c_b(0,0)|^2$ es el valor de intensidad máxima en el plano de correlación sobre el área del fondo y $|c_t(0,0)|^2$ es el valor de intensidad máxima en el plano de correlación sobre el área del objeto deseado. El área del fondo corresponde al complemento del área del objeto deseado. El valor máximo de esta medida es la unidad mientras que valores negativos indican que el objeto no puede ser reconocido por el filtro.

Relación energía del pico de correlación a energía de salida (POE)

La métrica POE (Javidi y Hormer, 1994) se define como la relación entre la intensidad del valor esperado del pico de correlación y el valor esperado del promedio de la energía del plano de correlación, es decir,

$$POE = \frac{|\mathrm{E}\{c(x_0,y_0)\}|^2}{\mathrm{E}\left\{\overline{|c(x,y)|^2}\right\}}, \tag{95}$$

donde $\overline{|c(x,y)|^2}$ representa el promedio espacial de la intensidad del plano de correlación. Esta medida, supera las deficiencias de la Ec. (93) para el modelo disjunto.

Eficiencia de luz (LE)

Esta métrica es importante cuando el reconocimiento de patrones se lleva a cabo con procesadores ópticos. La eficiencia de luz (LE) (Horner, 1982), es una medida que relaciona la cantidad de luz a la salida de un sistema, respecto a la luz de entrada. En

otras palabras, la LE nos indica qué tanto se aprovecha la luz en un sistema óptico, y se define como a continuación:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\text{Intensidad total a la salida}}{\text{Intensidad total a la entrada}} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\mu,\nu)|^2 |H(\mu,\nu)|^2}{|S(\mu,\nu)|^2} d\mu d\nu. \end{aligned} \tag{96}$$

Aquí, $S(\mu,\nu)$ y $H(\mu,\nu)$ representan las transformadas de Fourier de la escena de entrada y la función de transferencia del filtro, respectivamente.

III.5 Técnicas de Correlación

El primer filtro de correlación del que se tiene registro fue propuesto por Vanderlugt (1964). Este filtro comúnmente se conoce como el filtro de acoplamiento clásico (CMF). Desde entonces un gran número de técnicas de reconocimiento de patrones por correlación han sido propuestas. La mayoría de ellas orientadas a proveer invariancia a distorsiones de la escena. Estas técnicas pueden clasificarse ampliamente, en relación a su forma de implementación, en dos categorías principales; filtros de correlación y sistemas de transformada conjunta.

III.5.1 Filtros de Correlación

Los filtros de correlación, se utilizan en el procesador 4f con el objetivo de formar una imagen de salida del procesador, correspondiente a la correlación entre la escena de entrada y la señal de referencia. En relación a la forma en que son diseñados, los filtros de correlación se dividen en filtros analíticos y filtros compuestos. Los filtros analíticos se diseñan optimizando diferentes métricas de desempeño, a partir del modelo de imagen de la escena. La principal ventaja de estos filtros es que pueden representarse mediante una expresión matemática de forma cerrada. De forma contraria, los filtros compuestos, se diseñan a partir de un conjunto de imágenes de entrenamiento, las cuales deben

ser suficientemente descriptivas y representativas de los patrones y sus variantes a ser reconocidos por el filtro, así, como de los diferentes patrones que se desean rechazar (Kumar, 1992).

Filtros Analíticos

Hoy en día, existe un gran número de filtros analíticos optimizados para diferentes modelos de imagen y orientados a ser robustos a diferentes distorsiones. Algunos de los más importantes son: el filtro de acoplamiento (CMF), el filtro sólo-fase (POF) (Horner y Gianino, 1984), y el filtro óptimo (OF) (Javidi y Wang, 1997), los cuales se describen enseguida.

Filtro de acoplamiento (CMF)

Este filtro es óptimo con respecto a la SNR para el modelo aditivo. Sea $f(x,y)$ la imagen observada, dada por

$$f(x,y) = t(x - x_0, y - y_0) + n_a(x,y), \tag{97}$$

donde $t(x - x_0, y - y_0)$ es el objeto deseado (en la posición arbitraria (x_0, y_0)), y $n_a(x,y)$ es ruido aditivo Gaussiano con media cero y desviación estándar σ_n, conocida. El objetivo es diseñar un filtro de correlación $H(\mu,\nu)$, que sea capaz de generar como salida, un valor de intensidad muy alto "1" en la posición (x_0, y_0), y un valor muy bajo "0", en cualquier otra parte fuera del área del objeto, es decir,

$$s(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, h(x+\tau_x, y+\tau_y)\, d\tau_x d\tau_y = \left\{ \begin{array}{ll} 1; & \text{Si } (\tau_x = x_0, \tau_y = y_0) \\ 0; & \text{Otra manera.} \end{array} \right\}. \tag{98}$$

Aquí, $h(x,y)$ es la respuesta al impulso del filtro. Si la señal observada (Ec. (97)) estuviera libre de ruido, entonces, el filtro óptimo estaría dado por $h(x,y) = t(-x,-y)$, (asumiendo que $f(x,y) \in \Re$). Sin embargo, debido al ruido aditivo del sensor, es

inevitable que se presenten fluctuaciones en el valor de intensidad del pico de correlación, en la posición (x_0, y_0). Este hecho motivó a Vanderlugt a definir la SNR como en la Ec. (93), ya que con esta medida es posible caracterizar las fluctuaciones del valor del pico de correlación ocasionadas por el ruido. Notemos que el numerador en la Ec. (93), se refiere a la intensidad del valor promedio del pico de correlación, tomado de un conjunto de muestras. El denominador de la Ec. (93), representa la varianza del valor del pico de correlación, tomado también de un conjunto de muestras. En consecuencia, mientras mayor sea la SNR, menor será la variación del valor del pico de correlación. Asumiendo que $\mathrm{E}\{n_a\} = 0$, y usando la relación de Parseval's (ver Tabla I), la SNR puede reescribirse como

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} S(\mu,\nu)\, H(\mu,\nu)\, d\mu d\nu\right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} P_n(\mu,\nu)\, |H(\mu,\nu)|^2\, d\mu d\nu} \\ &= \frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{S(\mu,\nu)}{\sqrt{P_n(\mu,\nu)}}\right] \left[\sqrt{P_n(\mu,\nu)} H(\mu,\nu)\right] d\mu d\nu\right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} P_n(\mu,\nu)\, |H(\mu,\nu)|^2\, d\mu d\nu}. \end{aligned} \tag{99}$$

Aquí, $S(\mu,\nu)$ y $H(\mu,\nu)$ son las transformadas de Fourier de $s(x,y)$ y $h(x,y)$, respectivamente, y $P_n(\mu,\nu)$ representa la densidad espectral de potencia del ruido $n_a(x,y)$ (Bendat, 1986). Para determinar el filtro $H(\mu,\nu)$ que maximice la SNR, podemos aplicar la desigualdad de Cauchy-Schwarz (Steele, 2004) a la Ec. (99), como a continuación:

$$\begin{aligned} SNR &\leq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\mu,\nu)|^2}{P_n(\mu,\nu)} d\mu d\nu \int_{-\infty}^{\infty} P_n(\mu,\nu)\, |H(\mu,\nu)|^2\, d\mu d\nu}{\int_{-\infty}^{\infty} P_n(\mu,\nu)\, |H(\mu,\nu)|^2\, d\mu d\nu} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\mu,\nu)|^2}{P_n(\mu,\nu)} d\mu d\nu. \end{aligned} \tag{100}$$

En base a la Ec. (100), el valor máximo de la SNR, se obtiene únicamente cuando

$$\sqrt{P_n(\mu,\nu)} H(\mu,\nu) = \alpha \frac{S^*(\mu,\nu)}{\sqrt{P_n(\mu,\nu)}}, \tag{101}$$

donde α es una constante. Resolviendo la Ec. (101) para $H(\mu,\nu)$, se obtiene

$$H(\mu,\nu) = \alpha \frac{S^*(\mu,\nu)}{P_n(\mu,\nu)}. \tag{102}$$

La Ec. (102) representa la respuesta en frecuencia del filtro de acoplamiento clásico. Es fácil notar que si el ruido es blanco, entonces su densidad espectral de potencia está dada por un valor constante, $P_n(\mu,\nu) = c$. De esta forma, el filtro estaría dado por $H(\mu,\nu) = \alpha S^*(\mu,\nu)$, es decir, por el complejo conjugado de la transformada de Fourier del objeto deseado, y multiplicado por una constante.

Filtro de acoplamiento sólo-fase (POF)

El filtro sólo-fase (POF) fue propuesto por Horner y Gianino (1984). Este filtro es óptimo con respecto a la eficiencia de luz (ver Ec. (96)). Su principal característica es que produce estrechos picos de correlación en la posición del objeto deseado. Sea $H(\mu,\nu)$ la respuesta en frecuencia de filtro de acoplamiento clásico (Ec. (102)). Notemos que esta expresión es una función compleja, que puede reescribirse en su forma polar, como a continuación:

$$H(\mu,\nu) = A(\mu,\nu)\exp\left[i\phi\left[\mu,\nu\right]\right], \tag{103}$$

donde $A(\mu,\nu)$ y $\phi(\mu,\nu)$ representan las funciones de amplitud y fase, respectivamente. El filtro POF propuesto por Horner, está dado por

$$H_{pof}(\mu,\nu) = \exp\left[i\phi(\mu,\nu)\right], \tag{104}$$

donde $A(\mu,\nu) = 1$. En términos ópticos, notemos como la Ec. (104) es una función que modifica sólo la velocidad de una onda incidente, es decir, es una función solo-fase. En consecuencia, este filtro no presenta absorción de luz. Así, se obtiene la máxima LE.

Filtro óptimo

La principal limitante que presentan los filtros CMF (Ec. (102)) y POF (Ec. (104)), es que sólo funcionan correctamente para el modelo aditivo. Además, sabemos que en aplicaciones reales, este modelo no es adecuado para representar las imágenes de entrada. Sea $f_d(x,y)$ una imagen observada bajo el modelo disjunto, tal como en la Ec. (85). Notemos que esta ecuación, puede reescribirse como a continuación:

$$f_d(x,y) = t(x-x_0, y-y_0) + \mu_b w(x-x_0, y-y_0) + w(x-x_0, y-y_0)\, b_0(x,y), \quad (105)$$

donde μ_b, y $b_0(x,y)$ son el valor esperado del fondo $b(x,y)$ y la función del fondo con media cero, respectivamente. Usando el filtro CMF para detectar $t(x,y)$ en $f_d(x,y)$, obtenemos que la intensidad del valor esperado del pico de correlación en la posición $(x_0 = 0, y_0 = 0)$, está dado por

$$\begin{aligned} |\mathrm{E}\{c(0,0)\}|^2 &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|T(\mu,\nu)|^2}{P_n(\mu,\nu)} d\mu d\nu \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu_b}{2\pi} \int_{\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W(\mu,\nu)\, T^*(\mu,\nu)}{P_n(\mu,\nu)} d\mu d\nu \right|^2, \end{aligned} \quad (106)$$

mientras que la varianza: $\mathrm{E}\left\{[c(0,0) - \mathrm{E}\{c(0,0)\}]^2\right\}$, es

$$\mathrm{VAR}\{c(0,0)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{b_0}(\mu,\nu) \left| \frac{T^*(\mu,\nu)}{P_n(\mu,\nu)} \right|^2 d\mu d\nu. \quad (107)$$

La Ec. (107) representa las fluctuaciones del valor del pico de correlación ocasionado por el ruido (en este caso, ruido disjunto). Debido a que la función de ruido $b_0(x,y)$ y la señal deseada $t(x,y)$ son mutuamente excluyentes, entonces, la Ec. (107) tiende a un valor de cero. En consecuencia, el valor de la SNR tiende a valores muy altos, aun cuando el ruido disjunto sea muy considerable. Con el fin de solucionar este problema, diferentes filtros de correlación para el modelo disjunto han sido propuestos. (Refregier *et al.*, 1993), propuso un filtro que optimiza el error cuadrático medio (MSE). Posteriormente Javidi y Wang (1994), propusieron un filtro similar optimizando la métrica POE.

Después, Javidi y Wang (1997), propusieron un interesante filtro óptimo para detectar una señal deseada en una imagen bajo un modelo mixto, es decir, con una combinación de ruido aditivo, disjunto y multiplicativo, el cual se describe enseguida. Para mayor facilidad, en el desarrollo de este filtro se utilizará una notación unidimensional. Sea $f(x)$ la imagen de la escena, definida como

$$f\left(x\right)=n_{m}\left(x\right)\left[t\left(x-x_{0}\right)+b\left(x\right)w\left(x-x_{0}\right)\right]+n_{a}\left(x\right), \tag{108}$$

donde $n_{m}\left(x\right)$ y $n_{a}\left(x\right)$ son funciones aleatorias estacionarias de ruido multiplicativo y aditivo, respectivamente. El objetivo de este filtro es identificar $t\left(x\right)$ generando un claro pico de correlación en la posición $x=x_{0}$, y además, producir valores cercanos a cero en cualquier área del fondo $b\left(x\right)w(x-x_{0})$. Este filtro se obtiene optimizando la métrica POE descrita en la Ec. (95). Sea $H\left(\omega\right)$ la respuesta en frecuencia del filtro óptimo. La salida del filtro $c\left(x_{0}\right)$, está dada por

$$c\left(x_{o}\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H\left(\omega\right)F\left(\omega\right)\exp\left(i\omega x_{0}\right)d\omega, \tag{109}$$

donde $F\left(\omega\right)$ es la transformada de Fourier de $f\left(x\right)$. El valor esperado del pico de correlación, se obtiene mediante

$$E\left\{c\left(x_{0}\right)\right\}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H\left(\omega\right)E\left\{F\left(\omega\right)\exp\left(i\omega x_{0}\right)\right\}d\omega. \tag{110}$$

Asumiendo que la respuesta al impulso del filtro es real, el valor esperado del promedio de la energía de salida es

$$E\left\{\overline{\left[c\left(x_{0}\right)\right]^{2}}\right\}=\frac{1}{2\pi N}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H\left(\omega\right)\right|^{2}E\left\{\left|F\left(\omega\right)\right|^{2}\right\}d\omega, \tag{111}$$

donde N es la extensión espacial de la señal. De esta forma, la POE puede ser reescrita como

$$POE=\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty}H\left(\omega\right)E\left\{F\left(\omega\right)\exp\left(i\omega x_{0}\right)\right\}d\omega\right|^{2}}{2\pi/N\int_{-\infty}^{\infty}\left|H\left(\omega\right)\right|^{2}E\left\{\left|F\left(\omega\right)\right|^{2}\right\}d\omega}. \tag{112}$$

Aplicando la desigualdad de Cauchy-Schwarz a la Ec. (112), se obtiene

$$POE \leq \frac{N}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{E\left\{F\left(\omega\right)\exp\left(i\omega x_0\right)\right\}}{\sqrt{E\left\{\left|F\left(\omega\right)\right|^2\right\}}}\right|^2 d\omega. \tag{113}$$

La igualdad se obtiene sólo cuando

$$H^*_{opt}\left(\omega\right) = \frac{E\left\{F\left(\omega\right)\exp\left(i\omega x_0\right)\right\}}{E\left\{\left|F\left(\omega\right)\right|^2\right\}}. \tag{114}$$

Asumiendo que la coordenada aleatoria x_0 se distribuye uniformemente sobre la imagen de entrada, y que las funciones de ruido $n_m\left(x\right)$, $n_a\left(x\right)$, y el fondo $b\left(x\right)$, son estadísticamente independientes entre sí (Bendat, 1986). El filtro óptimo de la Ec. (114), se convierte en

$$\begin{aligned} H^*_{opt}\left(\omega\right) &= \left[\mu_m\left(T\left(\omega\right)+\mu_b W\left(\omega\right)\right)\right]/ \\ &\quad \left\{\frac{1}{2\pi}N_m\left(\omega\right)\otimes\left[\left|T\left(\omega\right)+\mu_b W\left(\omega\right)\right|^2+\frac{1}{2\pi}N_{b_0}\left(\omega\right)\otimes\left|W\left(\omega\right)\right|^2\right]\right. \\ &\quad \left.+\mu_m\mu_a\left(2\Re\left\{T\left(\omega\right)\right\}+2\mu_b\Re\left\{W\left(\omega\right)\right\}\right)+N_a\left(\omega\right)\right\}. \end{aligned} \tag{115}$$

Notemos que si el ruido aditivo es blanco, la Ec. (115) es ahora

$$H^*_{opt}\left(\omega\right) = \frac{\mu_m\left[T\left(\omega\right)+\mu_b W\left(\omega\right)\right]}{\frac{1}{2\pi}N_m\left(\omega\right)\otimes\left[\left|T\left(\omega\right)+\mu_b W\left(\omega\right)\right|^2+\frac{1}{2\pi}N_{b_0}\left(\omega\right)\otimes\left|W\left(\omega\right)\right|^2\right]+N_a\left(\omega\right)}, \tag{116}$$

donde $N_m\left(\omega\right)$, $N_b\left(\omega\right)$, y $N_a\left(\omega\right)$ son las funciones de densidad espectral de potencia de $n_m\left(x\right)$, $n_b\left(x\right)$, y $n_a\left(x\right)$, respectivamente.

Filtros compuestos

Una de las desventajas de los filtros de acoplamiento, como el CMF, POF, y el OF, es que no tienen tolerancia a distorsiones geométricas de los objetos, como rotaciones y cambios de escala. En respuesta a este problema, Hester y Casasent (1980) propusieron un filtro de correlación que es sintetizado como una combinación lineal de diferentes imágenes de entrenamiento. La idea principal de este enfoque, es que la imágenes

de entrenamiento sean representativas de las distorsiones geométricas del objeto a ser reconocido. En la combinación lineal, los coeficientes se seleccionan de tal forma que, el valor del origen del pico de correlación entre el filtro y cualquiera de las imágenes de entrenamiento de una misma clase, sea el mismo. Así, pueden reconocerse diferentes versiones de un objeto con un solo filtro. A este enfoque, se le conoce como las funciones discriminantes sintéticas (SDF).

Funciones discriminantes sintéticas (SDF)

Definamos la clase verdadera como las diferentes versiones del objeto a ser reconocido. La clase falsa consiste en cualquier objeto no deseado para ser rechazado por el filtro. En este caso, el filtro de correlación puede construirse como una combinación lineal de CMFs para los diferentes objetos. Los coeficientes en la combinación lineal, son determinados de tal manera que las correlaciones cruzadas en el origen del pico de correlación, deben ser igual para todos los objetos pertenecientes a una misma clase. Sea $\{s_i\,(x,y)\,|i=1,2,\ldots,N\}$ un conjunto de imágenes de entrenamiento (linealmente independientes), cada una con M pixeles. La respuesta al impulso del filtro SDF $h\,(x,y)$, puede expresarse como la combinación lineal del conjunto de las imágenes de entrenamiento, es decir,

$$h(x,y)=\sum_{i=1}^{N}a_i s_i(x,y), \tag{117}$$

donde $\{a_i|\,i=1,2,...,N\}$ son los coeficientes de peso, los cuales son seleccionados para satisfacer las siguientes condiciones:

$$\langle s_i,h\rangle=c_i. \tag{118}$$

Aquí, el símbolo "$\langle,\rangle$" representa al producto interno, y $\{c_i,|i=1,2,...,N\}$ son los valores predefinidos de la salida de correlación en el origen, para cada imagen de entrenamiento. Sea $\mathbf{S}$ una matriz con N columnas y M renglones (número de pixeles

en cada imagen de entrenamiento), donde su *i*-ésima columna está dada por el vector imagen de $s_i(x, y)$. Sean $\mathbf{a}$ y $\mathbf{c}$ los vectores columna de a_i y c_i, respectivamente. Las Ecs. (117) y (118) pueden reescribirse en su notación vectorial como

$$\mathbf{h} = \mathbf{S}\mathbf{a}, \tag{119}$$

y

$$\mathbf{c} = \mathbf{S}^{+}\mathbf{h}, \tag{120}$$

donde el superíndice "+" indica transpuesto-conjugado. El *(i,j)*-ésimo elemento de la matriz

$$\mathbf{X} = (\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}), \tag{121}$$

es el valor del origen de la correlación-cruzada entre las imágenes de entrenamiento $s_i(x, y)$ y $s_j(x, y)$. Si la matriz $\mathbf{X}$ es no-singular, entonces las solución del sistema de ecuaciones lineales está dado por

$$\mathbf{a} = (\mathbf{S}^{+}\mathbf{S})^{-\mathbf{1}}\mathbf{c}. \tag{122}$$

Finalmente, el vector del filtro es

$$\mathbf{h} = \mathbf{S}(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S})^{-\mathbf{1}}\mathbf{c}. \tag{123}$$

El filtro SDF de la Ec. (123), puede usarse para reconocimiento de patrones (con invariancia a distorsiones) intraclase, es decir, para la detección de patrones con distorsiones pertenecientes a la case verdadera de objetos. Esto puede lograrse al colocar "1" en todos los elementos del vector $\mathbf{c}$, es decir,

$$\mathbf{c} = [\mathbf{1}, \mathbf{1}, ..., \mathbf{1}]^{\mathbf{T}}. \tag{124}$$

Ahora, consideraremos el problema de reconocimiento de dos clases. Supongamos que hay N imágenes de entrenamiento de la clase verdadera y K imágenes de entrenamiento

de la clase falsa. Para reconocer las imágenes de entrenamiento de la clase verdadera y rechazar las imágenes de entrenamiento de la clase falsa, podemos fijar la salida del filtro como $\{c_i = 1 | i = 1, 2, ..., N\}$ para los objetos de la clase verdadera, y para los objetos de la clase falsa $\{c_i = 0 | i = N + 1, N + 2, ..., N + K\}$, de tal forma que

$$\mathbf{c} = [\mathbf{1}, \mathbf{1}, .., \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, ..., \mathbf{0}]^{\mathbf{T}}. \tag{125}$$

Usando el filtro de la Ec. (123) para el reconocimiento de objetos, se espera que el origen del pico de correlación sea muy cercano a "1" para los objetos de la clase verdadera, y muy cercano a "0" para los objetos de la clase falsa. Obviamente, este procedimiento puede extenderse para cualquier número de clases. Es interesante notar que este enfoque sólo puede controlar un solo valor en plano de correlación a la salida del filtro. En consecuencia diferentes lóbulos (picos falsos) podrían aparecer en cualquier lugar, dentro del plano de correlación.

SDF's con varianza mínima (MVSDF)

El filtro SDF ha sido muy popular en las ultimas décadas para el reconocimiento de patrones con invariancia a distorsiones. Sin embargo, este filtro no tiene tolerancia al ruido aditivo del sensor. Kumar (1986) propuso una interesante modificación al filtro SDF original, donde la varianza del pico de correlación (a la salida del filtro), ocasionada por el ruido es minimizada. Al nuevo filtro propuesto por Kumar se le conoce como el filtro SDF con varianza mínima (MVSDF). Consideremos la situación donde la imagen de entrada es una de las imágenes de entrenamiento $\mathbf{s}_i$ (de la clase verdadera), corrompida con ruido aditivo $\mathbf{n}$ con media cero. De este forma, el valor en el origen de la correlación cruzada, a la salida del filtro es

$$\begin{aligned} y &= \mathbf{h}^{+} (\mathbf{s}_i + \mathbf{n}) \\ &= c_i + \mathbf{h}^{+}\mathbf{n}, \end{aligned} \tag{126}$$

donde $\mathbf{h}$ debe satisfacer la Ec. (118). Notemos que y en la Ec. (126) es la misma salida deseada para el enfoque SDF convencional, pero ahora, está corrompida por el término aleatorio $\mathbf{h}^{+}\mathbf{n}$. La varianza de y, está dada por

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \mathrm{E}\left\{\left|\mathbf{h}^{+}\mathbf{n}\right|^2\right\} = \mathrm{E}\left\{\mathbf{h}^{+}\mathbf{n}\mathbf{n}^{+}\mathbf{h}\right\} \\ &= \mathbf{h}^{+}\mathbf{\Lambda}\mathbf{h}, \end{aligned} \tag{127}$$

donde $\mathbf{\Lambda}$ es la matriz de covarianza del ruido $\mathbf{n}$. Minimizando σ_y^2 en la Ec. (127), sujeto a las restricciones impuestas por la Ec. (120), se obtiene (Kumar, 1986)

$$\mathbf{h}_{MVSDF} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{S}\left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{c}.$$

Filtro de energía promedio de correlación minimizada (MACE)

Los filtros SDF y MVSDF sólo pueden controlar un punto en el plano de correlación de salida. En consecuencia, la presencia de picos de correlación falsos es muy probable. Mahalanobis *et al.* (1987) propusieron un filtro compuesto, con la idea de generar picos claros de correlación en la posición del objeto deseado y al mismo tiempo minimizar el promedio de la energía del plano de correlación (minimizar lóbulos). Sea $\{S_i(\mu,\nu)\,|i=1,2,\ldots,N\}$ el conjunto de las transformadas de Fourier de las imágenes de entrenamiento, tal como en el filtro SDF. Sea $H^{*}(\mu,\nu)$ la respuesta en frecuencia del filtro de correlación a diseñar. De esta forma, el nuevo conjunto de restricciones que deben cumplirse, está dado por

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S_i(\mu,\nu)\,H^{*}(\mu,\nu)\,d\mu d\nu = c_i, \quad i=1,2,\ldots N\ . \tag{128}$$

Otra restricción adicional, es que debe minimizarse la energía promedio de correlación E_p, la cual está dada por

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|c_i(\tau_x,\tau_y)\right|^2 d\tau_x d\tau_y \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|S_i(\mu,\nu)\right|^2\left|H(\mu,\nu)\right|^2 d\mu d\nu. \end{aligned} \tag{129}$$

En una notación matricial, las Ecs. (128) y (129) pueden reescribirse como

$$\mathbf{F}^{+}\mathbf{h} = \mathbf{c}^{*}, \tag{130}$$

y

$$E_p = \mathbf{h}^{+}\mathbf{D}\mathbf{h}, \tag{131}$$

donde $\mathbf{F}$ es una matriz dxN donde su i-ésima columna contiene la versión en vector de $S_i(\mu,\nu)$, D es una matriz diagonal dxd, donde el vector de su diagonal se obtiene calculando $\mathrm{E}\left\{|S_i(\mu,\nu)|^2 \,|i = 1,2,\ldots N\right\}$ y después ordenando en un vector dx1, en forma lexicográfica. Minimizando E_p en la Ec. (131), sujeto a las restricciones impuestas por la Ec. (130), se obtiene (Mahalanobis *et al.*, 1987)

$$\mathbf{h}_{MACE} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{F}\left(\mathbf{F}^{+}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{c}^{*}. \tag{132}$$

III.5.2 Correladores de transformada conjunta (JTC)

El correlador de transformada conjunta (JTC) fue propuesto originalmente por Weaver y Goodman (1966). El principal problema con esta arquitectura es su gran sensibilidad a distorsiones geométricas de los objetos, y ruido en la escena de entrada. Diversas soluciones parciales han sido propuestas para mejorar su desempeño con respecto a diferentes métricas (Kumar y Hassebrook, 1990). Dos de las propuestas más exitosas son el JTC no-lineal (NLJTC) (Javidi, 1989) y el JTC con ajuste de franjas (FAJTC) (Alam y Karim, 1993). En el NLJTC, una transformación no-lineal (punto a punto) al espectro conjunto es realizada, antes de aplicar la transformada inversa de Fourier y obtener las señales de salida. En el FAJTC, un filtro real en el dominio de la frecuencia es multiplicado por el espectro conjunto, antes de aplicar la transformada inversa de Fourier. Se ha demostrado que estos dos correladores de transformada conjunta, tienen un mejor desempeño en comparación con el JTC clásico, en términos de la intensidad del pico de correlación, claridad del pico de correlación, y capacidad de discriminación.

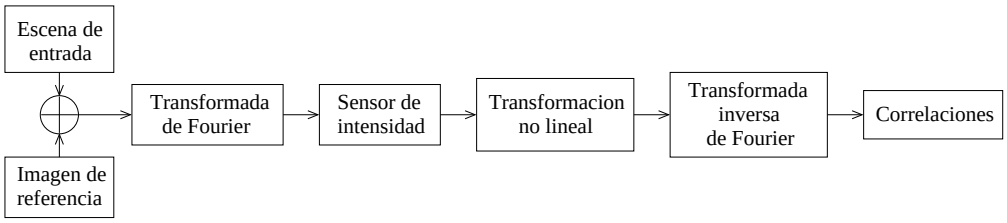


Figura 16: Diagrama a bloques del JTC no-lineal (NLJTC).

JTC no-lineal (NLJTC)

El NLJTC, realiza una operación no-lineal (punto a punto) al espectro conjunto. El diagrama a bloques de este correlador se muestra en la Fig. 16. El espectro transformado no-linealmente, puede considerarse como la salida de un sistema elevado a k-ésima potencia, (Yaroslavsky y Marom, 1997). Sea E el espectro conjunto, dado en la Ec. (88), y sea $g(E)$ una función no-lineal, dada por (Javidi, 1989)

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(E) exp(-i\omega E) dE. \tag{133}$$

Sea $G(\omega)$ la transformada de Fourier de $g(E)$:

$$g(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) exp(i\omega E) d\omega. \tag{134}$$

El espectro conjunto transformado no-linealmente, puede obtenerse substituyendo la Ec. (133) en la Eq. (134):

$$\begin{aligned} g(E) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \exp\left\{ i\omega \left[S^2(\mu,\nu) + T^2(\mu,\nu) \right] \right\} \\ &\quad \times \exp\left\{ i2\omega S(\mu,\nu) T(\mu,\nu) \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left[2d\nu + \phi_S(\mu,\nu) - \phi_T(\mu,\nu) \right] \right\} d\omega, \end{aligned} \tag{135}$$

donde $S(\mu,\nu)$ y $T(\mu,\nu)$ son las transformadas de Fourier de $s(x,y)$ y $t(x,y)$, respectivamente, y $\phi_S(\mu,\nu)$, $\phi_T(\mu,\nu)$ son las funciones de fase de $S(\mu,\nu)$ y $T(\mu,\nu)$, respectivamente. Se puede demostrar, que la transformada de Fourier del sistema no-lineal, está

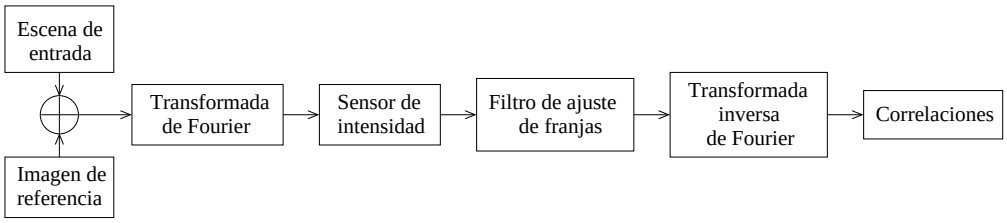


Figura 17: Diagrama a bloques del JTC con ajuste de franjas (FAJTC).

dada por (Javidi, 1989)

$$G(\omega) = \frac{2}{(i\omega)^{k+1}}\Gamma(k+1), \tag{136}$$

donde Γ es la función gamma, y k denota el grado de no-linealidad ($k = 1$, corresponde a un sistema lineal, $k = 0$ corresponde a un sistema no-lineal, todo o nada). Aplicando la fórmula de Jacobi-Anger a la Ec. (135) (Arfken y Weber, 2005), la salida del sistema no-lineal puede escribirse como a continuación:

$$\begin{aligned} g_k(E) &= \sum_{v=o}^{\infty} \frac{\epsilon_v \Gamma(k+1)\left[S(\mu,\nu)T(\mu,\nu)\right]^k}{2^k \Gamma\left(1-\frac{v-k}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{v+k}{2}\right)} \\ &\quad \times cos\left[2vd\nu + v\phi_S(\mu,\nu) - v\phi_T(\mu,\nu)\right], \end{aligned} \tag{137}$$

donde $\epsilon_v = \begin{cases} 1, & \text{para } v = 0 \\ 2, & \text{para } v > 0 \end{cases}$. De la Ec. (137), puede verse que cada componente harmónico es modulado en fase, v-veces la diferencia de fases entre las transformadas de Fourier de las señales de entrada y de referencia, respectivamente, y las señales de correlación de órdenes altos, son difractadas a una distancia $2vd$. Finalmente, es interesante notar que variando los valores de k, se producen señales de correlación con diferentes características. Por ejemplo, para $k = 1$ el sistema es equivalente al JTC clásico, y para $k = 0$ el sistema se convierte en el JTC-binario (BJTC) (Javidi *et al.*, 1995).

JTC con ajuste de franjas (FAJTC)

El diagrama a bloques del FAJTC, se muestra en la Fig. 17. En este esquema, el espectro conjunto es multiplicado por la respuesta en frecuencia de un filtro real, antes

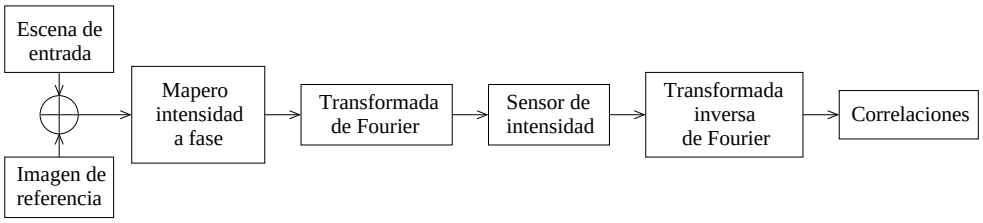


Figura 18: Diagrama a bloques del JTC con entrada sólo-fase (PIJTC).

de aplicar la transformada inversa de Fourier y obtener la señales de salida. La respuesta en frecuencia del filtro, puede definirse como (Alam y Karim, 1993)

$$H_{faf}(\mu,\nu) = \frac{B(\mu,\nu)}{A(\mu,\nu) + |T(\mu,\nu)|^2}, \tag{138}$$

donde $B(\mu,\nu)$ es una función para controlar la ganancia, y $A(\mu,\nu)$ es una función para evitar problemas de polos. Cuando $B(\mu,\nu) = 1$ y $|T(\mu,\nu)|^2 \gg A(\mu,\nu)$, entonces la respuesta en frecuencia del filtro, se aproxima a

$$H_{faf}(\mu,\nu) \approx \frac{1}{|T(\mu,\nu)|^2}. \tag{139}$$

De esta forma, si la señal de referencia y la señal deseada son idénticas, entonces el espectro conjunto filtrado, estaría dado por

$$G(\mu,\nu) \approx 2\left\{1 + cos\left[\phi_S(\mu,\nu) - \phi_T(\mu,\nu) + 2\nu d\right]\right\}. \tag{140}$$

Esto significa que en el plano de correlación aparecerán dos picos ubicados en $\pm 2d$ y un pico en el origen.

JTC con entrada sólo-fase (PIJTC)

Para mejorar la capacidad de detección del JTC clásico, una codificación (solo-fase) del plano de entrada es usada. A este correlador se le conoce como el JTC con entrada sólo-fase (PIJTC), y fue propuesto por Lu *et al.* (1995). El diagrama a bloques del PIJTC, se muestra en la Fig. 18. La transformación de intensidad a fase, puede llevarse a cabo

a través de un mapeo monotónico, como a continuación:

$$\phi_s = \exp\left[i\pi \frac{s\left(x,y\right) - G_{min}}{G_{max} - G_{min}}\right], \tag{141}$$

donde $s\left(x,y\right)$ es la imagen de intensidad, y (G_{min}, G_{max}), son los valores mínimos y máximos de $s\left(x,y\right)$. Sea $f\left(x,y\right)$ la imagen conjunta (intensidad) de entrada al correlador (ver Eq. (90)), con un rango de $[0,1]$. La imagen solo-fase, después de usar le Ec. (141), está dada por

$$\phi_f = \exp\left[i\pi \tilde{s}\left(x+a,y\right)\right] + \exp\left[i\pi h\left(x-a,y\right)\right], \tag{142}$$

donde los términos exponenciales $\exp\left[i\pi \tilde{s}\left(x,y\right)\right]$ y $\exp\left[i\pi h\left(x,y\right)\right]$ son las imágenes sólo-fase de la escena y la referencia, respectivamente. Notemos que la intensidad de salida en el área de correlación cruzada, puede escribirse como

$$c\left(\tau_x,\tau_y\right) = \left| \int\int_{w_r} \exp\left\{ i\pi \left[o\left(x,y\right) + \tilde{b}\left(x,y\right) - h\left(x+\tau_x, y+\tau_y\right)\right]\right\} dxdy \right|^2, \tag{143}$$

donde w_r es la región de soporte de la imagen del objeto de referencia. Si $o\left(x,y\right) = h\left(x,y\right)$, es decir autocorrelación, entonces en la posición actual del objeto deseado (x_0, y_0), se obtiene

$$c_{tar}\left(x_0,y_0\right) = \left| \int\int_{w_r} dxdy \right|^2 = \left|E\right|^2, \tag{144}$$

donde E es el área del objeto deseado, y fuera de la región del objeto, por decir, en la posición (τ_{bx}, τ_{by}) se obtiene

$$c_{bg}\left(\tau_{bx},\tau_{by}\right) = \left| \int\int_{w_r} \exp\left\{ i\pi \left[\tilde{b}\left(x,y\right) - h\left(x+\tau_{bx}, y+\tau_{by}\right)\right]\right\} dxdy \right|^2. \tag{145}$$

A partir de la Ecs. (144) y (145), podemos ver que el pico de autocorrelación siempre es más intenso que los lóbulos ocasionados por algún objeto falso (o el fondo). En consecuencia, el PIJTC proporciona un desempeño superior en términos de la DC y la LE que el que proporciona el JTC clásico (Lu y Yu, 1996). Sin embargo el PIJTC no tiene tolerancia a distorsiones geométricas de los objetos.

Resumen del Capítulo

En este capítulo se ha presentado una descripción del estado del arte del reconocimiento de patrones por correlación. Primero se revisó la teoría en que está basada esta disciplina, de la que podemos concluir que es un procedimiento estadístico óptimo. Posteriormente se definen los diferentes modelos de imagen para la escena de entrada. Después, se hace una introducción al estado del arte de las diferentes técnicas de correlación existentes, lo que permite poner en contexto las principales limitantes de estos métodos, y dónde están las áreas de oportunidad para técnicas emergentes. El siguiente capítulo trata todo lo relacionado con la operación de los moduladores espaciales de luz, utilizados en los procesadores ópticos de información. Se describirán cuáles son las propiedades físicas de estos dispositivos y cómo pueden utilizarse para el procesamiento de información.

Capítulo IV

Moduladores espaciales de luz

Se conoce como un modulador espacial de luz a cualquier elemento capaz de modificar la amplitud o la fase de un frente de onda luminoso, cuando éste incide y pasa a través del mismo. Este es el caso de las pantallas de cristal líquido (LCD). Los moduladores LCD, tienen la capacidad de trabajar en los regímenes de modulación sólo-amplitud y modulación sólo-fase. Sin embargo, la correcta operación del modulador en cada uno de estos modos depende estrictamente de sus propiedades físicas.

En este capítulo se describirán las principales características físicas de las celdas de cristal líquido, así como el funcionamiento y configuración de las LCDs como moduladores espaciales de luz.

IV.1 Pantallas de cristal líquido (LCDs)

El cristal líquido es un material cuyas moléculas son de forma anisótropa. En consecuencia, el cristal líquido presenta propiedades físicas intermedias entre los materiales sólidos y líquidos (Priestly *et al.*, 1975). Existen tres tipos de cristal líquido, conocidos como namático, colestérico, y esmético. Para nuestros propósitos nos ocuparemos únicamente del tipo nemático, ya que es el usado en nuestros moduladores.

El cristal líquido tipo nemático se caracteriza porque sus moléculas son de forma alargada y están orientadas todas sobre un mismo eje, conocido como *director molecular* (DM) (Fig. 8(a)). Al aplicar un campo eléctrico externo al cristal, el DM tiende a

reorientarse en la dirección del campo eléctrico aplicado. Este efecto junto con las características anisotrópicas del cristal, permiten la modulación de la luz. La forma alargada de sus moléculas hacen al material birrefringente, en consecuencia, actúa como un cristal uniaxial cuyo eje óptico está orientado en la dirección del DM (ver Sección II.6). En otras palabras, dependiendo de la magnitud del vector de campo eléctrico aplicado $\mathbf{E}$, el DM estará orientado en alguna posición dentro del rango $[\psi_0, \psi_E]$, donde ψ_0 es la dirección original del DM (cuando $\mathbf{E} = 0$), y ψ_E es la dirección del DM en la dirección de $\mathbf{E}$, es decir, cuando $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{max}$. Aquí, $\mathbf{E}_{max}$, es el máximo valor posible de voltaje. En términos ópticos, sea $f_{\psi_0}(x, y)$ un frente de onda luminoso con polarización lineal en la dirección ψ_0, y que incide sobre el cristal. Cuando el DM está en ψ_0 ($\mathbf{E} = 0$), las moléculas del cristal presentan un índice de refracción n_e y la velocidad de $f_{\psi_0}(x, y)$ al atravesar el cristal, se modifica en términos de n_e. Cuando el DM está en ψ_E ($\mathbf{E} = \mathbf{E}_{max}$), el cristal presenta un índice de refracción n_o y la velocidad de $f_{\psi_0}(x, y)$ se modifica en términos de n_o. Notemos cómo la velocidad de la onda es modulada en términos de E.

IV.1.1 Descripción de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal

Las celdas de cristal líquido con estructura helicoidal, consisten en un cristal tipo nemático en medio de dos capas de vidrio, las cuales con un tratamiento especial, logran que las moléculas de la capa superior del cristal estén alineadas perpendicularmente respecto a las moléculas de la capa inferior. Esta configuración lleva gradualmente la orientación de las moléculas de la capa superior hasta la capa inferior, un ángulo de entre 0^0 y 90^0, tal como se muestra en la Fig. 19. La propagación de luz a través de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal, puede determinarse mediante el cálculo de Jones descrito en la Sección II.6. Sabemos que en este método, cada elemento

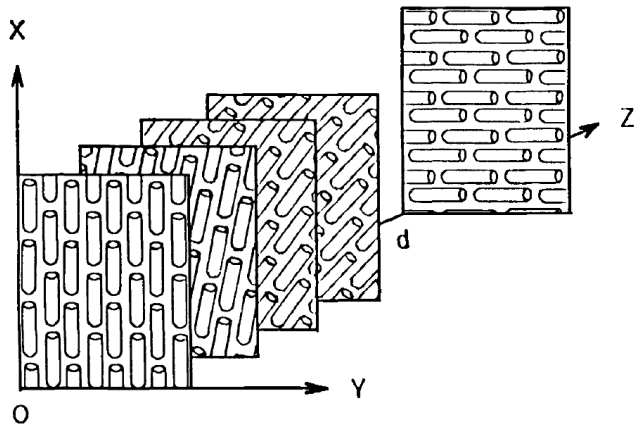


Figura 19: Estructura helicoidal de una celda de cristal líquido.

óptico se caracteriza por una matriz 2x2 (matriz de Jones). Entonces, el primer paso es determinar la matriz de Jones de la celda del cristal. Notemos que un cristal de este tipo, es un medio anisotrópico que puede tratarse localmente como un cristal uniaxial (ver Sección II.6). En otras palabras, cuando el cristal no está bajo la influencia de ningún campo eléctrico externo, puede analizarse como si se dividiera en pequeñas rebanadas, cada una actuando como un cristal uniaxial homogéneo con su eje óptico paralelo a su propio DM. La matriz de Jones de cada cristal uniaxial puede escribirse en términos de sus índices de refracción ordinario n_o y extraordinario n_e (Sección II.6). La matriz de Jones final de toda la celda, se obtiene mediante el producto de todas las matrices individuales de cada rebanada. En la actualidad, existen diversos trabajos en donde se proponen diferentes modelos para obtener esta matriz. Lu y Saleh (1990), propusieron un modelo donde se asume que el ángulo de rotación de las moléculas a lo largo del eje-z (Fig. 19) es lineal, y que el ángulo de inclinación inducido por el voltaje aplicado, es independiente de la posición z. El ángulo de giro ψ puede definirse como

$$\psi(z) = \alpha z, \tag{146}$$

donde z es la distancia en la dirección de propagación y α es una constante. El ángulo de giro total Θ de la celda, es entonces

$$\Theta = \psi(d) = \alpha d, \tag{147}$$

donde d es el ancho del cristal. Sea N el número de rebanadas en que se divide la celda. Se asume que cada rebanada tiene el mismo espesor d/N. En la Sección II.6, se describe la transmitancia de un cristal uniaxial. El desfasamiento relativo Γ de un cristal de este tipo, está dado en términos de sus índices de refracción n_o y n_e (Ec. (67)). Debido a la estructura helicoidal, cada rebanada aporta un desfasamiento relativo de Γ/N. Además, cada rebanada tendrá su eje óptico ubicado en los ángulos ρ, 2ρ, 3ρ,..., $(N-1)\rho$, respectivamente, donde $\rho = \Theta/N$. De esta forma, la matriz de Jones de los N cristales está dada por

$$\begin{aligned}
\mathbf{W_T} &= \prod_{m=1}^{N} \mathbf{R}(m\rho)\mathbf{W_0}\mathbf{R}(-m\rho), \\
&= \{\mathbf{R}(N\rho)\cdot\mathbf{W_0}\cdot\mathbf{R}[-N\rho]\}\cdot \\
&\quad \{\mathbf{R}[(N-1)\rho]\cdot\mathbf{W_0}\cdot\mathbf{R}[-(N-1)\rho]\}\cdot\ldots \\
&\quad \{\mathbf{R}(\rho)\cdot\mathbf{W_0}\cdot\mathbf{R}(-\rho)\},
\end{aligned} \tag{148}$$

donde $\mathbf{R}$ es la matriz de rotación (Ec. (72)), y

$$\mathbf{W_0} = \begin{pmatrix} \exp(-i\Gamma/2N) & 0 \\ 0 & \exp(i\Gamma/2N) \end{pmatrix}, \tag{149}$$

es la matriz de Jones de un sólo cristal uniaxial. Notemos que podemos emplear la propiedad $\mathbf{R}(\rho 1)\mathbf{R}(\rho 2) = \mathbf{R}(\rho 1 + \rho 2)$ en la Ec. (148). Entonces, la Ec. (148) puede reescribirse como

$$\mathbf{W_T} = \mathbf{R}(\Theta)\left[\mathbf{W_0}\mathbf{R}\left(-\frac{\Theta}{N}\right)\right]^N, \tag{150}$$

o también

$$\mathbf{W_T} = \mathbf{R}(\Theta)\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\Theta}{N}\right)\exp(-i\Gamma/2N) & -\sin\left(\frac{\Theta}{N}\right)\exp(-i\Gamma/2N) \\ \sin\left(\frac{\Theta}{N}\right)\exp(i\Gamma/2N) & \cos\left(\frac{\Theta}{N}\right)\exp(i\Gamma/2N) \end{pmatrix}^N. \tag{151}$$

La identidad de Chebyshev (Yeh *et al.*, 1977), establece que

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A\sin mK\Lambda - \sin(m-1)k\Lambda}{\sin K\Lambda} & B\frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} \\ C\frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{D\sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \end{pmatrix}. \tag{152}$$

donde

$$K\Lambda = \cos^{-1}\left[\frac{1}{2}(A+D)\right]. \tag{153}$$

Aplicando la Ec (152), y tomando del límite cuando $N \to \infty$, la Ec. (151) se convierte en

$$\mathbf{W_T} = \mathbf{R}(\Theta)\begin{pmatrix} \cos X - i\frac{\Gamma}{2}\frac{\sin X}{X} & -\Gamma\frac{\sin X}{X} \\ \Theta\frac{\sin X}{X} & \cos X + i\frac{\Gamma}{2}\frac{\sin X}{X} \end{pmatrix}, \tag{154}$$

donde

$$X = \sqrt{\Theta^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}. \tag{155}$$

La Ec. (154) es la matriz de Jones de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal cuando no se consideran los efectos del voltaje aplicado.

Al aplicar un voltaje externo V_{in} en la dirección z, las moléculas del cristal se inclinan formando un ángulo θ con respecto al plano x-y. En otras palabras, el ángulo de inclinación θ es una función de V_{in}, tal como a continuación (Lu y Saleh, 1990):

$$\theta = \begin{cases} 0; & \text{si } V_{in} \le V_{th} \\ \frac{\pi}{2} - 2\tan^{-1}\left\{\exp\left[-\left(\frac{V_{in}-V_{th}}{V_0}\right)\right]\right\}. & \text{si } V_{in} \ge V_{th} \end{cases} \tag{156}$$

Aquí, V_{th} es el voltaje de umbral (voltaje a partir del cual inicia la inclinación), y V_0 es una constante. El ángulo de de saturación de θ es $\pi/2$. El significado físico de la inclinación molecular es modificar la birrefringencia del material mediante sus índices de refracción n_o y $n_e(\theta)$, los cuales se relacionan mediante

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2\theta}{n_e^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_0^2}. \tag{157}$$

De esta forma, el desfasamiento relativo del cristal, es ahora (ver Ec. (67))

$$\Gamma_m = \frac{2\pi}{\lambda}\left[n_e(\theta) - n_0\right], \tag{158}$$

y la Ec. (155), se convierte en

$$X_m = \sqrt{\Theta^2 + \left(\frac{\Gamma_m}{2}\right)^2}. \tag{159}$$

La matriz de Jones de una celda de cristal líquido, tomando en cuenta los efectos del voltaje aplicado, está dada por la Ec. (154), reemplazando n_e por $n_e(\theta)$, es decir, utilizando las Ecs. (158) y (159) en la Ec. (154).

Es interesante notar que el modelo de Lu & Saleh para obtener la matriz de Jones de la Ec. (154), asume que el ángulo de inclinación θ es independiente de la posición z. Pero, debido a los efectos de frontera (Berman, 1973), θ es diferente en las regiones cercanas a $z = 0$ y $z = d$. Sin embargo, se puede demostrar que este modelo simplificado concuerda de manera aceptable con resultados experimentales. Para incluir los efectos de frontera en el modelo de Jones, debe considerarse la dependencia de la posición z en el ángulo de inclinación θ. Coy *et al.* (1996), propusieron un modelo de Jones donde el cristal se analiza en tres porciones distintas. Dos de estas porciones consisten en las regiones cercanas a los límites físicos del cristal (cerca de $z = 0$ y $z = d$). Aquí, los ángulos de giro e inclinación se consideran constantes. La porción restante, es la región central de la celda y es equivalente al modelo de Lu & Saleh. Posteriormente, Marquez *et al.* (2001), mejoraron este modelo al considerar los cambios en las regiones de frontera. Recientemente, Yamauchi (2005), propuso un nuevo modelo que concuerda en gran medida con mediciones experimentales y donde los efectos de frontera son tomados en cuenta de una manera diferencial. Consideremos la celda de cristal líquido mostrada en la Fig. 20. Uno puede observar cómo la celda se encuentra entre los planos $z = -d/2$ y $z = d/2$. El ángulo de giro $\Psi(z)$ varía dentro del rango $[\Psi_D, \Psi_D + \Theta]$. Cuando $V_{in} = 0$, el ángulo de giro varía de forma lineal a lo largo del eje z. Sin embargo, cuando $V_{in} \neq 0$, el ángulo de giro varía lentamente en las orillas, pero varía rápidamente en la región

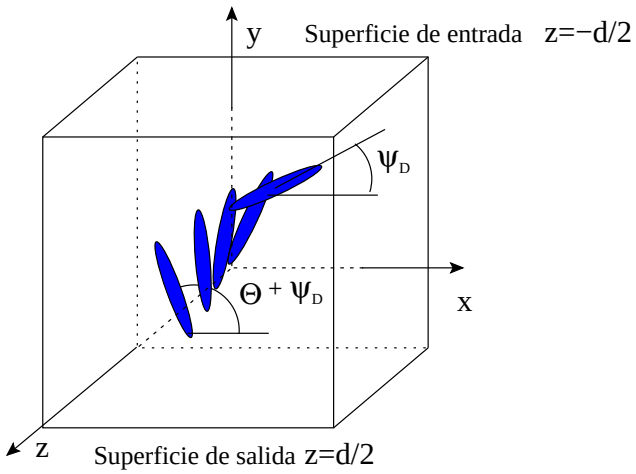


Figura 20: Organización molecular de una celda LCD con estructura helicoidal.

central (Fig. 21(a)). El ángulo de inclinación, se manifiesta como en la Fig. 21(b). Bajo estas circunstancias, el desfasamiento relativo en función de z, está dado por (Yamauchi, 2005)

$$\Gamma(z) = \frac{2\pi}{\lambda}\int_0^z [n_e(\theta) - n_0]dz \ \left(0 \leq z \leq \frac{d}{2}\right). \tag{160}$$

Cuando la diferencia $\Delta n = n_e - n_o$, no es muy grande, la siguiente aproximación es valida:

$$n_e(\theta) \approx \Delta n \cos^2\theta + n_0 \ \ (\text{para } \Delta n << n_o). \tag{161}$$

Así, la Ec. (160) puede aproximarse a

$$\Gamma(z) \approx \frac{2\pi\Delta n}{\lambda}\int_0^z cos^2\theta(z)dz. \tag{162}$$

Para obtener la matriz de Jones, la celda será dividida en 2N+1 secciones (cada sección del mismo espesor) a lo largo del eje z. De esta forma, la distribución de los ángulos de giro e inclinación pueden analizarse como se muestran en las Figs. 22(a) y 22(b). Observemos como los ángulos de giro e inclinación son simétricos, es decir,

$$\psi(-z) = \Theta + 2\psi_D - \psi(z), \tag{163}$$

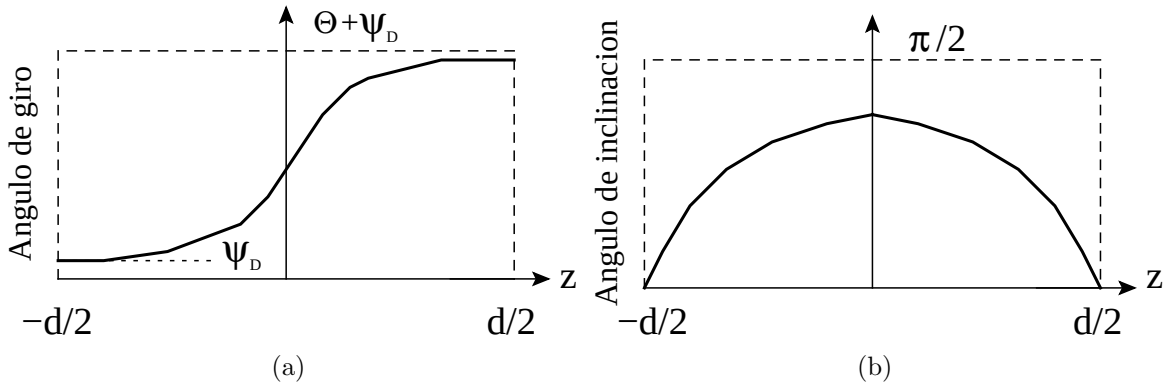


Figura 21: (a) Distribución del ángulo de giro en presencia de voltaje; (b) Distribución del ángulo de inclinación en presencia de voltaje.

y

$$\theta(-z) = \theta(z). \tag{164}$$

Entonces para el modelo de múltiples capas, los ángulos de giro de la $\{-k\}$-ésima y $\{k\}$-ésima capa, se relacionan por: $\Theta_{-k} = \Theta_k$ y $\theta_{-k} = \theta_k$. El desfasamiento relativo de cada capas, es

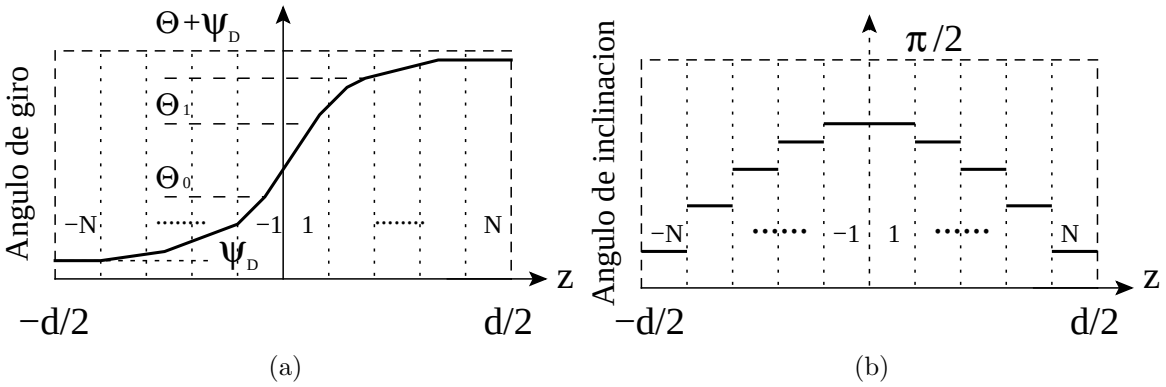
$$\Gamma_{-k} = \frac{\pi \Delta n}{\lambda} \Lambda z \cos^2 \theta_{-k} = \Gamma_k, \tag{165}$$

donde Δz es el ancho de cada capa. La matriz de Jones de la k-ésima capa es

$$\mathbf{j}_k = \exp\left(-i\Gamma_k\right) \mathbf{R}(-\psi_k)\mathbf{R}(-\Theta_k)\mathbf{W}_C(\Theta_k, \theta_k)\mathbf{R}(\psi_k), \tag{166}$$

donde

$$\mathbf{W}_C(p_k, q_k, s_k) = \begin{bmatrix} p_k - iq_k & s_k \\ -s_k & p_k + iq_k \end{bmatrix}, \tag{167}$$



(a) (b)

Figura 22: Modelo diferencial: (a) Distribución del ángulo de giro en presencia de voltaje; (b) Distribución del ángulo de inclinación en presencia de voltaje.

y

$$p_k = \cos X_k, \tag{168}$$

$$q_k = \frac{\Gamma_k}{X_k} \sin X_k, \tag{169}$$

$$s_k = \frac{\Theta_k}{X_k} \sin X_k, \tag{170}$$

$$X_k = \sqrt{\Theta_k^2 + \Gamma_k^2}, \tag{171}$$

$$p_k^2 + q_k^2 + s_k^2 = 1. \tag{172}$$

La matriz de Jones total está dada por la multiplicación de las $2N + 1$ capas, es decir,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{2k+1}(a_k, b_k, c_k) &= \prod_{j=k}^{-k} \mathbf{W}_C(p_j, q_j, s_j) \\ &= \mathbf{W}_C(p_k, q_k, s_k)\mathbf{W}_{2k-1}(a_{k-1}, b_{k-1}, c_{k-1}) \\ &\quad \times \mathbf{W}_C(p_{-k}, q_{-k}, s_{-k}) \\ &= \begin{bmatrix} a_k - ib_k & c_k \\ -c_k & a_k + ib_k \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{173}$$

para $k = 1, 2, \ldots, N$, y donde, $a_k^2 + b_k^2 + c_k^2 = 1$. A partir de las Ecs. (167) y (173), se

obtiene una fórmula de recurrencias como a continuación:

$$\begin{aligned} a_k &= \left(p_k^2 - q_k^2 - s_k^2\right) a_{k-1} - 2p_k q_k b_{k-1} - 2p_k s_k c_{k-1}, \\ b_k &= 2p_k q_k a_{k-1} + \left(p_k^2 - q_k^2 + s_k^2\right) b_{k-1} - 2q_k s_k c_{k-1}, \\ c_k &= 2p_k s_k a_{k-1} - 2p_k s_k b_{k-1} + \left(p_k^2 + q_k^2 - s_k^2\right) c_{k-1}. \end{aligned} \tag{174}$$

La matriz $\mathbf{W}_{2N+1}$, se obtiene al calcular iterativamente $\{a_k, b_k, c_k \,|k = -N, \ldots, N\}$, hasta que k alcance N, en la Ec. (174). Finalmente, la matriz de Jones para las $2N+1$ capas es,

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{2N+1} &= \prod_{k=N}^{-N} \mathbf{j}_k \\ &= \exp\left(-i\Gamma_M\right) \mathbf{R}\left(-\Psi_D\right) \mathbf{R}\left(-\Theta\right) \mathbf{W}_{2N+1} \mathbf{R}\left(\Psi_D\right), \end{aligned} \tag{175}$$

donde el desfasamiento relativo total es

$$\Gamma_M = \Gamma_0 + 2\sum_{k=1}^{N} \Gamma_k. \tag{176}$$

Para completar el procedimiento, es necesario considerar un número infinito de capas, cada una con un espesor de tamaño infinitésimal. De esta forma, la Ec. (174) con la ayuda de la Ec. (172), se convierte en

$$\begin{aligned} a(z + 2\Delta z) - a(z) &= 2\left[p^2(z) - 1\right] a(z) - 2p(z)q(z)b(z) - 2p(z)s(z)c(z), \\ b(z + 2\Delta z) - b(z) &= 2p(z)q(z)a(z) - 2q^2(z)b(z) - 2q(z)s(z)c(z) \\ c(z + 2\Delta z) - c(z) &= 2p(z)s(z)a(z) - 2q(z)s(z)b(z) - 2s^2(z)c(z). \end{aligned} \tag{177}$$

Dividiendo ambos lados de la Ec. (177) por $2\Delta z$, se obtiene la siguiente ecuación, cuando $\Delta z \to 0$:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dz} &= -\frac{d\Gamma}{dz} b - \frac{d\psi}{dz} c, \\ \frac{db}{dz} &= \frac{d\Gamma}{dz} a, \\ \frac{dc}{dz} &= \frac{d\Gamma}{dz} a. \end{aligned} \tag{178}$$

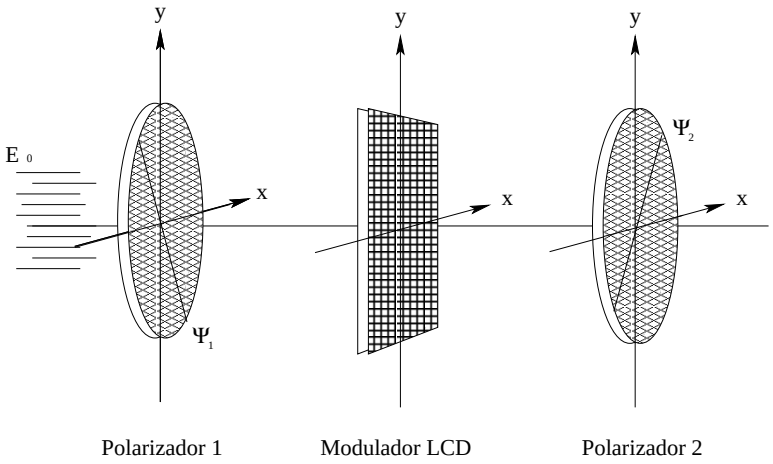


Figura 23: Esquema óptico básico de un modulador LCD.

Entonces, la matriz de Jones del modelo diferencial estaría dada por

$$\mathbf{J}_D = \exp(-i\Gamma_T)\mathbf{R}(-\psi_D)\mathbf{R}(-\Gamma_T)\mathbf{W}_D\mathbf{R}(\psi_D), \tag{179}$$

donde

$$\mathbf{W}_D(a,b,c) = \begin{bmatrix} a\left(\frac{d}{2}\right) - ib\left(\frac{d}{2}\right) & c\left(\frac{d}{2}\right) \\ -c\left(\frac{d}{2}\right) & a\left(\frac{d}{2}\right) + ib\left(\frac{d}{2}\right) \end{bmatrix}. \tag{180}$$

Los parámetros a, b, y c, se obtienen al resolver el sistema de ecuaciones simultaneas de la Ec. (178).

IV.1.2 Transmitancia de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal

Para determinar la transmitancia de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal, consideremos el sistema óptico mostrado en la Fig. (23). Una celda de cristal líquido en medio de dos polarizadores lineales es iluminada por un frente de onda plano E_0. En este esquema, el eje óptico de los polarizadores 1 y 2 forman respectivamente, los ángulos Ψ_1 y Ψ_2, en relación al eje-x. El DM de la capa frontal de la celda es paralelo al eje-y. Las componentes x-y de la distribución luminosa a la salida del sistema,

Tabla III: Distribución de intensidad y desfasamiento del esquema de la Fig. 23, para diferentes posiciones de los polarizadores.

ψ_1	ψ_2	Intensidad I_s	Desfasamiento ϕ
0	0	$\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sin X}{X}\right)^2$	$\frac{\Gamma}{2}$
0	$\pi/2$	$1-\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sin X}{X}\right)^2$	$\frac{\Gamma}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{\Gamma}{2X}\tan X\right)$
$\pi/2$	0	$1-\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sin X}{X}\right)^2$	$\frac{\Gamma}{2}+\tan^{-1}\left(\frac{\Gamma}{2X}\tan X\right)$
$\pi/2$	$\pi/2$	$\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sin X}{X}\right)^2$	$\frac{\Gamma}{2}$

pueden obtenerse mediante

$$\mathbf{J}_s = \begin{pmatrix} j_s^1 \\ j_s^2 \end{pmatrix} = \mathbf{W}_{p2}\mathbf{W}_{LC}\mathbf{J}_{p1}, \tag{181}$$

donde $\mathbf{J}_{p1}$ es el vector de Jones a la salida del polarizador 1,

$$\mathbf{J}_{p1} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\Psi_1 \\ \sin\Psi_1 \end{pmatrix}, \tag{182}$$

y $\mathbf{W}_{p2}$ es la matriz de Jones que representa al polarizador 2,

$$\mathbf{W}_{p2} = \mathbf{R}(-\Psi_2)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\mathbf{R}(\Psi_2). \tag{183}$$

$\mathbf{W}_{LC}$ es la matriz de Jones que representa a la celda, y está dada ya sea por el modelo de Lu & Saleh (Ec. (154)) o por el modelo de Yamauchi (Ec. (180)). La intensidad de salida del sistema de la Fig. 23, puede determinarse mediante

$$I_s = \mathbf{J}_s^+\mathbf{J}_s, \tag{184}$$

donde el símbolo "+" indica transpuesto conjugado. El desfasamiento producido puede calcularse como

$$\phi = \Gamma/2 - \tan^{-1}\left(\frac{J_s^2}{J_s^1}\right). \tag{185}$$

En la Tabla III, se listan las distribuciones de intensidad y fase del esquema de la Fig. 23, para diferentes valores de Ψ_1 y Ψ_2. Podemos ver claramente cómo en la configuraciones $(\Psi_1 = 0, \Psi_2 = 0)$ y $(\psi_1 = 0, \psi_2 = 0)$, se obtiene un desfasamiento constante de $\Gamma/2$.

IV.1.3 Transmitancia de una LCD con estructura helicoidal

Las pantallas de cristal líquido (LCD), consisten básicamente en un conjunto de celdas rectangulares de cristal líquido, alineadas como un arreglo bidimensional de NxM celdas. Esta estructura se muestra en la Fig. 24. Cada una de las celdas (pixeles) puede modular la intensidad de la luz incidente como en la Ec. (184), o también producir un cambio de fase (Ec. (185)), dependiendo del régimen de operación del modulador. Cada pixel tiene una zona activa (cristal líquido) de dimensiones W_x (altura) y W_y (base), respectivamente. Entre pixel y pixel existe una pequeña zona muerta (no pasa la luz) donde están colocados los electrodos por donde se induce el campo eléctrico a la celda. La separación que existe entre pixel y pixel es T_x y T_y, en las direcciones x y y, respectivamente (Fig. 24). Debido a la estructura pixelada del LCD, este dispositivo actúa como un muestreador de imágenes, cuya respuesta al impulso está dada por

$$f_{LCD}(x,y) = \sum_{N=0}^{N-1}\sum_{M=0}^{M-1} T_{LC} rect\left(\frac{x-nx}{W_x}, \frac{y-my}{W_y}\right), \tag{186}$$

donde T_{LC} es la transmitancia del $\{M,N\}$-iésimo pixel, descrita por las Ecs. (184) y (185). Sea $f(x,y)$ la imagen de entrada al LCD, y sea $\tilde{f}(x,y)$ la imagen desplegada por el LCD, tal como a continuación:

$$\tilde{f}(x,y) = \left[\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m-0}^{M-1} f(nT_x, mT_y)\delta(x-nT_x, y-mT_y)\right] \otimes rect\left(\frac{x}{W_x}, \frac{y}{W_y}\right). \tag{187}$$

En este caso, la transformada de Fourier de la Ec. (187) es

$$\begin{aligned}\tilde{F}(\mu,\nu) &= \left[\frac{1}{T_xT_y}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m-0}^{M-1} F\left(\mu-\frac{2\pi n}{T_x}, \nu-\frac{2\pi m}{T_y}\right)\right] \\ &\quad \times \left[W_xW_y \text{sinc}\left(\frac{W_x}{2}\mu, \frac{W_y}{2}\nu\right)\right] \\ &= \frac{W_xW_y}{T_xT_y}\text{sinc}\left(\frac{W_x}{2}\mu, \frac{W_y}{2}\nu\right)\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1} F\left(\mu-\frac{2\pi}{T_x}n, \nu-\frac{2\pi}{T_y}m\right). \end{aligned} \tag{188}$$

Podemos ver cómo la transformada de Fourier de la imagen desplegada por el LCD, consiste en una serie de réplicas del espectro de la imagen original $f(x,y)$, moduladas

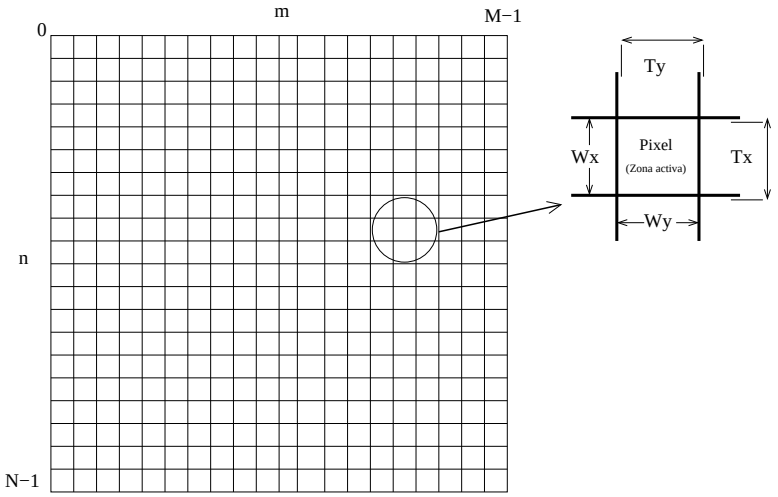


Figura 24: Estructura física de una pantalla de cristal líquido.

por una función sinc. La separación entre réplicas, en las direcciones x y y es $1/T_x$ y $1/T_y$, respectivamente, es decir, son las frecuencias de muestreo. Notemos que para evitar los efectos de traslape en la Ec. (188), la frecuencias máximas que pueden tener las componentes harmónicas de la imagen de entrada, están dadas con base al teorema de muestreo por

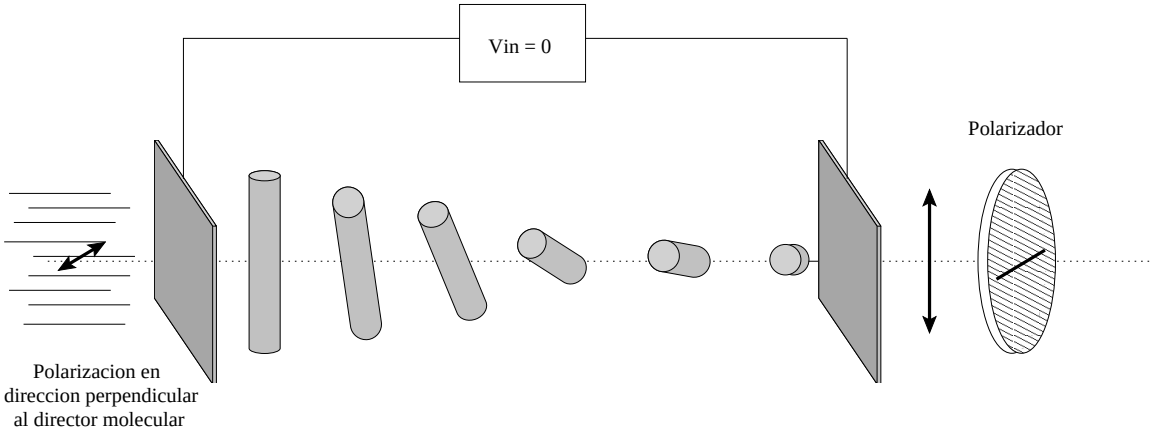
$$\mu_{max} = \frac{1}{2W_x}, \tag{189}$$

y

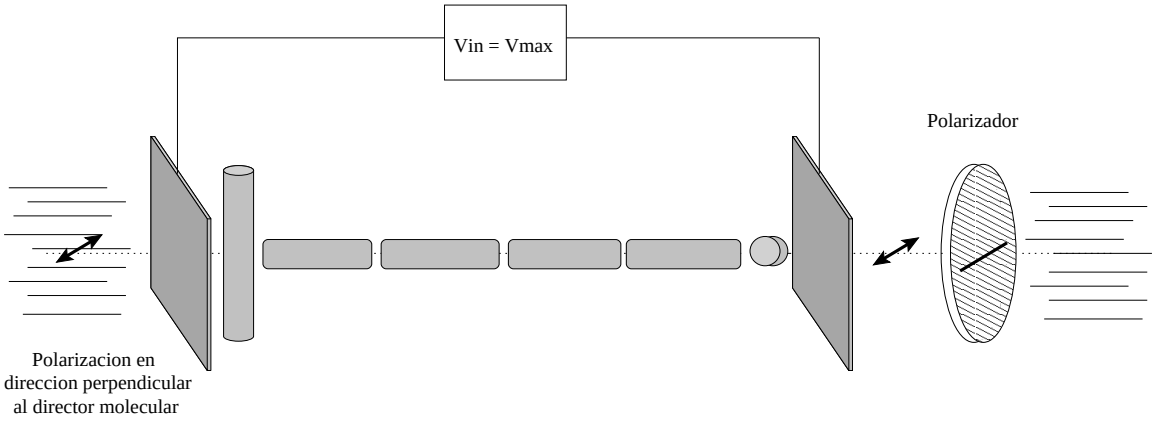
$$\nu_{max} = \frac{1}{2W_y}. \tag{190}$$

IV.1.4 Régimen de modulación sólo-amplitud

Este modo de operación se logra al ubicar la dirección de polarización de la luz incidente en dirección perpendicular al DM del LCD. Así, cuando $V_{in} = 0$, el vector de polarización de la luz incidente al atravesar la pantalla, sufrirá una rotación de 90^0 y seguirá siendo lineal. La velocidad de la luz en este caso es c/n_o. Para valores intermedios, entre $V_{in} = 0$ y $V_{in} = V_{max}$, la estructura helicoidal del modulador será sólo parcial, y debido a la birrefringencia del material, la luz de salida será elípticamente polarizada.



(a) Celda obscura



(b) Celda transparente

Figura 25: Operación de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal, en el régimen de modulación sólo-amplitud. (a) Cuando $V_{in} = 0$; (b) Cuando $V_{in} = V_{max}$.

Finalmente, cuando $V_{in} = V_{max}$, la estructura helicoidal desaparece totalmente y la luz de salida permanecerá polarizada linealmente en la misma dirección de entrada. La velocidad de la luz en este caso es c/n_o. Colocando un polarizador a la salida del modulador (Fig. 25), podemos controlar la intensidad emitida. En la Fig. 25(a), podemos ver cómo un frente de onda plano con polarización lineal (en dirección perpendicular al DM), incide sobre una celda de cristal líquido con estructura helicoidal. En este caso, el voltaje externo es $V_{in} = 0$. El vector de polarización de la luz al pasar por el cristal sufre una rotación de 90^0. Entonces, toda la luz de salida será absorbida o reflejada

por el polarizador. Esto se debe a que el eje óptico del polarizador está orientado en la misma dirección que el DM de la capa frontal de la celda. En consecuencia, la celda será completamente obscura. En la Fig. 25(b), se muestra el mismo esquema pero ahora cuando $V_{in} = V_{max}$. Uno puede ver cómo la estructura helicoidal ha desaparecido y la polarización de la luz a la salida del modulador es idéntica a como entró. Así, el frente de onda de salida, pasará totalmente a través del polarizador y la celda será transparente. Notemos que en ambos casos la velocidad de la onda es c/n_o, por lo que la fase se mantiene constante. Para voltajes intermedios, la luz a la salida de la celda será elípticamente polarizada. La elipticidad estará determinada por el voltaje de entrada. Solamente podrá pasar a través de polarizador la componente en dirección paralela a su propio eje óptico. En consecuencia, la intensidad emitida estará determinada por la elipticidad del frente de onda de salida de la celda. En este caso, habrá un pequeño cambio de fase en la onda, que en aplicaciones reales no es muy considerable.

IV.1.5 Régimen de modulación sólo-fase

La configuración de modulación de fase consiste en seleccionar la dirección del vector de polarización de la luz incidente, en dirección paralela al DM de la capa de entrada del modulador. Cuando $V_{in} = 0$, la velocidad de la luz es c/n_e y la dirección de polarización experimenta una rotación de 90^0 permaneciendo linealmente polarizada. Cuando $V_{in} = V_{max}$, la luz se propaga a una velocidad c/n_o, debido a que en estas circunstancias, el eje óptico del cristal está orientado paralelamente respecto a la dirección de polarización de la luz incidente. Así, la luz de salida permanecerá linealmente polarizada y sin cambiar su dirección. Uno puede notar que las diferentes velocidades de propagación generadas en las dos últimas situaciones de voltaje aplicado, ocasionan un desfasamiento relativo en la luz de salida. En voltajes intermedios, las moléculas se inclinan un ángulo θ respecto al plano x-y, y el índice de refracción efectivo del cristal $n_e(\theta)$, depende ahora

del ángulo θ. Sabemos que como θ depende de V_{in}, entonces $n_e(\theta)$ depende también del voltaje aplicado. En consecuencia, a diferentes voltajes, la luz se propagará con diferentes velocidades $c/n_e(\theta)$, y por lo tanto se producirá una modulación de fase. La Fig. 26, muestra el esquema de operación de una celda LCD en el régimen de modulación de fase. La Fig. 26(a) ilustra el caso cuando $V_{in} = 0$, mientras que la Fig. 26(b) ilustra el caso cuando $V_{in} = V_{max}$. Finalmente, para esta configuración hay que tomar en cuenta que cuando el voltaje aplicado es lo suficientemente grande para romper la estructura helicoidal del cristal, se empezara a producir una pequeña modulación de amplitud. Para voltajes más pequeños, este efecto no es considerable.

IV.2 Caracterización de los moduladores LCD en los regímenes de modulación de amplitud y fase

Para operar adecuadamente un modulador LCD en un sistema optodigital de procesamiento de imágenes, es necesario tener conocimiento de las gráficas de respuesta del modulador en cualquiera de los regímenes en el que sea configurado. Actualmente, existen dos maneras de obtener esta información; usando el cálculo de Jones (Ecs. (154) y (180)), o mediante pruebas experimentales. Uno pudiera pensar que el primer enfoque es el más adecuado, sin embargo, se requiere conocimiento de los datos específicos del modulador, como la dirección del director molecular, el ángulo de giro, el ancho de la pantalla, etc. La mayoría de las veces, no se tiene acceso a estos datos ya que es información confidencial de las empresas fabricantes. Sin embargo, existen diversos trabajos donde se describen los procedimientos para obtener experimentalmente los parámetros de un modulador arbitrario (Soutar y Lu, 1994; Kim y Lee, 2005). La calibración experimental de los moduladores, tiene la ventaja que las respuestas obtenidas son reales, aunque es necesario implementar diferentes esquemas ópticos para realizar

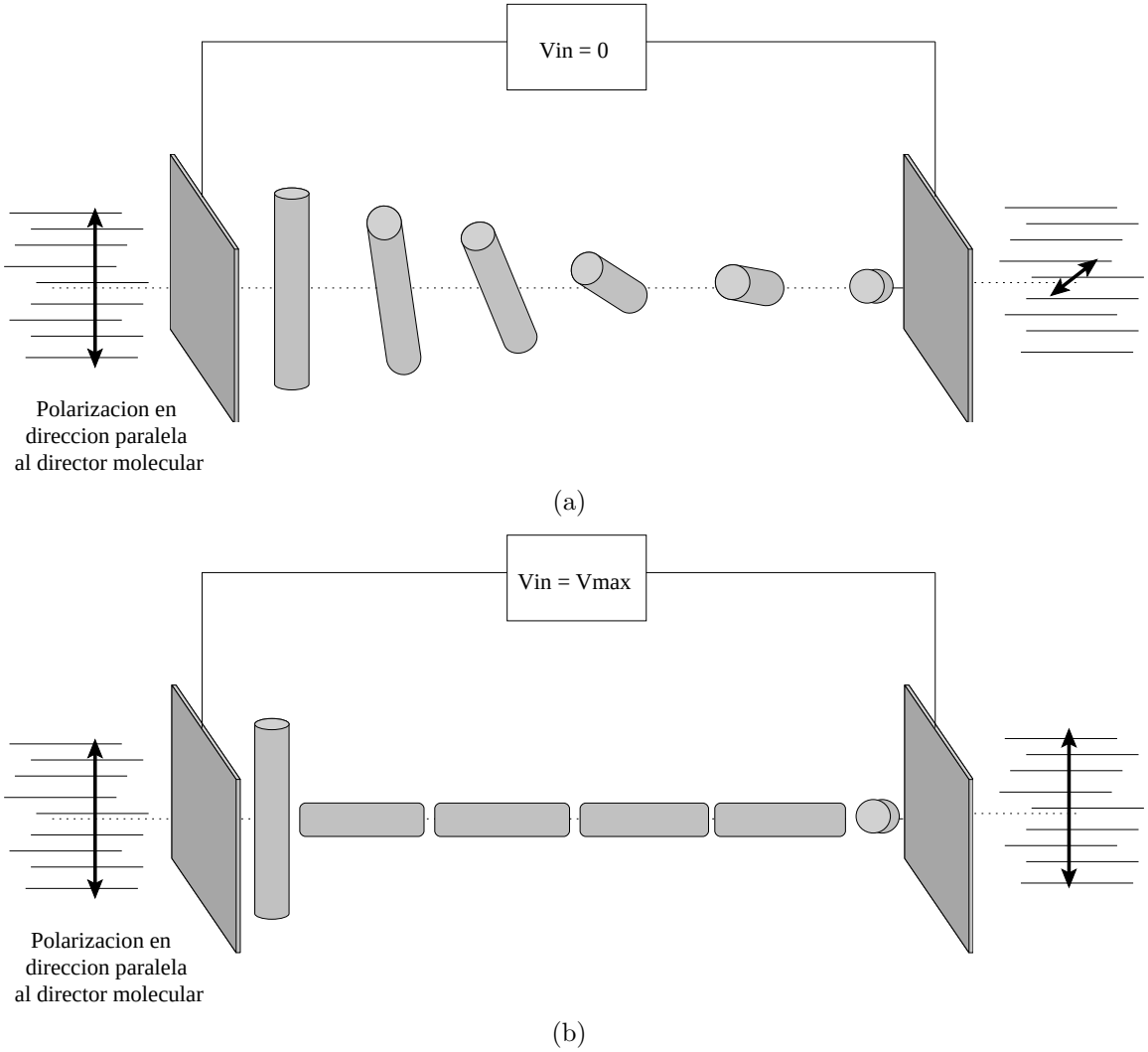


Figura 26: Operación de una celda de cristal líquido con estructura helicoidal, en el régimen de modulación sólo-fase. (a) Cuando $V_{in} = 0$; (b) Cuando $V_{in} = V_{max}$.

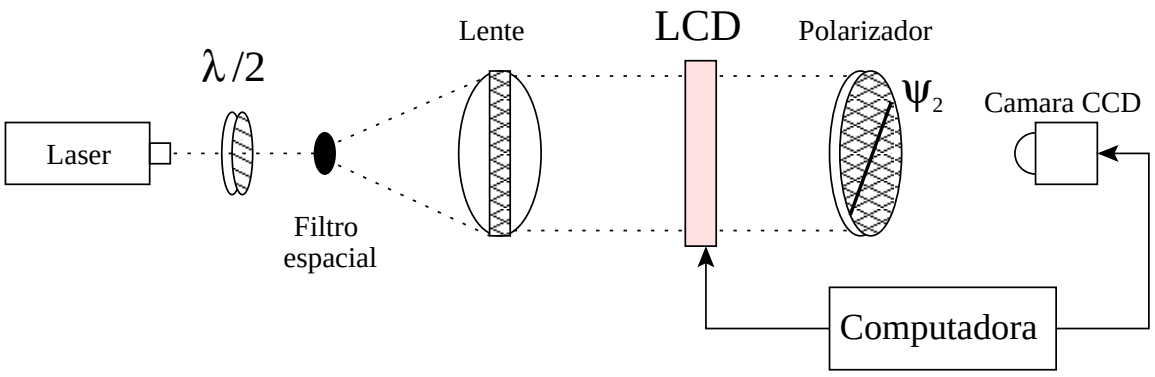


Figura 27: Arreglo experimental para determinar la dirección del director molecular del modulador.

la calibración. En esta tesis, las gráficas de respuesta de nuestros moduladores son obtenidas experimentalmente.

IV.2.1 Calibración de modulación sólo-amplitud

El primer paso, es determinar la dirección del DM del modulador. Esto puede realizarse por medios ópticos a través del arreglo experimental mostrado en la Fig. 27. Asumamos que el haz del láser tiene polarización lineal. Sabemos que únicamente cuando el vector de polarización del láser, se ubique en dirección paralela o perpendicular al DM del LCD, el frente de onda a la salida del modulador, estará también linealmente polarizado. En cualquier otra configuración, la luz de salida tendrá polarización elíptica. Mediante la manipulación de la placa retardadora $\lambda/2$, podemos cambiar la dirección de polarización del haz del láser. Debemos buscar un ángulo de rotación de la placa $\lambda/2$ (ψ_1), de tal forma que al colocar el eje óptico del polarizador en la posición $\psi_2 = \psi_1 \pm 90$, la cámara CCD registre una intensidad nula. Notemos que este procedimiento sólo indica que hemos encontrado el ángulo paralelo o perpendicular al DM, pero no podemos determinar cuál de ellos, es decir, no sabemos si estamos en la configuración de modulación sólo-amplitud o de sólo-fase. Para determinar si estamos en el régimen de modulación de amplitud, debe verificarse que no exista un cambio de fase al varíar los niveles de

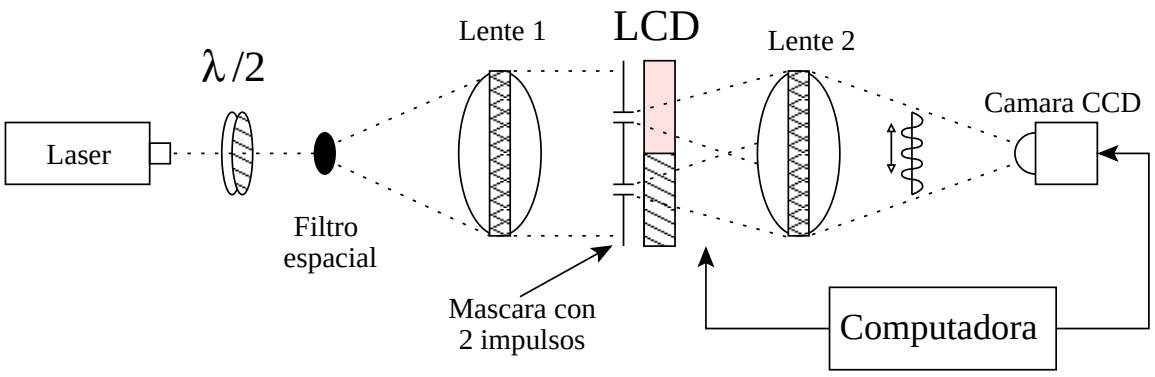


Figura 28: Arreglo experimental para realizar la calibración de una LCD en el régimen de modulación sólo-fase.

gris de las celdas del LCD. En la actualidad, existen diversas técnicas para realizar este procedimiento, por ejemplo, usando una red binaria como en lo uso Zhang *et al.* (1994), o bien mediante una técnica interferométrica como propusieron Bergeron *et al.* (1995), y Dou y Giles (1996). Una vez que estamos seguros que la polarización de la luz incidente está en posición perpendicular al DM, se inicia el proceso de calibración, que se describe enseguida. Por medio de la computadora digital, enviamos una imagen al LCD donde todos los pixeles tienen el mismo valor. El rango de niveles de gris es $[0, 255]$. Para cada nivel de gris, la cámara CCD registrará la intensidad del frente de onda de salida. Así, la gráfica de respuesta puede formarse al tomar el valor esperado (normalizado) de cada una de las imágenes de salida.

IV.2.2 Calibración de modulación sólo-fase

Hoy en día, existen diversos trabajos donde se describen diferentes métodos para realizar la calibración de moduladores LCD en el régimen sólo-fase. De entre estas técnicas, los métodos interferométricos sobresalen por su simplicidad y precisión. Bergeron *et al.* (1995) propusieron una sencilla técnica interferométrica para medir el desfasamiento introducido por un modulador LCD al varíar sus niveles de gris. El arreglo experimental para desarrollar esta técnica, se ilustra en la Fig. 28. El haz de un láser linealmente

polarizado es convertido en un frente de onda esférico y posteriormente colimado al pasar por el filtro espacial y la Lente 1, respectivamente. El frente de onda plano resultante, incide sobre una máscara opaca, colocada justo antes del LCD. La máscara contiene dos pequeños orificios (impulsos de luz "δ") separados una distancia a, respecto al eje óptico. Por medio de la computadora digital se envía al LCD una imagen donde la mitad contiene un valor fijo de nivel de gris (igual a cero), mientras que los niveles de gris de la mitad restante se varían gradualmente desde 0 hasta 255. La separación entre los orificios de la máscara tiene que ser lo suficientemente grande para que cada uno de los orificios corresponda con una mitad de la imagen del modulador. El frente de onda modulado al salir del LCD, es

$$f_m(x,y) = A\exp(i\beta)\delta(x+a,y) + A\exp(i\beta)\delta(x-a,y), \tag{191}$$

donde A es un factor que indica la absorción del LCD y β es el desfasamiento introducido por la luz emitida por el orificio modulado (por los niveles de gris), en relación al otro. Uno puede observar como la función impulso "δ", actúa como una nueva fuente puntual debido al principio de Huygens. La superposición de cada fuente puntual formará un nuevo frente de onda registrando la interferencia entre las fuentes. A una distancia f (distancia focal) se coloca la Lente 2. Así, en el plano de la cámara CCD, se registrará una distribución de intensidad tipo cosenoidal, que es equivalente a la transformada de Fourier de $f_m(x,y)$, dada por

$$F(\mu,\nu) = 2A^2\left\{1+\cos\left[2(a\mu-\beta)\right]\right\}. \tag{192}$$

Podemos observar, cómo al modificar los niveles de gris del LCD correspondiente a sólo uno de los orificios de la mascara, se registrará un cambio de fase en la Ec. (192). Obviamente, las Ecs. (191) y (192) son casos ideales. En la vida real, los orificios de la máscara de modulación tienen tamaño finito y no infinitésimal, así que la aproximación como funciones impulso, tal como en la Ec. (191) es sólo teórica. Los detalles del

procedimiento contemplando estos aspectos pueden verse detalladamente en el trabajo de Bergeron *et al.* (1995).

Resumen del Capítulo

En este capítulo se describieron las principales características físicas de las celdas de cristal líquido, así como el funcionamiento y configuración de las LCDs como moduladores espaciales de luz. Se abordó el tema de los diferentes modelos de Jones para determinar la transmitancia de estos dispositivos. También se hizo una descripción de las técnicas usadas para obtener las gráficas de respuesta reales de los moduladores, en los regímenes de modulación sólo-amplitud y modulación sólo-fase. En el siguiente capítulo, se presentarán los método adaptativos propuestos en esta tesis, para el reconocimiento de patrones en tiempo-real. Se describirán a detalles la teoría de estas técnicas. También, se analizarán los resultados experimentales obtenidos.

Capítulo V

Métodos Adaptativos de Transformada Conjunta

Las técnicas de reconocimiento de patrones presentadas en la Sección III.5, están basadas en la aplicación de filtros lineales de correlación a la imagen de entrada. En la actualidad, existen tres diferentes enfoques para el diseño de filtros lineales; (i) el enfoque clásico, donde el filtro se diseña a partir del conocimiento previo del contenido en frecuencia de las señales, por ejemplo, los filtros pasa-bajas, pasa-altas, y pasa-banda; (ii) el diseño óptimo, el cual está basado en sintetizar la función de transferencia del filtro optimizando algún criterio estadístico. En este enfoque las señales son consideradas como procesos estocásticos estacionarios (Papoulis, 2002). Como filtros óptimos, podemos mencionar al filtro de Wiener (Rosenfield y Kak, 1976), el CMF (Vanderlugt, 1964), el filtro óptimo (Javidi y Wang, 1997), etc. La principal limitante de este enfoque, es que en la vida real existe un gran número de aplicaciones donde la señales no pueden considerarse como estacionarias. El enfoque (iii), es el diseño adaptativo de filtros lineales. Aquí, los filtros se diseñan a través de un algoritmo de adaptación, el cual varía la función de transferencia del filtro acorde con información obtenida del entorno. Este enfoque, utilizado en el diseño de filtros de correlación puede mejorar substancialmente los resultados, cuando la escena de entrada está perturbada por señales no-homogéneas.

V.1 Correlador adaptativo de transformada conjunta

En esta tesis proponemos un nuevo JTC adaptativo (AJTC) (Diaz-Ramirez *et al.*, 2006) que es diseñado con la ayuda de un algoritmo iterativo. El objetivo de este diseño es mejorar substancialmente el proceso de reconocimiento de la arquitectura JTC, al explotar el enfoque adaptativo, directamente relacionado con la capacidad de discriminación del correlador. A través del entrenamiento de un filtro SDF convencional (Ec. (123)), el algoritmo propuesto genera un filtro SDF adaptativo que sirve como imagen de referencia en la arquitectura del JTC clásico. El método propuesto, es capaz de tomar en cuenta las tablas de calibración de los dispositivos optoelectrónicos utilizados en el arreglo experimental. La imagen de referencia resultante, contiene información acerca del objeto a reconocer y sus variantes, así como de los objetos falsos (a ser rechazados) y el fondo. El AJTC diseñado, es capaz de discriminar en tiempo-real al objeto deseado (incluyendo distorsiones geométricas) contra cualquier otro objeto falso conocido, bajo el modelo de imagen disjunto.

La idea principal, es diseñar un nuevo JTC que pueda asegurar un pico de correlación intenso correspondiente al objeto deseado, y al mismo tiempo minimizar al máximo la apariencia de lóbulos, generados por cualquier objeto falso. En otras palabras, para lograr una buena detección del objeto deseado, es necesario reducir al máximo los niveles de las señales de correlación en todos los picos falsos (lóbulos) excepto en el origen del plano de correlación, donde las restricciones del pico deben cumplirse (Ec. (118)). Dados los objetos a ser reconocidos y los objetos falsos y un fondo a ser rechazados, la imagen de referencia del AJTC es diseñada a través de un algoritmo iterativo. La característica principal del algoritmo, es que en cada iteración elimina al pico del lóbulo más alto. De esta forma, el valor de la capacidad de discriminación se incrementa

monotónicamente hasta alcanzar un valor predefinido. Estamos interesados en un filtro de correlación que identifique al objeto deseado incluyendo versiones distorsionadas, en escenas de entrada bajo el modelo disjunto y con ruido del sensor, con un valor de capacidad de discriminación muy alto. Bajo estas circunstancias, los filtros de correlación existentes pueden registrar un pobre desempeño. Sin embargo, con la ayuda de los filtros SDF adaptativos, un valor deseado de DC puede garantizarse. El algoritmo para el diseño del filtro, requiere conocimiento de la imagen del fondo, que puede describirse de manera estocástica o de manera determinística como en una fotografía. El primer paso del algoritmo es llevar a cabo la correlación de transformada conjunta entre el fondo y un filtro SDF básico, que es inicialmente entrenado para detectar únicamente al objeto deseado. Después, la intensidad máxima a la salida del correlador es tomada como el origen, y alrededor del origen formamos un nuevo objeto con información del fondo para ser rechazado. Este nuevo objeto, es agregado en la clase falsa de objetos. Ahora, un problema de reconocimiento de patrones de dos clases es utilizado para diseñar un nuevo filtro SDF, por tanto, la clase verdadera contiene sólo al objeto deseado (incluyendo sus versiones distorsionadas) y la clase falsa contiene a los objetos de rechazo. Este procedimiento iterativo se repite hasta que el valor deseado de DC sea alcanzado. Notemos que si otros objetos para ser rechazados son conocidos, pueden incluirse directamente en la clase falsa y usados en el diseño del filtro SDF adaptativo. El diagrama a bloques del procedimiento de diseño se muestra en la Fig. 29. El algoritmo propuesto consiste en los siguientes pasos

1. Crear un filtro SDF básico, entrenado sólo para detectar al objeto deseado, usando la Ec. (123).

2. Crear la imagen conjunta de entrada (ver Ec. (86)), compuesta por el filtro SDF y la imagen para ser rechazada (objeto no deseado o el fondo).

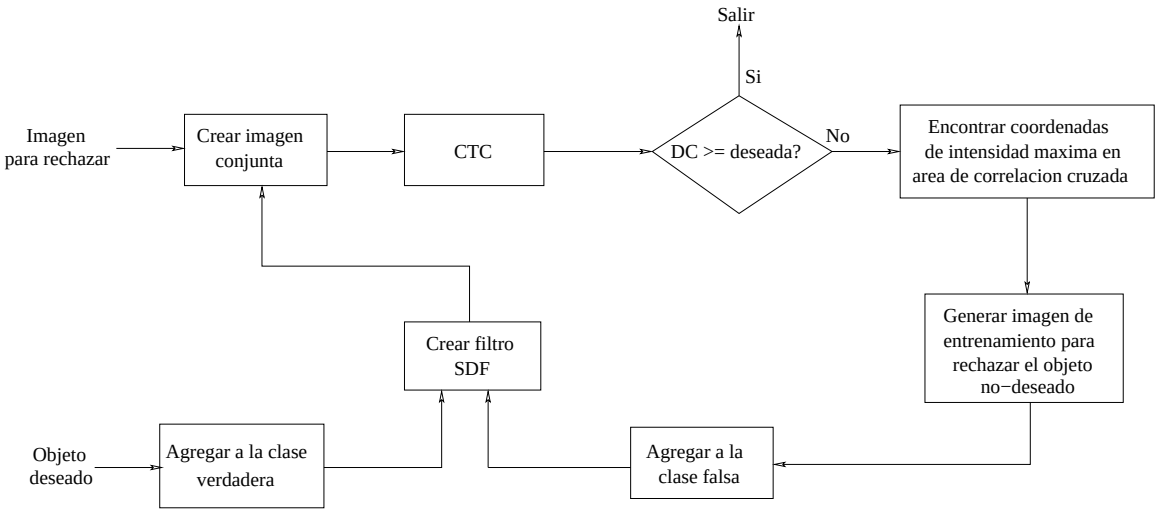


Figura 29: Algoritmo de diseño del JTC adaptativo.

3. Llevar a cabo la correlación de transformada conjunta incluyendo las tablas de calibración de los dispositivos optoelectrónicos usados (moduladores LCD y las cámaras CCD).

4. Calcular la DC a través de la Ec. (94).

5. Si el valor calculado de la DC, es mayor o igual al valor deseado, entonces, termina el diseño del filtro, de otra forma, ir al siguiente paso.

6. Crear un nuevo objeto con información del fondo para ser rechazado. El origen del objeto se ubica en la posición del pico del lóbulo más alto, en el plano de intensidad de la correlación cruzada. La región de soporte de este nuevo objeto, es la unión de las formas de todos los objetos involucrados en el proceso (objetos deseados y no deseados). El objeto creado, es agregado en la clase falsa de objetos. Notemos que si la imagen del objeto creado hace que la matriz $\mathbf{X} = (\mathbf{S}^{+}\mathbf{S})$ sea singular, entonces en necesario buscar otra imagen de rechazo en la región cercana a las coordenadas el origen.

7. Diseñar un nuevo filtro SDF utilizando un problema de dos clases. La clase

verdadera contiene al objeto deseado (incluyendo sus versiones distorsionadas) y la clase falsa contiene a los objetos para ser rechazados. Ir al paso 2.

V.2 Implementación optodigital

Las pantallas de cristal líquido tipo nemático son ampliamente usadas en el reconocimiento óptico de patrones en tiempo real. Estos dispositivos, bajo las condiciones apropiadas de voltaje y polarización de la luz incidente (Liu y Chao, 1989), pueden producir modulaciones sólo-amplitud y solo-fase. Sus características más importantes son:

1. Se controlan electrónicamente mediante señales convencionales de video.

2. Pueden operar como moduladores de sólo-amplitud o de solo-fase, al configurar adecuadamente la dirección del vector de polarización de la luz incidente.

3. Pueden operar a la velocidad de los estándares convencionales de las señales video.

4. Pueden manejar un rango dinámico de $[0, 255]$ para modulación de amplitud y un rango de $[-\pi, \pi]$ para modulación de solo-fase.

En términos generales, la respuesta al impulso de los filtros SDF se representa mediante una imagen bipolar, es decir, con un rango dinámico de $[-255, 255]$. Para introducir este tipo de señales en los moduladores espaciales de luz LCD, utilizamos dos métodos que se describen a continuación.

V.2.1 Método de descomposición bipolar

Este método consiste en la descomposición de la imagen bipolar en dos imágenes con valores no-negativos (Moreno *et al.*, 1998; Campos *et al.*, 2000). En otras palabras, las imágenes resultantes son las partes positivas y negativas de la imagen original, respectivamente. Después, dos correlaciones de transformada conjunta con las imágenes

no-negativas son desarrolladas independientemente. A los planos de correlación resultantes, son aplicadas diferentes operaciones punto a punto para finalmente obtener el pano de correlación de salida. Una imagen bipolar puede expresarse como

$$h(x,y) = h^{+}(x,y) - h^{-}(x,y), \tag{193}$$

donde

$$h^{+}(x,y) = \begin{cases} h(x,y), & h(x,y) \geq 0 \\ 0, & \text{otra manera} \end{cases}, \tag{194}$$

y

$$h^{-}(x,y) = \begin{cases} h(x,y), & h(x,y) < 0 \\ 0, & \text{otra manera} \end{cases}. \tag{195}$$

Ahora, asumamos que en el modelo de la imagen conjunta (ver Ec. (86)) la distancia a es grande. Así, en la salida del JTC (ver Ec. (89)) podemos ignorar la influencia de los términos de autocorrelación en los términos de correlación cruzada. En este caso, la intensidad de la correlación cruzada entre $s(x,y)$ y $h(x,y)$ podría escribirse como

$$\begin{aligned} c(x,y) &= \left| s\left(x,y\right) \otimes \left[h^{+}(x,y) - h^{-}(x,y) \right] \right|^2 \\ &= \left| s\left(x,y\right) \otimes h^{+}(x,y) \right|^2 + \left| s\left(x,y\right) \otimes h^{-}(x,y) \right|^2 \\ &\quad -2 \left[\left| s(x,y) \otimes h^{+}(x,y) \right|^2 \right]^{1/2} \left[\left| s(x,y) \otimes h^{-}(x,y) \right|^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \tag{196}$$

Es fácil ver en la Ec. (196) que con la ayuda de la descomposición bipolar y un simple pos-procesamiento, podemos reconstruir la salida del JTC cuando la imagen de referencia contiene un parte positiva y una parte negativa.

V.2.2 Método de suma de bias

La idea principal de este método es transformar la imagen bipolar conjunta en una imagen conjunta con valores no-negativos. Esto puede realizarse fácilmente sumando un valor constante (bias) a la imagen bipolar. Después, la correlación de transformada conjunta con la imagen no-negativa es desarrollada. Finalmente, sólo se requiere de un

simple pos-procesamiento para obtener la salida deseada del JTC. Es interesante notar que sólo se necesita de una correlación óptica. La nueva imagen conjunta no-negativa, puede escribirse como

$$f(x,y) = \tilde{s}(x,y-a) + \tilde{h}(x,y+a), \tag{197}$$

donde $\tilde{s}(x,y) = s(x,y) + c$, $\tilde{h}(x,y) = h(x,y) + c$, $s(x,y)$ es la imagen original de la escena, $h(x,y)$ es la imagen de referencia bipolar, y $c = MIN\left[h(x,y)\right]$, es un valor constante. La intensidad de salida del JTC, con la nueva imagen conjunta, está dada por (ver Ec. (89))

$$\begin{aligned} c(x,y) &= \left|\tilde{s}(x,y) \otimes \tilde{s}(x,y) + \tilde{h}(x,y) \otimes \tilde{h}(x,y)\right|^2 \\ &\quad + \left|\tilde{s}(x,y-2a) \otimes \tilde{h}(x,y-2a)\right|^2 \\ &\quad + \left|\tilde{h}(x,y+2a) \otimes \tilde{s}(x,y+2a)\right|^2 . \end{aligned} \tag{198}$$

Los dos últimos términos de la Ec. (198), son los términos de interés. En este caso, también suponemos que la influencia de los términos de autocorrelación es mínima. La intensidad de la correlación cruzada entre $s(x,y)$ y $h(x,y)$, puede calcularse a partir de la intensidad de la correlación cruzada entre las imágenes no-negativas, como a

continuación:

$$\begin{aligned}
|s(x,y)\otimes h(x,y)|^2 &= |[s(x,y)+c-c]\otimes[h(x,y)+c-c]|^2 \\
&= \left|[\tilde{s}(x,y)-c]\otimes\left[\tilde{h}(x,y)-c\right]\right|^2 \\
&= \left|\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\right|^2+\left|\tilde{h}(x,y)\otimes c\right|^2+|\tilde{s}(x,y)\otimes c|^2+|c\otimes c|^2 \\
&\quad -2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\cdot\tilde{h}(x,y)\otimes c\right\} \\
&\quad -2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\cdot\tilde{s}(x,y)\otimes c\right\} \\
&\quad +2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\cdot c\otimes c\right\} \\
&\quad +2\left\{\tilde{h}(x,y)\otimes c\cdot\tilde{s}(x,y)\otimes c\right\} \\
&\quad -2\left\{\tilde{h}(x,y)\otimes c\cdot c\otimes c\right\} \\
&\quad -2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes c\cdot c\otimes c\right\}. \qquad (199)
\end{aligned}$$

Haciendo algunas simplificaciones, la Ec. (199) puede reescribirse como

$$\begin{aligned}
|s(x,y)\otimes h(x,y)|^2 &= \left|\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\right|^2+C_1^2+C_2^2+C_3^2 \\
&\quad -2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\cdot C_1\right\}-2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\cdot C_2\right\} \\
&\quad +2\left\{\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\cdot C_3\right\}+2\left\{C_1\cdot C_2\right\} \\
&\quad -2\left\{C_1\cdot C_3\right\}-2\left\{C_2\cdot C_3\right\}. \qquad (200)
\end{aligned}$$

Aquí, $\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)$ puede obtenerse al aplicar la raíz cuadrada (punto a punto) a la intensidad $\left|\tilde{s}(x,y)\otimes\tilde{h}(x,y)\right|^2$, las constantes $C_1=\tilde{h}(x,y)\otimes c$, $C_2=\tilde{s}(x,y)\otimes c$, y $C_3=c\otimes c$, son calculadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \alpha\left(\tilde{h}(x,y)\otimes c\right)=\alpha\left[c\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{h}(x+\tau_x,y+\tau_y)d\tau_x d\tau_y\right] \\
&\approx \alpha\left\{c\cdot SUM\left[\tilde{h}(x,y)\right]\right\}, \\
C_2 &\approx \alpha\left\{c\cdot SUM\left[\tilde{s}(x,y)\right]\right\}, \\
C_3 &\approx \alpha c^2. \qquad (201)
\end{aligned}$$

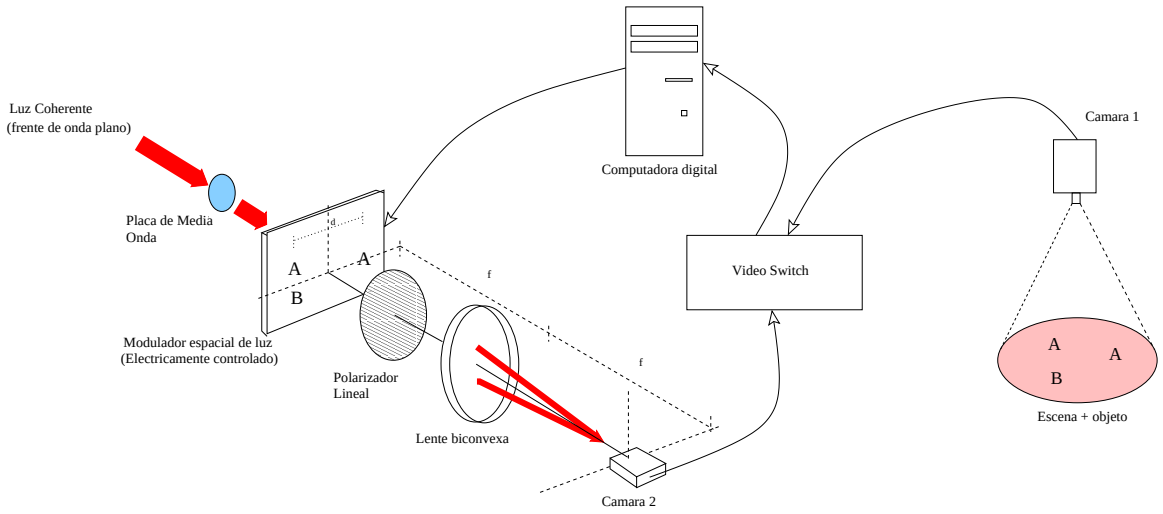


Figura 30: Implementación optodigital de JTC adaptativo.

Donde α es un factor de normalización y el símbolo $\{SUM[\cdot]\}$, denota la sumatoria de todos los elementos de la imagen.

V.3 Resultados

V.3.1 Calibración de dispositivos

Experimentos opto-digitales reales fueron realizados usando la arquitectura compacta del JTC (Javidi y Horner, 1989), la cual se muestra en la Fig. 30. Primero, se caracterizaron los dispositivos optoelectrónicos usados; una pantalla de cristal liquído (LCD) de 832x624 pixeles, y una cámara CCD de 640x480 pixeles. El modulador LCD fue configurado para trabajar en el régimen de modulación sólo amplitud (ver Sec. IV.2.1). La tabla de calibración experimental de la respuesta del LCD, capturado con la cámara CCD, se muestra en la Fig. 31. Podemos ver que el rango dinámico del modulador es de $[0, 48]$. Además, es interesante notar que dentro de este rango, la gráfica es no-lineal debido a efectos de cuantización. Esta no-linealidad puede aproximarse mediante la siguiente relación nolineal: $Salida = (|Entrada|^2)^{1/k}$, cuando $k = 0.7$. Esta información es involucrada en el algoritmo iterativo de diseño del AJTC. Esto significa

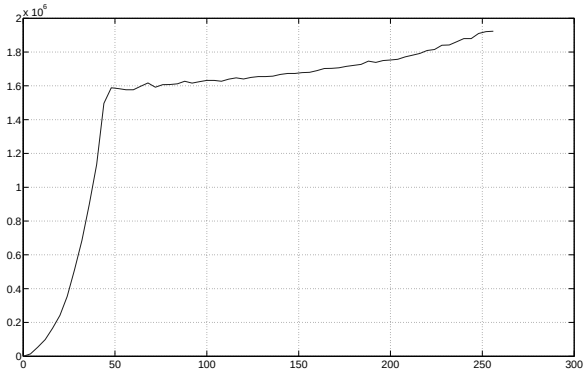


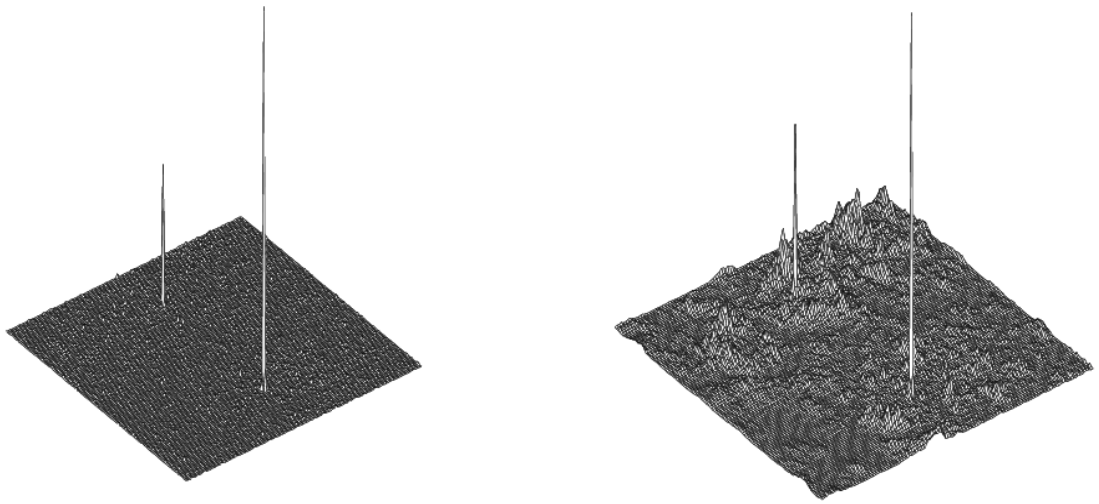
Figura 31: Respuesta en intensidad del LCD.

que las imágenes de entrada fueron transformadas de un rango dinámico de $[0, 255]$ a un rango de $[0, 48]$. Además, en el algoritmo iterativo de diseño, la correlación de transformada conjunta se obtiene usando un NLJTC (ver Sec. III.5.2), cuando $k = 0.7$.

V.3.2 Resultados con simulaciones por computadora

El tamaño de todas las imágenes monocromáticas usadas es de 128x128 pixeles. El rango de la señal es de $[0, 255]$. La Fig. 32, es un ejemplo de la escena de entrada. La escena contiene dos objetos con forma y tamaño (aproximadamente 44x28 pixeles) muy similar, pero con distinto contenido. El objeto deseado es la mariposa con alas negras. Los objetos en la escena, se representan mediante el modelo disjunto, es decir,

Figura 32: Escena de entrada para el JTC adaptativo.



a) b)

Figura 33: Intensidad del plano de correlación para la escena de la Fig. 32, obtenido con: (a) JTC binario; (b) JTC con ajuste de franjas.

están incrustados (en coordenadas desconocidas) sobre un fondo aéreo no-estacionario. Hemos comparado el desempeño del AJTC propuesto, con el del BJTC y del FAJTC. La intensidad de los planos de correlación obtenidos con los dos últimos correladores, se muestran en la Fig. 33. Podemos ver cómo estos dos sistemas fallan para reconocer el objeto deseado. El pico de correlación más intenso en ambos correladores, corresponde a la mariposa falsa. El desempeño del AJTC en el proceso de diseño, alcanzó un valor de $DC = 0.95$, después de ocho iteraciones. La imagen de referencia bipolar obtenida, se muestra en la Fig. 34. Después, probamos el desempeño de reconocimiento del AJTC, colocando los objetos encima del fondo, en diferentes coordenadas arbitrarias. Se realizaron 50 experimentos estadísticos para diferentes posiciones del objeto. Con un 95% de confianza, el valor de la DC es igual a 0.82 ± 0.003. La intensidad del plano de correlación obtenido con el AJTC, para la escena de la Fig. 32, se muestra en la Fig. 35. Ahora, investigaremos la tolerancia del AJTC a pequeñas distorsiones geométricas de los objetos. Distintos métodos han sido propuestos para mejorar el reconocimiento

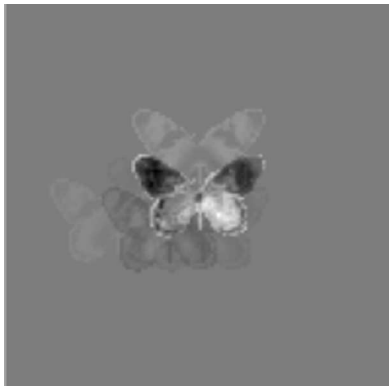


Figura 34: Imagen de referencia obtenida con el algoritmo de diseño del JTC adaptativo.

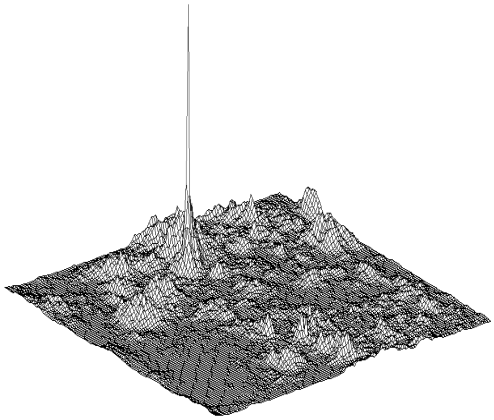


Figura 35: Intensidad del plano de correlación obtenido con el JTC adaptativo.

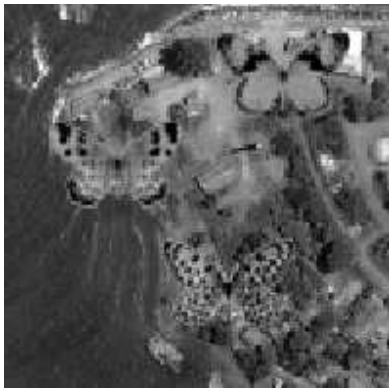


Figura 36: Escena de entrada para el JTC adaptativo.

de objetos en la presencia de estas distorsiones. Estos métodos pueden clasificarse en dos grupos. La primera clase toma en cuenta de manera formal las transformaciones bidimensionales de escala y de rotación. Tales métodos incluyen las transformaciones de escala (Casasent y Psaltis, 1976) y funciones de harmónicos circulares (Hsu y Arsenault, 1982). La segunda clase, utiliza un conjunto de imágenes de entrenamiento, las cuales son suficientemente descriptivas y representativas de las distorsiones esperadas. El método propuesto se basa en el segundo enfoque. En nuestros experimentos, la imagen de entrada se muestra en la Fig. 36, con un objeto deseado (geométricamente distorsionado) y dos objetos falsos incrustados sobre un fondo. El objeto deseado es la mariposa colocada en la esquina superior derecha. Cincuenta pruebas estadísticas fueron realizadas para diferentes posiciones de los objetos. Primero, tolerancia a las rotaciones fue investigada. El AJTC fue entrenado con dos versiones de la mariposa deseada, rotada por 0 y 5 grados. Después de 41 iteraciones, el correlador alcanzó un valor de DC=0.95. La imagen de referencia obtenida, se muestra en la Fig. 37. Posteriormente, probamos el desempeño del AJTC cuando la mariposa objetivo fue rotada por 0, 2, 4, 6, 8, 10 grados. Los resultados en términos de las distribuciones de intensidad de los planos de correlación, se muestran en la Fig. 38. Podemos ver cómo el correlador propuesto, se adapta correctamente a las distorsiones del objeto.

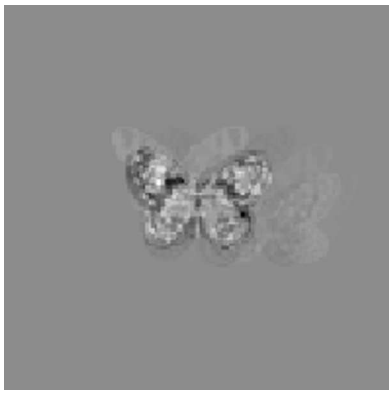


Figura 37: Imagen de referencia para el JTC adaptativo, con tolerancia a distorsiones geométricas.

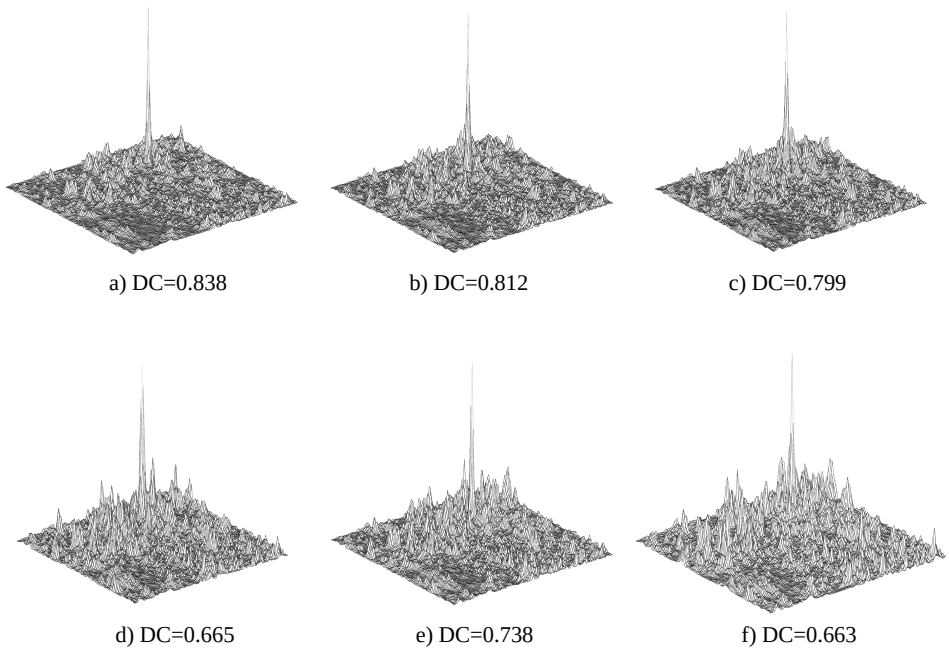


Figura 38: Distribuciones de la intensidad del plano de correlación obtenidas con el JTC adaptativo, con tolerancia a rotaciones de: (a) 0^0; (b) 2^0; (c) 4^0; (d) 6^0; (e) 8^0; (f) 10^0.

Figura 39: Imagen de referencia obtenida para el JTC adaptativo, con tolerancia a cambios de escala.

Ahora, la tolerancia del correlador a cambios de escala son investigadas. El AJTC fue entrenado con tres versiones del objeto escalado por factores de 0.95, 1, y 1.15. Después de 35 iteraciones, el correlador registro un valor de DC=0.95. La imagen de referencia obtenida, se muestra en la Fig. 39. Ahora, el AJTC es probado con la escena mostrada en la Fig. 36, cuando el objeto deseado esta escalado por factores de 0.98, 0.99, 1.0, 1.1, 1.15, 1.2. Los resultados en términos de las distribuciones de intensidad de los planos de correlación, se muestran en la Fig. 40. Uno puede observar que el filtro siempre detecto al objeto escalado. De una manera similar, el método propuesto puede utilizarse para diseñar un AJTC, que contenga una buena tolerancia a distorsiones geométricas arbitrarias. La complejidad del diseño del filtro compuesto, depende del tamaño del conjunto de de imágenes distorsionadas utilizadas.

V.3.3 Resultados experimentales

En esta sección presentamos los resultados experimentales obtenidos con los dos métodos de implementación AJTC, descritos en la sección V.2. La escena de entrada y la imagen de referencia calculada, mostradas en las Figs. 32 y 34, respectivamente, son usadas para probar el método de descomposición bipolar. La escena de entrada y la imagen de referencia calculada, mostradas en las Figs. 36 y 37, respectivamente, son

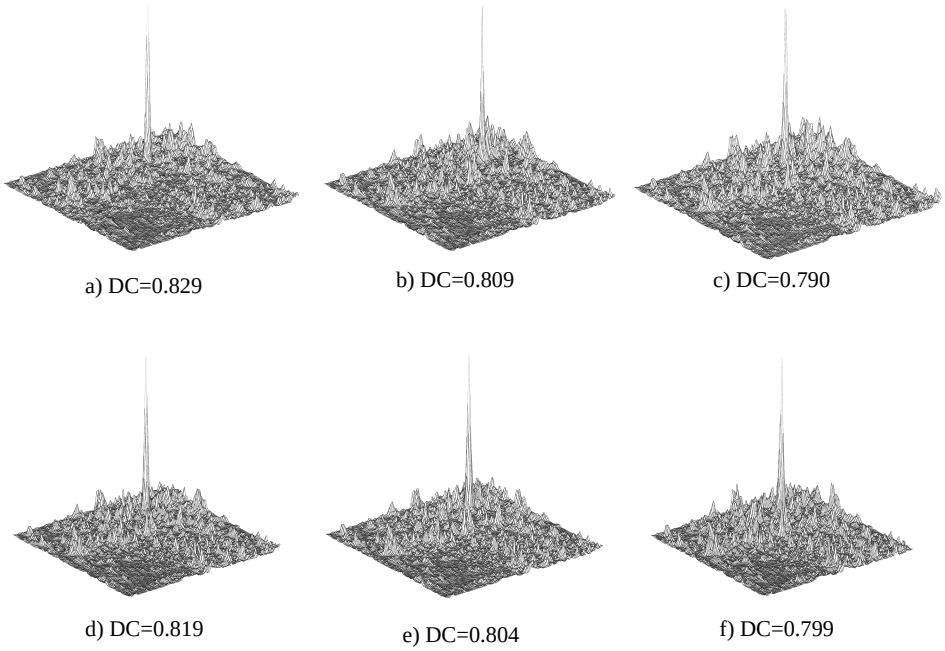


Figura 40: Distribución de la intensidad del plano de correlación obtenido con el JTC adaptativo, con tolerancia a cambios de escala con factor de: (a) 0.98; (b) 0.99; (c) 1.0; (d) 1.1; (e) 1.15; (f) 1.2.

usadas para probar el método de de suma de bias. Ambas imágenes fueron probadas en el arreglo optodigital descrito en la Fig. 30. Los resultados obtenidos, serán comparados con las simulaciones por computadora.

V.3.4 Resultados del método de descomposición bipolar

El primer experimento optodigital esta basado en el método de descomposición bipolar. La imagen de referencia en la Fig. 32, tiene valores positivos y valores negativos. Así que, esta imagen fue transformada en dos imágenes, ambas con valores no-negativos. Después, dos experimentos opto-digitales (uno con cada imagen de referencia) fueron realizados. En el primer experimento, la imagen conjunta de entrada contiene a la escena y a la parte positiva de la imagen de referencia. Después la correlación de transformada conjunta fue realizada. Este mismo procedimiento se llevó a cabo con

a) Parte positiva de la imagen conjunta

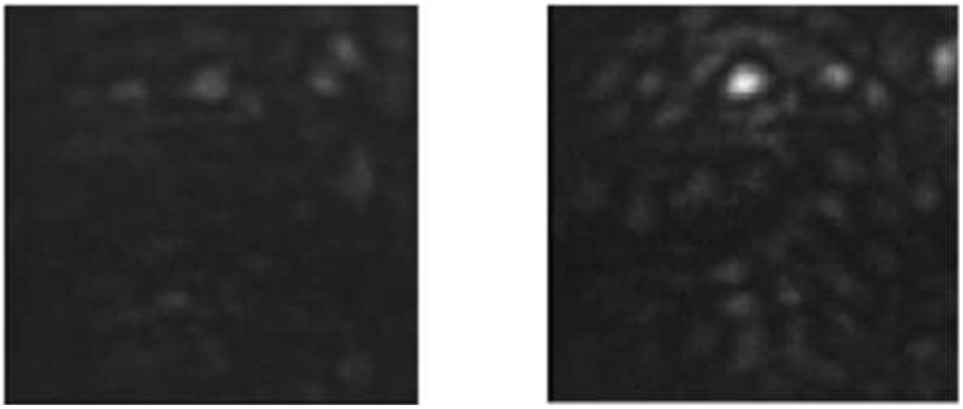
b) Parte negativa de la imagen conjunta

Figura 41: Imágenes conjuntas

la parte negativa de la imagen de referencia. Las imágenes compuestas, después de la descomposición bipolar se muestran en la Fig. 41. La intensidad de los planos de correlación a la salida del AJTC, se muestran en la Fig. 42. El plano de correlación, después del pos-procesamiento descrito en la Ec. (196), se muestra en la Fig. 43. El valor de la DC en este experimento es de 0.78.

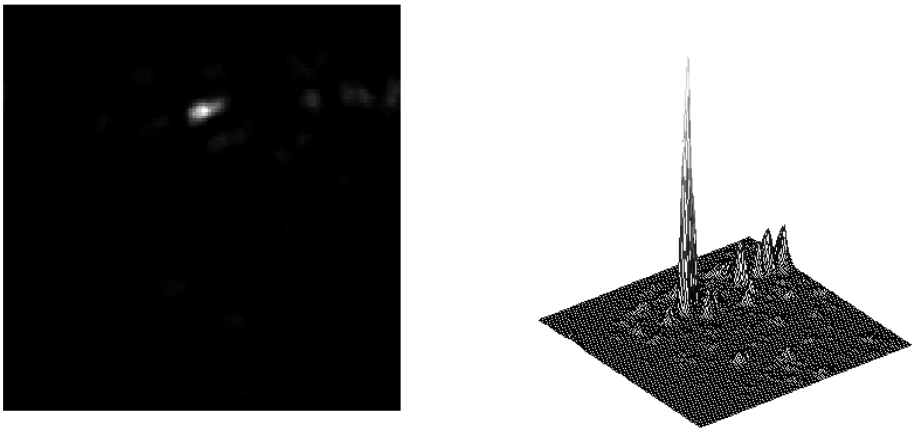
V.3.5 Resultados del método de suma de bias

El segundo experimento optodigital se basa en el método de suma de bias, descrito en la sección V.2. La imagen conjunta de entrada, usada en el arreglo optodigital se muestra en la Fig. 44. El modulador LCD tiene un tamaño determinado, generalmente menor que el tamaño de la lente. Entonces al sumar un valor constante a la imagen conjunta, la señal en el plano del modulador LCD puede considerarse como una señal truncada



a) b)

Figura 42: Intensidad del plano de correlación a la salida del JTC adaptativo, obtenido con: (a) Imagen conjunta positiva; (b) imagen conjunta negativa.



a) Intensidad del plano de correlacion b) Distribucion de intensidad

Figura 43: Salida del JTC adaptativo después del pos-procesamiento.

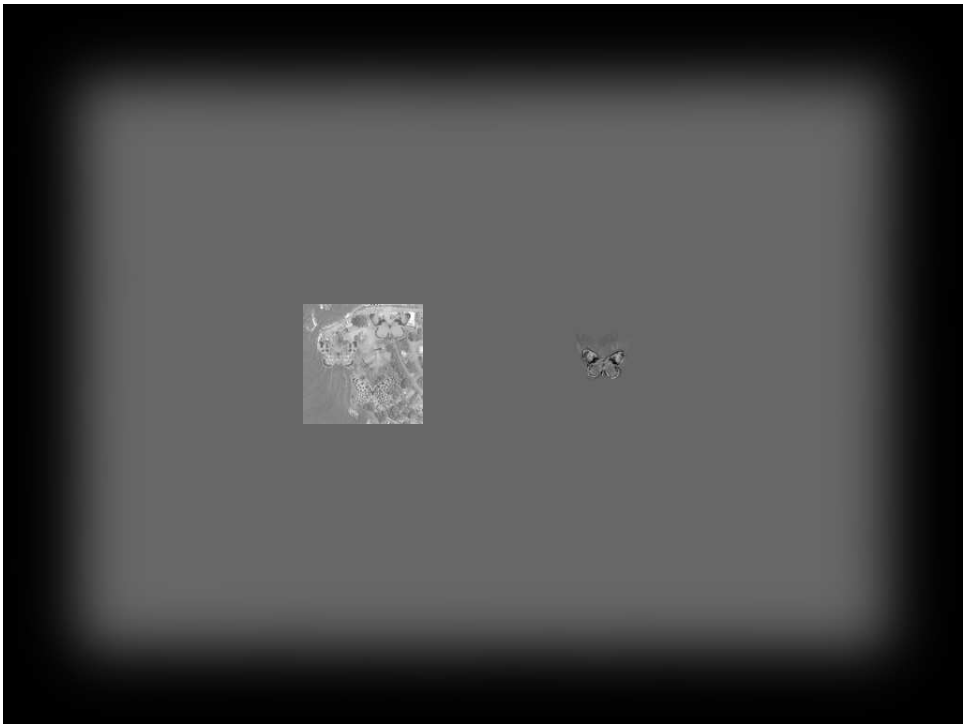


Figura 44: Imagen conjunta de entrada para el método de suma de bias.

por una ventana rectangular. La transformada de Fourier de esta señal, está dada por la convolución entre el espectro de la imagen conjunta y la función-sinc (transformada de Fourier de la ventana rectangular). Sabemos que la función-sinc posee grandes lóbulos que podrían afectar seriamente al espectro conjunto. Para evitar estos efectos negativos, la imagen conjunta de entrada es truncada con una ventana con bordes suavizados. Después, calculamos los valores de las constantes C_1, C_2, y C_3, dadas en la Ec. (201). La Fig. 31 muestra la relación que existe entre el rango dinámico del modulador LCD utilizado y la cámara CCD, y el rango digital de la señal. Mientras que las imágenes digitales tienen un rango de niveles de gris de $[0, 255]$, la señales en el dominio optodigital tienen un rango de $[0, 48]$ niveles. Así que, es necesario escalar las imágenes y el nivel de bias involucrado en el arreglo optodigital. La constantes fueron calculadas como $C_1 = 31.7546$, $C_2 = 23.0368$, y $C_3 = 40$, y el valor de α puede estimarse como $\alpha = 1/cN$, donde N es el número de pixeles de la imagen. La

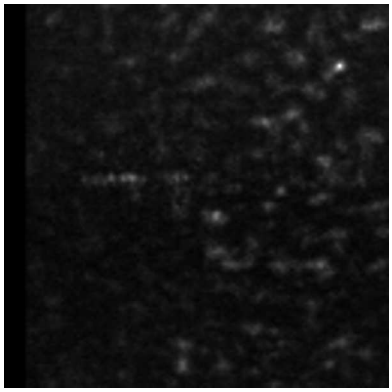


Figura 45: Intensidad del plano de correlación para la imagen conjunta de la Fig. 44.

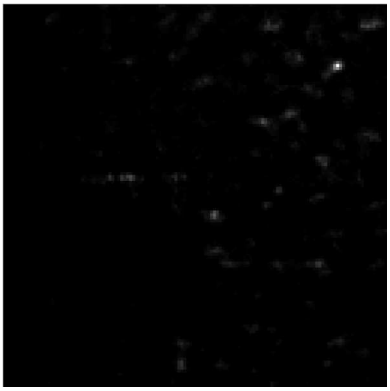


Figura 46: Intensidad del plano de correlación después del pos-procesamiento punto a punto

.

intensidad del plano de correlación cruzada, obtenido en el arreglo optodigital para la imagen conjunta mostrada en la Fig. 44, se muestra en la Fig. 45. La intensidad del plano de correlación después del pos-procesamiento punto a punto, se muestra en la Fig. 46. Es fácil observar que el objeto deseado puede reconocerse satisfactoriamente con un valor de DC=0.65. Finalmente, notemos que este método requiere de sólo una correlación óptica, mientras que el método de descomposición bipolar utiliza dos correlaciones para reconstruir la salida deseada.

V.4 Correlador adaptativo de transformada conjunta con entrada sólo-fase (APIJTC)

El AJTC descrito en la Sección V.1 tiene un mejor desempeño en términos de la DC, en relación con el NLJTC y el FAJTC. Debido a la naturaleza bipolar de la imagen de referencia utilizada en este correlador, se requiere de dos correlaciones ópticas o un procesamiento punto a punto, para generar la salida deseada. Por otra parte, sabemos que los moduladores LCD en el régimen de modulación solo-amplitud, operan dentro del rango de $[-\pi, \pi]$. La configuración de modulación solo-fase, tiene dos ventajas: cualquier imagen bipolar puede ser directamente modulada en un LCD, y no es necesario ningún pos-procesamiento para obtener la salida deseada del correlador. Actualmente, se conocen dos maneras de realizar reconocimiento de patrones con moduladores LCD solo-fase: (i) diseñar un filtro tomando en cuenta las características reales del modulador; (ii) diseñar un filtro de manera convencional y después proyectar su respuesta al impulso o su respuesta en frecuencia, hacia dentro del dominio del modulador. En esta sección se describirá el JTC adaptativo con entrada sólo-fase (APIJTC) (Diaz-Ramirez y Kober, 2007a). Este correlador se diseña con la ayuda de un nuevo algoritmo iterativo, usando filtros SDF solo-fase, propuestos. El algoritmo genera una imagen de referencia solo-fase, que puede ser directamente utilizada en la arquitectura del PIJTC (ver Sección III.5.2). El algoritmo puede garantizar un valor determinado de DC. El APIJTC es capaz de tomar en cuenta las tablas de calibración de todos los elementos opto-electrónicos utilizados en el arreglo optodigital. La imagen de referencia resultante, contiene información sobre el objeto deseado y sus variantes, así como de los objetos falsos y el fondo para ser rechazados. El APIJTC propuesto tiene un desempeño muy similar al AJTC. Sin embargo, el APIJTC requiere solamente de una correlación óptica y sin pos-procesamiento. Además en la primera etapa de este correlador se obtiene la máxima eficiencia de luz.

V.4.1 Funciones discriminantes sintéticas solo-fase

En la Sección III.5.1, se describe el procedimiento convencional para el diseño de los filtros SDF's. La respuesta al impulso de estos filtros, consiste en una combinación lineal de imágenes de entrenamiento: $h(x,y) = a_1 s_1(x,y) + \cdots + a_K s_K(x,y)$, donde $\{s_i(x,y)\,|i = 1,2,\ldots,K\}$ son las imágenes de entrenamiento, y $\{a_i\,|i = 1,2,\ldots,K\}$ son los coeficientes de peso, los cuales deben satisfacer las restricciones descritas en la Ec. (118). En una notación matricial, el filtro y las restricciones pueden escribirse como $\mathbf{h} = \mathbf{Sa}$, y $\mathbf{c} = \mathbf{S}^{+}\mathbf{h}$, respectivamente (ver Sección III.5.1). Para nuestra propuesta de filtros SDF solo-fase, la nueva ecuación del filtro, se define como a continuación:

$$\mathbf{h_{po}} = EXP\{i\pi\mathbf{Sa}\}, \tag{202}$$

y las nuevas restricciones, están dadas por

$$\mathbf{c} \;=\; \mathbf{R}^{+}\mathbf{h_{po}}, \tag{203}$$

donde $\mathbf{R}$ es una matriz dxK, y donde su i-ésima columna está dada por el vector lexicográfico que representa a la imagen de entrenamiento s_i, codificada en fase, es decir,

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \exp(i\pi s_{11}) & \exp(i\pi s_{12}) & \ldots & \exp(i\pi s_{1K}) \\ \exp(i\pi s_{21}) & \exp(i\pi s_{22}) & \ldots & \exp(i\pi s_{2K}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp(i\pi s_{d1}) & \exp(i\pi s_{d2}) & \ldots & \exp(i\pi s_{dK}) \end{bmatrix}. \tag{204}$$

Una restricción adicional el necesaria para satisfacer la Ec. (203), ésta es,

$$\mathbf{a} = \{a_i\,|i = 1,\ldots,K\} \in \mathbb{R}. \tag{205}$$

Para mayor facilidad, consideremos un problema de reconocimiento de dos clases. Asumamos que existen N imágenes de entrenamiento en la clase verdadera $\{s_i(x,y)|\ i = 1,\ldots,N\}$, y M imágenes de entrenamiento en la clase falsa $\{s_i(x,y)|\ i =$

$N+1,\ldots,N+M\}$, con $K=N+M$. El vector $\mathbf{c}$, ahora puede definirse por

$$\mathbf{c}=\left[\lambda_t\exp\left(i\pi\alpha_1\right),\ldots,\lambda_t\exp\left(i\pi\alpha_N\right),\lambda_f\exp\left(i\pi\alpha_{N+1}\right),\ldots\lambda_f\exp\left(i\pi\alpha_{N+M}\right)\right]^T, \quad (206)$$

donde los primeros N y últimos M términos exponenciales de la Ec. (206), corresponden a la salida del filtro para las imágenes de la clase verdadera y la clase falsa, respectivamente. Así, $|\lambda_t|^2$ es el valor de intensidad a la salida del filtro, en la posición de las imágenes sólo-fase en la clase verdadera $\{\phi_{s_i}|i=1,\ldots,N\}$ y $|\lambda_f|^2$ es la intensidad a la salida del filtro en las posiciones de las imágenes sólo fase en la clase falsa $\{\phi_{s_i}|i=N+1,\ldots,N+M\}$. Substituyendo las Ecs. (204) y (206) en la Ec. (203), y tomando en cuenta la Ec. (205). Los coeficientes a_i, pueden encontrarse al resolver el siguiente sistema de ecuaciones no-lineales (NL):

$$\begin{array}{r}
\lambda_t\cos\left(\pi\alpha_1\right)=\sum_{i=1}^{d}\cos\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{i1}\right]\\
\vdots\\
\lambda_t\cos\left(\pi\alpha_N\right)=\sum_{i=1}^{d}\cos\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{iN}\right]\\
\lambda_f\cos\left(\pi\alpha_{(N+1)}\right)=\sum_{i=1}^{d}\cos\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{i(N+1)}\right]\\
\vdots\\
\lambda_f\cos\left(\pi\alpha_{(N+M)}\right)=\sum_{i=1}^{d}\cos\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{i(N+M)}\right]\\
\lambda_t\sin\left(\pi\alpha_1\right)=\sum_{i=1}^{d}\sin\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{i1}\right]\\
\vdots\\
\lambda_t\sin\left(\pi\alpha_N\right)=\sum_{i=1}^{d}\sin\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{iN}\right]\\
\lambda_f\sin\left(\pi\alpha_{(N+1)}\right)=\sum_{i=1}^{d}\sin\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{i(N+1)}\right]\\
\vdots\\
\lambda_f\sin\left(\pi\alpha_{(N+M)}\right)=\sum_{i=1}^{d}\sin\left[\pi\left(\sum_{j=1}^{K}a_js_{ij}\right)-s_{i(N+M)}\right]
\end{array}. \quad (207)$$

la Ec. (207), puede reescribirse en una notación vectorial como a continuación:

$$\begin{array}{l}
\mathbf{c_{re}}=\mathbf{R^{+}_{re}}COS\left\{\pi\mathbf{Sa}\right\}+\mathbf{R^{+}_{im}}SIN\left\{\pi\mathbf{Sa}\right\}\\
\mathbf{c_{im}}=\mathbf{R^{+}_{im}}COS\left\{\pi\mathbf{Sa}\right\}-\mathbf{R^{+}_{re}}SIN\left\{\pi\mathbf{Sa}\right\}
\end{array}, \quad (208)$$

donde $\mathbf{R_{re}}$ y $\mathbf{R_{im}}$ son matrices dxK, las cuales, contienen la parte real e imaginaria de $\mathbf{R}$, respectivamente. Los vectores $\mathbf{c_{re}}$ y $\mathbf{c_{im}}$ son la parte real e imaginaria de $\mathbf{c}$,

respectivamente. COS, y SIN, denotan los operadores punto a punto, seno y coseno. El sistema de ecuaciones descrito en la Ec. (207), contiene $2K$ ecuaciones con $2K+2$ variables incógnita. El sistema NL puede resolverse mediante métodos numéricos, por ejemplo, el algoritmo de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963). Debido a que los valores predefinidos en la salida de correlación no pueden definirse de la manera simple como en la Ec. (125), proponemos el uso de una función objetivo, llamada relación de picos de correlación (CPR), la cual esta directamente relacionada con la DC:

$$CPR = \frac{|\lambda_f|^2}{|\lambda_t|^2}. \tag{209}$$

El problema a resolver es el siguiente. Deseamos diseñar la respuesta al impulso sólo-fase de un filtro de correlación que garantice un valor determinado de DC, al minimizar la función CPR, sujeto al sistema de ecuaciones de la Ec. (207). La solución se basa en los algoritmos de Levenberg-Marquardt y búsqueda binaria. El algoritmo de búsqueda binaria (Knuth, 1997) es una técnica para encontrar un valor en particular dentro de un vector ordenado, al tomar la mitad de los datos en cada paso. El algoritmo encuentra la mediana, realiza una comparación para determinar si el valor deseado se encuentra antes o después de ésta, posteriormente, busca en la mitad restante de la misma forma. La complejidad computacional de la búsqueda binaria está acotada por $O\left(\log_2(L)\right)$, donde L es el tamaño del arreglo de entrada. El diagrama a bloques del algoritmo propuesto, se muestra en la Fig. 47. El algoritmo consiste en los siguientes pasos:

1. Definir el intervalo de búsqueda para λ_t, al fijar los limites izquierdo y derecho como $L_t = 1$, y $R_t = d$, respectivamente.

2. Si $L_t > R_t$, entonces el procedimiento termina, de otra forma, ir al siguiente paso.

3. Calcular $\lambda_t = (L_t + R_t)/2$. Para garantizar el nivel deseado de DC, por decir $\tilde{DC}$, calculamos $\lambda_f = \left[\left(1 - \tilde{DC}\right)\lambda_t\right]^{1/2}$.

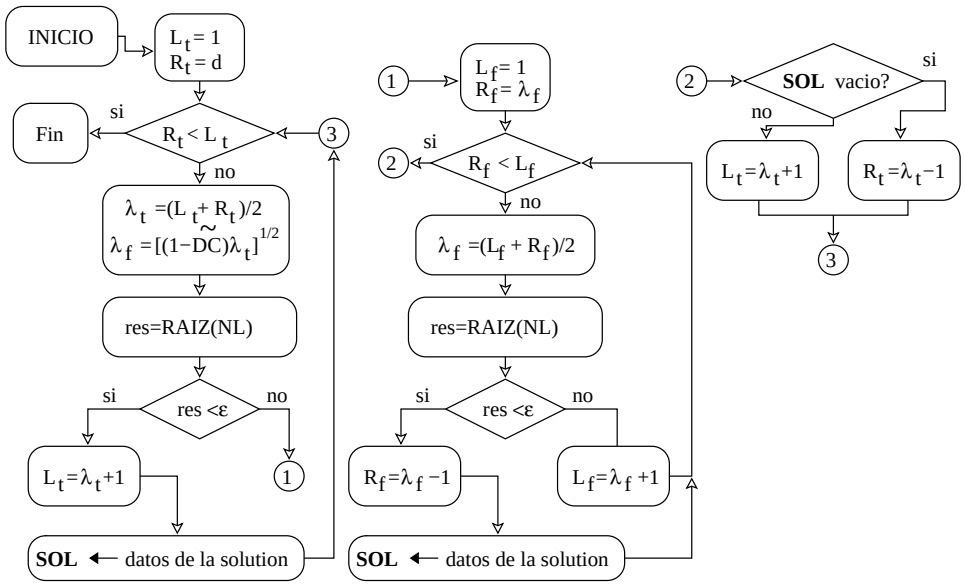


Figura 47: Diagrama a bloques de algoritmo de búsqueda binaria propuesto.

4. Resolver el sistema de ecuaciones no-lineales en la Ec. (207), utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquardt. La solución inicial está dada por $\{a_i = 1/d \sum s_i | i = 1, \ldots, K\}$ y $\{\alpha_i = 0 | i = 1, \ldots, K\}$, donde $K = N + M$.

5. Si fue encontrada una solución, entonces guardar los datos de la solución en el vector **SOL**, entonces fijar $L_t = \lambda_t + 1$ e ir al paso 2; de otra forma, definir el intervalo de búsqueda para λ_f, al fijar los limites izquierdo y derecho como a continuación: $L_f = 1$, $R_f = \lambda_f$, sujeto a $\lambda_f \leq \left[\left(1 - \tilde{DC}\right)\lambda_t\right]^{1/2}$.

6. Si $L_f > R_f$, entonces ir al paso 9, de otra forma, calcular $\lambda_f = (L_f + R_f)/2$.

7. Resolver el sistema de ecuaciones no-lineales en la Ec. (207), usando el algoritmo de Levenberg-Marquardt. La solución inicial está dada por $\{a_i = 1/d \sum s_i | i = 1, \ldots, K\}$ y $\{\alpha_i = 0 | i = 1, \ldots, K\}$, donde $K = N + M$.

8. Si se encontró una solución, entonces guardar todos los datos de la solución en el vector **SOL**, entonces fijar $R_f = \lambda_f - 1$, e ir al paso 6; de otra forma, fijar $L_f = \lambda_f + 1$, e ir al paso 6.

9. Si el vector **SOL** esta vacío (no se encontró ninguna solución), entonces fijar $R_t = \lambda_t - 1$, e ir al paso 2, de otra forma fijar $L_t = \lambda_t + 1$, e ir al paso 2.

Finalmente, debemos tomar del vector **SOL** el par (λ_t, λ_f), que registre el mínimo valor de la función CPR. Los coeficientes de peso correspondientes con este par, forman el filtro deseado, con la ayuda de la Ec. (202).

V.4.2 Diseño de la imagen de referencia

Reconocimiento de patrones con invariancia a distorsiones puede ser implementado en el PIJTC, haciendo uso del filtro SDF sólo-fase (imagen de referencia) dado en la Ec. (202). Sin embrago, el filtro SDF sólo-fase obtenido, puede tener un desempeño no-óptimo, ya que sólo es capaz de controlar sólo un punto en el plano de correlación, en respuesta a las imágenes de entrenamiento. Esto conduce a la apariencia de lóbulos ocasionados por objetos falsos o el fondo. Este problema puede resolverse involucrando un enfoque adaptativo en el diseño del filtro (Gonzalez-Fraga *et al.*, 2006). Para un conjunto de objetos dados a ser reconocidos y objetos falsos y el fondo para ser rechazados, un nuevo algoritmo para diseñar un filtro adaptativo SDF sólo-fase es propuesto. En cada iteración, el algoritmo elimina el pico del lóbulo más alto, y así monotónicamente incrementa el valor de la DC hasta alcanzar un valor predefinido. El procedimiento de diseño requiere del conocimiento de la imagen del fondo (codificada en fase), el cual puede contener objetos falsos en coordenadas arbitrarias. El primer paso es llevar a cabo la correlación de transformada conjunta entre el fondo codificado en fase y un filtro básico SDF solo-fase, dado en la Ec. (202), el cual es originalmente entrenado sólo para detectar al objeto deseado. Después, la posición del valor máximo de intensidad en el plano de correlación es tomado como el origen, y alrededor del origen se forma un nuevo objeto de rechazo, a partir de la imagen del fondo. Este objeto tiene una región de soporte igual a la unión de todas las formas de los objetos involucrados (deseados

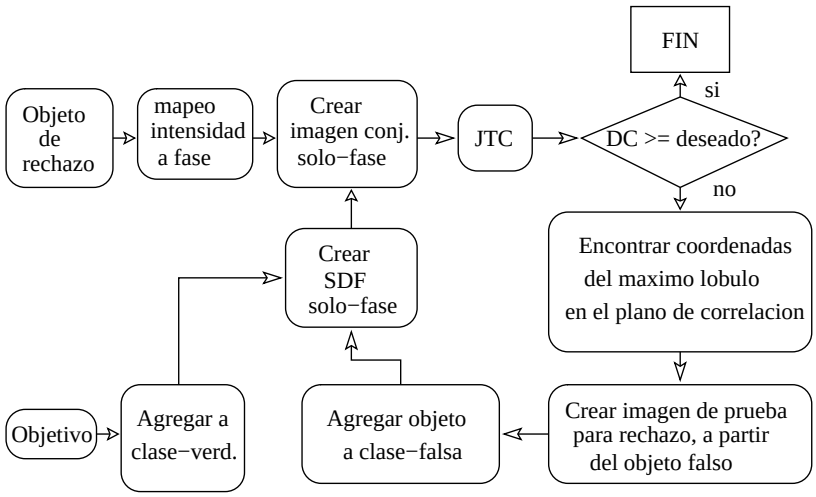


Figura 48: Diagrama a bloques del procedimiento de diseño del JTC adaptativo con entrada solo-fase.

y no deseados). El objeto creado es agregado en la clase falsa de objetos. Ahora, un problema de reconocimiento de dos clases es usado para diseñar un nuevo filtro SDF solo-fase; es decir, la clase verdadera contiene únicamente al objeto deseado y la clase falsa contiene todos los objetos falsos. Este procedimiento se repite hasta alcanzar un valor de DC predefinido. Finalmente, notemos que si otros objetos falsos son conocidos, pueden incluirse directamente en la clase falsa y ser usados en diseño del filtro SDF solo-fase. El diagrama a bloques del procedimiento se muestra en la Fig. 48.

V.4.3 Implementación optodigital

El arreglo optodigital usado para el APIJTC se muestra en la Fig. 49. El espectro conjunto del JTC clásico contiene información sobre la escena de entrada y la imagen de referencia. En el caso del PIJTC, el área no utilizada del modulador espacial de luz forma en el espectro conjunto un término adicional de gran energía. Una solución simple a este problema está basada en la propiedad de modulación de la transformada de Fourier. El área no usada del modulador es codificada con una señal periódica de alta frecuencia. De esta forma, el término generado por esta región del modulador será

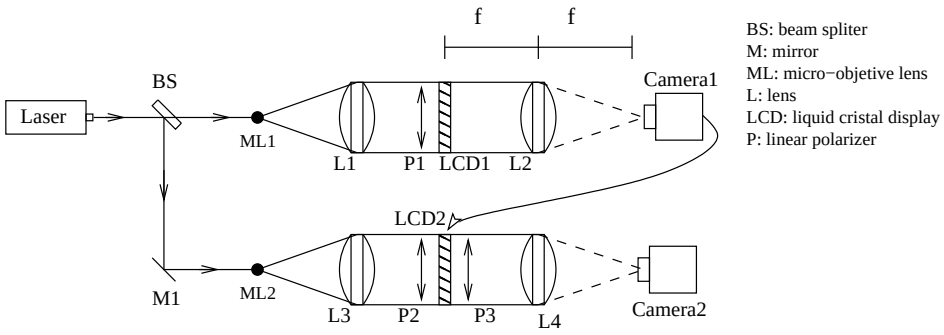


Figura 49: Arreglo experimental para la implementación del JTC adaptativo con entrada solo-fase.

difractada a una región donde pueda filtrarse fácilmente (Lu *et al.*, 1995).

V.5 Resultados

V.5.1 Calibración de dispositivos

Experimentos reales fueron realizados usando el arreglo experimental mostrado en la Fig. (49). Primero fueron caracterizados los dispositivos optoelectrónicos usados, tales como los moduladores LCD de 832x624 pixeles y las cámaras CCD monocromáticas de 640x480 pixeles. Los moduladores LCD1 y LCD2, son los canales rojo y azul, respectivamente, de un proyector Toshiba TLP4110. El modelo de los moduladores es, Sony LCX016ALC7. El modelo de la cámara CCD es, MTI CCDC72. Las tablas de calibración experimentales de los moduladores, obtenidas con los procedimiento descritos en la Sec. IV.2, se muestran en la Fig. 50: (a) La respuesta en fase del LCD1, (b) la respuesta en intensidad del LCD2. Estas gráficas contienen información sobre el rango dinámico de las señales, así como de no-linealidades introducidas por los moduladores. Podemos ver en la Fig. 50(a), que el rango de $[0, 119]$ niveles de gris, corresponde a un cambio de fase de $[0, \pi]$, mientras que el rango dinámico de $[120, 255]$ niveles de gris, corresponde a un cambio de fase de $(\pi, 7/4\pi]$. En forma similar, uno puede observar en la Fig. 50(b), que el rango de niveles de gris del LCD2 es $[0, 48]$. Notemos que

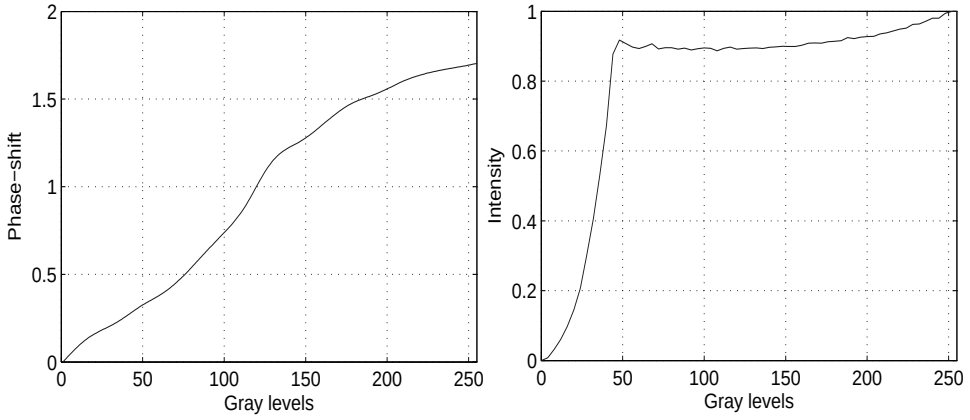


Figura 50: (a) Respuesta de fase del LCD1, (b) respuesta de intensidad del LCD2.

esta gráfica es no-lineal debido a los efectos de cuantización, y puede ser aproximada mediante la relación: $salida = \left(|entrada|^2\right)^{1/k}$, cuando $k = 0.7$. Esta información es usada en el procedimiento de diseño del APIJTC.

V.5.2 Resultados con simulaciones por computadora

En esta sección, se presentan los resultados obtenidos con simulaciones por computadores del APIJTC. Estos resultados son comparados con los obtenidos con el JTC clásico (CJTC), BJTC, el FAJTC, el AJTC, el PIJTC, y dos correladores de transformada conjunta con entrada sólo fase. Estos últimos correladores, son generados al transformar de intensidad a fase la respuesta el impulso de un filtros SDF convencional. El primer JTC con entrada sólo-fase, del que se hará referencia como MACEmap, es sintetizado al transformar (ver Ec. (141)) la respuesta al impulso del filtro MACE (Ec. (132)), a un distribución de solo-fase. El segundo JTC está basado en el método de proyección propuesto por Montes-Usategui *et al.* (1995). Hemos modificado ligeramente este algoritmo para implementar filtros SDF convencionales en el PIJTC. Para referirnos a este correlador se usara el acrónimo SDFproj. El procedimiento de diseño modificado, consiste en los siguientes pasos:

(a) (b) (c)

Figura 51: Imágenes de prueba: (a) Objeto deseado, (b) objeto falso, (c) fondo real.

1. Sea $\mathbf{z}_0$ un vector columna de d elementos. Diseñar un filtro SDF convencional $\mathbf{x} = \mathbf{S}\left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{c}$, y proyectarlo hacia una distribución de fase usando la Ec. (141), es decir, $k = 0$, $\mathbf{z}_k = EXP\left(i\pi\mathbf{x}\right)$.

2. Hacer $k = k + 1$. Diseñar un filtro SDF generalizado (Bahri y Kumar, 1988)

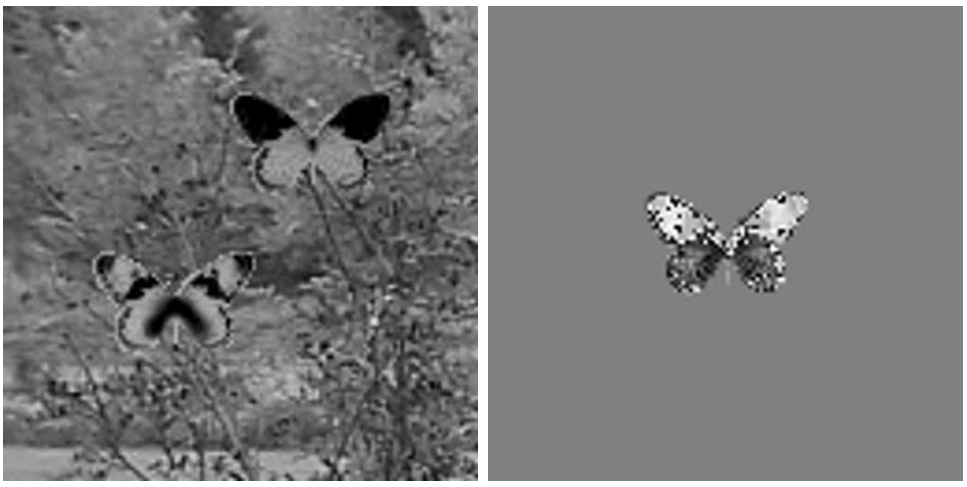
$$\mathbf{h_g}^k = \mathbf{x} + \left[\mathbf{I}_d - \mathbf{S}\left(\mathbf{S}^{+}\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{S}^{+}\right]\mathbf{z}_{k-1}, \tag{210}$$

   donde $\mathbf{I}_d$ es la matriz identidad dxd.

3. Proyectar $\mathbf{h_g}^k$ hacia el círculo unitario en el plano complejo, usando el principio de mínima distancia Euclidiana (Juday, 1993); es decir, calcular para $i = 1$ hasta d: $z_k(i) = argmin_{\forall s \in D}\left(\left|h_g^k(i) - s\right|^2\right)$, donde D representa en dominio solo-fase, y s es un valor arbitrario en este dominio.

4. Si la diferencia entre el filtro sólo-fase y el filtro generalizado es menor que un valor predefinido, entonces el algoritmo termina, de otra forma, ir al paso 2.

El objeto deseado es la mariposa mostrada en la Fig. 51(a). La Fig. 51(b), muestra al objeto falso con una forma similar pero con distinto contenido de información. La Fig. 51(c), muestra el fondo no-estacionario. El tamaño de todas la imágenes utilizadas en nuestros experimentos es de 128x128 pixeles. El rango de la señal es $[0, 1]$ con 256



(a) (b)

Figura 52: (a) Escena de entrada, (b) Imagen de referencia adaptativa.

niveles de cuantización. La escena de entrada se muestra en la Fig. 52(a). La escena contiene al objeto deseado y al objeto falso sobre el fondo en coordenadas desconocidas. El desempeño de reconocimiento del APIJTC propuesto, es comparado con el de los correladores CJTC, BJTC, FAJTC, AJTC, PIJTC, MACEmap, y SDFproj. El API-JTC es diseñado con la ayuda del algoritmo iterativo propuesto. Antes de la primera iteración el valor de la DC es negativo. Después de sólo 3 iteraciones en el procedimiento de diseño, el APIJTC alcanzó un valor de DC=0.87. La intensidad de la imagen de referencia adaptativa solo-fase, se muestra en la Fig. 52(b). Los planos de intensidad de la correlación obtenidos con los diferentes JTCs de prueba, se muestran en las Figs. 53 y 54. Después, 30 pruebas estadísticas para diferentes posiciones del objeto deseado fueron realizadas. Con un 95% de confianza (Hoel, 1966), el valor de la DC se muestra en la Tabla IV. Podemos ver como los correladores AJTC y APIJTC tienen los mejores resultados. Debido a que el AJTC no está sujeto a ninguna restricción en los dominios de codificación de las señales, se desempeña un poco mejor que el APIJTC. El BJTC, falla para detectar al objeto deseado, mientras que el desempeño del CJTC es pobre. Notemos que los correladores SDFproj, AJTC, y APIJTC se diseñan iterativamente.

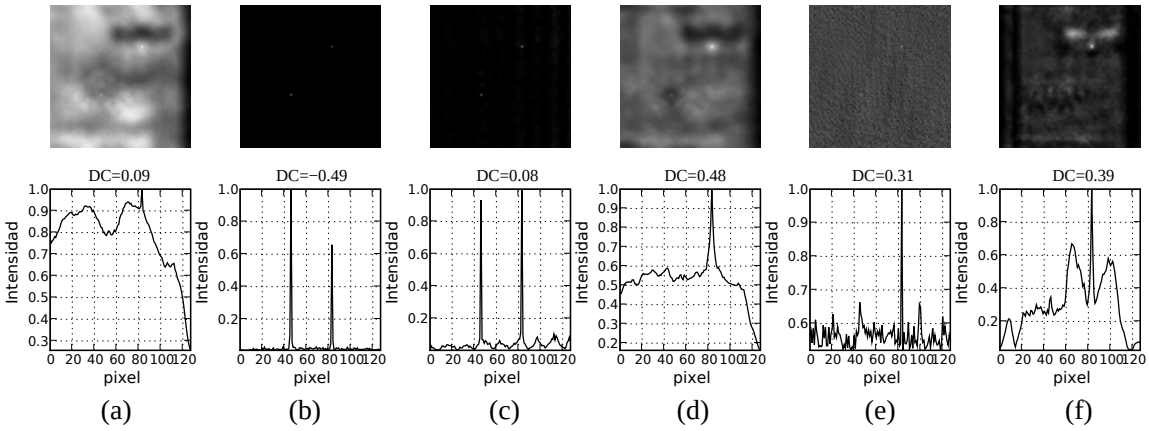


Figura 53: Simulaciones por computadora de la intensidad de los planos de correlación obtenidos para la escena de la Fig. 52(a), con: (a) CJTC, (b) BJTC, (c) FAJTC, (d) PIJTC, (e) MACEmap, y (f) SDFproj.

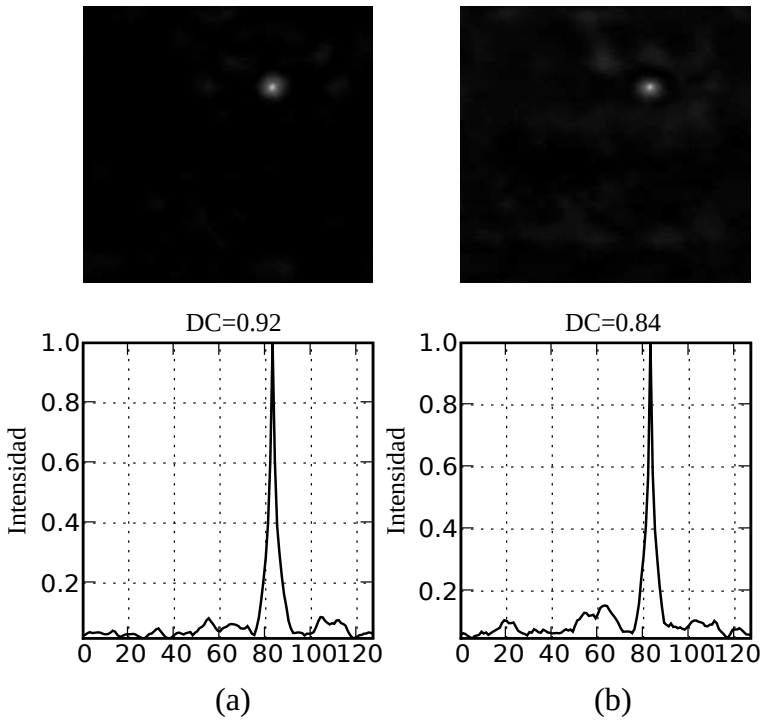


Figura 54: Intensidad del plano de correlación obtenidos para la escena de la Fig. 52(a) con: (a) AJTC; (b) APIJTC

Tabla IV: Desempeño de los JTCs: DC con un nivel del 95% de confianza.

	DC		DC
CJTC	0.057 ± 0.006	MACEmap	0.26 ± 0.07
BJTC	-0.39 ± 0.04	SDFproj	0.53 ± 0.02
FAJTC	0.27 ± 0.05	AJTC	0.89 ± 0.006
PIJTC	0.38 ± 0.004	APIJTC	0.85 ± 0.006

El SDFproj, sintetiza el filtro con su mejor desempeño de reconocimiento (DC=0.39) en 28 iteraciones. El AJTC diseña el filtro con un valor de DC=0.88, en 12 iteraciones. Para alcanzar un desempeño de reconocimiento similar al del AJTC, el APIJTC propuesto, requiere sólo de 3 iteraciones. Ahora probaremos la tolerancia de los correladores al ruido aditivo. Un ejemplo de la imagen de la escena corrompida con ruido aditivo blanco, con media cero y desviación estándar de $\sigma_n = 0.31$, se muestra en la Fig. 55. 150 prueba estadísticas para diferentes posiciones del objeto deseado y realizaciones del

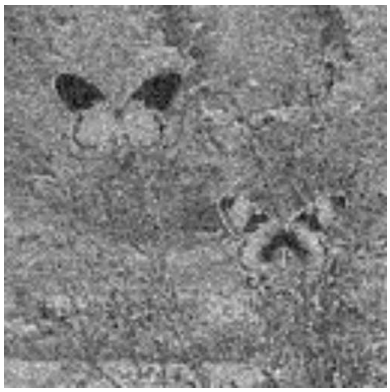


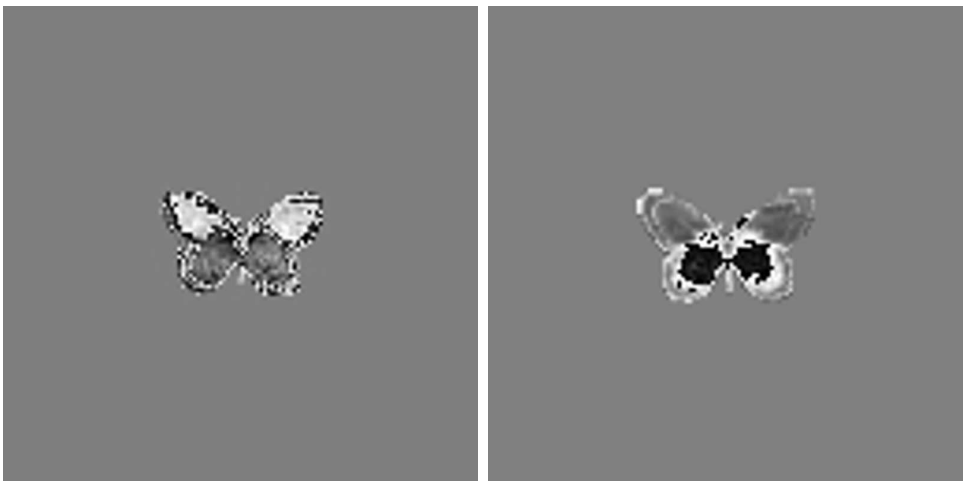
Figura 55: Escena de entrada corrompida con ruido aditivo Gaussiano, con media cero y desviación estándar $\sigma_n = 0.31$.

ruido aditivo fueron llevadas a cabo. Con un 95% de confiabilidad, los valores de la DC, se muestran en la Tabla V. Uno puede observar que el correlador propuesto, posee un buena tolerancia al ruido aditivo. Ahora, investigaremos la tolerancia del APIJTC a pequeñas distorsiones geométricas del objeto deseado. Primero, la escena de entrada mostrada en la Fig. 52(a), con un objeto rotado, es usada. El APIJTC, es entrenado

Tabla V: Tolerancia al ruido: DC con un nivel del 95% de confianza para los JTCs probados.

	$\sigma_n = 0.1$	$\sigma_n = 0.2$	$\sigma_n = 0.28$	$\sigma_n = 0.31$	$\sigma_n = 0.37$
CJTC	0.04 ± 0.005	0.04 ± 0.05	0.03 ± 0.004	0.03 ± 0.005	0.02 ± 0.005
FAJTC	0.29 ± 0.058	0.33 ± 0.062	0.33 ± 0.067	0.32 ± 0.073	0.33 ± 0.076
PIJTC	0.38 ± 0.005	0.37 ± 0.005	0.37 ± 0.005	0.37 ± 0.005	0.37 ± 0.005
MACEmap	0.23 ± 0.065	0.13 ± 0.053	0.15 ± 0.049	0.08 ± 0.036	0.07 ± 0.038
SDFproj	0.46 ± 0.024	0.46 ± 0.025	0.45 ± 0.026	0.43 ± 0.027	0.42 ± 0.029
AJTC	0.89 ± 0.005	0.89 ± 0.008	0.88 ± 0.01	0.88 ± 0.01	0.87 ± 0.01
APIJTC	0.82 ± 0.01	0.82 ± 0.01	0.81 ± 0.01	0.81 ± 0.009	0.80 ± 0.01

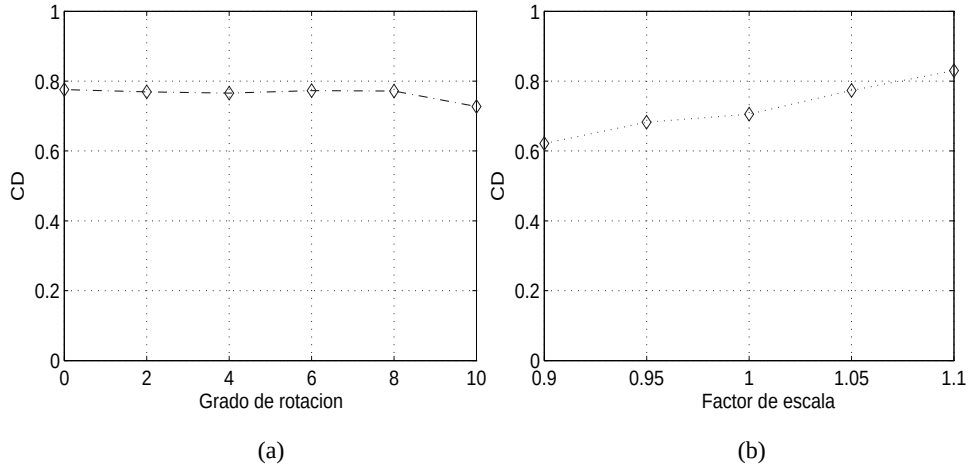
únicamente con dos versiones del objeto deseado, rotado por 0^0 y 5^0. Después de 2 iteraciones en el proceso de diseño, el APIJTC alcanzó un valor de DC=0.86. La imagen de referencia obtenida, se muestra en la Fig. 56(a). El APIJTC, fue probado con



(a) (b)

Figura 56: Imagen de referencia adaptativa solo-fase, invariante a: (a) distorsiones por rotaciones, (b) distorsiones por cambios de escala.

el objeto deseado, rotado por 0, 2, 4, 6, 8, y 10 grados. La tolerancia del APIJTC a las rotaciones, se muestra en la Fig. 57(a). Ahora, investigaremos la tolerancia del APIJTC a los cambios de escala del objeto deseado. En este caso, el APIJTC fue entrenado con tres versiones del objeto, escalado por factores de 0.9, 1, y 1.1. Después de dos iteraciones en el proceso de diseño, el APIJTC alcanzó un valor de DC=0.87.



(a) (b)

Figura 57: Tolerancia del APIJTC a distorsiones geométricas. (a) DC vs. grado de rotación, (b) DC vs. factor de escala.

La intensidad de la imagen adaptativa de referencia, se muestra en la Fig. 56(b). El desempeño del APIJTC, para reconocer el objeto deseado, escalado por factores de 0.9, 0.95, 1, 1.05, y 1.1, en la escena de entrada mostrada en la Fig. 52(a), es presentado en la Fig. 57(b). Podemos ver cómo el objeto distorsionado, pude detectarse claramente.

V.5.3 Resultados experimentales

Resultados experimentales fueron obtenidos con la ayuda el arreglo optodigital, mostrado en la Fig. 49. La imagen conjunta de entrada al correlador, se muestra en la Fig. 58. Esta imagen contiene a la imagen de entrada de la Fig. 52(a), codificada en fase, y a la imagen de referencia adaptativa solo-fase, de la Fig. 52(b). El área no utilizada del modulador LCD, fue codificada con una estructura periódica solo-fase. De acuerdo con las tablas de calibración de los moduladores LCD, mostradas en la Fig. 50, la parte positiva de la imagen de entrada al correlador fue mapeada hacia dentro del rango de $[0 - 119]$ niveles de gris, mientras que la parte negativa de la imagen de entrada fue mapeada hacia dentro del rango de $[120 - 255]$ niveles de gris. La intensidad del plano de correlación obtenido, se muestra en la Fig. 59. El objeto

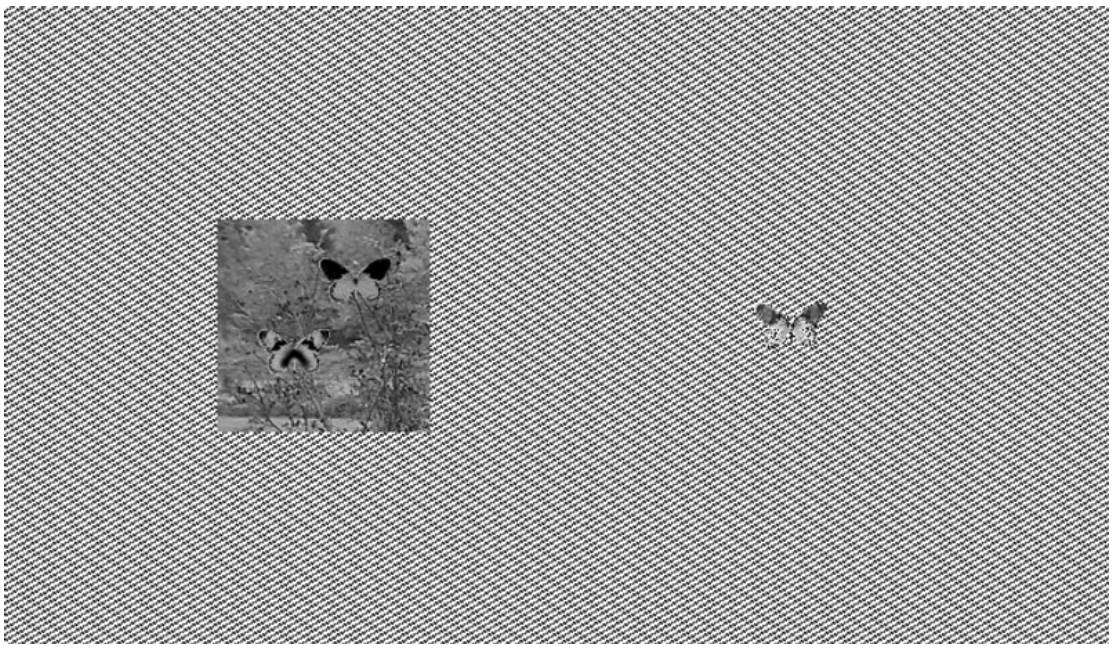


Figura 58: Imagen conjunta, usada para el experimento optodigital.

deseado, puede ser detectarse fácilmente con una sola correlación óptica y sin necesidad de pos-procesamiento.

V.6 Invariancia a iluminación no-homogénea

Los filtros adaptativos descritos en las Secciones V.1 y V.4, tienen un excelente desempeño en el reconocimiento de objetos con invariancia a distorsiones geométricas, bajo el modelo de imagen disjunto. Sin embargo, estos filtros al igual que muchos otros son sensibles cambios en la iluminación de la escena de entrada. Varios esfuerzos se han hecho para diseñar nuevas técnicas de correlación, capaces de detectar un objeto en condiciones de iluminación no-uniforme. Recientemente, fue propuesto el uso de una transformación logarítmica de la escena de entrada, seguido por una correlación a través de un filtro SDF (Arsenault y Lefebvre, 2000). Este enfoque brinda buenos resultados únicamente si la escena de entrada esta libre de ruido aditivo. Otra propuesta exitosa en este sentido, es mediante el uso de una descomposición binaria de la imagen

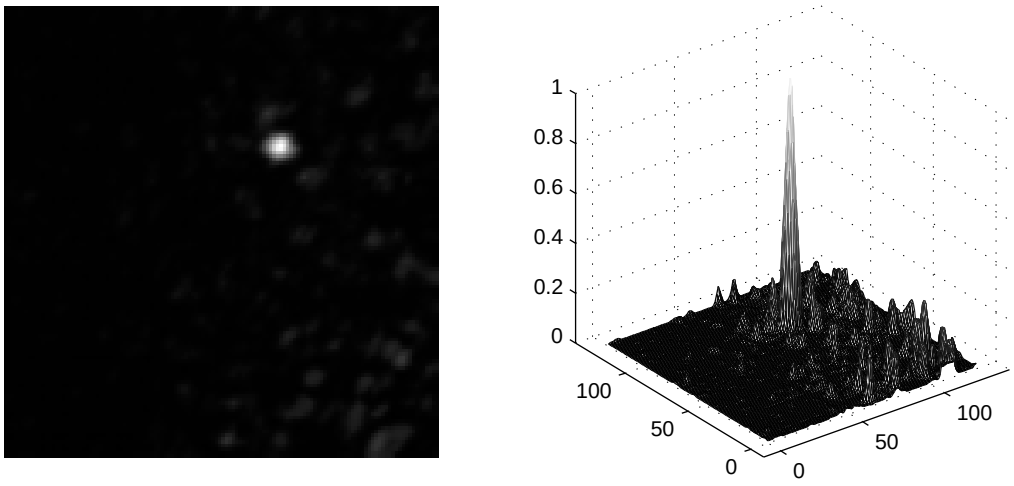


Figura 59: Intensidad del plano de correlación obtenido con el APIJTC.

de entrada (Garcia-Martinez *et al.*, 2002). El principal problema de este enfoque, es que requiere de gran esfuerzo computacional, además de que no funciona correctamente para el modelo de imagen disjunto. El filtro óptimo propuesto por Javidi y Wang (1997), puede detectar un objeto cuando la escena de entrada esta afectada por ruido aditivo, ruido multiplicativo y ruido disjunto. Pero, debido a la naturaleza no-homogénea de la iluminación, este filtro podría no funcionar adecuadamente. El método propuesto en esta tesis, toma en cuenta las propiedades de reflectancia de las superficies, tal como lo hacen diversas técnicas de visión por computadora (Zhang *et al.*, 1999). Los modelos de reflectancia, describen como la imagen de entrada se relaciona con la dirección de la fuente de iluminación. Si la dirección de la iluminación es conocida, entonces el mapa de reflectancia de una superficie, puede ser fácilmente construido (Glassner, 1993). Aún más, los parámetros necesarios desconocidos, pueden ser estimados (Zheng y Chellappa, 1991). En esta tesis, proponemos un algoritmo de dos pasos para la detección confiable de un objeto, en una escena iluminada no-uniformemente, y con ruido aditivo. Primero, un preprocesamiento punto a punto de la escena de entrada usando una estimación de la función de iluminación, es utilizado. Después, un filtro óptimo de correlación para

detectar al objeto, es empleado. Este filtro de correlación, es óptimo con respecto a la medida MSE (Pratt, 1991).

V.7 Modelos de iluminación

Los modelos de reflectancia, describen la relación que existe entre la dirección de la fuente de iluminación con la forma de la superficie. Las superficies pueden clasificarse como Lambertianas, especulares, o híbridas (combinación de ambas) (Horn, 1986). Las superficies Lambertianas reflejan la luz en todas direcciones con amplitudes iguales. El modelo Lambertiano, está dado como a continuación (ver Fig. 60) (Zheng y Chellappa, 1991):

$$I_L(p,q) = \rho \cos\theta_i = \rho \frac{\cos\gamma - p\cos\tau\sin\gamma - q\sin\tau\sin\gamma}{\left(1+p^2+q^2\right)^{1/2}}, \tag{211}$$

donde ρ es el albedo de la superficie, y $\theta_i = [\mathbf{N}\cdot\mathbf{S}]$ es el ángulo de incidencia, es decir, al ángulo entre el vector normal a la superficie $\mathbf{N} = (-p,-q,1)\,/\,\left(1+p^2+q^2\right)^{1/2}$, y el vector en la dirección de la fuente de iluminación $\mathbf{S} = (\cos\tau\sin\gamma, \sin\tau\sin\gamma, \cos\gamma)$. Aquí, $(p = \partial z/\partial x, q = \partial z/\partial y)$ son las derivadas parciales de la altura z, τ es el ángulo de inclinación (ángulo entre $\mathbf{S}$ y el plano x-z), y γ es el ángulo de elevación (ángulo entre $\mathbf{S}$ y el eje z, positivo). Las superficies especulares, reflejan la luz, tal como un espejo. En este caso, la reflexión está formada por el pico especular (cuando los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales) y el lóbulo especular, el cual se expande alrededor de la dirección del la reflexión especular. Las superficies híbridas, pueden verse como una combinación de componentes de reflexión Lambertianos y especulares. Por ejemplo, $I_H = k_1 I_L + k_2 I_S$, donde I_L y I_S son las componentes Lambertianas y especulares, respectivamente, y $k_1 + k_2 = 1$. Diferentes modelos de reflectancia híbridos, han sido propuestos (Phong, 1975; Cook y K.Torrance, 1982). Podemos ver que el modelo Lambertiano (ver Ec. (211)) está caracterizado por los siguientes parámetros:

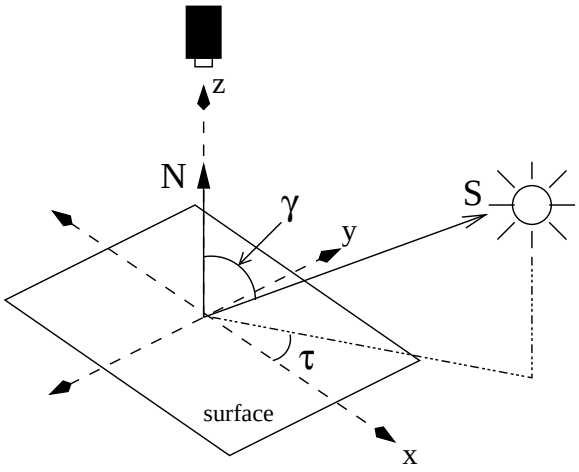


Figura 60: Geometría del modelo de reflectancia.

τ, γ, y ρ. Estos parámetros pueden estimarse (Zheng y Chellappa, 1991) como

$$\tau = \arctan\left(\frac{E\left\{\tilde{x_L}/\left(\tilde{x_L}^2+\tilde{y_L}^2\right)^{1/2}\right\}}{E\left\{\tilde{y_L}/\left(\tilde{x_L}^2+\tilde{y_L}^2\right)^{1/2}\right\}}\right); \left[\begin{array}{c}\tilde{x}_L\\ \tilde{y}_L\end{array}\right] = \left(\mathbf{B}^t\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^t\left[\begin{array}{c}\delta I_1\\ \delta I_2\\ \vdots\\ \delta I_N\end{array}\right]. \qquad (212)$$

Aquí, $(\tilde{x}_L, \tilde{y}_L)$ son las componentes (x, y) de la estimación local del ángulo de inclinación. δI_i, es la i-ésima derivada de la intensidad de la imagen $I(x, y)$, en la dirección $(\delta x_i, \delta y_i)$, y $\mathbf{B}$ es la matriz Nx2 de direcciones. La inclinación γ se estima al resolver la ecuación nolineal:

$$\begin{aligned}\frac{E\{I\}}{E\{I^2\}} &= 0.5577 + 0.6240\cos\gamma + 0.1882\cos^2\gamma - 0.6514\cos^3\gamma \\ &\quad -0.5350\cos^4\gamma + 0.9282\cos^5\gamma + 0.3476\cos^6\gamma - 0.4984\cos^7\gamma. \qquad (213)\end{aligned}$$

Finalmente, ρ puede estimarse como a continuación:

$$\rho = \frac{E\{I\}\, f_1(\gamma) + \left(E\{I^2\}\, f_2(\gamma)\right)^{1/2}}{f_1^2(\gamma) + f_2(\gamma)}, \qquad (214)$$

donde $f_1(\gamma) \approx \sum_{i=0}^{7} a_i \cos^i\gamma$, y $f_2(\gamma) \approx \sum_{i=0}^{7} b_i \cos^i\gamma$ (Zheng y Chellappa, 1991). Los coeficientes son: $a_0 = 0.1615$, $a_1 = 0.3959$, $a_2 = 0.3757$, $a_3 = -0.0392$, $a_4 = -0.3077$,

$a_5 = 0.1174$, $a_6 = 0.1803$, $a_7 = -0.0984$, $b_0 = 0.0834$, $b_1 = 0.2169$, $b_2 = 0.2487$, $b_3 = 0.1836$, $b_4 = 0.0048$, $b_5 = -0.1086$, $b_6 = -0.0043$, $b_7 = 0.0424$.

V.8 Reconocimiento de patrones en condiciones no-homogéneas de iluminación

Para mayor facilidad una notación unidimensional será usada. Asumamos que la escena de entrada contiene al objeto deseado $t(x)$ (ubicado en una posición arbitraria x_0), sobre un fondo $b(x)$. La escena está corrompida con una función de iluminación $u(x)$, y ruido aditivo $n(x)$:

$$\begin{aligned} f(x) &= [t(x-x_0) + w(x-x_0)b(x)]\, u(x) + n(x) \\ &= \tilde{t}(x,x_0)\, u(x) + \tilde{n}(x,x_0), \end{aligned} \tag{215}$$

donde $\tilde{t}(x,x_0) = t(x-x_0) + \mu_b w(x-x_0)$, μ_b es el valor esperado de $b(x)$, $\tilde{n}(x,x_0) = n(x) + w(x-x_0)\, b_0(x)$, $b_0(x) = (b(x) - \mu_b)$, es el fondo con media cero, y $w(x)$ es la función de soporte inversa, definida como cero dentro del área del objeto y uno en cualquier otra parte. El el dominio de Fourier, la Ec. (215), puede escribirse como

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi}\tilde{T}(\omega) \otimes U(\omega) + \tilde{N}(\omega), \tag{216}$$

donde $\tilde{T}(\omega)$, $U(\omega)$, y $\tilde{N}(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $\tilde{t}(x,x_0)$, $u(x)$, y $\tilde{n}(x,x_0)$, respectivamente. La Ec. (216), puede ser interpretada como una señal observada $F(\omega)$, la cual contiene al objeto deseado $\tilde{T}(\omega)$, degradado por la acción de un sistema lineal con respuesta al impulso $U(\omega)$, más ruido aditivo $\tilde{N}(\omega)$. Entonces, el primer paso del algoritmo propuesto, consiste en un filtraje lineal óptimo en el dominio de Fourier, para restaurar $\tilde{T}(\omega)$. Esto puede lograrse con la ayuda del filtro de Wiener (Pratt, 1991), en el dominio espacial. Sea $h_r(x)$ el filtro de restauración en el dominio espacial. Entonces, la señal restaurada, estaría dada por $\tilde{f}(x) \approx \tilde{t}(x,x_0) + \tilde{n}(x,x_0)\, h_r(x)$,

con

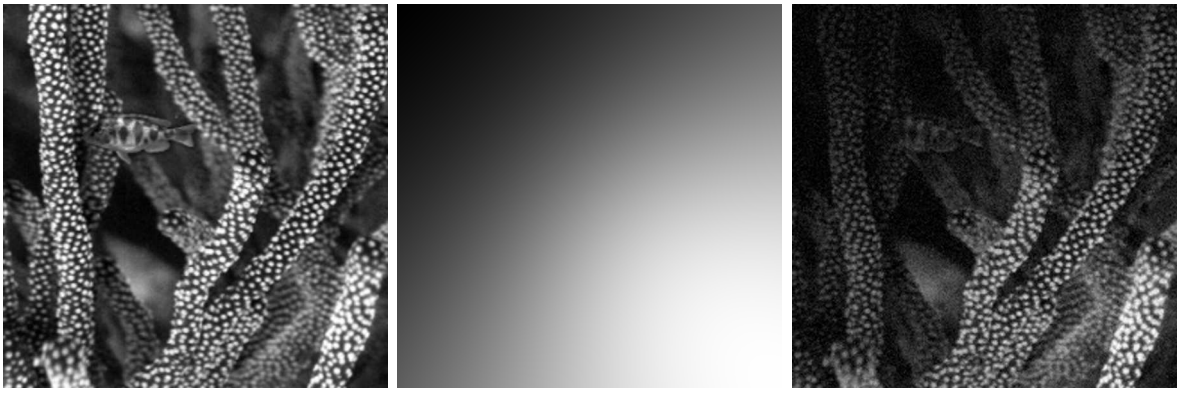
$$h_r(x) = \frac{u^*(x) P_{\tilde{t}}(x)}{P_{\tilde{t}}(x) |u(x)|^2 + P_{\tilde{n}}(x)} = \frac{1}{u(x)} \frac{|u(x)|^2}{|u(x)|^2 + \Lambda(x)}, \tag{217}$$

donde $P_{\tilde{t}}(x)$ y $P_{\tilde{n}}(x)$, son estimaciones de las densidades espectrales de potencia en el dominio espacial de $\tilde{T}(\omega)$, y $\tilde{N}(\omega)$, respectivamente (Bendat, 1986). $\Lambda(x) = P_{\tilde{n}}(x) / P_{\tilde{t}}(x)$, es la relación ruido a señal. Debido a que las señales $\tilde{t}(x, x_0)$ y $\tilde{n}(x, x_0)$ son no-estacionarias, las estimaciones $P_{\tilde{t}}(x)$ y $P_{\tilde{n}}(x)$ pueden calcularse asumiendo que x_0 está uniformemente distribuida sobre el área en que está definida la escena de entrada. Así, las señales $\tilde{t}(x, x_0)$ y $\tilde{n}(x, x_0)$ pueden convertirse a señales estacionarias a tomar el promedio estadístico con respecto a x_0. Debido a que estamos usando el modelo Lambertiano, la función de iluminación $u(x)$ puede estimarse con la ayuda del algoritmo descrito en la Sección V.7. Después de la restauración, la imagen resultante estará degradada únicamente por ruido aditivo no-estacionario. Después, un filtro óptimo de correlación es usado para la detección del objeto deseado. Estamos buscando un filtro el cual genere una salida de la forma de una función delta "δ", en la posición del objeto deseado, es decir, $y_d = \delta(x - x_0)$. Asumiendo que $x_0 = 0$, este filtro puede obtenerse minimizando la medida MSE (Refregier *et al.*, 1993):

$$\begin{aligned} MSE &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_c(\alpha) h_c(\beta) C_{\tilde{t}}(\beta - \alpha) d\alpha d\beta + \int_{-\infty}^{\infty} \delta^2(x) d_x \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_c(\alpha) h_c(\beta) C_{h_r}(\beta - \alpha) C_{\tilde{n}}(\beta - \alpha) d\alpha d\beta \\ &-2 \int_{-\infty}^{\infty} h_c(\alpha) \tilde{t}(\alpha, 0) d\alpha, \end{aligned} \tag{218}$$

donde $C_{\tilde{t}}(x)$, $C_{h_r}(x)$, y $C_{\tilde{n}}(x)$, son las funciones de autocorrelación de $\tilde{t}(x)$, $h_r(x)$, y $\tilde{n}(x)$, respectivamente. La función $h_c(x)$ es la respuesta al impulso del filtro óptimo de correlación.

Después de algunas manipulaciones algebraicas, la respuesta en frecuencia del filtro



(a) (b) $\tau = 45^0$, $\gamma = 69^0$ (c)

Figura 61: (a) Escena de entrada; (b) función de iluminación; (c) escena observada.

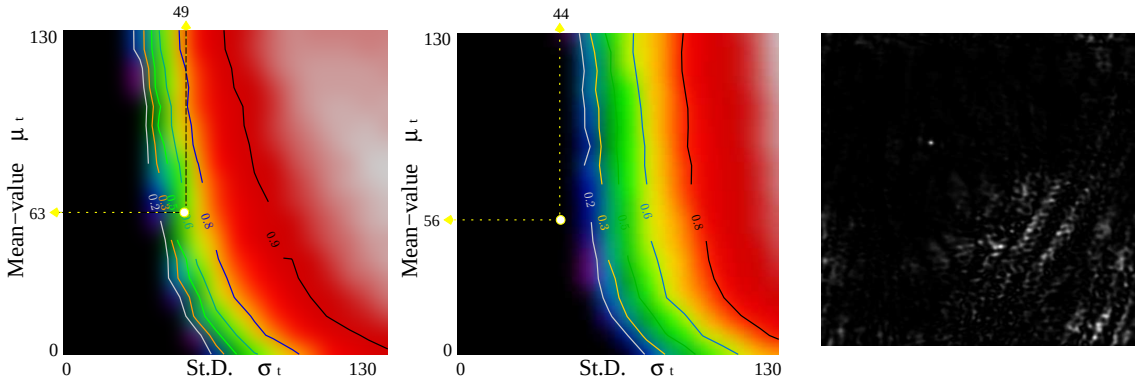
óptimo, está dado por

$$H_c(\omega) = \frac{[T(\omega) + \mu_b W(\omega)]^*}{|T(\omega) + \mu_b W(\omega)|^2 + \frac{1}{2\pi} B_0(\omega) \otimes |W(\omega)|^2 + \frac{1}{2\pi} N(\omega) \otimes |H_r(\omega)|^2}, \quad (219)$$

donde $H_r(\omega)$ es la transformada de Fourier de $h_r(x)$, $B_0(\omega)$ y $N(\omega)$, son las densidades espectrales de potencia de $b_0(x)$ y $n(x)$, respectivamente. Notemos que el filtro toma en cuenta la información acerca de la función de iluminación a través de $H_r(\omega)$.

V.9 Resultados con simulaciones por computadora

En esta sección analizaremos el desempeño del método propuesto, en términos de la capacidad de discriminación. El tamaño de todas las imágenes usadas en nuestros experimentos es de 256 x 256 pixeles. El rango de señal es de $[0, 255]$. La Fig. 61(a), muestra a la escena de prueba. El valor esperado y la desviación estándar del fondo es de 82 y 53, respectivamente. El objeto deseado es el pez ubicado en coordenadas desconocidas. El área del pez es de 75x33 pixeles. El valor esperado y la desviación estándar del objeto deseado son de 63 y 49, respectivamente. La iluminación no-homogénea, es modelada a través de la función Lambertiana, dada en la Ec. (211), con los parámetros: $\tau = 45^0$, $\gamma = 21^o$, $\rho = 255$, y $\mathbf{N} = [0, 0, 1]$. Esta función de iluminación se muestra en la Fig. 61(b). La escena observada se obtiene a partir de la escena de prueba en la Fig.

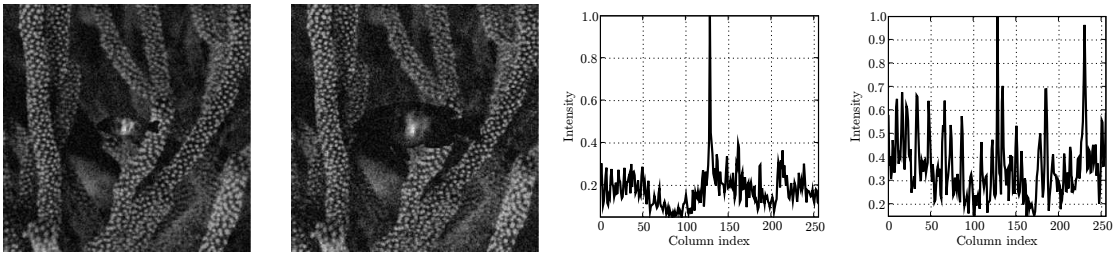


(a) (b) (c)

Figura 62: Desempeño del filtro H_{JW} en términos de la DC, para: (a) escena de prueba; (b) escena iluminada no-uniformemente. (c) Intensidad del plano de correlación del filtro H_{JW}, para la escena observada.

61(a), aplicando la función de iluminación no-homogénea y ruido aditivo con media cero, y con una desviación estándar de $\sigma_n = 16$. La Fig. 61(c), muestra la escena corrompida con la función de iluminación no-homogénea y el ruido aditivo. Notemos que el reconocimiento de patrones bajo condiciones no-homogéneas de iluminación, es equivalente a la detección de un conjunto de objetos con diferentes parámetros estadísticos, como el valor promedio y la desviación estándar; es decir, los parámetros de la señal dependen de la posición espacial del objeto en la escena. De esta forma, la DC de un filtro de correlación será una función dependiente de las coordenadas del objeto en la escena. Debido a que el filtro de correlación propuesto por Javidi y Wang (1997), al que se hará referencia como H_{JW}, es óptimo para detectar un objeto en la presencia de diferentes funciones homogéneas de ruido multiplicativo, disjunto, y aditivo, se analizara su desempeño en la detección del objeto deseado sobre la escena de la Fig. 61(a). Primero, no se aplicaran degradaciones. La Fig. 62(a) muestra el desempeño del filtro en términos de la DC, cuando el valor promedio y la desviación estándar son modificados, mientras que los parámetros del fondo permanecen fijos. Los valores de la DC varían desde el color negro ($DC \leq 0$) hasta el color blanco ($DC = 1$). A partir de la

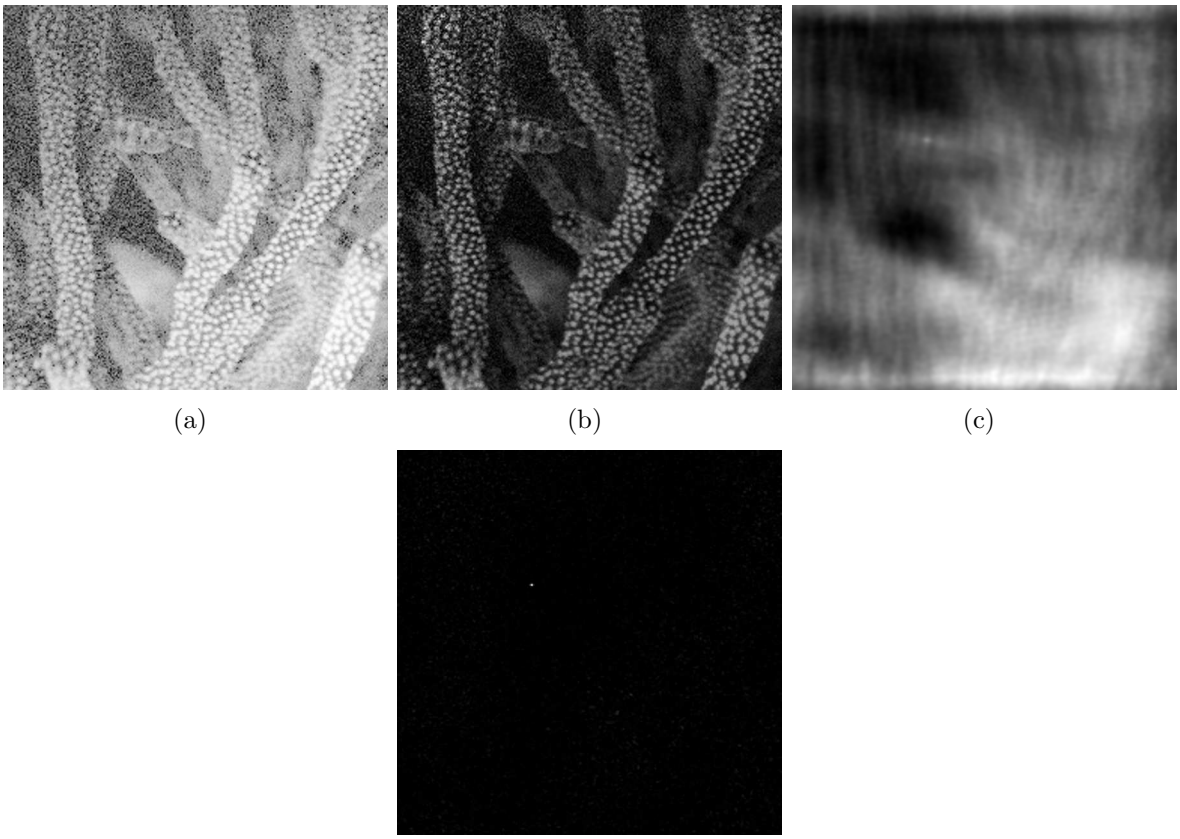
Fig. 62(a), podemos observar como el área de color negro (el filtro falla para reconocer al objeto) representa aproximadamente el 29% del total del área de los valores probados. El desempeño del filtro H_{JW} para los parámetros seleccionados del objeto y el fondo, se muestran en la Fig. 62(a), mediante el punto blanco ($DC = 0.59$). Cuando la escena de entrada esta iluminada de manera no-homogénea, usando la función mostrada en la Fig. 61(b), entonces, el fondo se convierte en una señal fuertemente no-homogénea (ver Fig. 61(c)). Ahora, el valor promedio y la desviación estándar del fondo son 57 y 45, respectivamente. Asumiendo que después de aplicar la función de iluminación no-homogénea a la escena de prueba, entonces, la señal dentro del objeto deseado pude considerarse como una señal homogénea. Estrictamente, esta estimación es valida únicamente cuando el área del objeto es pequeña y la función de iluminación es suave. La Fig. 62(b), presenta el desempeño del filtro de correlación H_{JW} contra el valor promedio y la desviación estándar del objeto. Notemos que el filtro falla para reconocer al objeto para los parámetros seleccionados del objeto y el fondo (bajo condiciones de iluminación no-homogénea). El desempeño del filtro para la escena de la Fig. 61(c), se muestra en la Fig. 62(b) mediante el punto blanco, y también, por el plano de intensidad de correlación mostrado en la Fig. 62(c). Podemos observar que la función de iluminación no-homogénea, realiza un mapeo de los parámetros estadísticos de un área donde el filtro es capaz de reconocer al objeto, a un área de falla. Es interesante notar que el desempeño del filtro bajo condiciones no-homogéneas de iluminación, se deteriora rápidamente cuando el tamaño del objeto crece. Las Figs. 63(a) y 63(b) muestran escenas de entrada, las cuales contienen versiones del objeto iluminados no-uniformemente. Podemos ver que la fuente puntual de luz distorsiona mucho más la señal con el objeto más grande. De forma que, es de esperar que una operación invariante al desplazamiento como la correlación se inútil en la detección del objeto, cuando este crece de tamaño. Las Figs. 63(c) y 63(d), muestran el perfil del valor máximo de intensidad (por



(a) (b) (c) (d)

Figura 63: Escenas iluminadas no-uniformemente con un: (a) objeto pequeño de 74x35 pixeles; (b) objeto alargado de 140x67 pixeles. Perfil del máximo valor de intensidad por columna del plano de correlación del filtro H_{JW}, para: (c) la escena en la Fig. 63(a); (d) la escena en la Fig. 63(b).

columna) en el plano de correlación del filtro H_{JW}, para el reconocimiento de las dos versiones del objeto bajo iluminación no-homogénea. A continuación, analizaremos el desempeño de los métodos basados en preprocesamiento. El primer método está basado en el procesamiento logarítmico de la escena de entrada, seguido por un filtro SDF. Este método sera referenciado como H_{log} (Arsenault y Lefebvre, 2000). El segundo método es el método propuesto. Las Figs. 64(a) y 64(b), muestran escenas preprocesadas de la imagen observada en la Fig. 61(c), obtenidas con el preprocesamiento logarítmico y el procesamiento propuesto, respectivamente. Los parámetros estimados de la función Lambertiana (ver Sección V.7) son $\tau = 47^0$ y $\gamma = 75^0$. La intensidad del plano de correlación obtenido con el filtro H_{log}, se muestra en la Fig. 64(c). Notemos como el filtro H_{log} falla para detectar al objeto. El resultado obtenido con el método propuesto se muestra en la Fig. 64(d). El objeto puede detectarse fácilmente ($DC = 0.81$). Finalmente, la tolerancia al ruido aditivo del método propuesto, es investigada. Para cada valor de desviación estándar del ruido σ_n, hemos realizado 120 pruebas estadísticas para diferentes posiciones del objeto y realizaciones de la función de ruido. Con un nivel del 95% de confianza, los resultados se presentan en la Tabla VI. Podemos ver como el método propuesto tiene una buen tolerancia al ruido aditivo.



(a) (b) (c)

(d)

Figura 64: (a) Escena después del preprocesamiento logarítmico; (b) escena después del preprocesamiento propuesto. Intensidad de los planos de correlación obtenidos con: (c) el filtro H_{log}; (d) el filtro H_{JW}; (c) el método propuesto.

Tabla VI: Valor de DC con un 95% de confianza, obtenido con: $u1$ función de iluminación original, $u2$ función estimada.

	$\sigma_n = 10$	$\sigma_n = 20$	$\sigma_n = 30$	$\sigma_n = 40$
DC_{u1}	0.85 ± 0.01	0.78 ± 0.03	0.72 ± 0.04	0.59 ± 0.07
DC_{u2}	0.84 ± 0.01	0.73 ± 0.05	0.59 ± 0.07	0.52 ± 0.09

V.10 AJTC con invariancia a iluminación

La imagen de referencia del AJTC (Diaz-Ramirez *et al.*, 2006), se sintetiza con la ayuda de un algoritmo de adaptación iterativo. La imagen resultante, puede verse como una combinación lineal de CMFs, empleando el enfoque de los filtros compuestos SDF. Sin embargo, notemos que esta imagen puede generarse también mediante la combinación lineal de cualquier otro filtro óptimo.

En esta sección, presentamos el AJTC con invariación a iluminación no-homogénea (Diaz-Ramirez y Kober, 2007b). Aquí, la imagen de entrada es preprocesada de la misma manera como se hace en el procedimiento descrito en la Sección V.8. Posteriormente, la imagen de referencia del correlador es generada como una combinación lineal de filtros MSE (Ec. (219)), acoplados al objeto deseado de la escena preprocesada. De esta forma, el desempeño del reconocimiento de patrones en condiciones no-homogéneas de iluminación, puede mejorarse. El procedimiento de diseño de la imagen de referencia, se describe como a continuación:

1. Crear un filtro SDF convencional (usando la Ec. (123)), entrenado para detectar al objeto deseado, es decir, la imagen de entrenamiento es la transformada inversa de Fourier de un filtro MSE (ver Ec. (219)), acoplado para el objeto de la escena preprocesada. Entonces, fijar el elemento correspondiente del vector $\mathbf{c}$, igual a uno.

2. Realizar la correlación de transformada conjunta entre el fondo a ser rechazado y el filtro SDF.

3. Calcular la DC, empleando la Ec. (94).

4. Si el valor de DC es mayor o igual al valor deseado, entonces, el procedimiento de diseño del filtro termina, de otra manera ir al siguiente paso.

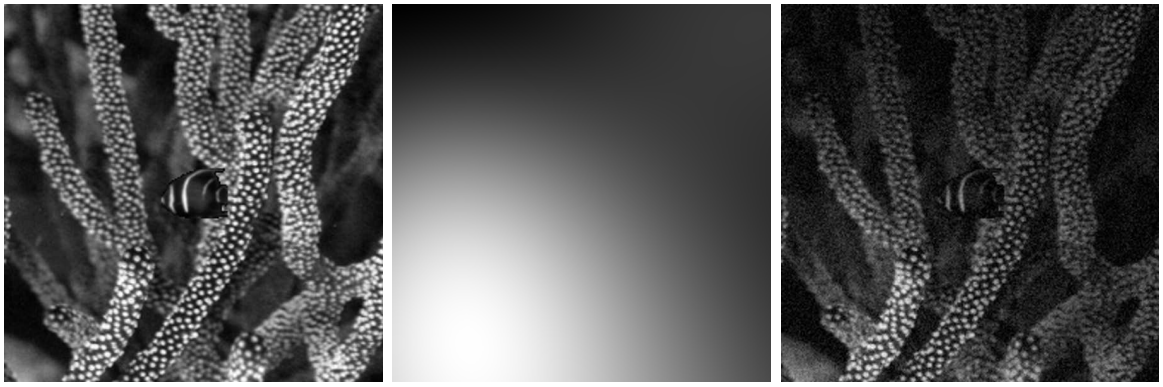
5. Crear un nuevo objeto para ser rechazado a partir del fondo. El origen del objeto esta ubicado en la posición del lóbulo más intenso en el plano de correlación. La región de soporte de este nuevo objeto, está dada por la unión de todas las formas de los objetos involucrados en el proceso (objetos deseados y no deseados). Enseguida, crear un nuevo filtro MSE acoplado al objeto creado. Este filtro es incluido en la clase falsa de objetos (al fijar los elementos correspondientes al vector $\mathbf{c}$, igual a cero).

6. Diseñar un nuevo filtro SDF utilizando un problema de reconocimiento de dos clases. La clase verdadera contiene únicamente al filtro MSE acoplado al objeto deseado y la clase falsa consiste en todos los filtros MSE acoplados a cada uno de los objetos de rechazo creados. Ir al paso 2

Usando este algoritmo de adaptación, podemos suprimir todos los lóbulos falsos en el plano de correlación de salida.

Simulaciones por computadora

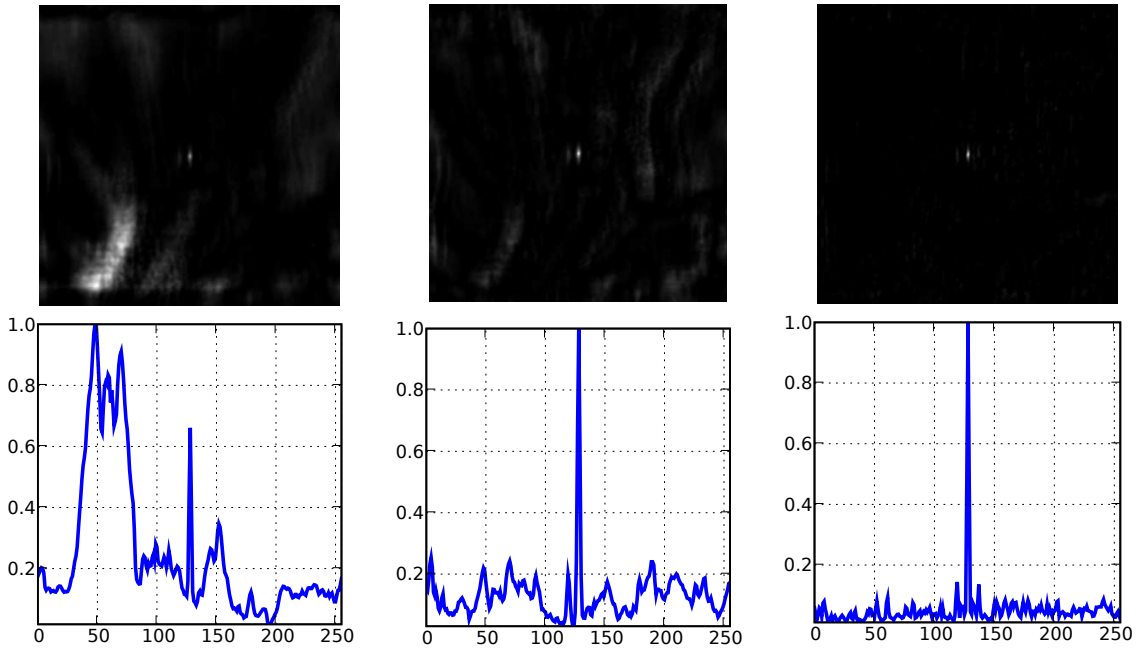
En esta sección presentaremos los resultados obtenidos con el AJTC en condiciones no-homogéneas de iluminación. Los resultados son comparados con aquellos obtenidos con el filtro de Javidi y Wang (1997), del que se hará referencia como $H_{JW}(\mu, \nu)$. La calidad de los resultados está dada en términos de la DC. El tamaño de todas las imágenes monocromáticas utilizadas es de 256 x 256 pxeles. El rango de señal es de $[0, 255]$. Consideremos la escena de entrada de la Fig. 65(a). Esta imagen consiste en un pez (objeto deseado), sobre un fondo real. El valor esperado y la desviación estándar del objeto deseado es de $\mu_t = 39.27$ y $\sigma_t = 45.71$, respectivamente. La Fig. 65(b), muestra



(a) (b) (c)

Figura 65: Imágenes de prueba: (a) Imagen de entrada original; (b) Función de iluminación; (c) Imagen observada.

la función de iluminación compuesta por la superposición pesada de las fuentes $\mathbf{S_1}$ y $\mathbf{S_2}$, bajo el modelo Lambertiano, es decir: $I = k_1\mathbf{N}\cdot\mathbf{S_1} + k_2\mathbf{N}\cdot\mathbf{S_2}$, donde $k_1 = 0.8$ y $k_2 = 0.2$. Aquí, el albedo de la superficie ρ y la intensidad incidente de la superficie L, tienen un valor igual a uno. Los vectores unitarios del modelo de iluminación (Fig. 60) están dados (en coordenadas rectangulares) por: $\mathbf{N} = [0, 0, 1]$, $\mathbf{S_1} = [0.2, 0.9, 1]$, y $\mathbf{S_2} = [1, 0, 1]$. En la Fig. 65(c), se muestra la imagen observada, la cual está formada por la multiplicación de la imagen original de la Fig. 65(a) con la función de iluminación de la Fig. 65(b), más ruido aditivo con valor esperado y desviación estándar de $\mu_n = 0$ y $\sigma_n = 16$, respectivamente. Enseguida, se obtuvieron los planos de correlación al probar la escena de entrada de la Fig. 65(c) con: (i) el filtro $H_{JW}(\mu, \nu)$; (ii) el JTC usando como imagen de referencia un filtro MSE sin entrenamiento; (iii) el AJTC propuesto. El algoritmo de adaptación del AJTC término después de 8 iteraciones, alcanzado un valor de DC=0.9. Los resultados obtenidos, se muestran en la Fig. 66. Notemos que el AJTC con un valor de DC=0.89, proporciona los mejores resultados. El JTC sin entrenamiento proporciona un valor de DC=0.7, mientras que el filtro $H_{JW}(\mu, \nu)$ con un valor negativo de DC, falla para detectar al pez. Finalmente, notemos como el desempeño del filtro MSE puede mejorarse utilizando el enfoque adaptativo propuesto.



(a) (b) (c)

Figura 66: Resultados obtenidos en simulaciones por computadora, para la escena de entrada de la Fig. 65(c) obtenida con: (a) el filtro $H_{JW}(\mu, \nu)$; (b) AJTC.

V.11 Aplicaciones

En esta sección, presentaremos dos aplicaciones donde pueden emplearse los métodos adaptativos propuestos. En primera instancia, mostraremos que definiendo el vector **c** de la Ec. (123), como un vector complejo (similar al enfoque usado en los filtros SDF sólo-fase de la Sección V.4.1), podemos detectar y clasificar múltiples objetos con un sólo filtro. Además, presentaremos como el AJTC puede utilizarse efectivamente para la detección de partículas biológicas. Simulaciones por computadora y resultados experimentales serán presentados y discutidos.

V.11.1 Detección y clasificación de múltiples objetos

En la actualidad, existen diferentes métodos para detectar y clasificar múltiples objetos mediante filtros de correlación, por ejemplo: filtraje en secuencia de tiempo (Caulfield

y Maloney, 1969), donde un conjunto de filtros (uno por cada versión del objeto de entrada) es aplicado en serie rápidamente, uno tras otro; y filtraje compuesto, donde diferentes filtros básicos son fusionados para formar un nuevo filtro compuesto capaz de detectar diferentes objetos (Kumar, 1992). Uno puede observar, que el filtraje de secuencia de tiempo requiere de un gran número de correlaciones, ya que se utiliza un filtro para cada objeto y uno para cada distorsión contemplada. Con el fin de reducir el número de filtros, Braunecker *et al.* (1979) propusieron reducir el número de correlaciones fusionando las características principales de los patrones de entrada más parecidos. Recientemente, Billert y Singher (2002) propusieron reducir el número de correlaciones al usar diferentes filtros compuestos donde cada uno de ellos es capaz de reconocer un conjunto pequeño de imágenes de entrenamiento. La principal desventaja de este método es que sólo funciona para imágenes segmentadas.

Sabemos que mediante el entrenamiento de filtros adaptativos, es posible detectar eficazmente un conjunto de objetos. Sin embargo, para clasificar diferentes objetos sería necesario modificar un poco el enfoque convencional de las funciones discriminantes sintéticas. Notemos que para diseñar un filtro SDF capaz de clasificar múltiples objetos, podríamos fijar para cada clase verdadera, diferentes valores reales en el vector $\mathbf{c}$ (Ec. (125)). Estos valores deben estar definidos dentro del rango de [0, 1]. No obstante, el uso de valores menores que "1" en el vector $\mathbf{c}$, para las diferentes clases verdaderas, afectaría severamente el valor de la capacidad de discriminación. En otras palabras, los picos de correlación correspondientes a la clases verdaderas con valores menores que uno, tendrían una intensidad menor que el máximo valor posible. Esto significa que la aparición de picos falsos en el plano de correlación de salida es muy probable. Para evitar esto, proponemos fijar la salida del filtro como valores complejos definidos en el

perímetro del círculo unitario, como a continuación:

$$\mathbf{c} = \{\exp(i\beta_j) \mid j = 1, \ldots, k;\ \beta_j \in \Re\}, \tag{220}$$

donde K es el número de clases verdaderas. De esta forma, podemos obtener la máxima intensidad en los picos de correlación para cada objeto de las clases verdaderas. Además, la información acerca de las diferentes clases esta contenida en la distribución de fase en el plano complejo de correlación, en las coordenadas de intensidad máxima. Usando este filtro para el reconocimiento de múltiples clases, podemos esperar que las intensidades de los picos de correlación de los objetos deseados sea cercana a uno para todas las clases verdaderas, mientras que los valores correspondieres de la clase falsa serán cercanos a cero, es decir,

$$\mathbf{c} = [\exp(i\beta_1), \ldots, \exp(i\beta_k), 0, \ldots, 0]^T. \tag{221}$$

Resultados

En esta sección, serán presentados los resultados obtenidos con los filtros SDF multiclase propuestos. En la Fig. 67, se muestran tres diferentes peces (t1, t2, t3) sobre un fondo real acuático en coordenadas arbitrarias. El objetivo es diseñar un filtro adaptativo SDF multiclase (AMCSDF), que sea capaz de detectar y clasificar cada uno de los peces. Los resultados obtenidos con el método propuesto, en términos de la capacidad de discriminación y eficiencia de clasificación, serán comparados con un método de filtraje en secuencia de tiempo, usando bancos de los siguientes filtros: CMF, POF, y SDF convencional. El algoritmo de pos-procesamiento para la clasificación de los tres objetos se describe enseguida: (1) diseñar un filtro de correlación F1 para detectar t1 y rechazar t2 y t3; (2) diseñar un filtro F2 para detectar t2 y rechazar t1 y t3; (3) diseñar un filtro F3 para detectar t3 y rechazar t1 y t2; (4) realizar la correlación entre la escena de entrada y F1, F2, y F3. Consecuentemente,

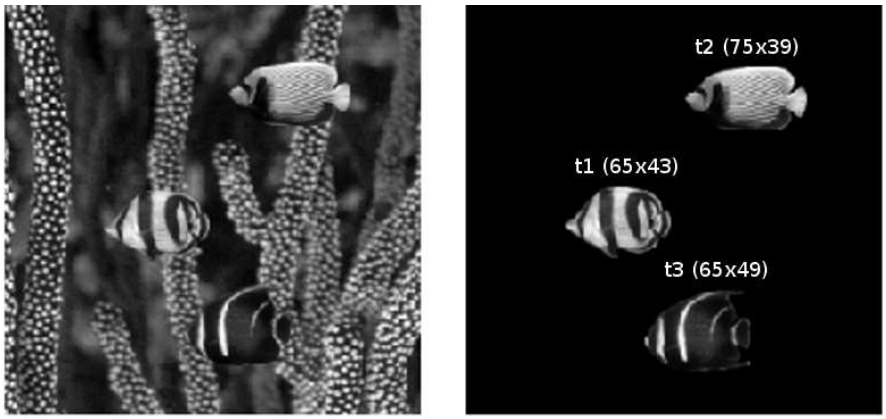


Figura 67: (a) Escena de entrada; (b) Tres objetos

obtener los planos de correlación C1, C2, y C3, respectivamente; (5) localizar los valores de intensidad máxima en cada plano de correlación, obteniendo MAX_{C1}, MAX_{C2}, y MAX_{C3}; (6) si $MAX_{C2} \leq MAX_{C1} \geq MAX_{C3}$, entones el objeto de entrada es t1, si $MAX_{C1} \leq MAX_{C2} \geq MAX_{C3}$, entonces el objeto de entrada es t2. Finalmente, si $MAX_{C1} \leq MAX_{C3} \geq MAX_{C2}$, entonces el objeto de entrada es t3. Notemos que esta técnica requiere un número de correlaciones igual al número de patrones de entrada.

El inicio de diseño de filtro AMCSDF, comienza asignando las regiones de clasificación para t1, t2, y t3, dentro del círculo unitario en: 0, 60, y 120 grados, respectivamente. A continuación, se utiliza el algoritmo de adaptación propuesto. Después de 15 iteraciones el AMCSDF alcanzó un valor de DC=0.9. El plano de correlación obtenido con el AMCSDF para la escena de la Fig. 67, se muestra en la Fig. 68. Podemos ver tres picos de correlación en las posiciones de los peces. La información de fase en la posición de los objetos, claramente identifica las clases a las que pertenecen. Los resultados obtenidos con simulaciones por computadora se muestran en la Tabla VII. La línea 1 de la tabla, muestra el desempeño de cada filtro con respecto a la DC. Los valores negativos de la DC indican que el filtro es incapaz de reconocer al

Tabla VII: Desempeño de la detección y clasificación de múltiples objetos.

	CMF	POF	SDF	AMCSDF
DC	-0.92	-0.2	0.36	0.85
Numero de clases detectadas	0	0	1	3
Numero de correlaciones	3	3	1	1

objeto. El desempeño de la clasificación de los filtros se muestra en la línea 2 de la tabla VII. La complejidad computacional de la técnicas probadas en términos de las correlaciones necesarias, se muestra en la línea 3 de la Tabla VII. Podemos ver como el filtro AMCSDF proporciona los mejores resultados.

V.11.2 Reconocimiento de partículas biológicas

Consideremos la escena mostrada en la Fig. 69. Cuatro seres biológicos llamados copépodos, se encuentran sobre un fondo acuático en coordenadas desconocidas. El objeto deseado es el copépodo hembra. El resto de los seres biológicos (copépodos machos) son los objetos no-deseados. El AJTC fue entrenado para reconocer al objeto deseado y rechazar a los tres objetos no-deseados y al fondo. Para diseñar la imagen de referencia del correlador, se ejecuto cuatro veces en forma secuencial el algoritmo de adaptación para cada uno de los objetos, es decir, se ejecuto el algoritmo para detectar al copépodo hembra y rechazar al copépodo macho 1, después, se ejecuto nuevamente

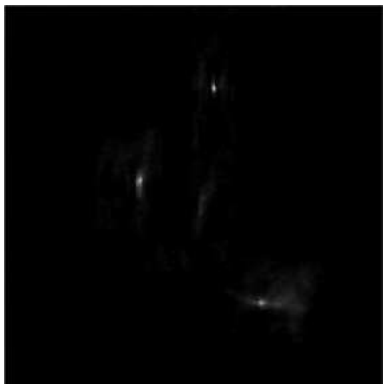


Figura 68: Intensidad del plano de correlación obtenido con el filtro AMCSDF

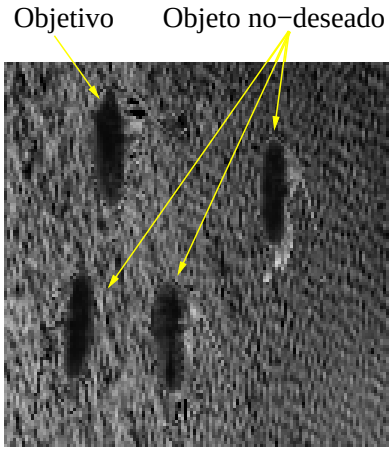


Figura 69: Imagen de la escena compuesta por microorganismos biológicos

el algoritmo para detectar copépodo hembra y rechazar al copépodo macho 2, otra ejecución del algoritmo fue hecha para detectar al copépodo hembra y rechazar al copépodo macho 3, y finalmente, se corrió una vez más el algoritmo para detectar al copépodo hembra y rechazar al fondo. Este proceso de entrenamiento puede verse en la Tabla VIII. Uno puede notar que en condiciones iniciales, el plano de correlación de salida entre el filtro y el fondo tiene un valor negativo de DC. Para el caso de los organismos biológicos no-deseados, los planos de correlación entre dos de ellos y el filtro cumplen con el valor predefinido de DC=0.95. Uno puede observar, que para rechazar al fondo con un valor de DC=0.9, el algoritmo llevo a cabo cuatro iteraciones, mientras que

Tabla VIII: Numero de iteraciones vs. valor de DC.

Iteraciones	**DC rechazo "fondo"**	**DC rechazo "macho 1"**	**DC rechazo "macho 2"**	**DC rechazo "macho 3"**
0	-0.02127	0.95707	0.96586	0.94108
1	0.82615	0.96706	0.96767	0.9604
2	0.87219	—	—	—
3	0.89223	—	—	—
4	0.90219	—	—	—

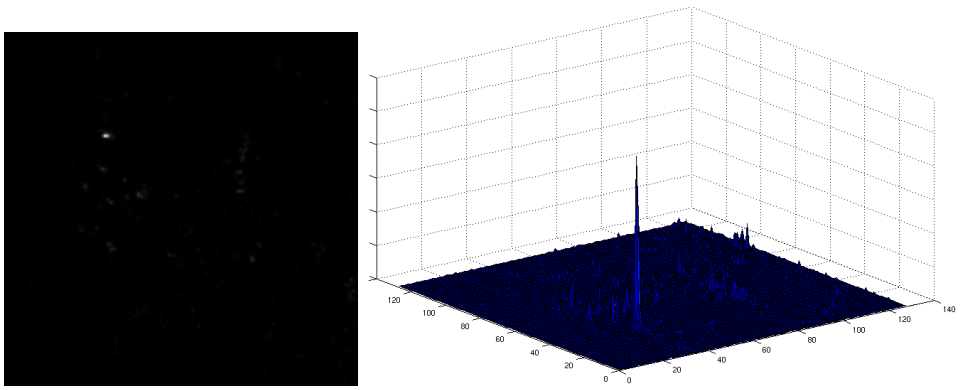
Figura 70: Imagen de la respuesta al impulso del filtro adaptativo

sólo se necesito de una iteración para rechazar a los organismos biológicos. La imagen de la respuesta al impulso obtenida, se muestra en la Fig. 70. Experimentos opto-digitales con el método de descomposición bipolar fueron realizados para la escena de la Fig. 69, usando como imagen de referencia el filtro adaptativo mostrado en la Fig. 70. La Fig. 71, muestra el par de imágenes conjuntas de entrada formadas con la parte positiva y la parte negativa del filtro adaptativo. El valor de DC obtenido en simulaciones por computadora para la escena de la Fig. 69, es de 0.89. La Fig. 72, muestra la intensidad del plano de correlación obtenido en el arreglo experimental, después de aplicar el método de descomposición bipolar. Podemos observar en la Fig. 72, que el punto blanco en la imagen del plano de correlación coincide correctamente con la localización del copépodo hembra. Esto significa, que el objeto deseado puede ser reconocido fácilmente, mientras que los objetos no deseados y el fondo fueron discriminados por el filtro, adecuadamente.

(a)

(b)

Figura 71: Imagen conjunta de entrada para el método de descomposición bipolar, con: (a) Parte positiva del filtro; (b) Parte negativa del filtro.



(a) (b)

Figura 72: Resultados ópticos. (a) Imagen del plano de correlación obtenido con el filtro adaptativo diseñado. (b) Imagen 3-D del plano de correlación obtenido con el filtro adaptativo, DC = 0.78.

Capítulo VI

Conclusiones

En esta tesis, se han presentado dos novedosas arquitecturas de correlación de transformada conjunta para el reconocimiento de patrones en tiempo real. Explotando un enfoque adaptativo en el diseño de estos sistemas, es posible garantizar un nivel deseado de capacidad de discriminación para un problema real en concreto. El desempeño de los procesadores propuestos fue comparado con las técnicas similares mas exitosas de la literatura reciente, en términos de su capacidad de discriminación, tolerancia a ruido aditivo, y complejidad computacional.

En la primera parte de esta tesis, se presenta una breve introducción al reconocimiento de patrones en tiempo-real, y se pone en contexto la problemática que se desea resolver. Podemos observar como las técnicas de correlación existentes no funcionan correctamente para problemas de la vida real, es decir, cuando la imagen de entrada presenta una combinación simultanea de distorsiones (en algunos casos, no-homogéneas). El desempeño del reconocimiento de objetos en estas circunstancias puede mejorarse en gran medida a través de un enfoque adaptativo.

En el Capítulo II, se ha hecho un resumen de la teoría en la que se fundamenta este trabajo. Hemos visto la teoría de los sistemas lineales, los cuales pueden usarse para modelar diversos sistemas de procesamiento de información, incluyendo los correladores opto-digitales coherentes. Hemos definido la transformada de Fourier y sus propiedades, como la transformada básica para el procesamiento de imágenes en esta

tesis. Una introducción a la óptica ha sido expuesta con el objetivo de comprender el funcionamiento de los procesadores opto-digitales de información; sus ventajas: la gran velocidad de procesamiento, y sus desventajas: limitantes en los dominios de codificación de las señales de entrada. Descubrimos que mediante el estudio del fenómeno de la polarización de la luz, puede modelarse adecuadamente el comportamiento de los moduladores espaciales de luz.

En el Capítulo III, se muestra como el reconocimiento de patrones por correlación es una técnica basada en estimadores estadísticos óptimos. Si se tiene información previa sobre las posibles coordenadas del objeto deseado en la escena, el mejor estimador esta dado en base a la máxima probabilidad a-posteriori. Sin embargo, si las coordenadas del objeto pueden aparecer en cualquier lugar en la escena con la misma probabilidad, que es el caso mas recurrente en la vida real, el estimador óptimo esta dado en términos de la probabilidad de máxima verosimilitud. Hemos descrito también, los principales modelos de imagen usados en esta disciplina: aditivo, multiplicativo y disjunto, y cuales son sus implicaciones en el reconocimiento de patrones. Se discutió, como la métricas desempeño clásicas como la SNR, son inadecuadas para el modelo de imagen disjunto. Hemos hecho también, una descripción del funcionamiento de los correladores clásicos, el 4FC y el JTC, y cuales son sus principales ventajas y limitantes. Este capítulo concluye, haciendo un resumen de las diferentes métricas para medir el desempeño de los filtros de correlación, así como de las propuestas mas exitosas de la literatura reciente para el reconocimiento de patrones por correlación. Podemos concluir, que los filtros compuestos son una buena alternativa para proporcionar robustez a las distorsiones geométricas de los objetos, sin embargo, por si solos, no tienen tolerancia al ruido de la escena. Por otro lado, los correladores de transformada conjunta como el NLJTC, y el FAJTC, son exitosos en escenas formadas bajo el modelo disjunto. Sin embargo,

tienen problemas para discriminar entre objetos similares. El PIJTC tiene la ventaja de que mejora la capacidad de discriminación del JTC clásico, y además, puede operar con imágenes bipolares, ya que el modulador espacial de luz del plano de entrada, presenta un rango dinámico $[-\pi, \pi]$. Así, también se incrementa la eficiencia de luz de este sistema. En otro sentido, este correlador no tiene tolerancia distorsiones geométricas de los objetos.

El Capítulo IV, es de suma importancia para esta tesis, ya que es aquí donde se presenta la teoría necesaria para la implementación experimental de los correladores opto-digitales, en concreto, se discute acerca de las pantallas de cristal liquido (LCDs) como moduladores espaciales de luz. Primero, se hace una introducción al material birrefringente cristal liquido, y cuales son sus principales características ópticas. Posteriormente, se describe la estructura física de las LCDs. Podemos ver que cada pixel de la pantalla, esta formado por una celda de cristal liquido con estructura helicoidal. Este efecto permite realizar modulación de amplitud, y con algunas consideraciones especiales, es posible realizar modulación de fase con una mínima modulación simultanea de amplitud. Hemos visto que la operación de estos dispositivos, puede analizarse mediante el calculo de Jones. Discutimos dos de los principales modelos para obtener la matriz de Jones de una LCD con estructura helicoidal. También mostramos, las diferentes técnicas que existen para obtener las gráficas de respuesta de estos moduladores, así como las condiciones necesarias para operar estos dispositivos en sus regímenes de modulación solo-amplitud y modulación solo-fase.

En el Capítulo V, se formalizan los procedimientos propuestos para esta tesis. Primero, se describe al correlador de transformada conjunta (AJTC). Podemos ver que la imagen de referencia de este correlador, esta constituida por un filtro adaptativo

de correlación basado en las funciones discriminantes sintéticas (SDF). Este filtro, es diseñado con la ayuda de un algoritmo iterativo, tomando en cuenta la información de los patrones involucrados para un problema en concreto, así como información sobre las respuesta real de los dispositivos optoelectrónicos utilizados en el arreglo experimental. La idea principal del algoritmo de diseño, es que en cada iteración se incremente el valor de la capacidad de discriminación del filtro. Así, monotónicamente se incrementa esta medida hasta alcanzar un valor deseado. Debido a la naturaleza bipolar del filtro diseñado, se propusieron dos diferentes métodos de implementación optodigital: (i) método de descomposición bipolar y (ii) método de suma de bias. El primer método, consiste en descomponer la imagen de referencia bipolar en dos imágenes no-negativas, una con la parte positiva, y otra con la parte negativa del filtro. Posteriormente, se realizan dos correlaciones de transformada conjunta independientes, una con cada imagen no-negativa (como imagen de referencia). La salida deseada, puede reconstruirse con un simple pos-procesamiento punto a punto a partir de los dos planos de correlación obtenidos. El método de suma de bias, tiene la ventaja de que solo requiere de una correlación óptica. La idea principal de este método es que la imagen conjunta de entrada se convierte en una imagen no-negativa al sumar un valor constante a toda la imagen. Después, se realiza la correlación de transformada conjunta con esta nueva imagen. La salida deseada puede reconstruirse con un procesamiento punto a punto. Los resultados obtenidos con el AJTC, indican que tiene un desempeñño superior en términos de la capacidad de discriminación, que los obtenidos con el NLJTC y el FAJTC. Además este correlador tiene buena tolerancia a distorsiones geométricas de los objetos, como rotaciones y cambios de escala.

La segunda arquitectura propuesta en esta tesis, es el correlador adaptativo de transformada conjunta con entrada solo-fase (APIJTC). El objetivo principal de este

correlador, es generar la salida deseada con una sola correlación y sin la necesidad de pos-procesamiento. Aprovechando la ventaja de usar en la entrada del correlador un modulador configurado en el régimen solo-fase, es posible modular cualquier imagen bipolar. Para cumplir con un buen desempeño de reconocimiento, se propusieron las funciones discriminantes sintéticas solo-fase. Mediante esta técnica, es posible generar un filtro solo-fase adaptativo que cumpla con las restricciones físicas de dominio de codificación del modulador, y al mismo tiempo satisfacer las restricciones de correlación en el origen para cada imagen de entrenamiento, tal como en el caso de las SDFs convencionales. El APIJTC tiene un desempeño muy similar al del AJTC, pero con mucho menos esfuerzo computacional en la detección. Los resultados obtenidos con el APIJTC, fueron comparados con diferentes técnicas de transformada conjunta. En todos los casos, esta arquitectura registro los mejores resultados, en términos de capacidad de discriminación, tolerancia al ruido aditivo y tolerancia a rotaciones y cambios de escala de los objetos.

Posteriormente, se presentó un procedimiento de dos etapas para el reconocimiento de objetos en condiciones no-homogéneas de iluminación. Sabemos que en la vida real, las funciones de iluminación en imágenes son de de naturaleza no-homogénea, en consecuencia, no existe actualmente alguna métrica de desempeño que puede optimizar un filtro de correlación con este tipo de perturbaciones. Para solucionar este problema, propusimos el uso de un preprocesamiento punto a punto de la imagen de entrada. De esta forma la función multiplicativa no-homogénea, que afecta directamente los pixeles del objeto deseado, puede ser transformada en una función no-homogénea aditiva. El siguiente paso consiste en aplicar un filtro de correlación optimizado para detectar al objeto deseado en la imagen pre-procesada. Así, el desempeño de reconocimiento en condiciones no-homogéneas de iluminación, mejora substancialmente. El filtro de

pre-procesamiento esta basado en el conocimiento previo de la posición de la fuente de iluminación de la escena. Si no se tiene esta información, discutimos un procedimiento para estimar estos parámetros a partir de una imagen. El filtro de correlación utilizado para detectar al objeto, es óptimo con respecto del error cuadrático medio (MSE). Los resultados obtenidos con este procedimiento, indican que el pre-procesamiento propuesto ayuda de manera significativa al proceso de reconocimiento de objetos. Además, su implementación es muy rápida, ya que es un filtro de operaciones punto a punto. El desempeño de este procedimiento fue comparado con el de diferentes técnicas similares. En el caso del método propuesto, siempre fue posible detectar al objeto. Sin embargo, en el caso de las técnicas existentes, las características no homogéneas de las funciones de iluminación ocasionaron que el desempeño de estos procedimientos decayera rápidamente.

Hemos visto también, como mediante el algoritmo de adaptación propuesto puede optimizarse el desempeño de cualquier filtro óptimo de correlación. Para mostrar esto, hemos presentado al AJTC con invariancia a iluminación no-homogénea. En esta técnica, la imagen de entrada es pre-procesada para evitar el efecto multiplicativo de la función de iluminación con un filtro lineal punto en el dominio espacial. Posteriormente, la imagen de referencia del correlador se forma como una combinación lineal del filtros MSE. Los resultados obtenidos con esa técnica muestra como el enfoque adaptativo propuesto, ayuda a controlar mas efectivamente las perturbaciones que afectan a la escena de entrada.

Esta tesis concluye, con una pequeña sección de aplicaciones de los métodos optodigitales adaptativos propuestos. Primero, se presentan los filtros adaptativos SDF

multiclase (AMCSDF). Estos filtros son capaces de detectar y clasificar múltiples objetos con una sola correlación y un simple pos-procesamiento. Los filtros AMCSDF, están formados como una combinación lineal de CMFs usando un enfoque similar al de las funciones discriminantes sintéticas, pero con una dimensión extra en el sistema de ecuaciones lineales que define al filtro. Esta dimensión extra, es una componente compleja que sirve para contener la información de las diferentes clases a las que pertenecen los diferentes objetos de entrada. Esta información, se manifiesta en el plano complejo de correlación, en las posiciones de intensidad máxima. Hemos mostrado en base a simulaciones por computadora que esta técnica es mas eficiente en términos de capacidad de discriminación y eficiencia de clasificación que las técnicas similares basadas en bancos de filtros. La segunda aplicación presentada, consiste en la detección de organismos biológicos. Los resultados experimentales obtenidos para esta tarea, comprueban la eficacia del AJTC en la detección de los microorganismos, incluso a un nivel de sexo.

Podemos concluir, que los resultados obtenidos con cada uno de los métodos adaptativos propuestos son muy alentadores, ya que en todos los casos estos sistemas obtuvieron los mejores resultados, en comparación con las técnicas similares mas exitosas de la literatura reciente. Se han obtenido también diversos resultados opto-digitales en el laboratorio, los que concuerdan en gran medida con la simulaciones por computadora. Esto comprueba que la unión entre la revisión bibliográfica realizada y la implementación física llevada a cabo fue la correcta.

Bibliografía

Alam, M. S. y M. A. Karim 1993. "Fringe-adjusted joint transform correlator". Appl. Opt., 32:4344-4350 p.

Arfken, G. B. y H. J. Weber 2005. "Mathematical methods for physicists, 6th edition". Harcourt, San Diego,.

Arsenault, H. y D. Lefebvre 2000. "Homomorphic cameo filter for pattern recognition". Opt. Lett., 25(21):1567-1569 p.

Bahri, Z. y V. B. K. V. Kumar 1988. "Generalized sinthetic discriminant functions". J. Opt. Soc. Am. A, 5:562-571 p.

Bendat, J. S. 1986. "Random data: analysis and measurement procedures". New York; John Wiley. 566 pp.

Bergeron, A., J. Gauvin, F. Gagnon, D. Gingras, H. H. Arsenault, y M. Doucet 1995. "Phase calibration and applications of liquid-crystal spatial light modulator". App. Opt., 34:5133-5139 p.

Berman, D. W. 1973. "Optics in smoothly varying anisotropic planar structures: application on liquid crystal cells". J. Opt. Soc. Am., 64:1347-1380 p.

Billert, O. y L. Singher 2002. "Adaptive multiple filtering". Opt. Eng., 41:55-68 p.

Bishop, C. M. 1995. "Neural networks for pattern recognition". Oxford University Press, Oxford. 482 pp.

Born, M. y E. Wolf 1970. "Principles of optics". Pergamon Press, Oxford. 808 pp.

Bracewell, R. 1978. "The fourier transform and its applications". McGraw-Hill, New York. 444 pp.

Braunecker, B., R. Hauck, y A. Lohmann 1979. "Optical character recognition based on nonredundant correlation measurements". Appl. Opt., 18:2746-2753 p.

Brigham, E. O. 1974. "The fast fourier transform". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. 252 pp.

Campos, J., A. Márquez, M. J. Yzuel, J. A. Davis, D. M. Cottrell, y I. Moreno 2000. "Fully complex synthetic discriminant functions written onto phase-only modulators". Appl. Opt., 39:5965-5970 p.

Casasent, D. y D. Psaltis 1976. "Scale invariant optical correlation using mellin transforms". Opt. Comm., 17:59-63 p.

Casasent, D. y J. Richards 1988. “Industrial use of real-time optical inspection systems”. Appl. Opt., 27:4653-4659 p.

Caulfield, H. J. y W. T. Maloney 1969. “Improved discrimination in optical character recognition”. Appl. Opt., 8:2354-2356 p.

Cook, R. y K.Torrance 1982. “A reflectance model for computer graphics”. ACM Comp. Graph., 1:7-24 p.

Coy, J. A., M. Zaldarriaga, D. F. Grosz, y O. E. Martinez 1996. “Characterization of a liquid crystal television as a programable spatial light modulator”. Opt. Eng, 35:15-19 p.

Diaz-Ramirez, V. y V. Kober 2007a. “Adaptive phase-joint transform correlator”. Appl. Opt., 46(26):6543-6551 p.

Diaz-Ramirez, V., V. Kober, y J. Alvarez-Borrego 2006. “Pattern recognition with an adaptive joint transform correlator”. Appl. Opt., 45(23):5929-5941 p.

Diaz-Ramirez, V. H. y V. Kober 2007b. “Illumination invariant adaptive joint transform correlator”. Proc. SPIE, In Optics and Photonics for Information Processing, 6695:66951B1-66951B7 p.

Dou, R. y M. K. Giles 1996. “Simple technique for measuring the phase property of a twisted nematic liquid crystal television”. Opt. Eng., 35:808-813 p.

Duda, R. O., P. E. Hart, y D. G. Stork 2001. “Pattern classification”. John Wiley and Sons, Inc., Segunda Edicion, New York. 654 pp.

Garcia-Martinez, P., M. Tejera, C. Ferreira, D. Lefebvre, y H. H. Arsenault 2002. “Optical implementation of the weighted sliced orthogonal nonlinear generalized correlation for nonuniform illumination conditions”. Appl. Opt., 41(32):6867-6874 p.

Glassner, A. S., editor 1993. “An introduction to ray tracing”. Academic press limit.

Gonzalez-Fraga, J. A., V. Kober, y J. Alvarez-Borrego 2006. “Adaptive synthetic discriminant function filters for pattern recognition”. Opt. Eng, 45:0570051-05700510 p.

Goodman, J. W. 2005. “Introduction to fourier optics”. Roberts & Company publishers, 3rd Edition. 491 pp.

Hester, C. F. y D. Casasent 1980. “Multivariant technique for multiclass pattern recognition”. Appl. Opt., 19:1758-1761 p.

Hoel, P. G. 1966. “Introduction to mathematical statistics”. New York; John Wiley. 258 pp.

Horn, B. K. 1986. “Robot vision vision”. MIT press. 480 pp.

Horner, J. L. 1982. “Light utilization in optical correlators”. Appl. Opt., 21:4511-4514 p.

Horner, J. L. y P. D. Gianino 1984. “Phase-only matched filtering”. Appl. Opt., 23:812- p.

Hsu, Y. y H. H. Arsenault 1982. “Optical pattern recognition using circular harmonic expansion”. Appl. Opt., 22:4016-4019 p.

Jackson, L. B. 1996. “Digital filters and signal processing, third edition”. Kluwer Academic Publishers, Boston. 502 pp.

Jain, A. K. 1988. “Fundamentals of digital image processing”. Prentice Hall. 592 pp.

Javan, A., W. R. Bennet, y D. R. Herrior 1961. “Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a he-ne mixture”. Phys. Rev. Lett., 6:106-110 p.

Javidi, B. 1989. “Nonlinear joint power spectrum based optical correlation”. Appl. Opt., 28:2358- p.

Javidi, B. y J. L. Hormer 1994. “Real-time optical information processing”. Academic Press, San Diego. 536 pp.

Javidi, B. y J. L. Horner 1989. “Single spatial light modulator joint transform correlator”. Appl. Opt., 25:1027-1032 p.

Javidi, B., J. Li, A. H. Fazlollahi, y J. Horner 1995. “Binary joint transform correlator performance with different thresholding under unknown illumination conditions”. Appl. Opt., 34:886-896 p.

Javidi, B. y J. Wang 1992. “Limitation of the classic definition of the correlation signal-to-noise-ratio in optical pattern recognition with disjoint signal an scene noise”. Appl. Opt., 31:6826-6829 p.

Javidi, B. y J. Wang 1994. “Design of filters to detect a noisy target in nonoverlapping background noise”. J. Opt. Soc. Am. A, 11:2604-2612 p.

Javidi, B. y J. Wang 1997. “Optimum filter for detecting a target in multiplicative noise and additive noise”. J. Opt. Soc. Am. A, 14(4):836-844 p.

Jones, R. C. 1941. “New calculus for the treatment of optical systems”. J. Opt. Soc. Am. A, 31:488-493 p.

Juday, R. D. 1993. “Optimal realizable filters and the minimum euclidean distance principle”. Appl. Opt., 32:5100-5111 p.

Kim, H. y Y. H. Lee 2005. “Unique measurement of the parameters of a twisted-nematic liquid-crystal display”. Appl. Opt., 44:1642-1649 p.

Klein, M. V. y T. F. Furtak 1986. "Optics". John Wiley, New York.

Knuth, D. 1997. "The art of computer programming. vol 3". Adison-Wesley. 800 pp.

Kumar, B. V. 1986. "Minimum-variance synthetic discriminant functions". J. Opt. Soc. Am. A, 3:1579-1584 p.

Kumar, B. V. y L. Hassebrook 1990. "Performance measures of correlation filters". Appl. Opt., 29:2997-3006 p.

Kumar, B. V. K. V. 1992. "Tutorial survey of composite filter designs for optical correlators". Appl. Opt., 31:4773-4801 p.

Kumar, B. V. K. V., A. Mahalanobis, y R. D. Juday 2005. "Correlation pattern recognition". Cambridge: Cambridge University Press. 402 pp.

Lathi, B. P. 2005. "Linear systems and signals". Oxford University Press, Second Edition, Oxford. 992 pp.

Liu, H. K. y T. Chao 1989. "Liquid crystal television spatial light modulators". Appl. Opt., 28:4772-4780 p.

Lu, G. y F. T. S. Yu 1996. "Performance of a phase-transformed input joint transform correlator". Appl. Opt., 35:304-313 p.

Lu, G., Z. Zhang, y F. T. S. Yu 1995. "Phase-encoded input joint transform correlator with improved pattern discriminability". Opt. Lett., 20:1307-1309 p.

Lu, K. y B. E. A. Saleh 1990. "Theory and design of the liquid crystal tv as an optical spatial phase modulator". Opt. Eng., 29:240-247 p.

Mahalanobis, A., B. V. K. V. Kumar, y D. Casasent 1987. "Minimum average correlation energy filters". Appl. Opt., 26:3633-3640 p.

Maiman, T. H. 1960. "Simulated optical radiation in ruby". Nature, 187:493-494 p.

Marquardt, D. 1963. "An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters". J. Soc. Ind. Appl. Math, 11:431-441 p.

Marquez, A., C. Iemmi, I. Moreno, J. A. Davis, J. Campos, y M. J. Yzuel 2001. "Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays based on a simple physical model". Opt. Eng, 40:1364-1380 p.

Montes-Usategui, M., I. Juvells, y J. Campos 1995. "Computation of constrained arbitrary synthetic discriminant functions". Appl. Opt., 34:3905-3914 p.

Moreno, I., J. Campos, M. J. Yzuel, y V. Kober 1998. "Implementation of bipolar real-valued input scenes in a real-time optical correlator: application to color pattern recognition". Opt. Eng., 37:144-150 p.

Nicolás, J., J. Campos, C. Iemmi, I. Moreno, y M. J. Yzuel 2001. "Convergen optical correlator alignment based on frequency filtering". Appl. Opt., 41:1505-1514 p.

Oppenheim, A. V. 1997. "Signals and systems". Prentice Hall, Second Edition.

Pal, S. K. y P. P. Wang 1996. "Genetic algorithms for pattern recognition". CRC Press Inc., Florida. 336 pp.

Papoulis, A. 2002. "Probability, random variables, and stochastic processes". McGraw-Hill, Boston. 583 pp.

Phong, B. T. 1975. "Illumination for computer generated pictures". Commun. ACM, 18(6):311-317 p.

Pratt, W. K. 1991. "Digital image processing". Wiley-Interscience Publication. 750 pp.

Priestly, E. B., P. J. Wojtowicz, y P. Sheng 1975. "Introduction to liquid crystals". Plenum press, New York. 356 pp.

Ramos-Michel, E. M. y V. Kober 2007. "Design of correlation filters for recognition of linearly distorted objects in linearly degraded scenes". J. Opt. Soc. Am. A., 24:3403-3417 p.

Rao, C. R. 1973. "Linear statistical inference and its applications". John Wiley and Sons, New York. 625 pp.

Refregier, P., B. Javidi, y G. Zhang 1993. "Minimum mean-square-error filter for pattern recognition with spatially disjoint signal and scene noise". Opt. Lett., 18(17):1453-1455 p.

Rosenfield, A. y A. C. Kak 1976. "Digital picture processing". Academic Press Ing., New York.

Soutar, C. y K. Lu 1994. "Determination of the physical properties of an arbitrary twisted-nematic liquid crystal display cell". Opt. Eng., 33:2704-2712 p.

Steele, J. M. 2004. "The cauchy-schwarz master class". Cambridge University Press. 316 pp.

Vanderlugt, A. 1964. "Signal detection by complex filtering". IEEE Trans. Info. Theory, IT-10:139-145 p.

Vanderlugt, A. 1992. "Optical signal processing". John Wiley, New York. 604 pp.

Weaver, C. S. y J. L. Goodman 1966. "Technique for optically convolving two functions". Appl. Opt., 5:1248-1249 p.

Yamauchi, M. 2005. "Jones-matrix models for twisted-nematic liquid-crystal devices". Appl. Opt., 44:4484-4493 p.

Yariv, A. y P. Yeh 1984. “Optical waves in crystals”. John Wiley and Sons, New York. 589 pp.

Yaroslavsky, L. P. 1993. “The theory of optical method for localization of objects in pictures”. in Progress in Optics, E. Wolf Ed. (Elsevier North-Holland), XXXII:145-201 p.

Yaroslavsky, L. P. y E. Marom 1997. “Nonlinearty optimization in nonlinear joint transform correlators”. Appl. Opt., 36:4816-4822 p.

Yeh, P., A. Yariv, y C. S. Hong 1977. “Electromagnetic propagation in periodic stratified media. i. general theory”. J. Opt. Soc. Am., 67:423-438 p.

Zhang, R., P. Tsai, J. E. Cryer, y M. Shah 1999. “Shape from shading: a survey”. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 21(8):690-706 p.

Zhang, Z., G. Lu, y F. T. S. Yu 1994. “Simple method for measuring phase modulation in liquid crystal televisions”. Opt. Eng., 33:3018-3022 p.

Zheng, Q. y R. Chellappa 1991. “Estimation of illuminant direction, albedo, and shape from shading”. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 13(7):680-702 p.