# Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada

INTERACCION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA CON LA MATERIAI DISEÑO DE ELECTRODOS Y REFLECTORES NOVEDOSOS PARA LITOTRIFTORES ELECTROMIDRAULICOS

> TESIS DOCTORADO EN CIENCIAS

## ACHIM MAX LOSKE MEHLING

Ensenada, Baja California, Mexico.Octubre de 1994

RESUMEN de la Tesis de Achim Max Loske Mehling presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS en FISICA APLICADA con opción en FISICA DE MATERIALES. Ensenada, Baja California, México. Octubre de 1994.

INTERACCION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA CON LA MATERIA: DISEÑO DE ELECTRODOS Y REFLECTORES NOVEDOSOS PARA LITOTRIPTORES ELECTROHIDRAULICOS

Resumen aprobado por:

Dr. Fernando E. Prieto Calderón Director de Tesis

La presente tesis es un estudio de la interacción de las ondas de choque débiles en aqua con la materia y su aplicación a la medicina. La motivación para dicho trabajo fue la aplicación de estas ondas a la desintegración de cálculos sin cirugía (litotripsia extracorporal). A pesar de que esta técnica es un procedimiento de rutina en todo el mundo, existen aún muchas incógnitas al respecto. Como dispositivo experimental se usó un generador diseñado y construído en el Instituto de Física de la UNAM. Convencionalmente las ondas de choque se generan por una descarga eléctrica entre dos electrodos colocados en uno de los dos focos (F1) de un reflector metálico con forma de paraelipsoide de revolución. Estas ondas, producidas por la expansión del plasma entre los dos electrodos, colocados en el foco (F1) más cercano al reflector, se reflejan en las paredes del mismo y se concentran hacia el segundo foco ( $F_2$ ) del elipsoide. En el caso clínico se procura que el cálculo quede situado en la vecindad del segundo foco. El objetivo principal de esta tesis fue el diseño y la construcción de electrodos y reflectores con características novedosas para generar ondas de choque que permitan aumentar la eficiencia de los aparatos existentes hasta la fecha. Esto se logró cambiando la forma y el material de los electrodos así como la geometría de los reflectores. Los nuevos reflectores ya no son simétricos respecto de un eje de revolución, sino que están formados por dos sectores de elipsoides de revolución con parámetros diferentes, unidos de tal manera que sus focos F1 coinciden. Esto genera un desfasamiento temporal y/o espacial de las ondas que llegan al cálculo, pulverizándolo con un menor número de ondas de choque generadas con la misma energía. Para evaluar la eficiencia de los dispositivos diseñados se expusieron cientos de modelos de cálculos renales a las ondas de choque generadas con los sistemas convencionales y con los electrodos y reflectores nuevos.

## CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISION DE FISICA APLICADA DEPARTAMENTO DE FISICA DE MATERIALES

INTERACCION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA CON LA MATERIA: DISEÑO DE ELECTRODOS Y REFLECTORES NOVEDOSOS PARA LITOTRIPTORES ELECTROHIDRAULICOS

## TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de DOCTOR EN CIENCIAS presenta:

ACHIM MAX LOSKE MEHLING

Ensenada, Baja California, México. Octubre de 1994.

#### DEDICATORIA

A la memoria de mi padre, quien me transmitió su amor por la ciencia y me dio el ejemplo y la fuerza para siempre seguir adelante con optimismo.

- lucem demonstrat umbra -

#### A Hely.

A mi madre y a mi hermano. A Melanie.

A los que incluso en días nublados no se apartaron de mi lado.

#### AGRADECIMIENTOS

Al concluir un trabajo de esta índole es grato y justo reconocer la labor de todas las personas que de alguna manera contribuyeron a la realización exitosa del mismo.

En primer término deseo agradecer al Dr. Fernando E. Prieto, director de esta tesis, la amistad y el gran apoyo que me ha brindado. Siempre modesto y humano creó las condiciones propicias para un aprendizaje y una colaboración fructuosa. Su experiencia, paciencia, entusiasmo e interés fueron decisivos durante mis estudios y mi trabajo en el Laboratorio de Choques Débiles del Instituto de Física de la UNAM (IFUNAM).

Asimismo quiero resaltar la importante asesoría y colaboración del Dr. Frederick L. Yarger, quien fue uno de los pilares del Proyecto Choques Débiles del IFUNAM.

Al Dr. Víctor M. Castaño le agradezco por haberme apoyado durante todos mis estudios y mi labor como miembro del Departamento de Física Aplicada y Tecnología Avanzada del IFUNAM. Su ejemplo y amistad han sido un importante estímulo en mi carrera.

A los doctores Héctor Echavarría y Roberto Machorro, les doy las gracias por invertir su tiempo en la lectura, corrección y crítica de esta tesis.

Los Coordinadores del Posgrado en Física de Materiales del CICESE deben ser mencionados aquí por apoyarme en los trámites administrativos y académicos desde mi inicio en el

#### AGRADECIMIENTOS (Continuación)

programa de doctorado, especialmente el Dr. Jesús M. Siqueiros.

En los temas médicos recibí un gran apoyo del Dr. Francisco Larrondo H., quien se ha distinguido por su deseo de enseñar y aprender, por su iniciativa y por la amistad que me ha brindado.

En este mismo campo debo citar a mi amigo el MVZ Jorge Alberto López por su desinteresada y entusiasta cooperación, así como a los MVZ José Elías Vázquez y Luis Jorge Alanís, por su asesoría y cooperación en los ensayos con animales.

Agradezco asimismo la valiosa y eficiente labor de la Srita. Cecilia Aguilar quien, siempre dispuesta a ayudar y a superarse colaboró eficientemente en un gran número de actividades relacionadas con el proyecto.

Es preciso citar también el esmerado trabajo del Ing. Marco A. Veytia, del Sr. Juan Caire, del Ing. Francisco Mercado y del Físico Francisco Fernández en el diseño, la fabricación, el mantenimiento y la reparación de gran parte del equipo descrito aquí, así como a todo el personal del Taller Mecánico y del Departamento de Dibujo del IFUNAM.

También deseo agradecer al químico Alejandro Camacho C., por su paciente elaboración de los modelos, así como por su labor en el análisis químico y mecánico de los cálculos y de los modelos.

#### AGRADECIMIENTOS (Continuación)

En relación con las técnicas fotográficas para captar y comprender mejor los fenómenos involucrados en este trabajo debo reconocer el trabajo del Sr. Alfredo Sánchez.

La búsqueda de información bibliográfica especializada estuvo a cargo del Sr. Pablo Carrasco y del personal de la Biblioteca del IFUNAM.

El análisis de las propiedades físicas de los modelos fue llevado a cabo cuidadosamente por el M. en C. Lauro Bucio G. y la Fís. Alicia Arizmendi.

Me es grato mencionar además la labor del personal administrativo del IFUNAM, a cargo de la Lic. Rosa Ma. Pacheco y la ayuda del personal y de los directivos del CICESE, especialmente de la Lic. Margarita Jáuregui.

A los doctores Miguel José Yacamán, Juan Ramón de la Fuente y Gerardo Suárez les debo las gracias por impulsar con tanto interés al Proyecto Choques Débiles.

Finalmente le agradezco al Dr. Octavio Novaro P., Director del IFUNAM, el importante apoyo y la confianza que me ha brindado. CONTENIDO

## Página

INTRO	DUCCION	1
I.1	Antecedentes	1
I.2	Principios de funcionamiento de los diferentes sistemas	3
	I.2.1 El generador electrohidráulico	3
	I.2.2 El generador microexplosivo	5
	I.2.3 El generador piezoeléctrico	6
	I.2.4 El generador electromagnético	6
I.3	Ventajas y desventajas de los diferentes sistemas	7
I.4	El generador de ondas de choque MEXILIT I	9
I.5	Descripción y contribución de la presente tesis	13
PROPA	GACION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA	16
II.1	Ecuaciones de conservación	16
	II.1.1 Conservación de la masa	17
	II.1.2 Conservación de la cantidad de movimiento	18
	II.1.3 Conservación de la energía	20
	II.1.4 Ecuaciones de Rankine - Hugoniot para un fluido en reposo delante del frente de choque	23
II.2	Cálculo de velocidades	25
	II.2.1 Velocidad del frente de choque	25
	II.2.2 Velocidad del fluido detrás del frente de choque	27
II.3	Cambio de estado del agua debido al paso de un frente de choque	28
	II.3.1 Ecuación de estado calorífica	28

II

CONTENIDO (Continuación)

## Página

		II.3.2 Ca	ambio en emperatura	la	entalpí	а у	en la	32
	II.4	El número	o de Mach					46
III	INTERA CON OF	ACCION DE BJETOS FRA	ONDAS DE AGILES	СНОО	UE DEBI	LES EN	I AGUA	48
	III.1	Impedanc	ia acústic	a				49
	III.2	Desinteg ondas de	ración de choque dé	obj biles	etos fr en agu	ágiles a	s con	51
		III.2.1	Efecto Hop	kinso	n			52
		III.2.2 (	Compresión					53
		III.2.3 (	Cavitación					53
	III.3	Caracter: óptima pa	ísticas d ara litotr	e un ipsia	a onda extrac	de c orpora	choque al	57
	III.4	Reflexió	n y transm	isión	en una	inte	erfase	60
		III.4.1 ]	Reflexión compresión libre	de en	un una	pulso super	o de ficie	60
		III.4.2   :	Reflexión interfases cálculo -	y ori orina	trans na -	misiór cálcul	n en o y	70
		III.4.3	Incidencia	obli	cua			73
		III.4.4	Esfuerzo l do y ref orina - orina	ongit lejad cálcu	udinal o en lo y	transm interf cálcul	ases 0 -	74
		III.4.5 1	Efectos d laminacion humanos	ebido es	s a ca de los	vidade cálo	es y culos	80
IV	INFLU FUNCIO HIDRAU ELECT	ENCIA DE I DNAMIENTO JLICOS Y RODOS	LA FORMA D DE LOS DISEÑO	E LOS LITOT DE U	ELECTR RIPTORE N NUEV	ODOS E S ELE O TIE	EN EL ECTRO- PO DE	83
	IV.1	Antecede	ntes					83

IV.2	Material y métodos	85
	IV.2.1 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos y electrodos cónicos	88
	IV.2.2 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos, cónicos y de cono truncado	90
	IV.2.3 Comparación entre los tres tipos de electrodos usando modelos de cálculos renales	92
IV.3	Resultados	94
	IV.3.1 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos y electrodos cónicos	94
9	IV.3.2 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos, cónicos y de cono truncado	100
	IV.3.3 Comparación entre los tres tipos de electrodos usando modelos de cálculos renales	107
IV.4	Conclusiones referentes a la geometría de los electrodos	109
INFLUI EN EI ELECTI	ENCIA DE LA GEOMETRIA DE LOS REFLECTORES L FUNCIONAMIENTO DE LOS LITOTRIPTORES ROHIDRAULICOS Y DISEÑO DE DOS REFLECTORES	
NOVED	osos	112
V.1	Antecedentes	112
V.2	Definición de parámetros geométricos	114
V.3	Material y métodos	116
	V.3.1 El reflector convencional	116
	V.3.2 El reflector compuesto I	117
	V.3.3 El reflector compuesto II	121
	V 3 4 El modelo de cálculo renal	123

V

#### LISTA DE FIGURAS

#### Figura

#### Página

4

10

64

87

- 1. Esquema simplificado de un litotriptor electrohidráulico.
- 2. Esquema simplificado del generador de ondas de choque débiles MEXILIT I construído en el IFUNAM.
- 3. Señal típica obtenida por el transductor de presión, en la que puede observarse una onda de choque con sus respectivos picos de compresión y de rarefacción.
- 4. Reflexión de un pulso exponencial en una superficie libre. 66
- 5. Esquema de los tres tipos de electrodos usados:a) planos, b) cónicos y c) de cono truncado.
- Esquema de un modelo colocado sobre una malla de cobre para ser expuesto a ondas de choque dentro del MEXILIT I. (Las aberturas de la malla no se dibujaron a escala).
- 7. Presión promedio normalizada de 5 grupos de 20 mediciones (obtenidas cerca de F2) de las ondas de choque reflejadas, usando electrodos planos (•) y cónicos (•). Los datos se normalizaron dividiendo el promedio de cada grupo de 20 mediciones por el valor del máximo promedio obtenido para los cinco grupos.
- Coeficiente de variación (desviación estándar dividida por el promedio) de 5 grupos de 20 mediciones de la onda reflejada captada cerca de F2 para electrodos planos (•) y cónicos (•).

93

95

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

### Figura

## Página

9.	Señal de presión de una onda de choque generada con electrodos planos, obtenida cerca de F2. (DE = descarga eléctrica, OD = onda directa, OR = onda reflejada).	104
10.	Señal de presión de una onda de choque generada con electrodos cónicos, obtenida cerca de F2. (DE = descarga eléctrica, OD = onda directa, OR = onda reflejada).	105
11.	Señal de presión de una onda de choque generada con electrodos planos, obtenida cerca de F2 después de una "descarga fallida". (DE = descarga eléctrica, OD = onda directa, OR = onda reflejada).	106
12.	Señal de presión de una onda generada con el nuevo tipo de electrodos (cono truncado), obtenida cerca de F2. (DE = descarga eléctrica, OD = onda directa, OR = onda reflejada).	108
13.	Los parámetros más importantes usados en el diseño de los reflectores se muestran en un corte de un reflector convencional por un plano que contiene al eje de simetría del elipsoide.	113
14.	Esquema del reflector I.	120
15.	Esquema del reflector II.	122
16.	Angulo de reflexión en función del ángulo de incidencia para diferentes amplitudes según M. Müller (1987).	135

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

#### Figura

#### 17. Esquema bidimensional de la superficie interna de un reflector convencional y diagrama de rayos perpendiculares al frente de onda incidente y reflejado.

- 18. Esquema bidimensional de la superficie interna del reflector I y diagrama de rayos perpendiculares al frente de onda incidente y reflejado.
- a) Modelo del perfil de un pulso reflejado en cualquiera de las dos secciones del reflector I.
  b) Superposición de dos pulsos del tipo mostrado en a).
- 20.Secuencia de la reflexión del perfil mostrado en<br/>la figura 19b en una superficie rígida, a)146<br/>0.2, b) 0.4, c) 0.7 y d) 1.0  $\mu$ seg después146<br/>y<br/>de llegar a dicha superficie.
- 21. Esquema bidimensional de la superficie interna del reflector II y diagrama de rayos perpendiculares al frente de onda incidente y reflejado.

149

Página

137

142

#### LISTA DE TABLAS

#### Tabla

- I. Densidades y velocidades de propagación para cálculos renales humanos en gr/cm<sup>3</sup> y m/seg respectivamente, según Singh y Agarwal (1990).
- Esfuerzo longitudinal transmitido y reflejado II. en interfases orina - cálculo y cálculo - orina para tres tipos de cálculos renales humanos.
- Tipo de electrodos, conductividad del agua, III. parámetros eléctricos y número de descargas por electrodo usadas en cada una de las tres partes de la evaluación experimental referente a la geometría de los electrodos.
- IV. Comparación del comportamiento del pulso de compresión (COMPR.) y de rarefacción (RAREF.) de la onda directa (O. DIR) y de la onda reflejada para tres tipos de electrodos (planos, cónicos y de cono truncado) y dos conductividades diferentes (BAJA de 400  $\mu$ S/cm y ALTA de 1200  $\mu$ S/cm). Los números pequeños debajo de cada promedio son los coeficientes de variación de cada grupo de mediciones. Las amplitudes se dan en volts y los anchos y tiempos de ascenso en microsegundos.
- V. Porcentaje del peso que perdieron los modelos de cálculos renales colocados en el foco dinámico del reflector al ser expuestos a 150, 250, 350 y 450 ondas de choque (20 kV, 50 nF) usando tres diferentes formas de electrodos (planos, cónicos y de cono truncado).
- VI. Parámetros de las tres geometrías usadas para el diseño de los reflectores descritos. Todas las distancias (aproximadas а una cifra decimal) se dan en milímetros.
- VII. Posiciones en las que se colocaron los modelos para ser fracturados y con ello evaluar los reflectores construídos.

Página

78

79

89

100

118

124

#### LISTA DE TABLAS (Continuación)

#### Tabla

Página

VIII Pesos de los fragmentos remanentes expresados como porcentajes de los pesos iniciales. Cada número es el promedio de los 30 porcentajes obtenidos por posición para cada uno de los tres reflectores.

## INTERACCION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA CON LA MATERIA: DISEÑO DE ELECTRODOS Y REFLECTORES NOVEDOSOS PARA LITOTRIPTORES ELECTROHIDRAULICOS

#### I INTRODUCCION

El tema de esta tesis es la generación de ondas de choque débiles en agua aplicadas a la medicina y su interacción con la materia, especialmente con objetos cuya resistencia a la compresión es mayor (del orden de diez veces) que su resistencia a la tracción.

I.1 Antecedentes

El término ondas de choque débiles se refiere a ondas cuyas presiones están por debajo de unos cuantos miles de bars. Hasta la fecha no se ha definido un límite de presión máximo a partir del cual una onda de choque ya no se considera "débil" y es común definir a una onda de choque débil ("weak shock wave condition") como aquella onda de choque que viaja una distancia de varias longitudes de onda antes de que su perfil se distorsione significativamente. Restaría aclarar qué se entiende por "distorsión significativa". La presión de las ondas de choque descritas en esta tesis no supera los mil bars, motivo por el cual se usa el término "débiles".

Al hacer referencia a una onda de choque, la palabra onda pierde su relación con el movimiento periódico, ya que lo que se conoce como onda de choque de hecho es la propagación de un frente de choque. Un frente de choque es un cambio sumamente rápido del estado termodinámico del medio por el que se propaga. Inmediatamente detrás del frente de choque aumenta la presión, la densidad, la temperatura y la entropía, indicando que el proceso es irreversible, generando una transición marcada entre dos regiones con propiedades físicas diferentes. El ancho de esta transición depende de la presión y es inferior a la trayectoria libre media de las moléculas. La velocidad de propagación del frente de choque es mayor que la del sonido en ese medio. Este tipo de perturbaciones pueden producirse por ejemplo cuando un cuerpo se mueve con velocidad supersónica por un medio o cuando estalla una carga explosiva.

La principal motivación para la realización de este trabajo y la razón por la cual únicamente se tratarán objetos del tipo mencionado fueron las aplicaciones médicas de este tipo de ondas, llevadas a cabo durante los últimos veinte años en gran parte del mundo (Prieto Calderón y Loske Mehling, 1990). Se trata de la llamada *litotripsia extracorporal por ondas de choque* ("Extracorporeal Shock Wave Lithotripsy" (ESWL)), o sea, desintegración de cálculos renales o biliares con métodos no invasivos (Häusler, 1975). Hoy en día existen alrededor de 20 compañías extranjeras que fabrican litotriptores, nombre que se da a los aparatos que pulverizan cálculos con ondas de choque.

I.2 Principios de funcionamiento de los diferentes sistemas

Dependiendo del fabricante se emplea uno de los cuatro métodos de generación de ondas de choque actualmente conocidos para aplicaciones médicas: el electrohidráulico, el que usa microexplosivos, el electromagnético o el piezoeléctrico (Loske Mehling, 1990 cap. I). El principio fundamental sin embargo siempre es el mismo: generar ondas de choque, hacerlas pasar por el cuerpo humano con un mínimo de pérdidas y concentrar la energía sobre el cálculo, creando esfuerzos que originan la pulverización del mismo. Para esta tesis se usó el sistema *electrohidráulico*.

#### I.2.1 El generador electrohidráulico

En el caso de los litotriptores electrohidráulicos se genera una descarga de alto voltaje entre dos electrodos sumergidos en agua, la cual forma un pequeño canal de plasma que se expande súbitamente comprimiendo al medio circundante (agua), produciendo con ello una onda de choque esférica. Debido a que el agua se puede considerar isotrópica la velocidad de propagación en todas las direcciones es la misma. Como puede apreciarse en la figura 1, la onda de choque se





origina en el primer foco ( $\mathbf{F}_1$ ) de una sección de un elipsoide de revolución, con el fin de que sea reflejada y concentrada en la cercanía del segundo foco ( $\mathbf{F}_2$ ), lugar en el cual habrá en consecuencia una máxima concentración de energía. Es en este sitio donde deberá encontrarse el cálculo que se desea destruir. La coincidencia del cálculo con el foco geométrico del elipsoide, o como se explicará más adelante, con el foco dinámico del aparato, se logra ya sea con un sistema de fluoroscopía o de ultrasonido (Coptcoat *et al.*, 1987) que no aparece en la figura 1. Usualmente las presiones en esta región de máxima presión tienen valores entre 350 y 900 bars.

El proceso de descarga eléctrica y la consecuente generación de una onda de choque se realiza centenares de veces por tratamiento. Una membrana polimérica (ver figura 1) asegura el buen acoplamiento de las ondas al paciente litiásico. En los primeros litotriptores el paciente era sumergido parcialmente en una tina con agua (Chaussy *et al.*, 1976). Para el tratamiento de cálculos biliares, la persona es acomodada boca abajo sobre un sistema móvil similar. La gran mayoría de los aparatos clínicos poseen mecanismos de localización y robótica complejos y costosos, que pueden ser operados desde una consola de mando o una computadora.

#### I.2.2 El generador microexplosivo

En los litotriptores microexplosivos (únicamente usados

en Japón), el paciente está sentado dentro de una especie de tina con agua. Detrás de él se encuentra un elipsoide de revolución similar al del aparato anteriormente descrito, sólo que ahora se sustituyen los electrodos por un microexplosivo que produce una onda de choque esférica que es concentrada en el cálculo. La localización del cálculo se realiza con un sistema de fluoroscopía (Kambe *et al.*, 1987).

#### I.2.3 El generador piezoeléctrico

En los litotriptores piezoeléctricos cientos de cristales piezoeléctricos se montan sobre una superficie cóncava (cascarón esférico) y reciben un pulso de alto voltaje que origina su expansión súbita y una consecuente compresión del agua circundante. Este pulso de compresión se transforma en una onda de choque que converge hacia el centro de curvatura del cascarón, de manera que la máxima cantidad de la energía generada incida sobre el cálculo. La localización comúnmente se realiza con sistemas de ultrasonido integrados al generador de ondas de choque (Coptcoat *et al.*, 1987).

#### I.2.4 El generador electromagnético

Como último sistema se mencionará brevemente el electromagnético, en el cual se usa una bobina para poner en movimiento una membrana metálica delgada sumergida en agua.

Los súbitos movimientos de la membrana generan ondas de compresión planas dentro del agua. Una lente acústica bicóncava enfoca las ondas sobre el cálculo renal, previamente localizado con un sistema de rayos X (o de ultrasonido para el caso de cálculos biliares) (Coptcoat *et al.*, 1987).

Debido a que la descripción detallada de los diferentes principios y equipos comerciales para litotripsia extracorporal por ondas de choque no es el objetivo de este trabajo se mencionaron aquí solamente las características esenciales y se hace referencia a la literatura citada al final de esta tesis (Kambe *et al.*, 1987; Coptcoat *et al.*, 1987; Reichenberger y Naser, 1986).

#### I.3 Ventajas y desventajas de los diferentes sistemas

Cada método tiene ventajas y desventajas con respecto a los demás, dependiendo de la aplicación que se les desea dar. En el caso de los explosivos, resulta poco práctico el reemplazo del microexplosivo después de cada detonación, sobre todo, si se piensa en la generación de un gran número de ondas de choque. (En un tratamiento de litotripsia se aplican varios cientos de ondas de choque). Además de esto, el manejo de los explosivos requiere de un cuidado especial. Los cristales usados en los litotriptores piezoeléctricos (generalmente cristales de bario) han demostrado un comportamiento muy eficiente y una vida útil relativamente larga. Con ellos es

posible crear generadores que producen ondas de presión simétricas (tiempo de ascenso igual al de descenso) que concentran la energía en regiones muy pequeñas (del orden de unos cuantos milímetros), lo cual puede ser útil para cierto tipo de aplicaciones. La generación de ondas de choque con membranas metálicas (litotriptores electromagnéticos) ha demostrado ser muy eficiente, sin embargo una de las desventajas relacionadas con este método es que la membrana es lenta en comparación con los demás sistemas y que la fatiga que sufre la membrana es considerable. Además, la onda de rarefacción que sigue a la onda original es mayor (aproximadamente el doble) en el sistema de membrana. Esto se debe al retroceso de la membrana. Para aplicaciones médicas la onda debe contener un mínimo de componentes de tracción, ya que éstas dañan al tejido. Por otro lado, como se verá más adelante, si una onda de rarefacción supera la tensión por tracción del medio, se crea cavitación, que puede interferir negativamente en la propagación de las ondas además de crear daños en los tejidos. El uso de descargas eléctricas tiene la ventaja de generar ondas de choque con presiones elevadas y de ascenso cortos, sin embargo, es necesario tiempos reemplazar los electrodos después de cada tratamiento y además los cambios de presión de una descarga a otra son grandes.

I.4 El generador de ondas de choque MEXILIT I

A pesar de que la litotripsia extracorporal por ondas de choque es un procedimiento de rutina en un gran número de hospitales, existen aún muchas incógnitas al respecto. Así por ejemplo, no se tiene un modelo teórico satisfactorio que explique con detalle los fenómenos que tienen lugar en la destrucción de los cálculos, no se sabe con exactitud cuál es energía óptima que debe administrarse durante la un tratamiento y se desconoce el límite máximo al cual puede exponerse el paciente sin sufrir lesiones irreversibles. Prueba de que esta técnica todavía se encuentra en fase de desarrollo son los cambios que realizan los fabricantes a sus equipos instalados en los diferentes hospitales. La construcción de aparatos experimentales sique siendo de interés tanto para la física como para la medicina.

Por estos motivos se creó en 1988 el Laboratorio de Choques Débiles del Instituto de Física de la UNAM (IFUNAM) y se diseñó y construyó un generador experimental denominado MEXILIT I (ver figura 2). Este aparato consiste básicamente en una tina de pruebas montada sobre una base de acero con una grúa móvil de precisión montada sobre ella. Debajo de la tina se encuentra el circuito de descarga con los condensadores que almacenan la energía eléctrica y un interruptor de chispa enfriado por aire. La tina es un recipiente de fibra de vidrio de 120 x 80 x 60 cm con dos ventanas de vidrio en los



Figura 2. Esquema simplificado del generador de ondas de choque débiles MEXILIT I construído en el IFUNAM.

costados. Una pieza circular de nylon con cuerda en su interior que embona en el fondo de la tina permite atornillar una bujía, que sale parcialmente por debajo del recipiente, donde se hacen las conexiones eléctricas. La grúa móvil montada sobre la tina tiene la finalidad de sujetar adecuadamente los objetos que se desean exponer a las ondas, llevándolos a cualquier posición deseada. Básicamente son dos carros con ruedas de nylon que se desplazan horizontalmente sobre rieles redondos de acero inoxidable. Uno de los carros corre a lo largo de la tina. Este carro, a su vez, tiene en su parte anterior y posterior dos rieles paralelos, sobre los cuales se desplaza el segundo carro, permitiendo así el movimiento en el otro eje horizontal. El tercer grado de libertad se obtiene haciendo girar un piñón con cremallera que mueve una barra en dirección vertical. En el extremo de esta barra se fijó una pinza de tres brazos. Este arreglo permite colocar prácticamente cualquier objeto menor como, por ejemplo, un transductor de presión, el modelo de un cálculo o algún vial en las cercanías del reflector. El sistema puede adaptarse para realizar experimentos con órganos in vitro o en vivo con animales pequeños, para los cuales se ha diseñado una camilla especial. El MEXILIT I cuenta además con una serie de reflectores de acero inoxidable intercambiables con geometrías variadas, todos ellos diseñados y construidos en el IFUNAM. La bujía con los electrodos se atornilla al reflector seleccionado y al fondo de la tina simultáneamente, o bien,

únicamente a la tina, si se desean realizar pruebas sin reflector.

La parte fundamental del equipo es el circuito eléctrico que tiene una inductancia total baja, para lograr que la descarga ocurra en el mínimo tiempo posible, obteniéndose un pulso muy corto (Stamm y Kahle, 1963). La descarga eléctrica puede repetirse automáticamente con una frecuencia máxima de Herz. Pensando en aplicaciones médicas, la energía un eléctrica almacenada en los condensadores es del orden de las decenas o incluso centenas de joules, dependiendo del uso específico que se tiene planeado. Los principales elementos del sistema eléctrico son: una fuente de alto voltaje, un oscilador, un interruptor de chispa y uno o varios condensadores con diferentes capacitancias. El circuito consta de dos partes: una de ellas destinada a cargar los condensadores y por otro lado el sistema que controla la frecuencia y el instante en que se generan las descargas.

Diseñado para un gran número de aplicaciones, el dispositivo cubre una amplia gama de energías, produce ondas de choque con diferentes características y puede adaptarse fácilmente a muchas necesidades experimentales (Loske Mehling *et al.*, 1993; Yarger *et al.*, 1992; Prieto Calderón *et al.*, 1994). Una descripción detallada del MEXILIT I puede encontrarse en las referencias citadas al final de esta tesis (Loske Mehling, 1990; Prieto Calderón *et al.*, 1991; Loske Mehling y Prieto Calderón, 1991; Loske Mehling *et al.*, 1992). I.5 Descripción y contribución de la presente tesis

Desde el punto de vista de la resistencia de los materiales, la interacción de las ondas de choque con la materia abre un campo sumamente interesante en el cual aún hay mucho por hacer. Una mejor comprensión del rompimiento de un material debido a la acción de una onda de choque débil en agua puede ayudar al diseño de los equipos de litotripsia extracorporal del futuro.

Con el fin de mejorar los tratamientos de litotripsia con equipos electrohidráulicos se analizó la posibilidad de encontrar geometrías más convenientes para los electrodos y para el reflector. Para los electrodos se procuró encontrar una forma que aumente su duración y que a la vez produzca una onda de choque más eficiente para fragmentar cálculos. En el caso del reflector se buscó una geometría tal, que la onda de choque reflejada en él cause un daño máximo al cálculo del paciente sin aumentar la energía inicial. Para ello fue necesario estudiar primeramente la generación de ondas de choque débiles en agua por medio de descargas eléctricas de alto voltaje, así como los mecanismos por medio de los cuales se fractura y pulveriza un objeto de este tipo. Posteriormente se diseñaron y construyeron electrodos y reflectores novedosos y se compararon con los que se usan actualmente en un gran hospitales en todo el mundo. Para evaluar el número de comportamiento de los nuevos diseños se fabricó un reflector

con una geometría idéntica a la que tiene el reflector de los litotriptores marca Dornier (Dornier Medizintechnik GmbH, Germering, Alemania) modelo HM3 y HM4 no modificado (Williams, 1989). Estos equipos son reconocidos mundialmente como los estándares de los litotriptores electrohidráulicos.

La propagación de ondas de choque débiles en agua se trata en el capítulo II, en donde se deducen las ecuaciones de conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía. Se calcula además la velocidad de la onda de choque y la velocidad del fluido detrás de ella. Finalmente se obtienen ecuaciones relacionadas con la variación de la temperatura y de la entalpía.

El capítulo III es un estudio de la interacción de las ondas de choque débiles en agua con objetos frágiles. Se analizan los diferentes mecanismos que intervienen en la destrucción de un cálculo durante un tratamiento de litotripsia.

En los tres capítulos iniciales se desarrollan los fundamentos para los siguientes dos capítulos que son los más importantes de esta tesis.

En el capítulo IV se describe la influencia que tiene la forma de los electrodos en el funcionamiento de un litotriptor electrohidráulico. Para ello se comparan los dos tipos de electrodos comúnmente usados con un diseño novedoso, que según los resultados obtenidos es más eficiente y adecuado para litotripsia extracorporal. El diseño de dos reflectores con geometrías nunca antes usadas se describe en el capítulo V. Ambos reflectores se comparan con el de geometría convencional exponiendo modelos de cálculos renales a las ondas de choque reflejadas por ellos. Una evaluación con estos modelos mostró que uno de los reflectores es más eficiente que el convencional.

En resumen se puede decir que la principal contribución de esta tesis es el diseño y la evaluación de un nuevo tipo de reflector (reflector I) que podría ser instalado en cualquier equipo clínico de litotripsia extracorporal electrohidráulico con la finalidad de reducir el tiempo de los tratamientos. Probablemente el uso de este nuevo reflector también permita reducir el trauma a los órganos y tejidos tratados, sin embargo aún no se han hecho las pruebas en vivo para comprobarlo. Experimentos con modelos de cálculos renales demostraron que dicho reflector es más eficiente que el diseño convencional.

#### II PROPAGACION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA

En esta sección se deducen las ecuaciones de conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía, con las cuales se calcula posteriormente la velocidad de la onda de choque y la velocidad del fluido detrás de ella. Recurriendo además a las ecuaciones de estado (para agua) se estudia el cambio de estado de un fluido (agua) debido al paso de una onda de choque. Finalmente se obtienen ecuaciones que dan información sobre la variación de la temperatura y de la entalpía en función del cambio de presión originado por el paso de la onda de choque.

#### II.1 Ecuaciones de conservación

Se supondrá un fluido ideal sobre el que no actúan fuerzas externas y que el espesor de los frentes de onda de las ondas de choque es tan pequeño que los frentes pueden considerarse como discontinuidades. Experimentalmente se ha demostrado (Lamb, 1932) que esto es válido para las presiones que se manejan aquí. Según Zel'dovich y Raizer (1966), el espesor del frente de onda es inversamente proporcional al cambio de presión. Para un cambio de presión de un kbar este espesor es aproximadamente un milésimo de la trayectoria libre media de las moléculas.

#### II.1.1 Conservación de la masa

Supóngase que esta discontinuidad (frente de onda) se propaga por el fluido (aqua) con una velocidad u con respecto a un sistema de coordenadas fijo y que u, y u, son las velocidades del fluido delante y detrás del frente de onda respectivamente. La velocidad del frente de onda con respecto al fluido en la región no alterada por la onda de choque es u-u, mientras que u-u, es la velocidad con respecto al fluido en la región por la que ya pasó la onda. Si  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son las densidades del fluido delante y detrás de la discontinuidad, entonces  $\rho_{\lambda}(u-u_{\lambda})dt$  es la cantidad de masa del fluido que sale de la discontinuidad en un tiempo dt, donde A es el área del frente de onda. Análogamente,  $\rho_1 A(u-u_1) dt$  es la masa de fluido que entra a la discontinuidad en el mismo tiempo dt. Debido a que el frente de onda se considera discontinuo se hace dt→0 y se supone que la masa del fluido que entra a la región considerada debe ser igual a la del fluido que sale del frente de onda (ecuación de conservación de la masa):

$$\rho_1(u - u_1) = \rho_2(u - u_2).$$
 (1)

Si el sistema de coordenadas está anclado al frente de onda, entonces  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  y la ecuación (1) se convierte en:

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2.$$

II.1.2 Conservación de la cantidad de movimiento

Multiplicando ahora la masa del fluido que sale de la discontinuidad en un tiempo **dt** por su velocidad  $\mathbf{u}_2$  se obtiene la cantidad de movimiento del flujo de masa que sale:

$$i_2 = \rho_2 A (u - u_2) u_2 dt$$

que según (1) puede reescribirse como

$$i_2 = \rho_1 A (u - u_1) u_2 dt$$
.

Análogamente, la cantidad de movimiento del flujo de masa que entra es:

$$i_1 = \rho_1 A (u - u_1) u_1 dt.$$

El cambio en la cantidad de movimiento es

$$di = i_2 - i_1$$
, o sea

$$di = \rho_1 A(u - u_1) u_2 dt - \rho_1 A(u - u_1) u_1 dt,$$

$$di = \rho_1 A (u - u_1) (u_2 - u_1) dt.$$
(3)

El cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo es la fuerza sobre el elemento en cuestión (segunda ley de Newton), esto es,  $\mathbf{F} = \mathbf{di} / \mathbf{dt}$ . Si  $\mathbf{p}_1$  y  $\mathbf{p}_2$  son las presiones delante y detrás de la discontinuidad, entonces la fuerza debida a la presión que actúa sobre la masa considerada es:

$$F = di / dt = (p_2 - p_1)A.$$
 (4)

De (3) y (4) se tiene, en el límite cuando  $dt \rightarrow 0$ 

$$\rho_1 (u - u_1) (u_2 - u_1) = p_2 - p_1 \tag{5}$$

y nuevamente, si el observador está fijo sobre el frente de onda, entonces  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  y

$$-\rho_1 u_1 (u_2 - u_1) = p_2 - p_1$$

pero como  $\rho_1 \mathbf{u}_1 = \rho_2 \mathbf{u}_2$  (ecuación 2), se tiene

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 . (6)$$

Esta es una ecuación de conservación de la cantidad de movimiento válida únicamente para un fluido ideal, sin fuerzas externas, si el sistema de coordenadas está fijo al frente de onda.

II.1.3 Conservación de la energía

Para encontrar una ecuación de conservación de la energía debe hacerse uso de la definición de trabajo y de entalpía. Aquí, el trabajo hecho por  $\mathbf{p}_2$  es  $\mathbf{F}_2 \mathbf{dl} = \mathbf{p}_2 \mathbf{Adl}$  o en términos de la velocidad y del tiempo:  $\mathbf{p}_2 \mathbf{Au}_2 \mathbf{dt}$ . En forma análoga, el trabajo hecho por  $\mathbf{p}_1$  es  $\mathbf{p}_1 \mathbf{Au}_1 \mathbf{dt}$ . Por otro lado la energía cinética de un elemento de fluido detrás del frente de onda es  $\frac{1}{2} \mathbf{m}_2 \mathbf{u}_2^2$ , o sea,  $\frac{1}{2} [\rho_2 \mathbf{A}(\mathbf{u}-\mathbf{u}_2)\mathbf{dt}]\mathbf{u}_2^2$  y la energía cinética de un elemento de fluido delante del frente de onda es  $\frac{1}{2} \mathbf{m}_1 \mathbf{u}_1^2$ , o sea,  $\frac{1}{2} [\rho_1 \mathbf{A}(\mathbf{u}-\mathbf{u}_1)\mathbf{dt}]\mathbf{u}_1^2$ . El incremento de la energía cinética puede escribirse entonces de la siguiente manera:

$$\Delta K = \frac{1}{2} \left[ \rho_2 A (u - u_2) dt \right] u_2^2 - \frac{1}{2} \left[ \rho_1 A (u - u_1) dt \right] u_1^2$$

y haciendo uso de la ecuación (1)

$$\Delta K = \frac{1}{2} \rho_1 (u - u_1) \operatorname{Adt} (u_2^2 - u_1^2) .$$
Suponiendo equilibrio local, es posible hacer uso de las consideraciones termodinámicas que se hacen a continuación. El trabajo de compresión hecho por  $\mathbf{p}_2$  y  $\mathbf{p}_1$  debe ser igual al incremento de la energía cinética  $\Delta \mathbf{K}$  más el cambio en la energía interna  $\Delta \mathbf{E}$  cuando  $\mathbf{dt} \rightarrow \mathbf{0}$ , esto es:

$$p_2Au_2 - p_1Au_1 = \frac{1}{2}\rho_1(u - u_1)A(u_2^2 - u_1^2) + \Delta E$$
, o bien,

$$p_{2}u_{2} - p_{1}u_{1} = \rho_{1}(u - u_{1})\left[\frac{1}{2}(u_{2}^{2} - u_{1}^{2}) + \Delta E'\right], \qquad (7)$$

donde  $\Delta E' = E'_2 - E'_1$  es el aumento de energía interna por unidad de masa  $\rho_1(\mathbf{u} - \mathbf{u}_1)$ Adt cuando dt  $\rightarrow 0$  (aumento de energía interna específica). Nuevamente si  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  (sistema de coordenadas anclado al frente), entonces

$$p_{2}u_{2} - p_{1}u_{1} = -\rho_{1}u_{1}\left[\frac{1}{2}(u_{2}^{2} - u_{1}^{2}) + E_{2}' - E_{1}'\right], \qquad (8)$$

que establece la conservación de la energía.  $\mathbf{E}_{2}' - \mathbf{E}_{1}'$  se puede determinar conociendo la ecuación de estado del fluido como función de  $\mathbf{p}_{1}$ ,  $\mathbf{p}_{2}$ ,  $\rho_{1}$  y  $\rho_{2}$ .

Por definición (Sears y Salinger, 1978) la entalpía específica es h = E' + pv, donde v es el volumen específico  $(v = 1/\rho)$ , de manera que

$$h = E' + \frac{p}{\rho}$$
(9)

donde **E**'es la energía interna específica. La entalpía de una sustancia, al igual que su energía interna es una propiedad de la sustancia que depende exclusivamente de su estado. Reacomodando ahora la ecuación (8):

$$p_{2}u_{2} + \rho_{1}u_{1}E_{2}' + \rho_{1}u_{1}\left(\frac{u_{2}^{2}}{2}\right) = p_{1}u_{1} + \rho_{1}u_{1}E_{1}' + \rho_{1}u_{1}\left(\frac{u_{1}^{2}}{2}\right)$$

y dividiendo con  $\rho_1 \mathbf{u}_1$ :

 $\frac{p_2 u_2}{\rho_1 u_1} + E_2' + \frac{u_2^2}{2} = \frac{p_1 u_1}{\rho_1 u_1} + E_1' + \frac{u_1^2}{2} .$ 

Usando la ecuación (2) se tiene

$$E_{2}' + \frac{p_{2}}{\rho_{2}} + \frac{u_{2}^{2}}{2} = E_{1}' + \frac{p_{1}}{\rho_{1}} + \frac{u_{1}^{2}}{2}$$

y con la definición (9) resulta finalmente

$$h_2 + \frac{u_2^2}{2} = h_1 + \frac{u_1^2}{2}$$
 (10)

La ecuación (10) establece la conservación de la energía (sistema de coordenadas anclado al frente de onda).

II.1.4 Ecuaciones de Rankine - Hugoniot para un fluido en reposo delante del frente de choque

En los casos tratados aquí siempre se tiene un medio no perturbado delante de la onda de choque, ya que la frecuencia con la cual se emiten las ondas es suficientemente baja para que el medio recupere su estado de equilibrio antes de que llegue una nueva perturbación. Haciendo  $u_1 = 0$  en la ecuación (1), se obtiene

 $\rho_1 u = \rho_2 (u - u_2)$  (conservación de la masa) (11)

y de la ecuación (5)

 $\rho_1 u u_2 = p_2 - p_1$  (conservación de la cantidad de movimiento). (12)

Finalmente, de la ecuación (7) se tiene para este caso  $p_2u_2 = \rho_1 u \left[\frac{1}{2} u_2^2 + E_2' - E_1'\right]$ .

Despejando  $\mathbf{E}_{2}^{\prime} - \mathbf{E}_{1}^{\prime}$  resulta

$$E_{2} - E_{1} = \frac{1}{\rho_{1}u} - \frac{1}{2},$$
pero como de la ecuación (12)  $u = \frac{p_{2} - p_{1}}{\rho_{1}u_{2}}$  entonces,  

$$E_{2}' - E_{1}' = \frac{p_{2}u_{2}^{2}}{p_{2} - p_{1}} - \frac{u_{2}^{2}}{2}, \text{ o bien}$$

$$E_{2}' - E_{1}' = \frac{1}{2} \left(p_{2} + p_{1}\right) \frac{u_{2}^{2}}{p_{2} - p_{1}}.$$
(13)

Para tener una expresión de  $\mathbf{u}_2^2$  en términos de las presiones y de las densidades, se despeja **u** de las ecuaciones (11) y (12), se igualan los resultados y se despeja  $\mathbf{u}_2^2$ , obteniéndose:

$$u_2^2 = \frac{(p_2 - p_1)(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 \rho_2} ,$$

que sustituyendo en (13) da

p<sub>2</sub>u<sub>2</sub>u<sup>2</sup>

 $E'_{2} - E'_{1} = \frac{1}{2} \left( p_{2} + p_{1} \right) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho} \right)$  (conservación de la energía). (14)

Las ecuaciones (11), (12) y (14) son universalmente válidas para frentes de onda planos o esféricos con espesor despreciable y son las llamadas ecuaciones de Rankine -

Hugoniot (conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía para el caso  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{0}$ , o sea, fluido delante del frente de onda en reposo). Conociendo la ecuación de estado para el fluido en cuestión, es posible determinar el incremento de energía interna  $\mathbf{E}_2' - \mathbf{E}_1'$  como función de  $\mathbf{p}_2$ ,  $\mathbf{p}_1$ ,  $\rho_2$  y  $\rho_1$ . Para el caso de un medio no perturbado delante de la onda de choque las cantidades  $\mathbf{p}_1$  y  $\rho_1$  son conocidas y la ecuación (14) relaciona a  $\mathbf{p}_2$  y  $\rho_2$  detrás del frente de onda.

II.2 Cálculo de velocidades

II.2.1 Velocidad del frente de choque

Haciendo uso de las ecuaciones (11) y (12) es posible obtener la velocidad  $\mathbf{u}_2$ . De (11) se tiene

$$u_2 = u - \frac{\rho_1}{\rho_2} u$$

y de la ecuación (12),

$$u_{2} = \frac{p_{2} - p_{1}}{\rho_{1} u} .$$
 (15)

Igualando y despejando  $\mathbf{u}$  resulta la velocidad del frente de onda de la onda de choque

$$u = \left[ \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{p_2 p_1}{\rho_2 \rho_1} \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (16)

Conociendo la ecuación de estado del fluido es posible calcular u en términos de la presión detrás del frente de onda  $(\mathbf{p}_2)$  y las condiciones iniciales  $\mathbf{p}_1$  y  $\rho_1$ . Nótese que la velocidad del frente de onda aumenta proporcionalmente al aumentar  $\Delta p$ . Por otro lado, si el fluido es poco compresible (como en el caso del agua) entonces  $\rho_2 - \rho_1$  tiene un valor pequeño y la velocidad u aumenta aún más. Para una energía dada el aumento en presión es mayor si el cambio de volumen del fluido es menor, o sea, si su compresibilidad es menor. Esto puede verse de la expresión para el trabajo de compresión dW = - pdV. Para agua la compresibilidad es decenas de miles de veces menor que para aire, por ello pueden producirse presiones muy altas con ondas de choque en agua. Así por ejemplo, en una descarga eléctrica en agua se producen presiones del orden de 10 kbars en las cercanías de los electrodos y en explosiones subacuáticas más de 100 kbars. Esta es una de las razones por las cuales se usa agua como medio de generación y acoplamiento en la litotripsia extracorporal. Las otras razones obviamente son el fácil y económico manejo del agua así como su impedancia acústica

similar a la del tejido humano.

II.2.2 Velocidad del fluido detrás del frente de choque

Sustituyendo ahora la expresión para  $\mathbf{u}$  (ecuación 16) en la ecuación (15) se obtiene

$$u_{2} = \frac{(p_{2} - p_{1})}{\rho_{1}} \left[ \frac{\rho_{1}(\rho_{2} - \rho_{1})}{\rho_{2}(p_{2} - p_{1})} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{(\rho_{2} - \rho_{1})(p_{2} - p_{1})}{\rho_{2}\rho_{1}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{(\rho_{2}^{-} \rho_{1})(p_{2}^{-} p_{1})}{\rho_{2}\rho_{1}} \frac{(\rho_{2}^{-} \rho_{1})\rho_{2}}{(\rho_{2}^{-} \rho_{1})\rho_{2}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{y en términos de } \mathbf{u}$$

(ecuación 16):

$$u_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} u$$
 (17)

Esta es una expresión para la velocidad del fluido detrás del frente de onda en función de las densidades antes y después del frente de onda y de la velocidad del frente de onda. Nótese que la velocidad del fluido detrás del frente es proporcional a la velocidad del frente y al cambio de densidad que éste origina.

# II.3 Cambio de estado del agua debido al paso de un frente de choque

En forma general las ecuaciones (11), (12) y (14) · relacionan las cuatro variables  $\mathbf{p}_2$ ,  $\boldsymbol{\rho}_2$ ,  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{u}_2$ , de manera que conociendo los valores iniciales, tres de ellas siempre podrán expresarse en términos de la cuarta. La cuarta variable debe obtenerse de la ecuación de estado.

### II.3.1 Ecuación de estado calorífica

Para encontrar la curva de Hugoniot para agua, la ecuación de estado calorífica en su forma diferencial, una expresión que relacione el cambio de temperatura con las presiones y una ecuación para el cambio de entalpía, se toman como punto de partida las ecuaciones de conservación (2), (6) y (10), válidas si el sistema de coordenadas se encuentra anclado al frente de onda. Se requiere además la ecuación de estado calorífica (18) y la ecuación de estado térmica (19):

$$h = h(T, p)$$
(18)

 $\rho = \rho(\mathbf{T}, \mathbf{p}) \quad . \tag{19}$ 

Para un fluido determinado h(T,p) y  $\rho(T,p)$  deben

obtenerse de tablas o gráficas. Sustituyendo  $\rho = \frac{1}{v}$  en la ecuación (19) se tiene otra forma (volumen específico) para la ecuación de estado térmica:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{T}, \mathbf{p}) \quad . \tag{20}$$

De la ecuación (9) se tiene que para dos estados que difieren en **dv** y **dp**:

$$dh = dE + pdv + vdp .$$
 (21)

Para una transformación muy pequeña, esto es, si el flujo de calor y el trabajo son ambos muy pequeños, la variación de la energía interna es también muy pequeña y el primer principio de la termodinámica puede escribirse como (Baehr, 1991)

$$dE' = dq - pdv , \qquad (22)$$

donde **dq** y **pdv** son diferenciales inexactas y **dE** es una diferencial exacta. Aquí **dq** es el calor cedido o ganado y **-pdv** es, como ya se explicó anteriormente, el trabajo debido al cambio de volumen.

El segundo principio de la termodinámica establece que (Gerthsen, 1960) el cambio de entropía **ds** es igual al calor

absorbido dq entre la temperatura absoluta T:

El diferencial de la entalpía específica puede escribirse como:

$$dh = \frac{\partial h}{\partial T} \bigg|_{p} dT + \frac{\partial h}{\partial p} \bigg|_{T} dp , \qquad (25)$$

donde  $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{T}} \Big|_{\mathbf{p}}$  es el calor específico del fluido a presión constante ( $\mathbf{c}_{\mathbf{p}}$ ).

Para calcular  $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \Big|_{T}$ , se despeja **ds** de la ecuación (24) y se sustituye la ecuación (25), resultando

$$ds = \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial h}{\partial T} \bigg|_{p} dT + \frac{\partial h}{\partial p} \bigg|_{T} dp \right] - \frac{v}{T} dp , o bien,$$

$$ds = \frac{1}{T} \frac{\partial h}{\partial T} \bigg|_{p} dT + \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial h}{\partial p} \bigg|_{T} - v \right] dp .$$

De la ecuación (24) se puede demostrar que el primer término de la ecuación anterior es simplemente  $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{T}}\Big|_{p}$ , mientras que el segundo término es  $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{p}}\Big|_{T}$  y como

∂ <sup>2</sup> s		∂²s			
	=		,	se	tiene
∂Т∂р		∂р∂Т			

 $\frac{1}{T} \frac{\partial^2 h}{\partial T \partial p} = -\frac{1}{T^2} \left[ \frac{\partial h}{\partial p} \bigg|_T - v \right] + \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 h}{\partial p \partial T} - \frac{\partial v}{\partial T} \bigg|_p \right] , \text{ o bien,}$ 

$$\frac{1}{T} \left[ \frac{\partial h}{\partial p} \bigg|_{T} - v \right] = - \frac{\partial v}{\partial T} \bigg|_{p} ,$$

 $\frac{\partial h}{\partial p} \bigg|_{T} - v = -T \frac{\partial v}{\partial T} \bigg|_{p} \qquad \text{y entonces,}$ 

 $\frac{\partial h}{\partial p}\Big|_{T} = v(p,T) - T \frac{\partial v(p,T)}{\partial T}\Big|_{p} , \qquad (26)$ 

donde  $\frac{\partial v(p,T)}{\partial T}\Big|_{p}$  es el coeficiente de expansión térmico del fluido.

Sustituyendo  $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{T}}\Big|_{\mathbf{p}} = \mathbf{c}_{\mathbf{p}}(\mathbf{p},\mathbf{T})$  y la ecuación (26) en (25) se obtiene la ecuación de estado calorífica para un fluido cualquiera:

$$dh = c_{p}(p,T)dT + v(p,T)dp - T \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \Big|_{p} dp.$$
(27)

II.3.2 Cambio en la entalpía y en la temperatura

Para calcular el cambio en la entalpía ( $\Delta h = h_2 - h_1$ ) para un cambio de estado, supóngase que un fluido pasa de un estado  $\mathbf{p}_1, \mathbf{T}_1$  a un estado  $\mathbf{p}_2, \mathbf{T}_2$  debido al paso de una onda de choque. Sobre una gráfica de **T** contra **p** el punto de partida y el estado final están conectados por la curva de Hugoniot. Debido a que  $\Delta h$  no depende del camino de integración que se sigue, se puede usar una trayectoria sencilla, por ejemplo manteniendo **p** constante hasta llegar al punto ( $\mathbf{p}_1, \mathbf{T}_2$ ) y después manteniendo **T** constante hasta llegar al punto final ( $\mathbf{p}_2, \mathbf{T}_2$ ). Integrando (27) a lo largo de esta trayectoria se obtiene:

$$\Delta h = \int_{T_{1}}^{T_{2}} (t) dt + \int_{p_{1}}^{p_{2}} (v(p,T) dp \left|_{T=T_{2}}^{-T_{2}} \int_{p_{1}}^{p_{2}} \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}}^{-T_{2}} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}}^{-T_{2}} \left|_{p}^{-T_{2}} \right|_{p} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}}^{-T_{2}} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} \right|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} \right|_{p} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} \right|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} \right|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} \right|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \right|_{T=T_{2}^{-T_{2}}} dp \left|_{T=T_{2}^{$$

que puede reescribirse como

$$\Delta h = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ \Delta T \end{array} \int_{T_1}^{T_2} c_p(t) dt \\ T_1 \end{array} \right] (T_2 - T_1) + \left\{ \begin{array}{c} p_2 \\ v(p, T) dp \\ p_1 \end{array} \right|_{T = T_2}$$

$$-T_{2}\int_{p_{1}}^{p_{2}}\frac{\partial v(p,T)}{\partial T}\left|_{p}dp\right|_{T=T_{2}}$$

donde  $\frac{1}{\Delta T} \int_{T_1}^{T_2} c_{p_1}(t) dt$  es el calor específico medio entre  $T_1$ y  $T_2$  a la presión  $p_1$ , que se designará como  $\overline{c}_{p_1}$  y entonces,

$$\Delta h = \overline{c_{p}}_{1} (T_{2} - T_{1}) + \int_{p_{1}}^{p_{2}} v(p,T) dp \begin{vmatrix} -T_{2} \\ T=T_{2} \end{vmatrix}_{p_{1}}^{p_{2}} \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \end{vmatrix}_{p} dp \begin{vmatrix} dp \\ T=T_{2} \end{vmatrix}_{p}^{(28)}$$

La ecuación (28) representa el cambio en la entalpía que sufre un fluido debido al paso de una onda de choque.

Con el fin de encontrar una expresión de la temperatura final  $\mathbf{T}_2$  para un cambio de presión dado, se obtendrá ahora otra ecuación para  $\Delta \mathbf{h}$ . Igualando esta nueva ecuación con la (28) es posible despejar  $\Delta \mathbf{T}=\mathbf{T}_2-\mathbf{T}_1$ . Para lograrlo se despejan las velocidades  $\mathbf{u}_1$  y  $\mathbf{u}_2$  de las ecuaciones (2), (6) y (10). Despejando  $\mathbf{u}_1$  de (2) y sustituyendo en (6):

$$p_1 + \frac{\rho_2^2 u_2^2}{\rho_1} = p_2 + \rho_2 u_2^2$$
, de donde,

$$u_{2}^{2} = \frac{(p_{1} - p_{2})\rho_{1}}{\rho_{2}\rho_{1} - \rho_{2}^{2}} \qquad (29)$$

(Esta ecuación no debe compararse directamente con la expresión que se obtuvo anteriormente para  $\mathbf{u}_{2'}^2$ , ya que se usaron sistemas de referencia diferentes. En este caso se consideró un sistema de coordenadas anclado al frente de onda, o sea,  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ).

Despejando  $\mathbf{u}_2$  de (2) y sustituyendo en (6):

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \frac{\rho_1^2 u_1^2}{\rho_2}$$
, de donde,

$$u_{1}^{2} = \frac{(p_{1} - p_{2})\rho_{2}}{\rho_{1}^{2} - \rho_{1}\rho_{2}}$$
(30)

De la ecuación (10) se tiene que  $\Delta h = 1/2 (u_1^2 - u_2^2) y$ sustituyendo los valores de las ecuaciones (29) y (30):

$$\Delta h = \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1^2 - \rho_1 \rho_2} - \frac{\rho_1}{\rho_1 \rho_2 - \rho_2^2} \right] \quad o \text{ bien},$$

$$\Delta h = \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1 \rho_2 - \rho_1^2} - \frac{\rho_1}{\rho_2^2 - \rho_1 \rho_2} \right] \qquad \text{y sacando el común}$$

denominador:

$$\Delta h = \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \left[ \frac{\rho_2^2 + \rho_1^2}{\rho_1 \rho_2 (\rho_2 - \rho_1)} \right] = \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \left[ \frac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \left[ \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right] , \text{ o sea},$$

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{2} \left( v_1 + v_2 \right) \quad . \tag{31}$$

Igualando ahora las ecuaciones (28) y (31) y despejando  $\Delta T$  resulta:

$$T_{2} - T_{1} = \frac{1}{\overline{C}_{p_{1}}} \left[ \frac{\Delta p}{2} (v_{1} + v_{2}) - \int_{p_{1}}^{p_{2}} v(p,T) dp \right|_{T=T_{2}}$$

+ 
$$T_2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \left|_{p} \right|_{T=T_2}$$
 (32)

La ecuación (32) da información sobre la temperatura final  $\mathbf{T}_2$  que adquiere un fluido debido al paso de una onda de choque que produce un cambio de presión  $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$ . Los valores de  $\overline{\mathbf{c}}_{\mathbf{p}_1}$ ,  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(\mathbf{p}_1, \mathbf{T}_1)$  y  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}(\mathbf{p}_2, \mathbf{T}_2)$  pueden obtenerse de tablas.

Una vez que se ha determinado la temperatura final, puede calcularse el cambio de la entalpía usando la ecuación (28) y con ayuda de las ecuaciones (2), (6) y (10) es posible calcular las demás incógnitas, esto es,  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$  y  $\boldsymbol{\rho}_2$ .

Para resolver las integrales de la ecuación (28) y calcular el cambio de la entalpía en un fluido (agua) es conveniente recurrir, por ejemplo, a la ecuación de estado modificada de Tait (Richardson *et al.*, 1947), que es una ecuación empírica que da una excelente representación para agua hasta presiones de 25 kbar:

$$v(p,T) = v(0,T) \left[ 1 + \frac{p}{B(T)} \right]^{-\frac{1}{n}},$$
 (33)

donde v(0,T) es el volumen específico a presión cero (para este caso puede usarse también el valor a presión atmosférica, ya que prácticamente es el mismo), **n** es un índice de magnitud adiabático y **B(T)** es una función empírica que se obtuvo de los datos de Ipatov y Gibson (Ipatov, 1934; Gibson y Loeffler, 1941):

$$B(T) = \left[ 2996 + 7.285 (T - 25) - 0.179 (T - 25)^{2} + 6.13 \cdot 10^{-4} (T - 25)^{3} \right] bar,$$
(34)

donde **T** está en grados centígrados. Para agua **B(T)** no difiere en más de un 3% del valor 3036 bars en el intervalo de 20 a 80 °C. Por otro lado, el valor de **n** para el intervalo de 0 a 25 kbars y 20 a 60°C no difiere en más de 4% del valor 7.15 (Richardson *et al.*, 1947). Para agua a temperatura ambiente de 20°C se obtiene B = 2955 bars. Para las presiones usadas en este trabajo se puede tomar n = 7.44 (Kohlrausch, 1968).

Considerando ahora la primera integral de la ecuación (28) se sustituye la ecuación de estado (33) y entonces:

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} v(p,T) dp \left| = \int_{p_{1}}^{p_{2}} v(0,T) \left[ 1 + \frac{p}{B(T)} \right]^{\frac{1}{n}} dp \right|_{T=T_{2}}$$

$$= v(0,T) \int_{p_{1}}^{p_{2}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right]^{\frac{1}{n}} dp \bigg|_{T=T_{2}}$$

Haciendo el cambio de variable u = 1 + p/B(T) se tiene dp = B(T)du y

$$v(0,T) \int_{p_{1}}^{p_{2}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right]^{-\frac{1}{n}} dp \left| = v(0,T)B(T) \int_{u_{1}}^{u_{2}} -\frac{1}{n} du \right|_{T=T_{2}}$$

$$= v(0, T_2) B(T_2) \frac{n}{n-1} \frac{u^{n-1}}{n} \Big]_{p_1}^{p_2}$$

$$v(0,T_2)B(T_2) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T_2)}\right]_{p_1}^{p_2}$$

Para el caso de ondas de choque en agua  ${\boldsymbol{p}}_{1}{}^{\boldsymbol{\ast}}$   ${\boldsymbol{B}}$  y entonces

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} v(p,T) dp \bigg|_{T=T_{2}}^{= v(0,T_{2})B(T_{2})} \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p_{2}}{B(T_{2})}\right]^{n}$$
  
=  $v(0,T_{2})B(T_{2}) \frac{n}{n-1}$ 

y finalmente

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} v(p,T) dp \bigg|_{T=T_{2}} = v(0,T_{2}) B(T_{2}) \frac{n}{n-1} \bigg\{ \bigg[ 1 + \frac{p_{2}}{B(T_{2})} \bigg]^{\frac{n-1}{n}} - 1 \bigg\} .$$
(35)

Para calcular la segunda integral de la ecuación (28) se calcula primeramente  $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{T}}\Big|_{\mathbf{p}}$ . Sustituyendo la ecuación (33):

$$\frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{p},\mathbf{T})}{\partial \mathbf{T}} \bigg|_{\mathbf{p}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{T}} \left\{ \mathbf{v}(\mathbf{0},\mathbf{T}) \left[ \mathbf{1} + \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{B}(\mathbf{T})} \right]^{-\frac{1}{n}} \right\} \bigg|_{\mathbf{p}}$$

$$= \frac{\partial \mathbf{v}(0,T)}{\partial T} \bigg|_{p} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right]^{-\frac{1}{n}} + \mathbf{v}(0,T)(-\frac{1}{n})$$

$$\left[1 + \frac{p}{B(T)}\right]^{-\frac{1}{n}-1} \left(-\frac{p}{B(T)^{2}}\right)\frac{\partial B(T)}{\partial T},$$

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \left| dp \right|_{T=T_{2}} \int_{p_{1}}^{p_{2}} \left\{ \frac{\partial v(0,T)}{\partial T} \right|_{p} \left[ 1 + \frac{p}{B(T)} \right]^{-\frac{1}{n}}$$

$$+ \frac{v(0,T)}{nB(T)^{2}} \frac{\frac{\partial B(T)}{\partial T}}{\left[1 + \frac{p}{B(T)}\right]} p dp \Big|_{T=T_{2}}$$

$$= \frac{\partial v(0,T)}{\partial T} \left| \int_{p}^{p_2} \left[ 1 + \frac{p}{B(T)} \right]^{-\frac{1}{n}} dp \right|_{T=T_2}$$

+ 
$$\frac{\mathbf{v}(0,T)}{\mathbf{nB}(T)^2} \int_{p_1}^{p_2} \left[ 1 + \frac{p}{\mathbf{B}(T)} \right]^{-\frac{n+1}{n}} dp \Big|_{T=T_2}$$

La segunda de estas dos integrales nuevas puede resolverse por partes haciendo  $\mathbf{u} = \mathbf{p}$  y  $\mathbf{dv} = \left[1 + \frac{\mathbf{p}}{B}\right]^{-\frac{\mathbf{n}+1}{n}} \mathbf{dp}$ , con lo cual  $\mathbf{du} = \mathbf{dp}$  y

$$v = \int \begin{bmatrix} 1 & p \\ - & \frac{n+1}{n} \end{bmatrix} dp = B \int w^{-\frac{n+1}{n}} dw = -nBw^{-\frac{1}{n}} =$$

$$- nB \left[ 1 + \frac{p}{B} \right] ,$$

1

donde se usó el cambio de variable w = 1 + p/B. Con estos cambios resulta

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] dp \bigg|_{T=T_{2}}^{-\frac{n+1}{n}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \bigg|_{T=T_{2}}^{-\frac{1}{n}}$$

+ nB(T) 
$$\int_{p_1}^{p_2} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] dp \bigg|_{T=T_2}$$

, donde, como ya se calculó

anteriormente,

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] dp = B(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \int_{p_{1}}^{p_{2}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] dp = B(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \int_{p_{1}}^{p_{2}} p_{1} dp = D(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \int_{p_{1}}^{p_{2}} p_{1} dp = D(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \int_{p_{1}}^{p_{2}} p_{1} dp = D(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \int_{p_{1}}^{p_{2}} p_{1} dp = D(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \int_{p_{1}}^{p_{2}} p_{1} dp = D(T) \frac{n}{n-1} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \frac{p}{p_{1}}$$

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] dp \bigg|_{T=T_{2}}^{-\frac{n+1}{n}} \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \bigg|_{T=T_{2}}^{-\frac{1}{n}}$$

$$+ \frac{n^{2}B(T)^{2}}{n-1} \begin{bmatrix} 1 + \frac{p}{B} \end{bmatrix} \Big|_{T=T_{2}}$$

Finalmente resulta:

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \left| dp \right|_{T=T_{2}} = \frac{\partial v(0,T)}{\partial T} \left| \frac{nB(T)}{n-1} \left[ 1 + \frac{p}{B(T)} \right] \right|_{p_{1}} = \frac{1}{p_{2}} \left| T=T_{2} \right|_{p_{1}}$$

$$+ \frac{v(0,T)}{nB(T)^{2}} \frac{\frac{\partial B(T)}{\partial T}}{\left[-pnB(T)\left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] + \right]}$$

$$\frac{n^{2}B(T)^{2}}{n-1} \begin{bmatrix} 1 + \frac{p}{B(T)} \end{bmatrix}_{p_{1}}^{p_{2}}$$

$$= \left[ \begin{array}{c|c} \frac{\partial v(0,T)}{\partial T} \\ \hline \\ \frac{\partial T}{\partial T} \end{array} \right|_{p}^{+} \begin{array}{c} \frac{\partial B(T)}{\partial T} \\ \\ nB(T)^{2} \end{array} nB(T) \right]$$



 $-\frac{v(0,T)}{nB(T)^{2}} \frac{\partial B(T)}{\partial T} pnB(T) \left[1 + \frac{p}{B(T)}\right] \left[ \begin{array}{c} -\frac{1}{n} \\ B(T) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} p \\ T = T_{2} \end{array} \right] y \text{ simplificando:}$ 



$$\left\{ \frac{nB(T_2)}{n-1} \left( \frac{\partial v(0,T_2)}{\partial T} \right|_{p} + \frac{v(0,T_2)}{B(T_2)} \frac{\partial B(T_2)}{\partial T} \right) \left[ 1 + \frac{p}{B(T_2)} \right] \right\}$$



donde  $\frac{\partial v(0,T_2)}{\partial T}$  es el coeficiente de expansión térmica a presión atmosférica y temperatura  $T_2$ .

Evaluando y tomando en cuenta otra vez que  $\mathbf{p}_1^{\,\,\mathrm{sc}} \otimes \mathbf{B}$  se obtiene

$$\int_{p_{1}}^{p_{2}} \frac{\partial v(p,T)}{\partial T} \left|_{p} dp \right|_{T=T_{2}}$$

$$\frac{nB(T_2)}{n-1} \left( \frac{\partial v(0,T_2)}{\partial T} \middle|_{p} + \frac{v(0,T_2)}{B(T_2)} \frac{\partial B(T_2)}{\partial T} \right) \left\{ \left[ 1 + \frac{p_2}{B(T_2)} \right] - 1 \right\}$$

$$-\frac{\mathbf{v}(0,\mathbf{T}_{2})}{\mathbf{B}(\mathbf{T}_{2})}\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{T}_{2})}{\partial \mathbf{T}}\mathbf{p}_{2}\left[1+\frac{\mathbf{p}_{2}}{\mathbf{B}(\mathbf{T}_{2})}\right].$$
(36)

De la ecuación (34) se tiene además que

$$\frac{\partial B}{\partial T} = \left[7.285 - 0.358(T-25) + 1.839 \cdot 10^{-3}(T-25)^2\right] \frac{bar}{K}.$$
 (37)

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones (35) y (36) en (28) se obtiene el cambio de la entalpía para el agua:

$$\Delta h = \overline{c}_{p_{1}}(T_{2} - T_{1}) + v(0, T_{2}) B(T_{2}) \frac{n}{n-1} \left\{ \begin{bmatrix} 1 + \frac{p_{2}}{B(T_{2})} \end{bmatrix}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right\}$$

$$= \frac{T_2 nB(T_2)}{n-1} \left( \frac{\partial v(0,T_2)}{\partial T} \right|_p + \frac{v(0,T_2)}{B(T_2)} \frac{\partial B(T_2)}{\partial T} \right)$$

$$\left\{ \left[ 1 + \frac{p_2}{B(T_2)} \right]_n^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right\}$$

$$+ \frac{T_2 v(0,T_2)}{B(T_2)} \frac{\partial B(T_2)}{\partial T} p_2 \left[ 1 + \frac{p_2}{B(T_2)} \right]_n^{-\frac{1}{n}}$$
(38)

Para calcular  $\Delta h$  por medio de la ecuación (38) debe conocerse la temperatura final  $T_2$ , que puede encontrarse con la ecuación (32) en forma iterativa para diferentes cambios de presión. Con esta información se puede obtener la curva de Hugoniot correspondiente. Es importante recordar que esta curva *no* representa la variación de la temperatura y la presión durante el paso de la onda de choque. Simplemente es una relación entre presiones finales con temperaturas finales para una condición inicial determinada.

#### II.4 El número de Mach

Finalmente se definirá el número de Mach, debido a que es una cantidad común y útil en el estudio de las ondas de

choque:

$$M = -\frac{u}{C}$$
 (39)

Como puede verse, es simplemente una relación entre la velocidad de propagación de la onda  $(\mathbf{u})$  y la velocidad del sonido en el fluido delante de la onda de choque  $(\mathbf{c})$ . Sustituyendo la ecuación (16) en (39) se obtiene el número de Mach en función del cambio de presión y de las densidades del fluido delante y detrás de la perturbación:

$$M = \frac{1}{c} \left[ \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (40)

Un número de Mach grande implica un cambio de presión grande, sin embargo para el caso de ondas de choque en agua el número de Mach no varía mucho al aumentar la presión. Esto se debe a que el agua tiene una compresibilidad pequeña. Debido a esto, la propagación, la reflexión y la concentración de las ondas de choque en agua pueden tratarse con muy buena aproximación (para las presiones usadas aquí) con las leyes de la acústica lineal.

# III INTERACCION DE ONDAS DE CHOQUE DEBILES EN AGUA CON OBJETOS FRAGILES

Si un frente de choque incide sobre un obstáculo o una región inhomogénea puede ser difractado y reflejado parcial o totalmente. Una interacción de este tipo puede originar que una parte del frente de choque adopte una forma cóncava en dirección de la propagación. Si, como se verá más tarde, en puntos vecinos de ese frente cóncavo se trazan rayos perpendiculares a él, éstos se intersectarían sobre una superficie denominada cáustica. (En esta tesis un rayo es una línea imaginaria en el espacio, que corresponde a la dirección del flujo de la energía radiante y más que una entidad física es un instrumento matemático). En el caso de que estas intersecciones coincidan en un punto, se tiene un foco en lugar de una cáustica, lo cual indica que el frente de choque o parte de él converge hacia un punto común, pudiendo causar daños a un objeto colocado en él. A diferencia de lo que sucede en medicina, éstos efectos generalmente no son deseados y deben considerarse por ejemplo en el diseño de aviones supersónicos y maquinaria que opera a altas velocidades. En este capítulo se analizará la interacción de las ondas de choque con objetos (cálculos renales y modelos de cálculos renales) cuya resistencia a la compresión es mucho mayor (del orden de diez veces) que su resistencia a la tracción. Se tratarán objetos sumergidos en agua, orina o dentro de algún

material o sustancia con impedancia acústica similar a la del agua, como por ejemplo el tejido biológico.

III.1 Impedancia acústica

Por definición, la impedancia acústica es el producto de densidad del medio en cuestión y la velocidad la de propagación de una onda acústica en él. La velocidad de una onda acústica es prácticamente independiente de la frecuencia (no hay dispersión) para un amplio intervalo de frecuencias (hasta más de 100 MHz), sin embargo, depende de la temperatura y de la presión porque la densidad depende de estos factores. Su magnitud aumenta al aumentar la presión. De esta manera la impedancia acústica depende de las características del medio y de la onda de choque que lo atraviesa. Este es el motivo por el cual frecuentemente se usa la impedancia acústica en lugar de la densidad o de la velocidad de propagación. Además, como se verá, el producto de la densidad por la velocidad de propagación aparece con frecuencia en las ecuaciones que describen la propagación de estas ondas. En el caso de las ondas de choque en aqua tratadas aquí, la velocidad de propagación **u** es función del módulo de "bulk" KV del coeficiente de Poisson  $\nu$  (Rinehart, 1960):

 $u = [3K(1 - \nu) / \rho(1 + \nu)]^{1/2}.$ (41)

Por definición K es el coeficiente de proporcionalidad entre el cambio de presión y el cambio de volumen (debido precisamente al cambio de presión) por unidad de volumen:

$$K = - \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$$

Debido a que **K** varía con **p** (o  $\sigma$ ) se deduce, ver ecuación (41), que **u** varía con **p** (o  $\sigma$ ). Generalmente (como en el caso del agua) **K** aumenta al aumentar **p**. Esto es característico de todos aquellos medios que al comprimirlos se vuelven más difíciles de comprimir. En estos medios las regiones de la onda que están a una mayor presión viajan a una velocidad mayor que las de baja presión originándose ondas con frentes pronunciados. Entre mayor sea el coeficiente de compresibilidad isotérmico  $\kappa$ , menor será el cambio de volumen y mayor será la presión generada para una energía de choque dada:

$$\kappa_{\rm T} = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}\Big|_{\rm T}$$
 (V = volumen).

Obviamente el coeficiente de compresibilidad isotérmico de agua es mucho menor que el del aire.

El módulo de Poisson se define como:

 $\nu = (\Delta d / d) / (\Delta l / l) ,$ 

donde l es la longitud de un elemento de masa de ancho d que se comprime o expande a causa de una fuerza paralela a l.  $\Delta d$  y  $\Delta l$  son las variaciones en la dirección perpendicular y paralela a la fuerza aplicada respectivamente.

## III.2 Desintegración de objetos frágiles con ondas de choque débiles en agua

Durante los setentas y los ochentas aumentó el interés en la interacción de las ondas de choque débiles en agua con la materia debido a la introducción de la litotripsia extracorporal.

En teoría, para fracturar un cálculo con un método no invasivo no es indispensable generar una onda de choque. El único requisito es disponer de suficiente energía acústica. Hoy en día la onda de choque concentrada es la única posibilidad para alcanzar las presiones requeridas. Como se vió, para una energía dada el aumento en presión es mayor si el cambio de volumen del fluido es menor, o sea si su compresibilidad es menor. La aplicación de las ondas de choque a la destrucción de cálculos renales o biliares está basada en el hecho de que los cálculos, a diferencia de los tejidos, generalmente son estructuras frágiles, esto es, su resistencia la tracción es mucho menor que su resistencia a la а compresión (Murata et al., 1977). Cuando una onda de choque generada en agua penetra un objeto cuya impedancia acústica es mayor a la del agua (la impedancia acústica de un cálculo renal es un orden de magnitud mayor a la del agua o del tejido) es parcialmente reflejada. Como se verá, la parte que penetra continúa propagándose como una onda de compresión. Al llegar a la interfase posterior del objeto la onda nuevamente es reflejada, transformándose en una onda de rarefacción.

Existen principalmente tres efectos involucrados en la interacción de las ondas de choque con un cálculo cuya impedancia acústica difiere de la del medio de propagación (agua, orina o tejido): efecto Hopkinson, cavitación y compresión pura (Goldman y Gierke, 1961, vol. 3).

### III.2.1 Efecto Hopkinson

El efecto Hopkinson es la fractura y el desprendimiento ("spalling") de material que ocurre cerca de una superficie libre, relativamente alejada del lugar de entrada de la onda de choque. Como se verá, esta fractura es causada por ondas de rarefacción originadas por reflexiones de la onda incidente en la interfase objeto - agua, orina o tejido. La máxima tensión por tracción que puede transmitirse por agua (orina) no desgasificada es de aproximadamente un bar. Para tracciones mayores (esto es, presiones más bajas) aparecen efectos de *pseudocavitación*. Una tracción de un bar por lo general no es suficiente para fracturar un cálculo renal. A pesar de ésto, se ha logrado su destrucción, gracias al efecto Hopkinson y al

hecho de que una onda de compresión muy intensa sí puede ser transmitida por el líquido, transformándose por reflexión en una rarefacción intensa *dentro* del cálculo. Esta onda de rarefacción destruye la sección posterior del cálculo varios milisegundos después del paso de la onda de choque original. Así se logran romper estos materiales usando aproximadamente un décimo de la amplitud de presión que se necesitaría para lograr el mismo efecto con una compresión pura.

#### III.2.2 Compresión

Como ya se mencionó, el efecto Hopkinson no es el único mecanismo relacionado con la destrucción del objeto. Una evidencia es el hecho de que la parte anterior de la concreción siempre es destruida por compresión antes que cualquier otra, sin embargo esta destrucción está también asociada a daños por cavitación.

### III.2.3 Cavitación

El término cavitación acústica se usa para cualquier fenómeno que involucre la formación y/o estimulación de una o varias burbujas por medio de un campo acústico. Se distingue entre dos tipos de cavitación: pseudocavitación y cavitación real. La pseudocavitación es la formación de burbujas a partir de los gases disueltos en el líquido. El término cavitación

real se refiere al desgarramiento de los enlaces moleculares del fluido. La presión negativa (aquí se usa el término "presión negativa" para denominar a la presión cuyo valor es inferior a la presión antes de que pase la onda de choque) o rarefacción que le sigue a una onda de choque puede producir ambos tipos de cavitación. De hecho, cualquier pulso de presión negativa con suficiente amplitud puede generar cavitación. La cavitación se produce como resultado de la incapacidad de los líquidos de soportar presiones negativas muy grandes y cuando sucede, resulta una gran concentración de energía acústica en un volumen muy pequeño. El umbral para la cavitación real depende de la duración del pulso, del perfil de la onda y de su amplitud. Para un pulso de un microsegundo este umbral es de aproximadamente 20 bars para aqua potable. Al aumentar la duración del pulso, el umbral disminuye. Cuando un líquido se encuentra bajo esfuerzos de tracción, es posible que las burbujas microscópicas dentro de él aumenten su tamaño. Bajo estas circunstancias el líquido hierve a pesar de estar frío. Las cavidades con qas crecen hasta alcanzar un volumen máximo y cuando la presión regresa a su valor normal, la energía potencial adquirida durante el crecimiento se transforma en energía cinética de colapso. Las cavidades se colapsan hasta llegar a dimensiones aún más pequeñas que las originales (algunas micras). A pesar de que la energía total de cavitación para una cavidad es pequeña, debe considerarse que está concentrada en un volumen sumamente pequeño,

originando una densidad de energía muy elevada con un gran poder de destrucción. La cavitación juega un papel sumamente importante en la fractura de un cálculo (Delius et al., 1988). Aquí los parámetros cruciales son la amplitud y la duración del pulso de rarefacción que aparece después de la compresión. Como ya se mencionó, la cavitación se crea cuando una onda de rarefacción supera la tensión por tracción máxima de un fluido. En agua (orina) se crean burbujas y en sólidos se crean esfuerzos muy grandes. Generalmente la cavitación no destruye objetos directamente. Más bien causa pequeñas fisuras y huecos en la superficie de éstos. Existen evidencias experimentales (Crum, 1988) de que el daño no únicamente es originado por ondas de choque secundarias creadas por el colapso de las burbujas, sino por chorros microscópicos de líquido que se forman debido al colapso asimétrico de estas cavidades. El daño consiste en una deformación inicial debida al impacto, seguida de un desgarramiento producido por el flujo de líquido a través de la superficie. El daño que generan estos pequeñísimos chorros es proporcional a la densidad del líquido, a la velocidad de la onda de compresión en el líquido y a la velocidad del "jet" (Bowden y Brunton, 1961). La velocidad de los chorros en agua, cuyo diámetro va desde 10 hasta 100  $\mu$ m, es del orden de 150 m/seg (Plesset y Chapman, 1971). Se ha reportado que la cavitación puede formarse también dentro del tejido biológico (en vivo e in vitro), causando lesiones irreversibles (Frizell et al., 1983;

Delius et al., 1988). El hecho de que hoy en día únicamente entre el 20 y el 25% de todos los pacientes con cálculos biliares son tratados exitosamente (para cálculos renales se tiene éxito en el 90% de los casos) se debe en gran parte a que los cálculos biliares se encuentran inmersos en un fluido mucho más viscoso que los renales. En un fluido viscoso la formación de burbujas por cavitación para una misma presión es menor. Además, los cálculos renales, a diferencia de los biliares, frecuentemente se agrietan con las primeras ondas de choque. Al penetrar orina a estas grietas se produce cavitación dentro de ellas, acelerando con ello el proceso de destrucción. La gran importancia de la cavitación en la destrucción de cálculos con ondas de choque débiles fue demostrada recientemente por Sass y colaboradores (1992) usando técnicas fotográficas de alta velocidad.

Para comprobar experimentalmente que la cavitación efectivamente es responsable en gran parte del rompimiento de una concreción inmersa en agua, se puede aumentar la presión hidrostática o la viscocidad. Si el mecanismo de fractura no es alterado después de estos cambios, entonces la cavitación no es responsable. Se ha reportado (Delius *et al.*, 1988) que con un incremento de 100 bars en la presión hidrostática las concreciones ya no sufren daños. Experimentos *in vitro* y tratamientos de litotripsia extracorporal en vivo con perros en el MEXILIT I demostraron que resulta mucho más fácil fragmentar un cálculo si éste posee una cámara de expansión
llena con líquido, dentro de la cual el cálculo se puede mover libremente y en la cual se puede producir cavitación. Por este motivo, antes de un tratamiento de litotripsia vesical en perros se ha optado por llenar la vejiga del animal con una solución salina (López Machuca, 1994). La finalidad de estos tratamientos veterinarios en el Laboratorio de Ondas de Choque Débiles del IFUNAM es resolver dudas y ensayar nuevas técnicas para mejorar los tratamientos de litotripsia en humanos.

## III.3 Características de una onda de choque óptima para litotripsia extracorporal

Se ha demostrado (Loske Mehling, 1990) que la onda reflejada en el elipsoide es la principal responsable de la fractura del objeto. La contribución de la onda directa, que viaja de los electrodes al punto focal  $\mathbf{F}_2$ , es mínima.

Otro fenómeno que frecuentemente se observa es que los fragmentos del objeto, desprendidos de la parte anterior durante las primeras descargas, amortiguan a las ondas subsecuentes, protegiendo al cálculo remanente.

En base a lo expuesto anteriormente, puede decirse que para destruir concreciones dentro de un tejido biológico en vivo (litotripsia extracorporal) se requiere de una onda de choque, en la cual:

 a) la amplitud de la onda de preferencia sea mayor que la resistencia a la compresión del cálculo,  b) para evitar daños al paciente la amplitud de la onda sea inferior al nivel de tolerancia del tejido,

c) la duración del pulso sea muy corta (no mayor a un microsegundo) y de preferencia inferior al tiempo de paso a través del objeto, para evitar superposiciones indeseadas de las ondas incidente y reflejada en la cara posterior del cálculo y

d) la componente de rarefacción de la onda no sea
 exageradamente grande, ya que podría producir cavitación, y
 con ello, daño dentro del tejido.

En la transmisión de una onda acústica a través de un tejido biológico, la parte de alta frecuencia de la onda se atenúa más que la de baja frecuencia. De hecho la constante de atenuación es proporcional al cuadrado de la frecuencia. Esta es la razón por la cual la profundidad de penetración de una onda de choque, en la que predominan las frecuencias bajas (el espectro va de aproximadamente 200 kHz a 50 MHz), es mayor que la del ultrasonido usado en medicina, que, según el equipo, tiene una frecuencia fija de aproximadamente 5 a 20 MHz. Las exposiciones de larga duración con ultrasonido originan degradación térmica en los tejidos biológicos por la gran absorción, lo que no ocurre con las ondas de choque, ya que la absorción de energía (calor) en el tejido aumenta con la frecuencia. A pesar de que las bajas frecuencias poseen una mayor capacidad de penetración, no son deseables por sus efectos traumáticos. Para estas frecuencias, la amplitud de

oscilación de las partículas es varios órdenes de magnitud mayor para una misma intensidad, ocasionando dolor. En base a la experiencia, se considera que frecuencias mayores a los 200 kHz son terapéuticas, las frecuencias menores a 20 kHz producen daño considerable al tejido y las frecuencias entre 20 y 200 kHz no se usan para este tipo de aplicaciones (Häusler, 1989). El trauma originado por las componentes de baja frecuencia se debe a que la amplitud de desplazamiento de las partículas es muy grande. Así por ejemplo, una onda de 5 bar y 1 MHz produce desplazamientos con una amplitud de aproximadamente una diezmillonésima de milímetro, en cambio una onda de 1 kHz con la misma presión produce desplazamientos mil veces más grandes, causando dolor y trauma.

La interacción de las ondas de choque con la columna vertebral y la pelvis en vivo se cuestionó mucho por el peligro que ésto podría representar para el paciente tratado con un litotriptor. Afortunadamente estas estructuras óseas no son frágiles en comparación con la mayoría de los cálculos renales y han mostrado una gran resistencia a las ondas usadas en litotripsia.

## III.4.1 Reflexión de un pulso de compresión en una superficie libre

En el modelo que se describirá a continuación se supondrá que el tiempo de ascenso de la onda de choque es sumamente corto (despreciable) en comparación con la duración del pulso y que su perfil es de tipo exponencial. En realidad el tiempo de ascenso de una onda del tipo estudiado aquí es de aproximadamente 20 nseg, muy corto comparado con su duración, que es del orden de 50 veces este valor. Por otro lado, el comportamiento no es exactamente exponencial sino que posee una parte de rarefacción que aparece después del pulso de seleccionó compresión. Se un perfil exponencial por simplicidad y debido a que se aproxima a la situación real.

Cuando una onda acústica pasa por una interfase entre dos medios con propiedades físicas diferentes cambia su amplitud y su fase. Parte de la onda penetra a través de la interfase y se propaga por el nuevo medio con una velocidad y una dirección diferente. La onda transmitida tiene una amplitud y una fase diferente a la onda incidente. Para simplificar el modelo se supondrá que el pulso se aproxima a una superficie libre (esto es, una interfase ideal entre un medio y el vacío), que el material es perfectamente elástico y homogéneo y que las fracturas se forman instantáneamente. Se supondrá además que la onda no es atenuada, lo cual es válido únicamente en las cercanías de la superficie que se estudia.

Estas suposiciones obviamente son idealizaciones que no se encuentran en la naturaleza, sin embargo, las conclusiones finales a las que se llegará con este modelo simplificado son válidas y concuerdan con los experimentos.

En realidad los materiales no son perfectamente elásticos y la fricción interna, las discontinuidades y la porosidad causan atenuación y disipación de las ondas. Debido a la viscocidad del fluido parte de la energía cinética del frente de choque se consume. Como ya se mencionó, a través de la onda de choque hay un aumento (pequeño) en la entropía que indica que hay disipación de energía mecánica y que se está llevando a cabo una conversión irreversible de energía mecánica en calor en el frente de onda causando atenuación. El máximo cambio en la entropía ocurre en el frente de onda. Por otro lado, debe recordarse que en el caso de una onda esférica como la que se origina por la descarga eléctrica entre electrodos, amplitud es inversamente proporcional a la distancia la recorrida desde la fuente que la originó. Esta atenuación es una consecuencia directa de la conservación de la energía.

Cuando a un material se le aplica un esfuerzo intenso y duración las deformaciones de corta no se transmiten todas las del objeto. Las inmediatamente а partes deformaciones y los esfuerzos se propagan a través del material a velocidades finitas. Un esfuerzo intenso y de corta

duración como el mencionado puede producirse por ejemplo con la detonación de un explosivo o el impacto de un proyectil de alta velocidad. Independientemente del método de generación los esfuerzos creados son idénticos. En general habrá dos tipos de esfuerzos: uno longitudinal (onda o pulso longitudinal) y otro cortante (onda o pulso transversal). En el pulso longitudinal el movimiento de las partículas es paralelo a la dirección de propagación del pulso y el esfuerzo es de dilatación pura, en cambio en el pulso transversal o cortante el movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección de propagación. Deben tomarse en cuenta dos velocidades diferentes: la velocidad de propagación u y la velocidad de partícula V, que se define como la velocidad con la cual se mueve un punto (partícula) del medio al paso de la perturbación. Si F, es la fuerza longitudinal que actúa sobre un elemento de masa dm durante un tiempo dt y si V, es la velocidad que adquiere este elemento de masa debido a la fuerza  $\mathbf{F}_{_1}$ , entonces por la segunda ley de Newton se tiene que

$$F_1 = \frac{d(mV_1)}{dt}$$

Por definición, el esfuerzo longitudinal  $\sigma$  es igual a la fuerza londitudinal por unidad de área:  $\sigma = F_1 / A$ . Para el elemento de masa se tiene que **dm** =  $\rho$ Ads, donde Ads es el volumen del elemento de sección transversal **A** correspondiente y  $\rho$  es la densidad del material, de modo que  $\sigma A = \rho A(ds/dt) V_1$  o sea,  $\sigma = \rho(ds/dt)V_1$ , pero  $ds/dt = u_1$  es la velocidad de propagación y resulta que

$$\sigma = \rho u_1 V_1 \qquad (esfuerzo longitudinal) \qquad (42)$$

y análogamente para el caso transversal:

$$\tau = \rho \, u_t \, V_t \qquad (\text{esfuerzo cortante}) \,. \tag{43}$$

Las velocidades de propagación  $\mathbf{u}_1$  y  $\mathbf{u}_t$  dependen únicamente de las constantes elásticas y de la densidad del material. Se ha visto que en el caso de un explosivo o de una intensa descarga eléctrica en agua, la perturbación generada tiene un perfil del tipo mostrado en la figura 3. En  $\mathbf{t} = \mathbf{0}$  la presión aumenta súbitamente de  $\mathbf{p}_0$  a  $\mathbf{p}_0 + \Delta \mathbf{p}$  (en realidad esto sucede en un tiempo del orden de 20 nanosegundos). Posteriormente decae rápidamente ( $\mathbf{T}$  es del orden de un microsegundo) en forma exponencial originando por ello una zona de presión inferior a  $\mathbf{p}_0$ . Finalmente la presión se estabiliza nuevamente en  $\mathbf{p}_0$ . El perfil descrito puede aproximarse con la ecuación modificada de Friedland (Baker, 1973):

$$p(t) = p_{a} + \Delta p (1 - t/T) e^{-kut} \qquad (t \ge 0)$$
(44)

donde  ${f T}$  es el tiempo que requiere la presión en regresar al



Figura 3. Señal típica obtenida por el transductor de presión, en la que puede observarse una onda de choque con sus respectivos picos de compresión y de rarefacción.

valor de equilibrio  $\mathbf{p}_0$ ,  $\mathbf{k}$  es una constante relacionada con la forma del perfil exponencial y  $\mathbf{u}$  es la velocidad de propagación del frente (ver figura 3).

El esfuerzo longitudinal inducido por el frente de choque descrito tiene el mismo comportamiento. Por simplicidad y debido a que en los casos tratados la parte de rarefacción (p(t) < p<sub>o</sub>) es pequeña y a que las conclusiones a las que se llega con ambos modelos son las mismas, se supone un pulso exponencial  $\sigma(t) = \sigma_0 e^{-kut}$ , donde k se considera constante, incide perpendicularmente sobre una superficie libre. Ya que el movimiento de las partículas de la onda transversal es perpendicular a la dirección de propagación, esto es, paralelo a la superficie libre, no se crean esfuerzos perpendiculares a la superficie. Por ello una onda transversal que incide normalmente sobre una superficie libre se refleja como onda transversal. En el caso de la onda longitudinal la situación es diferente. Debido a que el esfuerzo normal a la superficie libre (interfase) debe ser cero en la superficie, el pulso reflejado es opuesto al incidente, esto es, una compresión se reflejará como rarefacción y viceversa. En el caso de un pulso exponencial (y de una onda de choque) los esfuerzos incidente y reflejado no se cancelan totalmente en las cercanías de la superficie, surgiendo un esfuerzo neto de tracción que, como se verá, es función de la distancia recorrida por la onda reflejada. La figura 4a muestra a este pulso acercándose hacia una superficie libre de izquierda a derecha. Sobre el eje



Figura 4. Reflexión de un pulso exponencial en una superficie libre.

vertical se grafica el esfuerzo y a lo largo del eje horizontal la distancia. En 4b aparece parte del pulso incidente y parte del pulso reflejado. Sobre la superficie el esfuerzo debe ser cero, o sea, el esfuerzo positivo debe ser iqual al esfuerzo negativo. Esto implica que se debe tener un esfuerzo negativo sobre la superficie que varíe tal y como lo hace el esfuerzo positivo. Para visualizar mejor el fenómeno puede pensarse que el pulso incidente atraviesa la superficie libre y continúa propagándose, al momento que un nuevo pulso (imaginario) de igual forma pero opuesto en signo se propaga de derecha a izquierda. Ambos pulsos se encuentran justamente al llegar a la superficie. Obviamente (por definición de superficie libre) del lado derecho de la superficie libre no hay esfuerzos. Esto se indica en la figura 4b con las líneas punteadas. La línea más gruesa representa la suma del pulso incidente y del reflejado y  $\sigma_{v}$  el esfuerzo neto resultante. Este esfuerzo  $\sigma_{_{\!\!M}}$  aumenta su valor conforme el extremo final del pulso incidente llega a la superficie. En el instante en el que  $\sigma_{_{\rm N}}$  alcanza el valor del esfuerzo máximo que resiste el material ( $\sigma_{\mu}$ ) se produce la primera fractura (figura 4c). Si  $t_1$  es el tiempo desde que la onda pasa por el sitio en el que se formará la primera fractura hasta que se forma la fractura, entonces 2d = ut, es la distancia de la primera fractura a la superficie libre y de regreso. El esfuerzo de compresión restante  $\sigma_1$  puede expresarse como

$$\sigma_1 = \sigma_0 e^{-kut} = \sigma_0 e^{-2kd}$$

En el instante en que se forma la fractura

 $\sigma_{\rm N} = \sigma_{\rm M} = \sigma_{\rm 0} - \sigma_{\rm 1} = \sigma_{\rm 0} - \sigma_{\rm 0} e^{-2kd_{\rm 1}}$ 

de donde se puede despejar el espesor del primer fragmento:

$$d_1 = (1/2k) \ln (\sigma_0 / \sigma_0 - \sigma_M)$$
.

Para calcular el espesor del segundo fragmento se procede en forma similar:

$$\sigma_{2} = \sigma_{0} e^{-2k(d_{1}+d_{2})}$$

En el instante de la fractura:

$$\sigma_{\rm N} = \sigma_{\rm M} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0 \left[ e^{-2kd_1} - e^{-2k(d_1+d_2)} \right]$$

de donde puede despejarse el espesor del segundo fragmento:

$$d_2 = (1/2k) \ln [(\sigma_0 - \sigma_N) / (\sigma_0 - 2\sigma_N)]$$
.

Análogamente el espesor del tercer fragmento es

$$d_3 = (1/2k) \ln [(\sigma_0 - 2\sigma_y) / (\sigma_0 - 3\sigma_y)]$$

y el espesor del n-ésimo fragmento es

$$d_{n} = (1/2k) \ln \left[ (\sigma_{0} - (n-1)\sigma_{M}) / (\sigma_{0} - n\sigma_{M}) \right]$$
(45)

Nótese que si el esfuerzo inicial  $(\sigma_0)$  es grande en comparación con  $\sigma_{_{\rm M}}$ , el espesor de los fragmentos será pequeño. Por otra parte, si k es grande, esto es, si el pulso es angosto, entonces los fragmentos también serán pequeños. Esta obviamente es una situación deseable para tratamientos de litotripsia extracorporal. Cada vez que se forma una fractura el esfuerzo máximo (incidente en la nueva superficie) se reduce en  $\sigma_{_{\rm M}}$ , por lo cual el número de fragmentos que puede producir una onda es

$$n = \sigma_0 / \sigma_{\rm W} \qquad (\underline{n} \text{ entero}). \tag{46}$$

Puede deducirse entonces que si  $\sigma_0$  es grande en comparación con  $\sigma_{_{\rm M}}$  se obtendrán muchos fragmentos pequeños, en cambio, si  $\sigma_0$  es comparable con  $\sigma_{_{\rm M}}$  se obtendrán pocos fragmentos relativamente grandes. Obviamente si  $\sigma_0 < \sigma_{_{\rm M}}$  no se producen fragmentos. Siempre habrá una onda de rarefacción remanente que viajará de regreso por el material sin producir fisuras, ya que su amplitud es menor que  $\sigma_{_{\rm M}}$ . En una línea de fractura el esfuerzo cambia de compresión a rarefacción diferente para cada pedazo que se desprende. Debido a ésto, los fragmentos no tienen todos el mismo espesor, sino que va disminuyendo.

Debe recordarse que el modelo descrito aquí tiene muchas limitaciones. Se está suponiendo una superficie libre, un material elástico y homogéneo y que las fracturas se forman instantáneamente. Debido a ésto no es válido usar las ecuaciones obtenidas y suponer que conociendo el esfuerzo inicial se puede calcular el número de fragmentos y su espesor en el caso de un cálculo humano. Hacerlo sería ilógico debido a las inhomogeneidades y a la estructura interna de un cálculo real. Esto no es grave ya que lo que realmente interesa es saber cómo debe ser el perfil de presión de la onda de choque para obtener el mayor número de fragmentos posible. El número de fragmentos en sí no es de mucho interés.

## III.4.2 Reflexión y transmisión en interfases orina - cálculo y cálculo - orina

La reflexión y la transmisión de una onda de choque en una interfase depende del sentido en el cual dicha perturbación pasa por la interfase. Un pulso de compresión será reflejado y transmitido como tal, únicamente si la impedancia acústica del medio del que proviene es menor que la del medio hacia el cual se dirige y en el cual penetra. Tal es el caso de las interfases orina - cálculo renal y tejido -

cálculo renal. Por otro lado si esta perturbación viaja de una interfase con impedancia acústica mayor a una de impedancia menor, será reflejada como un pulso de rarefacción y transmitida como un pulso de rarefacción. Esto se verá en la ecuación (50). Ejemplo de ello son las interfases cálculo orina y tejido - orina. Físicamente lo que sucede es lo siquiente: supóngase que se tiene una superficie libre inmóvil, que es una interfase ideal, imaginaria, entre un medio cualquiera (medio 1) y el vacío (medio 2). Este tipo de interfases no existen, sin embargo se usan como artificio para explicar fenómenos de reflexión. Si un pulso de compresión llega a esta interfase, se reflejará como un pulso de rarefacción o presión "negativa". En la vecindad de la interfase el pulso incidente comprime las partículas del medio 1. Debido a que el pulso requiere materia para propagarse no puede penetrar la interfase libre hacia el medio 2. Al no poder pasar por la superficie, la única forma de que se reestablezca la presión de equilibrio sin desplazar la superficie es a través de una expansión súbita de las partículas en su vecindad. La magnitud de esta rarefacción debe ser iqual a la amplitud del pulso incidente, ya que de lo contrario restaría una fuerza que empujaría a la superficie libre hacia el vacío (de hecho esta fuerza es la que la formación de fisuras a contribuye a una distancia determinada de la pared). La rarefacción viajará de regreso por el medio 1, superponiéndose (destructivamente) con la

sección restante del pulso incidente. La amplitud del pulso de rarefacción que viaja de regreso por el medio 1 dependerá del perfil que tenga la perturbación incidente. Análogamente un pulso de rarefacción incidente sería reflejado como pulso de compresión. Si ahora se piensa en que en la práctica el vacío mencionado no es perfecto y que hay algunas moléculas de algún gas en ese lado de la interfase (medio 2), la reflexión de un pulso de compresión sería igual a la descrita anteriormente, ya que el pulso de compresión incidente prácticamente no podría propagarse por un gas tan enrarecido. Este fenómeno se ha podido detectar en el laboratorio incluso para interfases sólido - aire y sólido - agua. En este caso la amplitud de la onda transmitida es despreciable. Si se tiene una interfase (horizontal) agua - aire y un pulso de compresión que viaja del agua hacia el aire, no hay oposición al movimiento de la interfase y no hay restricciones sobre las componentes normales de la velocidad, formándose una onda de rarefacción reflejada que reduce la presión detrás de la onda incidente a su valor original. El fluido detrás de la onda reflejada permanece con una componente de velocidad perpendicular a la interfase. Esta componente es la suma de las componentes perpendiculares de la onda incidente y de la onda reflejada y es el motivo por el cual la interfase se desplaza hacia arriba. Regresando ahora a la interfase entre el medio 1 y el medio 2, supóngase que se aumenta la densidad del medio 2 hasta iqualarla con la del medio 1. En este caso no habrá onda

reflejada y la perturbación incidente sería transmitida en su totalidad. Si se piensa ahora en la otra situación extrema, en que la densidad del medio 2 es infinitamente grande se tendría una pared rígida sobre la cual incide un pulso de compresión que se propaga por algún medio 1. En este caso la pared ejerce una fuerza igual y opuesta a cualquier fuerza que se le aplique. Al incidir el pulso de compresión, las partículas en la vecindad de la pared se comprimen y ejercen cierta fuerza sobre ella. La pared responde con la misma fuerza, pero en sentido opuesto originando que el pulso se refleje como tal. La gran diferencia entre los dos casos extremos analizados aquí es que en el caso de la superficie libre dicha fuerza de reacción por parte de la pared no existe.

### III.4.3 Incidencia oblicua

En el caso de incidencia oblicua la energía se divide en dos ondas reflejadas. Cuando una onda longitudinal o una onda transversal incide oblicuamente sobre una superficie libre, siempre se reflejará una onda longitudinal y una transversal. A diferencia de la incidencia normal, el esfuerzo de la onda reflejada se reduce en un factor <u>R</u> (coeficiente de reflexión), lo cual lógicamente influye en la formación de las fracturas. Cuando aparece la primera fractura

 $\sigma_{\rm M} = R \sigma_0 - \sigma_1 \qquad (R \le 1) \quad .$ 

A pesar de que el caso de incidencia oblicua es más complejo, las conclusiones finales (e importantes desde el punto de vista de la litotripsia extracorporal) a las que se llegó para el caso de incidencia normal son válidas también para incidencia oblicua. Esto es, si  $\sigma_0$  es grande en comparación con  $\sigma_{\rm M}$  se obtendrán muchos fragmentos pequeños, si  $\sigma_0$  es comparable con  $\sigma_{\rm M}$ , dependiendo del ángulo de incidencia, pueden o no obtenerse algunos fragmentos y si  $\sigma_0 < \sigma_{\rm M}$ , entonces no habrá fragmentos. El número de fragmentos dependerá entre otras cosas del ángulo de incidencia.

III.4.4 Esfuerzo longitudinal transmitido y reflejado en interfases orina - cálculo y cálculo - orina

Cuando las propiedades físicas del medio por el que se transmite una perturbación cambian abruptamente la perturbación será modificada al cruzar esta interfase. En general el pulso será reflejado y transmitido. Las leyes que gobiernan las modificaciones que sufre la perturbación se derivan de las dos condiciones a la frontera:

a) los esfuerzos a ambos lados de la interfase son iguales y
b) las velocidades de partícula normales a la interfase son iguales a ambos lados de la interfase.

La segunda condición es equivalente a decir que los dos medios permanecen en contacto constante en la interfase. De la

$$\sigma_{\rm I} + \sigma_{\rm R} = \sigma_{\rm T} , \qquad (47)$$

donde  $\sigma_{I}$ ,  $\sigma_{R}$  y  $\sigma_{T}$  son los esfuerzos incidente, reflejado y transmitido respectivamente. La segunda condición a la frontera es:

$$V_{I} + V_{R} = V_{T}$$
(48)

esto es, la velocidad de partícula perpendicular a la interfase de la onda incidente  $(\mathbf{V}_{I})$  sumada a la de la onda reflejada  $(\mathbf{V}_{R})$  debe ser igual a la velocidad de partícula perpendicular a la interfase de la onda transmitida  $(\mathbf{V}_{T})$ . De la ecuación (42) se tiene

$$V_{I} = \sigma_{I} / \rho_{1} u_{1}$$
;  $V_{R} = \sigma_{R} / \rho_{1} u_{1}$ ;  $V_{T} = \sigma_{T} / \rho_{2} u_{2}$ 

para las velocidades de partícula de la onda incidente (1), reflejada (R) y transmitida (T). El subíndice 1 se refiere al medio por el que se propaga la onda antes de llegar a la interfase y obviamente también al medio por el que se propaga después de ser reflejada parcialmente. El subíndice 2 se refiere al medio por el cual se propaga la onda transmitida. Sustituyendo ahora estas tres velocidades en la ecuación (48) se tiene

$$(\sigma_{I} / \rho_{1}u_{1}) - (\sigma_{R} / \rho_{1}u_{1}) = \sigma_{T} / \rho_{2}u_{2} .$$
(49)

El signo negativo resulta debido a que la dirección de propagación de la onda reflejada va en sentido contrario a la incidente.

Despejando  $\sigma_{\rm R}$  de la ecuación (47) y sustituyendo en (49) para dejarla únicamente en términos de  $\sigma_{\rm T}$  y de  $\sigma_{\rm T}$  resulta:

$$(\sigma_{T} / \rho_{1} u_{1}) - [(\sigma_{T} - \sigma_{T}) / \rho_{1} u_{1}] = (\sigma_{T} / \rho_{2} u_{2})$$

Reacomodando términos y despejando  $\sigma_{_{\rm T}}$  se obtiene el esfuerzo transmitido en términos del esfuerzo incidente, de las densidades y de las velocidades de propagación:

$$\sigma_{\rm T} = \left[ 2\rho_2 {\rm u}_2 / (\rho_2 {\rm u}_2 + \rho_1 {\rm u}_1) \right] \sigma_{\rm I} \qquad (50)$$

Despejando ahora  $\sigma_{_{\rm T}}$  de la ecuación (47), sustituyendo en (49) y reacomodando términos en forma análoga al caso anterior, resulta el esfuerzo reflejado en términos del esfuerzo incidente, de las densidades y de las velocidades de propagación:

$$\sigma_{\rm R} = \left[ \left( \rho_2 u_2 - \rho_1 u_1 \right) / \left( \rho_2 u_2 + \rho_1 u_1 \right) \right] \sigma_{\rm I} .$$
 (51)

De las ecuaciones (50) y (51) puede deducirse que si las

impedancias acústicas de ambos medios son semejantes ( $\rho_2 u_2 \approx$  $\rho, \mathbf{u}$ ) entonces prácticamente todo el esfuerzo es transmitido. Experimentos in vitro con perros en el MEXILIT I han revelado que la amplitud de la onda incidente se reduce aproximadamente un 50% al pasar por la interfase agua - piel (Loske Mehling et al., 1993). Esto podría parecer ilógico ya que la impedancia acústica del agua y del tejido no difieren en mucho (la relación es de aproximadamente 1 a 1.1), sin embargo la piel del perro tiene un gran número de microcavidades que contienen aire y amortiguan el paso de la onda de choque considerablemente. En las interfases piel - músculo y músculo - riñón la atenuación fue mínima y no pudo detectarse con el equipo de medición utilizado (descrito en el capítulo IV). Si  $\rho_2 \mathbf{u}_2 \gg \rho_1 \mathbf{u}_1$  (en la interfase agua - reflector elíptico de inoxidable la relación entre impedancias es de acero aproximadamente 1 a 30) o si  $\rho_2 u_2 \ll \rho_1 u_1$ , entonces casi todo el esfuerzo es reflejado (ecuación 51). En el primer caso  $\sigma_{_{
m R}}$  $\approx \, \sigma_{_{_{\rm T}}}$  , esto es, un pulso de compresión se reflejará nuevamente como pulso de compresión. En el segundo caso  $\sigma_{_{\rm R}}$  pprox -  $\sigma_{_{\rm I}}$  , esto es, un pulso de compresión se reflejará como un pulso de rarefacción. Como el cociente  $2\rho_2 u_2 / (\rho_2 u_2 + \rho_1 u_1)$  en la nunca puede ser negativo, un pulso de ecuación (50)rarefacción siempre se transmitirá como rarefacción y una compresión como compresión. Si un pulso de compresión incide sobre un cálculo se transmitirá (y reflejará) como tal, hasta llegar a la cara posterior, en donde se dividirá en una parte

reflejada de signo opuesto y una transmitida de igual signo. (En la interfase cálculo - orina se tiene  $\rho_1 \mathbf{u}_1 \approx 4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^3 \text{ y}$  $\rho_2 \mathbf{u}_2 \approx 1.5 \cdot 10^6 \text{N/m}^3$ ).

En el caso tratado aquí hay dos interfases de interés: orina - cálculo y cálculo - orina. Debido a que las propiedades acústicas de la orina son muy similares a las del agua se tomará  $\rho_1 = 1 \text{ gr/cm}^3$  y  $\mathbf{u}_1 = 1500 \text{ m/seg}$ . (La densidad de la orina en humanos varía entre 1.005 y 1.025 gr/cm<sup>3</sup>). Singh y Agarwal (1990) analizaron una gran cantidad de cálculos renales y los dividieron en tres grupos, que aparecen en la tabla I.

Tabla I. Densidades y velocidades de propagación para cálculos renales humanos en gr/cm y m/seg respectivamente, según Singh y Agarwal (1990).

	MUY DUROS	BLANDOS	MUY BLANDOS
DENSIDAD	1.6	1.4	1.1
VELOCIDAD u <sub>2</sub> :	2777	2305	2026

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (50) y (51) se obtienen los resultados que aparecen en la tabla II.

Tabla II. Esfuerzo longitudinal transmitido y reflejado en interfases orina - cálculo y cálculo orina para tres tipos de cálculos renales humanos.

	INTERFASE ORINA - CALCULO		INTERFASE CALCULO - ORINA	
-	$\sigma_{_{\rm T}}$	$\sigma_{_{ m R}}$	$\sigma_{_{\mathrm{T}}}$	σ <sub>R</sub>
MUY DUROS	1.5 σ <sub>I</sub>	0.5 σ <sub>I</sub>	0.5 σ <sub>I</sub>	- 0.5 σ <sub>I</sub>
BLANDOS	1.4 $\sigma_{I}$	0.4 σ <sub>I</sub>	0.6 $\sigma_{_{\rm I}}$	- 0.4 $\sigma_{_{\rm I}}$
MUY BLANDOS	1.2 σ <sub>I</sub>	0.2 σ <sub>I</sub>	0.8 $\sigma_{_{\rm I}}$	- 0.2 σ <sub>I</sub>

Para romper un cálculo se requiere que el esfuerzo transmitido en la interfase orina - cálculo y el esfuerzo reflejado en la interfase cálculo - orina sean grandes. Como puede observarse en la tabla II este requisito lo cumplen mejor los cálculos duros que los blandos. Además de la ya mencionada viscosidad del fluido biliar, este es otro motivo por el cual es más fácil pulverizar cálculos renales que biliares, los cuales generalmente son más blandos.

En general se puede hablar de dos tipos de interfases: las que transmiten ondas de compresión y de rarefacción y las que transmiten únicamente pulsos de compresión. Para el caso de interfases que transmiten ondas de compresión y rarefacción el requisito es que la interfase debe resistir tracciones por lo menos iguales a la que resiste el material más débil. Una interfase que únicamente transmite ondas de compresión es una interfase que no resiste tracciones. Un buen ejemplo es la interfase orina - cálculo. Como ya se mencionó, el pulso de compresión es transmitido a través de esta interfase y reflejado en la cara posterior como pulso de rarefacción, propagándose por el cálculo hasta llegar nuevamente a la cara anterior del cálculo. Debido a que esta interfase no puede transmitir un pulso de rarefacción, éste queda atrapado en el cálculo.

# III.4.5 Efectos debidos a cavidades y laminaciones de los cálculos humanos

Los cálculos humanos pueden tener cavidades incompletas y completas. Las cavidades incompletas son aquellas en las que, con el paso de una onda, el movimiento de la superficie interna libre cierra el espacio entre los dos medios divididos por la cavidad. Cuando la primera superficie libre se mueve hacia la segunda, el pulso de compresión inicial se refleja como rarefacción. Esto sucede hasta que ambas superficies se tocan. Si las superficies son del mismo material, entonces al tocarse ya no habrá onda de rarefacción reflejada, sino que la fracción restante del pulso inicial se transmite en su totalidad. En las cavidades incompletas la separación entre superficies internas es tan grande que no pueden tocarse. Los fragmentos de la primera superficie interna, producidos por el efecto Hopkinson, actúan como proyectiles sobre la segunda superficie. Este tipo de cavidades no es común en los cálculos

humanos.

Por otro lado, debido a que una onda de choque está compuesta por una variedad de frecuencias, es probable que las fisuras que produce en los objetos sobre los que incide sean causadas no únicamente por los efectos de presiones altas sino también por fenómenos de oscilaciones o resonancia. Debe tenerse en mente además, que los cálculos renales generalmente están formados por capas en las cuales cambia la impedancia acústica y se generan tensiones considerables al paso de los pulsos mencionados. Además, la composición química de los cálculos es muy variada. Aproximadamente el 81% de todos los cálculos renales son de oxalato de calcio y fosfato, el 14% de fosfatos de amonio y magnesio, el 3.4% de uratos, el 1% de cistina y el 0.2% de proteina (Singh y Agarwal, 1990). Como se verá en el capítulo V una amplitud de presión elevada, por sí sola no garantiza la pulverización de un cálculo. Otros factores como desfasamientos espaciales y temporales en la región focal, así como las dimensiones de esta región juegan también un papel importante. (En litotripsia extracorporal se define la región focal de un litotriptor como el volumen dentro del cual se tiene, en cualquier punto, más del 50% de la presión máxima. Frecuentemente también se le denomina como zona de - 6dB).

En la medida en que se entienda mejor la interacción de las ondas de choque con los cálculos y los efectos que estas ondas producen en las células, se podrán mejorar los tratamientos de litotripsia extracorporal y probablemente se podrán encontrar nuevas aplicaciones de las ondas de choque débiles a la medicina. Esta es una de las finalidades de los trabajos que actualmente se realizan en el Laboratorio de Choques Débiles del IFUNAM. Por ejemplo, otros autores han podido mostrar *in vitro* que la aplicación de ondas de choque a tumores malignos inhibe su crecimiento (Laudone *et al.*, 1989). IV INFLUENCIA DE LA FORMA DE LOS ELECTRODOS EN EL FUNCIONAMIENTO DE LOS LITOTRIPTORES ELECTROHIDRAULICOS Y DISEÑO DE UN NUEVO TIPO DE ELECTRODOS

En este capítulo se describen las ventajas y desventajas de los dos tipos de electrodos (planos y cónicos) actualmente usados en los litotriptores comerciales. Para ello se hicieron cientos de mediciones en las señales obtenidas con un transductor piezoeléctrico montado cerca del segundo foco geométrico (F2) de un reflector convencional con forma de semielipsoide. En un intento por mejorar la eficiencia y la durabilidad de los electrodos se probó una nueva geometría que mostró ser más confiable y adecuada para litotripsia extracorporal que las formas convencionales. Esto fue comprobado usando modelos de cálculos renales con propiedades mecánicas similares a las de los cálculos renales humanos (Loske Mehling y Prieto Calderón, 1993).

### IV.1 Antecedentes

Como ya se mencionó brevemente en la introducción, las descargas eléctricas de alto voltaje en agua como método para generar ondas de choque débiles tienen ventajes tales como la gran velocidad de expansión del plasma producido por la descarga, la relativa simplicidad del dispositivo y el bajo costo del generador. Sin embargo, presentan también desventajas relacionadas con la erosión de los electrodos y

las variaciones de presión que se generan de una descarga a otra.

Los procesos previos a la formación del canal de plasma se caracterizan por un rápido aumento del voltaje entre los electrodos. Debido a la resistencia que inicialmente prevalece entre los electrodos, en un principio únicamente fluye una corriente muy pequeña, que forma un canal de plasma muy estrecho (fracciones de milímetro), constituido por un gas que contiene electrones y partículas iones, neutras. Posteriormente la resistencia eléctrica baja por la ionización causada por el paso de electrones de alta velocidad que forman iones como resultado de colisiones electrón-átomo dentro del canal de plasma. Al bajar la resistencia eléctrica entre los electrodos, comienza a fluir una corriente muy grande y el canal de plasma se expande a velocidades elevadas (Martin, 1960; Skvorsov et al., 1960). En este instante se da una caída súbita del voltaje.

El tiempo en el cual se origina el rompimiento eléctrico es la suma de tres intervalos distintos. El primero es el tiempo necesario para el surgimiento de una formación de plasma. Este intervalo, durante el cual aún persiste la diferencia de potencial entre los electrodos, es variable y depende de las inhomogeneidades microscópicas en la superficie de los electrodos. El segundo intervalo es el tiempo que requiere la primera formación de plasma en atravesar la distancia entre electrodos. Finalmente está el tiempo

necesario para que se forme el canal conductor de plasma entre los electrodos. Este es el más corto de los tres. La suma de estos tres tiempos es del orden de los microsegundos (Komel'kov, 1945) y depende entre otros factores de la conductividad del agua. Actualmente en los equipos clínicos se usan dos diferentes formas de electrodos: planos y cónicos. Debido a que la geometría de los reflectores destinados a concentrar las ondas de choque, la energía de descarga, la inductancia del circuito eléctrico y otros parámetros varían de un fabricante a otro, es inútil comparar electrodos planos con cónicos mediante mediciones hechas en diferentes litotriptores. Debido a ésto, todas las mediciones y todos los experimentos con modelos se hicieron con el MEXILIT I. Con este equipo fue posible comparar los diferentes electrodos en las mismas condiciones.

#### IV.2 Material y métodos

En esta parte del proyecto se usó un reflector elíptico de acero inoxidable maquinado en el taller mecánico del IFUNAM, con un semieje mayor de 12 cm, un semieje menor de 8.6 cm y una profundidad de 12 cm (Loske Mehling, 1990). Todas las mediciones de presión se hicieron con transductores piezoeléctricos marca Kistler (Kistler Instrumente AG, Winterthur, Suiza), modelo 603B1 que operan en un intervalo de presión de 0 a 1020.5 atm y tienen una sensibilidad de - 0.526

pC/atm, un diámetro efectivo de 5.54 mm y un tiempo de respuesta de 1  $\mu$ seq (tiempo que requiere la señal en subir del 10 al 90% de su valor final como respuesta a un cambio súbito de presión). Debido al tiempo de respuesta relativamente lento de estos transductores es posible que los tiempos de ascenso más cortos a los reportados aquí. reales sean Los transductores usados están calibrados de fábrica, sin embargo esta calibración se hace en condiciones estáticas. A pesar de ésto, los valores medidos son muy útiles, ya que todos los electrodos fueron evaluados bajo las mismas condiciones, con el mismo tipo de transductor de presión. Los transductores se sellaron para impedir el paso de humedad a la conexión eléctrica y se conectaron a un amplificador de carga Kistler, modelo 5004, usando cables modelo 1631C - SP3M. Las señales de salida del amplificador se mandaron a uno de los canales de entrada de un osciloscopio digital Tektronix (Tektronix, Inc., Beaverton, Oregon), modelo 2430A, disparado en el instante de la descarga eléctrica por medio de una antena conectada a uno de los canales externos.

Todos los experimentos se hicieron con electrodos (sin usar) de 9 mm de largo, de barra de 3.75 mm de diámetro de una aleación de tungsteno (98%) y torio (2%). Se usaron tres diferentes formas: a) planos, b) cónicos (con un ángulo de  $60^{\circ}$ en la punta) y c) de cono truncado, con una superficie plana de 1.2 mm de diámetro en la punta (ver figura 5).

IV.2.1 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos y electrodos cónicos

Como se muestra en la tabla III, la evaluación de los electrodos se dividió en tres partes. En la primera únicamente se comparó el deterioro y el comportamiento de electrodos planos con el de electrodos cónicos usando una capacitancia de 100 nF y un voltaje de 20 kV. (Los electrodos de cono truncado no se incluyeron en esta primera parte, ya que se fabricaron más tarde. Las pruebas con este nuevo tipo de electrodos aparecen reportadas en la segunda y en la tercera parte). Se colocó un transductor de presión del tipo antes mencionado sobre el eje mayor del elipsoide a una distancia de 6 cm de su abertura. Esta posición corresponde al foco dinámico, esto es, la región de máxima presión (Loske Mehling, 1990). La а separación entre electrodos fue ajustada a una distancia arbitraria de aproximadamente 0.25 mm (0.01 pulgadas) para ambos tipos y la tina se llenó con agua potable a una temperatura de aproximadamente 17ºC con una conductividad de 470  $\mu$ S/cm. Para cada tipo de electrodos se registraron cien señales de presión en cinco grupos de veinte. Los grupos se configuraron de la siguiente manera: grupo 1 de la descarga 10 a la 29, grupo 2 de la descarga 510 a la 529, grupo 3 de la descarga 1010 a la 1029, grupo 4 de la descarga 1340 a la 1359 y grupo 5 de la descarga 1610 a la 1629. La selección de estos cinco grupos fue arbitraria. Se pretendió cubrir un gran número de descargas con la finalidad de registrar las variaciones correspondientes a cada tipo de electrodos al desgastarse. No se tomaron lecturas para todas las ondas de presión generadas de la primera descarga hasta la 1629 debido a que ésto hubiera requerido de un tiempo de experimentación prohibitivo. Para cada onda de choque se midieron las presiones de compresión máximas (p<sup>+</sup>), así como los anchos de los pulsos de presión provenientes directamente de los electrodos por un lado y aquellos originados por la onda reflejada en las paredes del reflector por el otro (ver figura 3). Todas las señales obtenidas se graficaron con un graficador Tektronix HC100.

Tabla III.

Tipo de electrodos, conductividad del agua, parámetros eléctricos y número de descargas por electrodo usadas en cada una de las tres partes de la evaluación experimental referente a la geometría de los electrodos.

	TIPO DE ELECTRODOS	CONDUCTIVIDAD DEL AGUA	VOLTAJE Y CAPACITANCIA	NUMERO DE DESCARGAS POR ELECTR.
I	planos y cónicos	470 μS/cm	20 kV y 100 nF	100 en 5 grupos de 20
II	planos cónicos y cono trunc.	400 Y 1200 µS/cm	20 kV y 50 nF	100 con- secutivas
III	planos cónicos y cono trunc.	500 <b>µ</b> S/cm	20 kV Y 50 nF	150, 250 350 y 450

IV.2.2 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos, cónicos y de cono truncado

La segunda parte del experimento fue una comparación de los pulsos de presión generados por los tres tipos de electrodos mencionados, usando dos diferentes conductividades para el agua (400 y 1200  $\mu$ S/cm), a una temperatura de aproximadamente 17 °C. La conductividad más baja se seleccionó mayoría de los equipos clínicos ya que la operan aproximadamente en este valor. La más alta se eligió arbitrariamente con la finalidad de observar posibles cambios en la descarga eléctrica. En este caso se usó un capacitor de 50 nF cargado а 20 kV. Nuevamente se ajustaron las separaciones entre electrodos a aproximadamente 0.25 mm (0.01 pulgadas). La conductividad del agua se ajustó agregando una solución de agua destilada con NaCl (200 gramos de NaCl por litro de agua). En este caso a todos los electrodos se les dio un "calentamiento" previo de 100 descargas a razón de una descarga cada dos segundos. Esto es práctica común en la los hospitales mayoría de que tienen equipos electrohidráulicos. La finalidad es permitir un pequeño desgaste de las puntas o de los bordes de los electrodos nuevos y obtener con ello presiones más estables de una descarga a otra. Posteriormente se registraron cien señales de presión consecutivas para cada par de electrodos con el transductor en la misma posición como se describió en IV.2.1.

Se midieron las amplitudes del pico de compresión  $(\mathbf{p}^{*})$  y del pico de rarefacción  $(\mathbf{p}^{-})$ , el tiempo transcurrido después de la descarga eléctrica (tiempo de llegada) y en algunos casos el tiempo de ascenso para la onda directa y para la reflejada. Todas las mediciones se hicieron con los cursores del osciloscopio y se almacenaron en una computadora (PC) para su análisis estadístico.

Con la finalidad de simplificar la medición con los cursores, todos los tiempos de ascenso se definieron como el tiempo requerido por la señal en pasar de la presión ambiente (línea base) a su valor máximo y no, como se define convencionalmente, como el tiempo requerido en pasar del 10 al 90% de la amplitud máxima (ver figura 3). Por la misma razón los anchos de los pulsos (duración de los pulsos) se midieron a la altura de la línea base y se definieron como el tiempo que transcurre entre el punto en el que la presión asciende, hasta el punto en donde cruza nuevamente a la línea base (ver T en la figura 3). Esto no debe confundirse con datos reportados, en los cuales el ancho se define como el tiempo durante el cual la presión es mayor que la mitad de la amplitud máxima. Las implicaciones de haber usado estas definiciones para el tiempo de ascenso y el ancho se discutirán posteriormente.

## IV.2.3 Comparación entre los tres tipos de electrodos usando modelos de cálculos renales

La última parte del experimento consistió en comparar el comportamiento de los tres tipos de electrodos usando modelos de cálculos renales especialmente hechos para este fin. Todos los modelos, de geometría cilíndrica (13 mm de largo y 15 mm de diámetro) y peso de 2.980 <sup>±</sup> 0.005 gramos, fueron colocados sobre una malla de cobre (ver figura 6) con aberturas rectangulares de 1.55 X 1.14 mm (alambre de 0.27 mm de diámetro) en la región de máxima presión del MEXILIT I, usando el reflector mencionado, agua potable de 17  $^{\circ}$ C y 500  $\mu$ S/cm, una capacitancia de 50 nF y un voltaje de 20 kV. Para impedir que los modelos o fragmentos se movieran sobre la malla, saliéndose de la región de máxima presión, se confinaron con una pequeña reja hecha de la misma malla de cobre, de aproximadamente 2 cm de altura (ver figura 6). Todos los modelos fueron fabricados de 50% de yeso, 10% de Vel-Mix (material odontológico) y 40% de agua destilada, usando una pequeña plataforma vibradora para extraer todas las burbujas de la mezcla antes de que fraguara. Al final los modelos se colocaron dentro de un horno a 130 <sup>0</sup>C durante una hora y se almacenaron en un desecador sellado. La resistencia promedio a la compresión, medida con una máquina de expansión térmica (Mendoza Allende et al., 1985) a una velocidad de 0.03 mm/min, fue de 40 <sup>±</sup> 6 atm. (La resistencia a la compresión de los



Figura 6. Esquema de un modelo colocado sobre una malla de cobre para ser expuesto a ondas de choque dentro del MEXILIT I. (Las aberturas de la malla no se dibujaron a escala).
cálculos renales humanos varía entre 19 y 174 atm) (Kaneko et al., 1979). Nuevamente cada juego de electrodos recibió 100 descargas antes de colocar el primer modelo sobre la malla de cobre. En este caso se usó una frecuencia de repetición de 0.5 Hz. Cuatro grupos de cinco modelos cada uno fueron expuestos a 150, 250, 350 y 450 ondas de choque para cada tipo de electrodos (esto es, 20 electrodos de cada uno de los tres tipos) y pesados antes y 48 horas después del "tratamiento". La cantidad de material que pasó a través de la malla se calculó restando el peso de los fragmentos sobre la malla del peso inicial. Para extraer la humedad de los fragmentos restantes éstos se secaron en el horno. Antes de comenzar con las descargas eléctricas todos los modelos fueron colocados en agua durante 10 minutos.

IV.3 Resultados

IV.3.1 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos y electrodos cónicos

Los resultados relacionados con la primera parte del experimento se muestran en las figuras 7 y 8, en las que se graficó la presión ( $\mathbf{p}^{+}$ ) promedio normalizada de la onda reflejada (promedio de cada grupo de 20 mediciones dividido por el máximo promedio obtenido para los cinco grupos) y el coeficiente de variación para cada grupo en función del número



Figura 7. Presión promedio normalizada de 5 grupos de 20 mediciones (obtenidas cerca de F2) de las ondas de choque reflejadas, usando electrodos planos (•) y cónicos (•). Los datos se normalizaron dividiendo el promedio de cada grupo de 20 mediciones por el valor del máximo promedio obtenido para los cinco grupos.



Figura Coeficiente de variación (desviación 8. estándar dividida por el promedio) de 5 grupos de 20 mediciones de la reflejada captada cerca de  $\mathbf{F}_2$ onda para electrodos planos (•) y cónicos (•).

de descargas.

En esta tesis los resultados experimentales aparecen reportados junto con sus coeficientes de variación, en lugar de la desviación estándar, comúnmente usada. En general al analizar y comparar resultados experimentales es posible que dos poblaciones de datos tengan la misma media (promedio), definida por la ecuación

$$\overline{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_{i},$$

donde  $\mathbf{n}$  es el número de datos, sin embargo éstas pueden diferir según si los valores de  $\mathbf{x}$  están dispuestos ampliamente a cada lado de la media. La más común y útil medida de dispersión es la variancia, que se define como el momento de segundo orden respecto a la media:

$$var = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$$
.

La desviación estándar es precisamente la raíz cuadrada de esta variancia, pero la desviación estándar por sí sola puede conducir a conclusiones erróneas. Por ejemplo, el efecto de una variación o dispersión de 10 cm en la medida de una distancia de 400 m es muy diferente al efecto de la misma variación de 10 cm en una distancia de 2 m. Una medida de este efecto la da el mencionado coeficiente de variación (c.v.), que se define como el cociente de la desviación estándar entre la media:

$$c.v. = \frac{\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})^{2}\right]^{1/2}}{\overline{x}}.$$
 (52)

Nótese que el coeficiente de variación es independiente de las unidades usadas, lo cual puede ser de utilidad al comparar distribuciones con unidades diferentes. Para los fines de esta tesis el coeficiente de variación da información importante sobre la reproducibilidad de los experimentos y la confiabilidad de los elementos diseñados.

El promedio de las 100 amplitudes  $(\mathbf{p}^{\dagger})$  de las ondas reflejadas (no se muestra en la figura 7) fue de 4.29 volts, con una desviación estándar de 1.73 volts y un coeficiente de variación de 0.4 para electrodos planos, en comparación con 8.77 volts con una desviación estándar de 2.88 volts y un coeficiente de variación de 0.33 para electrodos cónicos. La presión se da en las unidades del voltaje de salida del amplificador de carga (que depende de la sensibilidad seleccionada) debido a que el objetivo fue comparar las amplitudes en lugar de obtener valores absolutos. La presión promedio obtenida de las 100 mediciones generadas con electrodos cónicos fue más del doble de la que se obtuvo con planos. Además, comparando con los coeficientes de los variación se puede notar que el comportamiento de los electrodos cónicos es también más reproducible. La figura 8 muestra que éste es el caso para los cinco grupos.

Si se define una "descarga fallida" como una descarga que genera una onda reflejada con una presión inferior al 70% del promedio, entonces se registraron 32 fallas con los electrodos planos y 16 con los cónicos. Se encontró además que las ondas generadas con electrodos cónicos tenían un ancho promedio más corto (para la onda directa y la reflejada). La figura 7 muestra que la amplitud de la onda reflejada producida con electrodos planos aumentó de un grupo a otro. Esto concuerda con mediciones hechas por Coleman (Coleman et al., 1987) y Chaussy (Chaussy et al., 1982) y no fue observado con los electrodos cónicos, debido a que en este caso por el desgaste tan rápido de las puntas, la separación entre electrodos se ajustó al valor inicial después de cada grupo de mediciones. Estos ajustes no fueron necesarios con los electrodos planos, ya que se erosionaban mucho más lento, por tener una superficie mayor en la punta. Un comportamiento similar fue observado para la amplitud de la onda directa. En todos los grupos la amplitud promedio de la onda reflejada  $(\mathbf{p}^{*})$  generada con electrodos cónicos fue por lo menos el doble de aquella correspondiente a los electrodos planos. La vida útil promedio de los electrodos cónicos resultó ser de aproximadamente 3000 descargas y de los planos de aproximadamente 2200 descargas. En este trabajo se definió la vida útil de un juego de electrodos como el número de descargas antes de que se registren tres descargas fallidas consecutivas (definidas con

anterioridad) o antes de que se fracture uno de los electrodos.

Tabla IV. Comparación del comportamiento del pulso de compresión (COMPR.) y de rarefacción (RAREF.) de la onda directa (O. DIR.) y de la onda reflejada para tres tipos de electrodos (planos, cónicos y de cono truncado) y dos conductividades diferentes (BAJA de 400  $\mu$ S/cm y ALTA de 1200  $\mu$ S/cm). Los números pequeños debajo de cada promedio son los coeficientes de variación de cada grupo de mediciones. Las amplitudes se dan en volts y los anchos y tiempos de ascenso en microsegundos.

		PLANOS		CONICOS		CONO TRUNCADO		
CONDUCTIVIDAD $\rightarrow$			BAJA	ALTA	BAJA	ALTA	BAJA	ALTA
O. D I R.	C O M P R.	AMPLITUD	0.177 0.232	0.201 0.162	0.211 0.244	0.250	0.276 0.129	0.247 0.254
		ANCHO	4.772 0.181	4.081 0.194	4.931 0.236	4.126 0.202	3.710 0.134	3.948 0.133
O N D A F L F J A D A	C O M P R.	AMPLITUD	1.770 0.337	2.506 0.202	3.904 0.154	2.000 0.169	4.444 0.193	4.494 0.195
		ANCHO	5.950 0.182	4.101 0.098	6.693 0.168	5.171 0.160	3.416 0.097	3.510 0.073
		TIEMPO ASCENSO	3.150 0.180	2.218 0.178	3.122 0.130	2.262 0.137	1.844 0.109	1.907 0.119
	R A R E F.	AMPLITUD	0.377 0.516	0.631 0.254	0.606 0.341	1.012 0.311	0.873 0.288	-
		ANCHO	2.963 0.344	3.189 0.209	2.569 0.265	3.348 0.188	2.493 0.479	-

# IV.3.2 Comparación entre los pulsos de presión producidos con electrodos planos, cónicos y de cono truncado

Los resultados más importantes de la segunda parte del

experimento se resumen en la tabla IV. En ella se dan los valores correspondientes a cada uno de los tres tipos de electrodos para una conductividad del agua baja (400  $\mu$ S/cm) y una alta (1200  $\mu$ S/cm). Nuevamente las amplitudes de los pulsos de presión se dan en volts. En este caso la sensibilidad del amplificador de carga se varió con respecto al anterior. Todas mediciones temporales se dan en microsegundos. las Las amplitudes, los anchos (o duraciones) y los tiempos de ascenso de los pulsos de presión reportados son los promedios del número total de mediciones. Los coeficientes de variación correspondientes (números pequeños) aparecen debajo de cada promedio, indicando la reproducibilidad del fenómeno. Debido a las definiciones especiales de tiempo de ascenso y de ancho que se usaron y al tiempo de respuesta relativamente lento del transductor Kistler, estos datos deberán usarse únicamente con fines de comparación.

Los tiempos de llegada de la onda directa y de la onda reflejada fueron de aproximadamente 93 y 143 microsegundos respectivamente, con variaciones de hasta varios microsegundos para el mismo arreglo. Estas variaciones pueden deberse a pequeños retrasos en las descargas eléctricas, producidos por pequeñas inhomogeneidades en las puntas de los electrodos, desgaste de las puntas y retrasos en el interruptor de chispa del MEXILIT I. Se observó además que las áreas debajo de las señales retrasadas eran menores, teniendo consecuentemente menor energía. Probablemente esto se debe a que los procesos de nucleación entre los electrodos no fueron constantes en el tiempo. Aquellos procesos que resultaron más lentos perdieron una mayor cantidad de energía por radiación, disponiendo por ello de menor energía mecánica. Con el fin de reducir el tiempo entre la aplicación del voltaje y la generación de la descraga, la separación entre electrodos no debería exceder 3 mm.

Un análisis estadístico mostró que todas las diferencias mostradas en la tabla IV entre los tres tipos de electrodos son significativas, a excepción de las diferencias entre el ancho (o duración del pulso) de la onda directa y del tiempo de ascenso de la onda reflejada para electrodos planos y cónicos. No fue posible realizar mediciones significativas del pulso de rarefacción generado con los electrodos de cono truncado para la conductividad alta, debido a que la forma de la señal variaba mucho. Además, no pudo explicarse por qué en algunos casos la conductividad alta del agua no disminuyó las variaciones tal y como se esperaba. Teóricamente el hecho de tener una conductividad alta entre los electrodos produce descargas más confiables pero a la vez más lentas, generando pulsos de presión con tiempos de ascenso mayores. Por otro lado una conductividad baja genera descargas eléctricas más erráticas en cuanto al instante en el que se produce el rompimiento eléctrico, sin embargo, la descarga se lleva a cabo en un tiempo más corto, produciendo una onda de choque con un tiempo de ascenso más corto, lo cual, como se ha visto,

es deseable.

En estadística el nivel de significación se define como la máxima probabilidad de que se acepte una hipótesis equivocada. Así por ejemplo un nivel de significación del 5% implica que la probabilidad de estar equivocado es de 0.05. Cuando en esta tesis se menciona que las diferencias entre dos poblaciones de resultados son significativas y no se da un nivel de significación se supone que este valor es igual o inferior al 5%.

Usando la misma definición para una descarga fallida que en el caso anterior, se encontró que los electrodos planos tuvieron el doble de fallas que los cónicos. El nuevo tipo de electrodos (cono truncado) tuvo aproximadamente el mismo número de fallas que los electrodos cónicos. A una conductividad más alta el número de descargas fallidas decreció considerablemente para todos los electrodos.

Las figuras 9 y 10 son señales de presión características de electrodos planos y cónicos respectivamente. La señal electromagnética de la descarga de alto voltaje (**DE**) puede observarse al principio de cada trazo. La onda de choque directa (**OD**) aparece después de aproximadamente 93  $\mu$ seg, seguida aproximadamente 50  $\mu$ seg más tarde por la reflejada (**OR**). La amplitud de la onda de compresión (**p**<sup>+</sup>) de la onda reflejada correspondiente a electrodos cónicos es más del doble de aquella producida por electrodos planos.

El registro de una descarga fallida típica aparece en la







Figura 10. Señal de presión de una onda de choque generada con electrodos cónicos, obtenida cerca de  $F_2$ . (DE = descarga eléctrica, OD = onda directa, OR = onda reflejada).



Figura 11. Señal de presión de una onda de choque generada con electrodos planos, obtenida cerca de F2 después de una "descarga fallida". (DE = descarga eléctrica, OD = onda directa, OR = onda reflejada).

figura 11. Nuevamente la señal de disparo (**DE**) aparece al principio de la traza. En este caso la onda directa (**OD**) tiene una amplitud comparable con el nivel de ruido.

Finalmente la figura 12 muestra el resultado obtenido con el nuevo tipo de electrodos. Nótese la onda reflejada (**OR**),de corta duración, corto tiempo de ascenso y amplitud grande.

## IV.3.3 Comparación entre los tres tipos de electrodos usando modelos de cálculos renales

Los experimentos con modelos de cálculos renales confirmaron los resultados obtenidos con el transductor de presión. Con los electrodos cónicos los modelos perdieron aproximadamente el 22, 49, 77 y 88% de su peso inicial exponiéndolos a 150, 250, 350 y 450 ondas de choque respectivamente. Usando los electrodos planos los valores fueron de aproximadamente 17, 33, 55 y 72% y 30, 55, 81 y 91% para los de cono truncado (ver tabla V).





Tabla V.

Porcentaje del peso que perdieron los modelos de cálculos renales colocados en el foco dinámico del reflector al ser expuestos a 150, 250, 350 y 450 ondas de choque (20 kV, 50 nF) usando tres diferentes formas de electrodos (planos, cónicos y de cono truncado).

	PORCENTAJE DE PESO PERDIDO			
NUMERO DE ONDAS	PLANOS	CONICOS	CONO TRUNCADO	
150	17 ± 6	22 + 4	30 + 6	
250	33 + 7	49 - 6	55 + 4	
350	55 + 8	77 ± 5	81 ± 5	
450	72 + 8	88 - 4	91 <sup>+</sup> 4	

IV.4 Conclusiones referentes a la geometría de los electrodos

difícil hacer correlaciones precisas Es entre los la onda de choque y los mecanismos parámetros de de desintegración de un modelo (o cálculo), sin embargo, como se vió en el capítulo anterior, puede afirmarse que el pulso de compresión (p) de la onda reflejada produce una fuerza considerable sobre el objeto y que la componente de rarefacción de esta onda está asociada con fuerzas de tracción y de cavitación. Se vió también, que entre mayor amplitud de **p** mayores serán los daños por efecto Hopkinson.

De acuerdo con lo mencionado en el capítulo anterior, una onda de choque adecuada para litotripsia es aquella que tiene un tiempo de ascenso muy corto, una duración muy corta, una amplitud de compresión grande y una componente de tracción

moderada. Considerando ésto y los resultados experimentales mostrados en este capítulo se puede concluir que los electrodos cónicos son más eficientes que los planos, ya que los primeros producen ondas con amplitudes mayores, menos descargas fallidas y una mejor reproducibilidad, teniendo duraciones y tiempos de ascenso similares. Si bien es cierto que los electrodos planos tienen la ventaja de un desgaste menor, también tienden a fracturarse más rápido que los cónicos, debido a que las fuerzas que actúan sobre ellos son mucho mayores, por tener un área mayor en los extremos. El nuevo diseño de electrodos (cono truncado) posee las ventajas de los electrodos cónicos combinadas con una erosión más lenta y una vida útil más larga (aproximadamente 4000 descargas). Se mostró experimentalmente que estos electrodos tienen la mayor amplitud de compresión **p**<sup>+</sup>, el ancho promedio y el tiempo de ascenso más pequeños y una buena reproducibilidad.

La ventaja del nuevo diseño radica en que el plasma puede expanderse con mayor libertad que en el caso de los electrodos planos, reduciéndose las pérdidas de energía por reflexiones del plasma en las puntas de los electrodos, aumentando con ello la velocidad de expansión del mismo y consecuentemente la presión de la onda generada. A la vez ésto reduce los esfuerzos sobre los electrodos mismos. Teóricamente la forma ideal para los electrodos es la geometría cónica, con un ángulo en la punta muy pequeño. Con electrodos de puntas afiladas, la intensidad del campo eléctrico puede ser muy elevada. Si este valor es suficientemente grande, los iones, al ser atraídos hacia el electrodo positivo, pueden recibir aceleraciones tan grandes que, por choque, producen otros muchos iones. El medio entre los electrodos se vuelve mucho más conductor, acelerando la descarga eléctrica. En la práctica las puntas afiladas pierden su forma después de unas cuantas descargas, creando con ello un aumento considerable en la separación entre electrodos y consecuentemente un aumento en la resistencia eléctrica y en el tiempo de descarga. Esto se ve reflejado en los tiempos de ascenso de la tabla IV, que para los electrodos cónicos son comparables con los de los planos.

V INFLUENCIA DE LA GEOMETRIA DE LOS REFLECTORES EN EL FUNCIONAMIENTO DE LOS LITOTRIPTORES ELECTROHIDRAULICOS Y DISEÑO DE DOS REFLECTORES NOVEDOSOS

En este capítulo se describen dos reflectores novedosos, diseñados y construídos con la finalidad de mejorar el funcionamiento de los litotriptores electrohidráulicos existentes hasta la fecha. La eficiencia de estos dos reflectores se comparó con la de un reflector de geometría convencional usando el generador de ondas de choque MEXILIT I y modelos con propiedades mecánicas adecuadas.

### V.1 Antecedentes

Hasta la fecha todos los litotriptores electrohidráulicos usan paraelipsoides de revolución con el fin de concentrar la energía generada en uno de sus focos, tal y como se mencionó con anterioridad (ver figura 1). Dependiendo del fabricante varían el semieje mayor **a**, el semieje menor **b** y la profundidad **H**, que se define como la distancia desde el borde del reflector (punto **B**) hasta su vértice, medida sobre el eje de rotación (ver figura 13). Dichos parámetros varían desde aproximadamente a = 139 mm, b = 78 mm y H = 124 mm hasta a = 170 mm, b = 110 mm y H = 160 mm, según el fabricante y el modelo de litotriptor. Desde los inicios de la litotripsia la tendencia ha sido aumentar los valores de **a**, **b** y **H**.



Figura 13. Los parámetros más importantes usados en el diseño de los reflectores se muestran en un corte de un reflector convencional por un plano que contiene al eje de simetría del elipsoide.

En la década de los ochentas los trabajos experimentales más relevantes en el campo de la desintegración de cálculos por métodos extracorporales usando reflectores elípticos fueron hechos por Holl (1982), Takayama *et al*. (1983), Russell (1985) y Müller y Grönig (1986), llegando sin embargo a resultados diferentes en cuanto al sitio preciso en el cual se concentra la mayor parte de la energía. Estas discrepancias posiblemente se deban a los diferentes tipos de generadores usados.

V.2 Definición de parámetros geométricos

A continuación se definirán algunos parámetros útiles para el diseño, la construcción y la evaluación de este tipo de reflectores elípticos. Por simplicidad se supondrá una elipse centrada en el origen (**0**) de un sistema coordenado. Con su eje mayor sobre el eje vertical **y**, su ecuación es:

$$(x^{2}/b^{2}) + (y^{2}/a^{2}) = 1$$
 (53)

De la geometría (ver figura 13) pueden obtenerse fácilmente las siguientes relaciones:

 $c = (a^2 - b^2)^{1/2}$  (distancia del origen a los focos). (54)

$$e = c / a$$
 (excentricidad). (55)

 $lr = 2b^2/a$  ("latus rectum", diámetro interno del reflector a la altura de F1). (56)  $d_1 = a - c$  (distancia del fondo del reflector a  $F_1$ ). (57)  $d_2 = a + c$  (distancia del fondo del reflector a  $F_2$ ). (58) $d_3 = d_2 - H$ (distancia de B a  $F_2$ ). (59)d4 = H - d1(distancia de **B** a **F**1). (60)ds = a - H(distancia de **B** al origen **O**). (61) (Cuando H > a, ds es negativo, lo que significa que el borde del reflector está arriba del eje x. Esto no es común en

 $d_6 = 2 c$  (distancia entre los focos  $F_1 y F_2$ ). (62)

litotripsia).

 $D = (2b/a) [(a^{2} - d_{5}^{2})]^{1/2} \qquad (diametro interior maximo).$ (63)

 $r = [(D^{2}/4) + d_{4}^{2}]^{1/2}$ (magnitud del radiovector que va de F1 al orde interior del reflector). (64)

 $\phi$  = arctan (D/2d) (ángulo que forma **r** con el eje **y**). (65)

La cantidad de energía aprovechada depende del ángulo  $\psi = \pi - \phi$  (ver ecuación 65). Se define como factor de aprovechamiento el área de la onda esférica aprovechada (reflejada), dividida entre la superficie total del frente de onda (Loske Mehling, 1990, cap. II):

$$F_{a} = 1/2 (1 - \cos \psi) ; \qquad (0 \le \psi \le \pi). \tag{66}$$

Este factor da información acerca de la cantidad de energía concentrada por el paraelipsoide de revolución y se comentará más adelante.

V.3 Material y métodos

#### V.3.1 El reflector convencional

Con el fin de comparar los nuevos reflectores con algún reflector convencional se construyó en el IFUNAM un paraelipsoide de revolución de acero inoxidable (denominado reflector  $\mathbf{D}$ ), cuya geometría es idéntica a la del litotriptor marca Dornier (Dornier Medizintechnik GmbH, Germering, Alemania), modelo HM3 y HM4 (no modificado). Dicho equipo es reconocido como el estándar de los litotriptores extracorporales. En los últimos trece años se han realizado con él la mayoría de los tratamientos de litotripsia renal en todo el mundo con resultados alentadores (Williams, 1989). Los

parámetros del reflector usado por esta compañía (reflector **D**) aparecen en la tabla VI junto con la de los nuevos diseños. Un dibujo bidimensional de este reflector puede apreciarse en la figura 13. Su factor de aprovechamiento (ecuación 66) es de 0.895. La altura, el diámetro exterior y el peso de este reflector es de 135 mm, 165 mm y 10.5 kg respectivamente.

Los reflectores descritos en esta tesis fueron fabricados de barra de acero inoxidable de 8 pulgadas de diámetro, usando la fresadora de control numérico del IFUNAM. Pueden ser usados con el mismo tipo de bujías, variando únicamente la altura a la cual se encuentran las puntas de los electrodos. Se trata de bujías de nylon, latón y electrodos de tungsteno con la forma de cono truncado descrita en el capítulo IV (Loske Mehling y Prieto Calderón, 1993). A diferencia de lo que acostumbran los fabricantes de litotriptores, se usó acero inoxidable en lugar de latón para los reflectores, debido a que la impedancia acústica del acero inoxidable es mayor a la del latón. Con un reflector de acero inoxidable, la energía reflejada es del orden de 7% mayor que aquella reflejada por un reflector de latón con la misma geometría.

V.3.2 El reflector compuesto I

A diferencia de los reflectores (elipsoides de revolución) en uso en un gran número de hospitales en todo el mundo, los nuevos diseños presentados aquí son reflectores

Tabla VI. Parámetros de las tres geometrías usadas para el diseño de los reflectores descritos. Todas las distancias (aproximadas a una cifra decimal) se dan en milímetros.

	٢			
REFI	LECTOR D $\downarrow$	REFLECTOR I ↓		
	GEOMETRIA D	GEOMETRIA IFUNAM I	GEOMETRIA IFUNAM II	
a	139.0	156.5	144.0	
b	78.0	83.2	86.5	
С	115.1	132.5	115.1	
е	0.83	0.85	0.80	
lr	87.5	88.5	104.0	
dı	24.0	24.0	28.9	
d2	254.1	289.0	259.1	
dз	130.0	164.9	130.0	
d4	100.1	100.1	100.2	
ds	14.9	32.4	14.9	
de	230.2	265.0	230.2	
D	155.1	162.8	172.1	
r	126.7	129.0	132.1	
P	124.1	124.1	129.1	
φ	37.8°	39.1°	40.7°	
a/b	1.78	1.88	1.66	

compuestos, esto es, se formaron uniendo dos sectores de elipsoides con geometrías diferentes (Prieto Calderón y Loske

Mehling, 1994).

Como puede verse en la figura 14, el primero de ellos (denominado reflector I) es un reflector combinado de tres focos, que consta de dos mitades de paraelipsoides con geometrías diferentes. La geometría de una de las mitades coincide con la del reflector convencional D, la otra se denominó IFUNAM I. Los focos F1 y F1 de ambas mitades coinciden, con lo cual los focos F2 y F2 quedan separados una distancia de aproximadamente 35 mm. Los parámetros de las dos mitades de este reflector aparecen en la tabla VI en las columnas correspondientes a la geometría D y a la geometría IFUNAM I. Nótese que la distancia del vértice (fondo del reflector) al foco  $F_1$  ( $F_1$ ), es la misma para ambas geometrías. El origen **O** de la elipse **D** está desfasado sobre el eje **y** con respecto al origen O' de la elipse IFUNAM I una distancia tal, que los focos F1 y F1 se superponen. En la unión interna entre ambas mitades se crea un canto, cuyo ancho disminuye al acercarse al vértice (ver figura 14). El diámetro D que aparece en la tabla VI se refiere al diámetro interior máximo que tendría un reflector completo con la geometría indicada en cada columna. No se refiere al diámetro de los reflectores compuestos, ya que éste varía según la dirección en la que se mide. El factor de aprovechamiento (ecuación 66) del reflector I es de 0.8915. Este valor se obtuvo sumando la mitad del factor de aprovechamiento correspondiente a la geometría D con la mitad del factor correspondiente a la geometría IFUNAM I.



### Figura 14. Esquema del reflector I.

Las dimensiones exteriores del reflector I aparecen en la figura 14. Su peso es de aproximadamente 13 kg.

V.3.3 El reflector compuesto II

El segundo reflector compuesto (reflector II) aparece dibujado en la figura 15. Nuevamente se trata de dos secciones de elipsoides, pero en este caso los focos  $\mathbf{F}_1$  y  $\mathbf{F}_2$  ( $\mathbf{F}_1$  y  $\mathbf{F}_2$ ) de ambas geometrías coinciden, esto es, la distancia c del origen **0** a los focos es la misma (ver tabla VI). Debido a que una de las secciones (geometría IFUNAM II) tiene semiejes más grandes, se forma un canto en la unión entre ambas secciones. En este caso el canto forma un escalón de 5 mm en el fondo del reflector. Los parámetros de las geometrías **D** e IFUNAM II que forman este reflector II aparecen en la tabla VI. Su factor de aprovechamiento, calculado como en el caso del reflector **I**, resultó ser de 0.887. El peso de este reflector es de aproximadamente 12 kg. Sus dimensiones exteriores aparecen en la figura 15.

Los reflectores compuestos descritos aquí son completamente novedosos y tienen la finalidad de concentrar y desfasar temporal y/o espacialmente a la onda generada en  $\mathbf{F}_1$  $(\mathbf{F}_1)$ , para tratar de producir mayores esfuerzos al cálculo que se pretende desintegrar. Su novedad consiste en el hecho de que están formados por dos sectores.



Figura 15. Esquema del reflector II.

#### V.3.4 El modelo de cálculo renal

Para comparar la eficiencia de los tres reflectores construídos se buscaron modelos que tuvieran propiedades mecánicas similares a las de los cálculos humanos, pero sobre todo modelos que no tuvieran variaciones significativas en sus dimensiones, peso, composición, porosidad, resistencia a la tracción y resistencia a la compresión. Otro requisito importante para los modelos seleccionados fue que no debían de disolverse en aqua durante por lo menos una hora. Después de analizar varias alternativas se encontró que las tabletas de la medicina Dolaren, producida por el laboratorio Aplicaciones Farmacéuticas S.A. de C.V. en México D.F. cumplían con dichos requisitos. Estas tabletas están compuestas por 0.75 mg de Prednisolona, 0.05 g de 3-5 Dioxo- 1.2 difenil- 4-Nbutilpirazolidina, 0.3 g de Salicilamida, 0.2 g de ácido ascórbico y 0.15 q de Dicarbamato del N- isopropil-2-metil-2-propil-1.3-propanediol (excipiente c.b.p. un comprimido), tienen un peso de (0.77 <sup>±</sup> 0.01) g, un espesor de aproximadamente 3.5 mm y un diámetro de aproximadamente 14.5 mm. Esta medicina se seleccionó por sus propiedades físicas y no por su composición química o aplicación médica. Las tabletas se sometieron a pruebas mecánicas de resistencia a la compresión en la máquina de expansión térmica mencionada en el capítulo anterior (Mendoza Allende et al., 1985) con una velocidad de expansión de 0.03 mm/min, resultando un umbral de

ruptura de aproximadamente 63 atm. Recuérdese que la resistencia a la compresión de los cálculos renales humanos varía entre aproximadamente 19 y 174 atm (Kaneko *et al.*, 1979). Para poder exponer un gran número de modelos a las ondas de choque generadas por cada uno de los reflectores, se seleccionó un modelo relativamente fácil de fracturar por medio de ondas de choque.

V.3.5 Metodología de la aplicación de las ondas de choque

Como puede verse en la tabla VII las tabletas se colocaron en posiciones diferentes dentro de la tina del MEXILIT I. Para los reflectores **D** y II la posición 1 se fijó en F<sub>2</sub> y las posiciones 2 y 3 a 18 mm arriba y abajo de F<sub>2</sub> respectivamente. Para el reflector I la posición 1 se definió centrada entre F<sub>2</sub> y  $F_2$  y las posiciones 2 y 3 en  $F_2$  y F<sub>2</sub> respectivamente.

Tabla VII. Posiciones en las que se colocaron los modelos para ser fracturados y con ello evaluar los reflectores construídos.

	REFLECTOR D	REFLECTOR I	REFLECTOR II
POSICION 1	en F <sub>2</sub>	centrada entre $F_2 y F_2'$	en F <sub>2</sub>
POSICION 2	18 mm arriba de F <sub>2</sub>	en F <sub>2</sub>	18 mm arriba de F <sub>2</sub>
POSICION 3	18 mm abajo de F <sub>2</sub>	en F <sub>2</sub>	18 mm abajo de F <sub>2</sub>

La distancia de 18 mm resultó únicamente debido a que para el reflector I la separación entre el punto intermedio entre F2 y F2 y F2 (o F2) es de 17.5 mm y debido a que se pensó que sería conveniente que para los tres reflectores la separación entre posiciones fuera aproximadamente la misma.

Por cada posición se usaron 30 modelos, de manera que para cada reflector se empleó un total de 90 modelos. Cada modelo recibió 150 ondas de choque a razón de una onda cada 2.5 segundos, generadas con descargas de 19 kV, usando los electrodos de cono truncado descritos con anterioridad, separados aproximadamente 0.4 mm (0.015 pulgadas) y una capacitancia de 100 nF. Todos los electrodos se precalentaron con 250 descargas al voltaje, la frecuencia de disparo, la capacitancia y la separación entre electrodos mencionada. Se usó un calentamiento de 250 descargas debido a que la experiencia mostró que aproximadamente a partir de este número descargas la generación de ondas de choque era más de uniforme. La separación entre electrodos se ajustó al valor inicial antes de comenzar con cada una de las 270 tabletas (90 por reflector). Los electrodos se sustituyeron por un par nuevo después de cada serie de 10 modelos, esto es, después de cada 1750 descargas (250 de calentamiento y 1500 de 10 modelos). En todos los casos se usó agua potable filtrada con un filtro de 10 micras, a una temperatura de aproximadamente 18°C. La conductividad eléctrica del agua se ajustó a 920  $\mu$ S/cm, agregando aproximadamente 500 ml de una solución de 200

gr/l de NaCl en aqua destilada. El nivel de aqua dentro de la tina se mantuvo fijo en 35 cm. Todos los modelos se colocaron en las posiciones mencionadas sobre una malla de nylon con aberturas de 1 mm por 1 mm, rodeados por un anillo de polietileno de aproximadamente 21 mm de diámetro y 10 mm de altura, permaneciendo 4 minutos en el agua antes de comenzar la generación de las ondas de choque. La colocación con adecuada de los modelos se aseguró con un sistema de rayos laser y una cámara de video Panasonic M 2000, acoplados a la tina del MEXILIT I. Se estima que el error en la colocación de los modelos fue de aproximadamente ± 1 mm. Después de haber aplicado las 150 ondas de choque, el contenido remanente sobre la malla de nylon se colocó sobre un papel secante dentro de un horno a 50°C durante 24 horas. Finalmente los fragmentos se pesaron usando una balanza analítica y se determinó qué porcentaje del peso inicial de cada modelo no pasó por la malla de nylon.

V.4 Resultados

En la tabla VIII aparecen los promedios de los 30 porcentajes obtenidos para cada una de las tres posiciones distintas.

Como puede verse, en la posición 2 el reflector I fue más eficiente que el reflector convencional D y que el reflector II en cualquiera de sus tres posiciones. El mejor valor del reflector **D** de 44.8% para la posición 3 es 11.6% mayor que el mejor valor del reflector **I** (33.2%). Un análisis estadístico reveló que esta diferencia es significativa con un nivel de significación del 0.01%. Las desviaciones estándar de los valores reportados pueden obtenerse multiplicándolos por su coeficiente de variación (ecuación 52).

Tabla VIII. Pesos de los fragmentos remanentes expresados como porcentajes de los pesos iniciales. Cada número es el promedio de los 30 porcentajes obtenidos por posición para cada uno de los tres reflectores.

REFLECTOR	POSICION	REMANENTE	COEFICIENTE DE VARIACION		
	1	51.3 %	0.05		
D	2	54.5 %	0.03		
	3	44.8 %	0.13		
	1	54.3 %	0.07		
I	2	33.2 %	0.11		
	3	50.1 %	0.06		
	1	73.1 %	0.02		
II	2	72.7 %	0.02		
	3	72.9 %	0.02		

En el caso del reflector II, que resultó ser el menos eficiente, no se encontró una diferencia significativa entre las tres posiciones seleccionadas. Sus coeficientes de variación muestran sin embargo que este reflector dió los resultados más reproducibles. Los datos con mayor variación

correspondieron al reflector D en la posición 3.

V.5 Evaluación de los resultados y criterios que se siguieron en el diseño de los reflectores

A continuación se pasará al estudio de la reflexión de superficies ondas amplitud finita en rígidas, de específicamente en superficies elipsoidales como las descritas anteriormente, con la finalidad de evaluar los resultados obtenidos, explicar los criterios que se siguieron para el diseño de los reflectores I y II, discutir sus ventajas y desventajas en comparación con las geometrías convencionales y sugerir mejoras a los diseños. Para ello no se tomarán en cuenta los efectos debidos a la viscosidad del agua que, aunque consumen una fracción de la energía cinética de la onda de choque, como se vió, son pequeños. Se supondrá además que reflectores de acero inoxidable se comportan como los superficies rígidas, esto es, como superficies ideales sobre la velocidad del fluido las cuales la componente de perpendicular a ellas es cero. En este caso la onda reflejada es una onda de compresión, cuya componente de velocidad perpendicular al reflector cancela а la componente perpendicular de la onda incidente (condición a la frontera). Como ya se mencionó, las ondas de choque en agua se desplazan a velocidades que no exceden por mucho a la velocidad del sonido, debido a que el agua es poco compresible, pero pueden

tener presiones muy grandes para energías de generación relativamente pequeñas. Para números de Mach (M) cercanos a uno (ecuación 40), el comportamiento de estas ondas es muy parecido al de las ondas acústicas. Por esto, una onda de choque esférica débil generada en uno de los focos de un elipsoide se refleja de tal forma que produce densidades de energía similares en el foco opuesto. Según la acústica geométrica un espejo elíptico es anastigmático, esto es, no produce aberración esférica, para una fuente puntual colocada en uno de los focos de la elipse. Si la fuente no está en uno de los dos focos, entonces se producirá aberración esférica. Para presiones de este tipo son válidas las leyes de la acústica geométrica, según las cuales una onda esférica que incide sobre una pared rígida se refleja de tal forma que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. En este caso se supone que cada punto de contacto sobre la superficie reflectora se convierte en una fuente puntual que genera ondas de choque esféricas secundarias (principio de Huygens). Al aumentar la energía de la onda, este proceso difiere del geométrico. Las velocidades de las ondas de choque en agua con presiones menores a 1 kbar son similares a la velocidad del sonido en agua (Kohlrausch, 1968, tomo 3) (M = 1.0916 para 1 kbar), denominándose transónicas (M ≈ 1). Debido a que en un reflector convencional la trayectoria de F1 hacia el reflector y hasta F2 es la misma para todos los rayos imaginarios perpendiculares a los frentes de onda, las ondas de choque
están en fase. Suponiendo válidas las leyes de la acústica geométrica y suponiendo paredes rígidas se puede demostrar (Loske Mehling, 1990, pág. 63) que los rayos reflejados pasan por el foco F2.

En lo que resta del capítulo se usará la siguiente notación:  $\mathbf{u}$  = velocidad de propagación,  $\mathbf{i}$  = cantidad de movimiento,  $\rho$  = densidad del fluido,  $\mathbf{p}$  = presión,  $\alpha_1$  = ángulo de incidencia y  $\alpha_2$  = ángulo de reflexión. Los subíndices 1 y 2 nuevamante se refieren a las condiciones delante y detrás del frente de onda respectivamente. Se usarán las ecuaciones del capítulo II con una prima (') cuando se trate de la onda incidente y una biprima ('') cuando se trate de la onda reflejada. Así por ejemplo para la onda incidente se hace  $\mathbf{u} =$  $\mathbf{u}$ ',  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_1$ ',  $\mathbf{i}_1 = \mathbf{i}_1$ ', etcétera. Siguiendo esta notación la ecuación (11) (ecuación de continuidad) se reescribe como

$$\rho'_{1} u' = \rho'_{2} (u' - u'_{2})$$
(67)

para la onda incidente y si  $\mathbf{p}_1'$  y  $\mathbf{p}_2'$  son las presiones delante y detrás de la discontinuidad, de la ecuación (12):

$$\rho'_1 u' u'_2 = p'_2 - p'_1 \tag{68}$$

Esta es la expresión para la conservación de la cantidad de movimiento para la onda incidente. Como la pared es rígida, el fluido en ese sitio debe estar en reposo, esto es, una onda de compresión (onda reflejada) viaja de regreso con una velocidad y una amplitud tal que pone en reposo al fluido que entra al frente de esta onda con una velocidad  $\mathbf{u''} - \mathbf{u'_2}$ . Para la onda reflejada la ecuación de continuidad (1) se simplifica a:

$$\rho'_{2} (u'' - u'_{2}) = \rho'_{2} u''$$
(69)

al hacer  $\mathbf{u}_2'' = \mathbf{0}$  (condición a la frontera),  $\rho_1'' = \rho_2'$ (densidad delante de la discontinuidad reflejada igual a la densidad detrás de la discontinuidad incidente) y  $\mathbf{u}_1'' = \mathbf{u}_2'$ (velocidad delante de la discontinuidad reflejada igual a la velocidad detrás de la discontinuidad incidente).

Aplicando esto mismo a la ecuación (3) se obtiene:

 $di'' = -\rho_1' A (u'' - u_1') u_1' dt$ 

De la ecuación (5) se tiene para este caso:

 $-\rho_{1}''$  (u'' - u\_{1}'') u\_{1}' = p\_{2}'' - p\_{1}''

y debido a que  $\mathbf{p}_1'' = \mathbf{p}_2'$ ,  $\rho_1'' = \rho_2'$  y  $\mathbf{u}_1'' = \mathbf{u}_2'$ , la conservación de la cantidad de movimiento para la onda reflejada queda como:

 $-\rho_{2}' (u'' - u_{2}') u_{2}' = p_{2}'' - p_{2}' .$ (70)

Despejando ahora la presión delante de la discontinuidad incidente  $(\mathbf{p}_1')$  y la presión detrás del frente reflejado  $(\mathbf{p}_2')$ de la ecuación (68) y (70) respectivamente y restando se obtiene

$$p'_{2}' - p'_{1} = \rho'_{2} (u'_{2})^{2} - \rho'_{2} u'' u'_{2} + \rho'_{1} u' u'_{2}.$$

Combinando esta ecuación con la (68) y reordenando términos resulta:

$$(p''_2 - p'_1) / (p'_2 - p'_1) = 1 + [\rho'_2(u'_2 - u'') / \rho'_1 u']$$

y como de la ecuación (69)

 $u'_2 - u'' = - \rho'_2 u'' / \rho'_2$ , entonces

$$(p''_{2} - p'_{1}) / (p'_{2} - p'_{1}) = 1 - [\rho'_{2} u' / \rho'_{1} u'] \quad . \tag{71}$$

Despejando **u'** y **u''** de (67) y (69) y sustituyendo en (71) (con  $\mathbf{p}_2' = \mathbf{p}_1''$ ) resulta la razón de presión reflejada e incidente:

$$(p_{2}' - p_{1}') / (p_{1}' - p_{1}') = 1 + [\rho_{2}' (\rho_{1}' - \rho_{2}') / \rho_{1}' (\rho_{2}' - \rho_{2}')],$$

$$(72)$$

en donde, como ya se mencionó,  $\mathbf{p}_1^{\prime}$  es la presión del agua no

perturbada,  $\mathbf{p}_1''$  es la presión delante del frente de onda reflejado y  $\mathbf{p}_2''$  es la presión detrás de la onda reflejada. Para encontrar el valor de este cociente es necesario contar con otra ecuación que relacione presiones y densidades. Esto puede lograrse usando la ecuación de Hugoniot para la energía y los datos de la ecuación de estado para el fluido en cuestión, ya que el paso de cada frente de onda deja al fluido detrás de él sobre una adiabática nueva. Como ya se mencionó con anterioridad, para el caso del agua los cambios en la entropía afortunadamente son muy pequeños y pueden despreciarse. La misma ecuación de estado adiabática puede ser usada para las tres condiciones en las que se encuentra el agua. Una relación adecuada entre la presión y la densidad para compresión adiabática es (Penney y Dasgupta, 1942)

$$p + \beta = k \rho^{\gamma}$$
(73)

 $\cos \beta = 2.94$  kbar y  $\gamma = 7.25$ .

Usando la ecuación (73) para p', p'' y p' se obtiene

$$(p_{2}' - p_{1}') / (p_{1}' - p_{1}') = [ (\rho_{2}')^{\gamma} - (\rho_{1}')^{\gamma} ] / [ (\rho_{1}')^{\gamma} - (\rho_{1}')^{\gamma} ] .$$

$$(74)$$

Con las ecuaciones (72) y (74) puede encontrarse la presión y la densidad final en términos de la presión y la

densidad detrás de la onda incidente. El cociente  $(\mathbf{p}_2'' - \mathbf{p}_1') / (\mathbf{p}_1'' - \mathbf{p}_1')$  siempre resulta mayor que 2, aproximándose a este valor para el caso de ondas débiles. Para presiones pequeñas, la reflexión en una pared rígida infinita origina una presión equivalente al doble de la presión incidente (en las cercanías de la pared). Si los cambios de densidad no son infinitesimales entonces ésto ya no se cumple.

En el caso de que un frente de onda de amplitud finita incide sobre una pared rígida con cierto ángulo  $\alpha_1$ , se pueden determinar  $\mathbf{u''} - \mathbf{u''_2} \ y \ \alpha_2$  para valores de  $\mathbf{u'} - \mathbf{u'_2} \ y \ \alpha_1$  mediante métodos numéricos (Polachek y Seeger, 1985), suponiendo que la componente de velocidad perpendicular a la pared es cero y que la velocidad tangencial de un punto entre los dos frentes de onda debe ser la misma si se calcula a partir de las condiciones del frente de onda incidente o del reflejado. Sin embargo al aumentar  $\alpha_1$  llega un instante en el cual ya no hay solución real para  $\alpha_2$ . Esto significa que el esquema propuesto no es físicamente posible para ángulos de incidencia mayores a cierto ángulo crítico. A la reflexión que se da para ángulos de incidencia mayores que el ángulo crítico se le llama reflexión *irregular*.

M. Müller (1987) obtuvo numéricamente datos para  $\alpha_2$  en agua a presiones relativamente bajas con  $p_1 = 1$  bar. Sus resultados aparecen graficados en la figura 16. Nótese que al aumentar la presión  $\mathbf{p}_2$ , disminuye el ángulo de incidencia máximo y también el ángulo de reflexión máximo, indicados por



Figura 16. Angulo de reflexión en función del ángulo de incidencia para diferentes amplitudes según M. Müller (1987).

las líneas cortadas. Para ángulos de incidencia pequeños, las curvas se acercan a la recta  $\alpha_2 = \alpha_1$ . El ángulo de reflexión  $\alpha_2$  siempre es mayor que el ángulo de incidencia  $\alpha_1$ . Esta diferencia se incrementa al aumentar la presión p<sub>2</sub>. En el caso de los reflectores elípticos, este efecto origina que la región de máxima energía se extienda hacia atrás del foco F2. Esto se muestra en la figura 17, en la que los rayos representan líneas normales al frente de onda reflejado en un reflector convencional (teorema de Malus - Dupin). Los rayos que inciden sobre el reflector en la parte más profunda son reflejados casi con el ángulo de incidencia ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) y prácticamente llegan al punto F2. Aquellos reflejados en la parte superior inciden con un ángulo  $\alpha_1$  relativamente grande, por lo cual aparece el efecto mostrado en la figura 17, esto es,  $\alpha_1 < \alpha_2$ . Estos rayos cruzan el eje del elipsoide detrás del foco F2. Si se piensa en un gran número de rayos partiendo de F1 es fácil imaginar la región focal como una "mancha" alargada y no como un punto. Nótese por otro lado que los rayos incidentes en el reflector tienen el mismo ángulo entre sí. Esto significa que la densidad de energía del frente de onda que se originó en F1 es constante, en cambio la densidad de energía en la región del foco F2 no es homogénea, sino que aumenta en la cercanía del eje y, de manera que un punto situado sobre este eje experimenta una presión mucho mayor que un punto hacia la izquierda o derecha de F2, a pesar de encontrarse a la misma distancia. (En el caso real, la



Figura 17. Esquema bidimensional de la superficie interna de un reflector convencional y diagrama de rayos perpendiculares al frente de onda incidente y reflejado. densidad de energía incidente en el reflector no es constante debido a la presencia de la bujía).

A presiones bajas (menores de 250 bars) la relación entre presión y densidad es lineal y la velocidad de las ondas es constante, en cambio para presiones más altas esta relación ya no es lineal y la velocidad de las ondas aumenta con la presión. Si la presión en la región central de la onda es mayor que en las orillas, entonces la velocidad en el centro también es mayor que en los extremos. Una consecuencia de ésto es el aplanamiento del frente de onda cerca del eje y. La velocidad aumenta hasta que el frente de onda cóncavo se transforma en plano (ver figura 17). A partir de este instante la presión ya no aumenta, de modo que según ésto la región de máxima presión puede darse antes del foco F2. Dependiendo de la energía inicial depositada y de la geometría del reflector, es posible que predomine cualquiera de los dos fenómenos explicados y que la región de presión máxima, frecuentemente llamada foco dinámico se localice en una zona más alejada o cercana al foco geométrico F2.

Debido a los bordes del reflector, se presentan efectos de difracción que alteran aún más la forma del frente de onda. En la figura 17 puede verse cómo el frente de onda cambia su curvatura en los extremos. Las curvas en los extremos tienen su centro de curvatura en los bordes del reflector, como si estos puntos fueran generadores de ondas secundarias. En tres dimensiones el frente de onda puede imaginarse como una especie de plato que se desplaza en dirección **y**, cambiando su forma al propagarse hacia el segundo foco.

En el diseño de un paraelipsoide para litotripsia debe tomarse en cuenta la presión de la onda de choque incidente con el fin de evitar reflexiones irregulares, esto es, el ángulo de incidencia  $\alpha_1$  no debe exceder al ángulo de incidencia máximo  $\alpha_{1max}$  (ver figura 16), de lo contrario se perdería energía en el foco dinámico. Con ayuda de la figura 13 se puede encontrar una expresión para determinar este ángulo de incidencia máximo (Loske Mehling, 1990, pág. 83):

$$\tan \alpha_{1\text{max}} = \frac{c \frac{D}{2} (a^2 - c d_5)}{a^2 \frac{D^2}{4} - b^2 d_5 (c - d_5)} \qquad (\text{donde } d_5 \ge 0). \tag{75}$$

(Esta ecuación es válida exclusivamente para elipsoides cuya profundidad es menor o igual al semieje mayor **a**. En paraelipsoides más profundos, el valor de  $\alpha_{1max}$  es aquel que se obtiene haciendo **D/2 = b** y **d**<sub>5</sub> = **0**). Para el reflector **D** el ángulo de incidencia máximo  $\alpha_{1max}$ , calculado a partir de la ecuación (75) es de 55.7°. Si se usaran las geometrías IFUNAM I e IFUNAM II para maquinar dos reflectores completos, resultaría para éstos un ángulo de incidencia máximo de 57.3° y 52.9° respectivamente. Los reflectores I y II obviamente tienen dos ángulos  $\alpha_{1max}$ , uno correspondiente a cada sector. Para el reflector I estos ángulos son: 55.7° y 57.3° y para el reflector II son 55.7° y 52.9°. En el caso del ángulo más grande (57.3°), correspondiente al reflector I habría reflexión irregular a partir de aproximadamente 500 bars (ver figura 16), lo cual está muy sobrado, ya que la onda directa que incide en el reflector no alcanza esta presión con las energías usadas en litotripsia. Probablemente para ángulos de 75° o más se tendría reflexión irregular.

A las presiones que se manejan aquí, la acústica geométrica es una muy buena aproximación, a pesar de que puede llevar a ciertas contradicciones en la región focal. Según la geometría, los rayos deben coincidir todos en el foco F2. Si éste es el caso, entonces aún para ondas débiles se tendría una amplitud infinita en este punto. En 1957 y 1959 Whitham desarrolló una teoría en la que, como en acústica geométrica, usa rayos normales a los frentes de onda pero toma en cuenta que los frentes pueden viajar a diferentes velocidades, dependiendo de su amplitud. Esto origina que los rayos se curven en la cercanía del segundo foco geométrico. La porción más cóncava del frente de onda se acelera con respecto a la porción menos cóncava.

En la figura 18 aparece el esquema de un corte por un plano que contiene al eje de simetría de los dos sectores que forman el reflector I, algunos rayos perpendiculares a los frentes de onda incidente y reflejado, así como el frente de onda reflejado, propagándose hacia el foco dinámico. Como se mencionó anteriormente, este reflector, compuesto por la geometría D e IFUNAM I posee tres focos. A diferencia del

frente de onda reflejado por un paraelipsoide de revolución convencional (ver figura 17) el frente reflejado por este reflector está formado por una sección que converge hacia F2 y otra que converge hacia  $F_2$ . Sobre el plano de unión entre ambas geometrías el frente de onda tiene una discontinuidad. Al igual que en el caso del reflector D, la densidad de energía y la presión en la región central es mayor que en los extremos, con lo cual la velocidad de propagación en el centro también es mayor que en los bordes. Esto genera un aplanamiento del frente de onda cerca del eje y, tal y como aparece en la figura 18. Como ya se mencionó, esta sección del frente de onda posee además una discontinuidad en el eje y. Por otro lado, debido a que para ángulos de incidencia grandes  $\alpha_{,}$  es menor que  $\alpha_{,}$ , los rayos correspondientes a cada geometría no pasan por sus respectivos focos  $F_2$  y  $F_2$ , formando con ello una región alargada en la cual la densidad de energía es máxima. Dicha región no se encuentra exactamente sobre el eje de simetría sino que se localiza unos 3 mm hacia el lado correspondiente a la geometría IFUNAM I. El foco dinámico se encuentra aproximadamente entre  $F_2$  y  $F_2$ , ligeramente separado del eje y.

Este arreglo hace que las ondas reflejadas estén desfasadas espacial y temporalmente. La diferencia de caminos de F1 a F2 (F2) que recorren las ondas reflejadas en las dos secciones del reflector es de  $\overline{BF2} - \overline{BF2} = 35$  mm. Esto implica que, suponiendo una velocidad de propagación de 1500 m/seg, la



Figura 18. Esquema bidimensional de la superficie interna del reflector I y diagrama de rayos perpendiculares al frente de onda incidente y reflejado.

onda reflejada en el sector D llegará aproximadamente 23.3 µseg antes a su segundo foco que aquella reflejada en el sector IFUNAM I. Un objeto situado sobre el plano horizontal que pasa por F2 recibirá dos ondas con separación de aproximadamente 0.3  $\mu$ seg, en cambio uno situado sobre el plano horizontal que pasa por F2 las recibiría con separación de aproximadamente 0.4  $\mu$ seg (en realidad hay una superposición de los dos frentes de onda). Estos tiempos se obtuvieron calculando la diferencia de caminos de F1 a los planos mencionados, suponiendo que los rayos salen horizontalmente de F. (sobre el "latus rectum"). Nuevamente se supuso una velocidad de propagación de 1500 m/seg. Dependiendo de su posición exacta, un objeto colocado entre  $F_2$  y  $F_2$  recibirá dos ondas desfasadas entre aproximadamente 0.3 y 0.4 µseg. Usando las velocidades de propagación reportadas por Singh y Agarwal (1990) (ver tabla I) para cálculos renales, resulta que en ese tiempo las ondas avanzan del orden de un milímetro a través del cálculo. Esto implica que la primera onda estará adelantada (dentro del cálculo) aproximadamente un milímetro con respecto a la segunda, teniendo además una dirección ligeramente diferente, generando torcas y esfuerzos en el material, que producen fisuras por las que puede penetrar el líquido y producirse cavitación, que a su vez propicia la destrucción del cálculo.

Algunas decenas de microsegundos después de una descarga eléctrica y de la consecuente generación de una onda esférica

en el reflector I, llega al cálculo la superposición de los dos frentes reflejados. En la figura 19a se ha dibujado un pulso ideal con un ancho de diez veces su tiempo de ascenso. Por analogía con el tratamiento del capítulo III se seleccionó el eje x como eje de propagación. A diferencia de los pulsos considerados anteriormente, por simplicidad éste es triangular y posee una parte de rarefacción. Si se superponen dos pulsos de este tipo con un desfasamiento temporal de 0.4  $\mu$ seg se obtiene el perfil mostrado en 19b. La amplitud del segundo pico de compresión es del orden de 80 % mayor que la del primero. La amplitud del pulso de rarefacción también se incrementa considerablemente. Este doble pico somete al material a dos compresiones súbitas, separadas 0.4 µseg. Al llegar a la parte posterior del cálculo, este pulso se refleja de tal forma que produce compresiones y rarefacciones que se alternan rápidamente, fatigando al material en esa región. Esto puede visualizarse en la figura 20. Aquí se ha supuesto el caso (ideal) en que un pulso del tipo mostrado en 19b incide sobre una superficie libre, simulando la interfase cálculo-orina en la sección posterior del cálculo. Obviamente en realidad no se tiene una superficie libre plana y un material homogéneo, sin embargo el modelo es una herramienta útil para comprender el fenómeno. Las gráficas de la figura 20 a, b, c y d representan la reflexión del pulso mencionado para cuatro tiempos distintos. Se obtuvieron con ayuda de un programa de computación diseñado para este fin. El algoritmo



Figura 19 a) Modelo del perfil de un pulso reflejado en cualquiera de las dos secciones del reflector I. b) Superposición de dos pulsos del tipo mostrado en a).



Figura 20. Secuencia de la reflexión del perfil mostrado en la figura 19b en una superficie rígida, a) 0.2, b) 0.4  $\mu$ seg después de llegar a dicha superficie.



Figura 20. Secuencia de la reflexión del perfil mostrado en la figura 19b en una superficie rígida, c) 0.7, d) 1.0  $\mu$ seg después de llegar a dicha superficie.

de dicho programa se basa en la técnica descrita en el capítulo III (ver figura 4) para obtener el pulso reflejado en una superficie libre. Se supone que el pulso incidente en el objeto (figura 19b) se encuentra en la superficie libre con otro de forma igual pero invertido (imaginario) que viaja en sentido opuesto. Al sumar las amplitudes de estos pulsos conforme uno (el original) avanza en sentido + x y el otro (imaginario) en sentido - x, se obtiene del lado izquierdo de la superficie libre el perfil del pulso reflejado, mostrado en la figura 20 para cuatro instantes diferentes. En la figura 20 a, b, c y d se muestra la situación para t = 0.2, 0.4, 0.7 y 1.0  $\mu$ seg respectivamente, en donde **t** = **0** es el momento en el cual el pulso incidente hace contacto con la superficie libre. Puede observarse cómo una partícula situada en las cercanías de la superficie libre sufriría una serie de compresiones y rarefacciones que varían rápidamente en el tiempo. Las amplitudes de estas compresiones y rarefacciones dependen de la energía disponible inicialmente. El pulso de rarefacción mostrado en la figura 20d se propagará de regreso por el cálculo hasta llegar a su cara anterior. Por los motivos descritos en el capítulo III este pulso no puede transmitirse por la interfase cálculo - orina y quedará atrapado dentro del cálculo, reflejándose una y otra vez hasta agotar su energía.

En la figura 21 se muestra el dibujo de un corte a través del reflector II y algunos rayos perpendiculares a los frentes de onda incidente y reflejado. A diferencia del caso anterior



Figura 21. Esquema bidimensional de la superficie interna del reflector II y diagrama de rayos perpendiculares al frente de onda incidente y reflejado.

en este reflector los focos  $F_2$  y  $F_2$  de ambas geometrías sí coinciden. No se dibujó el frente de onda reflejado, debido a que por el desfasamiento temporal tan grande, cada descarga eléctrica genera dos frentes de onda reflejados, uno reflejado en cada uno de los dos sectores. Al igual que en los reflectores D y I, la densidad de energía y la presión en la región central es mayor que en los extremos, con lo cual la velocidad de propagación en el centro también es mayor que en los bordes, generando un aplanamiento de cada frente de onda cerca del eje y. Nuevamente, debido a que para ángulos de incidencia grandes  $\alpha_1$  es menor que  $\alpha_2$ , se forma una región alargada en la cual la densidad de energía es máxima. Esta región se encuentra sobre el eje vertical, unos milímetros arriba de F2.

La diferencia de caminos de F1 a F2 que recorren las ondas reflejadas en los dos sectores del reflector es de 10 mm. Suponiendo una velocidad de propagación de 1500 m/seg, la onda reflejada en el sector **D** llegará aproximadamente 6.7  $\mu$ seg antes a F2 que aquella reflejada en el sector IFUNAM II. Suponiendo que el ancho de cada pulso es del orden de 1  $\mu$ seg (ver figura 19a) ya no se tiene una superposición. A un objeto situado en F2 le llegan dos pulsos cuyas trayectorias forman un pequeño ángulo, con una separación temporal de aproximadamente 6.7 µseg. Usando nuevamente las velocidades de propagación reportadas por Singh y Agarwal (1990) (tabla I) para cálculos renales, resulta que en ese tiempo las ondas

avanzan del orden de 16 mm. Esto implica que la primera onda estará adelantada (dentro del cálculo) aproximadamente 16 mm con respecto a la segunda, teniendo además una dirección ligeramente diferente. Dependiendo de las dimensiones del cálculo puede darse en su interior una superposición de ondas favorable que produzca esfuerzos suficientemente grandes como para pulverizarlo. En este diseño la presión de cada pulso es menor que la presión de un pulso único generado por un reflector convencional, sin embargo, hasta la fecha no se ha demostrado que los litotriptores que generan presiones más elevadas sean más eficientes. Es posible que la diferencia de tiempos de llegada y los ángulos de incidencia diferentes le causen mayor daño al cálculo que un pulso único. Esto depende en gran parte de las dimensiones y de la geometría del objeto a destruir. En un objeto (cálculo o modelo de cálculo) de dimensiones del orden de unos centímetros (como puede ser el caso de cálculos en la vejiga) es posible que se den superposiciones favorables de los dos pulsos mencionados.

Al observar la tabla VIII podría pensarse que el foco dinámico del reflector **D** está más cerca del reflector de lo que predice la acústica geométrica, ya que en esa región resultó ser más eficiente. De ello podría concluírse que predomina el efecto del aumento de la velocidad de propagación en la región cercana al eje **y** sobre el efecto debido al aumento del ángulo de reflexión  $\alpha_2$ . Debe sin embargo recordarse que la amplitud del pulso generado no necesariamente es proporcional al peso de los fragmentos remanentes y que no es el único parámetro involucrado en la destrucción de los modelos o cálculos.

Por otro lado los resultados reportados dependen de la presión generada, por lo que no pueden generalizarse a un intervalo de presiones muy grande.

En el caso del reflector **II** la diferencia entre los resultados obtenidos en las tres posiciones no es significativa, sin embargo esto podría cambiar para presiones más elevadas.

V.6 Conclusiones referentes a la geometría de los reflectores

Para tener un conocimiento más amplio de los efectos que producen los tres reflectores es necesario seleccionar un mayor número de posiciones por reflector y variar la energía eléctrica depositada en el agua. Obviamente esto llevaría a un gran número de ensayos y a un tiempo de experimentación elevado. Para obtener los resultados presentados aquí se usaron 270 modelos que requirieron de casi 33 horas de uso contínuo del generador de ondas de choque, incluyendo los períodos de calentamiento de los electrodos. A este tiempo debe sumársele además el tiempo de ajuste de electrodos, ajuste de posición de los modelos, cambio de agua, reflectores y bujías, ajustes de conductividad del agua, etcétera. En promedio fue posible tratar 10 tabletas en un tiempo de

aproximadamente cuatro horas, con lo cual el tiempo total de experimentación asciende aproximadamente a 108 horas, sin contar el tiempo requerido para pesar los modelos y los fragmentos antes y después de cada ensayo. Esta es la razón por la cual únicamente se usaron tres posiciones, un voltaje (19 kV) y una capacitancia (100 nF) para evaluar cada reflector.

Para mantener el desgaste de los electrodos al mínimo y evitar variaciones muy grandes en la generación de las ondas de choque, se seleccionó un voltaje relativamente bajo. Por otro lado, con el fin de obtener resultados con un número relativamente bajo de ondas de choque (150) por modelo, se seleccionó un tipo de modelo (tableta) que comenzara a fracturarse después de aplicarle del orden de unas 20 ondas generadas en un reflector convencional con el voltaje y la capacitancia mencionados.

A pesar de que los experimentos presentados aquí se limitan únicamente a una energía inicial, a tres posiciones y a un tipo de modelo, los resultados son alentadores y son una base para concluir que el reflector I es más eficiente para desintegrar cálculos que el reflector convencional. Es muy probable que el reflector II mejore para fracturar objetos más grandes. En el caso de las tabletas, cuyo espesor es pequeño, no hay una superposición adecuada de los dos pulsos. Para este tipo de modelo el reflector aparentemente se comportó como si se tuviera un generador que produce dos ondas de choque de

menor energía separadas cierto tiempo. Cada una de ellas actúa por separado sobre el modelo.

Debe tomarse en cuenta, que los resultados que se obtuvieron pueden variar para un arreglo experimental diferente. Debido a que las regiones focales de los nuevos reflectores son más grandes que la del reflector convencional, probablemente estos dos reflectores tengan mejores rendimientos para objetos más grandes.

Por las razones antes mencionadas (región focal asimétrica) un pequeño corrimiento del objeto fuera del eje **y** (hacia el sector con geometría IFUNAM I) puede ser de beneficio al usar el reflector I.

A pesar de que el reflector convencional tiene el factor de aprovechamiento más alto, no resultó ser el más eficiente en cuanto a la fragmentación de los modelos usados. Esto demuestra que este factor por sí solo no es una medida confiable para determinar la eficiencia de un reflector destinado a la litotripsia extracorporal. Además, como ya se mencionó, no es obvio que estos resultados sean válidos para cualquier voltaje. Al variar el voltaje varían los efectos no lineales y el foco dinámico cambia de posición. Así por ejemplo M. Müller (1990) encontró corrimientos del foco dinámico de un reflector convencional de más de un centímetro al variar el voltaje entre 15 y 30 kV. Una variación del voltaje inicial en el capacitor genera además cambios en el perfil de la onda de choque generada. Al aumentar el voltaje de 15 a aproximadamente 25 kV (con un capacitor de 100 nF) el ancho del perfil de la onda (usando la definición que aparece en el capítulo IV) generada con el MEXILIT I aumentó aproximadamente 250 nseg. Es de esperarse que dicha variación se refleje de alguna forma en la fragmentación de los objetos.

Por otro lado, como ya se indicó, el tamaño, la composición y la forma del objeto juegan un papel crucial. Si el tamaño de la región focal es mayor que el cálculo, se pierde energía para el proceso de fragmentación. Es posible que cualquiera de los dos reflectores nuevos descritos aquí sea más eficiente para cierto tipo de modelo y cierto arreglo experimental.

#### VI CONCLUSIONES

Esta tesis demuestra que a pesar de que la litotripsia extracorporal se está aplicando clínicamente desde hace más de diez años en todo el mundo, aún pueden encontrarse mejoras significativas a los equipos y a las técnicas existentes.

Los progresos en la aplicación segura de la litotripsia extracorporal se han basado más en la experiencia clínica que en un gran avance o entendimiento de los fenómenos físicos que originan la fractura de los cálculos y los efectos secundarios sobre el paciente.

Con el fin de mejorar los tratamientos de litotripsia extracorporal electrohidráulica se diseñaron y probaron electrodos y reflectores novedosos, usando el generador de ondas de choque MEXILIT I del IFUNAM. Se procuró generar una onda de choque con características tales que permita pulverizar cálculos humanos con un menor número de choques o una energía inicial más baja, con el fin de reducir el tiempo de tratamiento.

Para evaluar la eficiencia de los nuevos elementos se expuso un gran número de modelos a las ondas de choque generadas con el arreglo convencional y después con los nuevos diseños. Los resultados se compararon y evaluaron estadísticamente. En el caso de los electrodos la evaluación consistió principalmente en el análisis de los registros de presión obtenidos con transductores piezoeléctricos. Fue posible demostrar experimentalmente que los nuevos electrodos (con forma de cono truncado) producen la mayor amplitud de compresión, el ancho promedio y el tiempo de acceso más pequeños y tienen una buena reproducibilidad. A pesar de que en el capítulo V se vió experimentalmente que una gran amplitud de presión por sí sola no garantiza una fragmentación óptima del cálculo, fue posible demostrar que usando el nuevo tipo de electrodos los modelos se pulverizan con un menor número de choques. Además, estos electrodos mostraron tener una vida útil más larga que los convencionales, reduciendo con ello los costos de un posible tratamiento.

En el caso de los reflectores fue posible demostrar experimentalmente que uno de los dos diseños nuevos (reflector I) es más eficiente para fracturar los modelos seleccionados que el convencional. Esto se logró gracias al uso de un gran número de modelos con propiedades controladas. Un análisis estadístico mostró que las mejoras son significativas.

Debido a que los resultados obtenidos con los reflectores dependen de la energía inicial y de la geometría del modelo o cálculo a pulverizar, es posible que el reflector II sea más eficiente al variar estos parámetros. Se piensa que usando un tipo de modelo más grande se obtengan mejores resultados con este reflector y que bien vale la pena hacer estos ensayos antes de descartarlo para su uso en litotripsia extracorporal.

Por su región focal extendida, los reflectores compuestos pueden tener ventajas para el tratamiento de pacientes obesos,

en los que la distancia hasta el cálculo es muy grande, o bien para tratar cálculos muy grandes en la vejiga.

Después de realizar experimentos con ambos reflectores nuevos usando modelos de geometría y composición diferente, el siguiente paso a seguir obviamente sería la experimentación *in vitro* y en vivo con animales para evaluar el daño a los tejidos biológicos al usar los nuevos sistemas. Será hasta después de realizar estos ensayos que se pueda proceder a la aplicación clínica en humanos.

Debido a que los nuevos diseños no usan una energía inicial mayor y a que no generan una onda de choque con componentes de tracción mayores, se piensa que no producirán más daño a los tejidos que los convencionales.

Aún cuando el trabajo presentado aquí implicó un gran número de experimentos, dista mucho de ser exhaustivo. Un número mayor de ensayos y mediciones permitirán comprender mejor los fenómenos involucrados en la generación de ondas de choque con los métodos descritos.

Sería interesante en un futuro diseñar y evaluar reflectores compuestos por más de dos sectores con la misma o con diferente distancia focal y diferentes longitudes de los semiejes, obteniéndose reflectores que pueden tener más de dos focos F2. La elección del número de sectores y de sus geometrías dependerá de la aplicación para la cual se diseñe el reflector compuesto. Análogamente, pueden diseñarse reflectores asimétricos compuestos por dos o más sectores elipsoidales con distancias focales iguales o diferentes entre sí, en los que los focos  $F_1$  de los sectores que los forman no coinciden (Prieto Calderón y Loske Mehling, 1994).

En el caso específico de la litotripsia extracorporal electrohidráulica por ondas de choque los reflectores compuestos pueden ser montados dentro de los litotriptores en vez de los reflectores convencionales, pulverizando los cálculos ya sea con un número menor de ondas de choque o con una energía inicial menor, dando así lugar a tratamientos más eficientes o tal vez menos traumáticos.

Se ha puesto aquí especial énfasis en la desintegración de cálculos humanos debido a que es un ejemplo representativo y a que actualmente es la aplicación de mayor impacto, sin embargo el uso de los reflectores y electrodos descritos no se reduce únicamente a la litotripsia extracorporal sino a cualquier tipo de generador electrohidráulico de ondas de choque, independientemente de su finalidad.

- Baehr, H.D. 1991. Thermodynamik. Springer Verlag, Berlin. p. 66.
- Baker, W.E. 1973. Explosions in Air. Univ. of Texas, Austin and London.
- Bowden, E.P. y J.H. Brunton. 1961. The deformation of solids by liquid impact at supersonic speeds. Proc. Roy. Soc. A. 263: 433-450.
- Chaussy, Ch., F. Eisenberger, K. Wanner, B. Forssmann, W. Hepp, E. Schmiedt y W. Brendel. 1976. The use of shock waves for the destruction of renal calculi without direct contact. Urol. Res. 4 (4):175.
- Chaussy, Ch., E. Schmiedt, D. Jocham, V. Walter y W. Brendel. 1982. Extracorporeal shock wave lithotripsy: new aspects in the treatment of kidney stone disease. Karger Verlag, Munich. pp. 155.
- Coleman, A.J., J.E. Saunders, R.C. Preston y D.R. Bacon. 1987. Pressure waveforms generated by a Dornier extracorporeal shock wave lithotripter. Ultrasound Med. Biol. 13: 651.
- Coptcoat, M.J., R.A. Miller y J.E.A. Wickham. 1987. The End of the Stone Age. B.D.I. Publishing, Londres. 199 pp.
- Crum, L.A. 1988. Cavitation microjets as a contributory mechanism for renal calculi disintegration in ESWL. J. of Urol. 140 (12): 1587-1590.

- Delius, M., W. Brendel y G. Heine. 1988. A mechanism of gallstone destruction by extracorporeal shock waves. Naturwissenschaften 75.
- Delius, M., H. Eizenhofer, R. Denk, H. Liebich y W. Brendel. 1988. Biological effects of shock waves. J. Acoust. Soc. Am. suplemento p. 588.
- Frizell, L.A., C.S. Lee, M.J. Aschenbach, R.S. Borelli, R.S. Morimato y F. Dunn. 1983. Involvement of ultasonically induced cavitation in limb paralysis of the neonate. J. Acoust. Soc. Am. 74 (3): 1062-1066.

Gerthsen, Ch. 1960. Physik. Springer Verlag, Berlin. p.154.

- Gibson, R.E. y O.H. Loeffler. 1941. Pressure volume temperature relations in solutions. IV. The apparent volumes and thermal expansibilities of sodium chloride and sodium bromide in aqueous solutions between 25 and 95.° Jour. Am. Chem. Soc. 63: 443.
- Goldman, D.E. y H.E. Gierke. 1961. Effects of shock and vibration on man. p. 44-51. En: Shock and Vibration Handbook. Vol. 3. Mc Graw Hill, Nueva York.

Häusler, E. 1975. Druckwellen gegen Nierensteine. Amphora 4.

Häusler, E. 1989. Stosswellenlithotripsie. Entwicklung, Stand, Perspektiven. En: Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Matouschek. Baden, Baden, Alemania.

Holl, R. 1982. Wellenfokussierung in Fluiden. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen, Alemania, Tesis Doctoral. 99 pp.

Ipatov, I.V. 1934. Jour. Phys. Chem. USSR. 5: 1230.

- Kambe, K., M. Kuwahara, S. Korosu, K. Takayama, O. Onodera y K. Itoh. 1987. Underwater shock wave focusing: an application to extracorporeal lithotripsy. Experimental Methods: 641-647.
- Kaneko, H., H. Watanabe, T. Takahashi, K. Watanaki, K. Akiyama y K. Kondo. 1979. Studies on the application of microexplosion to medicine and biology. IV. Strength of wet and dry urinary calculi. Nippon Hinyokika Gakkai Zasshi 70: 61.
- Kohlrausch, F. 1968. Praktische Physik. Teubener Verlag, Stuttgart, Alemania. 438 pp.
- Komel'kov, V.S. 1945. Dielectric breakdown of liquids. Doklady
  Akad. Nauk. SSSR. 47: 269-272.
- Lamb, H. 1932. Hydrodynamics. Cambridge University Press. 484 pp.
- Laudone, V.P., T.R. Morgan, R.F. Huryk, W.D.W. Heston y W. R. Fair. 1989. Cytotoxicity of high energy shock waves: methodologic considerations. J. of Urology 141 (4): 965-968.

- López Machuca, J.A. 1994. Evaluación médica de las lesiones renales post - aplicación de ondas de choque en perros sanos utilizando el generador MEXILIT I: estudio preliminar. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, UNAM, México, D.F., Tesis de Licenciatura en Medicina Veterinaria y Zootecnia. 101 pp.
- Loske Mehling, A.M. 1990. Generación de ondas de choque débiles en agua por rompimiento eléctrico. Facultad de Ciencias, UNAM, México, Tesis de Maestría en Ciencias. 273 pp.
- Loske Mehling, A.M., J.A. López Machuca, F.E. Prieto Calderón, L.J. Alanís Calderón, J.E. Vázquez Jaimes y F. Larrondo Hurtado. 1993. Primeras pruebas en vivo en roedores y perros en México con el generador de ondas de choque MEXILIT I. Revista Veterinaria México 24 (1): 7-13.
- Loske Mehling, A.M. y F.E. Prieto Calderón. 1991. El generador de ondas de choque en agua MEXILIT I. Ciencia y Desarrollo 17 (101): 82-89.
- Loske Mehling, A.M. y F.E. Prieto Calderón. 1993. The influence of electrode shape on the performance of electrohydraulic lithotripters. J. of Stone Dis. 5 (4): 228-239.

Loske Mehling, A.M., F.E. Prieto Calderón, J.A. López Machuca,

L.J. Alanís Calderón y J.E. Vázquez Jaimes. 1992. An experimental facility for biomedical research. p. 493-497. En: High Pressure and Biotechnology: Colloque Inserm (Balny, C., R. Hayashi, K. Hermans y P. Masson, eds.). Vol. 224. John Libbey, Londres. 565 pp.

- Martin, E.A. 1960. Experimental investigation of a high energy density, high pressure arc plasma. J. App. Phys. 31 (2): 255.
- Mendoza Allende, A., E. Orozco Mendoza y A. Morales Mori. 1985. Thermal expansion machine for compression tests. J. Phys. E. Sci. Instrum. 18: 474.
- Müller, M. 1987. Stosswellenfokussierung in Wasser. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen, Alemania, Tesis Doctoral. 141 pp.
- Müller, M. 1990. Dornier- Lithotripter im Vergleich: Vermessung der Stosswellenfelder und Fragmentationswirkungen. Biomed. Technik. 35 (11).
- Müller, M. y H. Grönig. 1986. Experimental investigations on shock wave focusing in water. p. h3-3. En: Proceedings of the 12th International Congress on Acoustics. Vol. 3. Toronto.
- Murata, S., H. Watanabe, T. Takahashi, K. Watanabe y S. Oinuma. 1977. Studies on the application of microexplosion

to medicine and biology: II. Construction and strength of urinary calculi. Jap. Urol. 68: 249.

Penney, W.G. y H.K. Dasgupta. 1942. British Report RC-333.

- Plesset, M.S. y R.B. Chapman. 1971. Collapse of an initially spherical vapor cavity in the neighborhood of a solid boundary. J. Fluid Mech. 47: 283.
- Polachek, H. y R.J. Seeger. 1985. Bureau of Ordnance Explosive Research Reports. Reportes núm. 13 y 14.
- Prieto Calderón, F.E. y A.M Loske Mehling. 1994. Reflectores asimétricos para concentrar ondas de choque. Patente en trámite ante la Dirección General de Desarrollo Tecnológico de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, expediente número 945421.
- Prieto Calderón, F.E. y A.M. Loske Mehling. 1990. Underwater shock waves and extracorporeal lithotripsy: an introduction to the bibliography. Coordinación de la Investigación Científica, UNAM, México. 166 pp.
- Prieto Calderón, F.E., A.M. Loske Mehling y F.L. Yarger. 1991. An underwater shock wave research device. Rev. Sci. Instrum. 62 (7): 1849-1854.
- Prieto Calderón, F.E., A.M. Loske Mehling y F.L. Yarger. 1994. Study of pressure transducers and electrodes for underwater shock wave generators. En: High-Pressure Science and
LITERATURA CITADA (Continuación)

Technology (Schmidt, S.C., L.W. Shaner, G.A. Samara y M. Ross, eds.). AIP, p. 1723-1726.

- Reichenberger, H. y G. Naser. 1986. An electromagnetic acoustic source for the extracorporeal generation of shock wave lithotripsy. Siemens Forschung und Entwicklung. 15: 187-194.
- Rice, M.H., R.G. McQueen y J.M. Walsh. 1958. Compression of solids by strong shock waves. Solid State Physics 6: 1-63.
  Richardson, J.M., A.B. Arons y R.R. Halverson. 1947.
  Hydrodynamic properties of sea water at a front of a shock

wave. Jour. Chem. Phys. 15: 785-794.

- Rinehart, J.S. 1960. On fractures caused by explosions and impacts. Quarterly of the Colorado School of Mines, vol. 55, núm. 4, p. 6.
- Russel, D.A. 1985. Shock dynamics of noninvasive fracturing of kidney stones. En: Proceedings of the 15th International Symposium on Shock Waves and Shock Tubes (Bershader, D., ed.).
- Sass, W., H.P. Dreyer, S. Kettermann y J. Seifert. 1992. The role of cavitational activity in fragmentation processes by lithotripters. J. of Lith. and Stone Disease. 4 (3): 193-207.

Sears, F.W. G.L. Salinger. 1978. Termodinámica, teoría

166

## LITERATURA CITADA (Continuación)

cinética y termodinámica estadística. Reverté, Barcelona. p. 97.

- Singh, V.R. y R. Agarwal. 1990. Mechanical and ultrasonic
  parameters of kidney stones. J. Lith. and Stone Disease 2
  (2): 117-123.
- Skvorsov, Y.V., V.S. Komel'kov y N.M. Kuznetsov. 1960. Expansion of a spark channel in a liquid. The Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. 30 (10): 1165-1177.
- Stamm, H. y M. Kahle. 1963. Hochspannungs- Explosionsverformung. Die Technik. 18 (1): 31-34.
- Takayama, K., H. Esashi y N. Sanada. 1983. Propagation and focusing of spherical shock waves produced by underwater microexplosions. p. 553-562. En: Shock Tubes and Waves (Archer, R.D. y B.E. Milton, eds.). New South Wales University Press, Sydney.
- Whitham, G.B. 1957. A new approach to the problems of shock dynamics. Part I: Two-dimensional problems. Fluid Mech. 2: 146-171.
- Whitham, G.B. 1959. A new approach to the problems of shock dynamics. Part II: Three-dimensional problems. Fluid Mech. 5: 369-386.
- Williams, D. 1989. Anesthesia-free ESWL with the Dornier HM3 and HM4 kidney lithotripters, product technical report. J.

## LITERATURA CITADA (Continuación)

Lith. and Stone Disease. 1 (4): 318.

- Yarger, F.L., F.E. Prieto Calderón y A.M. Loske Mehling. 1992. Underwater shock waves in medical applications. p. 843-846. En: Shock Compression of Condensed Matter (Schmidt, S.C., R.D. Dick, J.W. Forbes y D.G. Tasker, eds.). Elsevier Science Publishers. 1082 pp.
- Zel'dovich, Y.B. y Y.P. Raizer. 1966. The Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena. Vol. I. Academic Press, New York. p. 80.