

Centro de Investigacion Cientifica y de
Educacion Superior de Ensenada

PROPUESTA DE UN SISTEMA DE
OPTICA ADAPTIVA PARA TELESCOPIOS
DE 2 A 6 METROS

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

DIANA OJEDA REVAH

Ensenada, Baja California, Mexico. Agosto de 1999.

RESUMEN de la tesis de DIANA OJEDA REVAH presentada como requisito parcial para obtención de grado de MAESTRIA EN CIENCIAS con especialidad OPTICA.

Ensenada, Baja California, México, Agosto de 1994.

PROPUESTA DE UN SISTEMA DE OPTICA ADAPTIVA
PARA TELESCOPIOS DE 2 A 6 METROS

Resumen aprobado por:

Dr. Salvador Cuevas Cardona.
Director de tesis

Resumen:

El objetivo de la tesis es el de proponer un sistema de óptica adaptiva óptimo para telescopios de 2 a 6 m. En este trabajo se compara el desempeño de las diferentes componentes para tales sistemas y se concluye que el óptimo es el dado por la combinación de un sensor de curvatura de frente de onda con un espejo deformable (corrector) bimorfo o de membrana. Este trabajo pone especial interés en los detectores para el sensor de curvatura del frente de onda. Se llevaron a cabo cálculos del error en la medida del frente de onda introducidos por los cuatro detectores estudiados (mepsicon, CCD y dos tipos de fotodiodos de avalancha) para encontrar el detector óptimo y la magnitud estelar límite del objeto de referencia detectable por cada uno de ellos.

Abstract.

The purpose of this work is to propose the optimal Adaptive Optics system for telescopes with a 2 to 6m primary mirror. In this work, the performance of the different parts (and combinations of parts) of such systems are studied; and it is concluded that the best one is the one formed by the combination of a curvature sensor and a bimorph or membrane deformable mirror (as a corrector). This work places special interest on detectors used for curvature sensors. Calculations of the wavefront measurement error introduced by the noise of 4 studied detectors (mepsicon, CCD and two different types of avalanche photodiodes) were made to find the optimal detector for the purpose and the limiting star magnitude of the reference star than can be detected.

**CENTRO DE INVESTIGACION CIENTÍFICA Y DE ENSEÑANZA
SUPERIOR DE ENSENADA.**

DIRECCIÓN DE FÍSICA APLICADA.

DEPARTAMENTO DE ÓPTICA.

**PROPUESTA DE UN SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTIVA PARA
TELESCOPIOS DE 2 A 6 METROS**

TESIS

**que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado
de MAESTRA EN CIENCIAS presenta:**

DIANA OJEDA REVAH.

Ensenada, Baja California, México. Agosto de 1994.

DEDICATORIA

A mis padres
A Gabriel

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi más profundo agradecimiento al director de esta tesis; el Dr. Salvador Cuevas por su apoyo y paciencia, por su disposición y, sobre todo, por su gran calidad humana.

Agradezco al comité asesor; Dr. Eugenio Méndez, Dr. Roberto Machorro, M. en C. Oswaldo Harris, y Dr. Julio Sheninbaum por sus valiosos comentarios y sugerencias.

Agradezco a la comisión de posgrado del Instituto de Astronomía de la UNAM la oportunidad de realizar el trabajo de tesis en dicho instituto

Agradezco a Élfego Ruiz y a Fernando Ángeles por ayudarme a entender los detectores.

Agradezco a todas las personas del CICESE y de la UNAM que contribuyeron de una u otra forma con la realización de este trabajo.

Agradezco al CONACYT por haber otorgado la beca para estudiar la maestría y realizar la tesis. (Num. de cuenta: 80457).

Asímismo deseo expresar mi agradecimiento a las siguientes personas:

a mis padres por todo su apoyo y ejemplo.

a mi "hermanito académico" Fernando Garfias por ser exactamente como un hermano.

a mis amigas Mónica Benítez y Macrina Rabadán y a mi amigo Juan Carlos Cheang.

a mis amigos Claudia Hernández y Miguel Ponce por los trámites burocráticos y por hacerme tan divertidas las visitas a Ensenada.

Al Dr. Héctor Escamilla por todo su apoyo.

y finalmente a Gabriel González König por todas las cosas buenas que me ha dado.

CONTENIDO

	<u>Página</u>
I. INTRODUCCIÓN	1
II. EFECTOS DE LA TURBULENCIA ATMOSFÉRICA SOBRE LA RESOLUCIÓN ESPACIAL.	3
II.1. La necesidad de alta resolución espacial en astronomía.	3
II.2. Función de transferencia óptica y resolución del telescopio.	3
II.3. Turbulencia atmosférica.	
II.4. Efectos de la turbulencia atmosférica sobre la resolución.	5
II.4.1. Imágenes de largo tiempo de exposición.	7
II.4.2. Imágenes de corto tiempo de exposición.	10
III. SISTEMAS DE ÓPTICA ADAPTIVA.	12
III.1 Introducción.	12
III.2 Parámetros de diseño de un sistema de óptica adaptiva.	14
III.3 Limitaciones de un sistema de óptica adaptiva.	19
III.4 Corrección parcial.	22
III.5. Sensores de frente de onda.	25
III.5.1. Sensor de frente de onda de Shack-Hartmann.	25
III.5.2. Sensor de curvatura de frente de onda.	27
III.6. Correctores de frente de onda.	28
III.7. Control.	31
III.8. Comparación de los dos sensores de frente de onda en combinación con espejos deformables	33
III.8.1. Sensor de curvatura de frente de onda en combinación con un espejo bimorfo o con un espejo de membrana.	34

CONTENIDO. (Continuación).

	<u>Página</u>
III.8.2. Sensor de Hartmann en combinación con un espejo segmentado.	35
III.8.3. Comparación.	37
IV. ANÁLISIS DE DETECTORES PARA EL SENSOR DE FRENTE DE ONDA.	39
IV.1. Introducción.	39
IV.2 Características generales.	38
IV.3. Descripción general de los detectores estudiados.	42
IV.3.1. CCD	42
IV.3.2. Fotodiodos de avalancha.	42
IV.3.3. Mepsicron	42
IV.4. Evaluación y comparación de los detectores.	43
IV.4.1 Eficiencia cuántica de detección. (DQE).	43
IV.4.2 Comparación de la DQE de los tres detectores estudiados.	46
IV.4.2.1. DQE del CCD.	47
IV.4.2.2. DQE del Mepsicron.	49
IV.4.2.3. DQE de los fotodiodos de avalancha.	51
IV.4.2.4. Comparación de la DQE de los fotodiodos estudiados. Discusión de resultados.	51
IV.4.3 Magnitud límite detectable.	53
IV.4.4. Error en la medida del frente de onda por el ruido de los detectores.	55
V. CONCLUSIONES.	60
LITERATURA CITADA.	63

LISTA DE FIGURAS

<u>FIGURA</u>		<u>Página</u>
1.	MTF de un sistema no perturbado por la atmósfera (línea continua) y MTF para un sistema perturbado por la atmósfera por la atmósfera (línea punteada).	9
2.	Esquema general de un sistema de óptica adaptiva.	12
3.	Espectro de potencias temporal normalizado de las inclinaciones (tip y tilt) del frente de onda, para un telescopio de 2m y una velocidad del viento de 10m/s.	16
4.	Gráfica de magnitud visual de la estrella de referencia contra distancia angular del objeto, mostrando curvas de igual probabilidad.	17
5.	Resolución de Strehl normalizada como función de D/r_0 para diferentes grados de corrección. (Reproducido de Roddier, 1991).	23
6.	Perfil teórico de una imagen de una fuente puntual con resolución de Strehl de 0.3 (línea punteada) comparada con la imagen limitada por difracción (línea continua), y con la imagen no compensada (reproducido de Roddier, 1991).	24
7.	Esquema general del funcionamiento del sensor de Shack-Hartmann.	26
8.	A la izquierda: Hartmanngrama con aberraciones; a la derecha: sin aberraciones.	26
9.	Geometría de los 13 elementos sensibles para el sensor de curvatura de frente de onda.	28
10.	Esquema del sensor de curvatura de frente de onda.	28
11.	Esquema de un espejo bimorfo.	29
12.	Esquema de un espejo de membrana.	30

LISTA DE FIGURAS. (Continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
13.	Relación entre las señales de salida de un sensor de curvatura de frente de onda, y las señales de entrada a un espejo bimorfo o de membrana.	35
14.	Relación entre las señales de salida de un sensor de Shack-Hartmann, y las señales de entrada a un espejo de segmentos planos con tres actuadores.	37
15.	Corriente oscura (normalizada) como función de la temperatura para detectores de silicio.	41
16.	Gráfica de DQE contra magnitud visual para CCD's adelgazados, curva (a) y gruesos, curva (b).	48
17.	Gráfica de DQE contra magnitud visual para CCD's con ruidos de lectura de $5e^-$ (c), $10e^-$ (b) y $20e^-$ (a).	49
18.	Gráfica de DQE contra magnitud visual para mepsicron no enfriado (a) y para mepsicron enfriado (b).	50
19.	Gráficas comparativas de DQE contra magnitud visual para para mepsicron enfriado (a), CCD (b), APD (c) y APD "ideal" (d), para un telescopio de 2 metros.	52
20.	Gráficas comparativas de DQE contra magnitud visual para mepsicron enfriado (a), CCD (b), APD (c) y APD "ideal" (d), para un telescopio de 6.5 metros.	53
21.	Razón entre el error medio cuadrático del frente de onda y el error medio cuadrático del laplaciano como función del tamaño del arreglo para (a) arreglo cuadrado y (b) arreglo circular con los detectores en hexágono. (Reproducido de Roddier, 1988).	57

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

FIGURA

Página

22. Error en la medida del frente de onda producido por el ruido del detector para (a) CCD, (b) mepsicron, (c) fotodiodos de avalancha y (d) fotodiodos de avalancha "ideales", para un telescopio de 2 metros, como fracción del máximo error de frente de onda producido por la atmósfera. Las líneas horizontales determinan el error de frente de onda residual con el cual se obtiene una razón de Strehl de 0.3. 58
23. Error en la medida del frente de onda producido por el ruido del detector para (a) CCD, (b) mepsicron, (c) fotodiodos de avalancha y (d) fotodiodos de avalancha "ideales", para un telescopio de 6.5 metros, como fracción del máximo error de frente de onda producido por la atmósfera. Las líneas horizontales determinan el error de frente de onda residual con el cual se obtiene una razón de Strehl de 0.3. 58

LISTA DE TABLAS

<u>Tabla.</u>	<u>Página.</u>
I. Radio de area de coherencia, ángulo del dominio de isoplanetismo y tiempo característicos de las fluctuaciones de la atmósfera para varias longitudes de onda.	18
II. Número de zonas que se deben corregir en un telescopio de 2 y de 6.5 metros para diferentes longitudes de onda, para obtener una razón de Strehl de 0.8.	18
III. Errores residuales de las correcciones de términos de Zernike (D es el diámetro de la abertura). Noll (1976).	20
IV. Número de zonas que se deben corregir en un telescopio de 2 y de 6 metros para diferentes longitudes de onda, para obtener una resolución de Strehl de 0.3.	25
V. Eficiencia cuántica, ganancia, corriente oscura y ruido de los detectores estudiados.	51
VI. Magnitudes límite detectable para los diferentes detectores estudiados.	55
VII. Magnitudes límite de la estrella de referencia para las cuales el ruido del detector permite medir errores de frente de onda tales que se pueda obtener una razón de Strehl de 0.3, y tales que permitan medir el máximo error de frente de onda.	59

PROPUESTA DE UN SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTIVA PARA TELESCOPIOS DE 2 A 6 METROS.

I. INTRODUCCIÓN

Desde que comenzaron a utilizarse los telescopios astronómicos, el avance tecnológico de estos, durante muchos años se había dirigido hacia construir espejos (o lentes) de cada vez mayor diámetro. Esto, evidentemente permite coleccionar más luz y percibir objetos más débiles. Sin embargo, la resolución en las imágenes, es decir, la capacidad de percibir detalles en estas ha quedado siempre limitada por los efectos de la turbulencia atmosférica, por más grandes que se construyan los espejos (es decir, por más resolución con que cuenten intrínsecamente). Este hecho fue mencionado desde Newton (1730), quien hacía notar que: "Los grandes telescopios pueden hacer que los objetos se vean más brillantes y más grandes que los telescopios pequeños, pero no pueden ser construidos de tal manera que supriman la confusión de los rayos que aparece de los temblores de la atmósfera", y proponía como única solución: "un aire sereno y quieto, como el que posiblemente se encuentre en las cimas de las montañas más altas, sobre las nubes más densas"

Conforme han avanzado los telescopios se ha hecho cada vez más evidente la necesidad de aprovechar esta resolución "intrínseca" con la que cuentan los grandes telescopios. Se han propuesto varios tipos de soluciones para ya sea compensar o hasta evitar los efectos de la turbulencia atmosférica. En este trabajo nos concentramos en una de estas soluciones, que es la óptica adaptiva.

La óptica adaptiva es una técnica cuyo objetivo es el de medir las aberraciones del frente de onda introducidas por la atmósfera y corregirlas con un elemento deformable. La posibilidad de utilizar óptica adaptiva fue propuesta por Babcock en (1953), pero se veía principalmente limitada por la tecnología existente.

Ahora conociendo el comportamiento estadístico de la turbulencia atmosférica, de técnicas de control y con el avance tecnológico presente es posible llevar a la práctica estas ideas.

El objetivo principal de este trabajo es el de proponer un sistema de óptica adaptiva para el telescopio de 2 metros del Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir, y para un telescopio de 6.5 metros que se tiene en proyecto construir por el Instituto de Astronomía de la UNAM. El trabajo se concentra principalmente en los sensores de frente de onda, especialmente en los detectores para el sensor de frente de onda, y la combinación óptima de sensor-corrector.

La tesis está dividida en tres partes. La primera trata de la turbulencia atmosférica y de los efectos de ésta sobre el frente de onda. En la segunda parte se explica un sistema de óptica adaptiva en general, los parámetros de diseño y las limitaciones. También se explica cada parte del sistema separadamente, comparándose las diferentes soluciones que existen para cada etapa, y la interacción entre ellas. Al final de este capítulo se define el sistema de óptica adaptiva óptimo. En la tercera parte se estudian y comparan tres tipos de detectores que pueden ser utilizados por el sensor de frente de onda; el CCD, el mepsicron y los fotodiodos de avalancha. Se determina cual es la magnitud límite de la estrella que se puede alcanzar a utilizar como referencia con cada tipo de detector, y se determina el de mejor desempeño.

II. EFECTOS DE LA TURBULENCIA ATMOSFÉRICA SOBRE LA RESOLUCIÓN ESPACIAL.

II.1. La necesidad de alta resolución espacial en astronomía.

En astronomía, la única manera de estudiar los objetos astronómicos es a través de la luz que proviene de ellos. Pero el flujo de fotones proveniente de estos objetos es muy pequeño, por lo cual es necesario coleccionar la mayor cantidad de fotones posible.

Los telescopios tienen la función de coleccionar la mayor cantidad de luz de un objeto en estudio para observar fuentes débiles y resolver estas fuentes. Mientras mayor sea el diámetro de la pupila de entrada del telescopio mayor será el área coleccionadora de luz (lo que implica detectar fuentes más débiles), y también será mayor la resolución, es decir, la capacidad de detectar detalles en el objeto. Sin embargo, antes de llegar al telescopio, la luz tiene que pasar a través de un medio turbulento, que es la atmósfera de la tierra. La turbulencia atmosférica impone un límite en la resolución de un telescopio astronómico independientemente del diámetro de este. Esto es debido a que la atmósfera tiene variaciones aleatorias de índice de refracción, lo cual introduce variaciones aleatorias en la distribución de fase del frente de onda. El frente de onda que incide en la pupila del telescopio tiene entonces, distorsiones que varían en el tiempo. Por consiguiente, contar con telescopios más grandes sin sistemas de corrección implica recibir más fotones pero no mayor resolución. En este capítulo se estudian los efectos de la atmósfera sobre el frente de onda y sobre la resolución del sistema.

II.2. Función de transferencia óptica y resolución del telescopio.

La distribución de intensidad en el plano imagen de un telescopio está dada por (Goodman 1968):

$$I(\bar{x}) = |h(\bar{x})|^2 * O(\bar{x}); \quad (1)$$

donde $O(\bar{x})$ es la distribución de intensidad del objeto y $h(\bar{x})$ es la función de respuesta al impulso.

En el espacio de Fourier, la ecuación (1) es:

$$\hat{I}(\vec{f}) = \hat{H}(\vec{f}) \hat{O}(\vec{f}); \quad (2)$$

donde $H(\vec{f})$ es la función de transferencia del sistema, dada por:

$$\begin{aligned} \tilde{H}(\vec{f}) &= \mathcal{F}(h(\bar{x}) \cdot h(\bar{x})) \\ &= \tilde{h}(\vec{f}) \otimes \tilde{h}(\vec{f}) \quad ; \\ &= P(\vec{f}) \otimes P(\vec{f}) \end{aligned} \quad (3)$$

donde $P(\bar{x})$ es la función pupila del sistema y \otimes es la autocorrelación.

Para un telescopio perfecto, la función pupila es:

$$P(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{para } |x| < R \\ 0 & \text{para } |x| > R \end{cases} \quad (4)$$

donde P es una entrada circular de radio R .

Generalmente se utiliza la Función de Transferencia Óptica (FTO), que es la función de transferencia normalizada:

$$\tilde{S}(\vec{f}) = \frac{\tilde{H}(\vec{f})}{\tilde{H}(0)}. \quad (5)$$

La FTO de un telescopio perfecto tiene una frecuencia espacial de corte en:

$$f_c = \frac{D}{\lambda}. \quad (6)$$

Un criterio para evaluar cuantitativamente el sistema es el dado por la resolución de Strehl:

$$\mathcal{R} = \int \tilde{S}(\vec{f}) d\vec{f}; \quad (7)$$

que corresponde a la intensidad central de la imagen.

En el caso de un telescopio con aberraciones, la función de pupila tiene un término complejo correspondiente a distorsiones de fase:

$$P_a(\vec{x}) = P(\vec{x})e^{i\phi_a(\vec{x})}; \quad (8)$$

donde $\phi_a(\vec{x})$ corresponde a las distorsiones de fase introducidas por las aberraciones.

Cualquier aberración introducida al frente de onda, ya sea por el telescopio o por la propagación en un medio turbulento siempre va a disminuir la resolución de Strehl en la imagen. Es decir que, en todos los casos:

$$\mathcal{R}_a < \mathcal{R}_{perfecto}. \quad (9)$$

Aun en el caso de un telescopio perfecto, la atmósfera va a introducir aberraciones que afectan seriamente la FTO, como se verá en las siguientes secciones.

II.3. Turbulencia atmosférica.

La turbulencia atmosférica introduce inhomogeneidades en la temperatura las cuales se traducen en inhomogeneidades del índice de refracción. El espectro de potencias de las fluctuaciones de índice de refracción, que vamos a suponer como válido, sigue la ley de Kolmogorov (Kolmogorov, 1941, citado por Roddier, 1981):

$$\phi_N(\bar{\kappa}) = 0.033 C_N^2 \kappa^{-\frac{11}{3}}. \quad (10)$$

donde C_N es un parámetro que indica la "intensidad" de la turbulencia llamado *constante de estructura de fluctuaciones de índice de refracción*.

Este espectro es la transformada de Fourier de la correlación de fluctuaciones de índice de refracción N dado por (Rodier, 1981):

$$B_N(\bar{\rho}) = \int \Phi_N(\bar{\kappa}) \exp(i\bar{\kappa} \cdot \bar{\rho}) d\bar{\kappa}. \quad (11)$$

donde la correlación B_N es:

$$B_N(\bar{\rho}) = \langle N(\bar{r}) N(\bar{r} + \bar{\rho}) \rangle. \quad (12)$$

Ahora veamos como se relaciona la estadística de la turbulencia atmosférica con el frente de onda incidente al telescopio.

Supongamos que incide sobre la atmósfera un frente de onda plano no perturbado:

$$\psi(\bar{x}) = 1. \quad (13)$$

Suponemos una distribución continua de turbulencia caracterizada por una constante de estructura de fluctuaciones de índice de refracción dependiente de la altura $C_N(h)$, que introduce fluctuaciones de fase $\varphi_h(\bar{x})$.

La función de correlación (o coherencia) del frente de onda en el plano de la pupila:

$$B_0(\bar{\xi}) = \langle \psi(\bar{x}) \psi(\bar{x} + \bar{\xi}) \rangle \quad (14)$$

está dada por (del espectro de Kolmogorov):

$$B_0(\bar{\xi}) = \exp - \frac{1}{2} \left[2.91 k^2 \xi^{\frac{5}{3}} \int C_N^2(h) dh \right]. \quad (15)$$

En las siguientes secciones se estudia como se relaciona esta función de correlación con la imagen y la resolución.

II.4. Efectos de la turbulencia atmosférica sobre la resolución.

II.4.1. Imágenes de largo tiempo de exposición.

En el espacio de Fourier, la relación entre el objeto y la imagen (instantánea) es:

$$\hat{I}(\vec{f}) = \hat{S}(\vec{f}) \cdot \hat{O}(\vec{f}), \quad (16)$$

donde $\hat{S}(\vec{f})$ es la función de transferencia óptica del sistema atmósfera-telescopio y $\hat{O}(\vec{f})$ es la distribución de intensidad del objeto. Se considera una imagen instantánea, en este caso, a una imagen cuyo tiempo de exposición es menor al tiempo característico de las fluctuaciones atmosféricas.

En astronomía, debido a que las fuentes observadas son muy débiles, generalmente se toman imágenes de largo tiempo de exposición. Una imagen de largo tiempo de exposición es el promedio de muchas imágenes instantáneas, igual a (en el espacio de Fourier):

$$\langle I(\vec{f}) \rangle = \langle S(\vec{f}) \rangle \cdot O(\vec{f}). \quad (17)$$

Si en el plano de la pupila incide un frente de onda con aberraciones, entonces la FTO del sistema atmósfera-telescopio es:

$$S(\vec{f}) \propto \frac{1}{\delta} \int \psi(\vec{u}) \psi^*(\vec{u} + \vec{f}) P(\vec{u}) P^*(\vec{u} + \vec{f}) d\vec{u}, \quad (18)$$

donde δ es el valor de la función de transferencia en el punto central.

Tomando el promedio tenemos:

$$\langle S(\vec{f}) \rangle \propto \frac{1}{b} \int \langle \psi(\vec{u}) \psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \rangle P(\vec{u}) P^*(\vec{u} + \vec{f}) d\vec{u}. \quad (19)$$

De esta última ecuación podemos reconocer la función de coherencia en el plano de la pupila:

$$B(\vec{f}) = \langle \psi(\vec{u}) \psi^*(\vec{u} + \vec{f}) \rangle. \quad (20)$$

Entonces la FTO del sistema atmósfera-telescopio es:

$$\langle S(\vec{f}) \rangle = B(\vec{f}) \cdot T(\vec{f}), \quad (21)$$

donde $T(\vec{f})$ es la FTO del telescopio.

La FTO del sistema telescopio-atmósfera está dada entonces por el producto de dos funciones por lo cual, la frecuencia de corte queda determinada por la función de menos soporte. Existe un diámetro límite del telescopio para el cual la frecuencia de corte de la función $B(\vec{f})$ es igual a la del telescopio sin los efectos de la atmósfera, o dicho de otra manera, existe un diámetro r_0 del telescopio para el cual:

$$\int B(\vec{f}) d\vec{f} = \int T(\vec{f}) d\vec{f}. \quad (22)$$

Este diámetro se conoce como parámetro de Fried, o longitud de coherencia de la atmósfera. Esta cantidad define el diámetro de un área sobre la pupila del telescopio para la cual las desviaciones del frente de onda son menores que $\lambda/6$.

El parámetro de Fried se relaciona con la constante de estructura de las fluctuaciones de índice de refracción por (Roddiier, 1981):

$$r_0 = \left[0.423k^2 \int C_N^2(h) dh \right]^{-\frac{3}{5}}, \quad (23)$$

y tiene una dependencia con la longitud de onda dada por:

$$r_0 \propto \lambda^{6/5} \quad (24)$$

Para longitudes de onda visibles (0.5 nm), r_0 tiene un valor entre 5 y 20 cm, dependiendo de las condiciones atmosféricas, correspondientes a un "seeing" de entre 2 y 0.5 segundos de arco. El "ángulo de seeing" es lo que comúnmente se utiliza para describir en astronomía la calidad de la imagen. Este ángulo es λ / r_0 y es el tamaño de la imagen promedio en el foco del telescopio.

La función de coherencia en términos de la longitud de coherencia es:

$$B(\bar{f}) = \exp - 3.44(\lambda \bar{f} / r_0)^{5/3}. \quad (25)$$

En la figura 1 se muestran la MTF (módulo de la FTO) para un sistema no perturbado por la atmósfera (línea continua) y la MTF para largo tiempo de exposición, para el caso en que r_0 sea menor que el diámetro del telescopio, con el fin de mostrar como en una exposición larga se pierde resolución, es decir, se pierden las frecuencias espaciales altas.

En resumen, se puede concluir que:

- Si el diámetro del espejo telescopio es menor que r_0 , entonces la óptica del telescopio limita la resolución.
- Si el diámetro del espejo del telescopio es mayor que r_0 , entonces es la turbulencia atmosférica es la que limita la resolución.
- Por más grande que sea el diámetro del espejo primario, la resolución va a estar limitada, a menos de que se utilice un sistema que compense los efectos de la atmósfera, es decir, un sistema de óptica adaptiva.

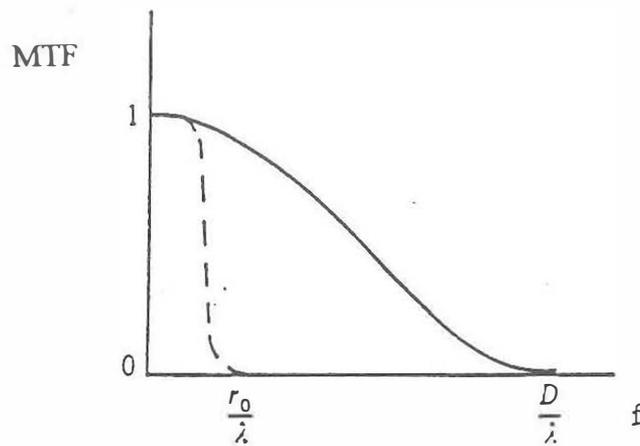


Figura 1. MTF de un sistema no perturbado por la atmósfera (línea continua) y MTF para un sistema perturbado por la atmósfera (línea punteada).

II.4.2. Imágenes de corto tiempo de exposición.

El espectro de una imagen instantánea está dado por:

$$\hat{I}(\vec{f}) = \hat{O}(\vec{f}) \cdot \hat{S}(\vec{f}) \quad (26)$$

donde $\hat{S}(\vec{f})$ contiene información de altas frecuencias. Como $\hat{S}(\vec{f})$ tiene fluctuaciones aleatorias en la parte de altas frecuencias, al promediarla en varias exposiciones para obtener $\langle \hat{S}(\vec{f}) \rangle$, se pierden las altas frecuencias.

Si tomamos ahora el cuadrado de $\hat{S}(\vec{f})$, las fluctuaciones en las altas frecuencias van a ser positivas, y no se van a cancelar al tomar el promedio. Es por esto que, para estudiar las imágenes de corto tiempo de exposición, vamos a considerar el promedio del cuadrado del espectro de la imagen, llamado el espectro de energía (Rodier, 1981)

$$\langle |\hat{I}(\bar{f})|^2 \rangle = |\hat{O}(\bar{f})|^2 \langle |\hat{S}(\bar{f})|^2 \rangle. \quad (27)$$

El promedio del módulo cuadrado de $\hat{S}(\bar{f})$ es igual a:

$$\begin{aligned} \langle |S(\bar{f})|^2 \rangle &\propto \frac{1}{b^2} \int \langle \psi(\bar{u}) \psi^*(\bar{u} + \bar{f}) \psi(\bar{u}') \psi^*(\bar{u}' + \bar{f}) \rangle \\ &\times P(\bar{u}) P^*(\bar{u} + \bar{f}) P(\bar{u}') P^*(\bar{u}' + \bar{f}) d\bar{u} d\bar{u}' \end{aligned} \quad (28)$$

Para frecuencias altas, la expresión anterior tiene un comportamiento asintótico dado por:

$$\langle |S(\bar{f})|^2 \rangle \approx (\sigma/b) T_0(\bar{f}), \quad (29)$$

donde:

$$\sigma = \int B^2(\bar{f}) d\bar{f} \quad (30)$$

La ecuación 1.28 muestra que la función de transferencia del espectro de energía, para altas frecuencias, es igual a la FTO de un telescopio perfecto por un factor de atenuación. Esto implica que el espectro de energía tiene información de altas frecuencias espaciales. Esta información de altas frecuencias se ve en la imagen como granularidad o "motas" (speckles) de un tamaño del orden de λ/D . De estas altas frecuencias se puede obtener información de alta resolución con la técnica de interferometría "speckle". (Rodier, 1981, ver también Labeyrie, 1970).

III. SISTEMAS DE ÓPTICA ADAPTIVA.

III.1 Introducción.

En el capítulo anterior se estudió cual es la manera en que se degrada el frente de onda a su paso por la atmósfera, y cual es la pérdida de resolución. Ahora la pregunta siguiente es saber como se corrige este frente de onda, y si es físicamente posible hacerlo. Un sistema que mide los errores del frente de onda y los corrige en tiempo real se llama sistema de óptica adaptiva (OA).

Un sistema de óptica adaptiva consta de tres elementos fundamentales; un sensor de frente de onda, un corrector de frente de onda y un sistema de control del corrector (figura 2).

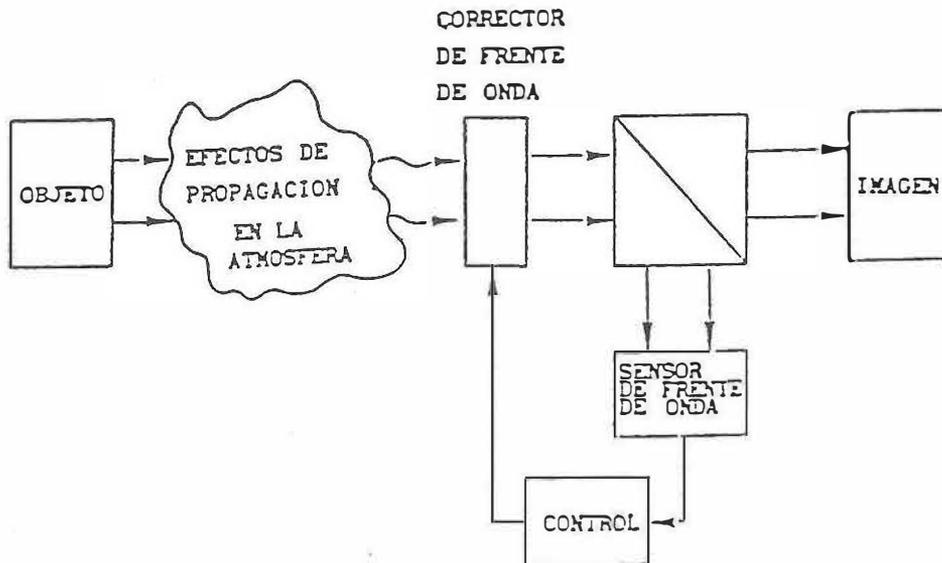


Figura 2. Esquema general de un sistema de óptica adaptiva.

El sensor de frente de onda determina el error de fase de frente de onda. Del sensor del frente de onda se obtiene un mapeo de los errores del frente de onda.

Esto a su vez pasa al sistema de control, el cual determina cual es la configuración que debe tomar el sistema corrector. Esta corrección debe hacerse en un tiempo menor que el tiempo en que tarda la atmósfera en cambiar de configuración, es decir, el tiempo característico de las fluctuaciones de ésta. Este tiempo, como veremos más adelante, constituye uno de los parámetros de diseño del sistema.

El sensor de frente de onda requiere de una fuente de referencia, la cual haya sufrido las mismas deformaciones que la imagen que se quiere observar. La señal para el sensor puede ser obtenida de la luz del mismo objeto de estudio, pero esto no es conveniente dado que las fuentes son generalmente muy débiles. Se puede también obtener la referencia del mismo objeto, pero en una banda en la que no se esté observando, o de una estrella cercana de referencia, cuya luz haya atravesado las mismas capas de la atmósfera que la luz proveniente del objeto de estudio (Roddier, 1991). Es decir, que la estrella de referencia y el objeto se encuentren dentro del dominio de isoplanitismo. También se podría hacer una fuente de referencia artificial enviando un haz de luz láser de la longitud de onda de resonancia de algún elemento en la alta atmósfera.

A partir de los datos del sensor se puede reconstruir el frente de onda. Esto puede hacerse de manera zonal o modal. La reconstrucción zonal implica dividir el frente de onda en pequeñas zonas y calcular de cada zona la inclinación o curvatura promedio y ajustar una superficie. La reconstrucción modal se lleva a cabo ajustando el frente de onda a una suma de polinomios ortogonales, como pueden ser polinomios de Zernike (Noll, 1976):

$$\psi(\vec{r}) = \sum_j a_j Z_j(\vec{r}) \quad (31)$$

donde $Z_j(\vec{r})$ son los polinomios de Zernike (Noll, 1976), y los coeficientes a_j están dados por:

$$a_j = \int W(\vec{r}) \psi(\vec{r}) Z_j(\vec{r}) d\vec{r}; \quad (32)$$

donde $W(\vec{r})$ es una abertura circular.

Estos tienen la ventaja adicional de corresponder a las aberraciones clásicas. La corrección del frente de onda puede también ser zonal o modal. La ventaja de corregir por modos y no por zonas es el hecho de que la contribución al error de los modos más bajos es mayor que la de los modos más altos (Noll, 1976), es decir que aún corrigiendo pocos modos se obtiene una notable mejoría en la imagen.

III.2 Parámetros de diseño de un sistema de óptica adaptiva.

Para diseñar el sistema de óptica adaptiva es necesario determinar inicialmente los siguientes parámetros:

1) Número de puntos de muestreo del frente de onda. Este número, como primera aproximación, es igual al número de áreas de diámetro r_0 presentes en la pupila (áreas de coherencia). Esto va a depender entonces del diámetro de la pupila y de la longitud de onda en la cual se lleven a cabo las observaciones (Rodier, 1991), es decir que va a estar dado por:

$$N = \left(\frac{D}{r_0(\lambda)} \right)^2. \quad (33)$$

2) Número de actuadores del espejo corrector. Este, idealmente es igual al número de puntos muestreados del frente de onda, multiplicado por el número de actuadores necesarios para corregir cada "subpupila" de radio r_0 .

3) Tiempo de corrección del sistema. Este tiempo de corrección se toma igual al tiempo de vida de los speckles (Rodier, 1981) y es igual a:

$$\tau = \frac{r_0}{v}, \quad (34)$$

donde v es la velocidad promedio del viento.

A pesar de que el tiempo de característico de las fluctuaciones de la atmósfera es tan pequeño, cada uno de los modos, o aberraciones del frente de onda tiene tiempo de fluctuación diferente, siendo más lento mientras más bajo el orden de la aberración. El espectro de potencias temporal de los coeficientes de Zernike fue calculado por Roddier (1993). Suponiendo que la turbulencia se propaga a velocidad \bar{v} , la fase al tiempo t está dada por $\psi(\bar{r} - \bar{v}t)$, y la evolución temporal de los coeficientes de Zernike está dada por:

$$s_j(t) = \int W(\bar{r})Z(\bar{r})\psi(\bar{r} - \bar{v}t)d\bar{r} \quad (35)$$

El espectro temporal de potencias de los coeficientes de Zernike es la transformada de Fourier de la correlación de $s_j(t)$:

$$C_j(\tau) = \langle s_j(t)s_j(t + \tau) \rangle \quad (36)$$

y está dado por:

$$F_j(\nu) \propto \left(\frac{1}{v}\right) \int d\nu \left[\left(\frac{\nu}{v}\right)^2 + f_y^2 \right]^{-\frac{m}{3}} \left| J_{n+1} \left[2\pi \sqrt{\left(\frac{\nu}{v}\right)^2 + f_y^2} \right] \right|^2 \begin{cases} 2 \cos^2 m \psi \\ 2 \operatorname{sen}^2 m \psi \\ 1 (m=0) \end{cases} \quad (37)$$

donde $\nu = \nu f_x$ es la frecuencia temporal, v es la velocidad promedio del viento, y f_x es la frecuencia espacial correspondiente a la coordenada espacial en la dirección del viento.

Como ejemplo de esto, podemos ver en la gráfica del espectro de potencias temporal de los ordenes más bajos (tip y tilt) (figura 3) que la frecuencia de corte es del orden de 8Hz para un viento de 10m/s y un telescopio de 2 metros. Esta frecuencia corresponde a un tiempo de fluctuación del tip-tilt de 120 ms. (Roddier, 1993).

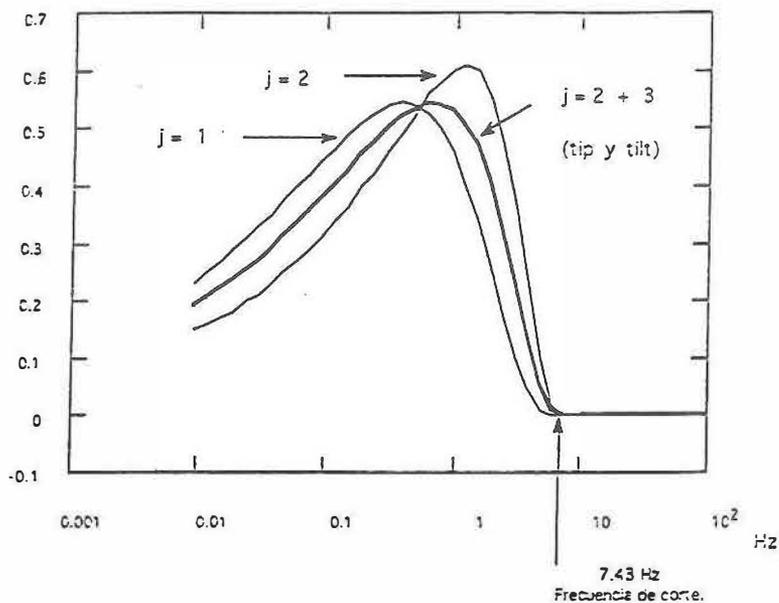


Figura 3. Espectro de potencias temporal normalizado de las inclinaciones (tip y tilt) del frente de onda, para un telescopio de 2m, y una velocidad del viento de 10m/s.

4) Referencia del sensor de frente de onda. Como se vio anteriormente, se puede usar parte de la señal del objeto pero en otra banda, o una estrella de referencia cercana dentro del dominio de isoplanetismo. La posibilidad de usar esta última referencia depende de la sensibilidad del detector del sensor de frente de onda. Esta sensibilidad va a determinar la magnitud límite de una estrella que pueda ser utilizada como referencia por el sensor. Mientras más sensible sea el detector, más alta será la probabilidad de encontrar una estrella dentro del dominio de

isoplanetismo, misma que pueda ser utilizada como referencia. En la figura 4 se grafica la probabilidad encontrar una estrella de cierta magnitud a un ángulo dado del objeto de estudio (Rodier, 1991). (Nótese que mientras más alto el número que determina la magnitud, menor es el flujo de la estrella.)

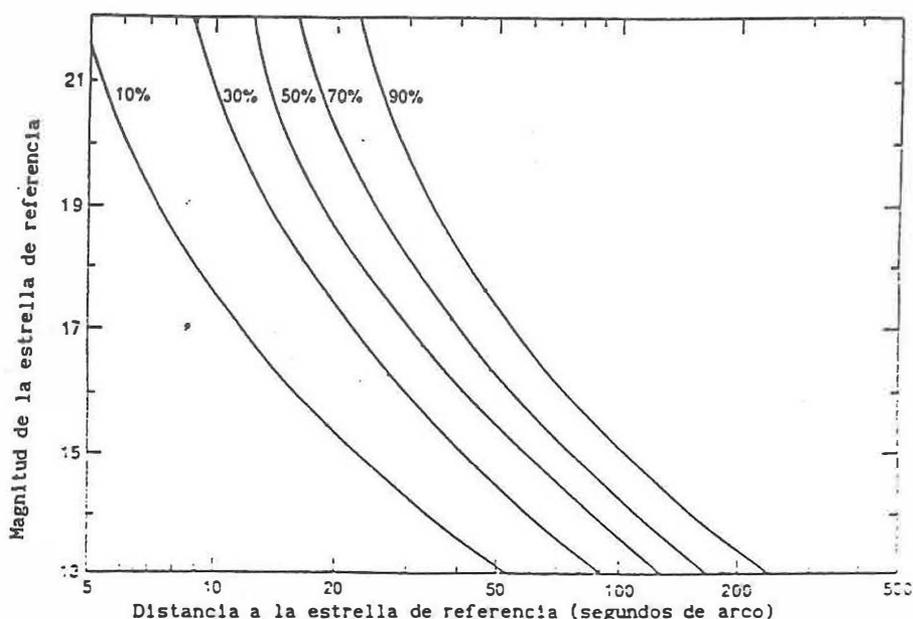


Figura 4. Gráfica de magnitud de la estrella de referencia contra distancia angular del objeto, mostrando curvas de igual probabilidad.

Los parámetros definidos anteriormente, dependen principalmente de la longitud de onda de observación y de el diámetro de la pupila.

A continuación se presentan dos tablas; una de ellas con valores promedio de longitud de coherencia (r_0) para varias longitudes de onda, el ángulo del dominio de isoplanetismo y los tiempos de fluctuación, y otra tabla con el número de áreas coherentes sobre la pupila (o número de zonas a corregir), para telescopios de 2 y 6.5 metros de diámetro, para varias longitudes de onda.

Tabla I. Radio de área de coherencia, ángulo del dominio de isoplanetismo y tiempo característicos de las fluctuaciones de la atmósfera para varias longitudes de onda (ecs. 24, 34).

r_0 (cm)	λ (μ)	θ	τ (ms)
10	0.5	3.0"	10
19.6	0.85	3.05"	20
23.0	1.0	8.0"	20
59.2	2.2	18.0"	60
158.5	5.0	25.5"	160
364.1	10.0	57.5"	360

Tabla II. Número de zonas que se deben corregir en un telescopio de 2 y de 6.5 metros para diferentes longitudes de onda, para obtener un razón de Strehl de 0.8. (ec. 33).

$\lambda(\mu)$	N (para 2m)	N (para 6.5m)
0.5	400	4225
0.85	111	1100
1.0	76	800
2.2	11	103
5.0	1	17
10	-	3

Como se observa en la tabla II, el número de zonas que se deben corregir es muy grande, sobre todo para telescopios grandes en longitudes de onda visibles; y los tiempos de corrección son muy pequeños. Es más fácil corregir las imágenes mientras se observen en longitudes de onda más largas debido a que se necesitan hacer menos correcciones y los tiempos para hacerlas son más largos. Esto, evidentemente impone limitaciones prácticas para construir un sistema de óptica adaptiva.

III.3 Limitaciones de un sistema de óptica adaptiva.

Los errores principales de la corrección del frente de onda provienen de:

1) El número finito de puntos de corrección. Este es llamado error de ajuste del frente de onda. La variancia residual del frente de onda, en caso de corrección zonal es (Beckers, 1993):

$$\Delta \approx 0.34(r_E / r_0)^{5/3} rad^2, \quad (38)$$

donde r_E es el tamaño de la zona de corrección.

En el caso en que se corrijan los modos de Zernike, esta variancia residual se encuentra calculada por Noll (1976). Si se corrigen los primeros J modos de Zernike, el frente de onda queda ajustado por la función:

$$\phi_c = \sum_{j=1}^J a_j Z_j. \quad (39)$$

La variancia residual es:

$$\Delta = \int \langle [\phi(\bar{r}) - \phi_c(\bar{r})]^2 \rangle W(\bar{r}) dr; \quad (40)$$

y de 2.9 y 2.10 se obtiene que la variancia residual cuando se corrigen j términos es:

$$\Delta_j = \langle \phi^2 \rangle - \sum_{j=1}^j \langle |a_j|^2 \rangle. \quad (41)$$

Noll (1976) obtuvo los valores para la expresión anterior, para los primeros 21 términos (tabla III), obteniendo la autocorrelación en el espacio de Fourier después de calcular las transformadas de Fourier de los polinomios de Zernike; y la variancia del frente de onda a partir del espectro de Kolmogorov.

Tabla III. Errores residuales de las correcciones de términos de Zernike (D es el diámetro de la abertura). Noll (1976).

$\Delta_1 = 1.0299(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_8 = 0.0525(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{15} = 0.0279(D/r_0)^{5/3}$
$\Delta_2 = 0.582(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_9 = 0.0463(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{16} = 0.0267(D/r_0)^{5/3}$
$\Delta_3 = 0.134(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{10} = 0.0401(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{17} = 0.0255(D/r_0)^{5/3}$
$\Delta_4 = 0.111(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{11} = 0.0377(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{18} = 0.0243(D/r_0)^{5/3}$
$\Delta_5 = 0.0880(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{12} = 0.0352(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{19} = 0.0232(D/r_0)^{5/3}$
$\Delta_6 = 0.0648(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{13} = 0.0328(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{20} = 0.0220(D/r_0)^{5/3}$
$\Delta_7 = 0.0587(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{14} = 0.0304(D/r_0)^{5/3}$	$\Delta_{21} = 0.0208(D/r_0)^{5/3}$

Para valores grandes de j , esta variancia es:

$$\Delta_j \approx 0.2944 J^{-\sqrt{5}/2} (D/r_0)^{5/3} [\text{rad}^2]. \quad (42)$$

donde D es el diámetro de la apertura.

2) La diferencia de tiempo entre la detección y la corrección. Este se denomina error de retraso. Este error ha sido calculado por Roddier (1993). Para un proceso estacionario, la variancia introducida por un retraso τ por cada término de Zernike está dado por:

$$\begin{aligned} e_j^2(\tau) &= \left\langle |s_j(t) - s_j(t + \tau)|^2 \right\rangle \\ &= \left\langle |s_j(t)|^2 \right\rangle + \left\langle |s_j(t + \tau)|^2 \right\rangle - 2 \left\langle s_j(t) s_j(t + \tau) \right\rangle \end{aligned} \quad (43)$$

donde $s_j(t)$ representa la evolución temporal del coeficiente $a_j(t)$.

Para un proceso estacionario:

$$e_j^2(\tau) = 2[C_j(0) - C_j(\tau)] \quad (44)$$

donde $C_j(\tau)$ está definida en la ecuación (36).

La variancia total introducida por un retraso τ , para el caso en el que se compensen j términos, en relación a la variancia total del frente de onda, está dada por la suma de la variancia introducida por un retraso τ en cada término; es decir:

$$\epsilon_j^2(\tau) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{j=2}^{(n+1)(n+2)/2} e_j^2(\tau). \quad (45)$$

El retraso máximo aceptable es tal que el error introducido por tal retraso sea menor que el error dado por los términos no compensados; es decir:

$$\varepsilon_n^2(\tau) < \frac{\sigma_n^2}{\sigma^2}. \quad (46)$$

3) El ruido del detector del sensor de frente de onda. Este determina el error de detección. Este tipo de ruido se estudia ampliamente en el siguiente capítulo.

El primero y el tercero introducen un error en la medida del frente de onda que se detecta; y el tercero introduce una diferencia entre el frente de onda que se mide y el que se debe corregir, independientemente de la precisión con que se haya medido el frente de onda. Conociendo estos errores se puede evaluar un sistema que corrija parcialmente el frente de onda.

III.4 Corrección parcial.

Anteriormente se vio que el número de modos corregidos necesarios es proporcional al número de áreas de coherencia en la pupila. De esta manera se obtiene una resolución de Strehl de 0.8, que dentro de los criterios de tolerancia se puede considerar como una imagen limitada por difracción. Sin embargo, para telescopios muy grandes y para longitudes de onda visibles este número es muy elevado. Por esta razón es conveniente estudiar que tan posible es llevar a cabo una compensación parcial y aun así obtener una mejoría importante en la calidad de la imagen. Wang y Markey (1978) obtuvieron la MTF de un sistema perturbado por la atmósfera con compensación modal. Obtuvieron también, a partir de la MTF, gráficas de la resolución de Strehl normalizada a la resolución sin compensar (lo cual equivale en cierto modo a una ganancia en resolución) como función de r_0 . Los resultados se reproducen en la figura 5.

Los máximos de las curvas de la figura 5 corresponden a la máxima ganancia en resolución de un sistema de óptica adaptiva, y se encuentran aproximadamente en (Roddier, 1991):

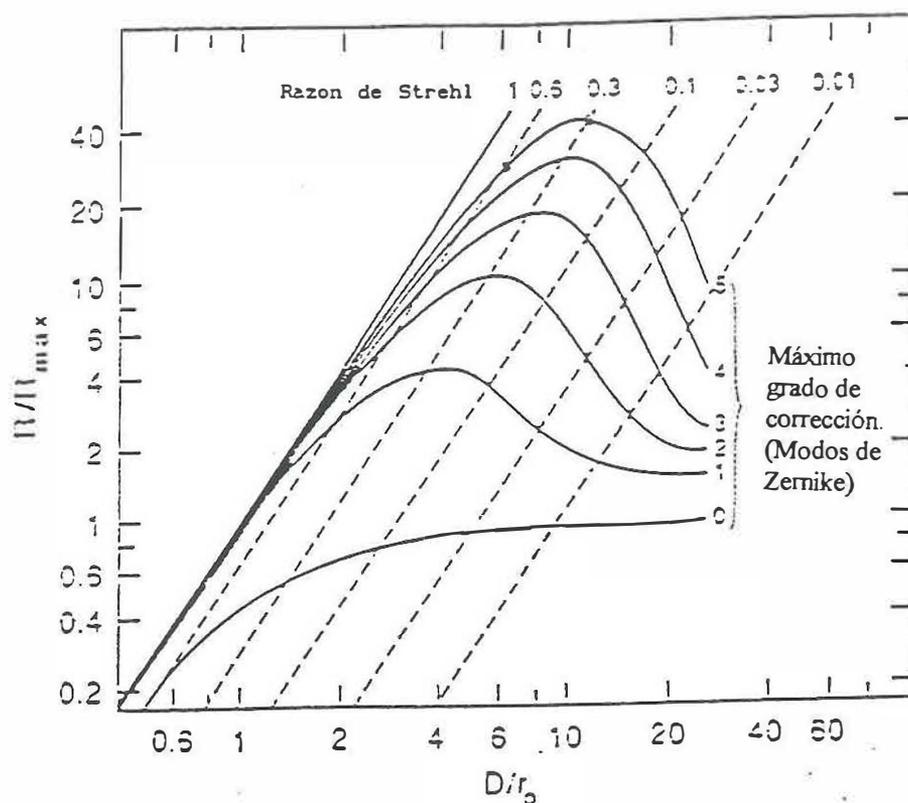


Figura 5. Resolución de Strehl normalizada como función de D/r_0 para diferentes grados de corrección. (Reproducido de Roddier, 1991).

Es decir que para obtener la máxima ganancia en resolución se necesitan 7 veces menos zonas que para llegar a una razón de Strehl del 0.8. Este máximo corresponde a una razón de Strehl del 0.3, y se obtiene una imagen de un objeto

puntual como la mostrada en la figura 6, donde se compara con la imagen sin compensar y la imagen con una razón de Strehl de 0.8. La imagen compensada (con razón de Strehl de 0.3) tiene casi el mismo ancho a media altura (FWHM) que la imagen con una razón de Strehl de 0.8. Este resultado fue obtenido por Roddier (1991) a partir de la FTO para varios grados de compensación obtenida por Wang y Markey (1978).

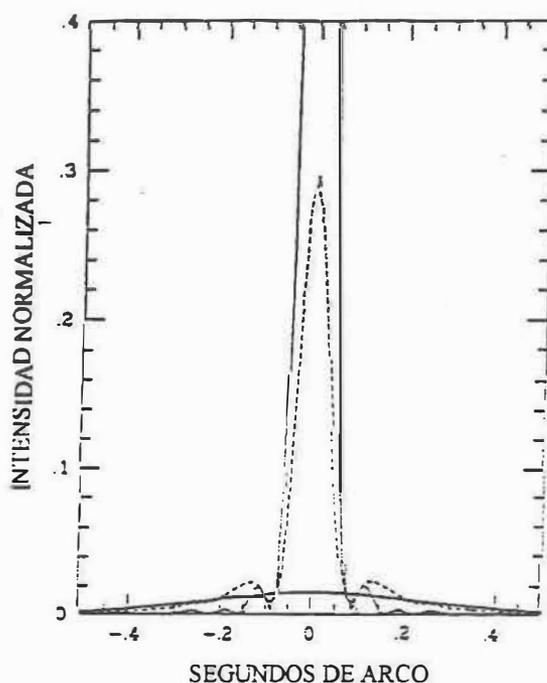


Figura 6. Perfil teórico de una imagen de una fuente puntual con razón de Strehl de 0.3 (línea punteada) comparada con la imagen limitada por difracción (línea continua), y con la imagen no compensada (reproducido de Roddier, 1991).

En la tabla IV se listan el número de modos que es necesario corregir para tener máxima eficiencia y una razón de Strehl de 0.3, para telescopios de 2 y 6.5 metros, en varias longitudes de onda.

Tabla IV. Número de zonas que se deben corregir en un telescopio de 2 y de 6 metros para diferentes longitudes de onda, para obtener una razón de Strehl de 0.3.

$\lambda(\mu)$	N (para 2m)	N (para 6m)
0.5	57	515
0.85	16	143
1.0	11	97
2.2	2	14
5.0	-	2
10	-	-

III.5. Sensores de frente de onda.

III.5.1 Sensor de frente de onda de Shack-Hartmann.

Este sensor está formado por un arreglo bidimensional de pequeñas lenticillas iguales. Este arreglo divide el frente de onda en "segmentos" cada uno de los cuales es enfocado sobre un arreglo de detectores (Tyson, 1991; Rousset et al, 1990). (Por ejemplo sobre 4 pixeles de un CCD) (figura 7) A partir de la posición de la imagen de cada lenticilla se determina la inclinación promedio de cada segmento de frente de onda, de una manera análoga a la utilizada para medir la inclinación del frente de onda (tip tilt).

Cuando incide sobre el sensor un frente de onda plano no inclinado, las lenticillas enfocan cada zona del frente de onda en el centro del conjunto de pixeles. Si el frente de onda está deformado, las lenticillas van a enfocar el

segmento en una posición fuera del centro (figura 7). Debido a que la imagen de cada lentecilla no es puntual, se calcula la posición del "centroide" de la imagen. (figura 8).

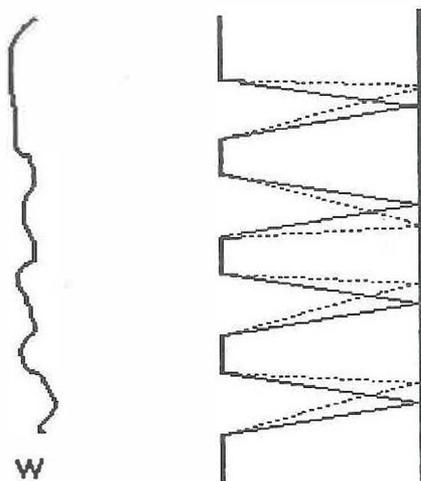


Figura 7. Esquema general del funcionamiento del sensor de Shack-Hartmann.

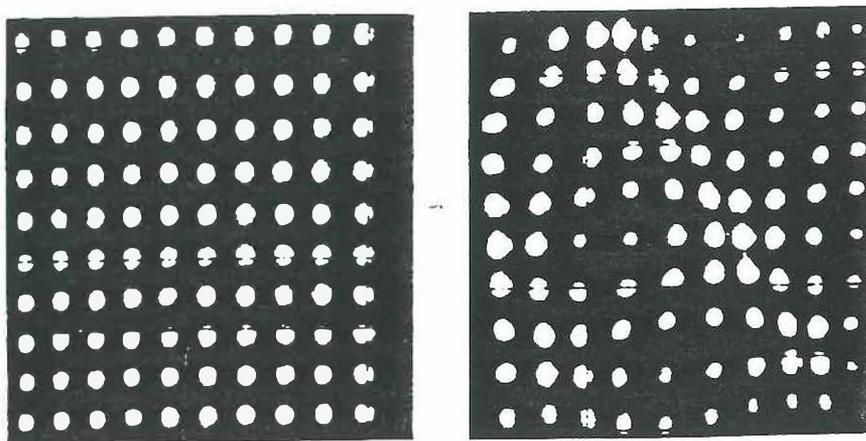


Figura 8. A la izquierda: Hartmangrama sin aberraciones; a la derecha: con aberraciones.

Los datos que proporciona el sensor son las posiciones del centroide de donde se obtienen directamente las inclinaciones promedio.

III.5.2. Sensor de curvatura de frente de onda.

La idea original de este sensor consiste en medir la irradiancia de dos imágenes desenfocadas simétricas al foco. (Ver figura 10), y restarlas (Roddiier, 1988; Roddiier et al, 1988). Si se tiene un frente de onda sin desviaciones convergente al foco, las irradiancias en ambos planos son iguales. Sin embargo una desviación local en la curvatura del frente de onda implica que esa porción del frente de onda converge más cerca de un plano que del otro. Esto produce una diferencia de irradiancia en ambos planos indicativa de la curvatura local.

La diferencia de irradiancias entre los dos planos está dada por (Roddiier, 1988):

$$S(\vec{r}) = \frac{I_2(\vec{r}) - I_1(\vec{r})}{I_2(\vec{r}) + I_1(\vec{r})} = \frac{f(f-l)}{2l} \left[\frac{\partial}{\partial h} z(f\vec{r}/l) \delta_c + \nabla^2 z(f\vec{r}/l) \right], \quad (48)$$

donde $\nabla^2 z$ es el laplaciano del frente de onda (curvatura local) y $\delta_c \frac{\partial z}{\partial h}$ es la inclinación del frente de onda en el borde de la pupila en la dirección radial.

El sensor de curvatura desarrollado en la universidad de Hawaii utiliza este principio, pero no mide la irradiancia en dos planos simétricos enfocados simultáneamente sobre dos detectores (Roddiier, 1993). Este sensor utiliza un espejo de membrana cuya curvatura varía, pasando de ser cóncavo a ser convexo a una frecuencia de 7khz. Este espejo forma una imagen desenfocada de la pupila sobre un detector. Cuando es cóncava se forma la imagen de la intrafocal, y cuando es convexa se forma la imagen de la extrafocal. El detector que se utiliza

para este sensor consta de 13 elementos sensibles (pixeles), dispuestos de la siguiente forma:

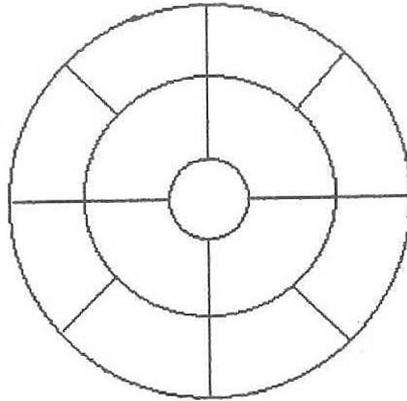


Figura 9. Geometría de los 13 elementos sensibles para el sensor de curvatura de frente de onda.

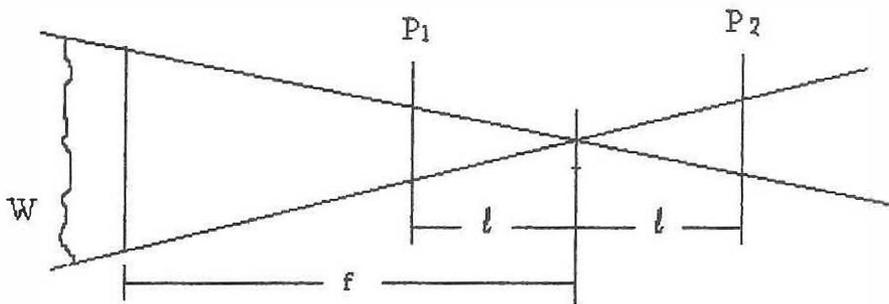


Figura 10. Esquema del sensor de curvatura de frente de onda.

III.6. Correctores de frente de onda.

Un corrector de frente de onda es un dispositivo que modifica la fase del frente de onda. El tipo de corrección más utilizado es por medio de reflexión sobre un espejo deformable. Existen varios tipos de espejos deformables. Estos pueden tener ya sea una superficie segmentada o continua.

Los espejos con una superficie segmentada están formados por varios espejos pequeños, cada uno de los cuales tiene tres grados de libertad, dos inclinaciones y desplazamiento vertical.

Los espejos cuya superficie es continua son deformados por medio de un arreglo de actuadores. Esta deformación se puede llevar a cabo ya sea de una manera mecánica, con actuadores que desplacen verticalmente las diferentes partes del espejo, o aplicando un voltaje en el caso de que el espejo esté hecho de un material que se deforme por la acción de un voltaje (Espejos bimorfos, de membrana etc).

Un espejo bimorfo está hecho de una superficie reflectora (de vidrio o metálica) pegada a una lámina de material piezoeléctrico de aproximadamente 1mm de grueso (ver figura 11), con un electrodo interior enmedio (Tyson, 1991; Steinhaus et al, 1979; Kokorowski, 1979). Del otro lado del piezoeléctrico se coloca un arreglo de electrodos individuales externos.

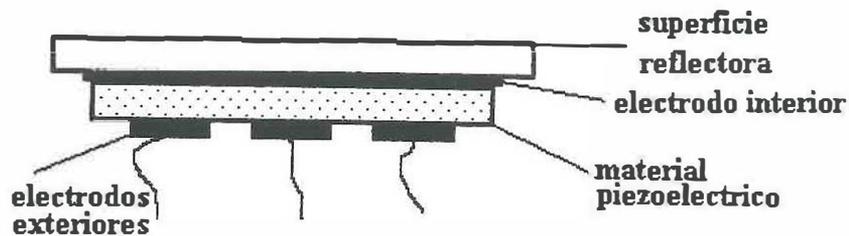


Figura 11.

Esquema de un espejo bimorfo.

Cuando se aplica un voltaje entre un electrodo externo y el electrodo interno, las dimensiones del piezoeléctrico cambian, de manera que el radio de curvatura R (del espejo) cambia, siendo:

$$R = \frac{Vd_{13}}{t^2}, \quad (49)$$

donde V es el voltaje aplicado, d_{13} es un parámetro que depende del material piezoeléctrico, y t es el grueso de la placa piezoeléctrica.

Un espejo de membrana es, como su nombre lo indica, una membrana reflectora de titanio o nickel, de 0.5 a 1.5 micras de grueso colocada entre un electrodo individual transparente y un arreglo de electrodos individuales (Tyson, 1991; Grosso et al, 1977) (figura 12). Si no se aplica ninguna presión sobre la membrana, ésta permanece plana. Cuando se aplica un voltaje a la membrana, esta se deforma, sin embargo la deformación sufrida al activar un solo actuador no es lineal ni local, sino está dada por la siguiente relación:

$$\nabla^2 z(x,y) = -\frac{P(x,y)}{T}, \quad (50)$$

donde $z(x,y)$ es la forma que toma el espejo, T es la tensión de la membrana, y $P(x,y)$ es la presión ejercida sobre la membrana.

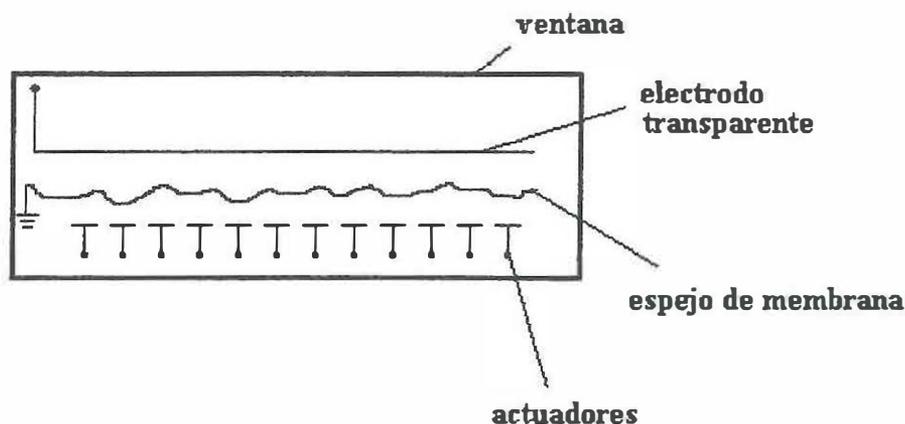


Figura 12. Esquema de un espejo de membrana.

Estos dos últimos espejos tienen la particularidad de que la señal aplicada a los electrodos cambia la curvatura local del espejo. Esta característica, resulta ventajosa por varias razones. Debido a que la deformación producida por cada actuador no es local, se obtienen siempre superficies continuas.

Por otro lado, la distribución de los actuadores en estos espejos puede ser optimizada para que los modos del espejo coincidan con los modos con los que se represente el frente de onda. De esta manera con el mismo número de actuadores se obtiene un error de ajuste menor.

Finalmente, la ventaja principal de este tipo de espejos se obtiene si se utilizan en combinación con un sensor de curvatura de frente de onda. Esto es debido a que este sensor lo que entrega como señal es la curvatura del frente de onda, que es exactamente lo que corrigen estos espejos. De esta manera la señal de control del espejo es obtenida con un mínimo de procesamiento, reduciendo en gran medida el tiempo de corrección del frente de onda.

III.7. Control.

Las señales del sensor de frente de onda determinan los errores de fase del frente de onda. A partir de estas señales es necesario determinar los voltajes que hay que aplicar a los actuadores del espejo deformable para que éste tome la forma deseada.

Esto puede hacerse ya sea construyendo un "mapa" del frente de onda y después haciendo las correcciones en el espejo, u omitiendo el paso de la representación explícita del frente de onda y pasando de las señales del sensor directamente a la corrección.

Para pasar de las señales del frente de onda al mapa de fase, de este mapa de fase a los voltajes del espejo o simplemente de la señal del frente de onda a los

voltajes se utilizan métodos de álgebra lineal (Tyson, 1991). La relación entre las entradas y las salidas es a través de un sistema de ecuaciones lineales, que en forma matricial se representa:

$$(y) = [B](a); \quad (51)$$

donde (y) son los valores de entrada, por ejemplo pendientes del frente de onda, (a) son las señales de salida, como por ejemplo voltajes para los actuadores o coeficientes de polinomios de Zernike, y $[B]$ es una matriz que relaciona ambos. Inicialmente se pueden determinar los valores de la matriz y los valores (y) se miden, por lo cual es necesario invertir la ecuación (51) para obtener los valores de las incógnitas. En general la matriz $[B]$ no es cuadrada, y existen más ecuaciones que incógnitas, por lo que se utilizan los métodos de ajuste por mínimos cuadrados para determinar la *pseudoinversa* de la matriz $[B]$, obteniendo la ecuación inversa:

$$(a) = [B^T B]^{-1} [B^T](y) \quad (52)$$

donde $[B^T]$ es la transpuesta de la matriz $[B]$ y $[B^T B]^{-1} [B^T]$ es llamada la *pseudoinversa* de la matriz $[B]$.

La representación de fase puede ser zonal o modal. En la representación zonal se conoce la fase promedio para varios puntos del frente de onda, $\phi_i(x_i, y_i)$; y las señales (s) del sensor (por ejemplo, pendientes locales) se relacionan con las fases por la ecuación:

$$(s) = [B](\phi). \quad (53)$$

En la representación modal; la fase está dada por una combinación de polinomios ortogonales, como pueden ser los polinomios de Zernike:

$$\phi = \sum_k^K \alpha_k Z_k(x, y). \quad (54)$$

A partir de la representación del frente de onda se pueden corregir las zonas o los modos; encontrando las señales de los actuadores por medio de otra ecuación matricial. Existe por otro lado, la posibilidad de corregir el frente de onda, omitiendo el paso de la reconstrucción del frente de onda. De esta manera, a partir de las señales del sensor de frente de onda se obtienen, por medio de una ecuación matricial, del señales para el espejo corrector.

Como se ha mencionado antes, cada tipo de sensor se acopla mejor a cierto tipo de espejo corrector en cuanto a que las señales provenientes del sensor proporcionan directamente las señales para el espejo. En la siguiente sección se estudian con detalle dos ejemplos de combinación sensor-espejo corrector óptima (es decir, para los cuales el control es casi directo) y se compara el desempeño de ambos en condiciones de operación equivalentes.

III.8 Comparación de los dos sensores de frente de onda en combinación con espejos deformables.

En esta sección se comparan el sensor de Shack-Hartmann y el sensor de curvatura de frente de onda, en lo referente a la matriz de control, y en cuanto a como se divide el flujo total entre los pixeles del detector, para consideraciones de razón señal a ruido. Se va a suponer que los sensores operan con un espejo corrector que responde directamente a las señales del sensor, con el fin de compararlos en configuraciones equivalentes.

III.8.1 Sensor de curvatura de frente de onda en combinación con un espejo bímorfo o con un espejo de membrana.

Como se ha explicado anteriormente, la señal de salida del sensor de curvatura es precisamente el laplaciano del frente de onda más condiciones a la frontera (ec. 48):

$$S_s(\vec{r}) = \nabla^2 W(\vec{r}) + C. \quad (55)$$

Por otro lado, la señal que recibe un espejo de membrana, es igual al laplaciano de la forma que toma la superficie del espejo:

$$S_c(\vec{r}) = -\nabla^2 W(\vec{r}). \quad (56)$$

De igual manera en un espejo bímorfo.

De aquí que, si se desea que el espejo tome una forma que corrija el frente de onda, es necesario únicamente proporcionarle la señal del sensor de curvatura con condiciones a la frontera (de 55 y 56):

$$S_c(\vec{r}) = S_s(\vec{r}) - C. \quad (57)$$

Ahora vamos a pasar a estudiar un caso sencillo, en el cual el frente de onda se divide en cuatro subpupilas, utilizando 4 detectores, como en la figura 14. Las señales del sensor van a alimentar un espejo deformable (bímorfo o de membrana), el cual va a corregir 4 elementos. Para esto es necesario un actuador por cada corrección, es decir que el espejo va a tener 4 actuadores. Las cuatro señales del sensor, s_i , van a ser transformadas a cuatro señales para el espejo, a_i , a través de una ecuación matricial:

$$(a) = [M_t](s). \quad (58)$$

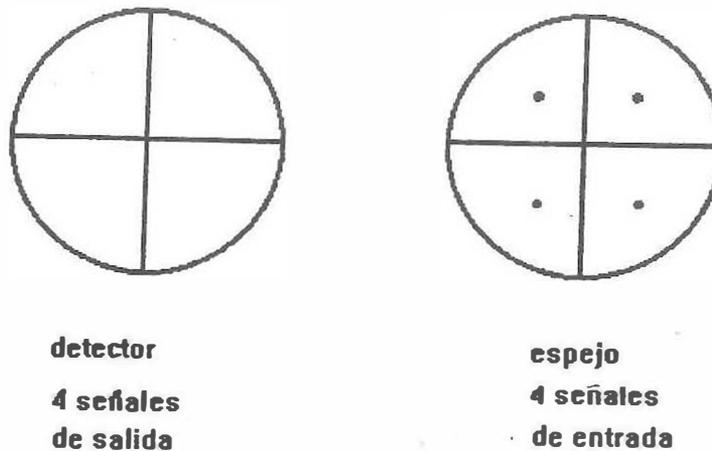


Figura 13. Relación entre las señales de salida de un sensor de curvatura de frente de onda, y las señales de entrada a un espejo biforme o de membrana.

Esta matriz $[Mc]$ tiene que ser de 4×4 , es decir de 16 elementos.

Por otro lado, es necesario estudiar como se divide el flujo de fotones en las cuatro medidas. Esto es necesario debido a que la precisión de la medida va a depender de cuantos fotones se tenga por medida.

La medida del frente de onda debe hacerse en un tiempo menor al de las fluctuaciones de la atmósfera. Vamos a suponer que inciden N fotones sobre el telescopio durante ese tiempo. Esta señal va a estar oscilando entre los dos arreglos de detectores, siendo aprovechable por cada detector únicamente la cuarta parte del tiempo. Es decir que en cada medida vamos a tener $N/4$ fotones. Además, al ser dividida la pupila en cuatro subpupilas, la señal obtenida por cada detector va a ser $N/16$.

III.8.2. Sensor de Hartmann en combinación con un espejo segmentado.

Un sensor de Hartmann mide la inclinación local promedio del frente de onda en cada subpupila muestreada. Esta forma de medir un frente de onda se

adapta muy bien a un espejo segmentado el cual corrige la inclinación promedio de cada subpupila de una manera análoga a la corrección del "tip-tilt"

Suponemos que el frente de onda va a ser muestreado en cuatro subpupilas, de cada una de las cuales se va a obtener la inclinación promedio. Cada una de las subpupilas es enfocada por una lenticilla a un arreglo de detectores. Para medir la inclinación promedio, se debe de medir la posición de centroide de la imagen de cada lenticilla. Para esta medida se necesitan al menos 4 detectores. Es decir que se necesitan 16 detectores, de donde se van a obtener 16 señales.

Por otro lado, para corregir la inclinación en cada subpupila se necesitan al menos tres actuadores para dar las dos inclinaciones a cada segmento del espejo corrector. (Ver figura 14). Si se acciona el actuador c , dejando fijos los otros dos, el espejo gira alrededor de una recta definida por a y b , y el centroide de la imagen se desplaza en la dirección x . De igual manera, si se acciona el actuador a , se desplaza el centroide en la dirección y . Y si se accionan los tres actuadores se mueve verticalmente todo el segmento del espejo, corrigiendo así el modo pistón. Se necesitan, entonces, 12 actuadores en el espejo.

De las 16 señales a_i del sensor, (correspondientes a 4 pixeles por lenticilla) se deben obtener 12 señales, a_i , para el espejo, por medio de la matriz Mh :

$$(a) = [M_h](s). \quad (59)$$

Esta matriz Mh consta de 16×12 , es decir, 192 elementos.

Ahora, como en el caso anterior, vamos a analizar como se divide el flujo de fotones. En el tiempo característico de las fluctuaciones de la atmósfera van a incidir, como en el caso anterior, N fotones. Estos fotones se van a dividir en 16 elementos del detector, es decir que el flujo por pixel es $N/16$.

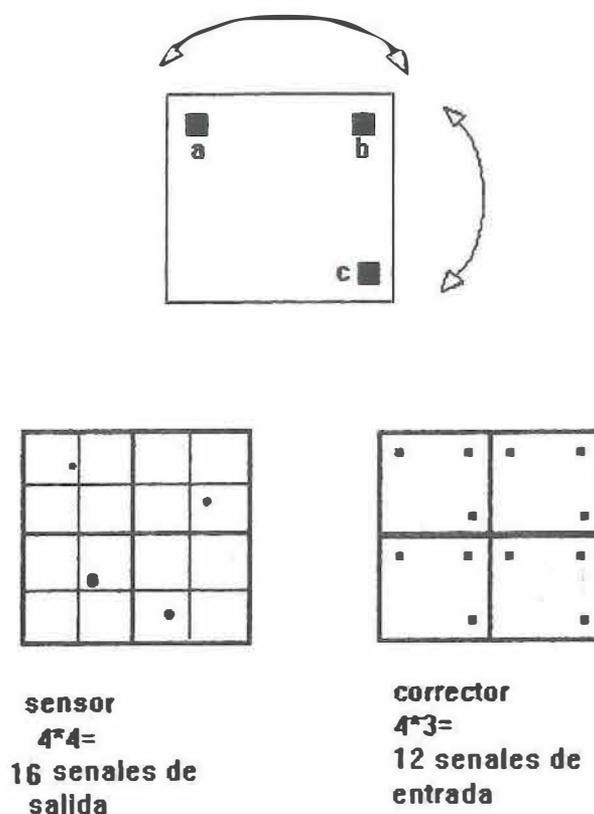


Figura 14. Relación entre las señales de salida de un sensor de Shack-Hartmann y las señales de entrada a un espejo de segmentos planos con tres actuadores.

III.8.3. Comparación.

La cantidad de fotones que inciden por subpupila al detector del sensor determina la posibilidad de sensar una estrella, dado que esta señal debe ser mayor que la razón señal a ruido del detector. Esto significa que el número de elementos entre los cuales se divide el flujo total debe ser tal que se mantenga el flujo por

subpupila mayor que el ruido del detector. Del análisis anterior, en el cual los dos sensores operan en una manera equivalente, se obtiene que en ambos el flujo se divide de manera igual, por lo cual; en aspectos de razón señal a ruido, ninguno supera al otro. Hay que mencionar, sin embargo que, el sensor Shack-Hartmann podría presentar cierta desventaja debido a que, para medir el centroide de la imagen de cada lentecilla, el número mínimo de detectores necesarios es cuatro, sin embargo, se suelen utilizar mas (por ejemplo, un arreglo de 5×5 en el COME-ON (Rousset et al, 1990)) debido a que el tamaño de la imagen puede exceder el tamaño del subarreglo.

Por otro lado, en este ejemplo sencillo, la matriz de control de la combinación sensor Shack-Hartmann y espejo segmentado consta de 96 elementos mientras que la matriz de control del sensor de curvatura-espejo de membrana tiene solamente 16. Esto favorece la utilización del sensor de curvatura de frente de onda dado que, al manejar una matriz más sencilla, se reduce considerablemente el tiempo de procesamiento.

Existen dos sistemas reales en funcionamiento que muestran, en la práctica, la ventaja de la combinación de sensor de curvatura y espejo de membrana o biformo, sobre el sistema que sensa con Shack-Hartmann. El sistema COME-ON (Kern et al 1988), el cual mide las aberraciones con un sensor Shack-Hartmann, utiliza 3 computadoras, mientras que el sistema de la Universidad de Hawaii, el cual utiliza un sensor de curvatura y un espejo biformo, utiliza solamente 2.

Se puede concluir de este capítulo que el sistema que utiliza un sensor de curvatura de frente de onda, en combinación con un espejo biformo o de membrana, presenta claras ventajas sobre los demás.

IV. ANÁLISIS DE DETECTORES PARA EL SENSOR DE FRENTE DE ONDA.

IV.1. Introducción.

La magnitud límite de el objeto de referencia con el cual puede operar un sensor de frente de onda determina el porcentaje de objetos que pueden ser corregidos con óptica adaptiva. Mientras mas sensible sea el sensor en este aspecto, existe una mayor posibilidad de encontrar un objeto de referencia utilizable cerca del objeto de estudio. (Es decir, dentro del dominio de isoplanitismo). Esta magnitud límite, para un tipo en particular de sensor, está determinada por el desempeño del detector utilizado. En este capítulo se analizan tres detectores; CCD, fotodiodos de avalancha y mepsicrón utilizados en un sensor de curvatura de frente de onda.

IV.2 Características generales.

Las características generales de los detectores que determinan los parámetros para la evaluación y comparación son la eficiencia cuántica, los diferentes tipos de ruido y la ganancia. A continuación se explica brevemente cada una de ellas.

- Eficiencia cuántica.

Al incidir los fotones sobre la superficie del detector, éstos van a extraer electrones (llamados fotoelectrones) de la superficie. Estos fotoelectrones constituyen la señal que se va a medir. La probabilidad de que un fotón extraiga un electrón es llamada eficiencia cuántica, definida por (Léna, 1988):

$$\eta = \frac{\text{numero de fotoelectrones producidos}}{\text{numero de fotones incidentes}} \quad (60)$$

- Ganancia.

Existen ciertos detectores que amplifican el fotoelectrón extraído. Por cada fotoelectrón, se miden a la salida un número g de electrones. Es decir, si inciden N fotones, se extraen $N\eta$ fotoelectrones, y a la salida se miden $N\eta g$. A la cantidad g se le llama ganancia (Léna, 1988).

- Ruido de fotones.

La tasa de llegada de los fotones es un proceso aleatorio con estadística de Poisson. Esto introduce un ruido igual a \sqrt{N} , si N es el número de fotones incidentes.

- Ruido de amplificación.

La ganancia es una variable aleatoria con promedio \bar{g} y desviación standard σ_g . la cual suponemos que sigue una estadística de Poisson. Esta introduce un ruido multiplicativo a la señal.

- Ruido de lectura.

En algunos detectores, se leen periódicamente las cargas acumuladas (Léna, 1988). A esta lectura se le asocia un ruido σ_L , constante par cada lectura. Este ruido se da en (electrones por lectura por pixel).

- Corriente oscura.

Aún cuando no incide luz sobre el detector, la superficie fotoemisiva emite cierto número de electrones los cuales son detectados como señal. Esto es debido a excitaciones térmicas del material. Esta corriente es función de la temperatura, y se reduce notablemente si se enfría el detector. Esto se ejemplifica en la gráfica de la figura 15, la cual muestra la corriente oscura (normalizada) como función de la temperatura para detectores de silicio.

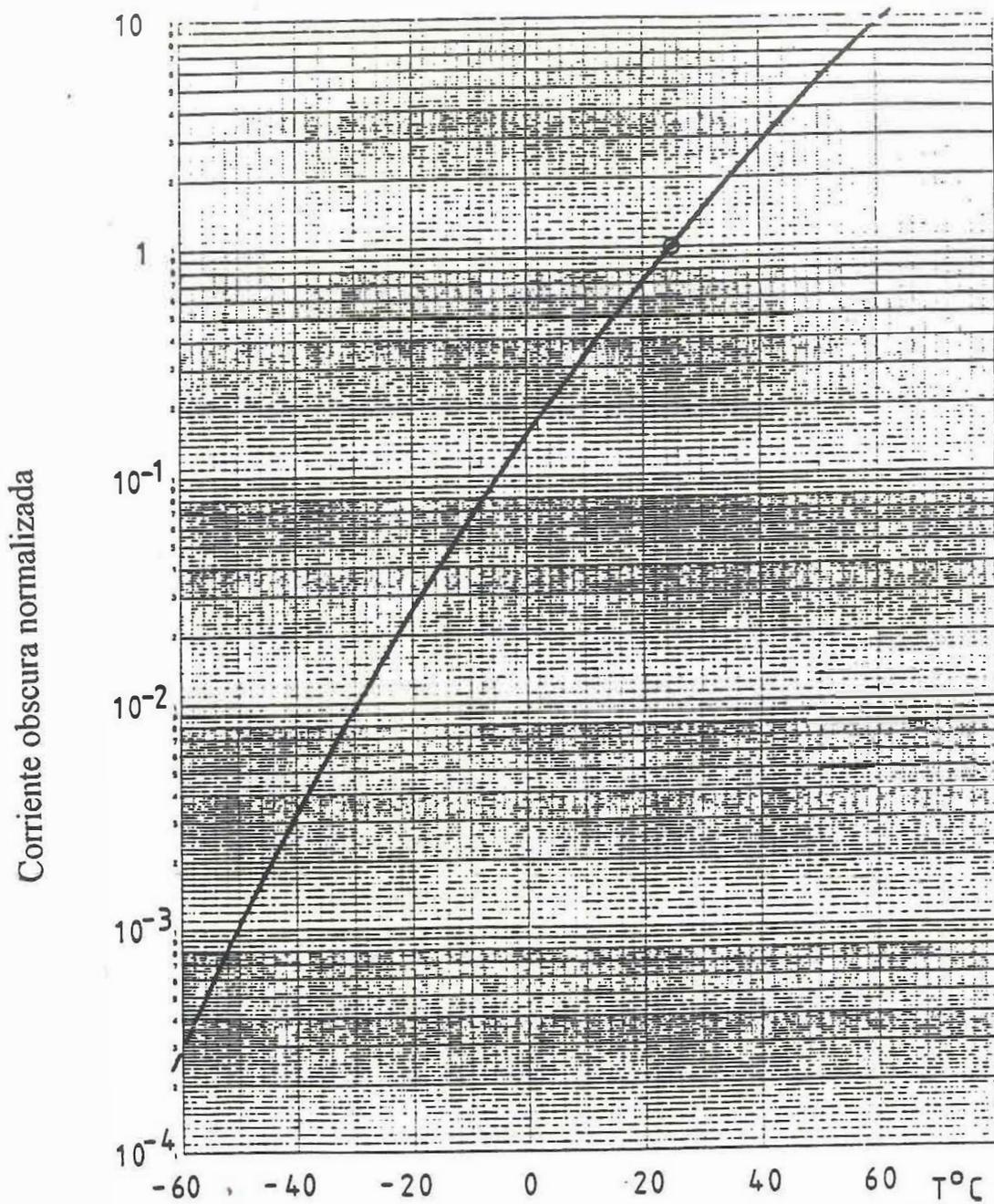


Figura 15. Corriente oscura (normalizada) como función de la temperatura para detectores de silicio.

IV.3. Descripción general de los detectores estudiados.

IV.3.1. CCD

El CCD (Charge Coupled Device) es un circuito de silicio del tipo MOS (Metal-Oxide Si). Está formado por un substrato de silicio con una capa de óxido, el cual tiene un arreglo de electrodos (Timothy, 1983; Technical note 1983). Cuando se aplica un voltaje a un electrodo se produce un "pozo" de potencial en el cual se acumulan las cargas producidas por la radiación incidente. El número de cargas acumuladas es proporcional a la radiación incidente en durante el tiempo de integración antes de cada lectura. La carga acumulada se transfiere horizontalmente variando secuencialmente los voltajes de los electrodos.

IV.3.2. Fotodiodos de avalancha.

Los fotodiodos son otro tipo de detectores de silicio. Están formados por una unión p-n (diodo) polarizada inversamente. Debido a la polarización inversa, se crea en la interfase una zona la cual no cuenta con portadores de carga. (Zona de "depleción") Cuando un fotón incide sobre la zona de depleción, se forman pares de electrón-hoyo, los cuales se separan por el potencial de la zona de depleción y son medidos como señal. El número de pares electrón-hoyo producidos son proporcionales a la señal. Si además, estos fotoelectrones son acelerados por un campo electrostático alto, estos producen a su vez más electrones los cuales repiten el proceso, amplificando el número de electrones en la señal de salida. Este es el funcionamiento de los fotodiodos de avalancha. (Timothy, 1983; Deboo et al, 1971)

IV.3.3. Mepsicron

El mepsicron es un tipo de detector que utiliza una tecnología completamente diferente de los anteriores. Está formado por un fotocátodo de

material alcalino, el cual emite fotoelectrones. El fotocátodo es seguido por placas microcanal, las cuales emiten electrones secundarios por el impacto de los fotoelectrones amplificando así la señal. Finalmente los electrones inciden sobre un ánodo resistivo el cual da además información espacial de los eventos. (Ángeles, 1986).

IV.4. Evaluación y comparación de los detectores.

Los tres detectores descritos anteriormente presentan características diferentes, las cuales implican ventajas en algunos aspectos y desventajas en otros. Por ejemplo, los detectores de silicio tienen una eficiencia cuántica bastante mayor que el mepsicron pero este último presenta una altísima ganancia. También la naturaleza de los ruidos de cada detector son diferentes. Sin embargo, cualitativamente es difícil concluir cual es el mejor. En esta sección se presenta un análisis cualitativo de desempeño de cada detector para la aplicación particular analizada en este trabajo.

IV.4.1 Eficiencia cuántica de detección. (DQE).

Un parámetro que se utiliza para evaluar como afecta el ruido al desempeño del detector es la *eficiencia cuántica detección*, (DQE), δ . Este parámetro se puede interpretar como la eficiencia cuántica efectiva de todo el detector ya en la señal de salida. La definición de la eficiencia cuántica es (Timothy, 1983):

$$\delta = \frac{(SNR_0)^2}{(SNR_1)^2}; \quad (61)$$

donde SNR_0 es la razón señal a ruido de la señal de salida y SNR_1 es la razón señal a ruido de la señal incidente Si el detector no introduce ruido, entonces $\delta = \eta$. Si el

detector introduce ruido, entonces $\delta < \eta$. La razón señal a ruido es el cociente entre el promedio de la señal y la desviación standard.

El siguiente paso es encontrar la expresión de la DQE para un detector que introduzca los ruidos descritos anteriormente.

Primero se calcula SNR_1 . La señal incidente es el flujo promedio de fotones, esto es \bar{N} fotones por segundo. Por otro lado, el ruido de esta señal es la desviación standard de la señal, es decir, la raíz cuadrada de la variancia. Como es un proceso Poissoniano, tenemos que:

$$\sigma_N^2 = \bar{N}. \quad (62)$$

De aquí que:

$$(SNR_1)^2 = \bar{N}. \quad (63)$$

Por otro lado, la señal de salida (en número de electrones) es igual al número de fotoelectrones amplificados, es decir:

$$\bar{N}_e = \eta g \bar{N}. \quad (64)$$

Por último queda calcular la variancia de la señal de salida. Como se mencionó en secciones anteriores, se van a considerar tres tipos de ruido; el ruido asociado con la ganancia, la corriente oscura y el ruido de lectura. Dado que los dos primeros son función del tiempo y el último es constante para cada lectura, entonces se va a considerar ahora un tiempo de integración T . Es decir, se considera como señal el número de fotones incidentes durante el tiempo de exposición, y como señal de salida, el número de fotoelectrones medidos durante ese tiempo.

Entonces, el cuadrado de la razón señal a ruido de la señal de entrada, por lectura es:

$$SNR_1 = \bar{N}T, \quad (65)$$

y la señal de salida por cada lectura es:

$$S_0 = N_e = \eta \bar{g} \bar{N}T; \quad (66)$$

que es el número de electrones promedio a la salida por lectura.

El ruido de la señal de salida está dado por la raíz cuadrada de la variancia total. Esta a su vez es igual a la suma de los cuadrados de los ruidos, o, en otras palabras, la suma de las variancias. La señal incidente y la corriente oscura, son amplificadas junto con el ruido de la señal, (es decir que se multiplican por la ganancia). La amplificación, (ganancia) es una variable aleatoria, \bar{g} con variancia σ_g^2 . Es decir que la variancia de la señal amplificada y de la corriente oscura estarán dadas por la variancia de los productos. (Barlow, 1989).

Dado que el número de fotoelectrones extraídos está dado por una estadística de Poisson (Léna, 1988), la variancia asociada con la señal amplificada, por lectura (en un tiempo T de lectura) es:

$$\sigma_{N_e}^2 = g^2 \eta NT + \eta N \sigma_g^2 T. \quad (67)$$

Por otro lado, la corriente oscura está dada por $\gamma \frac{e^-}{seg}$, y el número del pixeles es n . Entonces, como este proceso también sigue la estadística de Poisson, la variancia de la corriente oscura, a la salida es:

$$\sigma_{obs}^2 = g^2 \frac{\gamma}{n} T + \frac{\gamma}{n} \sigma_g^2 T. \quad (68)$$

Por último, si el ruido de lectura es σ_L por pixel por lectura, entonces la variancia es:

$$\sigma_0^2 = g^2 \eta NT + \eta N \sigma_g^2 T + g^2 \frac{\gamma}{n} + \frac{\gamma}{n} \sigma_g^2 + \sigma_L^2. \quad (69)$$

De aquí, la DQE es (Léna, 1988):

$$\delta = \frac{(\eta g NT)^2}{g^2 \eta NT + \eta NT \sigma_g^2 + g^2 \frac{\gamma}{n} T + \frac{\gamma}{n} T \sigma_g^2 + \sigma_L^2},$$

$$= \eta \left[\left(1 + \frac{\sigma_g^2}{g^2} \right) \left(1 + \frac{\gamma}{n \eta N} \right) + \left(\frac{\sigma_L^2}{\eta g^2 NT} \right) \right] \quad (70)$$

IV.4.2. Comparación de la DQE de los tres detectores estudiados.

En las siguientes secciones se calcula la DQE de cada uno de los detectores en particular, en función de la magnitud visual. La magnitud visual es el parámetro que se utiliza en astronomía para designar la luminosidad de una estrella en función de la respuesta ocular.

La relación entre la magnitud visual y el flujo de fotones es:

$$n_0 = q \Delta \lambda e^{7-0.4m} \quad (71)$$

donde:

- n_0 es el número de fotones incidentes por segundo y por metro cuadrado,
- q es un parámetro relacionado con la transmisión de la atmósfera, del telescopio y del experimento, y su valor es $q=0.04$.
- $\Delta \lambda$ es el ancho de banda del filtro en (filtro R).

Esta relación se va a utilizar para calcular la DQE. En todos los cálculos vamos a suponer que el arreglo de detectores consta de 13 pixeles, análogo al utilizado por Roddier en el telescopio de Hawaii. Se hacen los cálculos para telescopios de 2 metros y de 6.5 metros. Es decir que el flujo por pixel (número de fotones por unidad de tiempo) se calcula en todos los casos como:

$$N_{pix} = \frac{n_0 \times area}{13} \quad (72)$$

En todos los cálculos se toma como tiempo de exposición T el tiempo de fluctuaciones de la atmósfera en las longitudes de onda para las cuales se obtiene una razón de Strehl de 0.3 para cada uno de los telescopios.

IV.4.2.1. DQE del CCD.

Suponemos un CCD de 13 elementos sensibles (pixeles). En los CCD no hay amplificación, es decir que:

$$g = 1;$$

$$\sigma_g = 1$$

y la corriente oscura, si éste es utilizado a temperatura criogénica, es despreciable. Entonces, la expresión de la DQE para un CCD es:

$$\delta = \eta \left[2 + \frac{\sigma_L^2}{\eta N_{pix} T} \right]^{-1} \quad (73)$$

Los detectores tipo CCD tienen eficiencias cuánticas muy altas. Estas son especialmente altas para detectores CCD "adelgazados" (ver Timothy). En la figura 16 se muestra le DQE para valores óptimos reportados de eficiencia cuántica y ruido para ambos tipos de CCD. Se observa que los en los CCD "adelgazados",

dado que la eficiencia cuántica es casi del doble, la DQE mantiene de la misma manera para toda la gráfica. La DQE comienza a caer para magnitudes mayores para CCD adelgazados.

En la figura 17 se muestra como afecta el ruido de lectura la DQE. Se grafica la DQE para ruidos de lectura de 5, 10 y 20 e^- . A medida que el ruido de lectura aumenta, la curva de DQE comienza a caer y se hace 0 para magnitudes mayores. Es decir que mientras más pequeño sea el ruido, se pueden sensar estrellas más débiles con una DQE casi constante.

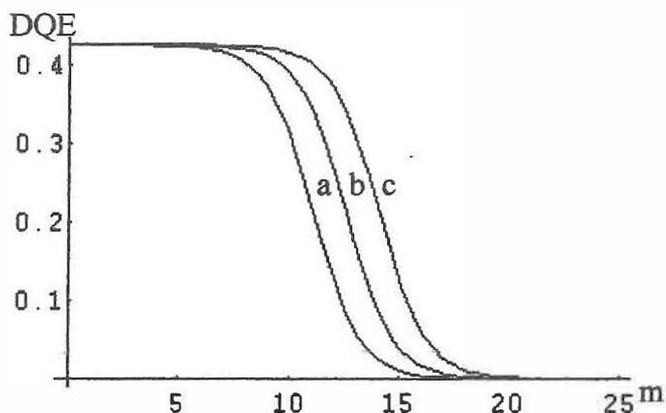


Figura 16. Gráfica de DQE contra magnitud visual para CCD's adelgazados curva (a) y gruesos curva (b).

Los valores de ruido de lectura y de eficiencia cuántica para un CCD "adelgazado" que se van utilizar para comparar los tres detectores (sección IV.4.2.4.) son los óptimos reportados, y son:

$$\sigma_l = 5 \frac{\text{electrones}}{\text{pix} \times \text{lectura}},$$

$$\eta = 0.85.$$

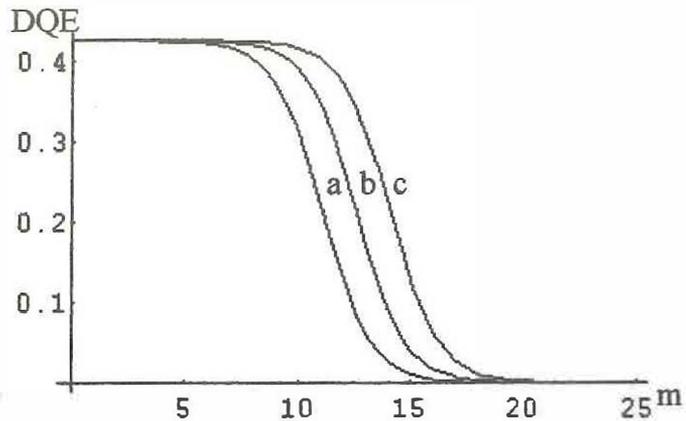


Figura 17. Gráfica de DQE contra magnitud visual para CCD's con ruidos de lectura de $5e^-$ (c), $10e^-$ (b) y $20e^-$ (a).

IV.4.2.2. DQE del Mepsicron.

En el caso del mepsicron no se tiene ruido de lectura, por lo cual se elimina ese término del cálculo de la DQE, de donde la expresión de esta última para el mepsicron es:

$$\delta = \eta \left[\left(1 + \frac{\sigma_g^2}{g^2} \right) \left(1 + \frac{\gamma}{n\eta N} \right) \right]^{-1} \quad (74)$$

Por otro lado, la ganancia de un mepsicron es:

$$g = 10^8$$

y la eficiencia cuántica para la región del espectro para la cual es más sensible el fotocátodo es:

$$\eta = 0.1$$

La corriente oscura depende fuertemente de la temperatura a la cual se mantenga el fotocátodo. Los valores de corriente oscura para temperatura ambiente y para el detector enfriado y sin enfriar son (para todo el fotocátodo):

$$\gamma_{amb} = 130 \frac{\text{electrones}}{\text{seg}};$$

$$\gamma_{enf} = 3 \frac{\text{electrones}}{\text{seg}}.$$

La corriente oscura por pixel es igual a los valores anteriores divididos por el número de pixeles (13).

En la figura 16 se grafica la DQE para el mepsicron enfriado y sin enfriar. La gráfica muestra que la DQE se mantiene casi constante e igual a la eficiencia cuántica del fotocátodo hasta cierta magnitud alrededor de 17, (para el mepsicron enfriado), para la cual la DQE comienza a caer. El efecto de enfriar el detector es el de mantener la DQE constante hasta magnitudes más altas, ganándose así cerca de 4 magnitudes.

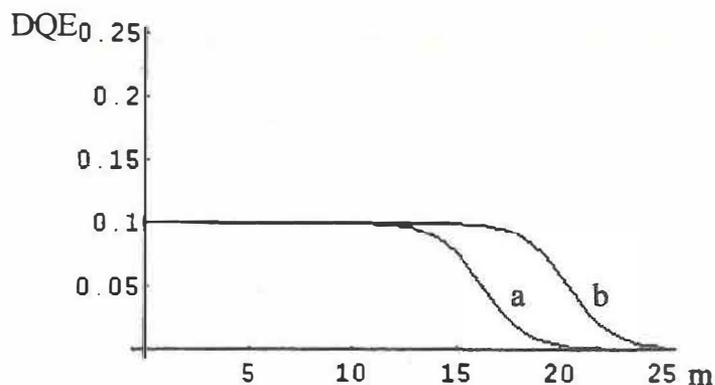


Figura 18. Gráfica de DQE contra magnitud visual para mepsicron no enfriado (a) y para mepsicron enfriado (b).

IV.4.2.3. DQE de los fotodiodos de avalancha.

Los fotodiodos de avalancha, al igual que el mepsicron, no tienen ruido de lectura. Los fotodiodos de avalancha también son enfriados, lo cual reduce enormemente la corriente oscura. Las características reportadas de los fotodiodos de avalancha son las siguientes:

$$\bar{g} = 100; \eta = 0.32; \sigma_{obs} = 25 \frac{e^-}{seg}$$

Se espera que en próximas fechas existan fotodiodos de avalancha con eficiencias cuánticas de 0.75. Estos fotodiodos también se consideran en los cálculos comparativos de los detectores, y nos referiremos a ellos como "fotodiodos de avalancha (APD) ideales".

En este caso el detector "completo" va a estar formado por 13 fotodiodos de avalancha, es decir que cada fotodiodo constituye un pixel.

IV.4.2.4. Comparación de la DQE de los fotodiodos estudiados. Discusión de resultados.

En la tabla V se resumen las características particulares de cada detector.

TABLA V. Eficiencia cuántica, ganancia, corriente oscura y ruido de los detectores estudiados.

DETECTOR	η	\bar{g}	c.o. $\frac{e^-}{seg \cdot pix}$	$\sigma_L \frac{e^-}{seg \cdot pix}$
CCD	0.85	1	0	5
Mepsicron	0.10	1×10^7	0.3	0
APD	0.45	100	25	0
APD ideal.	0.75	100	25	0

En las figuras 19 y 20 se grafican las eficiencias cuánticas de detección (DQE) para los tres detectores estudiados, en condiciones óptimas de operación en función de la magnitud visual, para telescopios de 2 metros (figura 19) y de 6.5 metros (figura 20).

En la gráfica se observa que los la DQE de todos los detectores se mantiene casi constante hasta cierta magnitud, a partir de la cual la DQE cae mas o menos abruptamente a cero.

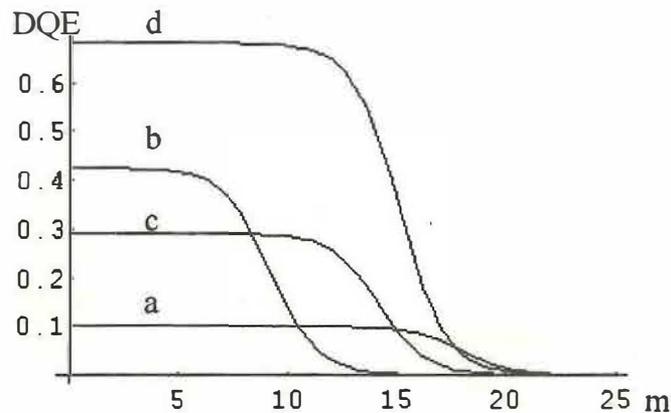


Figura 18. Gráficas comparativas de DQE contra magnitud visual para mepsicron enfriado (a), CCD (b), APD (c) y APD "ideal" (d), para un telescopio de 2 metros.

Esto muestra que, a pesar de que el CCD tiene mayor eficiencia cuántica que el mepsicron y que el apd, éstos últimos tienen una DQE mayor para flujos pequeños, los cuales son de interés en este trabajo. Por otro lado, los fotodiodos de avalancha tienen una DQE casi igual a la eficiencia cuántica, y superan al mepsicron y al CCD en un rango muy amplio las magnitudes. A partir de magnitud 15 para telescopios de 2 metros, y de magnitud 17 en telescopios de 6.5 metros, el mepsicron supera a ambos detectores (existentes). Este detector es el que mantiene la DQE constante igual a su eficiencia cuántica para magnitudes más altas, a pesar

$$SNR_o = \frac{S_o}{R_o} = 1 \quad (75)$$

La magnitud límite detectable está dada por la señal de entrada correspondiente a la señal de salida equivalente al NEP de salida. Dado que la razón señal a ruido de salida está dada en términos de la señal de entrada N , la señal mínima observable se encuentra igualando la razón señal a ruido a 1:

$$\frac{g\eta NT}{g^2 \eta NT + \eta NT \sigma_g^2 + g^2 \frac{\gamma}{n} T + \frac{\gamma}{n} T \sigma_g^2 + \sigma_L^2} = 1, \quad (76)$$

a partir de la cual se despeja la señal de entrada, N .

$$N = \frac{\eta T (g^2 + \sigma_g^2) \pm \sqrt{(-\eta T (g^2 + \sigma_g^2))^2 - 4(\eta^2 T^2 g^2)(-\gamma T (g^2 + \sigma_g^2) - \sigma_L^2)}}{2(\eta^2 T^2 g^2)}, \quad (77)$$

de la cual se puede obtener la magnitud límite.

Sustituyendo los parámetros de cada detector, las magnitudes límites detectables se listan en la tabla VI.

Nótese que los valores de razón señal a ruido están dados por pixel, es decir que estas magnitudes límites corresponden a señales mínimas detectables *por subapertura*. Es decir, cada "segmento" del frente de onda tiene una potencia detectable. Esto implica que al menos existe en cada subapertura la señal con la cual reconstruir o corregir el frente de onda, pero esto no da ninguna información sobre la precisión de las medidas en el frente de onda. Esto se estudia en la siguiente sección.

Tabla VI. Magnitudes límite detectable para los diferentes detectores estudiados.

	6.5 metros	2 metros
DETECTOR	mag. límite	mag. límite
CCD	13.8	11.4
mepsicon	12.8	11
APD	15.1	12.7
APD "ideal"	16.2	13.6

Estos cálculos se hicieron considerando que el frente de onda se divide en 13 elementos, para los cuatro detectores. Si se desean medir más subaperturas, el flujo se divide aun más y se reduce la razón señal a ruido, reduciéndose así la magnitud límite observable por el detector.

IV.4.4. Error en la medida del frente de onda por el ruido de los detectores.

En esta sección se calculan los errores en la medida de las fases del frente de onda a partir de los errores de medición de la intensidad. Se encuentra también la magnitud límite que se necesita para medir errores de frente de un frente de onda del cual se obtenga una razón de Strehl de 0.3, la cual como vimos anteriormente es la mínima aceptable.

Para obtener el mapeo de fases del frente de onda, o las señales de corrección es necesario llevar a cabo ciertas operaciones sobre las señales que inciden sobre el detector (las irradiancias de las pupilas desenfocadas), las cuales propagan el error producido por el ruido del detector.

La señal del detector está dada por:

$$S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \quad (79)$$

donde la señal S del detector se relaciona con el frente de onda por la ecuación (2.17).

El error en la señal del sensor, en función del error con que se miden las irradiancias es:

$$dS = \frac{\partial S}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial S}{\partial I_2} dI_2 \quad (80)$$

donde dI_1 y dI_2 son los errores con los que se mide la irradiancia, y $dI = dI_1 = dI_2$. De (3.20) y (3.21):

$$dS = 2 \frac{I_1 - I_2}{(I_1 + I_2)^2} dI \quad (81)$$

y aproximando $I_1 \approx I_2$, se tiene finalmente:

$$\frac{dS}{S} = \frac{dI}{I} \quad (82)$$

Por otro lado, la relación entre el error medio cuadrático del frente de onda reconstruido y el error medio cuadrático del laplaciano del frente de onda (en este caso dada por S , la señal del sensor), como función del tamaño del arreglo (número de detectores sobre el diámetro), ha sido calculada por Roddier (1988) y se reproduce en la figura 21.

En el caso estudiado en este trabajo, el número de detectores sobre el diámetro es aproximadamente 5, lo cual, en la gráfica, corresponde a un coeficiente de error de 0.2; de aquí:

$$dW = \sqrt{0.2} dS.$$

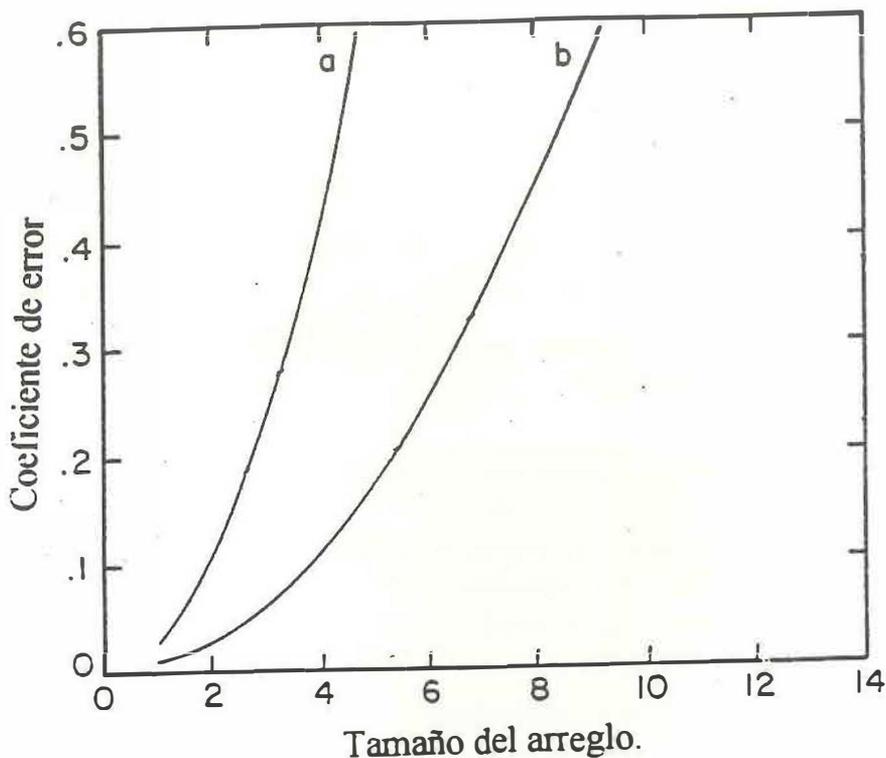


Figura 21. Razón entre el error medio cuadrático del frente de onda y el error medio cuadrático del laplaciano como función del tamaño del arreglo para (a) arreglo cuadrado y (b) arreglo circular con los detectores en hexágono. (Reproducido de Roddier, 1988).

En las figuras 22 y 23 se grafica el error en la medida del frente de onda en función de la magnitud visual, para los tres detectores, para 2 y 6.5 m. El error está expresado como fracción del máximo error rms producido por la atmósfera (Noll, 1976). En la gráfica también se muestra el punto en cada curva para el cual el error del frente de onda es tal que se obtiene una razón de Strehl de 0.3, el cual es el mínimo aceptable. Dado que este tipo de sistema corrige 9 modos (Roddier, 1988), el error está calculado suponiendo que el sistema se utiliza en la longitud de onda para la cual se pueden corregir 9 modos obteniendo una razón de Strehl de 0.3. Evidentemente esta longitud de onda es diferente para ambos diámetros de telescopio.

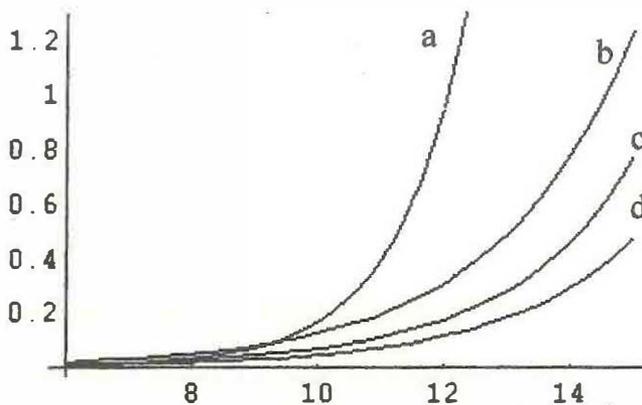


Figura 21. Error en la medida del frente de onda producido por el ruido del detector para (a) CCD, (b) mepsicon, (c) fotodiodos de avalancha y (d) fotodiodos de avalancha "ideales", para un telescopio de 2 metros, como fracción del máximo error de frente de onda producido por la atmósfera. Las líneas horizontales determinan el error de frente de onda residual con el cual se obtiene una razón de Strehl de 0.3.

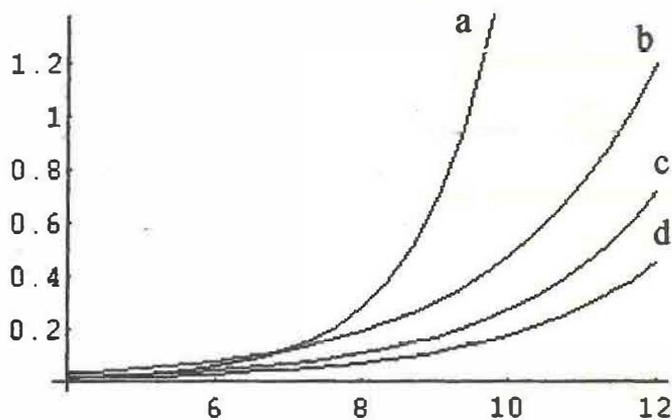


Figura 22. Error en la medida del frente de onda producido por el ruido del detector para (a) CCD, (b) mepsicon, (c) fotodiodos de avalancha y (d) fotodiodos de avalancha "ideales", para un telescopio de 6.5 metros, como fracción del máximo error de frente de onda producido por la atmósfera. Las líneas horizontales determinan el error de frente de onda residual con el cual se obtiene una razón de Strehl de 0.3.

De esta manera, lo que se obtiene finalmente de esta sección es la magnitud límite de la estrella de referencia que se puede utilizar para obtener una razón de Strehl de 0.3, para los detectores estudiados, y la longitud de onda para la cual, en cada caso, se obtiene tal corrección. Estos resultados se listan en la tabla VII. También se lista en la tabla la magnitud para la cual el ruido de la señal es igual que la máxima distorsión rms del frente de onda, es decir, la magnitud a partir de la cual ya no es posible medir los errores de fase del frente de onda.

Tabla VII. Magnitudes límite de la estrella de referencia para las cuales el ruido del detector permite medir errores de frente de onda tales que se pueda obtener una razón de Strehl de 0.3, y tales que permitan medir el máximo error de frente de onda.

	M. lím. para detectar errores de frente de onda tales que $R=0.3$		M. lím. para detectar el máximo error de frente de onda.	
	2m. ($r_0 = 1m$)	6.5($r_0 = 0.3m$)	2m	6.5m
CCD	10.2	13	12	14
mepsicron	11	14.2	13.8	17
APD	12.2	15	14	17.5
APD ideal.	13.6	16.2	15.8	18

De las figuras y la tabla se puede concluir que el CCD, a pesar de ser el mejor para altas luminosidades, no es adecuado para medir bajas luminosidades. Los fotodiodos de avalancha, en todos los casos superan a los otros dos. El mepsicron, a pesar de su baja eficiencia cuántica, resulta bastante superior que el CCD para bajas luminosidades.

V. CONCLUSIONES.

El objetivo de este trabajo es el de determinar el sistema óptimo de óptica adaptiva para telescopios de 2 a 6.5 metros, tomando en cuenta las diferentes tecnologías existentes. Como se explicó en la tesis, un sistema de óptica adaptiva consta de varias componentes. Lo más importante no es evaluar el desempeño de cada componente por separado, sino el desempeño de la combinación óptima en conjunto.

El trabajo se concentró en la combinación de sensor-corrector de frente de onda, y en la determinación del detector para el sensor de frente de onda elegido como el óptimo.

Se compararon el sensor de Shack-Hartmann y el sensor de curvatura de frente de onda, de donde se concluye que:

- Si se muestrea el mismo número de zonas con cada uno de los sensores, el flujo, en el caso del sensor de Shack-Hartmann se divide, al menos (en el mejor de los casos), en más elementos que en el sensor de curvatura, por lo que la razón señal a ruido es igual o mejor en este último.
- Existe un tipo de espejo corrector que se acopla óptimamente a cada sensor. El sensor de Shack-Hartmann, dado que sensa la pendiente local, se acopla a un espejo que corrija la pendiente local como puede ser un espejo segmentado; y el sensor de curvatura, dado que tiene como señal de salida el laplaciano del frente de onda, se acopla óptimamente a un espejo que corrija el laplaciano del frente de onda, como puede ser un espejo bimorfo o un espejo de membrana.
- Si se utiliza cada sensor acoplado a espejo corrector óptimo para cada caso; la matriz de control para la combinación sensor de curvatura-espejo bimorfo (o de membrana) es más pequeña que en el caso de la combinación sensor de Shack-

Hartmann-espejo segmentado, haciendo el control de la primera combinación más fácil y más rápida.

- Con los espejos bimorfos y de membrana se obtiene una superficie continua, a diferencia de los espejos segmentados. Si se utiliza un sensor de curvatura de frente de onda con un espejo de este tipo, el acoplamiento no es óptimo.

De aquí se concluye que la combinación que se propone para el problema particular tratado en esta tesis es la de un sensor de curvatura de frente de onda con un espejo bimorfo o de membrana.

Se realizó también un análisis comparativo del desempeño de tres detectores existentes y uno más que se espera que esté disponible próximamente. Estos detectores son el CCD, mepsicron, fotodiodos de avalancha y los que hemos llamado fotodiodos de avalancha "ideales".

Estos detectores se compararon teóricamente con las especificaciones disponibles, en funcionamiento con un detector de curvatura de frente de onda; con el frente de onda dividido en 13 zonas.

Se concluye que ambos fotodiodos de avalancha superan en desempeño, para magnitudes altas, a los demás detectores. Los CCD resultaron muy buenos para altas luminosidades, pero los de peor desempeño para bajas luminosidades. Para muy altas magnitudes (luminosidades muy bajas), el mepsicron es comparable a los fotodiodos de avalancha "reales". Y por otro lado el mepsicron ofrece otro tipo de ventajas, sobre todo cuando se trata de sistemas más grandes en los cuales se muestreen más puntos del frente de onda. El número de fotodiodos necesarios crece conforme crece el número de zonas muestreadas. Esto hace que aumente considerablemente el precio del sistema, y sea más complicado física y

computacionalmente el manejo del sistema. En cambio, para cambiar el número, o incluso la geometría de muestreos utilizando un mepsicon solo es necesario cambiar la configuración de la memoria, pudiéndose utilizar siempre el mismo detector.

LITERATURA CITADA.

- Ángeles, F. 1986. "Analizador de posición de eventos para un detector bidimensional tipo mepsicron", Tesis profesional, UNAM.
- Babcock, H.W. 1953. "The possibility of compensating astronomical seeing", Publ. Astron. Soc. Pac. **65**, 229.
- Barlow, R.J. 1989, "Statistics: A guide to the use of statistical methods in the physical sciences", John Wiley and Sons, London.
- Beckers, J. M. 1993. "Adaptive optics for astronomy: principles, performance and applications," Ann. Rev. Astron. Astrophys., **31**, 13.
- Deboo, G.J. 1971. "Integrated circuits and semiconductor devices: Theory and applications", McGraw Hill, New York.
- Grosso, R.P., y M. Yellin. 1977. "Membrane mirror as an adaptive optical element" J Opt. Soc. Am, **67**, 399.
- Kern, P. P. Léna, G. Rousset, J.C. Fontanella, F. Merkle y J.P. Gaffard. 1988. "Prototype of an adaptive optics system for IR astronomy" en Large telescopes and their instrumentation, ESO Conference, Garching, 657.
- Kokorowski, S. A.. 1979. "Analysys of adaptive optical elements made from piezoelectric bimorphs," J. Opt. Soc. Am, **69**, 181.
- Léna, P. 1988, "Observational Astrophysics", Springer Verlag, Berlin.
- Newton, I. 1730 "Optiks", based on the 4th ed. 1730. Dover, NY, 1979.
- Noll, R.J., 1976. "Zernike polynomials and atmospheric turbulence", J. Opt. Soc. Am. **66**, 207.
- Roddier, F., 1981. "The effects of atmospheric turbuence in optical astronomy" en Progress in optics XIX, .283.
- Roddier, F. 1991. "Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics", Appl. Opt. **27**, 1223.

LITERATURA CITADA (Continuación).

- Roddier, F., 1991. "Status of astronomical adaptive optics developments", Proc. ESO. Conf. in High Resolution Imaging by Interferometry", Garching, Germany.
- Roddier, F., C. Roddier, y N. Roddier. 1988. "Curvature sensing: a new wavefront sensing method", SPIE, **976**, 203.
- Roddier, F., J.M., Northcott, J.E. Graves, D.L. McKenna y D. and Roddier. 1993. "One-dimensional spectra of turbulence-induced Zernike aberrations: time delay and isoplanicity error in partial adaptive compensation", J.Opt.Soc.Am. **10**, 957 (1993).
- Rousset, G. J.C. Fontanella, P. Kern, P. Léna, P. Gigan, F. Rigaut, J.P. Gaffard, C. Boyer, D.P. Jagourel, y F. Merkle, 1990, "Adaptive optics prototype system for IR astronomy", SPIE **1237**, 377.
- Timothy, J.G. 1983. "Optical detectors for spectroscopy", Prog.Astron.Space.Ph. **95**, 810.
- Tyson, R.K. 1991. "Principles of adaptive optics", Academic Press, San Diego.
- Wang, J. Y. y J. K. Markey 1978. "Modal compensation of atmospheric turbulence phase distortion", J. Opt. Soc. Am. **A68**, 78.