

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Doctorado en Ciencias
en Ciencias de la Tierra
con orientación en Geofísica Aplicada**

**Acoplamiento del rumbo geoelectrico a invariantes de rotación del
tensor de impedancias magnetotelúrico en presencia de distorsión
galvánica.**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada

Presenta:

Rocío Fabiola Arellano Castro

Ensenada, Baja California, México
2021

Tesis defendida por
Rocío Fabiola Arellano Castro

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Enrique Gómez Treviño
Director de tesis

Miembros del comité
Dr. Marco Antonio Pérez Flores

Dr. Mario González Escobar

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva

Dr. Sóstenes Méndez Delgado



Dr. Javier Alejandro González Ortega
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dr. Pedro Negrete Regagnon
Director de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Rocío Fabiola Arellano Castro** como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

Acoplamiento del rumbo geoelectrico a invariantes de rotación del tensor de impedancias magnetotelúrico en presencia de distorsión galvánica.

Resumen aprobado por:

Dr. Enrique Gómez Treviño

Director de tesis

El método magnetotelúrico se ha vuelto una técnica muy empleada en años recientes dado que permite estimar impedancias electromagnéticas de la Tierra mediante la medición de ondas electromagnéticas que tienen origen natural y que ocurren en un rango de frecuencias muy amplio. Sin embargo, estimaciones de las impedancias transversal eléctrica y transversal magnética del tensor magnetotelúrico bidimensional pueden no estar acopladas con la dirección del rumbo de la estructura, teniendo además implicaciones significativas cuando se trata con distorsiones galvánicas. Entre los métodos utilizados actualmente se pueden obtener impedancias sin distorsión combinando una ecuación cuadrática con el tensor de fase. En la terminología de Groom-Bailey, la ecuación cuadrática proporciona amplitudes y fases que son inmunes al giro o *twist* y el tensor de fase proporciona fases inmunes tanto al *twist* como a la cizalla o *shear*. Por otro lado, se pueden obtener los ángulos de rumbo sin distorsión utilizando el enfoque de Bahr o el tensor de fase. En principio, esto es todo lo que se necesita para proceder a una interpretación bidimensional. Sin embargo, las impedancias resultantes ignoran el rumbo porque son invariantes bajo la rotación del sistema de coordenadas y, si van a estar relacionadas con un rumbo geológico, deben estar acopladas a una dirección particular. Esta es una ambigüedad adicional a la ya conocida de 90 grados que surge en los métodos clásicos de determinación del rumbo y que debe resolverse de forma independiente. En este trabajo utilizamos el modelo de descomposición de Groom-Bailey para resolver la ambigüedad al traer de vuelta el acoplamiento entre impedancias y rumbo en presencia de distorsiones galvánicas. Nuestro enfoque es un híbrido entre los métodos numéricos y analíticos existentes que reduce el problema a una decisión binaria. Presentamos tres algoritmos, dos de ellos aún requieren optimizar el ajuste a los datos y el tercero solo necesita una comparación de fases. Los tres realizan un seguimiento de los posibles cruces de las curvas de fase, lo que proporciona una solución clara y única. Usamos datos sintéticos y de campo para ilustrar el desempeño de los tres esquemas.

Palabras clave: Método Magnetotelúrico, efectos electrogalvánicos, tensor de impedancias 2D, factorización de GB.

Abstract of the thesis presented by **Rocío Fabiola Arellano Castro** as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Earth Science with orientation in Applied Geophysics.

Linking geoelectric strike directions to invariant impedances of the magnetotelluric impedance tensor in the presence of galvanic distortions.

Abstract approved by:

Dr. Enrique Gómez Treviño
Thesis Director

Estimation of the traditional transverse electric and transverse magnetic impedances of the magnetotelluric tensor for two-dimensional structures can be decoupled from estimation of the strike direction with significant implications when dealing with galvanic distortions. Distortion-free impedances are obtainable combining a quadratic equation with the phase tensor. In the terminology of Groom-Bailey, the quadratic equation provides amplitudes and phases that are immune to twist and the phase tensor provides phases immune to both, twist and shear. On the other hand, distortion-free strike directions can be obtained using Bahr's approach or the phase tensor. In principle, this is all that is needed to proceed to a two-dimensional interpretation. However, the resulting impedances are strike ignorant because they are invariant under coordinate system rotation and, if they are to be related to a geological strike they must be linked to a particular direction. This is an additional ambiguity to the one of 90 degrees arising in classic strike-determination methods, which must be resolved independently. In this work we use the distortion model of Groom-Bailey to resolve the ambiguity by bringing back the coupling between impedances and strike in the presence of galvanic distortions. Our approach is a hybrid between existing numerical and analytical approaches that reduces the problem to a binary decision. We present three algorithms to reach the goal, two still require optimizing the fit to the data and the third one only needs a comparison of phases. Synthetic and field data illustrate the performance of the three schemes.

Keywords: Magnetotelluric method, electrogalvanic effects, 2D impedance tensor, GB decomposition.

Dedicatoria

A mi pequeño gran David.

Agradecimientos

Al CICESE por apoyar el desarrollo nacional a través de la ciencia y por permitirme formar parte de uno de sus programas de posgrado.

Al CONACyT por la beca otorgada para realizar mis estudios con número de becario 275328.

A mi director de tesis el doctor Enrique Gómez Treviño que fue más que paciente y siempre se mantuvo con una actitud de disposición y apoyo en la realización de este trabajo, mostrando una gran calidad como investigador y también como ser humano.

Al Comité de esta tesis, los doctores Mario González Escobar, Hugo Homero Hidalgo Silva, Sóstenes Méndez Delgado y Marco Antonio Pérez Flores también por su paciencia aportando sus consejos, comentarios y observaciones y por todo su apoyo para poder llegar hasta el final de este doctorado.

A Héctor y su familia, que sin ellos sinceramente esto no estuviera sucediendo.

A mis amigos y familia, que estando ahí aunque sea a veces de lejitos hicieron más llevaderos estos años. Gracias Dani, Laura, Gemma, Karina, Isma, Tati, Manuel, Hugo, Mowgli, Claudia, morral, Wilson por tantos momentos pal recuerdo. Larita, Ori, mamá, papá, Roberto, Ileana, Gaby, Pato, Flores, César, Yali, Yola, Arlette, Yoyis, Edith que desde hace mucho me han acompañado y de alguna manera han influido para llegar hasta aquí.

Al personal del CICESE que hace su trabajo con mucha entrega y cordialidad, atendiendo y resolviendo inquietudes de los estudiantes. Nombrando algunas personas: Melissa C., Yannick A., Denyse R., Enid M., Dolores S., Citlalli R., Norma F., Mónica S., Elizabeth A. y pues tantas otras que ni siquiera sé sus nombres. A Miguel Ángel García Arthur que me ayudó con algunos códigos de programación con mucha amabilidad. A Humberto Benitez por sus consejos y soporte técnico.

A Armando que olvidé agradecer su ayuda en la tesis de maestría, se la debía. A Ana y Javier porque con esas charlas en los pasillos nos motivabamos a seguir y también nos permitían dar un respiro.

A todos, gracias.

Tabla de contenido

| | Página |
|---|--------|
| Resumen en español..... | ii |
| Resumen en inglés..... | iii |
| Dedicatorias..... | iv |
| Agradecimientos..... | v |
| Lista de figuras..... | viii |
| Lista de tablas..... | xv |
| | |
| Capítulo 1. Introducción | |
| 1.1 El método magnetoteléurico..... | 1 |
| 1.2 El tensor de impedancias..... | 3 |
| 1.3 La solución clásica sin distorsiones galvánicas..... | 6 |
| 1.4 Las distorsiones galvánicas y su formulación..... | 7 |
| 1.5 Evitando las distorsiones galvánicas: el estado del arte..... | 10 |
| 1.6 Objetivos..... | 12 |
| 1.7 Resumen..... | 13 |
| | |
| Capítulo 2. Clasificación de métodos: acoplados vs. no acoplados | |
| 2.1 Solución de Bahr (1988) – Método acoplado..... | 14 |
| 2.2 Descomposición del tensor C por Groom y Bailey (1989) – Método acoplado..... | 15 |
| 2.3 Tensor de fase (2004) – Método no acoplado..... | 17 |
| 2.4 La ecuación cuadrática (2014) – Método no acoplado..... | 18 |
| 2.5 Resumen..... | 19 |
| | |
| Capítulo 3. Metodología: tres algoritmos de decisión binaria | |
| 3.1 Conjunto de datos sintéticos 2D: COPROD2S1..... | 21 |
| 3.2 Determinación del rumbo: estabilización del tensor de fase..... | 22 |
| 3.3 Algoritmo #1: Optimización de giro y cizalla | 24 |
| 3.4 Algoritmo #2: Optimización de giro y signo de cizalla..... | 26 |
| 3.5 Algoritmo #3: Comparación de fases..... | 29 |
| 3.6 Resumen..... | 32 |

Capítulo 4 . Robustez y estabilidad del algoritmo #1

| | |
|---|----|
| 4.1 Ejemplo sintético con distorsiones y ruido..... | 33 |
| 4.2 Conjunto far-hi..... | 38 |
| 4.3 Sitio lit902: caso real..... | 48 |
| 4.4 Resumen..... | 52 |

Capítulo 5 . Robustez y estabilidad del algoritmo #2

| | |
|---|----|
| 5.1 Conjunto de datos sintéticos COPROD2S1..... | 53 |
| 5.2 Conjunto far-hi..... | 56 |
| 5.3 Sitio lit902, conjunto BC87..... | 62 |
| 5.4 Resumen..... | 66 |

Capítulo 6 . Robustez y estabilidad del algoritmo #3

| | |
|--|----|
| 6.1 Datos sintéticos con distorsiones y ruido..... | 67 |
| 6.2 Conjunto far-hi..... | 68 |
| 6.3 Sitio lit902..... | 71 |
| 6.4 Resumen..... | 73 |

Capítulo 7 . Identificación de modos del conjunto de datos BC87

| | |
|--|----|
| 7.1 La ambigüedad clásica de los 90 grados en los modelos..... | 75 |
| 7.2 La ambigüedad clásica de 90 grados en la estática..... | 77 |
| 7.3 La predicción de la línea EMAP..... | 78 |
| 7.4 Identificación de modos..... | 80 |

Capítulo 8 . Conclusiones y recomendaciones

| | |
|--------------------------|----|
| 8.1 Conclusiones | 84 |
| 8.2 Recomendaciones..... | 85 |

| | |
|-------------------------------|-----------|
| Literatura citada..... | 87 |
|-------------------------------|-----------|

| | |
|------------------------|-----------|
| Apéndice 1..... | 90 |
|------------------------|-----------|

Lista de figuras

| Figura | Página |
|--|--------|
| 1 Esquema de un levantamiento del método magnetotelúrico. Se utilizan bobinas para medir los campos magnéticos y pares de electrodos para los eléctricos..... | 1 |
| 2 Interacción de los campos incidentes, reflejados y transmitidos suponiendo una onda plana incidiendo verticalmente sobre la Tierra. Debido a que no hay variaciones laterales de la resistividad eléctrica solo se necesita un escalar para caracterizar la respuesta de la tierra..... | 2 |
| 3 Efecto de heterogeneidades presentes cerca del lugar de medición. El campo local se ve afectado por estos cuerpos produciendo corrientes eléctricas de naturaleza galvánica..... | 8 |
| 4 Se requieren cuatro constantes para describir las interacciones entre el campo eléctrico medido y las heterogeneidades. Las componentes E_{Rx} y E_{Ry} del campo eléctrico regional producen cada una efectos en dos direcciones en la presencia de heterogeneidades pequeñas..... | 9 |
| 5 La matriz \mathbf{A} afecta solo la amplitud del campo eléctrico, mientras que \mathbf{T} produce un giro sobre el campo y \mathbf{S} un movimiento de cizalla. (Figura editada tomada de Jones, 2012) | 16 |
| 6 Las curvas en a) y d) corresponden a los datos sintéticos del sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1 propuesto por Varentsov (1998). Los datos son dados como resistividades aparentes y fases para 12 periodos. En b) y e) los puntos en color corresponden a los datos distorsionados asumiendo valores de giro =20°, cizalla=30° y rumbo =30°. Se agregó ruido aleatorio de 0.1% de las impedancias principales xy and yx . En c) y f) podemos ver resistividades invariantes y sus respectivas fases calculadas mediante la ecuación 34. El objetivo es saber si ρ_+ es equivalente a ρ_{xy} o ρ_{yx} según el ángulo de rumbo..... | 22 |
| 7 Estimación del rumbo a partir de la ecuación 39, usando todos los periodos disponibles. Muestreamos θ de -90 a 90 grados. Existen dos posibles rumbos, -60 y 30 grados..... | 23 |
| 8 Contornos de nivel representando el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 30° y Z_+ como Z_{xy} muestra un gran desajuste. b) Rumbo de 30° y Z_+ como Z_{yx} mostrando un muy buen ajuste. El mínimo corresponde a los valores verdaderos de giro y cizalla. c) y d) son las versiones correspondientes para el ángulo de rumbo complementario de -60° (Véase texto para más detalles)..... | 25 |

| | | |
|----|--|----|
| 9 | Comparación de los valores medidos y calculados para un rumbo de 30 grados: a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Se presentan sólo las componentes principales xy y yx . Puede observarse que las resistividades calculadas en b) ajustan los datos. Esto significa que podemos asociar un rumbo de 30 grados con Z_+ como Z_{yx} | 26 |
| 10 | Estimación del valor absoluto de cizalla comparando las fases ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática con Φ_{max} y Φ_{min} del tensor de fase..... | 27 |
| 11 | Funciones objetivas χ^2 para la estimación del giro asumiendo las dos posibilidades del signo desconocido de la cizalla. Las líneas negras en a) y b) representan las funciones para cizalla positivo y las líneas rojas para el valor negativo. El mínimo más bajo corresponde a la cizalla positiva correcta y la suposición correcta, es decir, Z_+ como Z_{yx} | 28 |
| 12 | Comparación de los valores medidos y calculados para un rumbo de 30 grados: a) Asumiendo que ρ_+ es ρ_{xy} y una cizalla positiva; b) asumiendo que ρ_+ es ρ_{yx} con cizalla positiva. c) Asumiendo que ρ_+ es ρ_{xy} y una cizalla negativa; d) asumiendo que ρ_+ es ρ_{yx} con cizalla negativa. Se presentan sólo las resistividades correspondientes xy y yx . Puede observarse que las resistividades calculadas en b) ajustan los datos. Esto significa que podemos identificar un rumbo de 30 grados con Z_+ como Z_{yx} | 29 |
| 13 | a) Diferencia de fases de Z_{Rxy} y Z_{Ryx} con ϕ_+ . b) Comparación explícita de fases para un rumbo de 30 grados asumiendo que ϕ_+ se asocia con la fase de Z_{Ryx} | 31 |
| 14 | a) Resistividades aparentes no distorsionadas. Las cruces y equis corresponden a las calculadas a partir de la ecuación cuadrática con el valor de cizalla encontrado. Las líneas corresponden a los datos originales. Esta es la conclusión final, Z_+ es equivalente a Z_{TM} . b) fases correspondientes..... | 31 |
| 15 | Resistividades aparentes y fases correspondientes al sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1. Se asumieron distorsiones con valores de giro =20°, cizalla=30° y rumbo =30°. Se agregó ruido aleatorio de 5% de las impedancias principales xy and yx | 34 |
| 16 | Estimación del rumbo utilizando la ecuación 46 para todos los períodos simultáneamente. Se presentan 100 realizaciones asociadas y el rumbo es el promedio de éstas..... | 35 |
| 17 | Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 33.6° y Z_+ como Z_{xy} muestra un mal ajuste. b) Rumbo de 30.49° y Z_+ como Z_{yx} con un pequeño desajuste. El mínimo corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla..... | 36 |
| 18 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 33.6°. a) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx | 37 |

| | | |
|----|---|----|
| 19 | Resistividades aparentes y fases del sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1. Las líneas continuas representan los datos originales, las cruces y equis los valores estimados a partir de la ecuación cuadrática para la cizalla encontrada de la Figura 17b..... | 38 |
| 20 | Gráficas de las resistividades aparentes medidas y sus respectivas fases para el conjunto de datos Far-hi..... | 39 |
| 21 | Estimación del rumbo a partir de la ecuación 46. El muestreo se realiza de 0° a 90°. Cada curva corresponde a una realización. Los valores de rumbo corresponden a la media de 100 realizaciones..... | 40 |
| 22 | Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 40.7° y Z_+ como Z_{xy} mostrando un buen ajuste. b) Rumbo de 40.7° y Z_+ como Z_{yx} con un desajuste..... | 41 |
| 23 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 40.7°. a) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx | 42 |
| 24 | a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} relacionadas con los modos TE y TM. b) Respectivas fases del inciso a. | 43 |
| 25 | Estimación del rumbo periodo a periodo usando diferentes métodos. Pre-rotación, TF: Tensor de fase (ecuación 31), Algoritmo STRIKE (McNiece & Jones, 2001), R_{TF} : reformulación del tensor de fase (ecuación 46)..... | 44 |
| 26 | Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión con un rumbo variable. a) Suponiendo que Z_+ es equivalente a Z_{xy} , mostrando un buen ajuste. El mínimo en este caso corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla. b) Suponiendo que Z_+ equivale a Z_{yx} se muestra un desajuste..... | 45 |
| 27 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para el rumbo variable de la Figura 24 mediante el método de pre-rotación. a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx | 46 |
| 28 | a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} relacionadas con los modos TE y TM. b) Respectivas fases del inciso a..... | 46 |
| 29 | a) Comparación de resistividades aparentes ρ_{\pm} calculadas a partir de dos distintos valores de cizalla. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a..... | 47 |
| 30 | Gráficas de las resistividades aparentes medidas y sus respectivas fases para el sitio lit902 del conjunto de datos BC87..... | 48 |

| | | |
|----|---|----|
| 31 | Estimación del rumbo a partir de la ecuación 33. El muestreo se realiza de 0° a 90° . Cada curva corresponde a una realización. Los valores de rumbo corresponden a la media de 100 realizaciones..... | 49 |
| 32 | Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{xy} mostrando un buen ajuste. El mínimo en corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla. b) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{yx} con un desajuste..... | 50 |
| 33 | Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{xy} mostrando un buen ajuste. El mínimo en corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla. b) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{yx} con un desajuste. | 50 |
| 34 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 61.87° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos solo las componentes correspondientes xy y yx . En este el rango de periodos es de 10^{-2} a 10^2 segundos aproximadamente..... | 51 |
| 35 | a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a..... | 51 |
| 36 | RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 5% de ruido aleatorio..... | 53 |
| 37 | Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$. En b) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{yx}$ y se considera una cizalla positiva..... | 54 |
| 38 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 33.6° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso b)..... | 55 |
| 39 | a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a..... | 56 |
| 40 | RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 2% de ruido aleatorio. | 57 |

| | | |
|----|---|----|
| 41 | Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ y se considera una cizalla positiva. En b) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ | 58 |
| 42 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 40.7°. a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso a)... | 59 |
| 43 | Ajustes a los datos basados en el modelo de GB utilizando un rumbo variable. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ y se considera una cizalla positiva. En b) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ | 60 |
| 44 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo variable. a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso a)..... | 61 |
| 45 | a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a)..... | 61 |
| 46 | RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 5% de ruido aleatorio. | 62 |
| 47 | Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$. En b) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{yx}$ y se considera una cizalla positiva..... | 63 |
| 48 | RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 5% de ruido aleatorio. El análisis se realiza entre periodos de 10^{-2} a 10^2 s..... | 63 |
| 49 | Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$. En b) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{yx}$ y se considera una cizalla positiva..... | 64 |

| | | |
|----|--|----|
| 50 | Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 61.87° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso c)..... | 65 |
| 51 | a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a)..... | 65 |
| 52 | a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} | 68 |
| 53 | a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo de 40.7 grados..... | 69 |
| 54 | a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo variable..... | 70 |
| 55 | a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo de 30 grados..... | 70 |
| 56 | a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo variable obtenido mediante la reformulación del tensor de fase con ventanas de un periodo..... | 71 |
| 57 | a) Diferencia de fases de Z_{Rxy} y Z_{Ryx} con ϕ_+ . b) Comparación explícita de fases para un rumbo de 61.87° grados asumiendo que ϕ_+ se asocia con la fase de Z_{Ryx} | 72 |
| 58 | a) Resistividades aparentes TE y TM, b) respectivas fases del inciso a. Estos valores junto con el rumbo de 61.87° son necesarios para la interpretación del sitio..... | 73 |
| 59 | Mapa que muestra la locación de los sitios del levantamiento MT para el conjunto de datos BC87. Se eligió un perfil compuesto de 16 sitios a lo largo de 110 km. Los sitios elegidos son: lit902, 00, 01, 02,04, 05, 13, 06,11, 09, 15, 16, 17, 19,21 y 22. La línea EMAP (en rojo) de 10 km de longitud corresponde a un sondeo utilizando 100 dipolos contiguos de 100 m de longitud cada uno. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018)..... | 76 |

| | | |
|----|---|----|
| 60 | Imágenes del subsuelo que se obtuvieron al invertir seudosecciones calculadas a partir de resistividad aparente del modo TE. Las seudosecciones provienen de invertir resistividad aparente y fase del modo TM y sólo la fase del modo TE. a) Usando ángulo fijo de -30 grados. b) usando ρ_- como TM. c) Ángulo fijo de 60 grados. d) Usando ρ_+ como TM. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018)..... | 76 |
| 61 | Ajustes a los datos asumiendo ρ_+ como TM. Arriba: seudosecciones a partir de los datos. Abajo: seudosecciones calculadas a partir del modelo de distorsión. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018)..... | 77 |
| 62 | Las curvas de resistividad aparente calculadas para el modo TE son aproximadamente paralelas a las curvas del modo TE observadas. Este efecto se debe a que precisamente fue el modo TE el que no se tomó en cuenta en el proceso de inversión de la Figura 58. Nótese que en los tres sitios, la estática presente al asumir ρ_+ como TM (abajo) es menor que al asumir ρ_- como TM (arriba). (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018)..... | 78 |
| 63 | Comparación de la línea EMAP de Jones et al. (1989) con las curvas predichas de resistividad aparente del modo TE sin estática. a) Asumiendo una orientación de rumbo N30W, b) asumiendo ρ_- como TM. c) Asumiendo una orientación de N60E y d) asumiendo ρ_+ como TM. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al. 2018)..... | 79 |
| 64 | a) Modelo del subsuelo a base de sísmica de refracción para el perfil elegido. b) Modelo de resistividad asumiendo ρ_+ como TM. c) Modelo basado en sísmica de reflexión. SLF: Slocan Lake Fault. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018)..... | 80 |
| 65 | Comparación de fases \emptyset_{\pm} con \emptyset_{Ryx} para los 16 sitios. Los valores de rumbo se encontraron rotando las fases $\emptyset_{Ryx=TM}$ hasta hacerlas coincidir con las de \emptyset_{\pm} . Los ángulos de rotación son [-7 60 60 60 60 60 60 -60 -50 -30 -30 -30 -30 -30 0]..... | 81 |
| 66 | Direcciones de los rumbos según las interpretaciones finales que se hicieron en: a) Jones et al. (1993), b) Eisel & Bahr (1993). c) rumbos obtenidos usando el criterio del algoritmo #3..... | 82 |
| 67 | Diagrama para una semiesfera de conductividad σ_2 dentro de un semiespacio uniforme de conductividad σ_1 . Figura tomada de Groom-Bailey (1991)..... | 90 |
| 68 | Esquema del modelo 2D para para el conjunto de datos far-hi. El cuerpo conductor es relativamente pequeño ($r=50$ m) y se encuentra a 6 km de la falla 2D; sin embargo, al estar cerca del lugar de medición (representado por el punto) produce distorsiones galvánicas 3D que afectan los datos del levantamiento MT. (Figura modificada de Chave & Jones 2012)..... | 92 |

Lista de tablas

| Tabla | | Página |
|-------|--|--------|
| 1 | Expresiones de las matrices componentes en la factorización de Groom y Bailey..... | 29 |

Capítulo 1. Introducción

1.1 El método magnetotelúrico

El método magnetotelúrico (MT) es una técnica electromagnética que permite estimar la distribución de la conductividad eléctrica del subsuelo. Fue desarrollado independientemente por Tikhonov (1950), Rikitake (1950a, 1950b, 1950c, 1950d) y Cagniard (1953). Utiliza variaciones electromagnéticas naturales como fuente de energía. Campos electromagnéticos (EM) variables en el tiempo inducen corrientes eléctricas en el subsuelo, las cuales a su vez inducen campos EM secundarios en la superficie. Los períodos de oscilación de los campos varían de 10^{-3} a 10^5 s, según su origen (Vozoff, 1991). Para periodos mayores a 1 s los campos incidentes se originan en la magnetosfera al interactuar con el viento solar, estas interacciones incluyen tormentas magnéticas y micropulsaciones. Por otro lado, la actividad meteorológica, como las descargas de rayos produce campos EM con períodos inferiores a 1 s. La profundidad a la que se obtiene información depende del periodo y de la distribución de conductividad del subsuelo.

Para medir los campos eléctricos se utilizan pares de electrodos y para los magnéticos se utilizan bobinas de inducción perpendiculares entre sí como se muestra en la Figura 1.

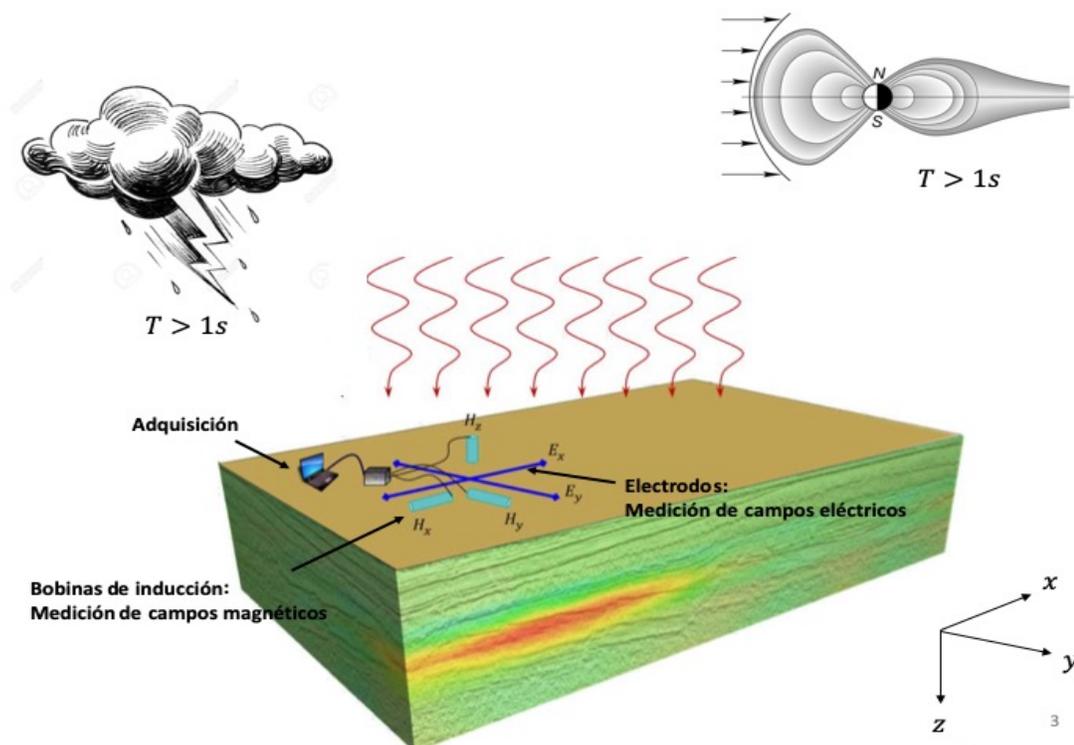


Figura 1 Esquema de un levantamiento del método magnetotelúrico. Se utilizan bobinas para medir los campos magnéticos y pares de electrodos para los eléctricos.

Las mediciones se registran simultáneamente como series de tiempo que son transformadas al dominio de la frecuencia para estimar una función de transferencia. Para cada periodo o frecuencia se determina una cantidad compleja que ya no depende de los campos externos y que caracteriza las propiedades eléctricas del subsuelo.

El método MT fue concebido inicialmente como un método escalar en el que un solo número complejo representa la respuesta del subsuelo independientemente de la dirección de los campos incidentes. El modelo es el de una onda plana que incide verticalmente sobre una tierra homogénea o bien compuesta por capas horizontales isotrópicas. Solo existen componentes horizontales de los campos eléctricos y magnéticos. En la Figura 2 se representa la interacción de los campos incidentes, reflejados y transmitidos.

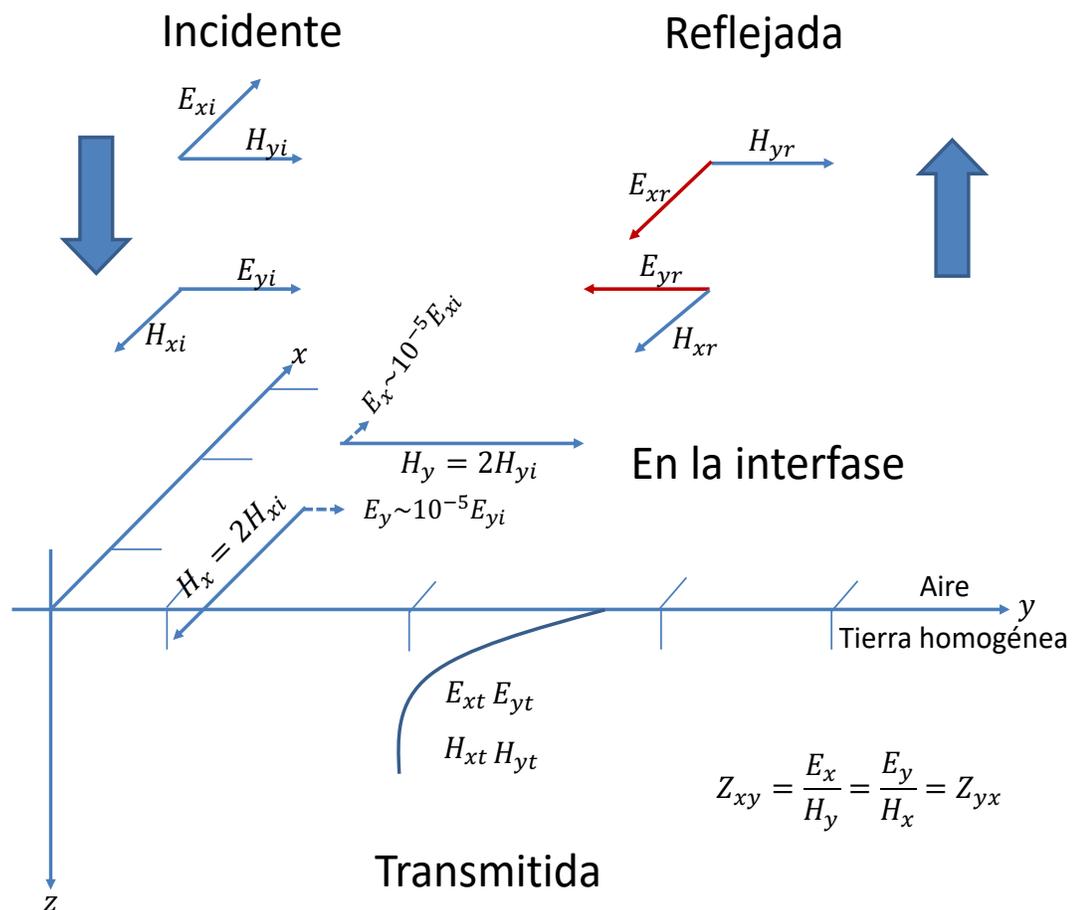


Figura 2. Interacción de los campos incidentes, reflejados y transmitidos suponiendo una onda plana incidiendo verticalmente sobre la Tierra. Debido a que no hay variaciones laterales de la resistividad eléctrica solo se necesita un escalar para caracterizar la respuesta de la tierra.

Debido a que no hay variaciones laterales de conductividad, el campo eléctrico inducido en la tierra tendrá la misma dirección del campo incidente y será una versión escalada de éste, y lo mismo para el campo magnético \mathbf{H} . El campo eléctrico que se mide en la interfase tierra-aire es miles de veces menor que el incidente. De hecho, la energía que se transmite al subsuelo es del orden de millonésimas partes de la que se refleja. Aunque pequeña, esa energía es la que hace posible el método MT. Por su parte, el campo magnético en la superficie de la tierra es el doble del incidente. Básicamente, la versión escalar del método se basa en que la impedancia Z que es la razón de los campos eléctricos y magnéticos ortogonales no depende de la rotación del sistema de coordenadas. Suponiendo un sistema coordenado (x, y) se tendrá que

$$Z_{xy} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{E_y}{H_x} = Z_{yx}. \quad (1)$$

Las unidades de la impedancia son $\frac{V/m}{A/m} = \Omega[Ohm]$. Como no hay dirección preferencial, no importa en que dirección se consideren los campos por lo que $Z_{xy} = Z_{yx}$. Sin embargo, cuando existen variaciones laterales de conductividad como en medios bidimensionales (2D) o tridimensionales (3D) $Z_{xy} \neq Z_{yx}$. En general, un campo eléctrico incidente en la dirección x producirá en la tierra corrientes eléctricas tanto en la dirección x como en la dirección y lo cual requiere necesariamente un análisis tensorial.

1.2 El tensor de impedancias

La unidad básica del método MT es el tensor de impedancias. Éste es un tensor complejo de rango 2 que relaciona las componentes horizontales de los campos eléctricos y magnéticos medidos sobre la superficie de la Tierra. Consta de cuatro números complejos para cada frecuencia o periodo. Es común iniciar los textos sobre el método MT con el tensor de impedancias como fundamental que no requiere justificación. A continuación, se presenta una justificación del tensor de impedancias a partir de consideraciones básicas según se describen en Cantwell (1960) y Gómez Treviño et al. (2013). Comenzamos suponiendo un campo eléctrico incidente E_{xi} en la dirección x . Asociado a este campo, en el mismo punto en la tierra existirá otro campo inducido E_{xx} en la misma dirección. Suponiendo linealidad la relación entre estos campos es

$$E_{xx} = k_{xx}^E E_{xi}, \quad (2)$$

donde la constante de proporcionalidad k_{xx}^E es compleja para acomodar tanto a efectos en la magnitud como en la fase. El primer subíndice en E_{xx} y k_{xx}^E se refiere a la componente x del campo inducido y el segundo a que proviene de la componente x del campo incidente. Debido a las variaciones laterales de conductividad el campo incidente E_{yi} en la dirección y podría generar corrientes eléctricas en la dirección x . Suponiendo linealidad tenemos que

$$E_{xy} = k_{xy}^E E_{yi}, \quad (3)$$

el cual tendrá asociada una constante k_{xy}^E . Procediendo de igual manera para E_{yx} se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$E_{yx} = k_{yx}^E E_{xi},$$

$$E_{yy} = k_{yy}^E E_{yi}. \quad (4)$$

Considerando que el campo total en x es igual a la suma de las contribuciones, es decir, $E_x = E_{xx} + E_{xy}$ y en la dirección y es $E_y = E_{yx} + E_{yy}$, podemos expresar este resultado en forma matricial como

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{xx}^E & k_{xy}^E \\ k_{yx}^E & k_{yy}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

En la expresión anterior las únicas cantidades medibles en la superficie son los campos E_x y E_y . Los campos incidentes no se pueden conocer y por lo tanto tampoco las constantes de proporcionalidad. Mediante el mismo análisis podemos obtener la siguiente relación entre los campos magnéticos

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{xx}^H & k_{xy}^H \\ k_{yx}^H & k_{yy}^H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{xi} \\ H_{yi} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Nuevamente las únicas cantidades medibles son los campos H_x y H_y . Las ecuaciones 5 y 6 no son útiles en la práctica porque no se conocen los campos incidentes. Sin embargo, si se combinan podemos eliminar la dependencia con respecto a los campos incidentes E_{xi} , E_{yi} , H_{xi} y H_{yi} . Resolvemos para los campos magnéticos incidentes en la ecuación 6 y sustituimos la solución en la ecuación 5, usando las igualdades $E_{xi} = Z_i H_{yi}$ y $E_{yi} = Z_i H_{xi}$, finalmente podemos reescribir la expresión 5 como

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = Z_i \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}, \quad (7)$$

donde Z_i es la impedancia en el espacio libre (377 Ohms). La ecuación 7 es una relación de campos eléctricos y magnéticos medibles en la superficie de la tierra. Las cantidades a_{ij} no dependen de la polarización de los campos incidentes ya que son combinaciones de las originales constantes de proporcionalidad, las cuales relacionan los campos medibles con los campos incidentes. La forma matricial para representar la expresión anterior es

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}. \quad (8)$$

De manera compacta podemos escribir la ecuación anterior como $\mathbf{E} = \mathbf{ZH}$, donde \mathbf{Z} es el tensor de impedancias. La característica más importante de \mathbf{Z} es que sus elementos, al ser independientes de los campos incidentes, dependen sólo de la distribución de resistividades del subsuelo. En la práctica, la determinación de los elementos del tensor supone un problema porque la ecuación 8 se reduce a dos ecuaciones con cuatro incógnitas para un periodo determinado. Para resolver el sistema de ecuaciones se debe contar con dos o más mediciones y estas deberán de ser independientes unas de otras. Afortunadamente para el método MT la solución la proporciona la misma naturaleza. Esto es porque los campos incidentes tienen la característica de estar cambiando constantemente de polarización. Esto a la vez hace que los campos medidos estén cambiando también constantemente de polarización, lo que genera con el tiempo ecuaciones independientes.

En el caso bidimensional (2D), con la resistividad constante a lo largo de alguna dirección, el rumbo es el ángulo entre esa dirección y el eje x del sistema de coordenadas. Si el rumbo es cero el tensor de impedancias se puede escribir como

$$\mathbf{Z}_{2D} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Si los ejes no están alineados con el rumbo, el tensor de impedancia puede ser reducido a la ecuación anterior en un sistema coordenado apropiado. A las componentes del tensor \mathbf{Z}_{2D} se les suele llamar modo transversal eléctrico (TE) y modo transversal magnético (TM). El modo TE se relaciona con la impedancia Z_{xy} , la cual se es calculada a partir de E_x y H_y . En este caso el campo \mathbf{E} es paralelo al rumbo. En el modo TM el campo \mathbf{H} es paralelo al rumbo y se relaciona con la impedancia Z_{yx} calculada a partir de E_y y H_x .

En el modo TM las corrientes telúricas fluyen perpendiculares a la estructura y sus anomalías son de naturaleza tanto inductiva como galvánica siendo más sensible a estructuras someras, mientras que en el modo TE las corrientes fluyen a lo largo de las estructuras y sus anomalías son puramente de naturaleza inductiva haciéndolo más sensible a estructuras más profundas (Berdichevsky et al., 1998). A partir de las impedancias podemos calcular la resistividad eléctrica aparente del medio (Cagniard, 1953):

$$\rho_{aij}(T) = \frac{1}{\omega\mu_0} |Z_{ij}(T)|^2. \quad (10)$$

Z es compleja y tiene una fase \emptyset asociada:

$$\emptyset_{ij}(T) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}Z_{ij}(T)}{\text{Re}Z_{ij}(T)} \right). \quad (11)$$

1.3 La solución clásica sin distorsiones galvánicas

Las mediciones de los campos eléctricos y magnéticos usualmente se hacen en un sistema de coordenadas que no es el que se usa en la interpretación final, por lo que se vuelve necesario conocer el rumbo de la estructura 2D de interés. Posteriormente se rota el tensor de impedancias y se obtienen las impedancias que habrán de interpretarse en términos de modelos del subsuelo. Antes del pleno reconocimiento de las distorsiones galvánicas este procedimiento era muy sencillo. En esta sección se resumen los pasos principales como introducción a los desarrollos posteriores que se realizaron para resolver el problema de las distorsiones galvánicas.

Rotando los campos eléctricos y magnéticos un ángulo θ en la ecuación 8 se obtiene el tensor de impedancias en el nuevo sistema de coordenadas. La expresión que se obtiene es \mathbf{RZR}^T , donde \mathbf{R} es la matriz de rotación y \mathbf{R}^T su transpuesta. El caso particular para el tensor \mathbf{Z}_{2D} de la ecuación 9 se puede escribir como

$$\mathbf{Z}_m = \begin{bmatrix} Z_{xxm} & Z_{xym} \\ Z_{yxm} & Z_{yym} \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{Z}_{2D}\mathbf{R}^T(\theta), \quad (12)$$

donde \mathbf{Z}_m representa el tensor rotado que supondremos es el tensor medido. Explícitamente la matriz de rotación es

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}. \quad (13)$$

El problema es el siguiente: dado \mathbf{Z}_m resolver para θ y para \mathbf{Z}_{2D} . Swift (1967) propuso obtener primero el ángulo θ y luego despejar \mathbf{Z}_{2D} de la ecuación 12. El ángulo que se obtiene es el que minimiza los elementos de la diagonal de \mathbf{Z}_m . En otras palabras, se busca el ángulo que mejor se ajuste al criterio 2D. Este enfoque conduce a la fórmula analítica

$$\tan 4\theta = \frac{2\operatorname{Re}(S_2 D_1)}{|D_1|^2 - |S_2|^2}. \quad (14)$$

Las variables S_1 , S_2 , D_1 y D_2 se definen como

$$S_1 = Z_{xx} + Z_{yy},$$

$$S_2 = Z_{xy} + Z_{yx},$$

$$D_1 = Z_{xx} - Z_{yy},$$

$$D_2 = Z_{xy} - Z_{yx}. \quad (15)$$

Para obtener las impedancias despejamos \mathbf{Z}_{2D} de la ecuación 12. Esto es

$$\mathbf{R}^T(\theta)\mathbf{Z}_m\mathbf{R}(\theta) = \mathbf{Z}_{2D}. \quad (16)$$

En principio esto es todo lo que se requiere hacer para proceder a la interpretación de los datos. Ahora se sabe que tanto la estimación de θ como la de \mathbf{Z}_{2D} con este procedimiento puede llevar a resultados erróneos cuando los datos están contaminados por lo que se conoce como distorsiones galvánicas.

1.4 Las distorsiones galvánicas y su formulación

Las distorsiones galvánicas son producidas por pequeñas anomalías locales y superficiales presentes cerca de los electrodos. En el diagrama de la Figura 3, dos cuerpos representados por C y R, conductor y resistivo respectivamente, producen efectos en los campos medidos. Cuando la profundidad

de penetración regional es mayor que la longitud de los dipolos eléctricos (L) y también mayor que el tamaño y las distancias de C y R a los electrodos, el efecto que se origina es de corriente directa y es producido por cargas en las superficies de C y R. El campo eléctrico total será la suma del campo regional y el campo local. Este campo local puede ser mucho mayor que el regional cuando las anomalías están muy cerca de los electrodos. De aquí la necesidad de formular en términos matemáticos las distorsiones para incorporarlas a la teoría del método MT.

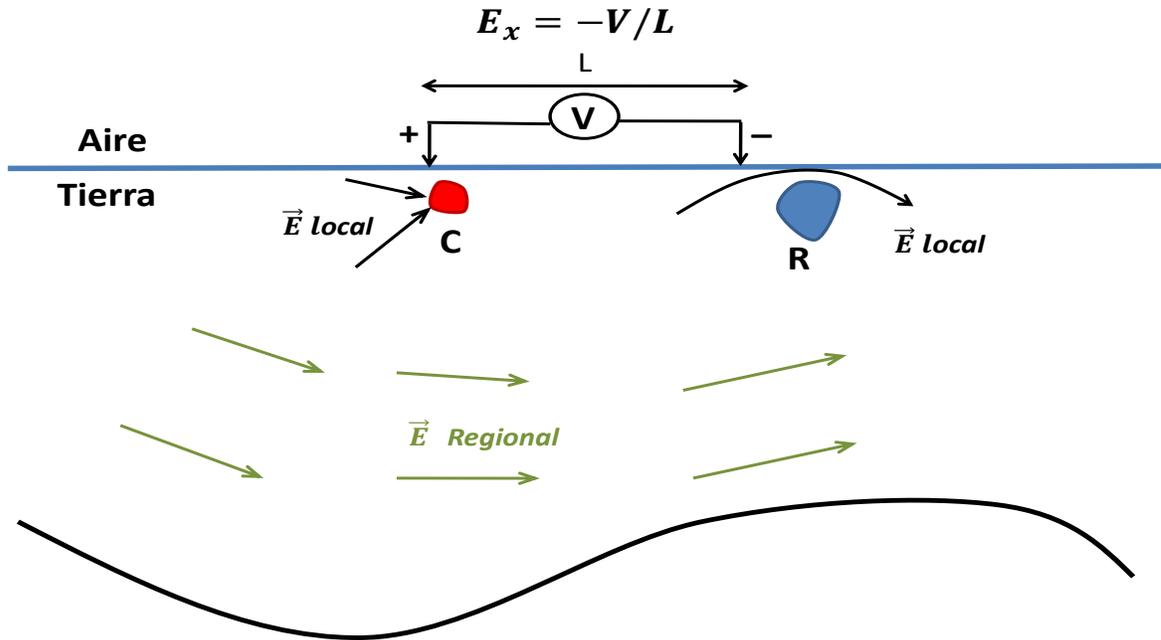


Figura 3 Efecto de heterogeneidades presentes cerca del lugar de medición. El campo local se ve afectado por estos cuerpos produciendo corrientes eléctricas de naturaleza galvánica.

El campo regional en una dirección puede producir efectos locales en dos direcciones como se muestra en la Figura 4. La pequeña anomalía está representada como un hueco por donde no puede pasar la corriente. Las cargas eléctricas en la interfase alteran el campo regional tanto en la dirección del mismo como perpendicularmente. Suponiendo linealidad como en el caso del tensor de fase, el incremento en la dirección x producido por el regional también en la dirección x se puede representar como $\Delta E_{xx} = k_{xx} E_{Rx}$, donde k_{xx} es una constante real y E_{Rx} es la componente x del campo regional. De la misma forma $\Delta E_{xy} = k_{xy} E_{Ry}$ sería el incremento en la componente x producido por el regional en la dirección y . Las constantes deben ser reales porque el efecto es de corriente directa, modifica las magnitudes pero no las

fases. La explicación es que las cargas oscilan al acorde del campo regional y como están tan cerca de los electrodos no hay retrasos en las fases.

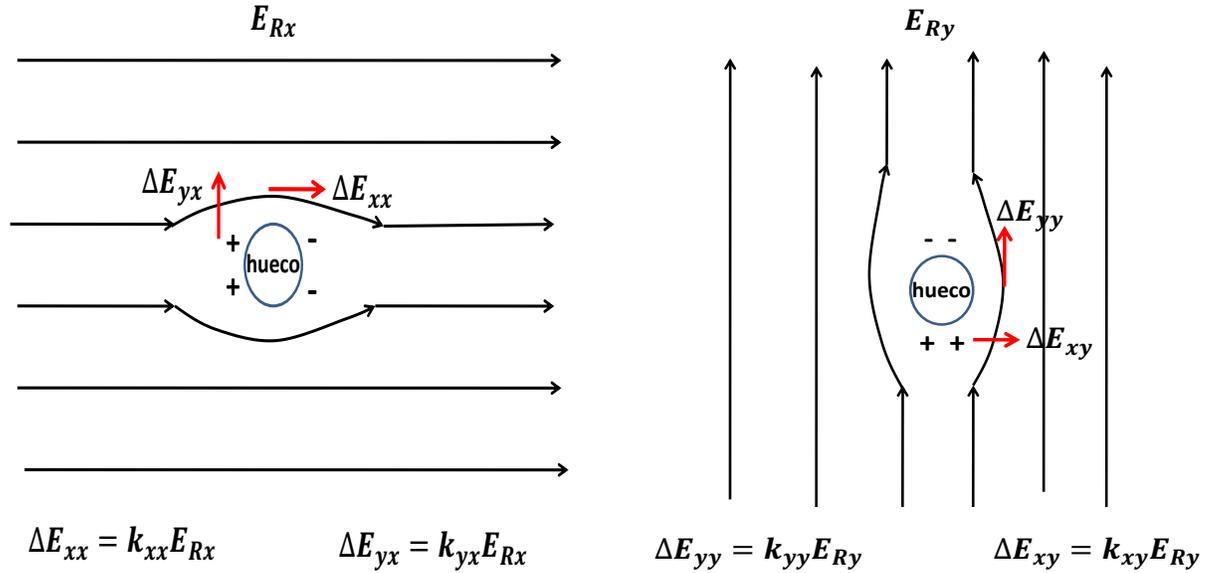


Figura 4. Se requieren cuatro constantes para describir las interacciones entre el campo eléctrico medido y las heterogeneidades. Las componentes E_{Rx} y E_{Ry} del campo eléctrico regional producen cada una efectos en dos direcciones en la presencia de heterogeneidades pequeñas.

El análisis anterior nos lleva a que el campo que se mide en la dirección x debe ser el campo regional en esa dirección más las dos contribuciones debidas a la pequeña anomalía. Si el campo medido se representa como E_{mx} este viene dado como

$$\begin{aligned}
 E_{mx} &= E_{Rx} + k_{xx}E_{Rx} + k_{xy}E_{Ry} \\
 &= (1 + k_{xx})E_{Rx} + k_{xy}E_{Ry} .
 \end{aligned} \tag{17}$$

Lo mismo se puede argumentar para el campo medido E_{my} con el resultado

$$E_{my} = E_{Ry} + k_{yx}E_{Rx} + k_{yy}E_{Ry}$$

$$= k_{yx}E_{Rx} + (1 + k_{yy})E_{Ry}. \quad (18)$$

Se requieren cuatro constantes reales para cubrir todas las interacciones entre el campo regional y las pequeñas anomalías superficiales. En forma matricial las dos ecuaciones anteriores se pueden expresar como

$$\begin{pmatrix} E_{mx} \\ E_{my} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & 1 + k_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{Rx} \\ E_{Ry} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

En forma más compacta esta relación se puede escribir como $\mathbf{E}_m = \mathbf{C}\mathbf{E}_R$, donde \mathbf{E}_m es el campo eléctrico medido o distorsionado, \mathbf{C} es la matriz de distorsión y \mathbf{E}_R es el campo eléctrico regional. Del campo eléctrico medido se puede pasar a las impedancias correspondientes. La ecuación 8, $\mathbf{E} = \mathbf{Z}\mathbf{H}$ se derivó suponiendo que no había distorsiones por lo que \mathbf{E} se puede reemplazar por el campo regional \mathbf{E}_m . De esta forma se obtiene que $\mathbf{E}_m = \mathbf{C}\mathbf{Z}\mathbf{H}$ por lo que la impedancia distorsionada se puede expresar como

$$\mathbf{Z}_m = \mathbf{C}\mathbf{Z}. \quad (20)$$

Explícitamente esto significa que

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11}Z_{xx} + C_{12}Z_{yx} & C_{11}Z_{xy} + C_{12}Z_{yy} \\ C_{21}Z_{xx} + C_{22}Z_{yx} & C_{21}Z_{xy} + C_{22}Z_{yy} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Puede apreciarse que el efecto final de la matriz de distorsión es mezclar los elementos del tensor de impedancias. Aunque individualmente cada uno de los elementos de la matriz de distorsión afecta solamente a la amplitud de una sola componente del campo eléctrico, en su conjunto mezclan tanto amplitudes como fases de dos componentes. Considerando que las constantes, adimensionales por naturaleza, pueden ser mucho mayores o mucho menores que la unidad, se puede apreciar el poder distorsionador que representan si no se hace algo al respecto.

1.5 Evitando las distorsiones galvánicas: el estado del arte

Se han propuesto distintos métodos para sobrepasar las dificultades que se presentan debido a las distorsiones galvánicas. Algunos permiten estimar el rumbo y/o el tensor de impedancias no distorsionado \mathbf{Z}_{2D} . Estas soluciones son relativamente recientes, unas de los años ochenta del siglo pasado

y otras de este siglo, unas determinan la matriz \mathbf{C} y otras neutralizan sus efectos. En lo que sigue se describen brevemente en orden cronológico estos avances así como el problema pendiente que da origen al presente trabajo.

- 1) Bahr (1988). En este trabajo se obtiene una fórmula analítica para calcular el rumbo de una estructura 2D. La fórmula es similar a la ecuación 14 derivada por Swift (1967) pero en este caso el rumbo es inmune a las distorsiones galvánicas. Ingeniosamente se neutraliza el efecto de la matriz de distorsión \mathbf{C} en el producto $\mathbf{Z}_m = \mathbf{CZ}$. Conocido el rumbo se tiene la matriz de rotación y se puede proceder a la estimación de las impedancias \mathbf{Z}_{2D} utilizando la ecuación 16. Sin embargo, incluso si se tiene un ángulo de rumbo sin distorsión y se utiliza para rotar un tensor distorsionado, en general el resultado no puede ser otro que un tensor distorsionado (Jones y Groom, 1993). Esto significa que la solución no es completa. Por otro lado, la fórmula para el rumbo ha sido evaluada como inestable cuando se aplica a datos con ruido (Jones, 2012).
- 2) Groom y Bailey (1989). En este trabajo se estiman conjuntamente el rumbo y las impedancias, a diferencia del caso anterior en que se calculan separadamente. Otra diferencia es que no se busca neutralizar las distorsiones sino que se las incluye como incógnitas junto al rumbo y las impedancias. En realidad se neutralizan dos y el resto se queda como incógnitas. El problema se resuelve como un problema inverso no-lineal optimizando numéricamente el ajuste a las impedancias medidas. El algoritmo STRIKE de McNeice y Jones (2001) es el estándar en la literatura y también el más completo en el sentido que se obtienen estimaciones tanto de las magnitudes como de las fases de las impedancias.
- 3) Caldwell et al. (2004). El tensor de fase que se define en este trabajo es el punto de partida para obtener diversas cantidades que son inmunes a las distorsiones. Los dos algoritmos anteriores están diseñados para estructuras en 2D aunque las distorsiones provienen de anomalías 3D. Por su parte, el tensor de fase se aplica en 3D en general, siendo ésta otra de sus fortalezas. Sin embargo, la fórmula correspondiente para el rumbo también ha sido evaluada como inestable cuando se aplica a datos con ruido (Jones, 2012). De hecho, cuando la fórmula se aplica en 2D se reduce a la de Bahr (1988). Una novedad es que las fases de la impedancia se obtienen sin necesidad de conocer el rumbo. Esto es, que no se necesita hacer la rotación indicada en la ecuación 16, $\mathbf{Z}_{2D} = \mathbf{R}^T(\theta)\mathbf{Z}_m\mathbf{R}(\theta)$ para obtener las fases. Aunque los autores no lo dicen, en 2D esto significa que el rumbo y las fases pueden desacoplarse y

que por lo tanto las fases de la impedancia son invariantes ante la rotación de coordenadas. En su notación Φ_{max} y Φ_{min} corresponden a las fases de los modos tradicionales TE y TM, aunque con algunas precisiones que se discutirán en el resto de la tesis. La limitación principal de este algoritmo es que no se pueden estimar las magnitudes de las impedancias.

- 4) Gómez-Treviño et al. (2014b). La ecuación cuadrática que se plantea en este trabajo provee dos impedancias complejas Z_{\pm} que son, con algunas precisiones, inmunes a las distorsiones galvánicas. La principal diferencia con respecto al algoritmo anterior es que en este caso se obtienen tanto las magnitudes como las fases en los tradicionales modos TE y TM. Sin embargo, como en el caso anterior hay un desacoplo entre estas impedancias y el rumbo de una estructura 2D. Esto significa que las impedancias son invariantes ante rotaciones del sistema de coordenadas. Aunque se conozca el rumbo no se sabe a cuál asignarlo, si al Z_{+} o al Z_{-} . No hay mayor dificultad cuando los modos son fácilmente identificables como en el caso de aplicaciones en el medio marino (Montiel-Álvarez et al., 2020). Sin embargo, en levantamientos terrestres este no es el caso.

El algoritmo STRIKE basado en el modelo de distorsión de Groom y Bailey (1989) es el más completo de los cuatro. Se estiman rumbos, magnitudes y fases de las impedancias y, algo muy importante: hay acoplo entre unos y otras. El algoritmo de la ecuación cuadrática también estima magnitudes y fases, y el rumbo se puede estimar utilizando la fórmula de Bahr o la del tensor de fase. Los problemas de inestabilidades reportadas por Jones (2012) se pueden resolver de varias maneras (Muñiz et al., 2017; Bravo-Osuna et al., 2021). Sin embargo, queda pendiente la cuestión del acoplo. La ecuación cuadrática provee dos soluciones, Z_{+} y Z_{-} , de las cuales una corresponde a Z_{xy} y la otra a Z_{yx} pero no hay manera de saberlo porque no hay acoplo con el rumbo. La única solución a la fecha es recurrir al algoritmo STRIKE como auxiliar para tomar la decisión (Gómez-Treviño et al., 2018). Se necesita una solución más simple que sea adecuada al problema. Se trata de una decisión binaria de sí o no Z_{+} es Z_{xy} , por ejemplo. Si la respuesta es sí, se resolvió el problema. Y si la respuesta es no, también se resolvió el problema porque entonces Z_{+} es Z_{yx} . La cuestión es cómo hacerlo en condiciones de distorsión galvánica.

1.6 Objetivos

Diseñar estrategias que permitan asociar impedancias invariantes TE y TM a sus rumbos correspondientes en condiciones de distorsiones galvánicas. Esto incluye explorar y combinar las

diferentes alternativas que ofrecen los últimos desarrollos relacionados con las distorsiones galvánicas. Experimentar con las diferentes combinaciones y evaluar su desempeño en relación con su efectividad y simplicidad.

1.7 Resumen

El método magnetotelégrafo ha evolucionado desde su concepción como un método escalar para una tierra estratificada horizontalmente a su formulación actual en base a tensores para una tierra heterogénea lateralmente. Esta formulación tensorial asegura que las impedancias medidas no dependan de la polarización de los campos incidentes. Sin embargo, el tensor de impedancias medido puede estar afectado por distorsiones galvánicas las cuales deberán ser atendidas de alguna manera antes de la interpretación en términos de modelos físicos de resistividad. También en este aspecto ha habido evolución en relación con los métodos que se han propuesto para lidiar con las distorsiones. El último de estos métodos se basa en el uso de invariantes ante rotación de coordenadas los cuales no están acoplados a un rumbo geoelectrico determinado. Esta falta de acoplo desvincula físicamente las impedancias de las direcciones preferenciales en el subsuelo lo cual impide la interpretación de los datos en términos de modelos físicos. La necesidad de acoplamiento es lo que motivó este trabajo. En el capítulo siguiente se presenta un resumen detallado de cómo se llegó a este escenario.

Capítulo 2. Clasificación de métodos: acoplados vs. no acoplados

En este capítulo se describen con más detalles los métodos que se han propuesto para lidiar con las distorsiones galvánicas 3D que pueden afectar a datos que corresponden a estructuras 2D. Los métodos se clasifican en este trabajo como acoplados y no acoplados o libres. En los primeros, las impedancias se calculan conociendo el rumbo como en el caso de Swift (1967) que se describió en la Introducción. No se incluye en este capítulo porque no considera el fenómeno de las distorsiones. En los métodos no acoplados las impedancias se calculan sin tener en cuenta el rumbo. Esto es, como invariantes ante la rotación de coordenadas. El rumbo se calcula aparte.

2.1 Solución de Bahr (1988) – Método acoplado

En su trabajo Bahr (1988) propuso una condición basada en las fases de las columnas del tensor de impedancias. Sabemos de forma general que

$$\mathbf{Z}_m(\theta) = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{C}\mathbf{Z}_2\mathbf{R}^T(\theta), \quad (22)$$

si los ejes coordenados están alineados con la dirección del rumbo de la estructura 2D, $\theta = 0$ por lo que

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_m(0) &= \mathbf{R}(0)\mathbf{C}\mathbf{Z}_2\mathbf{R}^T(0) \\ &= \mathbf{C}\mathbf{Z}_{2D} \\ &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_{12}Z_{yx} & c_{11}Z_{xy} \\ c_{22}Z_{yx} & c_{21}Z_{xy} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (23)$$

Como todos los valores c_{ij} son reales, las fases no son afectadas y se cumple que la fase de $c_{12}Z_{yx}$ es igual a la fase de $c_{22}Z_{yx}$ y la fase de $c_{11}Z_{xy}$ es igual a la fase de $c_{21}Z_{xy}$. Mediante este método se puede encontrar el ángulo del rumbo simplemente al rotar \mathbf{Z}_m hasta cumplir las siguientes igualdades

$$\frac{Im(Z_{xx})}{Re(Z_{xx})} = \frac{Im(Z_{yx})}{Re(Z_{yx})} \quad \text{y} \quad \frac{Im(Z_{yy})}{Re(Z_{yy})} = \frac{Im(Z_{xy})}{Re(Z_{xy})} \quad (24)$$

Lo más importante del método de Bahr es que el rumbo encontrado es inmune a las distorsiones. Para calcular las impedancias se puede utilizar la ecuación 16 lo que lo clasifica en un método acoplado. Esto es, que requiere del rumbo para calcular las impedancias. Este método se podría considerar como un refinamiento del de Swift (1967), pero un refinamiento parcial que sólo hace inmune al rumbo. En general, las impedancias seguirán distorsionadas porque el resultado de rotar al rumbo correcto un tensor distorsionado no puede ser otro que un tensor distorsionado.

2.2 Descomposición del tensor C por Groom y Bailey (1989) – Método acoplado

El método de Groom y Bailey (1989) opta por estimar el tensor C mediante una descomposición que se realiza en términos del producto de tres matrices

$$C = TSA, \quad (25)$$

donde T es un tensor de rotación o giro llamado twist, S es un tensor de cizalla llamado shear y A es un tensor de escala. La tabla 1 muestra la forma explícita de las diferentes matrices.

Tabla 1. Expresiones de las matrices componentes en la factorización de Groom y Bailey.

$$Z_m = RTS AZ_2 R^T$$

Rotación

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Twist o giro

$$T = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \begin{bmatrix} 1 & -t \\ t & 1 \end{bmatrix}$$

Shear o cizalla

$$S = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}} \begin{bmatrix} 1 & e \\ e & 1 \end{bmatrix}$$

Escala (Anisotropía)

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

Impedancias 2D

$$AZ_2 = \begin{bmatrix} 0 & aZ_{TE} \\ bZ_{TM} & 0 \end{bmatrix}$$

El tensor \mathbf{T} gira el campo eléctrico regional en el sentido de las manecillas del reloj en un ángulo $\theta_t = \tan^{-1}(t)$. El tensor de cizalla gira el campo en el eje x en el sentido de las agujas del reloj y en el eje y en sentido contrario (véase Figura 5) por un ángulo $\theta_e = \tan^{-1}(e)$ con valores de $-1 < e < 1$ (ángulo de -45° a 45°). La importancia de la descomposición de Groom y Bailey es que permite separar aquellos elementos de distorsión que son indeterminables de los que sí pueden determinarse. \mathbf{T} y \mathbf{S} forman la parte determinable de la matriz de distorsión, esto es, que tienen efectos sobre la amplitud y la fase del campo eléctrico. La matriz \mathbf{A} es indeterminable (afecta solo la amplitud y no la fase) escalando las curvas de resistividad aparente, esto fue estudiado anteriormente por Bostick (1984; 1986) y puesto que no podemos diferenciar entre $\mathbf{Z}'_{2D} = \mathbf{A}\mathbf{Z}_{2D}$ y \mathbf{Z}_{2D} , se dice que el factor de estática \mathbf{A} es absorbido dentro de \mathbf{Z}_{2D} .

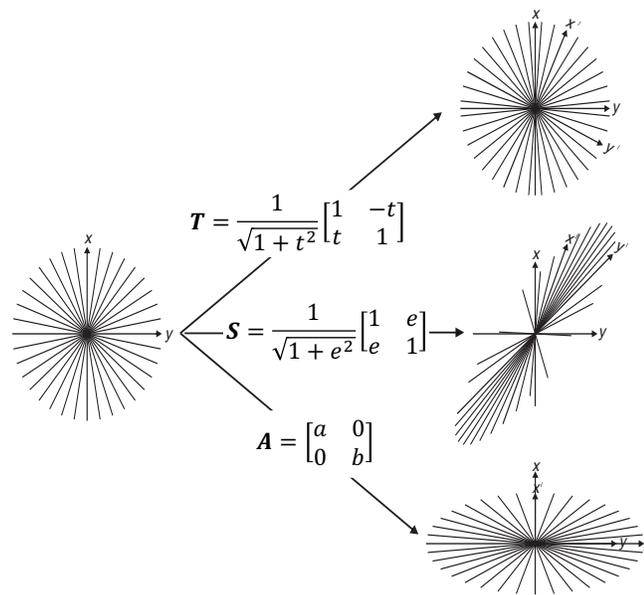


Figura 5 La matriz \mathbf{A} afecta solo la amplitud del campo eléctrico, mientras que \mathbf{T} produce un giro sobre el campo y \mathbf{S} un movimiento de cizalla. (Figura editada tomada de Jones, 2012).

En resumen, en la factorización de Groom-Bailey podemos expresar las impedancias medidas en un sistema de coordenadas cualquiera como:

$$\mathbf{Z}_m(\theta) = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{T}\mathbf{S}\mathbf{Z}_{2D}\mathbf{R}(\theta)^T. \quad (26)$$

El problema se reduce a encontrar las impedancias no distorsionadas \mathbf{Z}_{2D} , los valores de distorsión θ_t , θ_e

y el ángulo de rumbo θ simultáneamente. A este modelo lo llamamos acoplado pues las impedancias 2D llevan un rumbo asociado intrínseco. La solución se obtiene mediante un ajuste de mínimos cuadrados entre el tensor de impedancias medidos y el modelo de distorsión a través de la función

$$\chi^2 = \frac{1}{4n_T} \sum_{i=1}^{n_T} \left\{ \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{|Z_{mjk}(T_i) - Z_{cjk}(T_i)|^2}{\sigma_{jk}^2(T_i)} \right\}, \quad (27)$$

donde n_T es el número de periodos T_i , Z_{mjk} son las impedancias medidas, σ_{jk}^2 la varianza correspondiente y Z_{cjk} son las impedancias calculadas a partir del modelo de distorsión de la Tabla 1.

2.3 Tensor de fase (2004) – Método no acoplado

El tensor de fase fue introducido por Caldwell et al. (2004) como un método para obtener información libre de distorsiones a partir del tensor de impedancias medido. Separando el tensor \mathbf{Z} en términos de su parte real \mathbf{X} y parte imaginaria \mathbf{Y} podemos reescribir el tensor $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + i\mathbf{Y}$, el tensor de fase se define, sin importar la dimensionalidad, como

$$\Phi = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

El tensor de impedancias distorsionado \mathbf{Z}_m se expresa como $\mathbf{Z}_m = \mathbf{CZ}$. Separando el producto en parte real e imaginaria, tenemos que:

$$\mathbf{Z}_m = \mathbf{CX} + i\mathbf{CY}, \quad (29)$$

el tensor de fase distorsionado se puede expresar como

$$\Phi_m = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{CY} = \Phi. \quad (30)$$

Esto es, las distorsiones galvánicas que afectan severamente al tensor de impedancias no afectan al tensor de fase. Esta propiedad es en gran parte responsable de su popularidad en varias aplicaciones del método MT. Estas aplicaciones surgen de la factorización que hacen del tensor de fase como

$$\Phi = \mathbf{R}^T(\alpha - \beta) \begin{pmatrix} \Phi_{max} & 0 \\ 0 & \Phi_{min} \end{pmatrix} \mathbf{R}(\alpha + \beta), \quad (31)$$

donde $\alpha - \beta$ es el ángulo de rumbo. Φ_{max} y Φ_{min} son los valores singulares del tensor de fase y fueron determinadas por Bibby et al. (2005) como

$$\Phi_{max} = \Pi_2 + \Pi_1, \quad (35)$$

$$\Phi_{min} = \Pi_2 - \Pi_1, \quad (36)$$

donde

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} [(\Phi_{11} - \Phi_{22})^2 + (\Phi_{12} + \Phi_{21})^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (37)$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} [(\Phi_{11} + \Phi_{22})^2 + (\Phi_{12} - \Phi_{21})^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (38)$$

Dado que Φ_{max} y Φ_{min} son invariantes ante rotación de coordenadas, las fases 2D se encuentran desacopladas del rumbo.

2.4 La ecuación cuadrática (2014) – Método no acoplado

La descomposición de Groom-Bailey dada por la ecuación 26 tiene algunas propiedades peculiares que permiten el cálculo directo de impedancias libres de distorsión. Esto se puede hacer utilizando la ecuación cuadrática propuesta por Gómez-Treviño et al. (2014b). Definiendo las resistividades complejas

$$\rho_{ij} = (1/\omega\mu_0)Z_{ij}^2, \quad (39)$$

las impedancias libres de distorsión asociadas con \mathbf{Z}_{2D} se pueden calcular como

$$Z_{\pm} = \sqrt{\omega\mu_0\rho_{\pm}}, \quad (40)$$

a partir de

$$\varrho_{\pm} = \varrho_{sm} \pm \sqrt{\varrho_{sm}^2 + \varrho_{sm}\varrho_{pm}\varepsilon^{-2}}, \quad (41)$$

donde

$$\varrho_{sm} = \frac{1}{2}(\varrho_{xxm} + \varrho_{xym} + \varrho_{yxm} + \varrho_{yyym}), \quad (42)$$

$$\varrho_{pm} = 2 \frac{(\varrho_{xxm}\varrho_{yyym} - \varrho_{xym}\varrho_{yxm})^2}{\varrho_{xxm} + \varrho_{xym} + \varrho_{yxm} + \varrho_{yyym}}, \quad (43)$$

y

$$\varepsilon = \left(\frac{1-e^2}{1+e^2} \right), \text{ con } |e| < 1. \quad (44)$$

La formula es inmune al giro y también al rumbo debido a que ϱ_{sm} y ϱ_{pm} son invariantes bajo rotación. El factor ε^{-2} dentro de la raíz cuadrada en la ecuación 41 corrige los efectos de la cizalla y debe estimarse independientemente. Sin embargo, Z_{\pm} no contiene información del rumbo, lo cual la hace una solución no acoplada. En lo siguiente exploramos distintos algoritmos basados en extensiones de los trabajos descritos en este capítulo.

2.5 Resumen

Los métodos que se han propuesto para lidiar con la matriz de distorsión \mathbf{C} son relativamente recientes, en este trabajo los clasificamos como acoplados y no acoplados. Según el tipo de solución, las opciones disponibles son numéricas, analíticas e híbridas. El modelo de Groom-Bailey se puede considerar puramente numérico, en él se ajusta un modelo de distorsión a los datos medidos. Bahr y el tensor de fase proveen expresiones analíticas o algebraicas, la ecuación cuadrática requiere sólo de un parámetro que debe obtenerse numéricamente (cizalla).

El modelo de Groom y Bailey y la ecuación cuadrática proveen tanto magnitudes como fases. Esto viene de que la cuadrática de hecho está basada en el modelo de Groom-Bailey por lo que es una característica heredada. En el caso del tensor de fase solo se obtienen las fases de los modos TE y TM en

la forma de Φ_{max} y Φ_{min} las cuales también son invariantes ante rotación de coordenadas. En el caso de Bahr no se obtienen ni magnitudes ni fases, solo el rumbo. Y aunque el valor del rumbo es inmune a las distorsiones, si se utiliza para rotar un tensor distorsionado el resultado no puede ser sino otro tensor distorsionado.

Según el acoplo impedancias-rumbo, en el modelo de Groom-Bailey es obvio que el rumbo está acoplado con las impedancias. En cuanto al rumbo de Bahr este se puede utilizar para rotar el tensor distorsionado pero como ya vimos aunque encontremos el rumbo, lo que obtenemos es otro tensor distorsionado. Por otro lado, Φ_{max} y Φ_{min} del tensor de fase son invariantes ante rotación de coordenadas, así como lo son ρ_+ y ρ_- de la ecuación cuadrática. La opción natural para volver a acoplar rumbo e impedancias es volver al modelo de Groom-Bailey. En el capítulo siguiente se presentan tres algoritmos que abordan este problema.

Capítulo 3. Metodología: tres algoritmos de decisión binaria

Como se mencionó anteriormente, las mediciones realizadas en campo no suelen estar alineadas con los ejes al rumbo regional 2D, además de que se tienen los efectos de inhomogeneidades someras (que no son de interés geológico) afectando los datos. Estas distorsiones galvánicas tienen un doble efecto sobre el tensor de impedancias, la mezcla de fases y el desplazamiento estático o *static shift*, dificultando la estimación de las impedancias 2D asociadas al rumbo. A partir de metodologías existentes proponemos tres nuevos esquemas para acoplar las impedancias sin distorsión, obtenidas a partir de invariantes con el rumbo regional. El primer algoritmo considera un ajuste directo a los datos en busca de los parámetros de distorsión, giro y cizalla óptimos para satisfacer el modelo de GB. El segundo optimiza sólo sobre el valor de giro, aprovechando la ventaja de que la cizalla puede estimarse a partir de combinar las fases del tensor de fase con las fases de la ecuación cuadrática. Por último, el tercero permite un acoplamiento entre impedancias-rumbo sin la necesidad de ajustar los datos a un modelo de distorsión. En esta sección, ejemplificaremos los pasos a seguir para los tres algoritmos con datos sintéticos con muy poco ruido aleatorio.

3.1 Conjunto de datos sintéticos 2D: COPROD2S1

Comenzamos con un ejemplo a partir de datos correspondientes al sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1. Este conjunto fue propuesto por Varentsov (1998) y contiene resistividades aparentes y fases como respuesta a un modelo sintético 2D para 12 periodos. En las Figuras 6a y 6d se muestran estas amplitudes y fases sin distorsión. La resistividad aparente ρ_{xy} corresponde al modo *TE* y se representa por la curva azul, lo mismo para su respectiva fase. De igual forma, resistividades aparentes y fases del modo *TM* se representan por la curva roja, en este caso se asocian a la impedancia Z_{yx} . En 6b y 6e las curvas descritas anteriormente se rotan 30 grados y se asumen distorsiones de giro=20° y cizalla = 30°. Pueden verse cuatro curvas debido al efecto de las distorsiones, de otra forma solo se verían tres porque el tensor de impedancias 2D es simétrico. Por último, en 6c y 6f tenemos las soluciones invariantes a la ecuación cuadrática. Aquí es importante notar que la solución en la ecuación 40 está incompleta en el sentido de que debe ser corregida por el valor de cizalla pero para exponer el problema se incluyen en la figura. Para este sitio, si comparamos las curvas en 7a y 7c, parece claro que ρ_+ debe asociarse con ρ_{TM} por ejemplo, pero esto es porque lo sabemos de antemano. En la práctica relacionar los invariantes ρ_+ ,

ρ_- con los modos TE y TM no suele ser una cuestión trivial. Como se mencionó arriba presentamos 3 algoritmos que permiten la asociación correcta. Estos algoritmos tienen en común la estimación independiente del rumbo por lo que el primer paso a hacer es calcularlo.

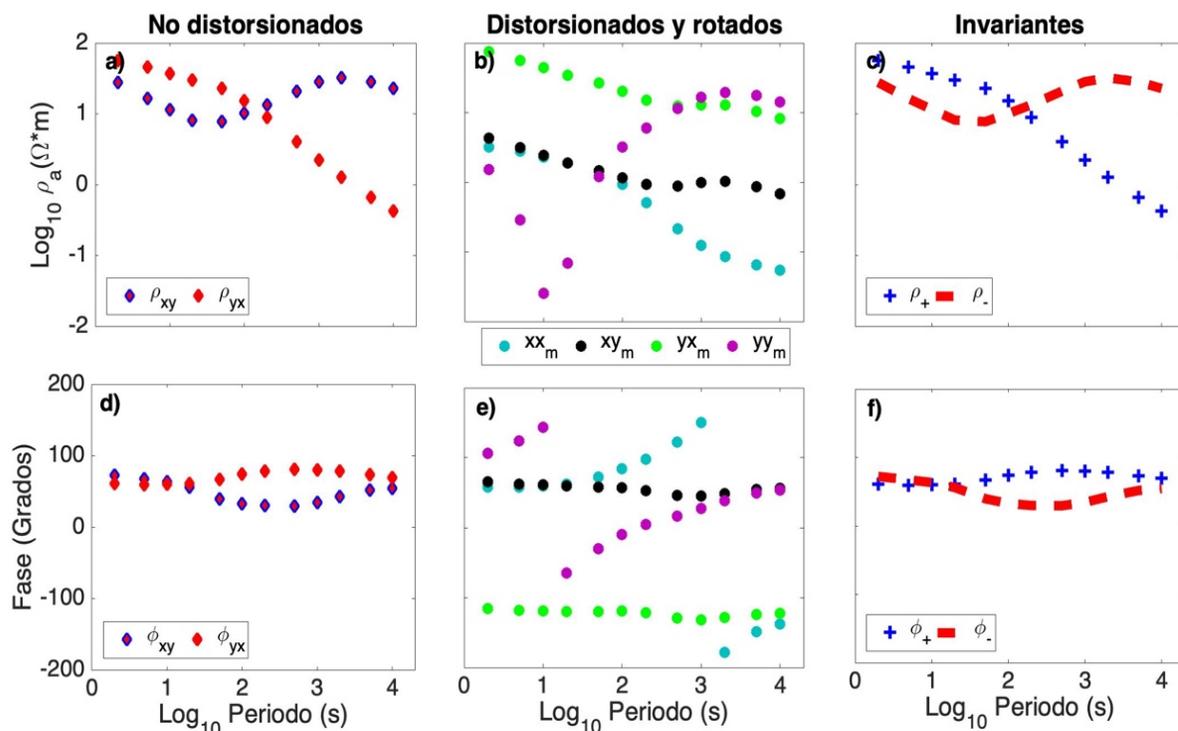


Figura 6. Las curvas en a) y d) corresponden a los datos sintéticos del sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1 propuesto por Varentsov (1998). Los datos son dados como resistividades aparentes y fases para 12 periodos. En b) y e) los puntos en color corresponden a los datos distorsionados asumiendo valores de giro $=20^\circ$, cizalla $=30^\circ$ y rumbo $=30^\circ$. Se agregó ruido aleatorio de 0.1% de las impedancias principales xy and yx . En c) y f) podemos ver resistividades invariantes y sus respectivas fases calculadas mediante la ecuación 34. El objetivo es saber si ρ_+ es equivalente a ρ_{xy} o ρ_{yx} según el ángulo de rumbo.

3.2 Determinación del rumbo: estabilización del tensor de fase

Para estimar el rumbo utilizaremos el tensor de fase pero extendiendo el análisis para usarse con todos los periodos simultáneamente. Caldwell et al. (2004) desarrollaron fórmulas analíticas que proporcionan valores de rumbo período por período, mostrando inestabilidad en presencia de ruido (Jones, 2012). Sin embargo, es posible obtener rumbos estables utilizando más de un período a la vez,

como lo muestran Bravo-Osuna et al. (2021). Usaremos a continuación este enfoque que se basa en reformular el tensor de fase como

$$\begin{pmatrix} \Phi'_{11} & \Phi'_{12} \\ \Phi'_{21} & \Phi'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{R}(\theta) \mathbf{\Phi} \mathbf{R}^T(2\beta) \mathbf{R}^T(\theta). \quad (45)$$

Para obtener esta ecuación se resuelve la matriz de valores singulares de la ecuación 31 asumiendo que $\theta = \alpha - \beta$. El ángulo β se calcula usando la fórmula provista por Caldwell et al. (2004). El ángulo de rumbo se obtiene minimizando

$$R_{TF}(\theta) = \sum_i \{ (\Phi'_{12}(T_i, \theta))^2 + (\Phi'_{21}(T_i, \theta))^2 \}. \quad (46)$$

La sumatoria puede usarse para cualquier número de períodos T_i . Al minimizar $R_{TF}(\theta)$ podemos superar la limitante impuesta $\Phi'_{12} = \Phi'_{21} = 0$ cuando el problema se trata para un periodo a la vez. Para estimar el rumbo, utilizamos los doce periodos disponibles del conjunto de datos. Muestreamos $R_{TF}(\theta)$ en el rango $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. En la Figura 7, vemos que existen dos valores de rumbo asociados a estos datos, -60 y 30 grados. Estos mínimos están muy bien definidos debido al pequeño ruido aleatorio del 0.01%. Esta es la ambigüedad clásica de los 90 grados.

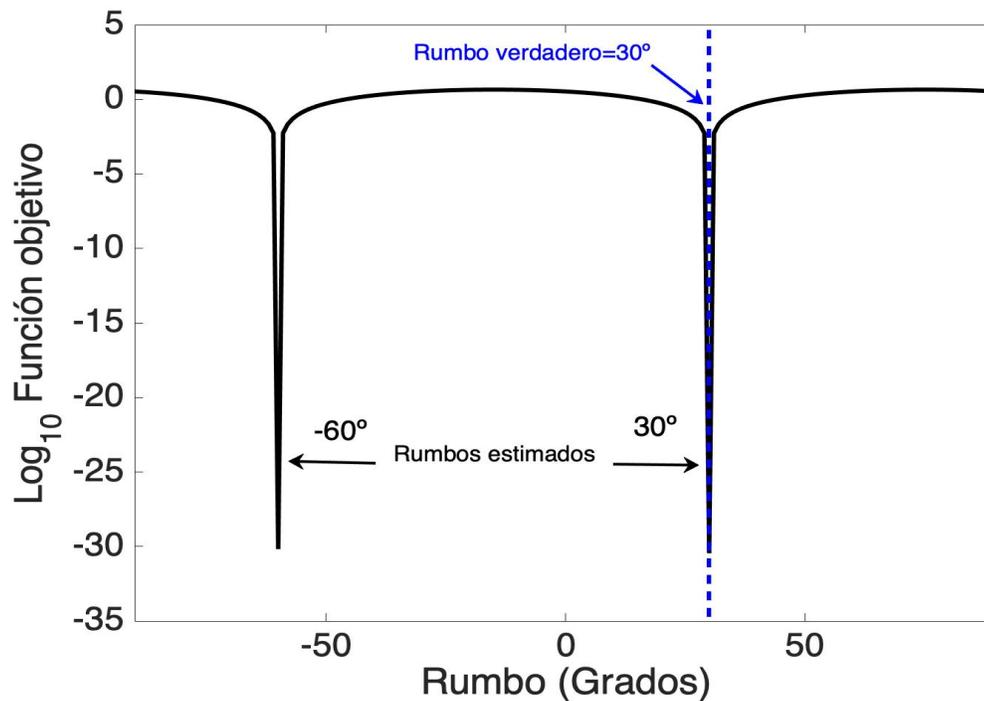


Figura 7. Estimación del rumbo a partir de la ecuación 39, usando todos los periodos disponibles. Muestreamos θ de -90 a 90 grados. Existen dos posibles rumbos, -60 y 30 grados.

3.3 Algoritmo #1: Optimización de giro y cizalla

El algoritmo #1 se basa en el ajuste entre el modelo de distorsión de Groom y Bailey y los datos medidos, para ello utilizamos la función χ^2 definida en el capítulo 2 por la ecuación 27. Explícitamente, las impedancias calculadas son

$$\mathbf{Z}_c = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \frac{1}{\sqrt{1+e^2}} \mathbf{R}(\theta) \begin{bmatrix} 1 & -t \\ t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & e \\ e & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_{\pm} \\ Z_{\pm} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}^T(\theta). \quad (47)$$

El ángulo θ se estimó independientemente y aunque las soluciones Z_{\pm} de la ecuación cuadrática dependen de la cizalla en realidad solo tenemos dos incógnitas, el ángulo de giro $\theta_t = \tan^{-1}(t)$ y el ángulo de cizalla $\theta_e = \tan^{-1}(e)$. El signo \pm en la ecuación 47 indica que la impedancia Z_+ puede ocupar el lugar de Z_{xy} ó de Z_{yx} en el tensor magnetotelúrico; lo mismo en el caso de Z_- . Las curvas de nivel en la Figura 8 presentan las funciones χ^2 considerando ambas posibilidades para Z_+ y muestreando el giro de -90° a 90° y la cizalla de -44° a 44° . Buscamos los valores óptimos para los cuales χ^2 es mínimo. En las Figuras 8b) y 8c), se observan los mejores ajustes con valores de $\chi^2 \sim 10^{-5}$. Las líneas blancas indican los valores de las distorsiones supuestas. De 8b se determina que para un rumbo de 30° , Z_+ es equivalente a Z_{yx} obteniendo un giro $\theta_t = 20^\circ$ y una cizalla $\theta_e = 30^\circ$. En 8c, se indica que para un rumbo de -60° , Z_+ es equivalente a Z_{xy} . Obsérvese que en el último caso el mínimo cae en un valor de cizalla igual a -30° , que es el negativo de la cizalla supuesta. Es fácil demostrar que así debería ser si se rota el lado derecho de la ecuación 26 en un ángulo de -90° , es decir, multiplicamos $(\mathbf{RTSZ}_{2D}\mathbf{R}^T)$ por \mathbf{P} a la izquierda y \mathbf{P}^T a la derecha

$$\mathbf{PRTSZ}_{2D}(\mathbf{RP})^T = \mathbf{RT}(\mathbf{PSP}^T)(\mathbf{PZ}_{2D}\mathbf{P}^T)\mathbf{R}^T, \quad (49)$$

Donde

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cos(-90^\circ) & \text{sen}(-90^\circ) \\ -\text{sen}(-90^\circ) & \cos(-90^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (50)$$

Esto es, la rotación afecta a la matriz de cizalla y al tensor de impedancias solamente

$$\mathbf{PSP}^T = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}} \begin{pmatrix} 1 & -e \\ -e & 1 \end{pmatrix}, \quad (51)$$

$$PZ_{2D}P^T = \begin{pmatrix} 0 & Z_{yx} \\ Z_{xy} & 0 \end{pmatrix}. \quad (52)$$

Esta operación cambia el signo a la cizalla e intercambia los roles de Z_{xy} con Z_{yx} .

En las Figuras 9a y 9d se muestran explícitamente los peores ajustes de las impedancias principales del tensor Z_m , estos corresponden a las Figuras 8a y 8d. En 9b y 9c se grafican las curvas con los parámetros encontrados en 8b y 8c. Como se puede ver para un rumbo de 30° , la asociación correcta es Z_+ con Z_{yx} . Lo que es equivalente a decir que para un rumbo de -60° , la asociación correcta es $Z_+ = Z_{xy}$ lo cual se ve claro en la Figura 9c.

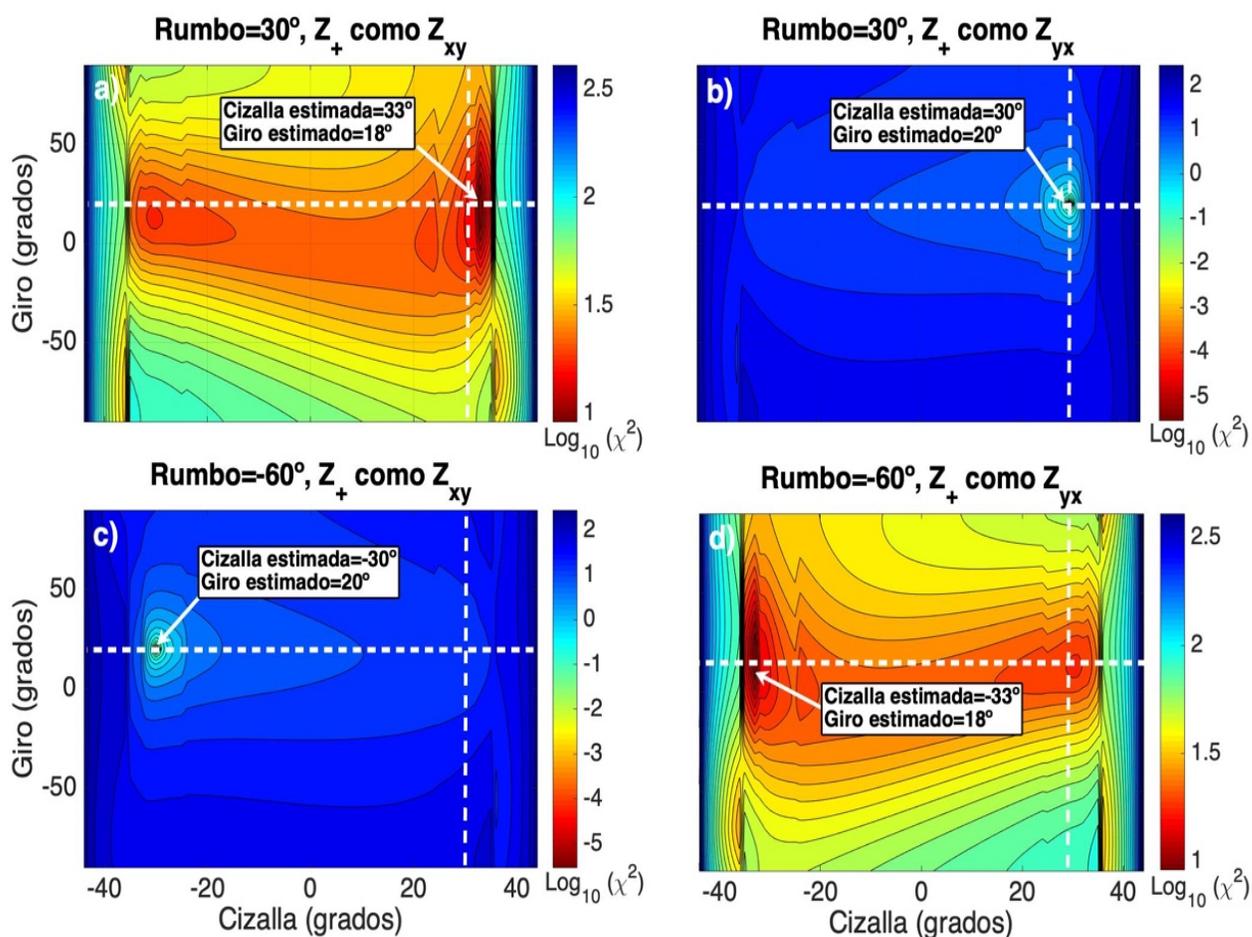


Figura 8. Contornos de nivel representando el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 30° y Z_+ como Z_{xy} muestra un gran desajuste. b) Rumbo de 30° y Z_+ como Z_{yx} mostrando un muy buen ajuste. El mínimo corresponde a los valores verdaderos de giro y cizalla. c) y d) son las versiones correspondientes para el ángulo de rumbo complementario de -60° (Véase texto para más detalles).

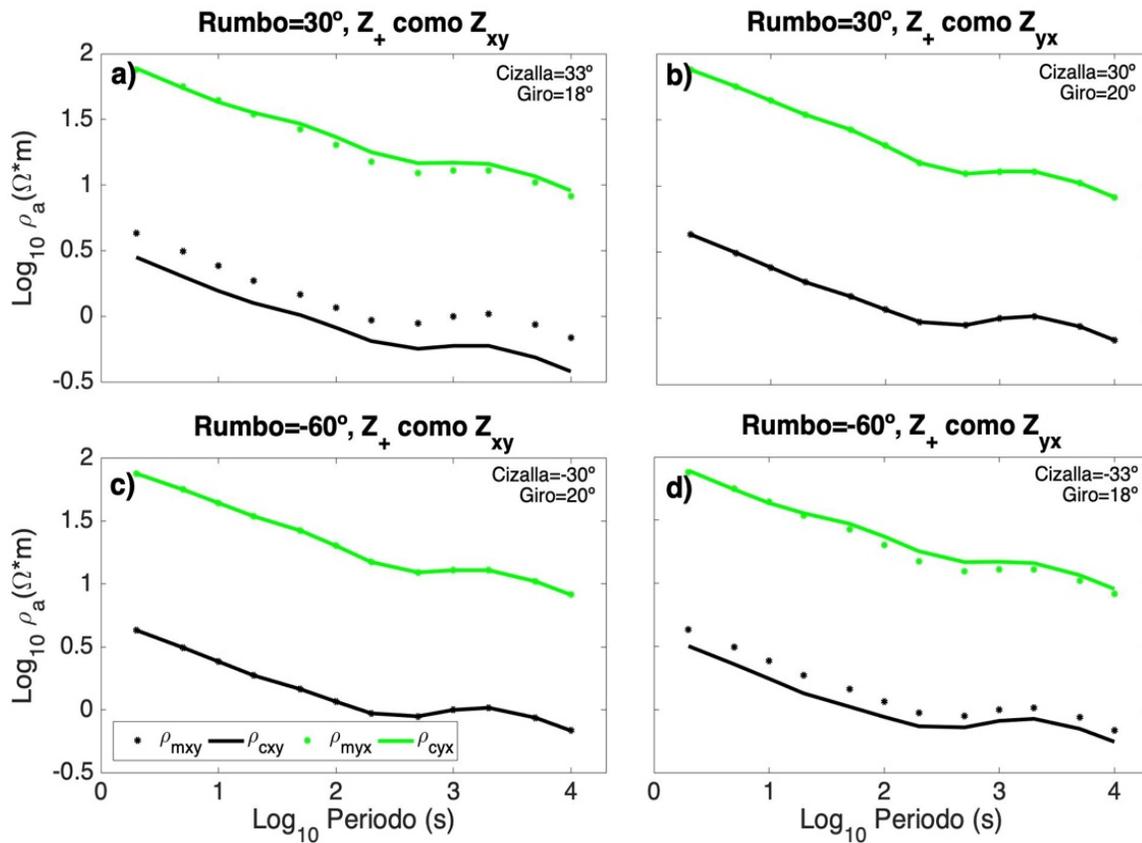


Figura 9. Comparación de los valores medidos y calculados para un rumbo de 30 grados: a) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Se presentan sólo las componentes principales xy y yx . Puede observarse que las resistividades calculadas en b) ajustan los datos. Esto significa que podemos asociar un rumbo de 30 grados con Z_+ como Z_{yx} .

3.4 Algoritmo #2: Optimización de giro y signo de cizalla

Se puede implementar un segundo y más práctico esquema considerando que el valor absoluto de cizalla se puede estimar de forma independiente como se describe en Muñiz et al. (2017). Las fases ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática dependen de la cizalla, pero Φ_{max} y Φ_{min} del tensor de fase no. En ambos casos las fases son invariantes ante rotación de coordenadas y se reducen en 2D a las fases del modo TE y TM. Para compararlos, simplemente ordenamos ϕ_+ y ϕ_- de acuerdo con sus valores máximo y mínimo para cada período y los comparamos con los máximos y mínimos de las fases del tensor de fase. La Figura 10 muestra el RMS de la diferencia para un rango de valores absolutos de cizalla de 0° a 44° . Se

puede observar que el mínimo del RMS recupera claramente el valor absoluto de cizalla esperado según los parámetros con los que se distorsionaron los datos.

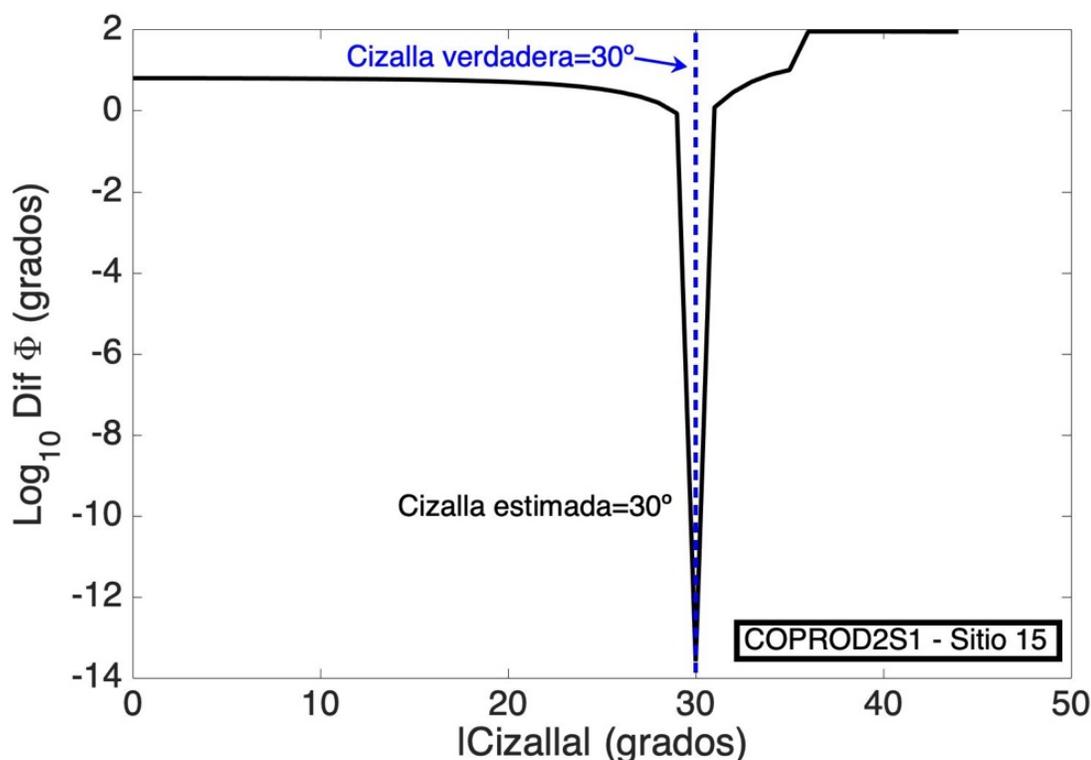


Figura 10. Estimación del valor absoluto de cizalla comparando las fases Φ_+ y Φ_- de la ecuación cuadrática con Φ_{max} y Φ_{min} del tensor de fase.

Ahora podemos proceder a optimizar el valor del giro considerando los dos posibles signos de cizalla. Esta es una operación más simple que en el algoritmo 1 pero debería conducir al mismo resultado y, de hecho, lo hace. La Figura 11a presenta valores de $\chi^2 \sim 10$ tanto para la cizalla positiva (línea negra) como negativa (línea roja). En este caso, ninguno de los dos signos permite un buen ajuste. Aquí la suposición es que para un rumbo de 30° Z_+ está asociada a Z_{xy} , lo cual es incorrecto además que los valores estimados de giro de 9° y 13° no son iguales al supuesto. Por otro lado, como se muestra en la Figura 11b, suponer para el mismo rumbo que Z_+ está asociado a Z_{yx} ofrece un mínimo más agudo y corresponde a la cizalla positiva de 30 grados (curva negra).

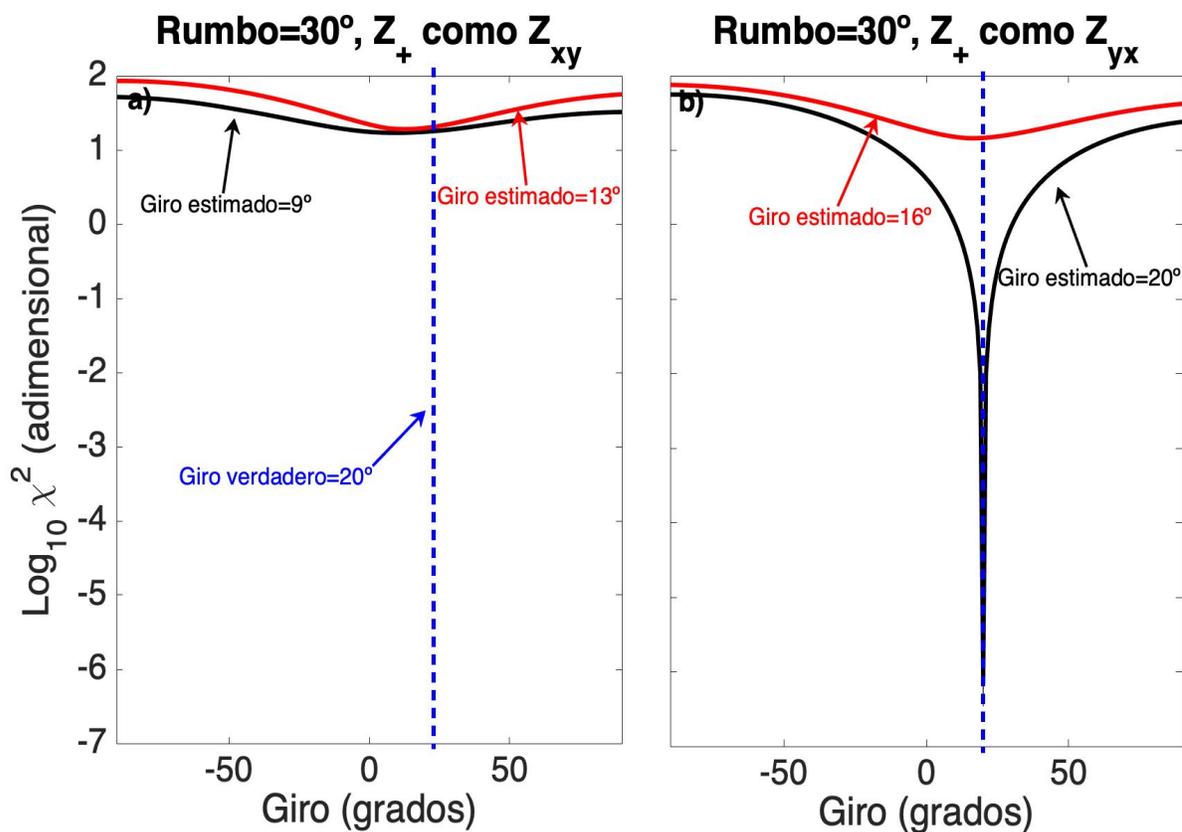


Figura 11. Funciones objetivas χ^2 para la estimación del giro asumiendo las dos posibilidades del signo desconocido de la cizalla. Las líneas negras en a) y b) representan las funciones para cizalla positivo y las líneas rojas para el valor negativo. El mínimo más bajo corresponde a la cizalla positiva correcta y la suposición correcta, es decir, Z_+ como Z_{yx} .

La Figura 12 muestra explícitamente que la elección para un rumbo de 30° debe ser Z_+ como Z_{yx} . Nuevamente, mostramos solo las resistividades aparentes asociadas con los componentes principales de Z_m . La Figura 12b corresponde a la suposición correcta y una cizalla positiva. En 12a, 12c y 12d todas las suposiciones son incorrectas.

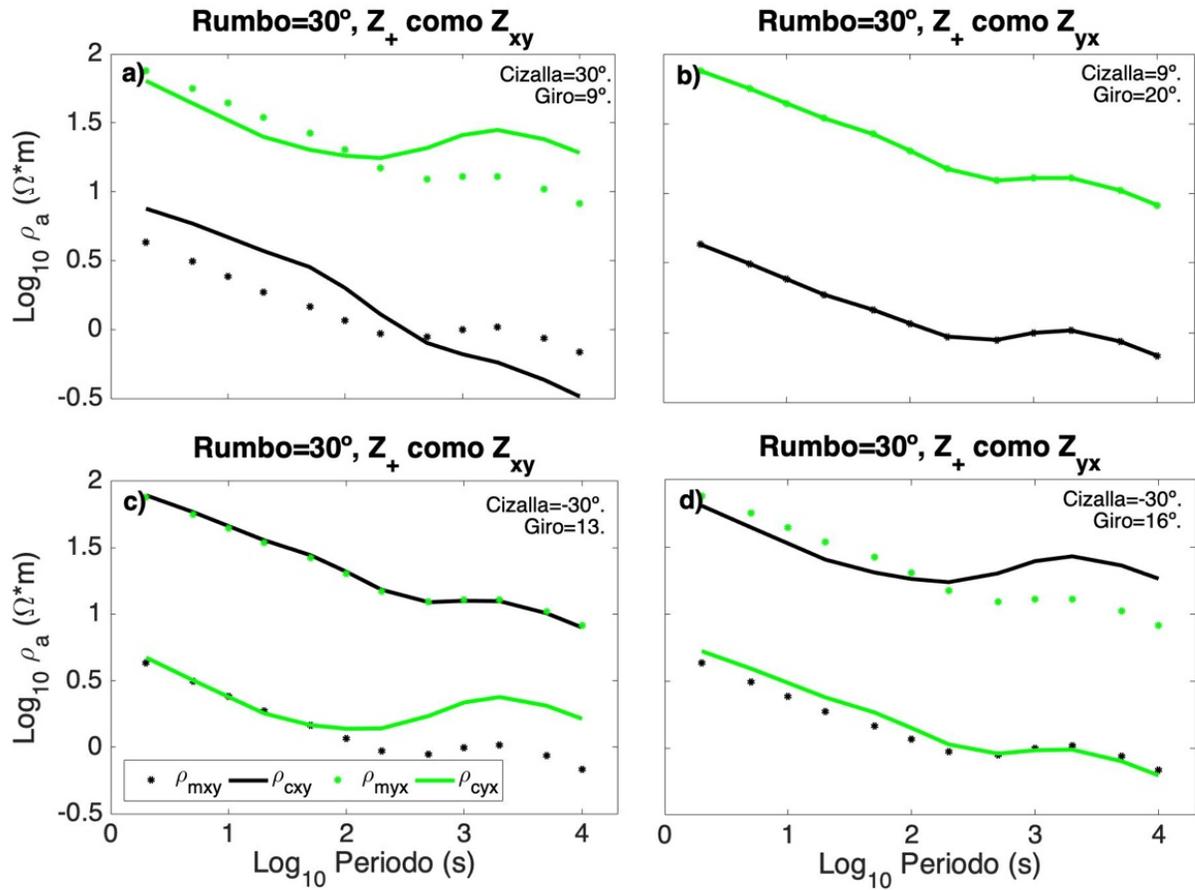


Figura 12. Comparación de los valores medidos y calculados para un rumbo de 30 grados: a) asumiendo que ρ_+ es ρ_{xy} y una cizalla positiva; b) asumiendo que ρ_+ es ρ_{yx} con cizalla positiva; c) asumiendo que ρ_+ es ρ_{xy} y una cizalla negativa; d) asumiendo que ρ_+ es ρ_{yx} con cizalla negativa. Se presentan sólo las resistividades correspondientes xy y yx . Puede observarse que las resistividades calculadas en b) ajustan los datos. Esto significa que podemos identificar un rumbo de 30 grados con Z_+ como Z_{yx} .

3.5 Algoritmo #3: Comparación de fases

Presentamos un tercer algoritmo basado en el modelo de Groom y Bailey; sin embargo, en este caso no se requiere ajustar los datos medidos. A partir de la descomposición original de la ecuación 26 multiplicamos en el lado izquierdo por R^T y en el derecho por R . El resultado es

$$R^T Z_m R = T S Z_{\pm}. \quad (53)$$

Los elementos diagonales del tensor \mathbf{Z}_{\pm} son ceros. Z_+ ocupa el lugar de Z_{xy} y Z_- el de Z_{yx} como anteriormente. Las matrices \mathbf{T} y \mathbf{S} son reales, así que su producto se puede escribir como

$$\mathbf{TS} = \begin{pmatrix} c & d \\ f & g \end{pmatrix}. \quad (54)$$

Las constantes c, d, f y g son reales, pero de cualquier forma son arbitrarias. La ecuación 53 se puede escribir como

$$\begin{pmatrix} Z_{Rxx} & Z_{Rxy} \\ Z_{Ryx} & Z_{Ryy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cZ_- & dZ_+ \\ fZ_- & gZ_+ \end{pmatrix}. \quad (55)$$

Los elementos Z_{Rij} del lado izquierdo corresponden a los elementos rotados de los datos medidos o distorsionados. El lado derecho nos dice como el giro y cizalla distorsionan las impedancias Z_+ y Z_- , y ya fueron corregidas por cizalla. El hecho de que las constantes c, d, f y g sean reales implica que el giro y cizalla afectan las magnitudes de Z_+ y Z_- pero no sus fases. Esto significa que sin importar los valores de distorsiones la fase de Z_+ debería ser la fase de Z_{Rxy} , si es que corresponde al valor de rumbo considerado. Si no, debe corresponder a la fase de Z_{Ryx} . La Figura 13 muestra la diferencia de fases entre las dos alternativas. No hay duda que para un rumbo de 30° Z_+ debe asociarse con Z_{Ryx} . Esto se debe a que la diferencia de sus fases es nula en comparación con la opción de asociar Z_+ con Z_{Rxy} .

En este punto cabe destacar que el rumbo no entra en el cálculo de las impedancias porque se ha determinado de forma independiente como se muestra en la Figura 7. Esto significa que los errores en la determinación del rumbo no se transfieren a errores en las impedancias. Esta es una de las principales diferencias entre los algoritmos propuestos y los enfoques estándar de ajustar los datos simultáneamente para todos los parámetros. Las curvas de resistividades aparentes y fases correspondientes al sitio 15 se muestran en la Figura 14. Comparamos las curvas de ρ_+ y ρ_- con las resistividades ρ_{TE} y ρ_{TM} y sus respectivas fases. Es claro que $\rho_+ = \rho_{TM}$, lo cual es el resultado con los tres algoritmos propuestos.

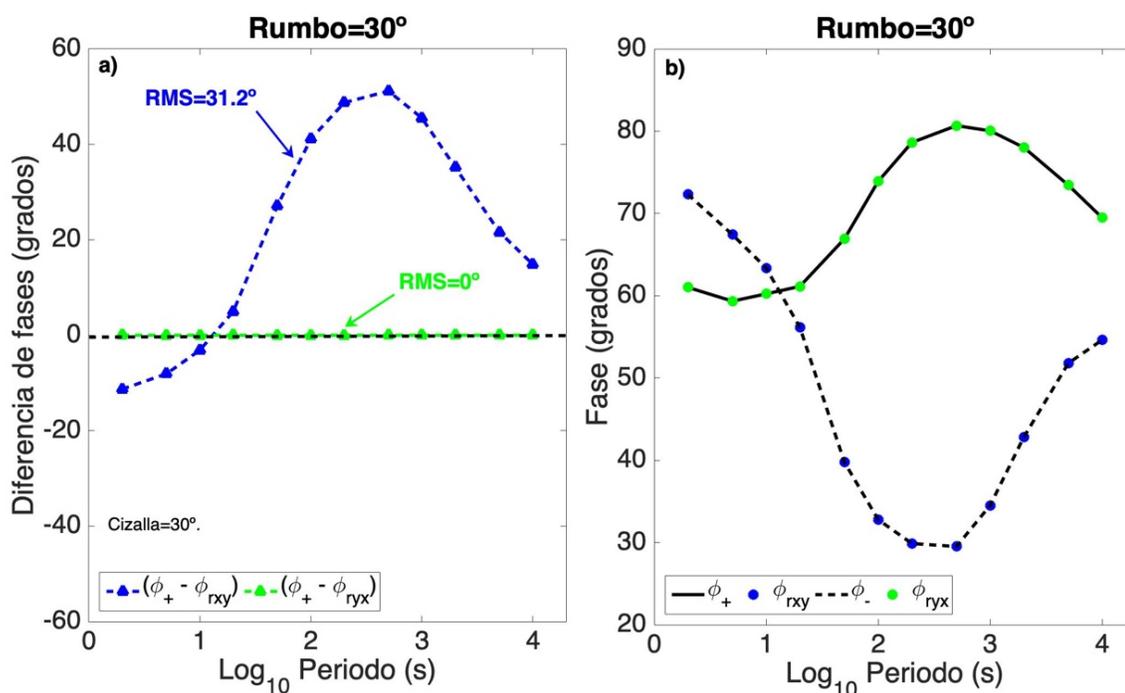


Figura 13. a) Diferencia de fases de Z_{Rxy} y Z_{Ryx} con ϕ_+ . b) Comparación explícita de fases para un rumbo de 30 grados asumiendo que ϕ_+ se asocia con la fase de Z_{Ryx} .

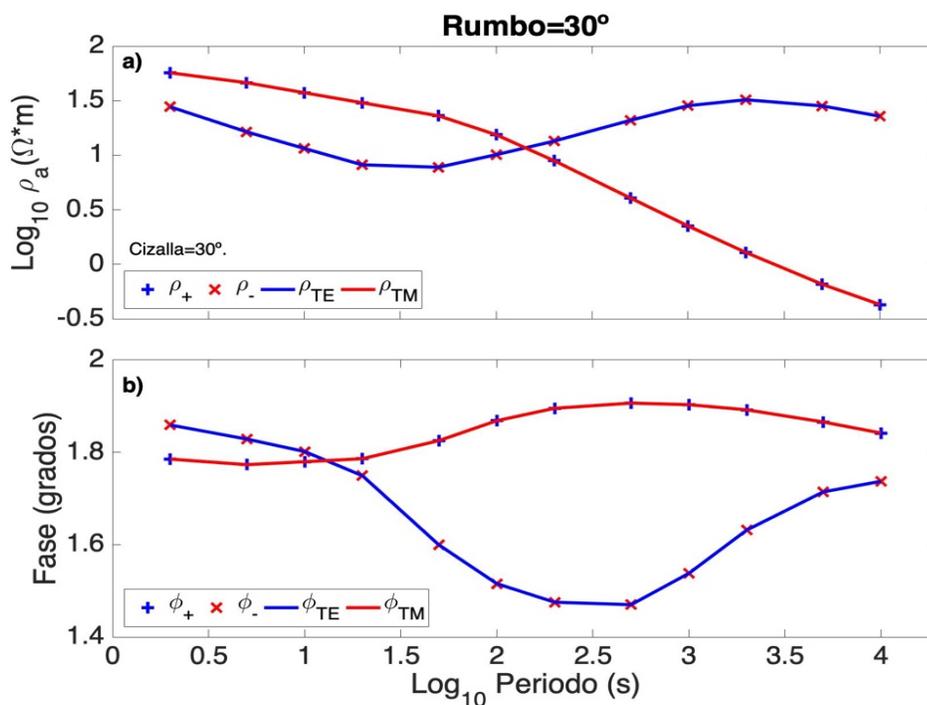


Figura 14. a) Resistividades aparentes no distorsionadas. Las cruces y equis corresponden a las calculadas a partir de la ecuación cuadrática con el valor de cizalla encontrado. Las líneas corresponden a los datos originales. Esta es la conclusión final, Z_+ es equivalente a Z_{TM} . b) fases correspondientes.

3.6 Resumen

Las impedancias no distorsionadas obtenidas a partir de invariantes ante rotación de coordenadas pueden ser acopladas al rumbo geoelectrico obtenido de forma independiente mediante la reformulación del tensor de fase. Los tres algoritmos expuestos en este capítulo se ejemplificaron con datos sintéticos con muy poco ruido aleatorio. El primer algoritmo considera un ajuste directo a los datos encontrando los parámetros de distorsión giro y cizalla que satisfacen el modelo de Groom y Bailey, en este sentido se trata de un algoritmo numérico aunque las impedancias 2D se estiman de forma semianalítica. El segundo optimiza solo sobre el valor de giro una vez que la cizalla se calcula previamente de forma independiente. Por último, el tercer algoritmo se basa en una comparación de fases entre los invariantes y los datos medidos una vez que se rotan al sistema de coordenadas apropiado. Los tres esquemas proveen una solución binaria, dado que el problema se reduce a decidir qué par de invariantes se corresponden entre sí, es decir, cuando Z_+ es equivalente a Z_{TE} o cuando Z_+ es equivalente a Z_{TM} según el valor de rumbo calculado. En el capítulo siguiente se revisa la viabilidad de aplicar el algoritmo #1 a datos sintéticos con ruido y datos de campo.

Capítulo 4. Robustez y estabilidad del algoritmo #1

En este capítulo discutimos los resultados al aplicar el algoritmo #1 a tres distintos conjuntos de datos. Mostramos su viabilidad, robustez y algunas particularidades. El primer conjunto de datos es el ya expuesto COPROD2S1 que corresponde a un modelo sintético 2D. En este caso, los datos son contaminados con ruido aleatorio de forma que representan mejor un caso real. El segundo conjunto llamado far-hi, fue presentado por Groom y Bailey (1991) y contiene las respuestas de amplitudes y fases de una estructura 2D en presencia de distorsiones galvánicas 3D. Las distorsiones son simuladas por un modelo físico de una semiesfera conductora cerca del lugar donde se suponen las mediciones. Este conjunto de datos se utiliza normalmente para probar cualquier nuevo método o estrategia de solución al problema de las distorsiones. Por último, utilizaremos el conocido conjunto de datos BC87 introducido por Jones et al. (1988) y Jones (1993). Este conjunto corresponde a un levantamiento magnetotelúrico en veintisiete sitios a lo largo de un perfil de 150 km al sureste de British Columbia. Estos datos están distorsionados fuertemente, y debido a sus fases anómalas y otras peculiaridades son usados regularmente para demostrar los efectos de distorsión y procedimientos de análisis (Jones et al., 1993; Eisel y Bahr, 1995; Chave and Jones, 1997; Gómez-Treviño et al., 2013). En este capítulo trataremos particularmente con el sitio *lit902*.

4.1 Ejemplo sintético con distorsiones y ruido

En el capítulo 3 utilizamos datos con errores aleatorios muy pequeños. La Figura 15 muestra la contraparte a la Figura 6b y 6e, es decir, las resistividades aparentes y fases para el mismo sitio pero en este caso con errores del 5%. Puede observarse que el ruido es más notorio en la componente $\gamma\gamma$, en particular, en los primeros cuatro períodos. Es precisamente para estos cuatro períodos que Bravo-Osuna et al. (2021) reportan rumbos muy inestables cuando se utiliza la fórmula analítica derivada del tensor de fase.

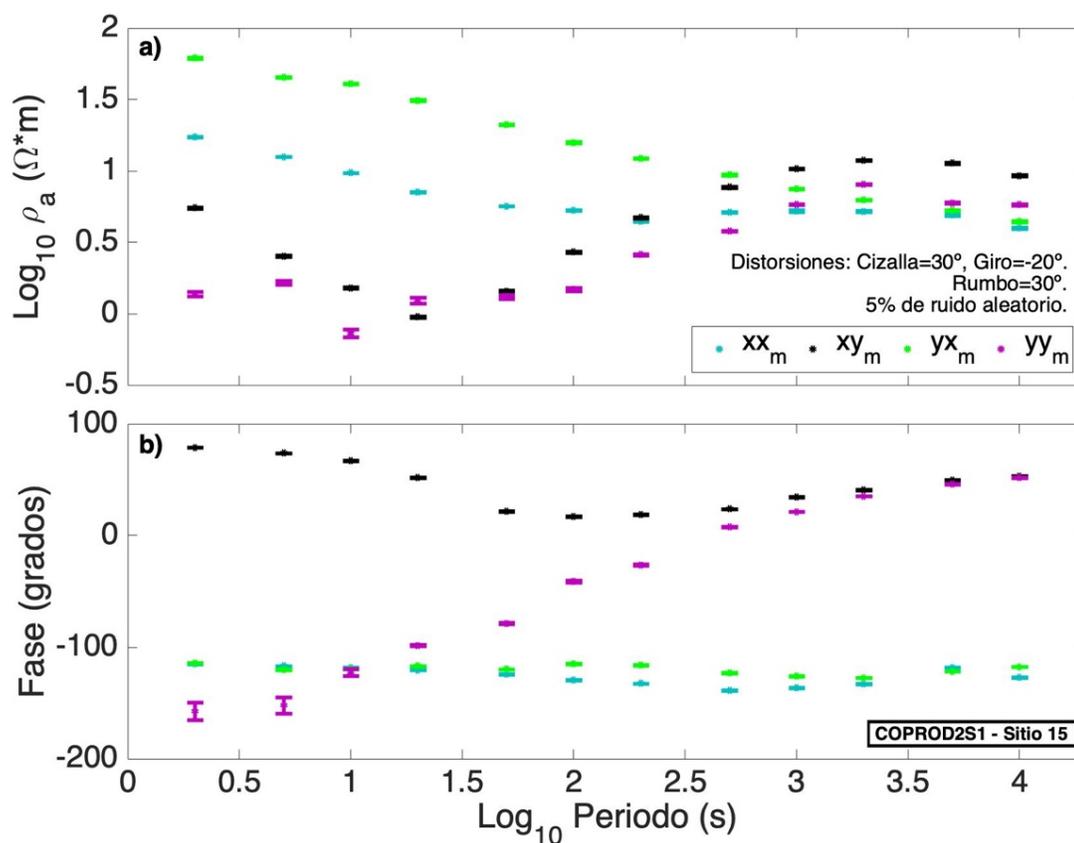


Figura 15. Resistividades aparentes y fases correspondientes al sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1. Se asumieron distorsiones con valores de giro $=20^\circ$, cizalla $=30^\circ$ y rumbo $=30^\circ$. Se agregó ruido aleatorio de 5% de las impedancias principales xy and yx .

La Figura 16 presenta las funciones de penalización R_{TF} de la ecuación 46 para calcular el ángulo de rumbo utilizando los doce periodos disponibles simultáneamente. En este caso, sólo muestreamos para valores de $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. El rumbo se estima a partir del promedio de 100 realizaciones en las cuales se busca el mínimo de R_{TF} , el resultado es $30.49^\circ \pm 0.09^\circ$.

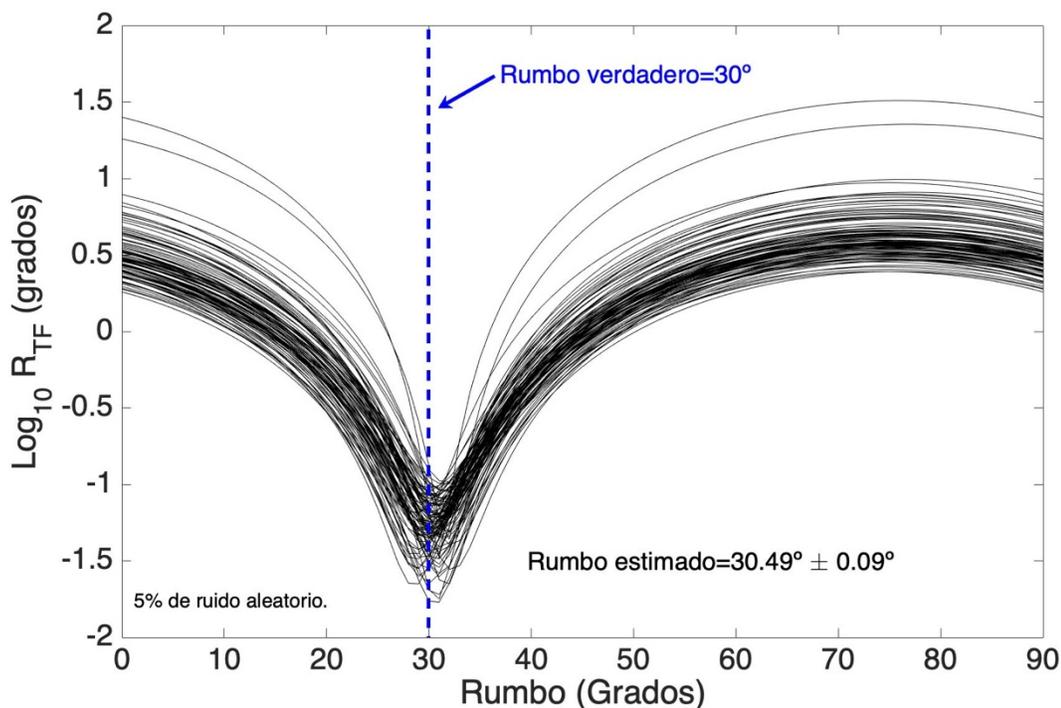


Figura 16. Estimación del rumbo utilizando la ecuación 46 para todos los períodos simultáneamente. Se presentan 100 realizaciones asociadas y el rumbo es el promedio de éstas.

Lo siguiente es ajustar los datos al modelo de distorsión de Groom y Bailey sustituyendo las impedancias Z_{\pm} junto con el rumbo encontrado. Buscamos los mínimos valores de χ^2 para obtener la cizalla y el giro óptimos. Nuevamente, el proceso se realiza 100 veces; en cada realización se agrega ruido de 5% a los datos. El promedio de estas realizaciones determinan los valores de los parámetros que se muestran en los contornos de la Figura 17. Estos contornos corresponden a la última realización. Puede verse que, la diferencia entre los ajustes en 17a y 17b no es tan clara como en el caso sin ruido. De cualquier forma, los valores estimados de cizalla y giro en 17b son muy cercanos a los reales (líneas punteadas negras), dando el mejor ajuste. Esta solución corresponde a la suposición de que Z_+ es equivalente a Z_{yx} , que es como debe ser según la Figura 6. En el caso contrario, cuando se asume que Z_+ es Z_{xy} , los valores de cizalla y giro no son tan bien determinados dando lugar a un peor ajuste.

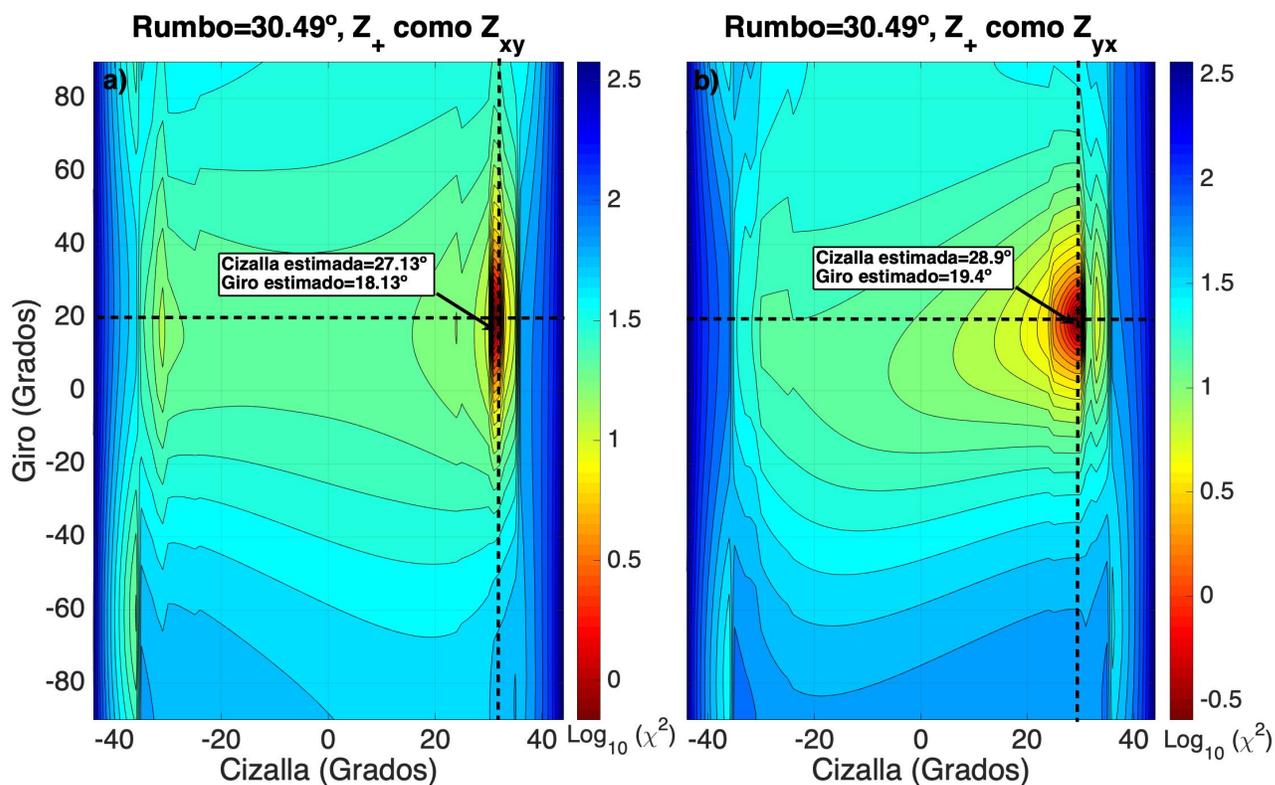


Figura 17. Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 30.49° y Z_+ como Z_{xy} muestra un mal ajuste. b) Rumbo de 30.49° y Z_+ como Z_{yx} con un pequeño desajuste. El mínimo corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla.

La Figura 18 muestra explícitamente que para el rumbo estimado, la relación correcta debe ser Z_+ con Z_{yx} . Mostramos sólo las resistividades aparentes asociadas de los elementos principales de Z_m . La elección incorrecta presentada en la Figura 18a muestra un desajuste de las dos componentes, mientras que la elección correcta de la Figura 18b muestra un mejor ajuste, sobretodo en la componente yx .

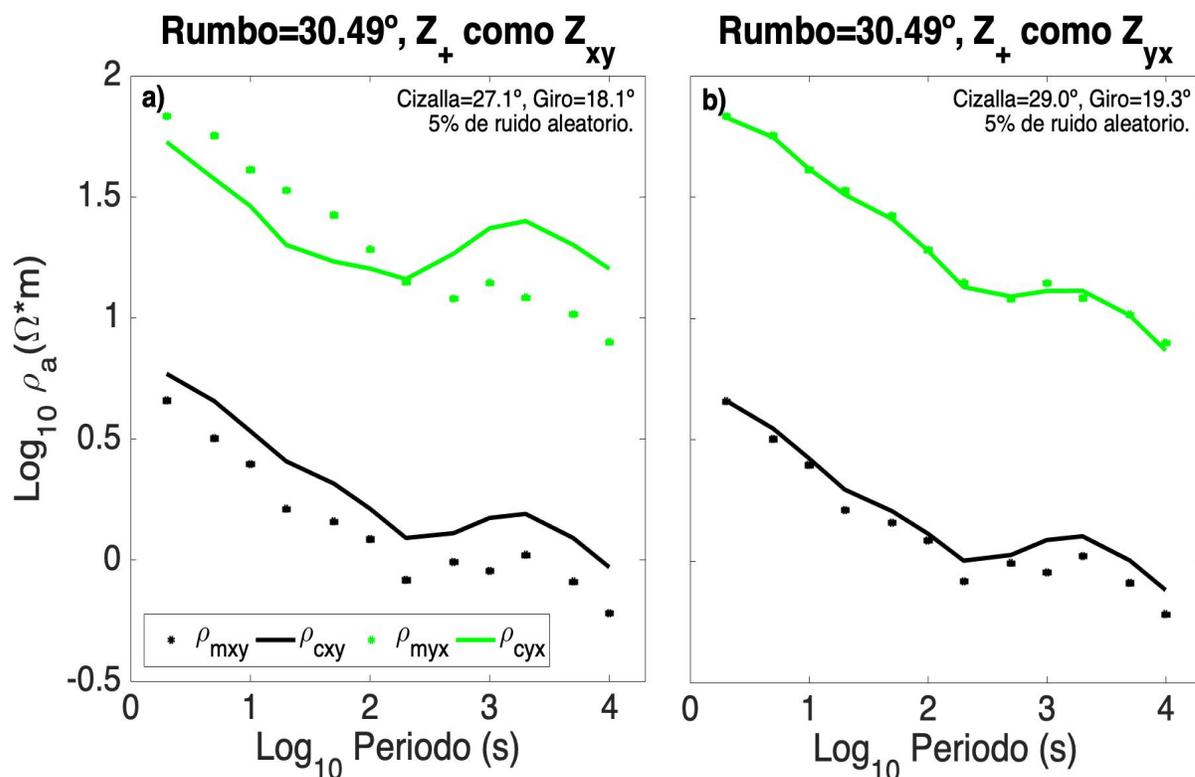


Figura 18. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 30.49° . a) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx .

En general los parámetros de distorsión no son de interés, pero en nuestro caso las curvas de resistividades aparentes y fases de la Figura 19 dependen de la cizalla estimada. Aún así, si lo que deseamos es relacionar un rumbo a los invariantes, el resultado no depende de la exactitud en la estimación de los parámetros. Se puede demostrar que al incrementar el número de realizaciones también se incrementa la precisión en los parámetros estimados, pero la solución binaria sería la misma. Al final, esta solución provista por el algoritmo #1 se resume en la Figura 19, Z_+ es equivalente a Z_{TM} y Z_- es equivalente a Z_{TE} con un rumbo geoelectrico asociado de 30.49° . Mostramos la comparación entre los datos originales y las estimaciones de resistividades aparentes y fases de la ecuación cuadrática utilizando la cizalla encontrada mediante el algoritmo #1.

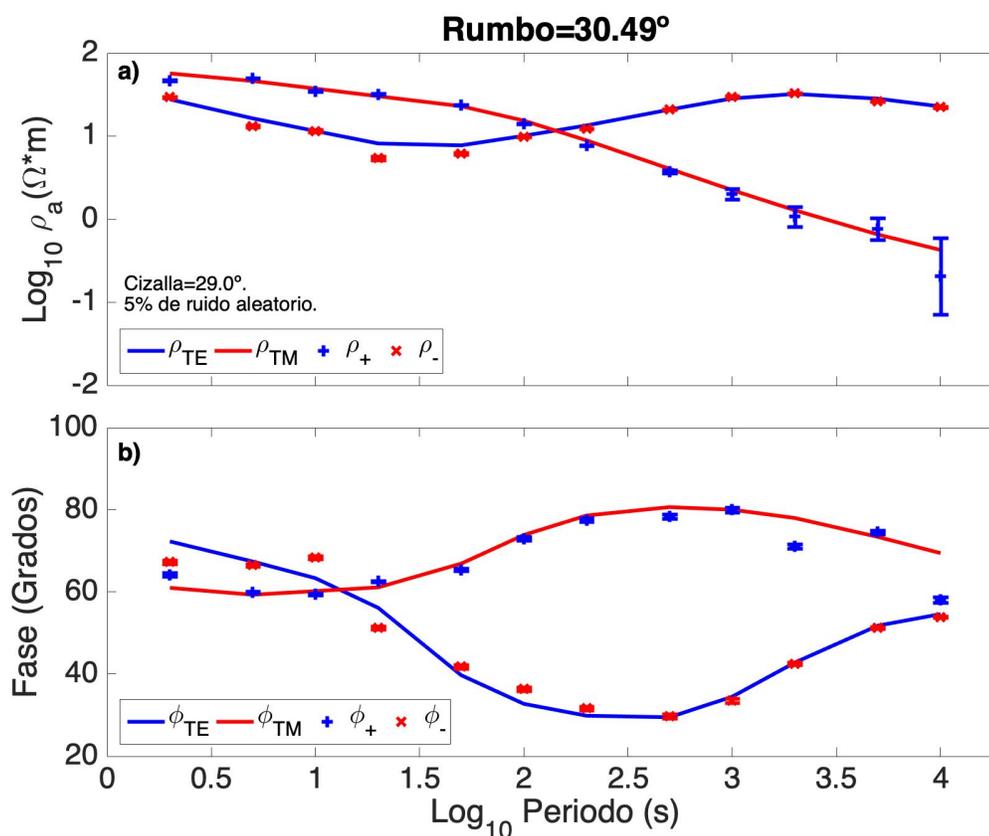


Figura 19. Resistividades aparentes y fases del sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1. Las líneas continuas representan los datos originales, las cruces y equis los valores estimados a partir de la ecuación cuadrática para la cizalla encontrada de la Figura 17b.

4.2 Conjunto far-hi

El conjunto de datos FARHI fue introducido por Groom y Bailey (1991). El término “far” se refiere a que el sitio está situado lejos de un contacto vertical y el término “hi” se refiere al nivel de ruido, el cual es de 2% en las impedancias principales (equivalente a 4% en la resistividad aparente y de 1 grado en la fase). Contiene las respuestas magnetoteléuricas de un modelo bidimensional en presencia de distorsiones 3D para 25 periodos. Es un conjunto de datos sintéticos creados a partir de un modelo físico que consiste en una falla 2D como estructura de interés y una semiesfera conductora como anomalía 3D. En el Apéndice describimos las ecuaciones del modelo físico y las características del problema experimental numérico. Las resistividades aparentes y fases correspondientes a este conjunto se grafican en la Figura 20.

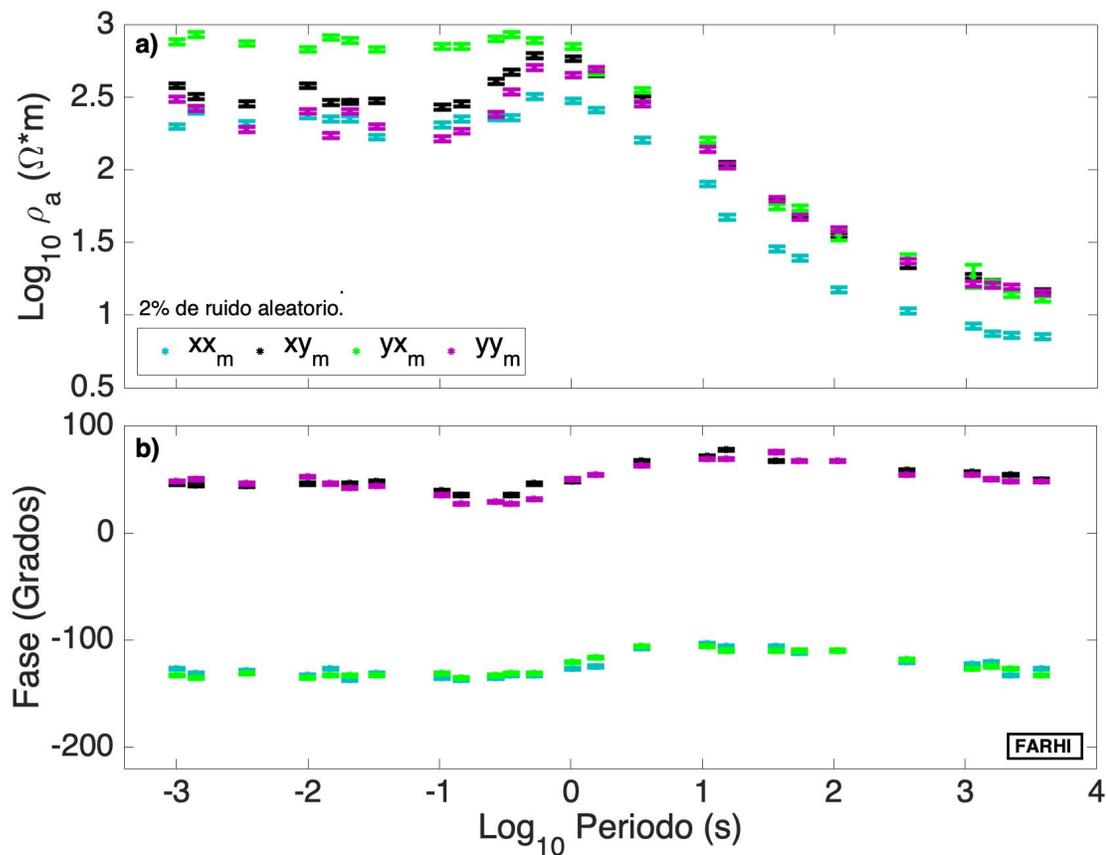


Figura 20. Gráficas de las resistividades aparentes medidas y sus respectivas fases para el conjunto de datos Far-hi.

Como en el caso anterior, comenzamos estimando el rumbo utilizando la ecuación 46. Para obtener el ángulo muestreamos θ entre 0 y 90 grados. Utilizamos nuevamente bootstrapping, es decir, hacemos 100 diferentes realizaciones que se muestran en la Figura 21 y a partir de ellas calculamos la media y desviación estándar, este método se utiliza frecuentemente para aproximar la varianza de un análisis estadístico. El rumbo promedio obtenido es $40.7^\circ \pm 0.4^\circ$.

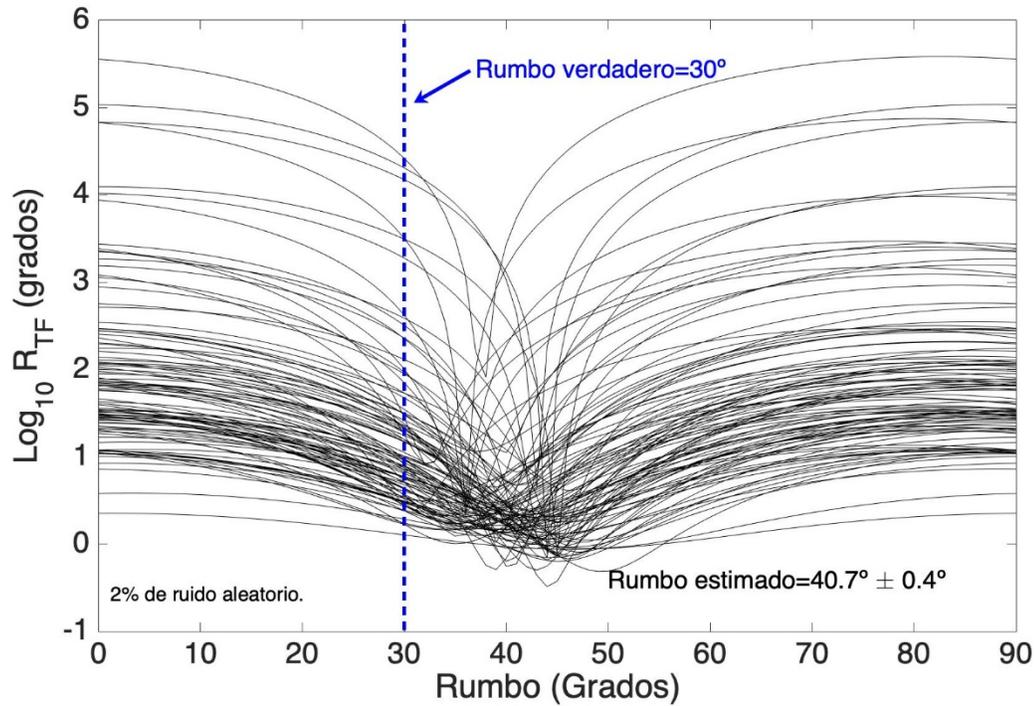


Figura 21. Estimación del rumbo a partir de la ecuación 46. El muestreo se realiza de 0° a 90° . Cada curva corresponde a una realización. Los valores de rumbo corresponden a la media de 100 realizaciones.

Una vez conocido el rumbo, ajustamos los datos al modelo de distorsión. Las curvas de nivel de la función χ^2 en la Figura 22a ofrecen un mínimo bien definido, en este caso se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ y los ángulos de cizalla y giro calculados son $\theta_e = 24.38^\circ$ y $\theta_t = -12.54^\circ$, respectivamente. Por otro lado, en la Figura 22b cuando suponemos que $Z_+ = Z_{yx}$, los contornos no son bien definidos mostrando aproximadamente dos mínimos. Los valores obtenidos en este caso son $\theta_e = 35.31^\circ$ y $\theta_t = -16.46^\circ$. Para este mismo conjunto de datos Muñiz-Gallegos (2017) encuentra un rumbo de $33^\circ \pm 1^\circ$ y una cizalla de 32° . Otros autores como Chave & Jones (2012) reportan un rumbo regional de 30° y valores de cizalla= 30° y giro= -12° .

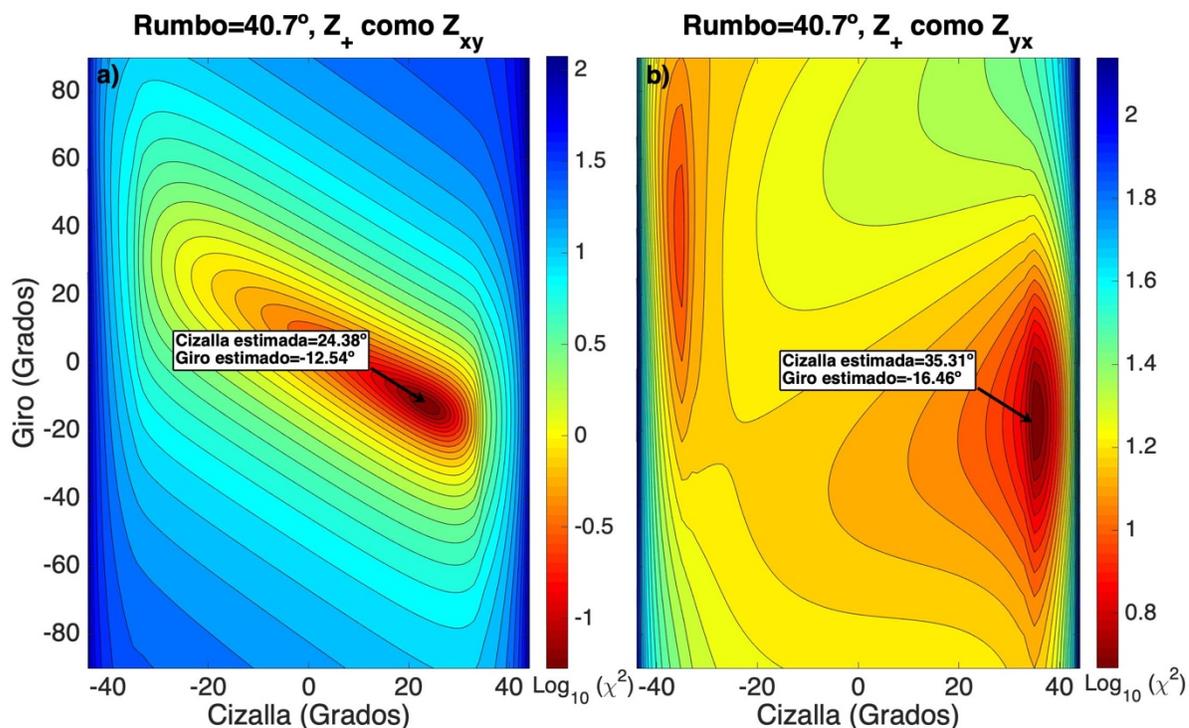


Figura 22. Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 40.7° y Z_+ como Z_{xy} mostrando un buen ajuste. b) Rumbo de 40.7° y Z_+ como Z_{yx} con un desajuste.

Los ajustes explícitos del modelo de distorsión a los datos se visualizan en la Figura 23. En ambos casos el rumbo es 40.7°, la diferencia la marca la asociación entre invariantes. En el primer caso, se considera que $Z_+ = Z_{xy}$ y se muestra en la Figura 23a. La otra asociación posible sería que $Z_+ = Z_{yx}$ pero no puede ser correcta ya que muestra un mayor desajuste en los datos (Figura 23b). Las curvas de resistividades aparentes y fases de los invariantes se grafican en la Figura 24. Podemos ver que para el modo TM se recuperan mejor las resistividades pero no las fases pues presentan dispersión. También puede observarse en el modo TE que las resistividades presentan errores grandes y las fases dispersión sobre todo para los últimos periodos. Estos mismos resultados se reportaron en Groom y Bailey (1991).

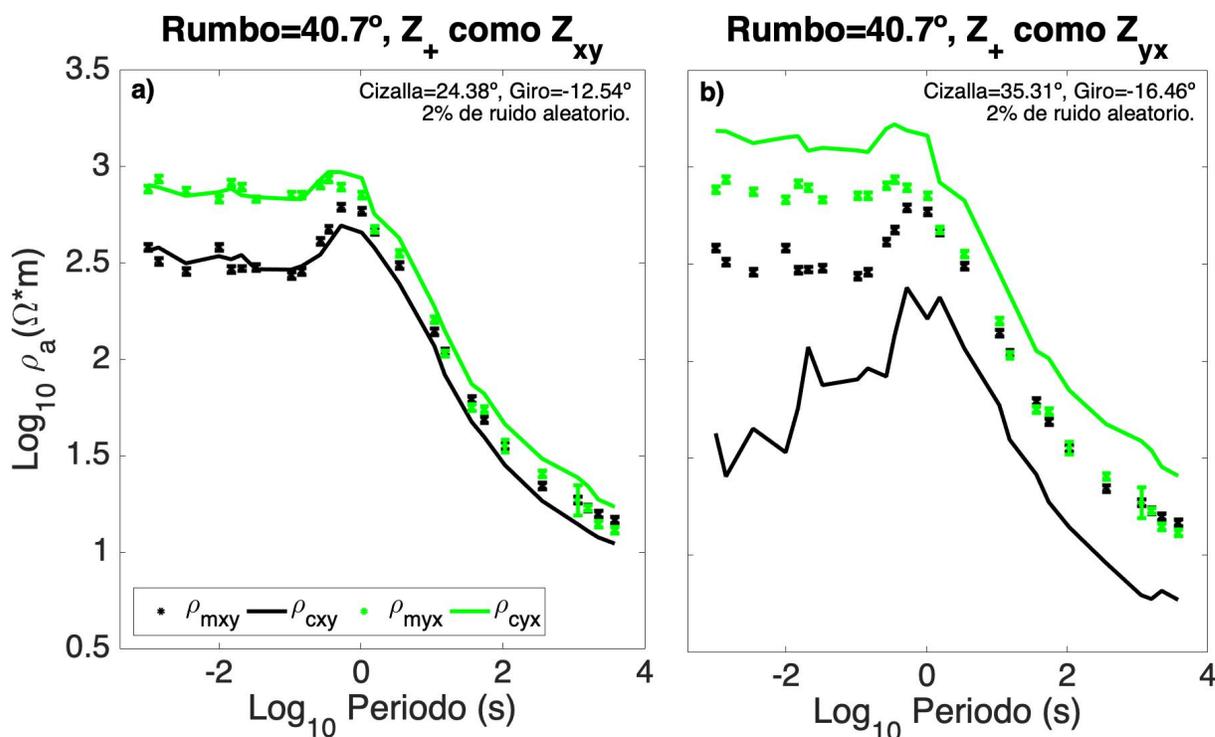


Figura 23. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 40.7°. a) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx .

Las soluciones encontradas con el algoritmo #1 cumplen con el objetivo de esta tesis, esto es, relacionar los invariantes Z_{\pm} con los modos TE y TM para un rumbo dado. Aún así, los resultados muestran un sesgo con respecto a los valores reportados por otros autores. Estos errores los relacionamos con que al tratar de ajustar el modelo de Groom y Bailey, si tenemos un rumbo que está mal determinado (como el mostrado en la Figura 21), propagará los errores al cálculo de la cizalla y el giro. Por lo que a continuación exploraremos otras soluciones cuando se tienen datos muy ruidosos.

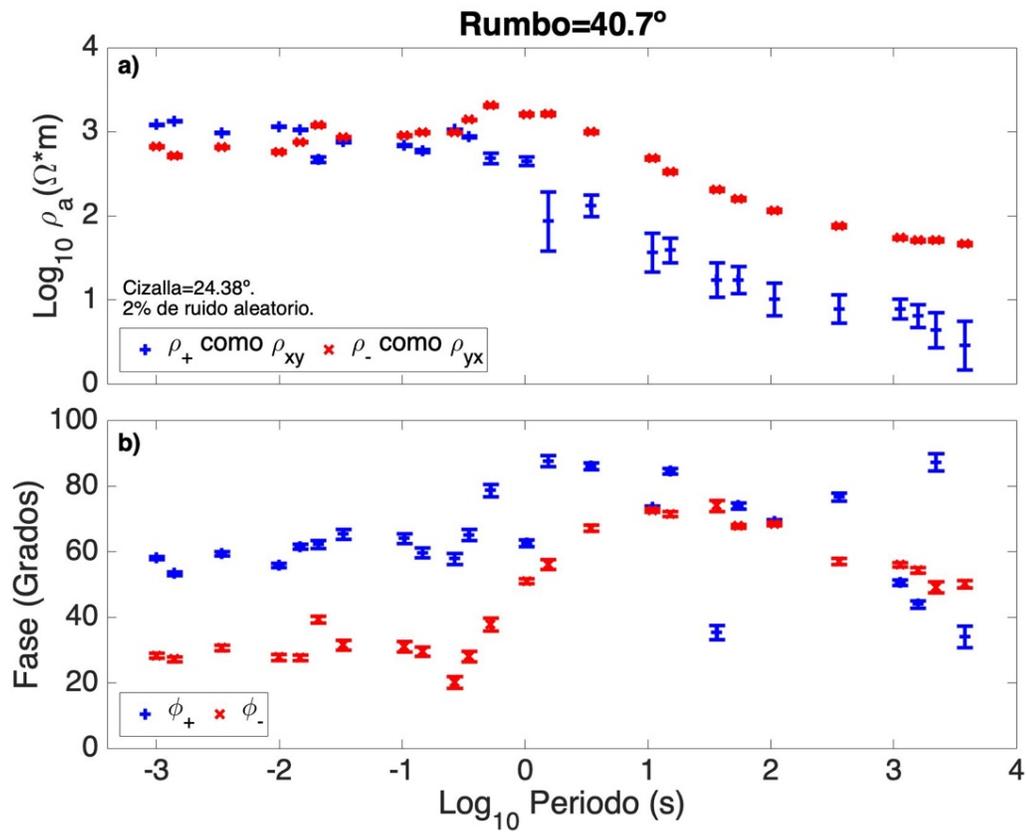


Figura 24. a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} relacionadas con los modos TE y TM. b) Respectivas fases del inciso a).

Existen otros métodos para estimar el rumbo, utilizaremos el expuesto en Muñiz-Gallegos et al. (2017), que consiste en pre-rotar los datos para buscar rumbos más estables. Puede hacerse con todos los periodos a la vez o uno a uno. En la Figura 25 mostramos la estimación de un rumbo variable mediante diferentes métodos. El valor mediante STRIKE es el reportado por Chave & Jones (2012). Este valor se calculó para todos los periodos a la vez pero aquí se muestra como referencia de rumbo verdadero.

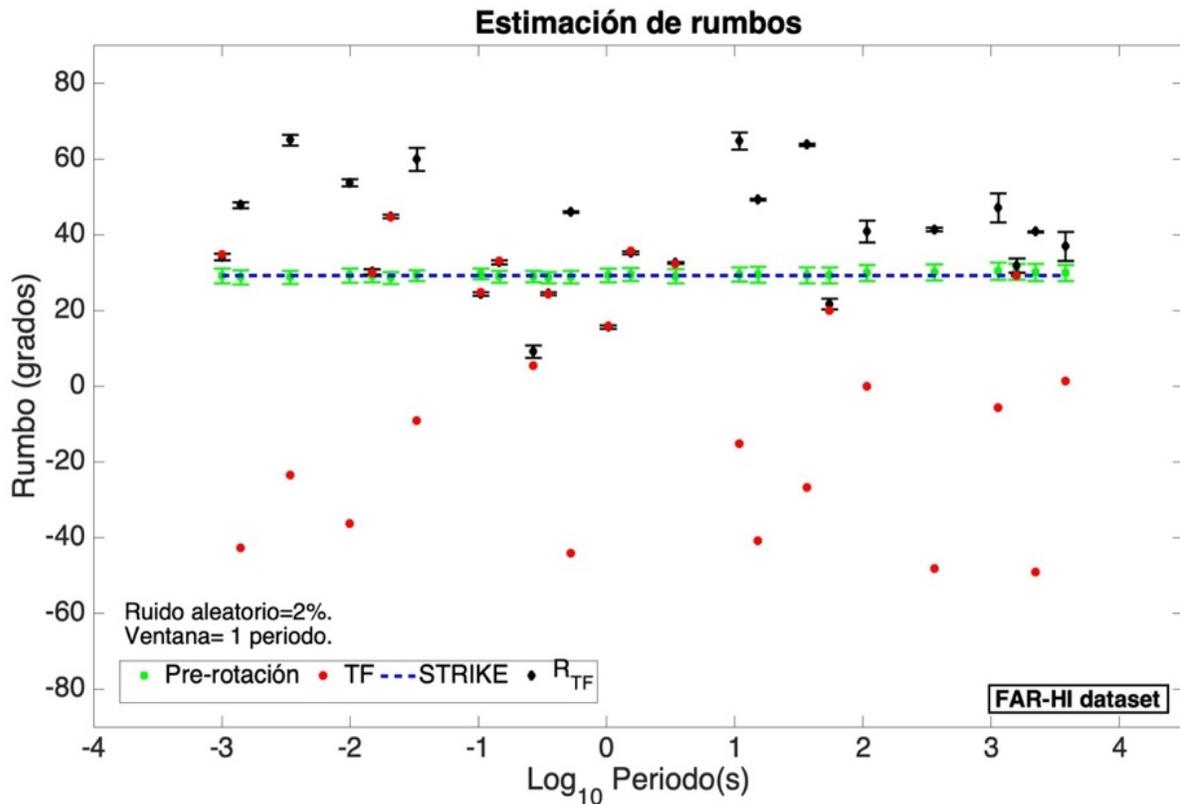


Figura 25. Estimación del rumbo periodo a periodo usando diferentes métodos. Pre-rotación, TF: Tensor de fase (ecuación 31), Algoritmo STRIKE (McNiece & Jones, 2001), R_{TF} : reformulación del tensor de fase (ecuación 46).

Es claro que el rumbo estimado a partir de la pre-rotación es el más estable, usaremos este resultado para minimizar la función χ^2 en búsqueda de los ángulos de distorsión óptimos. Las curvas de nivel de la Figura 26 presentan mínimos bien definidos en ambos casos, sin embargo el mejor corresponde a la suposición de que $Z_+ = Z_{xy}$ (Figura 26a). En este caso, la solución satisface los valores de cizalla y giro esperados. Podemos observar que al comparar estos valores con los de la Figura 22a, la cizalla aumenta pero el giro no cambia. También debemos notar que la cizalla encontrada en la Figura 26b no cambió mucho con respecto al valor del mínimo de la Figura 22b, mas sí mejoró la estimación del giro. Es decir, existe una relación muy directa entre las distorsiones y el rumbo en el modelo de Groom y Bailey.

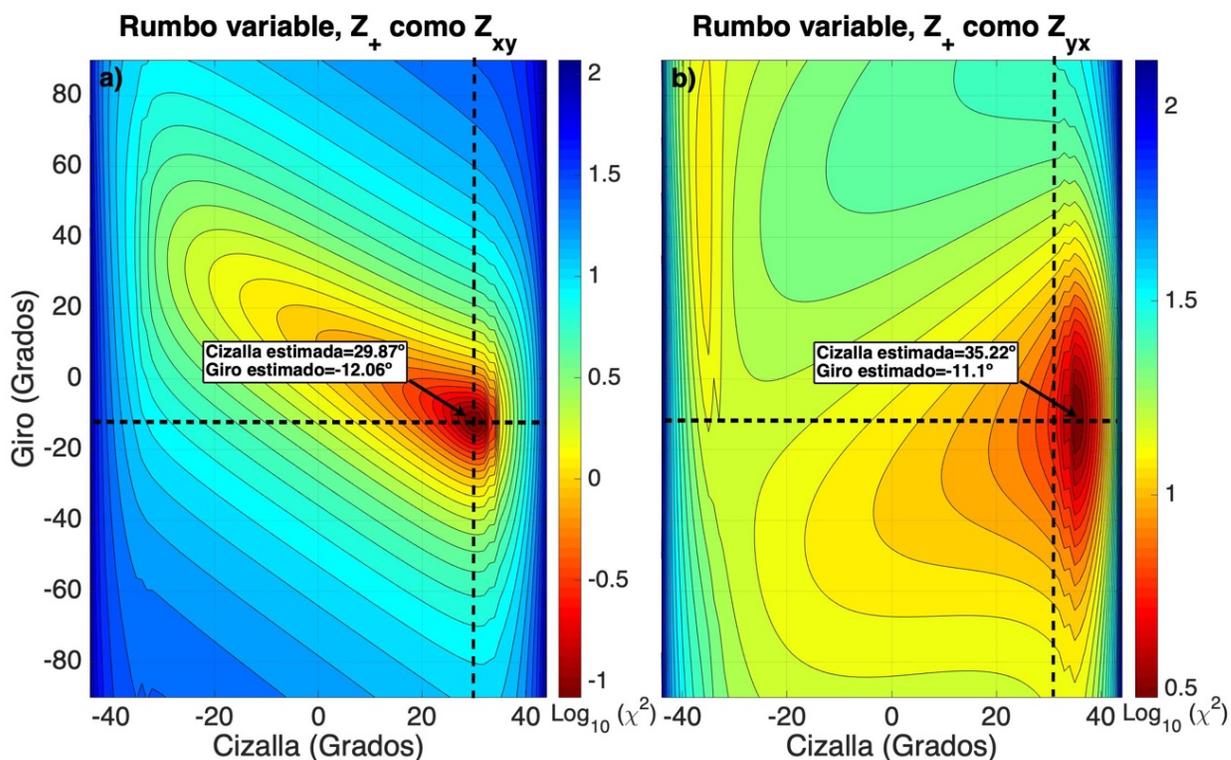


Figura 26. Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión con un rumbo variable. a) Suponiendo que Z_+ es equivalente a Z_{xy} , mostrando un buen ajuste. El mínimo en este caso corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla. b) Suponiendo que Z_+ equivale a Z_{yx} se muestra un desajuste.

Los ajustes explícitos utilizando los valores resueltos de giro y cizalla de los modelos de la Figura 26 se ilustran en la Figura 27. Es claro que la asociación correcta entre invariantes corresponde a suponer que Z_+ debe ocupar el lugar de Z_{xy} en el tensor de impedancias magnetoteléurico pues presenta el mejor ajuste (Figura 27a).

Las resistividades aparentes y fases 2D para el conjunto de datos far-hi se presentan en la Figura 28. Podemos notar que ambos modos están mejor resueltos presentando más estabilidad y errores más pequeños que en el caso de la Figura 24. En ambas Figuras Z_+ corresponde al modo TE.

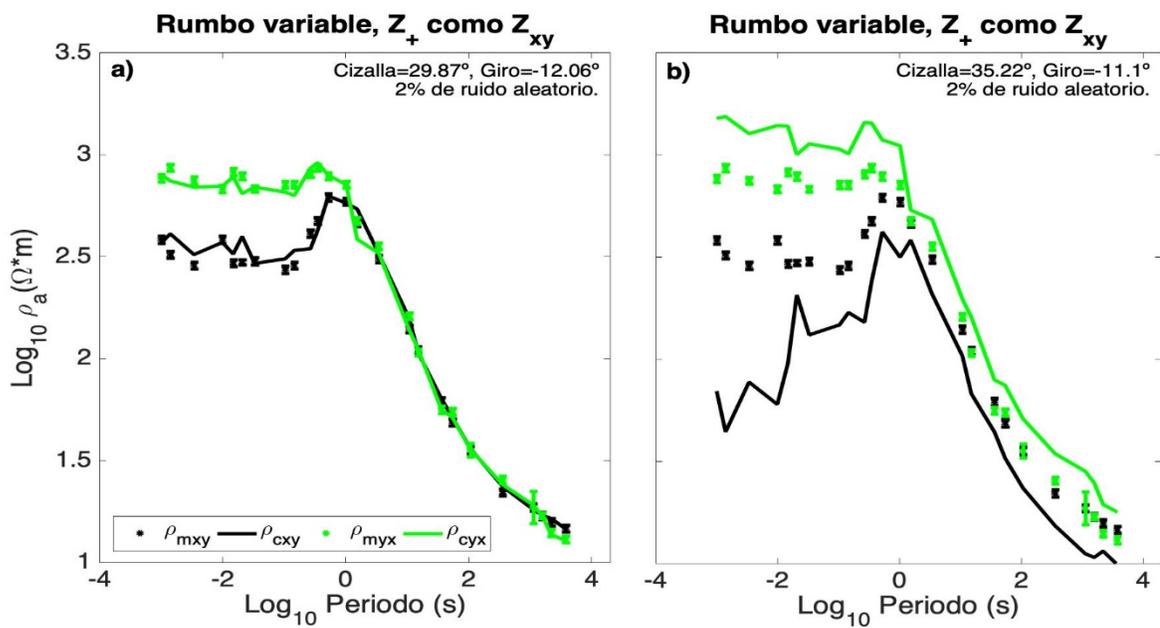


Figura 27. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para el rumbo variable de la Figura 24 mediante el método de pre-rotación. a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx .

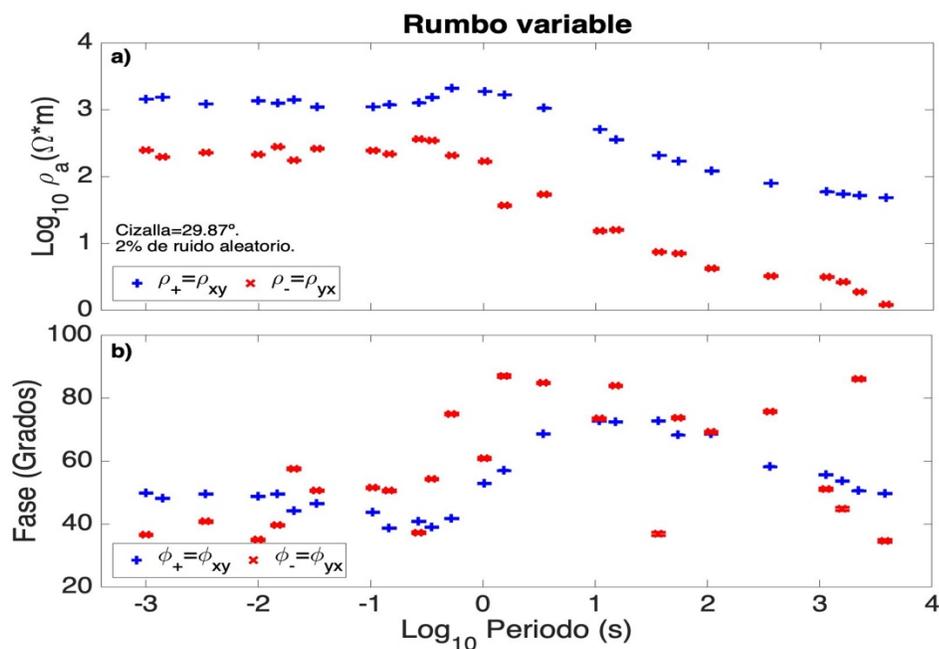


Figura 28. a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} relacionadas con los modos TE y TM. b) Respectivas fases del inciso a.

Si los valores de rumbo, cizalla y giro están sesgados ¿cómo se afectan las impedancias invariantes Z_{\pm} ? La ecuación cuadrática es inmune al rumbo y giro; no obstante, depende del valor de cizalla. En la Figura 29 se grafican las resistividades aparentes ρ_{\pm} y sus fases correspondientes con un rumbo de 40.7 grados. Estas resistividades y fases son calculadas utilizando la ecuación cuadrática con dos distintos valores de cizalla, el verdadero de 30° y el estimado de 24.4°. Podemos observar que la resistividad ρ_{+} está mejor determinada que ρ_{-} , en realidad las curvas ρ_{-} son paralelas entre sí, lo que podría interpretarse como un efecto de estática. En ambos casos las fases están bien resueltas y no difieren entre sí. En conclusión, el algoritmo #1 permite la estimación de las impedancias invariantes y la correcta asociación a los modos TE y TM para un rumbo cualquiera.

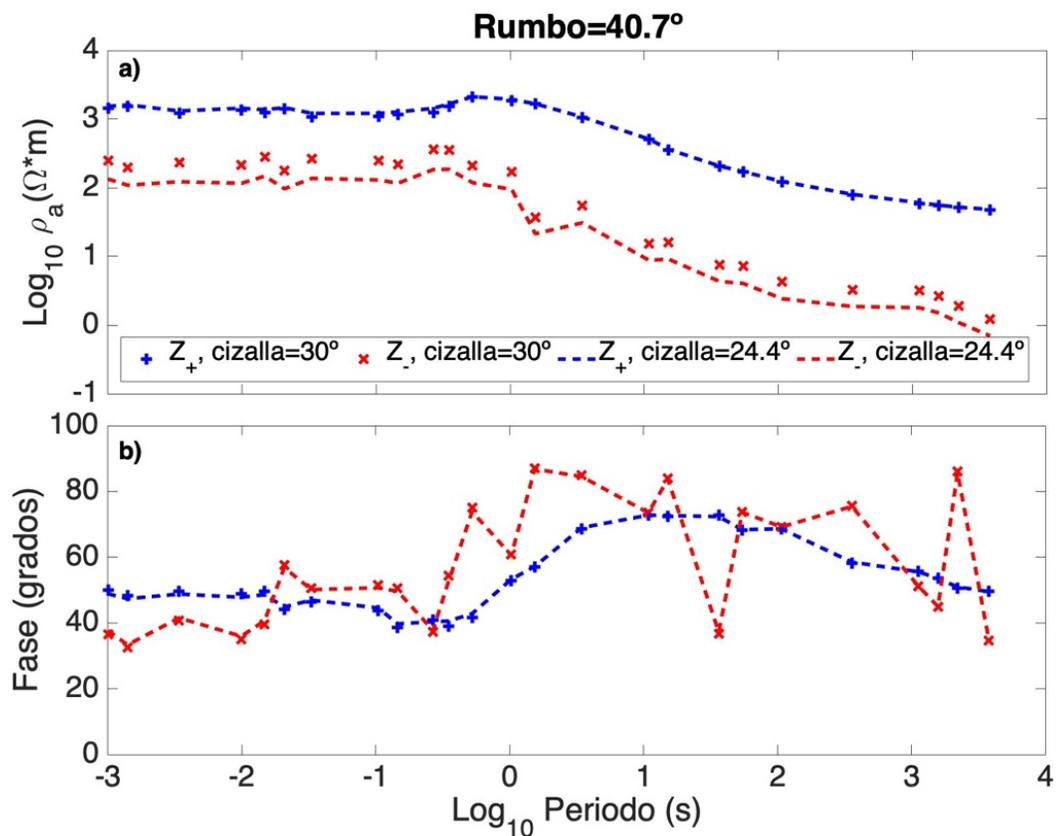


Figura 29. a) Comparación de resistividades aparentes ρ_{\pm} calculadas a partir de dos distintos valores de cizalla. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a).

4.3 Sitio lit902: Caso real

El sitio *lit902* pertenece al conjunto de datos BC87. Se encuentra situado sobre un complejo de rocas metamórficas y se han reportado efectos 3D de tipo inductivos para este sitio (Jones et al., 1993; Chave & Jones, 1997). Las resistividades aparentes y fases correspondientes se presentan en la Figura 30. Podemos observar efectos de las distorsiones galvánicas. Existen cuatro curvas en lugar de tres. Además para periodos menores a 0.01 s y mayores a 100 s, se observan errores más grandes en los datos, provenientes de efectos de ruido.

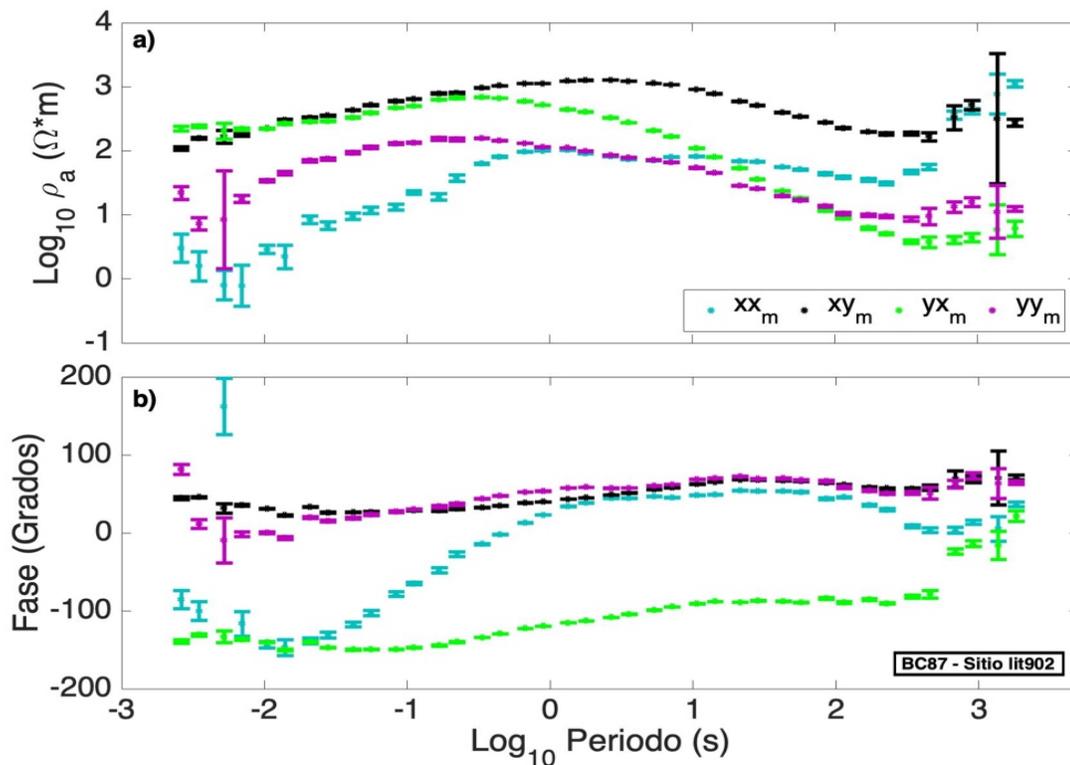


Figura 30. Gráficas de las resistividades aparentes medidas y sus respectivas fases para el sitio lit902 del conjunto de datos BC87.

Antes de estimar el rumbo, debe aclararse que aunque el rumbo no suele ser de peso para la correcta identificación de modos, según se mostró en la sección anterior, un rumbo mal estimado lleva a interpretaciones geológicas erróneas. Partiremos de la estimación utilizando el tensor de fase para todos los periodos simultáneamente. 100 diferentes realizaciones de la función $R_{TF}(\theta)$ se muestran en la Figura

31. El valor de rumbo es el promedio de los ángulos correspondientes a los mínimos de estas funciones. El resultado es 61.87 grados, este valor es muy cercano al reportado en otros trabajos (Jones et al., 1993).

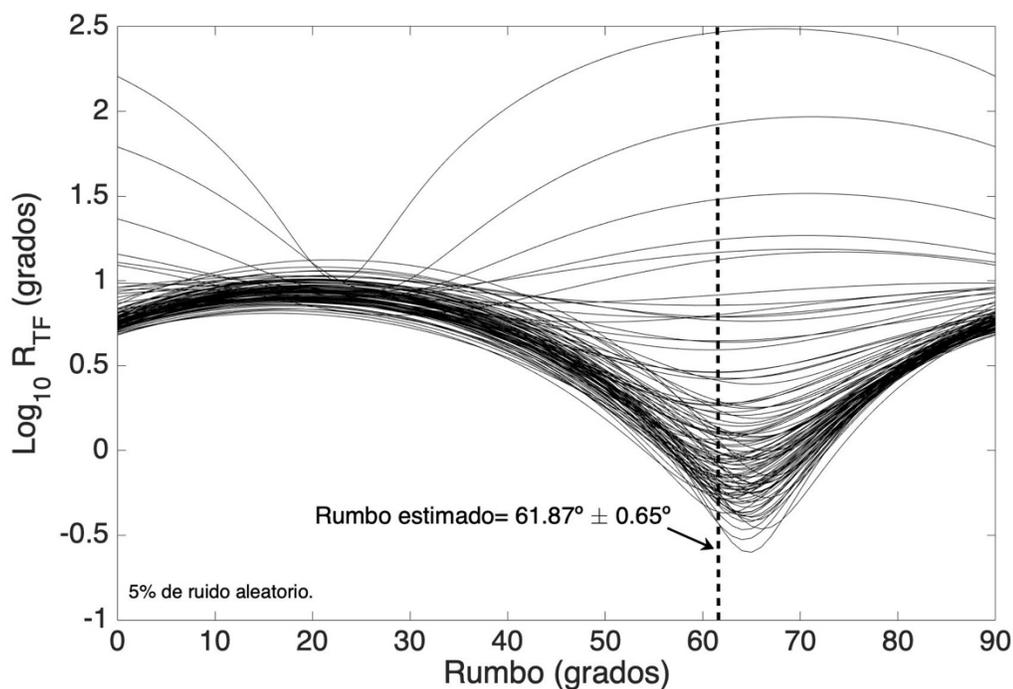


Figura 31. Estimación del rumbo a partir de la ecuación 33. El muestreo se realiza de 0° a 90°. Cada curva corresponde a una realización. Los valores de rumbo corresponden a la media de 100 realizaciones.

Siguiendo los pasos descritos para el algoritmo #1, las curvas de nivel correspondientes a los datos de campo se muestran en la Figura 32. La correcta relación implica que el modo TE es equivalente a Z_+ asociados a un rumbo de 61.87 grados, esto corresponde a la Figura 32a. Los parámetros de distorsión encontrados son giro=8.9° y cizalla=-6.3°. En la Figura 32b, suponiendo que $Z_+ = Z_{yx}$ se observan contornos con dos mínimos presentes. Estos dobles mínimos están relacionados con los valores ruidosos que se mencionaron anteriormente. Si eliminamos estos datos del análisis, podemos obtener contornos mejor definidos como los presentados en la Figura 33. Para periodos mayores a 10^{-2} s y menores a 10^2 s los parámetros estimados en la Figura 33a bajo la suposición correcta, es decir, $Z_+ = Z_{xy}$ son giro=14.3° y cizalla=-10.4° los cuales son muy cercanos a los reportados por Jones et al. (1993). Ellos utilizan el mismo rango de periodos encontrando un giro=12° y cizalla=-11°. Los ajustes explícitos para este modelo se muestran en la Figura 34. Las curvas de resistividades aparentes y fase de los modos TE y TM para este sitio se grafican en la Figura 35. Estas curvas se obtienen a partir de los invariantes proporcionados por la

ecuación cuadrática. Se calcularon con el valor de cizalla= -10.4° . Estas curvas están asociadas a un rumbo de 61.87° .

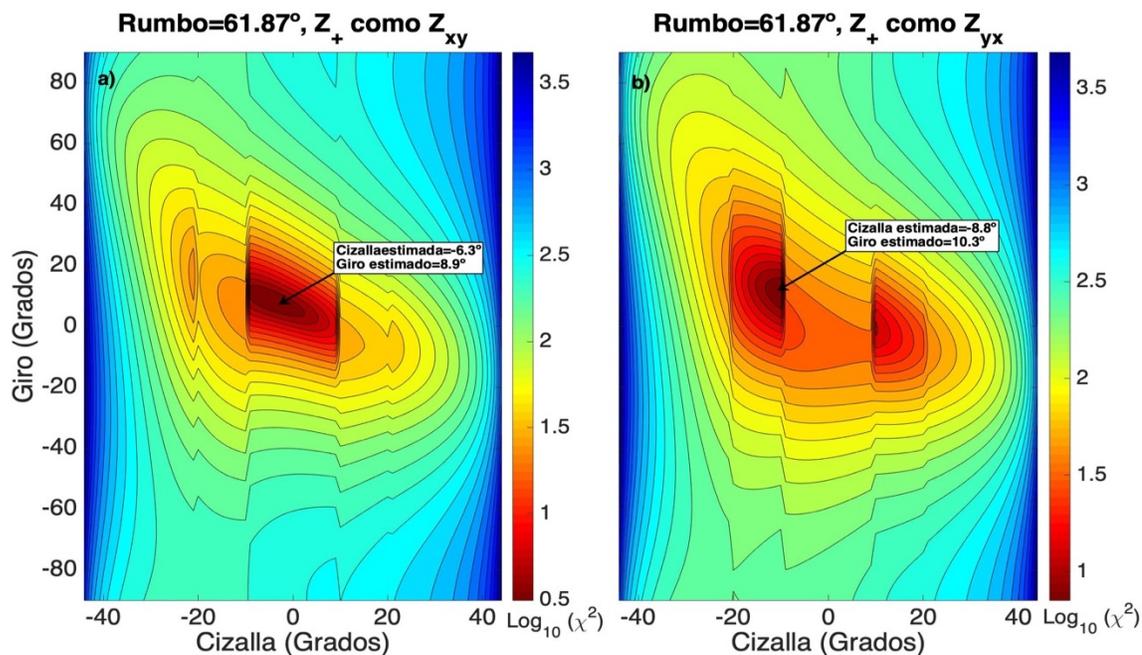


Figura 32. Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{xy} mostrando un buen ajuste. El mínimo corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla. b) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{yx} con un desajuste.

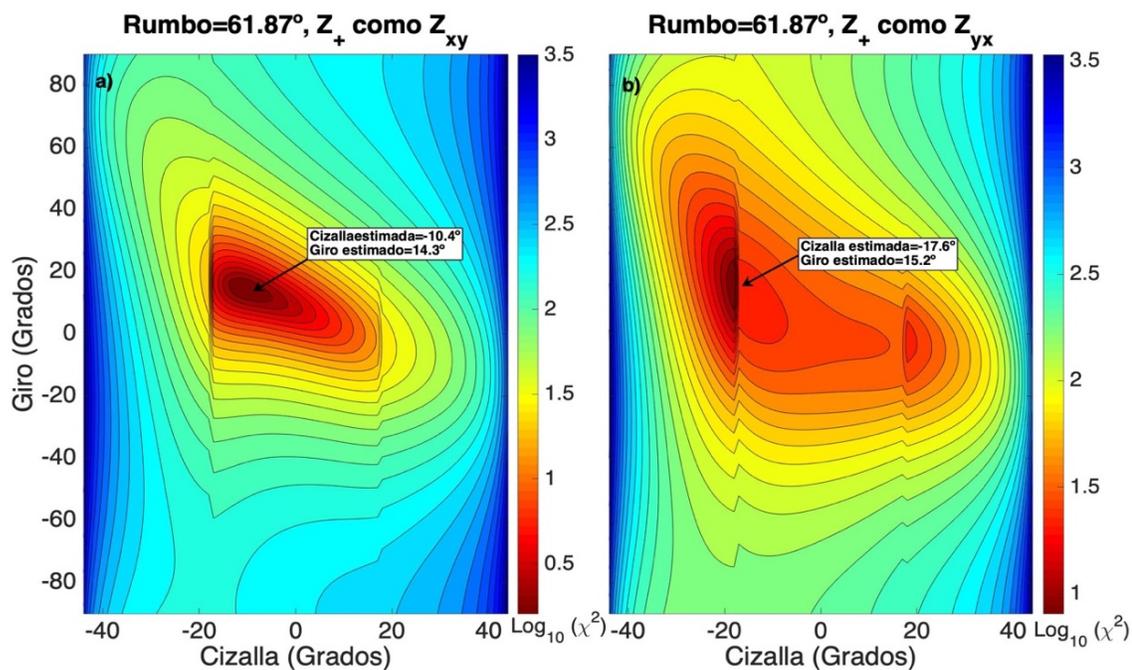


Figura 33. Curvas de nivel que representan el ajuste a los datos con el modelo de distorsión. a) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{xy} mostrando un buen ajuste. El mínimo corresponde a valores cercanos a los verdaderos de giro y cizalla. b) Rumbo de 61.87° y Z_+ como Z_{yx} con un desajuste.

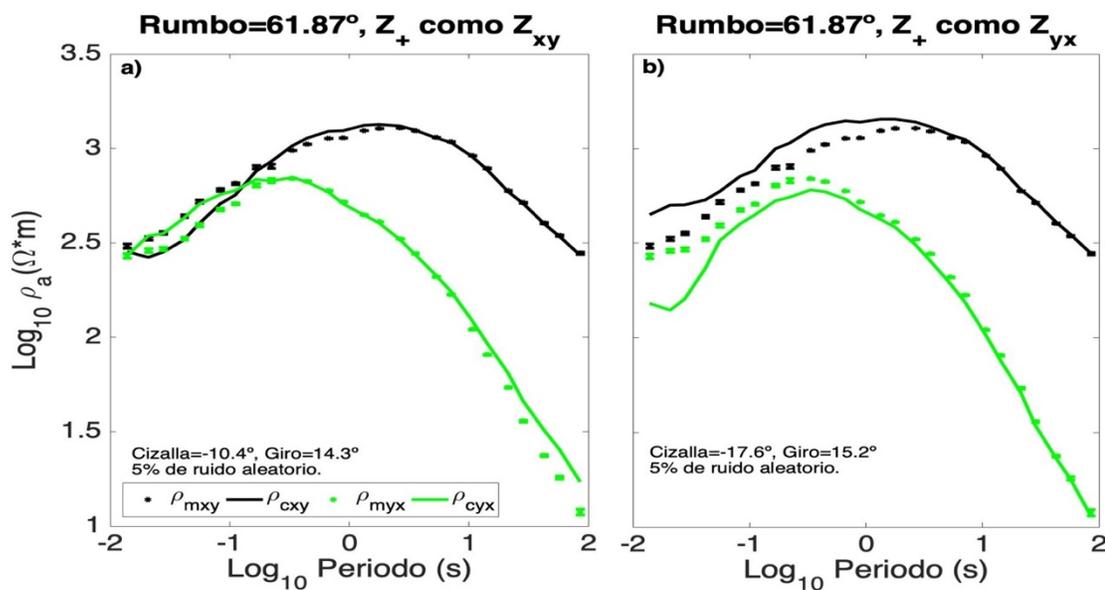


Figura 34. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 61.87° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} y b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} . Presentamos solo las componentes correspondientes xy y yx . En este el rango de periodos es de 10^{-2} a 10^2 segundos aproximadamente.

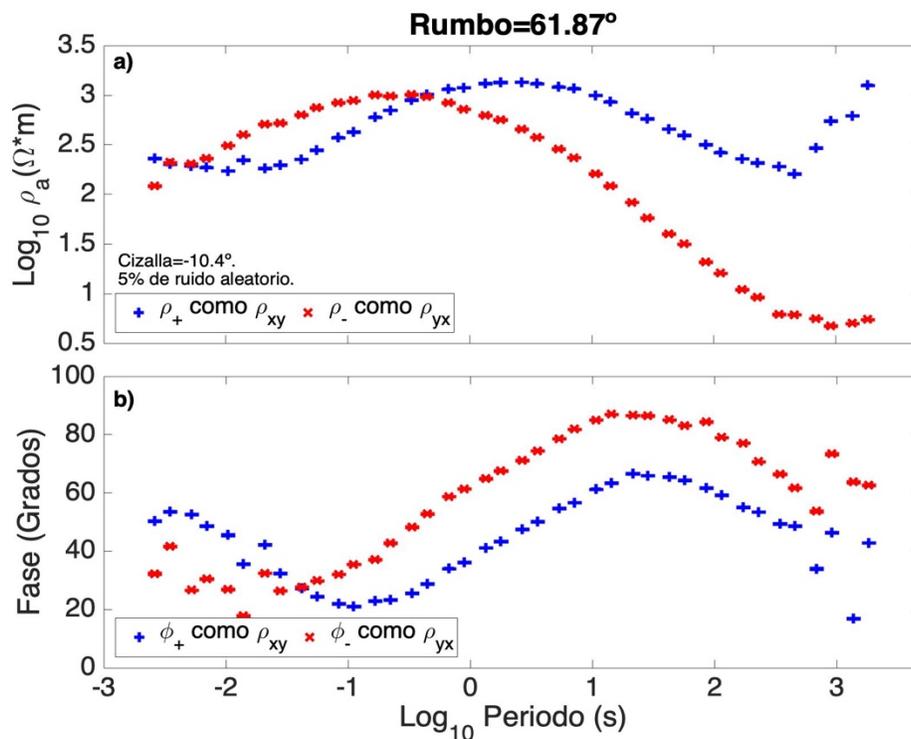


Figura 35. a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a).

4.4 Resumen

El algoritmo #1 ajusta los datos al modelo de Groom y Bailey mediante la búsqueda de los valores de giro y cizalla óptimos. El rumbo se obtiene previamente de forma independiente. Cuando este rumbo está mal determinado, los parámetros de distorsión también estarán mal determinados. En el modelo original de Groom y Bailey todos los parámetros, incluyendo el rumbo e impedancias, se estiman simultáneamente haciendo que los errores en uno de ellos se transfiera a las estimaciones de los otros. En el algoritmo #1, al encontrar independientemente el rumbo, se permite tener la opción de utilizar otros métodos más estables para su estimación. Las resistividades no distorsionadas provistas por la ecuación cuadrática no dependen del rumbo pero sí de la cizalla, sin embargo, se observa que las estimaciones son más robustas. En el capítulo siguiente se muestra un algoritmo que reduce aún más los errores en la estimación de parámetros cuando la cizalla se obtiene de forma independiente.

Capítulo 5. Robustez y estabilidad del algoritmo #2

En este capítulo exponemos los resultados de aplicar el algoritmo #2 a los distintos conjuntos de datos del capítulo 4. Intentamos comparar los esquemas #1 y #2 para determinar cuál de ellos es más estable y eficiente en términos de las soluciones encontradas.

5.1 Conjunto de datos sintéticos COPROD2S1

Primero probaremos con los datos del sitio 15 dados en la Figura 15. Este algoritmo es más simple que el primero pero requiere la estimación de la cizalla de forma independiente. En la Figura 36 se grafican las diferencias entre los máximos y mínimos de las fases ϕ_+ y ϕ_- y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. También se realiza el procedimiento 100 veces para encontrar su promedio y desviación estándar. El valor de cizalla calculado es $30.04^\circ \pm 0.06^\circ$.

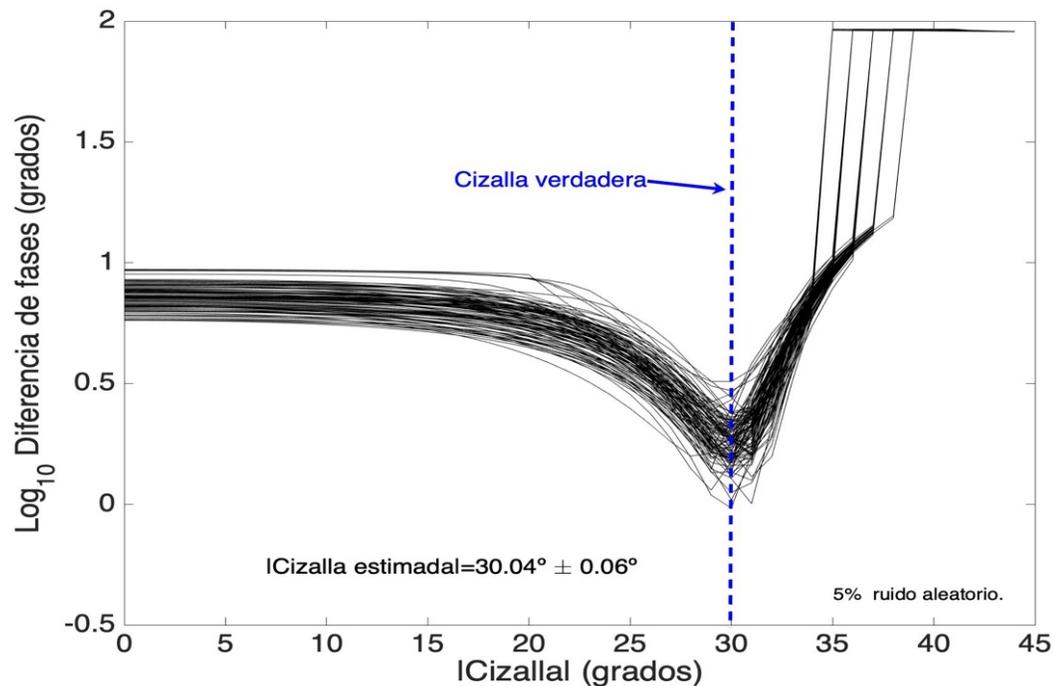


Figura 36. RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 5% de ruido aleatorio.

Una vez obtenida la cizalla, se sustituye junto con el rumbo estimado en la sección 4.1 y las impedancias 2D en el modelo de GB. Aquí las incógnitas a estimar son el giro y el signo de la cizalla. 100 diferentes realizaciones con 5% de ruido se muestran en la Figura 37. Las curvas negras corresponden a las funciones χ^2 considerando el valor de cizalla positiva, y las curvas rojas corresponden a la cizalla negativa. Es notorio como bajo la suposición de que $Z_+ = Z_{xy}$ (Figura 37a) tanto los ajustes en negro como en rojo son aproximadamente mayores a $10^{0.5}$. Esto no ocurre cuando usamos la suposición correcta, es decir, $Z_+ = Z_{yx}$. La Figura 37b muestra este caso, el valor estimado de giro $\theta_t = 19.8^\circ \pm 0.06^\circ$ con la cizalla positiva es muy cercano al verdadero, por lo tanto es el que ajusta mejor a los datos. Este resultado es una confirmación al obtenido por el algoritmo #1, para un rumbo de 30.49° , el modo TE es equivalente a la impedancia Z_- .

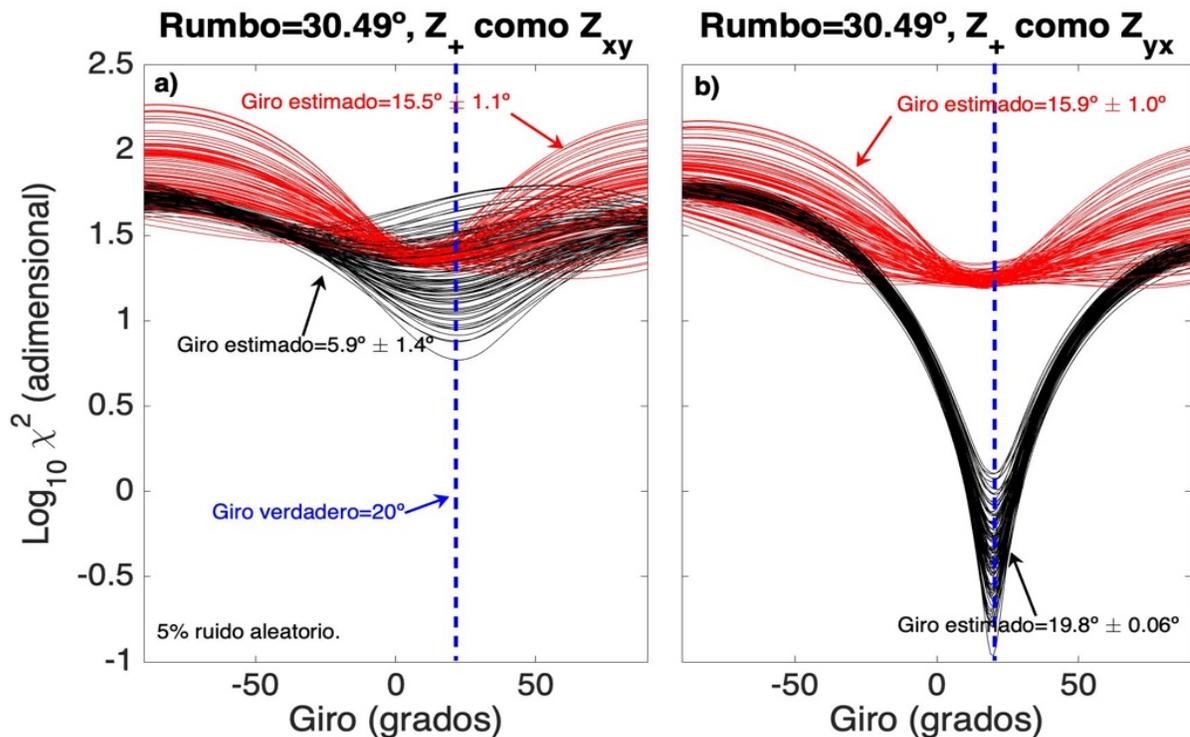


Figura 37. Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$. En b) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{yx}$ y se considera una cizalla positiva.

Los ajustes explícitos con los parámetros obtenidos se muestran en la Figura 38. Cada suposición proporciona diferentes modelos de distorsión. En 38a podemos ver un mal ajuste al considerar una cizalla

positiva y que $Z_+ = Z_{xy}$. Contrario a esto, podemos observar que al asumir que $Z_+ = Z_{yx}$ en la Figura 38b, el ajuste obtenido es mucho mejor. También se observa en las Figuras 38c y 38d que al suponer la cizalla negativa los ajustes son casi antitéticos.

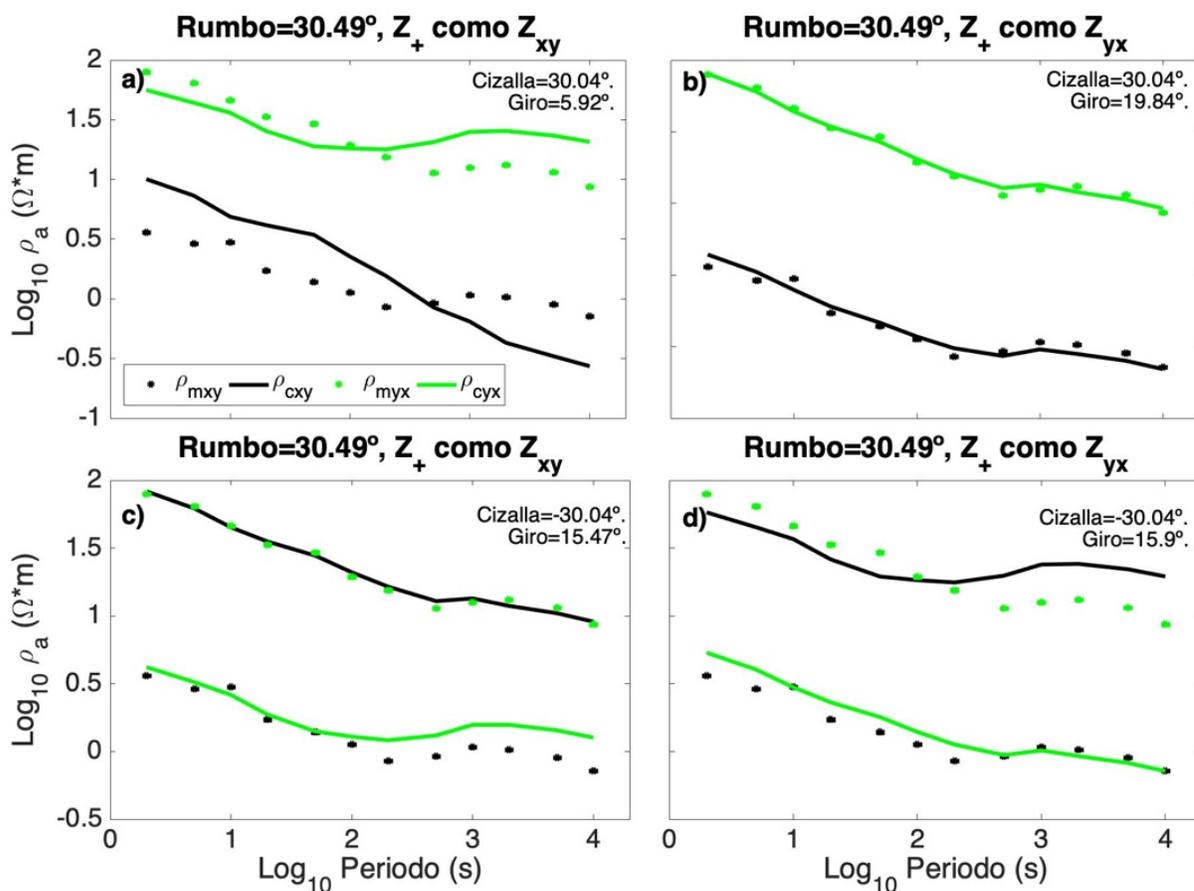


Figura 38. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 30.49° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso b).

Por último, en la Figura 39 mostramos las respuestas magnetotelélicas correspondientes al sitio 15, es decir, los valores de resistividades aparentes y fases que junto con el rumbo se requieren para la interpretación del sondeo. La diferencia entre estas curvas y las de la Figura 19 es que están calculadas con los valores de cizalla estimados a partir de dos diferentes métodos. Las de la Figura 19 provienen del algoritmo #1 y las de la Figura 39 del algoritmo #2. Podemos ver que las curvas del segundo método se

parecen más a los valores originales de TE y TM (líneas continuas), además que tienen menor error. Esto podría deberse a que al estimar independientemente el valor de cizalla, los errores en el rumbo no se transfieren a la estimación del parámetro de distorsión. Sin embargo, ambos esquemas presentan la misma solución y ésta es, $Z_+ = Z_{TM}$ y $Z_- = Z_{TE}$ con un rumbo de 30.49° .

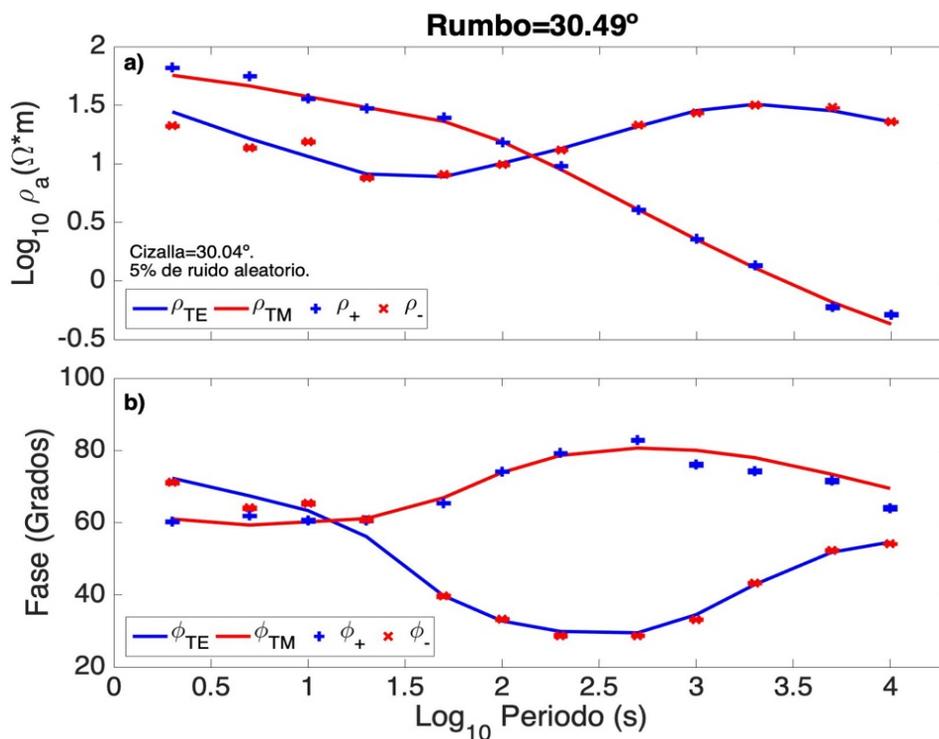


Figura 39. a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a).

5.2 Conjunto far-hi

En la sección 4.2 se encontró un valor de rumbo igual a 40.7 grados utilizando la reformulación del tensor de fase para este conjunto de datos. Tomaremos ese valor y lo utilizaremos para comparar los algoritmos #1 y #2. Antes, necesitaremos encontrar el valor absoluto de cizalla, este se obtiene de la Figura 40. Muestreamos las diferencias de las fases de la ecuación cuadrática y las soluciones al tensor de fase en un rango de 0 a 44 grados y donde se encuentre el valor mínimo significa que la cizalla de los datos tiene ese valor absoluto. Utilizamos bootstrapping y se obtiene el promedio de 100 realizaciones, en este caso el valor estimado es $31.56^\circ \pm 0.1^\circ$.

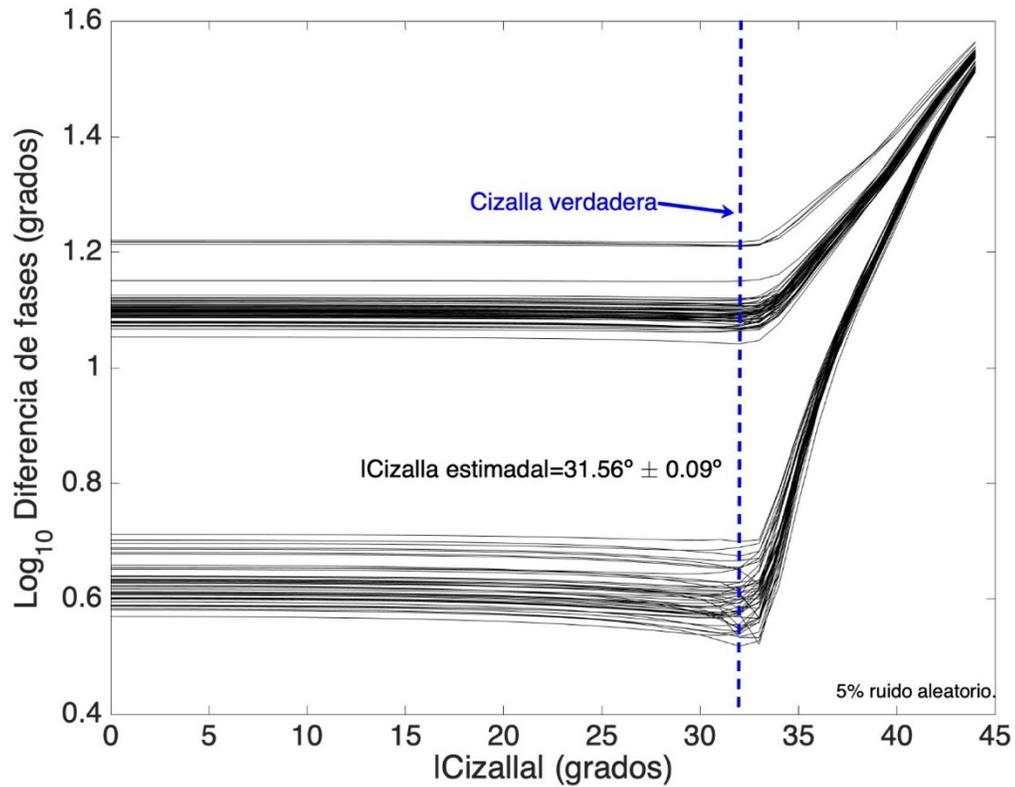


Figura 40. RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 2% de ruido aleatorio.

A continuación, obtenemos los valores de giro correspondientes al minimizar la función χ^2 . Los valores encontrados con un rumbo= 40.7° y un valor absoluto de cizalla= 31.56° se muestran en la Figura 41. El mejor ajuste se obtiene al suponer que $Z_+ = Z_{xy}$ y una cizalla positiva como se muestra en la Figura 41a. Los peores ajustes en este ejercicio son los graficados en la Figura 41b. Esto es, suponer que $Z_+ = Z_{yx}$ da resultados erróneos tanto para la cizalla positiva como la negativa. Esta es una solución reiterada del algoritmo #1, lo que podemos establecer de ambos esquemas es que uno lleva a una solución más simple y obvia.

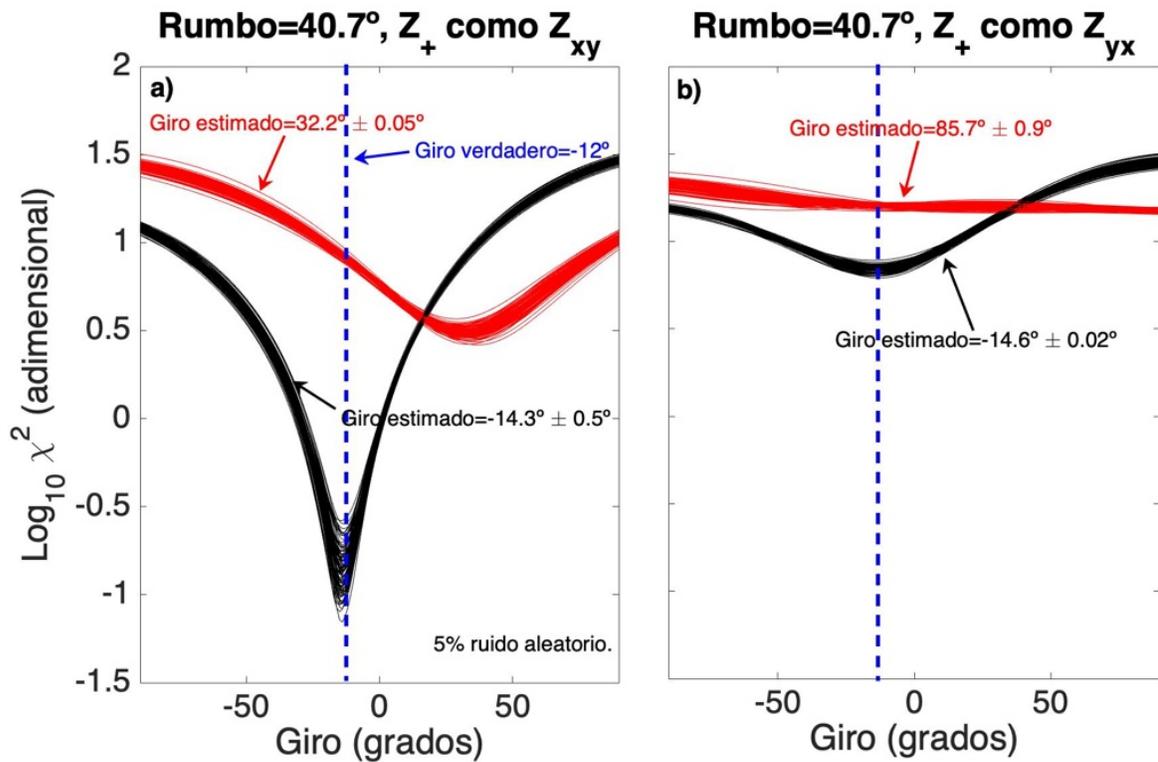


Figura 41. Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ y se considera una cizalla positiva. En b) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{yx}$.

Los ajustes explícitos para los parámetros estimados se muestran en la Figura 42. El único modelo que tiene buen ajuste es el que considera que $Z_+ = Z_{xy}$ con cizalla de 31.6 grados, mostrado en la Figura 42a. Las curvas en 42b, 42c y 42d no ofrecen buenos ajustes.

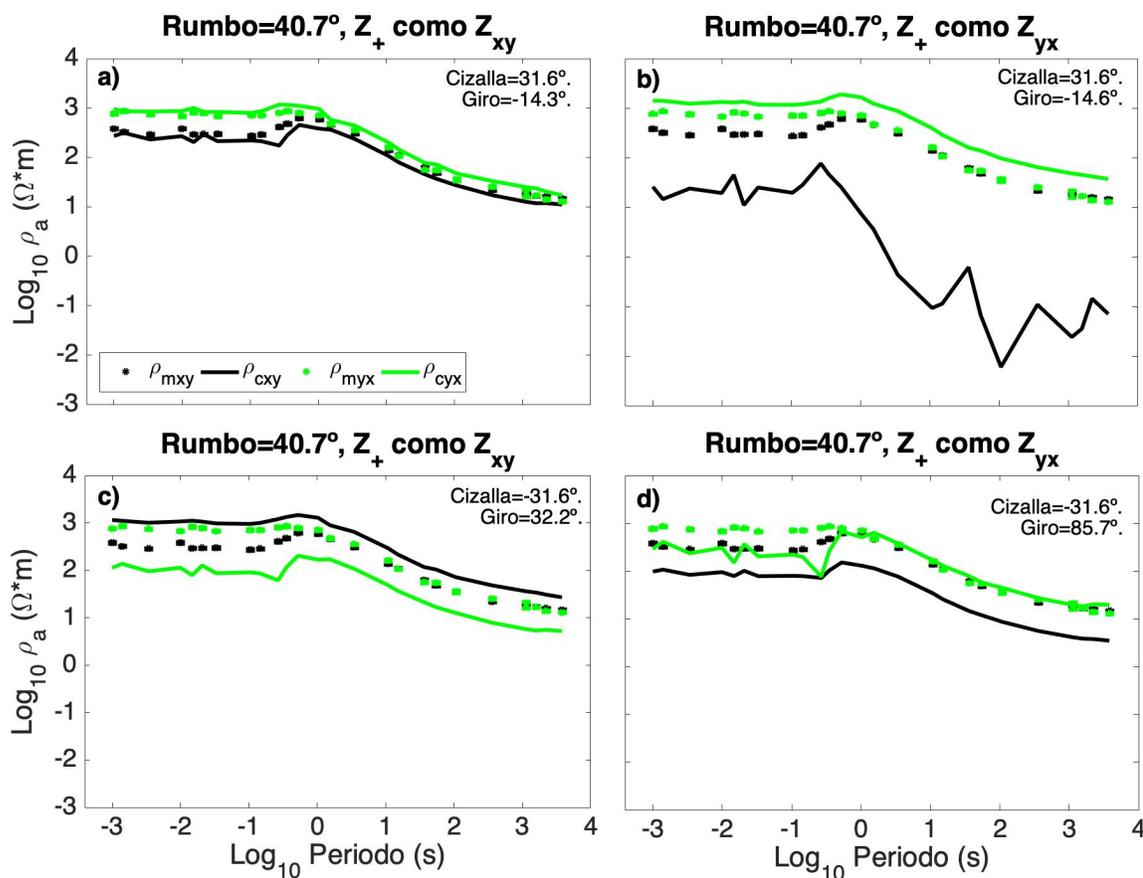


Figura 42. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 40.7° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso a).

En el capítulo anterior pudimos observar que cuando el rumbo está mal determinado, los parámetros de distorsión también lo estarán. Con este algoritmo pudimos obtener un valor de cizalla de forma independiente al rumbo. El resultado es cercano al reportado por Muñiz-Gallegos (2017) de 32 grados y por Chave & Jones (2012) que obtienen una cizalla de 30.2 grados. De cualquier forma, al ajustar los datos al modelo de Groom-Bailey la solución completa sigue dependiendo del rumbo. Como ejercicio, realizamos el mismo análisis pero con el rumbo variable obtenido mediante pre-rotación en la sección 4.2. En la Figura 43a se observa un mínimo bien definido al suponer que $Z_+ = Z_{xy}$ con una cizalla positiva. El valor de twist es -12.4 grados, este valor es el mismo encontrado por Chave & Jones (2012) mediante el algoritmo STRIKE.

Los ajustes explícitos entre los modelos de la Figura 43 y los datos, se muestran en la Figura 44. Es claro que el mejor ajuste sugiere que $Z_+ = Z_{TE}$ y tiene un valor de cizalla igual a $+31.6^\circ$.

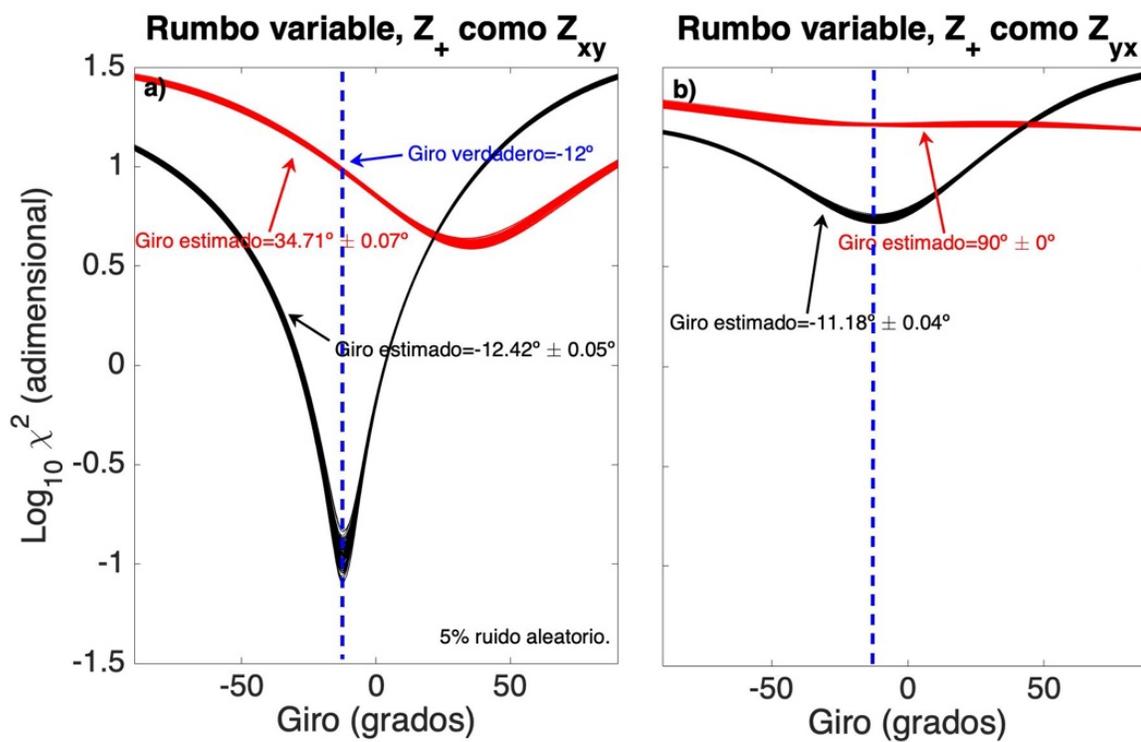


Figura 43. Ajustes a los datos basados en el modelo de GB utilizando un rumbo variable. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{xy}$ y se considera una cizalla positiva. En b) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{yx}$.

Pudimos mostrar que el rumbo variable proporciona la misma solución binaria que en el caso de un rumbo de 40.7 grados. Y es que a diferencia del algoritmo #1, en este caso al encontrar la cizalla de forma independiente se puede obtener una estimación más precisa permitiendo a su vez mejores ajustes que proporcionan ángulos de giro más precisos. Normalmente los parámetros de distorsión no son de interés pero en caso de requerirse, el algoritmo #2 proporciona un mejor modelo. Las curvas de resistividad aparente del modo TE y TM con sus respectivas fases se grafican en la Figura 45. Comparadas con las resistividades TE y TM del algoritmo #1 (Figura 28) se observa que ambos esquemas resuelven bien las impedancias 2D sin distorsión.

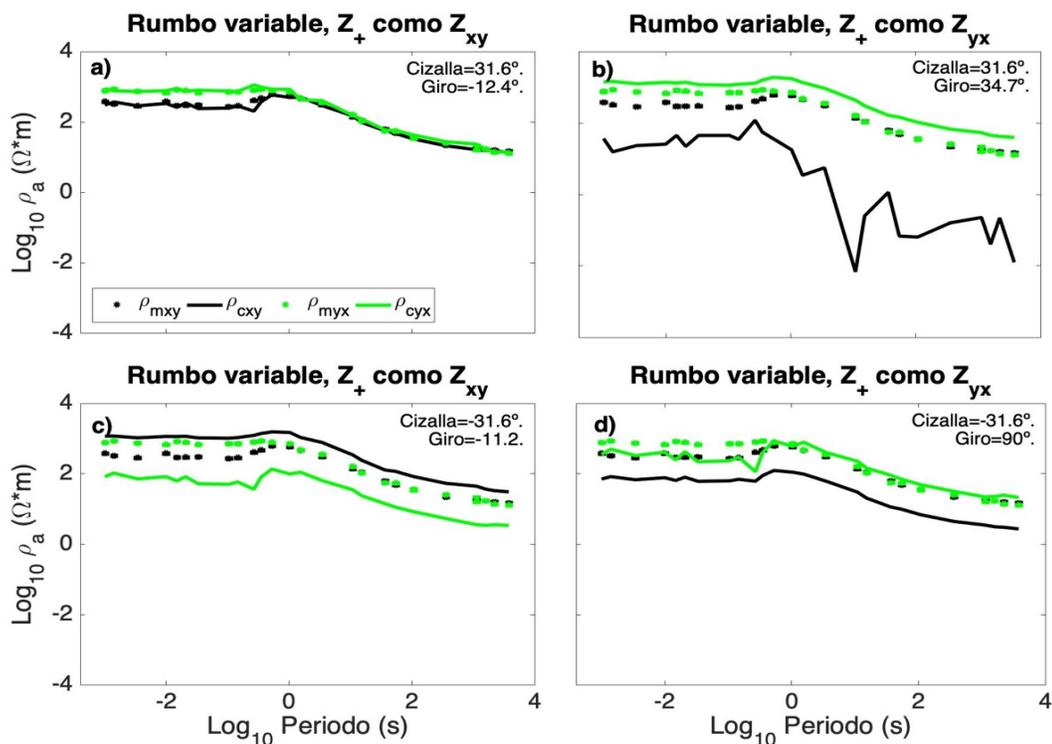


Figura 44. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo variable. a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso a).

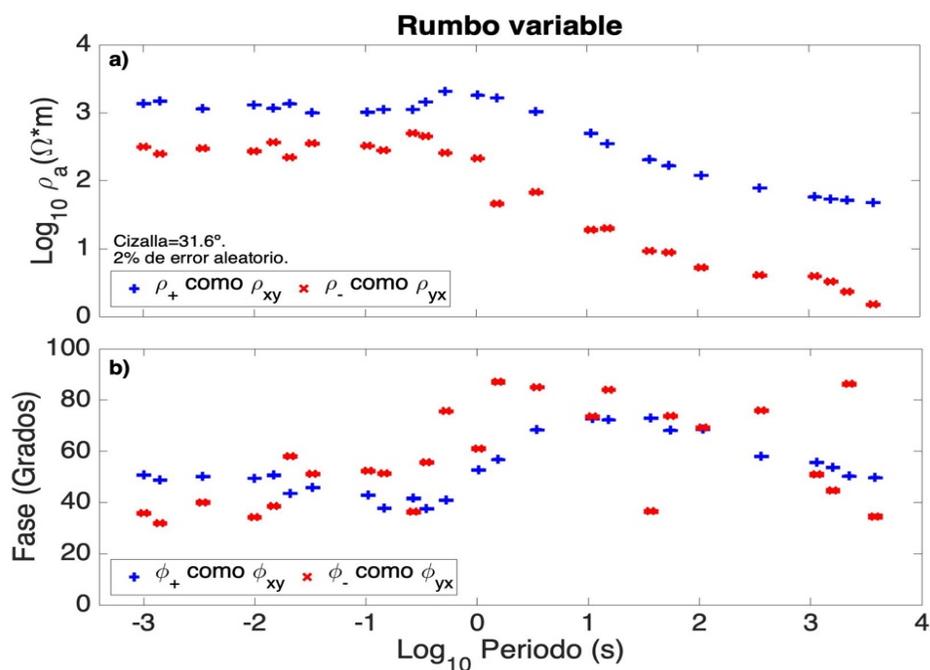


Figura 45. a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a).

5.3 Sitio lit902, conjunto BC87

Utilizaremos el rumbo encontrado en la sección 4.3 para este conjunto de datos. La estimación del valor de cizalla se realiza mediante el procedimiento antes descrito. El resultado es el promedio de las 100 funciones que se presentan en la Figura 46. El resultado es $|\theta_e| = 6.9^\circ \pm 0.08^\circ$. Sustituyendo este valor junto con el rumbo y las impedancias Z_{\pm} en la ecuación 27, buscamos el valor de giro para el cual la función χ^2 es mínima. Esto se cumple cuando asumimos que $Z_+ = Z_{xy}$ y una cizalla negativa, según podemos ver en la Figura 47a mostrado por las curvas en rojo. Se puede observar en las Figuras 47a y 47b que existen dos valores mínimos asociados. El efecto de los periodos cortos y largos es muy evidente cuando se realizan los ajustes a través del modelo de distorsión de Groom y Bailey. Sin embargo, el método utilizado para estimar la cizalla no es afectado por el ruido de los periodos mencionados. Si comparamos la Figura 48, donde se busca el valor de cizalla para los periodos de 10^{-2} a 10^2 segundos y la Figura 46, podemos ver que no hay diferencia en los valores de cizalla. El valor estimado en la Figura 48 es $|\theta_e| = 7.2^\circ \pm 0.08^\circ$. La diferencia se atribuye al ruido aleatorio. Esto quiere decir que sin importar el número de periodos que se utilicen en la estimación de cizalla, el resultado será el mismo. Y más allá de esto, tampoco es afectada por el ruido en los datos.

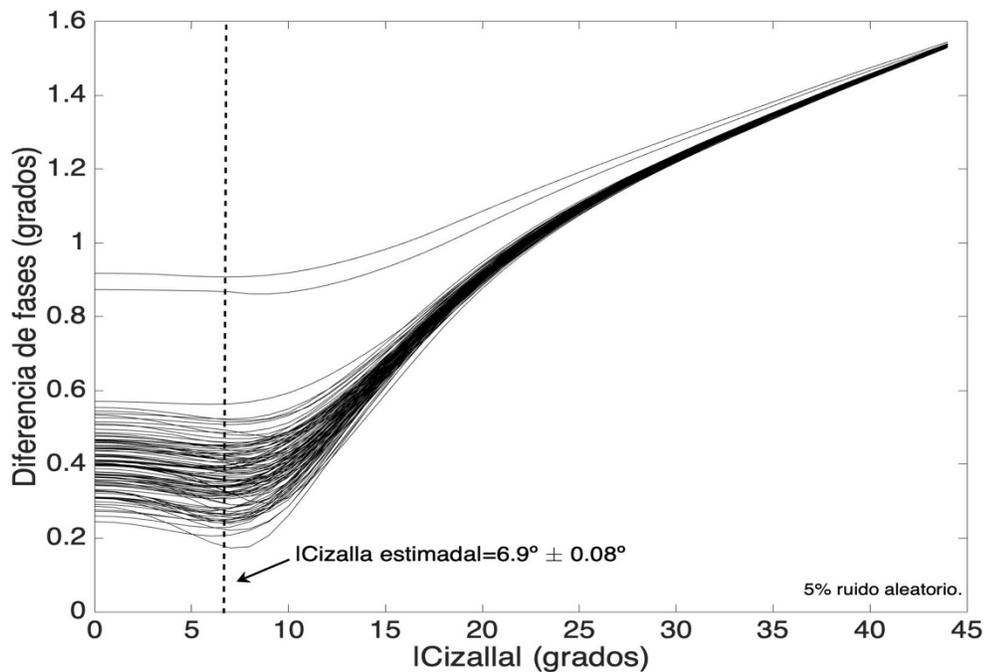


Figura 46. RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 5% de ruido aleatorio.

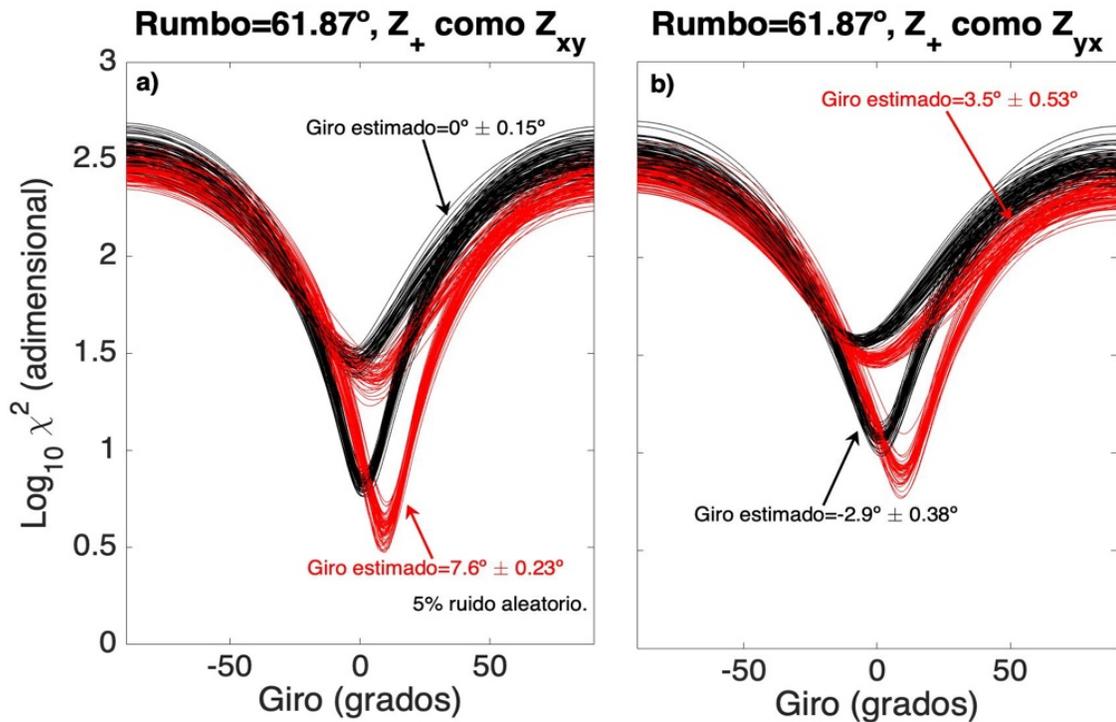


Figura 47. Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$. En b) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{yx}$ y se considera una cizalla positiva.

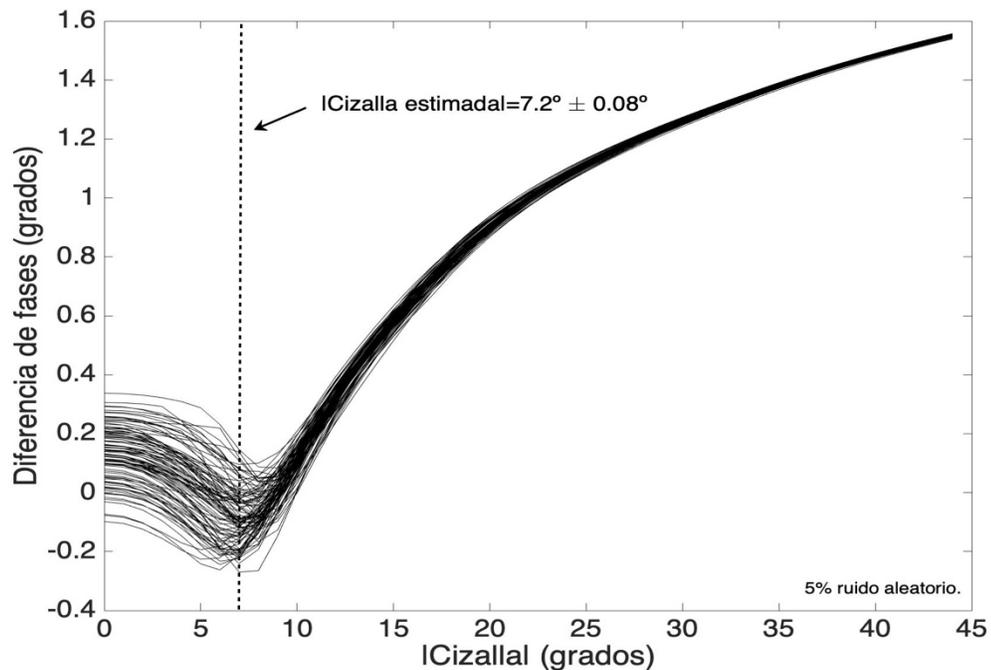


Figura 48. RMS de las diferencias de fases entre ϕ_+ y ϕ_- de la ecuación cuadrática y ϕ_{max} y ϕ_{min} del tensor de fase. El valor estimado es el promedio de 100 realizaciones con 5% de ruido aleatorio. El análisis se realiza entre periodos de 10^{-2} a 10^2 s.

Las funciones para estimar el giro usando un rango de periodos entre 10^{-2} y 10^2 segundos se muestran en la Figura 49. Las curvas negras corresponden a las cizallas positivas y las curvas en rojo a las negativas. En ambos casos los mínimos son bien definidos. El inciso a) muestra los ajustes asumiendo que Z_+ es equivalente al modo TE. El mínimo corresponde a una cizalla de -7.2 grados y giro de 12.8 grados. Los ajustes explícitos para todos los casos se muestran en la Figura 50.

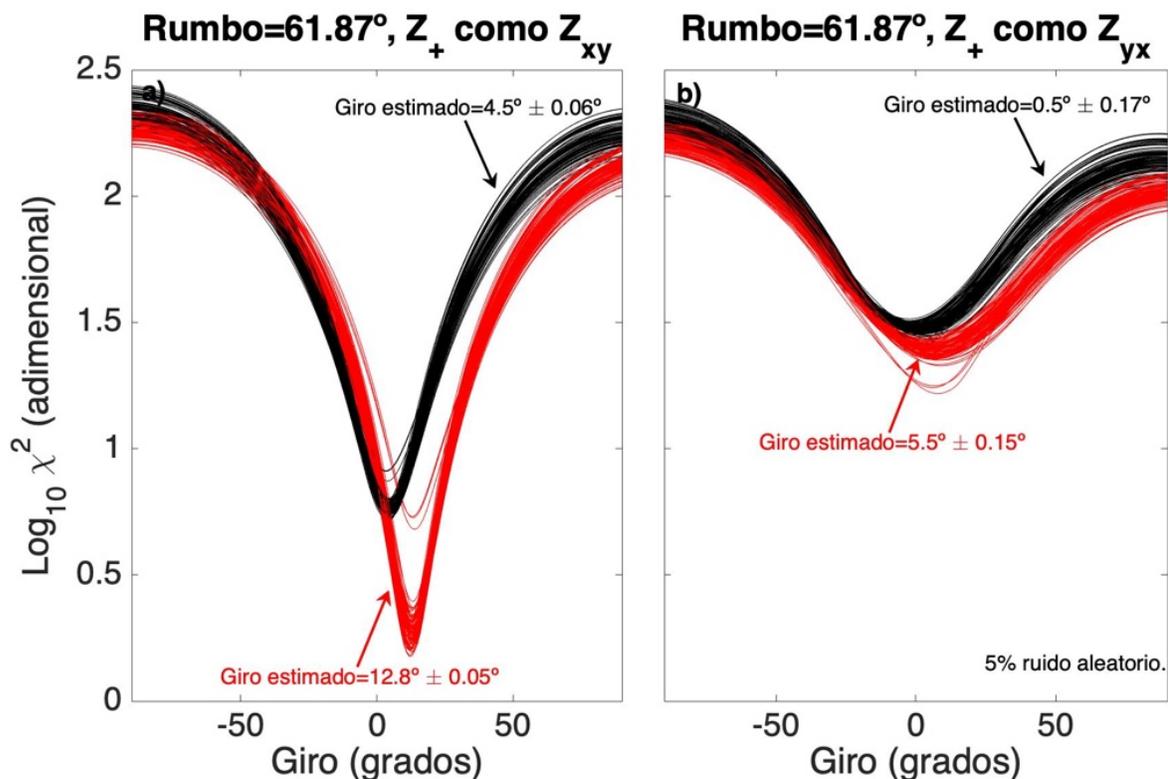


Figura 49. Ajustes a los datos basados en el modelo de GB. Con los valores de cizalla y rumbo estimados independientemente, las únicas incógnitas aquí son el ángulo de giro y el signo de cizalla. En a) se muestran los ajustes para el caso en el que se asume que $Z_+ = Z_{xy}$. En b) se presenta el mejor ajuste cuando se asume que $Z_+ = Z_{yx}$ y se considera una cizalla positiva.

La solución provista por el algoritmo #2 es más estable en comparación con el algoritmo #1, al permitir mejores estimaciones en el parámetro de cizalla. Esto a su vez provee mejores resultados cuando se trata de ajustar los datos. Sin embargo, ambos algoritmos llevan a la misma solución presentada en la Figura 51. ρ_+ es equivalente a ρ_{xy} para el rumbo de 62 grados del sitio lit902 del conjunto de datos BC87.

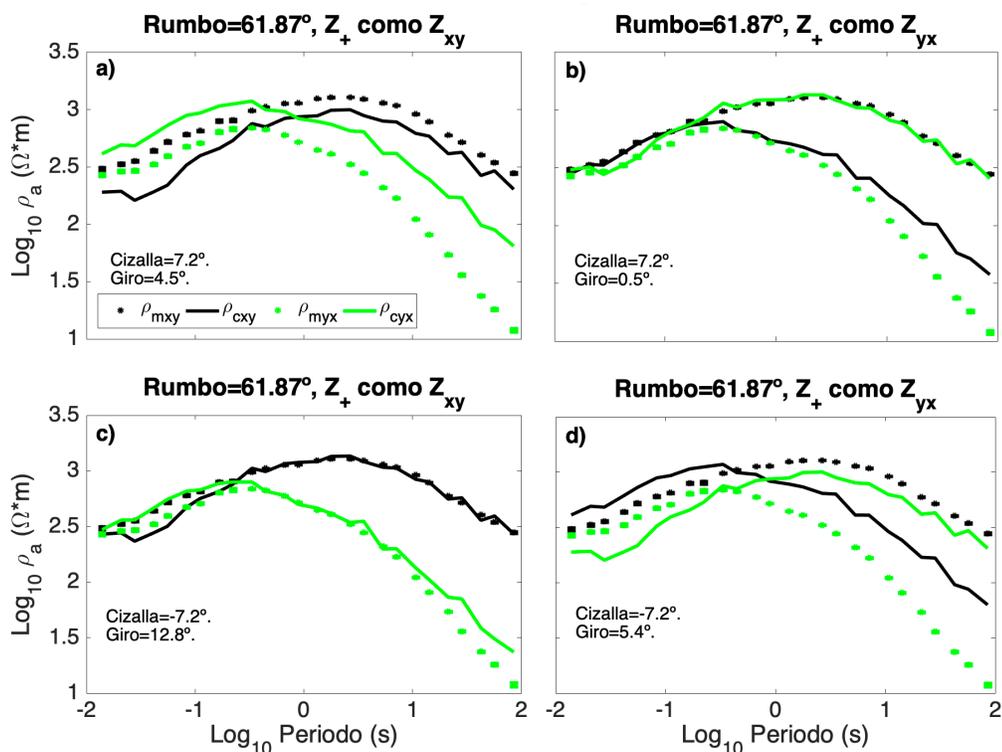


Figura 50. Comparación explícita de los valores medidos y calculados para un rumbo estimado de 61.87° . a) Asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla positiva. En b) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla positiva. c) asumiendo que Z_+ es Z_{xy} con cizalla negativa y en d) asumiendo que Z_+ es Z_{yx} y una cizalla negativa. Presentamos sólo las componentes correspondientes xy y yx . El único buen ajuste se da en el inciso c).

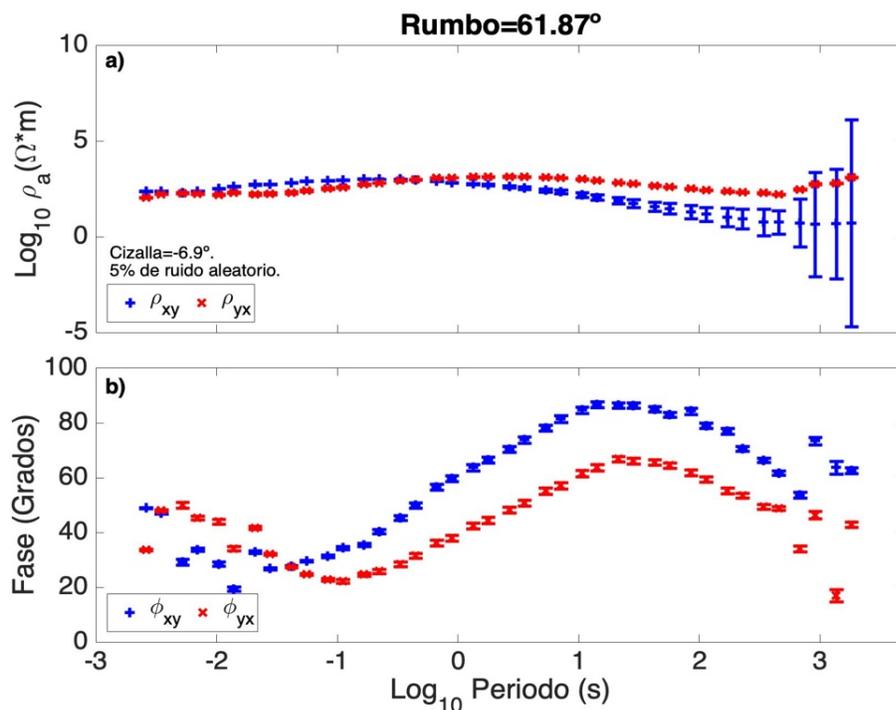


Figura 51. a) Resistividades aparentes ρ_{\pm} comparadas con las resistividades TE y TM de los datos originales. b) Comparación entre las respectivas fases del inciso a).

5.4 Resumen

El primer paso del algoritmo #2 es encontrar tanto el rumbo como la cizalla de forma independiente. Las estimaciones de estos parámetros permiten mejores ajustes sin necesidad de reducir el número de periodos a diferencia del algoritmo #1. La función que se optimiza tanto en el algoritmo #1 como en el #2 está normalizada por la varianza respectiva de los datos, sin embargo, en el algoritmo #2 la función solamente depende del parámetro giro, por lo que se provee un modelo más estable de una forma más sencilla. Observamos que al aplicar el algoritmo #2 a tres diferentes conjuntos de datos, las soluciones fueron suficientemente robustas y estables. De cualquier forma, igual que en el algoritmo #1 se debe tener cuidado a la hora de estimar el rumbo si lo que se desea es obtener el modelo completo de distorsión de Groom y Bailey. En el capítulo 6, se proveen soluciones sin la necesidad de encontrar el modelo completo de distorsión por lo que se relaja la exactitud en la estimación del rumbo geoelectrico.

Capítulo 6. Robustez y estabilidad del algoritmo #3

En este capítulo analizaremos el algoritmo #3 utilizando los mismos conjuntos de datos que en los capítulos anteriores. Particularmente, trataremos sobre las ventajas y desventajas del método y cómo es que se convierte en una solución binaria completa al problema de acoplamiento. Este algoritmo se caracteriza por tener una solución más simple. En resumen, primero necesitamos estimar los ángulos de rumbo y cizalla. Conocer el rumbo nos permite girar el tensor de datos \mathbf{Z}_m mediante la matriz de rotación \mathbf{R} al sistema de coordenadas de la estructura 2D. Conocer la cizalla nos permite neutralizar su efecto en las soluciones invariantes de la ecuación cuadrática. Recordemos que en un modelo 2D las impedancias Z_+ y Z_- se reducen a Z_{TE} y Z_{TM} del tensor \mathbf{Z}_{2D} . Utilizando la factorización de Groom-Bailey, tenemos la igualdad $\mathbf{R}^T \mathbf{Z}_m \mathbf{R} = \mathbf{TSZ}_{2D}$. El producto \mathbf{TS} es una matriz real, por lo tanto sólo afecta a las resistividades y no a las fases de \mathbf{Z}_{2D} ; de tal forma que podemos igualar las fases de las componentes xy y yx de los datos rotados con las fases de Z_+ y Z_- . Esto es todo lo que hay que hacer.

6.1 Datos sintéticos con distorsiones y ruido

A partir de los valores estimados en la sección 4.1, rumbo=30.49° y cizalla=30.04°, se calculan y grafican las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} del sitio 15 del conjunto de datos COPROD2S1 (Figura 52b). Puede observarse que la asociación directa sucede tal cual debe ser, ϕ_+ con ϕ_{Ryx} y ϕ_- con ϕ_{Rxy} . Algunos periodos presentan mayor dispersión que otros por lo que la asociación entre fases no siempre es tan directa y obvia para todos ellos. Calculamos el RMS de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ que se muestran en la Figura 52a. La solución binaria se obtiene del menor RMS, en este caso el correspondiente a $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ con un RMS=2.9 grados.

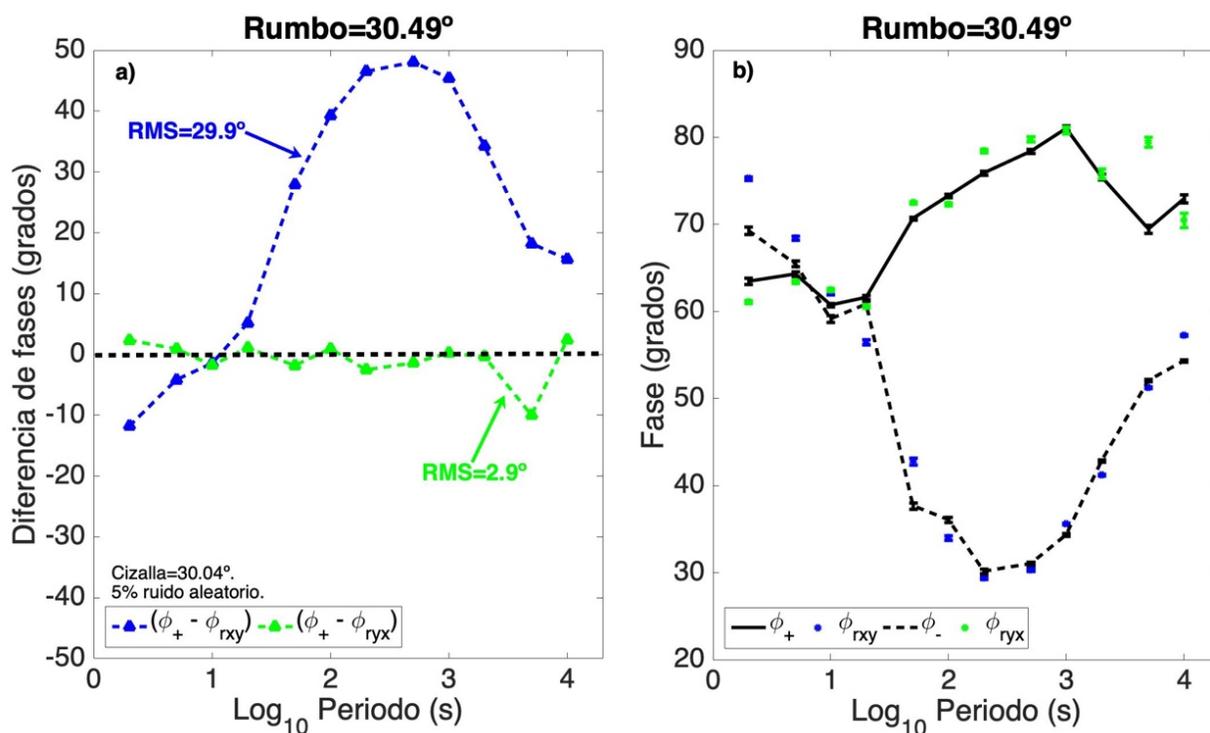


Figura 52. a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} .

6.2 Conjunto far-hi

En el capítulo 4 mostramos con el algoritmo #1 que si tenemos un rumbo que está mal estimado o es incorrecto, la solución al modelo de Groom-Bailey también será incorrecta. Dado que esta solución es necesaria para asociar un rumbo geoelectrico a las impedancias, se necesitan explorar otras alternativas, ya sea usando otros métodos para estimar rumbos más estables o reduciendo el número de periodos en el análisis. En el capítulo 5 con el algoritmo #2, probamos que podemos obtener valores de cizalla no sesgados y con incertidumbres menores si ésta se estima de forma independiente al rumbo. En este caso no es necesario reducir el número de periodos para obtener mejor precisión. Sin embargo, la solución final sigue dependiendo de las incertidumbres en la estimación del rumbo pues aún ajustamos los datos a un modelo. En el algoritmo #3 esto no sucede, veamos primero la Figura 53b. Las fases ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} se obtienen rotando los datos con el ángulo de rumbo=40.7° encontrado en la sección 4.2. Las fases ϕ_{\pm} se calculan con la cizalla=31.56°. Podemos observar que a ϕ_+ se le relaciona fácilmente con ϕ_{Rxy} y a ϕ_- con

ϕ_{Ryx} , lo que concuerda con las soluciones de los algoritmos previos para este mismo conjunto de datos. Las diferencias entre fases se grafican en la Figura 53a. La diferencia $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ tiene un RMS=1.3° (curva azul), mientras que la diferencia $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ tiene un RMS=17.5° (curva verde). Esto lleva a concluir que $Z_+ = Z_{xy}$ asociada a un rumbo=40.7°.

Podemos probar este algoritmo para los otros valores de rumbo calculados a partir de los métodos de la Figura 25. Según observamos en las Figuras 54b y 55b, las comparaciones entre fases muestran una relación directa sobre todo entre las fases ϕ_+ y ϕ_{Rxy} . La Figura 54a contiene las diferencias de fases cuando usamos el rumbo variable por pre-rotación, el RMS de la diferencia $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ es 1.6°. En la Figura 55a, cuando se asume un rumbo=30°, el RMS para la misma diferencia es 1.7°.

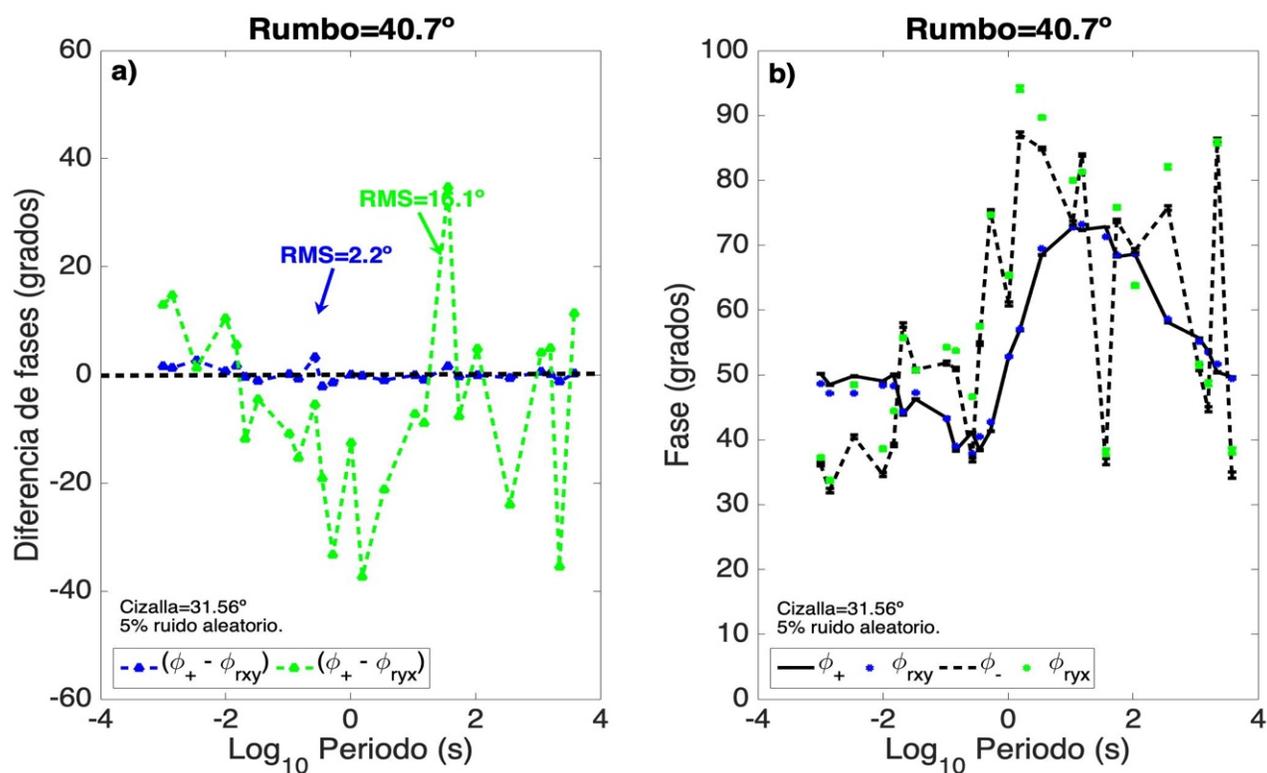


Figura 53. a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo de 40.7 grados.

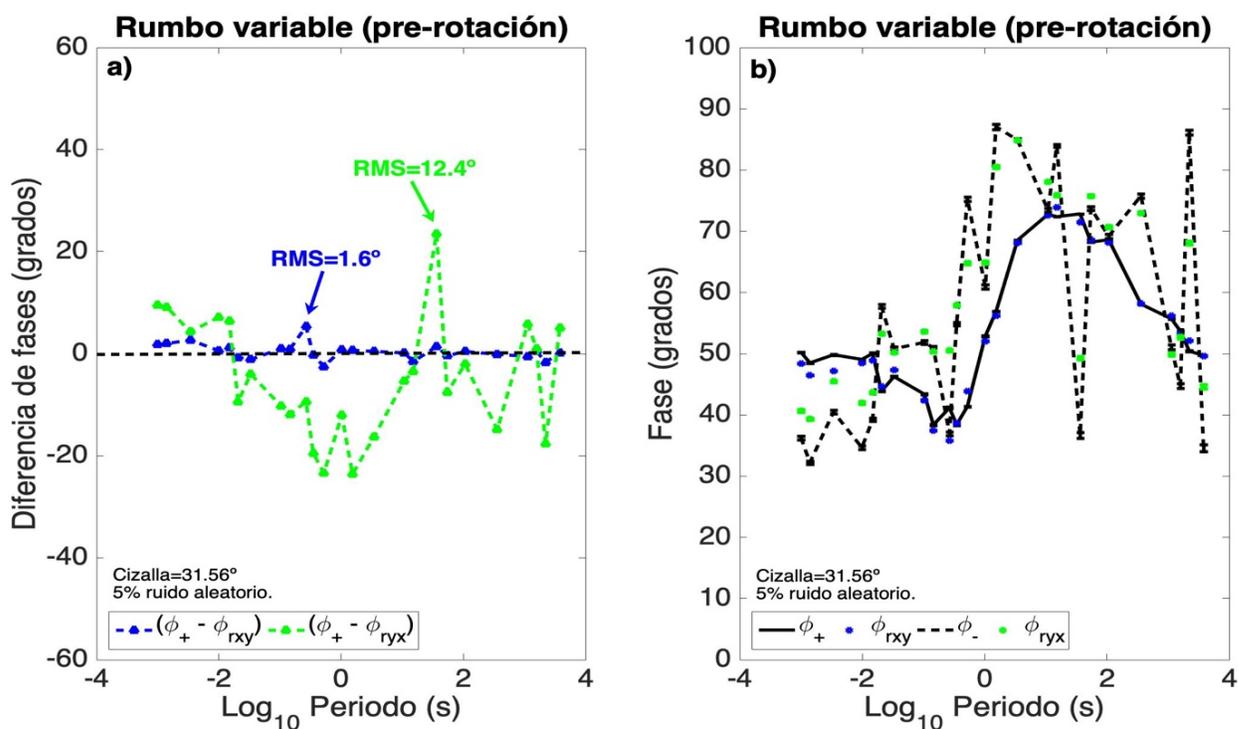


Figura 54. a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo variable.

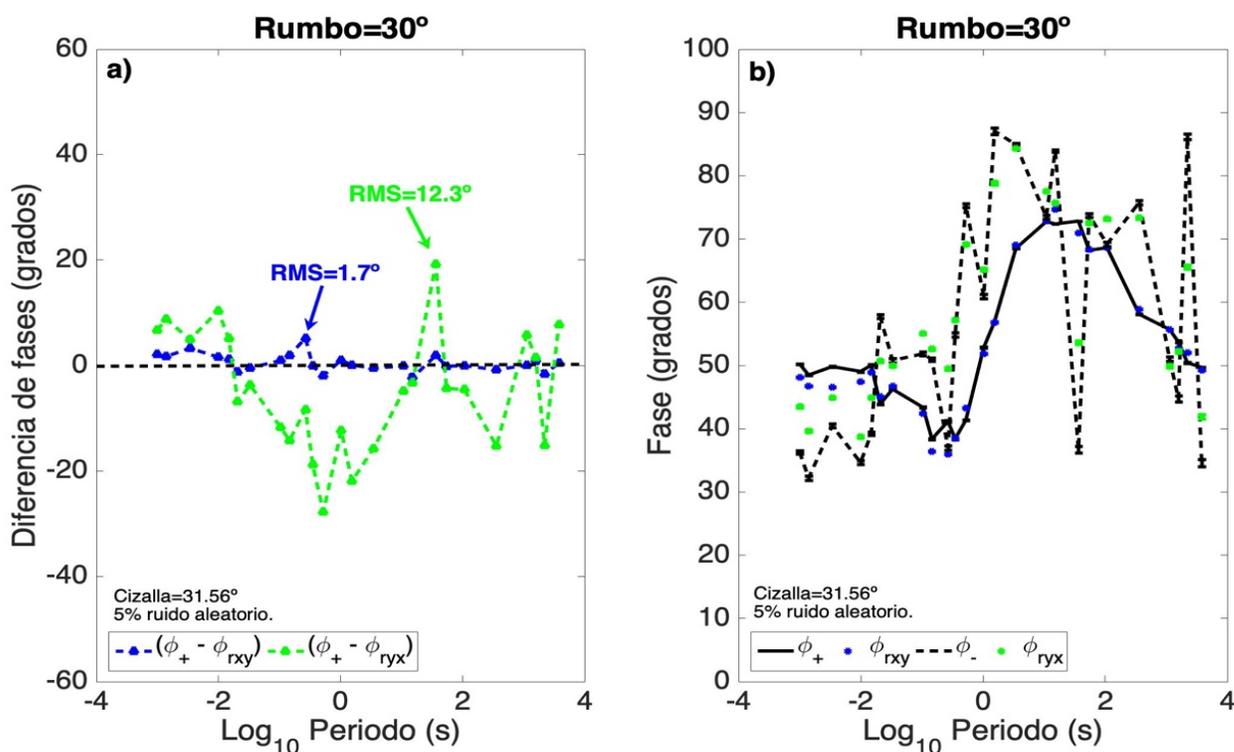


Figura 55. a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo de 30 grados.

Inclusive, si tomamos el rumbo obtenido por ventanas en la reformulación del tensor de fase de la Figura 25, podemos observar en la Figura 56b que aunque el rumbo es bastante inestable y se dispersa alrededor del valor real, la fase ϕ_+ es aproximadamente igual a la fase ϕ_{Rxy} que de nuevo, es la misma solución anteriormente encontrada. El RMS de la diferencia entre este par de fases es 2.2° y se muestra en la Figura 56a. De hecho, también podemos decir que la componente xy del tensor rotado es la más estable aunque se tenga un rumbo muy inestable.

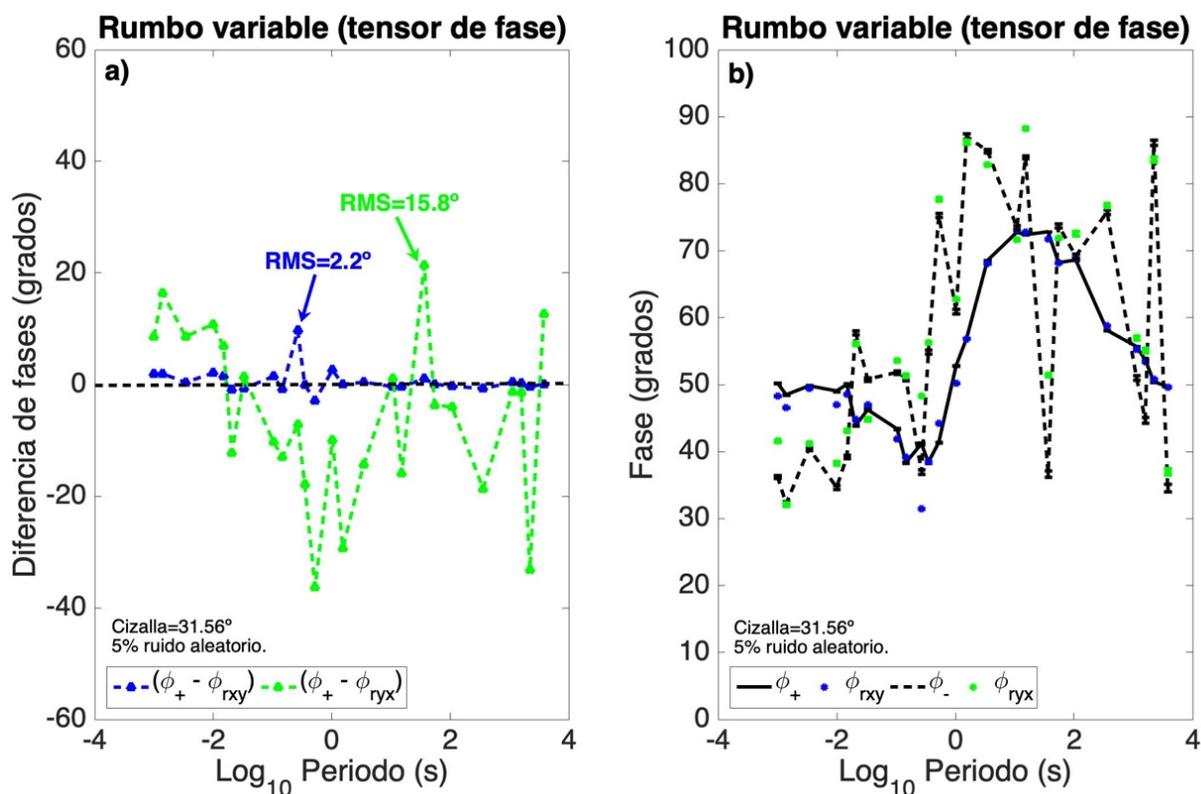


Figura 56. a) Curvas de las diferencias $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ en función del periodo. b) Comparación explícita entre las fases ϕ_+ , ϕ_- , ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} . Se asume un rumbo variable obtenido mediante la reformulación del tensor de fase con ventanas de un periodo.

6.3 Sitio lit902

Vimos que los algoritmos #1 y #2, específicamente con los datos de campo, que cuando tenemos datos muy ruidosos los ajustes para estimar las distorsiones arrojan mayores incertidumbres; además que las soluciones podrían estar sesgadas. En este algoritmo no ajustamos un modelo a los datos, por lo que

podemos usar todos los periodos disponibles para hacer la comparación directa de fases. Explícitamente, estas comparaciones se muestran en la Figura 57b. Es notorio como la fase ϕ_+ se relaciona con ϕ_{Rxy} sin mayor problema, aunque precisamente es para los periodos ruidosos que las fases muestran más dispersión, sobre todo para las versiones rotadas. De cualquier forma, la relación entre invariantes $Z_+ = Z_{xy}$ concuerda con los resultados de los algoritmos previos. En la Figura 57a, graficamos las diferencias entre fases y obtenemos los RMS, podemos ver cómo los periodos dentro del rectángulo negro tienen las menores diferencias. Los RMS calculados son 2.9° y 17° para $(\phi_+ - \phi_{Rxy})$ y $(\phi_+ - \phi_{Ryx})$ respectivamente. En un modelo ideal 2D, una de las curvas debe estar necesariamente alrededor de cero. En la práctica, debido a los efectos de inducción 3D, esto no puede ser válido para todos los periodos. Respecto a esto, nuestro enfoque tiene las mismas limitaciones que el modelo de distorsión de Groom y Bailey. No obstante, el algoritmo #3 presenta ventajas sobre los algoritmos #1 y #2 y otros métodos donde se ajustan los datos a un modelo de distorsión.

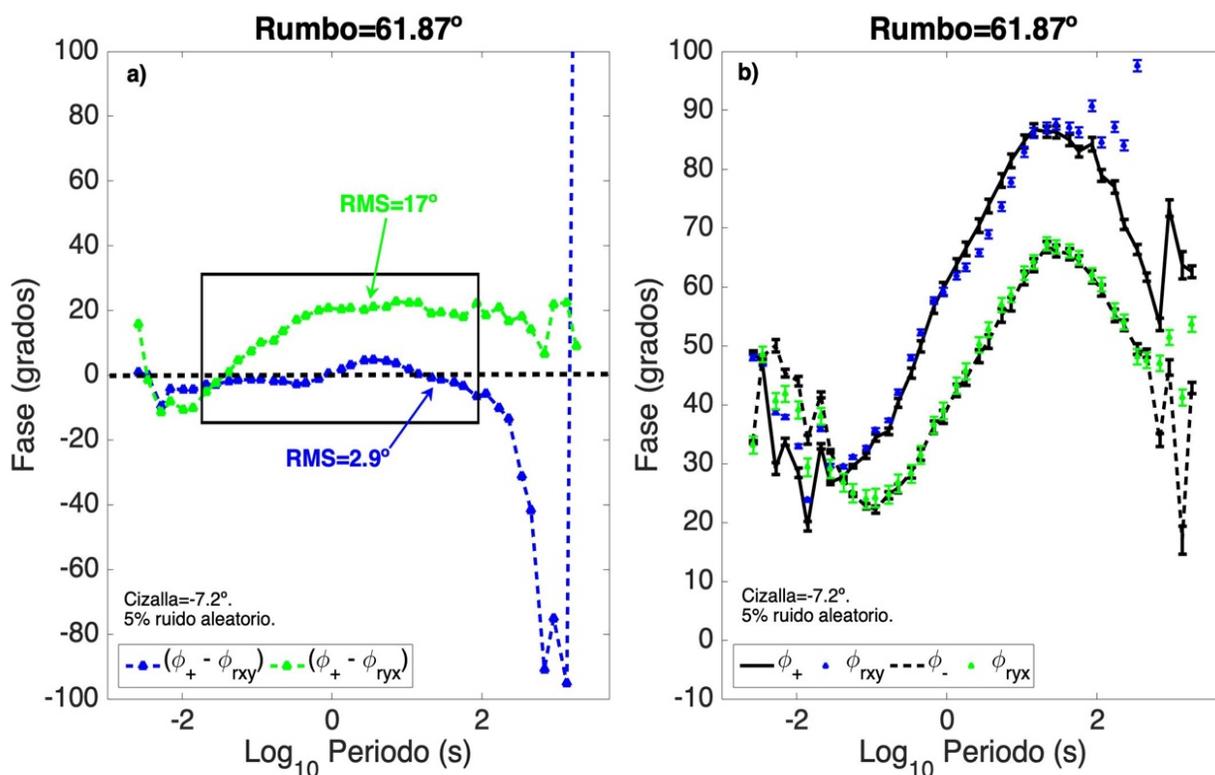


Figure 57. a) Diferencia de fases de Z_{Rxy} y Z_{Ryx} con ϕ_+ . b) Comparación explícita de fases para un rumbo de 61.87° grados, asumiendo que ϕ_+ se asocia con la fase de Z_{Ryx} .

Como se ha expresado anteriormente, el objetivo de este trabajo es relacionar las impedancias 2D con el rumbo geoelectrico y para ello no es necesario calcular el valor de giro, sólo necesitamos conocer el rumbo y cizalla. Las curvas de resistividades aparentes y fases asociadas a un rumbo N60E se muestran en la Figura 58. Estas resistividades ahora están asociadas al rumbo, anteriormente se podían calcular pero debido a que se presentan como invariantes no tenían un rumbo asignado. Este resultado final es lo que se necesita para la interpretación del sitio.

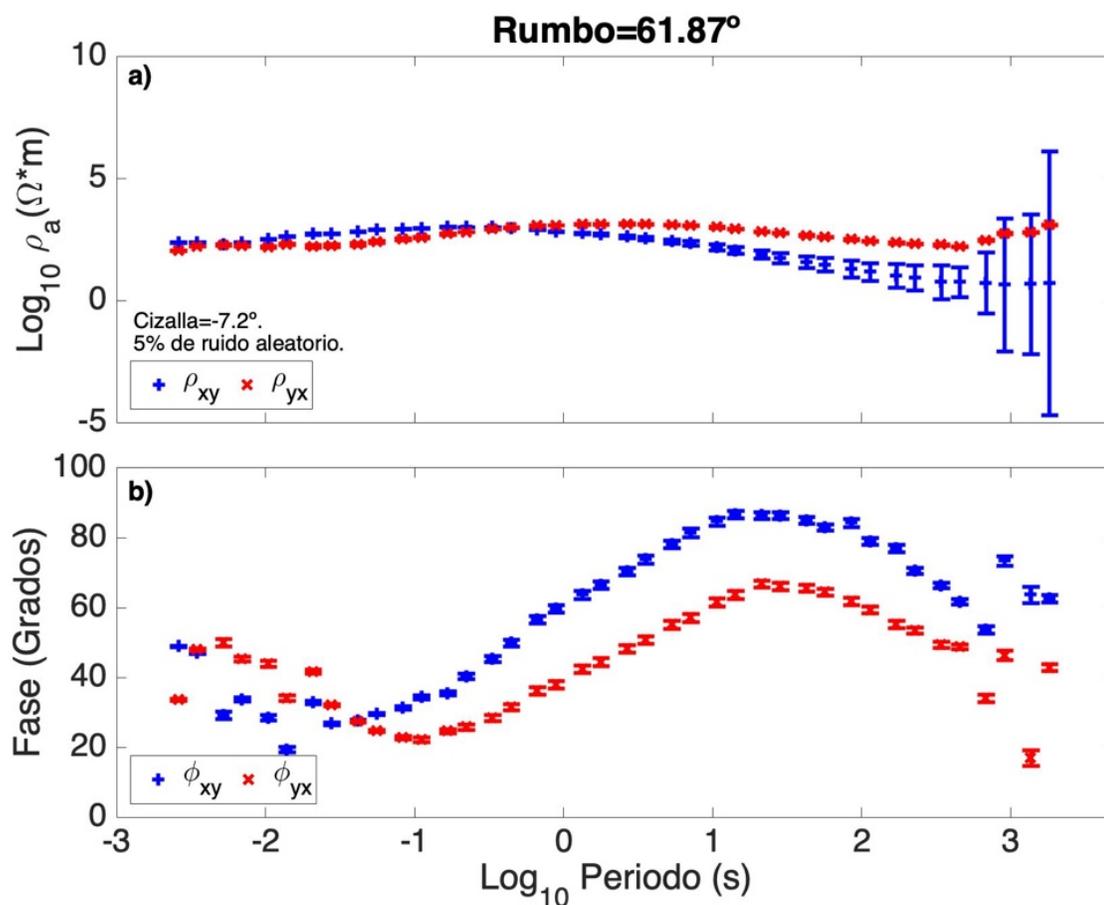


Figura 58. a) Resistividades aparentes TE y TM, b) respectivas fases del inciso a. Estos valores junto con el rumbo de 61.87° son necesarios para la interpretación del sitio.

6.4 Resumen

El algoritmo #3 se basa en las consideraciones particulares del tensor de distorsiones para un modelo bidimensional. Los efectos galvánicos sólo se presentan en las magnitudes de las impedancias y

no en sus fases. Las fases de los modos TE y TM no se afectan siempre y cuando los datos se encuentren en el sistema de coordenadas apropiado. Esto se consigue rotando los datos con el rumbo estimado. A diferencia de los algoritmos #1 y #2, en el algoritmo #3 los datos no se ajustan al modelo de distorsión de Groom y Bailey y aunque sí se basa en este modelo no requiere de encontrar el valor de giro. Para encontrar la solución sólo se comparan las fases de Z_{Rxy} y Z_{Ryx} con las fases de Z_+ y Z_- . En el capítulo siguiente se utiliza el algoritmo #3 para asignarle el rumbo a 16 sitios pertenecientes a un perfil del conjunto de datos BC87.

Capítulo 7. Identificación de modos del conjunto de datos BC87

En este capítulo se presenta la aplicación del algoritmo #3 a la identificación de modos del conjunto de datos BC87. Estos datos fueron interpretados recientemente por Gómez Treviño *et al.* (2018) quienes identificaron a Z_+ con el modo TM para todos los sitios del levantamiento. También se calcularon los rumbos pero no se ligaron directamente a las impedancias porque no se sabía cómo hacerlo. Lo que se hizo fue invertir los datos suponiendo Z_+ como el modo TM y también como el modo TE, y compararon los modelos con los obtenidos suponiendo ángulos complementarios de -30 y 60 grados. Para el segundo caso, los datos se corrigieron por distorsiones utilizando el algoritmo STRIKE. En lo que sigue se resume cómo se hizo esta identificación y cómo todo se simplifica aplicando el algoritmo #3. Se encontró que inadvertidamente, en el trabajo mencionado, la primera mitad del perfil se interpretó con rumbos positivos y el resto con rumbos negativos.

7.1 La ambigüedad clásica de 90 grados en los modelos

El conjunto de datos conocido como BC87 fue adquirido en 1987 utilizando lo que en ese tiempo era el estado del arte en equipo comercial. Se encuentra sobre el batolito Nelson en la Columbia Británica de Canadá cerca del cinturón de las montañas Rocallosas. Los datos se encuentran disponibles en el sitio MTNet y se recomienda su utilización para probar nuevas técnicas de inversión y procesado para eliminar los efectos de distorsión galvánica. Fueron publicados por primera vez por Jones *et al.* (1988) y más tarde se realizó un taller especial para comparar diversos métodos de inversión y procesado con estos datos (Jones, 1993). La figura 59 muestra 27 sitios pertenecientes al BC87, de los cuales se seleccionaron 16 sondeos según se detalla en el pie de figura. La línea roja cerca del sitio lit001 marca la localización y dirección de un sondeo independiente que se procesó con la técnica EMAP (electromagnetic array profiling). Esta técnica permite eliminar los efectos de las distorsiones galvánicas en las mediciones. La línea EMAP fue pieza clave en la identificación correcta de los modos.

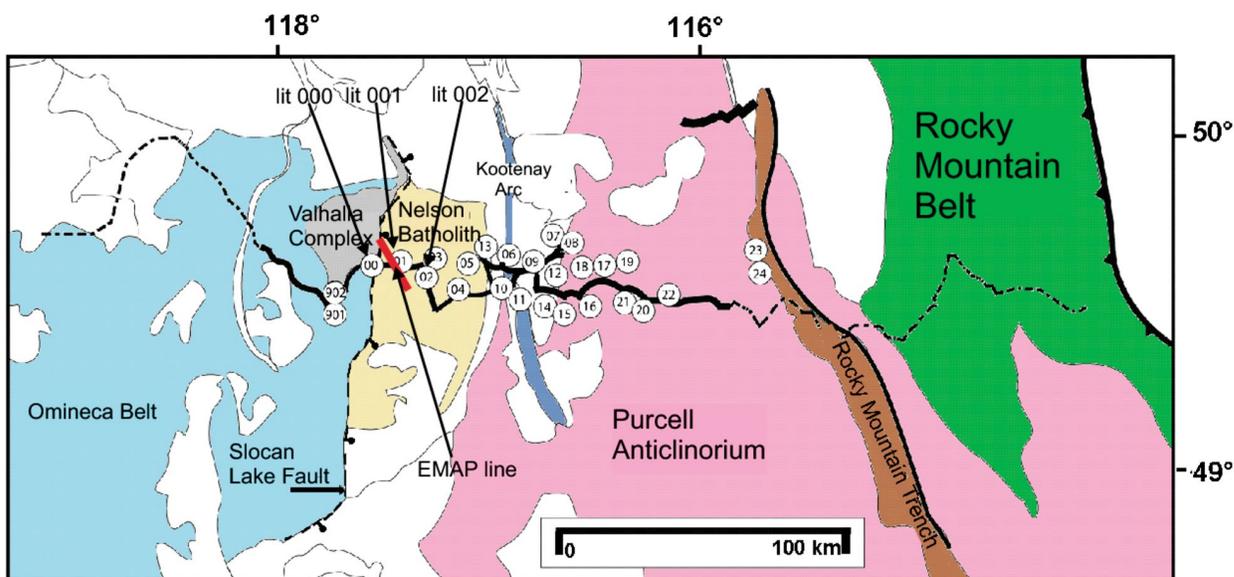


Figura 59. Mapa que muestra la locación de los sitios del levantamiento MT para el conjunto de datos BC87. Se eligió un perfil compuesto de 16 sitios a lo largo de 110 km. Los sitios elegidos son: lit902, 00, 01, 02, 04, 05, 13, 06, 11, 09, 15, 16, 17, 19, 21 y 22. La línea EMAP (en rojo) de 10 km de longitud corresponde a un sondeo utilizando 100 dipolos contiguos de 100 m de longitud cada uno. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018).

Los datos han sido interpretados en términos de modelos 2D por Jones et al., (1993) y Eisel y Bahr (1993), entre otros. Curiosamente en estos dos trabajos se interpretan los datos suponiendo un rumbo de -30 grados o N30W en el primero y en el segundo un rumbo de 60 grados o N60°E. Ambos llegan a esas decisiones independientemente. En el trabajo de Gómez Treviño et al. (2018) se consideraron ambas posibilidades.

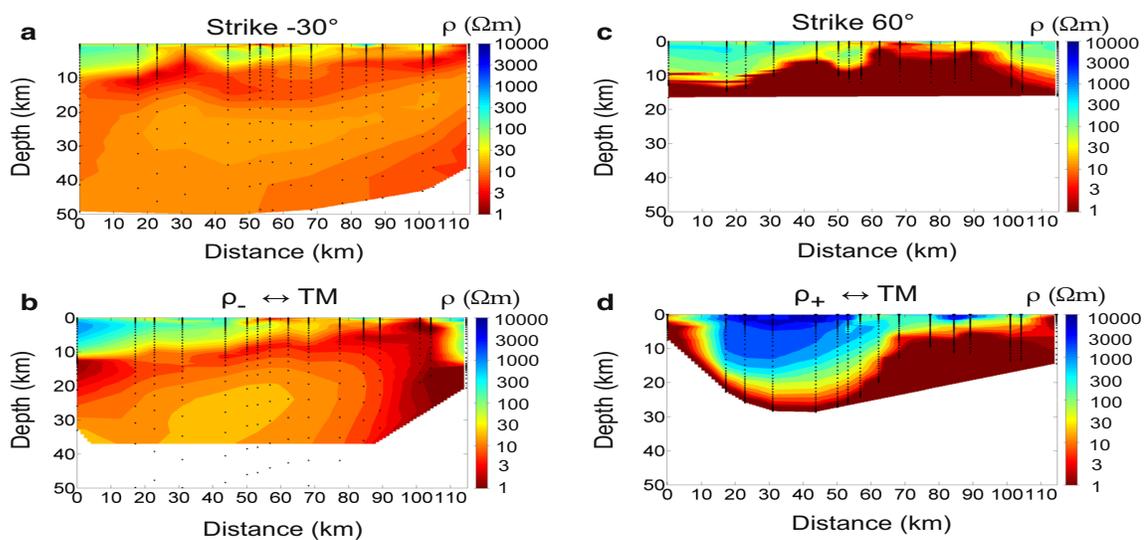


Figura 60. Imágenes del subsuelo que se obtuvieron al invertir seudosecciones calculadas a partir de resistividad aparente del modo TE. Las seudosecciones provienen de invertir resistividad aparente y fase del modo TM y sólo la fase del modo TE. a) Usando ángulo fijo de 30 grados. b) Usando ρ_- como TM. c) Ángulo fijo de 60 grados. d) Usando ρ_+ como TM. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018).

En la Figura 60 se muestran los modelos obtenidos con ambos rumbos, -30 y 60 grados. También se muestran los modelos obtenidos con las opciones Z_+ y Z_- . Se puede observar que la correspondencia entre modelos es de Z_- con -30 grados y Z_+ con 60 grados.

7.2 La ambigüedad clásica de 90 grados en la estática

Antes de pasar a decidir cuál de las opciones es la correcta, es importante explicar que estos modelos no son los que salen de un proceso de inversión convencional. Primero, en ambos casos ya sea con ángulo fijo o con invariantes, los datos están corregidos por efectos de distorsiones galvánicas; esto se da por sentado. En todos los casos se invierten las magnitudes y las fases del modo TM y sólo las fases del Modo TE. Se deja fuera de la inversión las magnitudes del modo TE porque un modelo 2D no puede compensar por los efectos de estática. Contrario a lo que se hace con los modelos Occam, se buscan modelos que sean lo más rugosos posibles como se explica en Gómez-Treviño et al. (2014a). La idea es simular la técnica del arreglo EMAP adquiriendo lo más posible de la información disponible. Luego, como en EMAP, se hace un filtrado para dejar solo los efectos de inducción electromagnética. Para esto se considera como la salida de la inversión las resistividades aparentes calculadas del modo TE (Figura 61), las cuales están libres de los efectos de estática y de cargas eléctricas de cualquier profundidad. Como tal, las respuestas del modo TE se pueden invertir en 1D. Las imágenes o modelos de la Figura 60 se obtuvieron utilizando la fórmula de promedios espaciales descrita en Gómez-Treviño (1996).

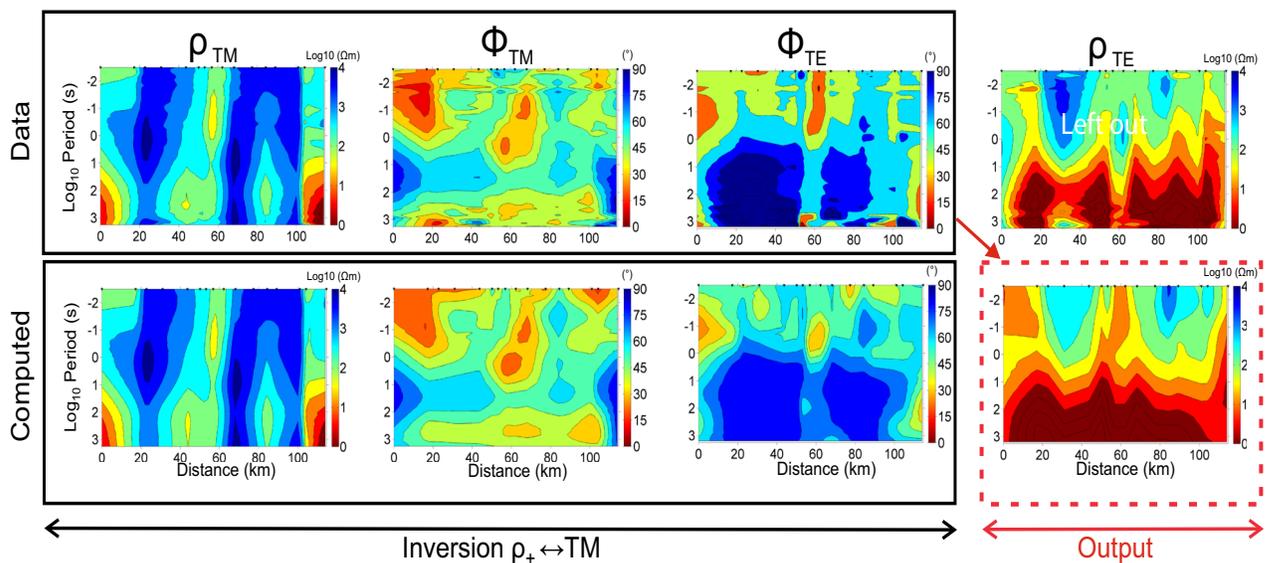


Figura 61. Ajustes a los datos asumiendo ρ_+ como TM. Arriba: pseudosecciones a partir de los datos. Abajo: pseudosecciones calculadas a partir del modelo de distorsión. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018).

Las curvas de resistividad aparente del modo TE, observadas y calculadas, deben ser paralelas si efectivamente el proceso se compensa por la estática. En la Figura 62 se muestra que esto es así. Se muestran los dos casos de ρ_- y ρ_+ como ρ_{TM} . Se puede observar que en ambos casos las curvas de datos que no se invierten (TE observado) son paralelas a las curvas calculadas que provienen de la inversión. Esta prueba aún no lleva a nada concluyente sobre cuál de las dos opciones se debería de elegir.

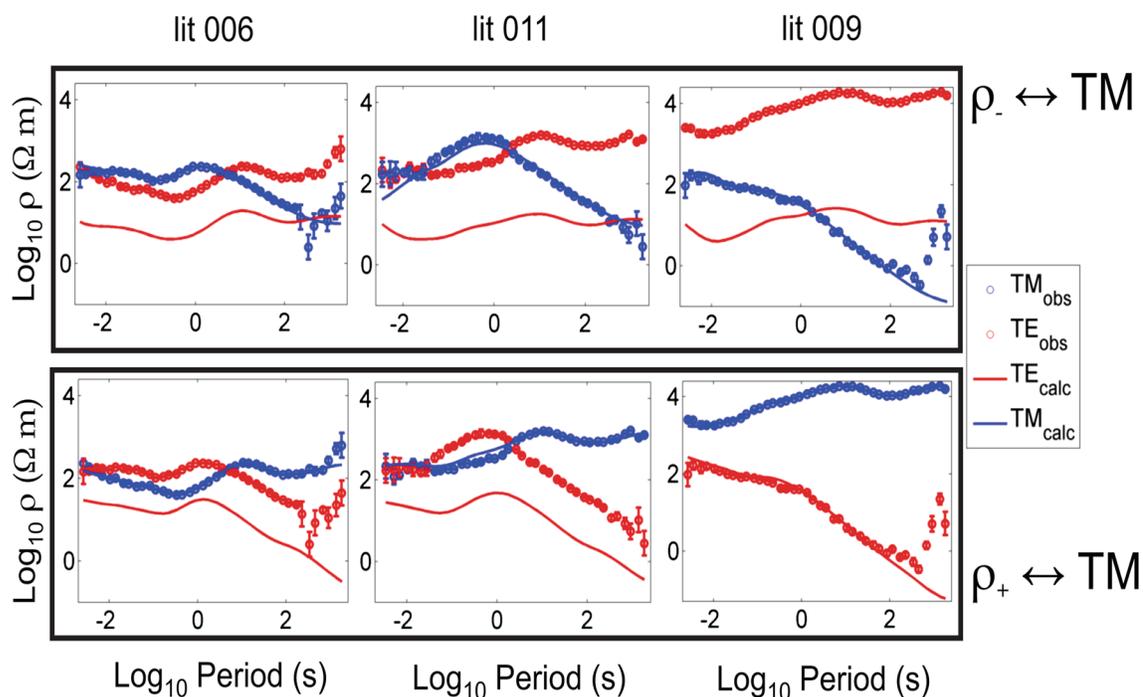


Figura 62. Las curvas de resistividad aparente calculadas para el modo TE son aproximadamente paralelas a las curvas del modo TE observadas. Este efecto se debe a que precisamente fue el modo TE el que no se tomó en cuenta en el proceso de inversión de la Figura 58. Nótese que en los tres sitios, la estática presente al asumir ρ_+ como TM (abajo) es menor que al asumir ρ_- como TM (arriba). (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018).

7.3 La predicción de la línea EMAP

Afortunadamente para este conjunto de datos se adquirió un sondeo libre de efectos galvánicos con la técnica EMAP sobre el batolito Nelson según se mencionó y se indicó en la Figura 59. Las resistividades aparentes se muestran en la Figura 63 como la línea punteada. Las líneas continuas corresponden a los sitios lit000, lit001 y lit002 que están cercanos al sitio del sondeo EMAP. Las curvas corresponden a los valores calculados de la resistividad aparente del modo TE, las cuales también están libres de distorsiones galvánicas. Se puede observar en las Figuras 63a y 63b que la opción de -30 grados

y de ρ_- como TM no predicen adecuadamente la curva de EMAP. Las curvas de la Figura 63c lo hacen mejor, éstas corresponden a asumir el ángulo de 60 grados. Por último, las de la Figura 63d reproducen de forma excelente las resistividades del sondeo EMAP, particularmente la del sondeo lit001. Este caso corresponde a considerar ρ_+ como TM.

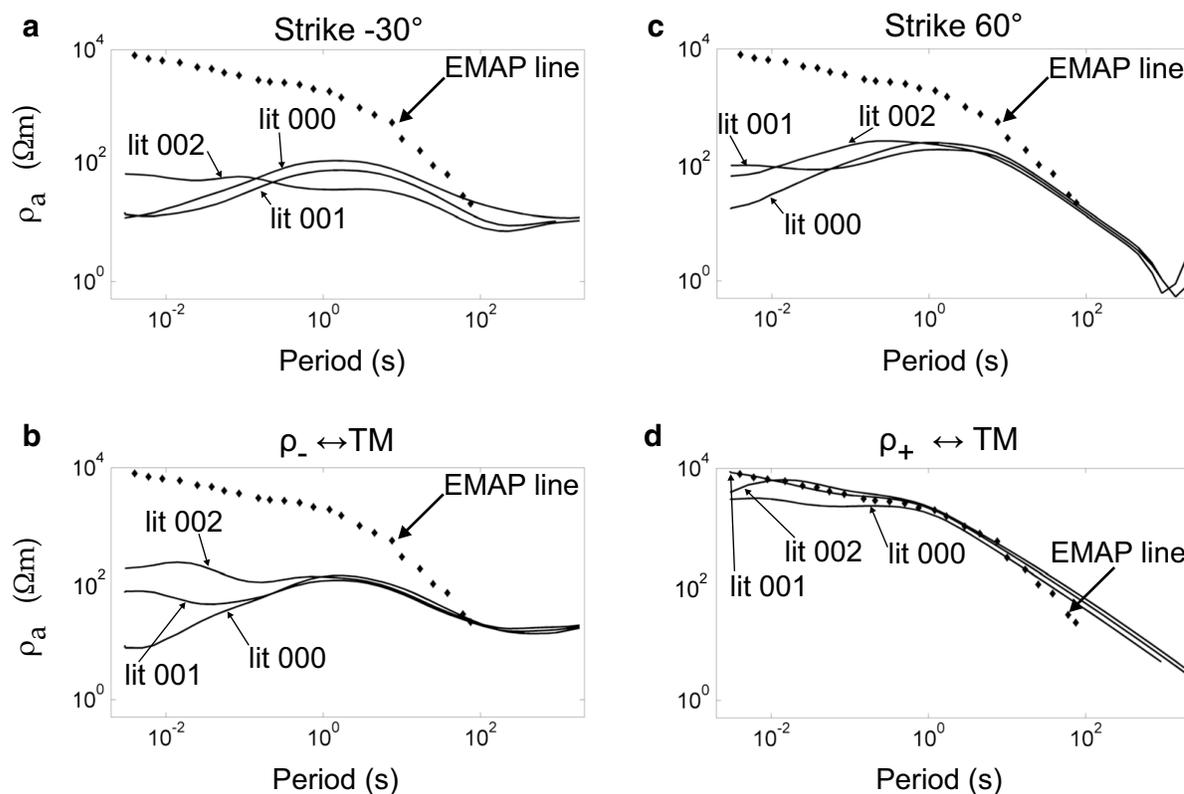


Figura 63. Comparación de la línea EMAP de Jones et al. (1989) con las curvas predichas de resistividad aparente del modo TE sin estática. a) Asumiendo una orientación de rumbo N30W, b) asumiendo ρ_- como TM. c) Asumiendo una orientación de N60E y d) asumiendo ρ_+ como TM. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018).

La Figura 64b corresponde a la imagen obtenida suponiendo ρ_+ como TM. Se trata de una reproducción de la Figura 60c. En este caso se compara con modelos de sísmica de refracción y de reflexión mostrando una correlación excelente en la delineación del batolito Nelson, algo que no se había logrado en interpretaciones anteriores. Esto se logra con la suposición de ρ_+ como TM. Sin embargo, como se puede observar en la Figura 60c o bien en la Figura 63c esto no se logra con la opción de ángulo fijo de 60 grados. Esto implica que las estimaciones con la ecuación cuadrática que tienen ángulo libre son más adecuadas que fijando el rumbo. Sin embargo, queda la duda de a qué ángulos en realidad se refiere la suposición de ρ_+ como TM.

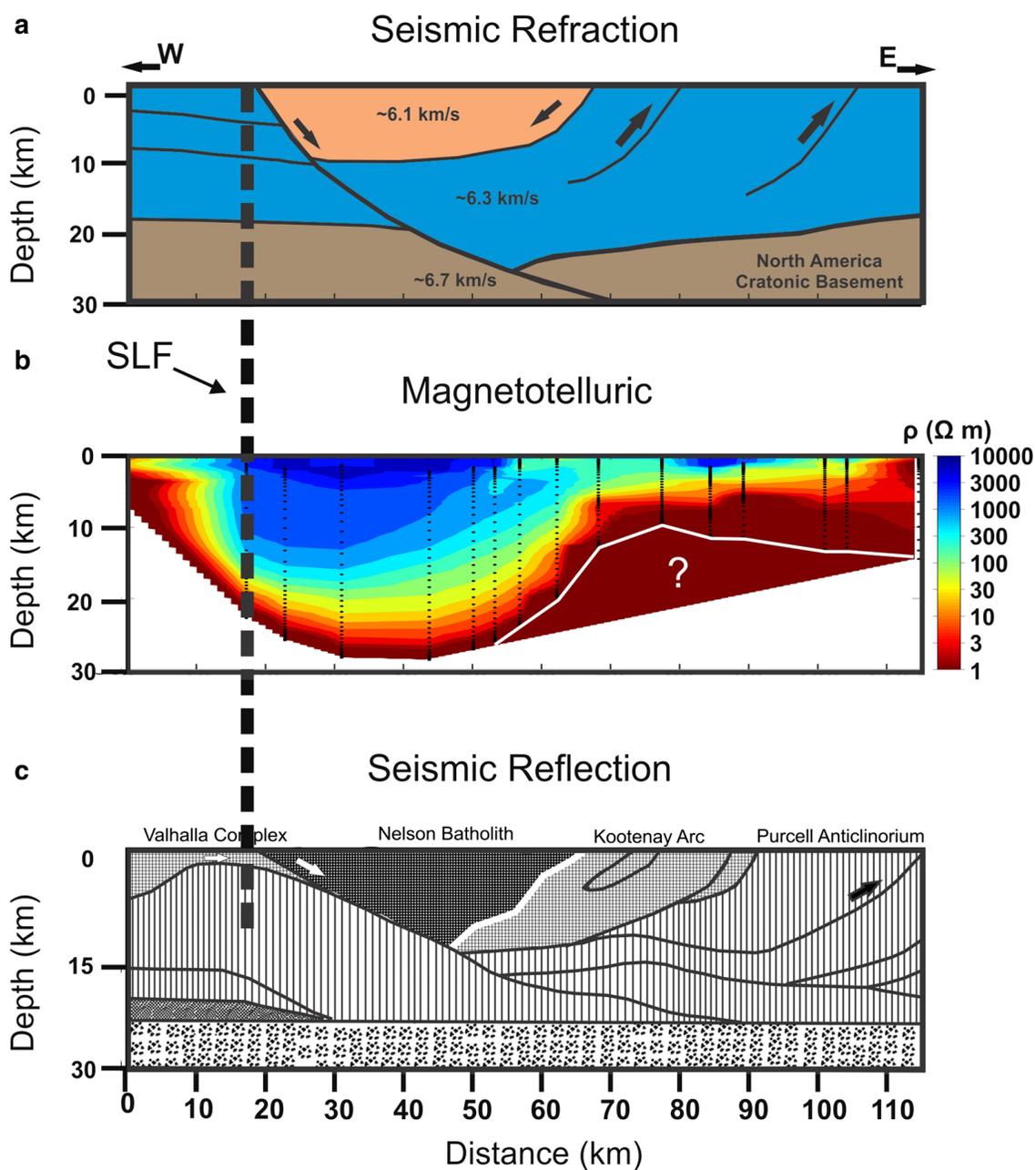


Figure 64. a) Modelo del subsuelo a base de sísmica de refracción para el perfil elegido. b) Modelo de resistividad asumiendo ρ_+ como TM. c) Modelo basado en sísmica de reflexión. SLF: Slocan Lake Fault. (Figura tomada de Gómez-Treviño et al., 2018).

7.4 Identificación de modos

Para responder a la duda de a qué ángulos en realidad se refiere la suposición de ρ_+ como TM, se preparó la Figura 65. Lo que se hizo fue comparar ϕ_+ y ϕ_- con ϕ_{Ryx} . Se buscó el mejor ajuste por prueba

y error, empezando con -30 y 60 grados. En la figura se muestran los rumbos para cada sitio. Se puede observar que excepto por el primer y último sitios los rumbos son cercanos a -30 y 60 grados. Contrario a lo que es la práctica normal en que se supone un solo rumbo para todo el perfil, inadvertidamente la inversión se realizó con rumbo 60 grados sobre el batolito Nelson y -30 grados sobre el resto.

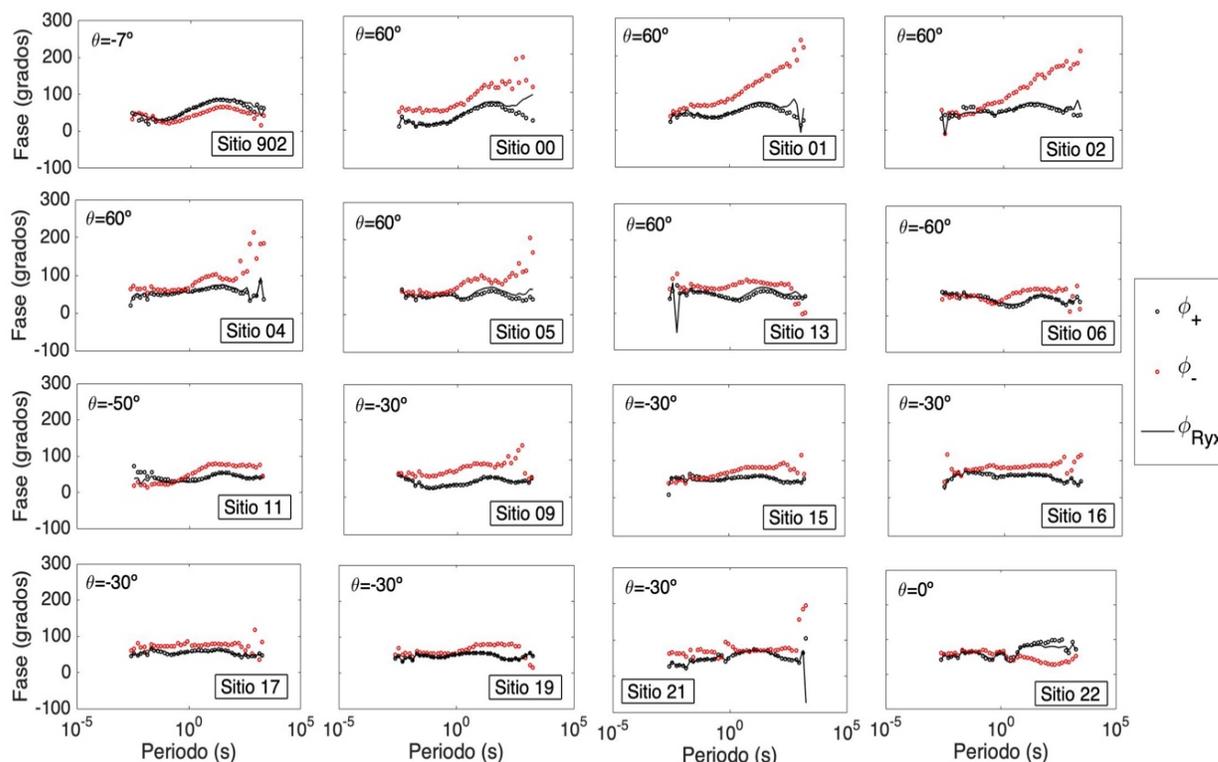


Figure 65. Comparación de fases ϕ_{\pm} con ϕ_{Ryx} para los 16 sitios. Los valores de rumbo se encontraron rotando las fases $\phi_{Ryx=TM}$ hasta hacerlas coincidir con las de ϕ_{+} . Los ángulos de rotación son [-7 60 60 60 60 60 60 -60 -50 -30 -30 -30 -30 -30 0].

En la Figura 66 se resumen gráficamente las interpretaciones de rumbo dadas al conjunto BC87 por otros autores y los rumbos obtenidos de la Figura 65. El primer caso (Figura 66a) corresponde al rumbo de -30 grados reportado por Jones et al. (1993). Pudimos ver en la Figura 63a que esta interpretación no predice adecuadamente la curva de resistividad aparente de la línea EMAP como tampoco lo hace suponer a ρ_{-} como TM. La predicción se mejora con la suposición de Eisel y Bahr (1993) quienes consideran un rumbo de 60 grados para todos los sondeos (Figura 63b). La solución que obtuvieron Gómez-Treviño et al. (2018), aún sin percatarse de lo que ocurría, brindó un modelo 2D que satisface tanto a los modelos de

sísmica mencionados como también ajusta la línea EMAP. Sin embargo, a pesar de que conocían los modos y rumbos no podían relacionarlos. En este trabajo usamos el criterio del algoritmo #3 para asignarle rumbos a los modos TE y TM de cada sitio. Las direcciones asignadas de estos rumbos se muestran en la Figura 66c.

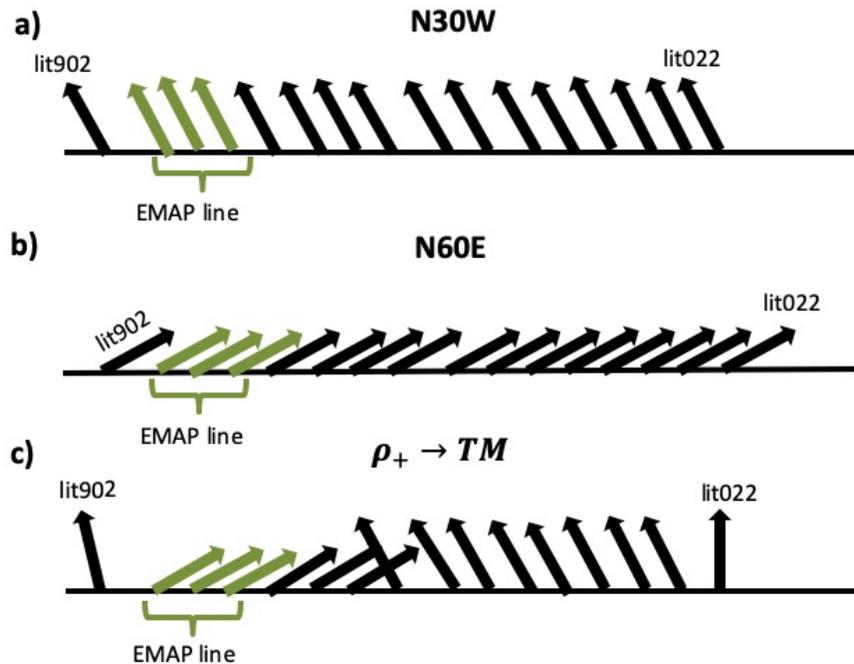


Figure 66. Direcciones de los rumbos según las interpretaciones finales que se hicieron en: a) Jones et al. (1993), b) Eisel & Bahr (1993). c) rumbos obtenidos usando el criterio del algoritmo #3.

Como se mencionó anteriormente, la norma para interpretar perfiles en 2D es suponer un ángulo fijo para todos los sitios. El reconocimiento de que los modos TE y TM son invariantes ante rotación relaja la norma. Se puede aceptar, por ejemplo, que el rumbo sea variable de periodo a periodo o de sitio a sitio con tal que todos caigan en el mismo cuadrante. Esto es lo que supusieron Gómez-Treviño et al. (2018) en su interpretación por no contar con las herramientas que se presentan en el presente trabajo. Estimaron ángulos pero consideraron sólo los positivos confiando en la ambigüedad clásica de 90 grados. Sin embargo, como se muestra en la Figura 66c los rumbos suponiendo ρ_+ como ρ_{TM} en realidad cambian de cuadrante. Esto parecería sugerir que la manera de proceder en la cuestión del rumbo sería suponer, en lugar de un rumbo fijo, un signo fijo en la solución de la ecuación cuadrática y después determinar al rumbo

que corresponde. Sin embargo, esto sería similar a suponer un rumbo fijo a priori lo cual no es lo más apropiado. Se espera que el presente trabajo contribuya a flexibilizar la forma rígida en que tradicionalmente se interpretan perfiles en dos dimensiones.

Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones

En el modelo de distorsión de Groom y Bailey todas las variables están interconectadas y para ajustar los datos es necesario recurrir a métodos numéricos elaborados. El ángulo de rumbo, las fases Φ_{max} y Φ_{min} derivadas del tensor de fase y las impedancias Z_+ y Z_- de la ecuación cuadrática pueden considerarse como soluciones parciales del modelo de distorsión de Groom y Bailey. La naturaleza analítica o semi-analítica de estas soluciones es su principal acierto. Sin embargo, su uso completo puede verse severamente limitado porque en el proceso de dividir el problema en subproblemas, las soluciones se desacoplan entre sí. La ecuación cuadrática y las fases Φ_{max} y Φ_{min} son invariantes ante rotación de coordenadas lo que significa que están desacopladas del ángulo de rumbo. Podemos obtener las impedancias pero no sabemos a qué ángulo pertenecen, incluso si conocemos los ángulos. Esto se suma a la ambigüedad clásica de noventa grados. Es importante porque la asociación entre el rumbo e impedancias proporciona el vínculo físico con la geología local. Recuperar el modelo de distorsión original es la única forma de restablecer la conexión.

8.1 Conclusiones

Los tres algoritmos propuestos en esta tesis reducen el problema a una decisión binaria insertando las soluciones parciales en la descomposición original. Las estimaciones del rumbo y las impedancias de forma independiente conllevan a modelos más estables y con menores incertidumbres que los modelos obtenidos por métodos donde se ajustan todos los parámetros simultáneamente. Además, nuestros enfoques reducen el gasto computacional. El algoritmo #1 recurre a calcular los parámetros giro y cizalla al ajustar los datos al modelo de distorsión con las impedancias 2D y rumbo calculados independientemente. Este esquema puede ser muy susceptible a ruido sin embargo al tener más control sobre las incógnitas, el rango de periodos puede acomodarse para utilizar los periodos más estables. En el algoritmo #2 se reducen aún más el número de incógnitas. En él se encuentra el valor de cizalla también de forma independiente y junto con las impedancias de la cuadrática y el rumbo del tensor de fase sólo se ajusta en busca del ángulo de giro óptimo. El algoritmo #3 difiere de los anteriores en que no ajusta un modelo, ni siquiera lo obtiene pues solo necesita comparar las fases sin distorsiones de los datos medidos con las fases invariantes de la cuadrática para un rumbo dado. La comparación se da de forma natural, las fases de las impedancias Z_{\pm} se ajustan con las respectivas fases ϕ_{Rxy} y ϕ_{Ryx} pues éstas

últimas llevan la información del rumbo correcto. Esto no puede hacerse con las fases Φ_{max} y Φ_{min} del tensor de fase porque cuando las curvas se cruzan, lo cuál es muy frecuente, se invierten los ángulos del rumbo. Esto agrega otra ambigüedad a las ya existentes. Mediante el algoritmo #3 pudimos asignar fácilmente los rumbos a los invariantes ρ_{\pm} , lo cual derivó en que la interpretación con invariantes departe de la costumbre tradicional de suponer un rumbo fijo para todo un perfil. Se espera que esto flexibilice la forma rígida en que tradicionalmente se interpretan perfiles en dos dimensiones.

8.2 Recomendaciones

Actualmente, las interpretaciones de datos magnetoteléuricos se dan en base a suponer un rumbo fijo para todos los sondeos sobre un perfil determinado. En el caso del conjunto BC87, el perfil atraviesa diferentes tipos de suelos con diferentes composiciones y edades geológicas. La solución encontrada en este trabajo para este conjunto es que tienen rumbos diferentes según el sondeo. Los invariantes obtenidos con la cuadrática son precisamente eso, invariantes ante rotación de coordenadas sin importar el rumbo, en este sentido los tres algoritmos expuestos en este trabajo proporcionan una solución binaria. Sin embargo, cuando se trabaja con datos reales ciertas consideraciones deben tenerse en cuenta. En algunos casos, los datos presentan mucho ruido sobre todo en periodos cortos donde se ven más fuertes los efectos 3D galvánicos. En ese caso, se puede tomar un rango de periodos que presente más estabilidad al momento de estimar el rumbo. Se recomienda realizar una estimación periodo a periodo y después proceder a seleccionar el rango de periodos adecuado. Los dos primeros métodos proveen ambos parámetros de distorsión y se puede realizar un ajuste a los datos que es lo que normalmente se hace para comprobar una solución. El algoritmo más simple de aplicar es el #3, sin embargo, con él no se obtienen los valores de giro y cizalla aunque sí ofrece la misma solución final que los algoritmos #1 y #2.

En cuanto a trabajos futuros aparte de las aplicaciones se recomienda hacer una comparación exhaustiva con el algoritmo STRIKE. La comparación no se podía realizar antes porque no había forma de saber cuál de los invariantes corresponde a cuál rumbo. De hecho, como se discutió en el capítulo anterior, se tuvo que recurrir al algoritmo STRIKE para identificar los rumbos de los invariantes para el conjunto de datos BC87. Esto ya no es necesario y se puede proceder a una comparación independiente para los dos tipos de algoritmos. La comparación tendría que hacerse para los parámetros relevantes que son las

impedancias y el rumbo. Los parámetros de distorsión de giro y cizalla no son necesarios para la interpretación de los datos en términos de modelos de resistividad.

Literatura citada

- Bahr, K., 1988. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor— regional induction and local telluric distortion, *J. Geophys.*, **62**, 119–127.
- Berdichevsky, M.N., Dmitriev, V.I., Pozdnjakova, E.E., 1998. On two-dimensional interpretation of magnetotelluric soundings. *Geophysical Journal International*, 133(3), 585-606.
- Bibby, H. M., Caldwell, T. G., Brown, C. 2005. Determinable and non-determinable parameters of galvanic distortion in magnetotellurics. *Geophysical Journal International*, 163(3), 915-930.
- Bostick, FX., 1984. Electromagnetic array profiling survey method: U.S. patent 4,591,791.
- Bostick, FX., 1986. Electromagnetic array profiling: 56th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp 60–61.
- Bravo-Osuna, A.G., Gómez-Treviño, E., Cortés-Arroyo, O.J., Delgadillo-Jauregui, N.F. and Arellano-Castro R.F., 2021. Reframing the magnetotelluric phase tensor for monitoring applications: improved accuracy and precision in strike determinations. *Earth, Planets and Space* 73:34.
- Cagniard, L., 1953. Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting, *Geophysics*, **18**, 605–63
- Caldwell, T.G., Bibby, H.M., Brown, C. 2004. The magnetotelluric phase tensor. *Geophys J Int* 158:457–469.
- Cantwell, T. (1960). *Detection and analysis of low frequency magnetotelluric signals*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Chave, A. D., and A.G. Jones, 1997. Electric and Magnetic Field Galvanic Distortion Decomposition of BC87 Data. *J. Geomag. Geoelectr.*, 49, 767-789.
- Chave, A. D., and A. G. Jones, 2012, *The magnetotelluric method: Theory and practice*, Cambridge University Press.
- Eisel, M. and K. Bahr, 1993, Electrical anisotropy in the lower crust of British Columbia: an interpretation of a magne- totelluric profile after tensor decomposition, *J. Geomag. Geoelectr.*, 45, 1115-1126.
- Gómez-Treviño, E., 1996. Approximate depth averages of electrical conductivity from surface magnetotelluric measurements. *Geophysical J. Int.*, 127, 762-772.
- Gómez-Treviño, E., Esparza Hernandez, F. J., and Romo Jones, J. M., 2013, Effect of galvanic distortions on the series and parallel magnetotelluric impedances and comparison with other responses, *Geofísica Internacional*, 52, 135-152.

- Gómez-Treviño E, Esparza F, Muñiz Y, Calderón A. 2014a. The magnetotelluric transverse electric mode as a natural filter for static effects: application to the COPROD2 and COPROD2S2 data sets. *Geophysics* 79:E91–E99.
- Gómez-Treviño E., Romo J.M., Esparza F.J. 2014b. Quadratic solution for the 2-D magnetotelluric impedance tensor distorted by 3-D electro-galvanic effects. *Geophys J Int* 198:1795–180.
- Gómez-Treviño, E., Muñiz Gallegos, Y., Cuellar Urbano, M., & Calderón Moctezuma, A. 2018. Invariant TE and TM magnetotelluric impedances: Application to the BC87 dataset. *Earth, Planets and Space*, 70, 133-147.
- Groom, R.W. and Bailey, R.C.1989. Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortion, *J. Geophys. Res.*, 94, 1913-1925.
- Groom, R.W., and Bailey, R.C., 1991. Analytic investigations of the effects of near-surface three-dimensional galvanic scatterers on MT tensor decompositions. *Geophysics*. 56(4). 496-518.
- Groom, R. W., R. D. Kurtz, A. G. Jones, and D. E. Boerner, 1993. A quantitative methodology for determining the dimensionality of conductive structure from magnetotelluric data, *Geophys. J. Int.*, 115, 1095-1118.
- Honkura, Y. (1975). Perturbation of the electric current by a resistivity anomaly and its application to earthquake prediction. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 28, 47–57.
- Jones, A. G., 1993. The BC87 dataset: Tectonic setting, previous EM results and recorded MT data: *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 45, 1089–1105, doi: 10.5636/jgg.45.1089.
- Jones, A. G., 2012. Distortion decomposition of the magnetotelluric impedance tensors from a one-dimensional anisotropic Earth. *Geophysical Journal International*. 189,268-284.
- Jones, A. G. and Groom, R. W. 1993. Strike angle determination from the magnetotelluric tensor in the presence of noise and local distortion: rotate at your peril!, *Geophys. J. Int.*, 113, 524-534.
- Jones, A. G., R. D. Kurtz, D. W. Oldenburg, D. E. Boerner, and R. Ellis, 1988. Magnetotelluric observations along the LITHOPROBE southeastern Canadian Cordilleran transect, *Geophys. Res. Lett.*, 15, 677-680.
- McNeice, G.W. and Jones, A.G. 2001. Multisite, multifrequency tensor decomposition of magnetotelluric data. *Geophysics* 66:158–173.
- Montiel-Álvarez, A. Romo-Jones, J.M., Constable, S., and Gómez-Treviño, E. 2020. Invariant TE and TM impedances in the marine magnetotelluric method. *Geophysical Journal International* 221(1):163-177.

- Muñiz Gallegos, Y., 2017. Inversión de invariantes magnetotéluricos inmunes a distorsiones electrogalvánicas. Tesis de Doctorado en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.
- Muñiz Y., Gómez-Treviño E., Esparza F.J., Cuellar M. 2017. Stable 2D magnetotelluric strikes and impedances via the phase tensor and the quadratic equation. *Geophysics* 82(4):E169–E186.
- Rikitake, T., 1950a. Electromagnetic induction within the earth and its relation to the electrical state of the earth's interior. 1 (1). *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ.*, 28:45-100.
- Rikitake, T., 1950b. Electromagnetic induction within the earth and its relation to the electrical state of the earth's interior. 1 (2). *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ.*, 28:219-262.
- Rikitake, T., 1950c. Electromagnetic induction within the earth and its relation to the electrical state of the earth's interior. 2. *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ.*, 28:263-283.
- Rikitake, T., 1950d. Electromagnetic induction within the earth and its relation to the electrical state of the earth's interior. 3. *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ.*, 28:61-69.
- Swift, C.M. 1967. A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the southwestern United States. Doctoral Dissertation, Massachusetts Institute of Technology.
- Tikhonov, A.N., 1950. On determining electrical characteristics of the deep layers of the Earth's crust, in *Magnetotelluric Method*, *Geophys. Reprint Ser. 5*, pp. 2–3, ed. Vozoff, K., Soc. Expl. Geophys.
- Varentsov, I.M. 1998. 2D synthetic data sets COPROD-2S to study MT inversion techniques. In: The 14th workshop
- Vozoff, K. (1991). The magnetotelluric method. In *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics, Vol. 2, Applications*, ed. M. N. Nabighian. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, pp. 641–711.
- Ward, S.H. (1967). Electromagnetic theory for geophysical applications. In *Mining Geophysics*. Tulsa: Society of Exploration Geophysics, pp. 10–196.
- Zhang, P., R. G. Roberts, et al. (1987). Magnetotelluric strike rules. *Geophysics*, 52(3), 267–278.

Apéndice 1.

En este apéndice se resume la derivación de la matriz de distorsión \mathbf{C} que produce una semiesfera inmersa en una tierra homogénea. Los primeros trabajos sobre este modelo fueron realizados por Ward (1967) y Honkura (1975). Groom y Bailey (1991) utilizaron la solución para simular un modelo donde un cuerpo conductor superficial distorsiona los campos eléctricos medidos en superficie afectando la respuesta regional de una estructura 2D.

Efecto galvánico 3D de una semiesfera conductora

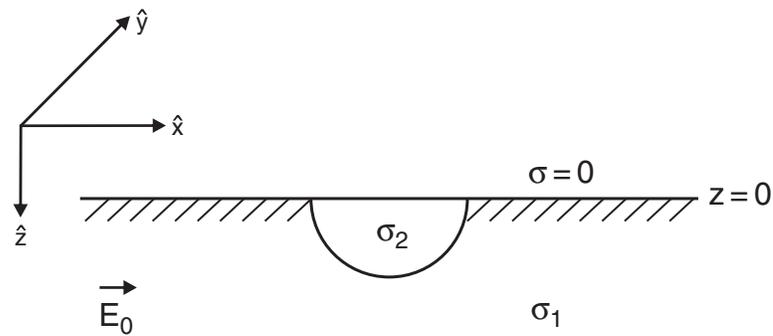


Figura 67. Diagrama para una semiesfera de conductividad σ_2 dentro de un semiespacio uniforme de conductividad σ_1 . Figura tomada de Groom-Bailey (1991).

Considérese la Figura 67. Una semiesfera de conductividad eléctrica uniforme σ_2 se encuentra dentro de un semiespacio homogéneo de conductividad σ_1 . Un campo eléctrico externo uniforme \mathbf{E}_0 producirá campos dentro y fuera de la semiesfera. Estos campos pueden calcularse mediante funciones potenciales f tal que $\mathbf{E} = -\nabla f$. Por analogía, siguiendo las soluciones de Ward (1967) y Honkura (1975), el campo eléctrico dentro del cuerpo se puede expresar como

$$\mathbf{E}_i(x, y, z) = E_{0x} \left[\frac{3\sigma_1}{\sigma_2 + 2\sigma_1}, 0, 0 \right], \quad (56)$$

y fuera del cuerpo pero dentro del medio en el punto (x, y, z) , el campo eléctrico se escribe como

$$\mathbf{E}_e(x, y, z) = E_{0x} \left[1 + K \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{r^5}, \frac{3Kxy}{r^5}, \frac{3Kxz}{r^5} \right], \quad (57)$$

donde E_{0x} es el campo eléctrico externo en la dirección x , r es la distancia del punto (x, y, z) hasta el centro del cuerpo. K viene dada como

$$K = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + 2\sigma_1} R^3, \quad (58)$$

donde R es el radio del cuerpo y se supone que es mucho menor que la profundidad de penetración de la onda electromagnética, por lo que la solución es de corriente continua. Siguiendo a Groom y Bailey (1991) tenemos que para cuerpos altamente conductores en un medio resistivo, es decir, $\sigma_2 \gg \sigma_1$, $K \approx R^3$. El campo eléctrico secundario ($\mathbf{E}_e - \mathbf{E}_0$) cae como $(R/r)^3$, por lo que a una distancia de $r = R$ fuera del cuerpo el campo es el doble del campo externo primario y a una distancia de $r = 2R$ fuera del cuerpo es una cuarta parte del campo externo primario. Para cuerpos altamente resistivos en un medio más conductor, es decir, $\sigma_2 \ll \sigma_1$, entonces $K \approx -R^3/2$. Sabemos que las distorsiones galvánicas sólo afectan de forma considerable al campo eléctrico, por lo tanto el efecto de la semiesfera conductora sobre el campo magnético se omite en este cálculo. Ahora, el campo eléctrico \mathbf{E} sobre la superficie (donde se realizan las mediciones del método MT) es

$$\mathbf{E}(x, y, 0) = \mathbf{C}\mathbf{E}_0. \quad (59)$$

De acuerdo al capítulo 1, el tensor de distorsión galvánica dentro de la inhomogeneidad es

$$\mathbf{C}_i(x, y, 0) = \begin{bmatrix} \frac{3\sigma_1}{\sigma_2 + 2\sigma_1} & 0 \\ 0 & \frac{3\sigma_1}{\sigma_2 + 2\sigma_1} \end{bmatrix}, \quad (60)$$

y fuera de la homogeneidad es

$$\mathbf{C}_e(x, y, 0) = \begin{bmatrix} 1 + K \frac{2x^2 - y^2}{r^5} & K \frac{3xy}{r^5} \\ K \frac{3xy}{r^5} & 1 + K \frac{2y^2 - x^2}{r^5} \end{bmatrix}. \quad (61)$$

Debe notarse que la simetría de la semiesfera da como resultado un tensor de distorsión que es simétrico, es decir, $C_{12} = C_{21}$ tanto dentro como fuera de la inhomogeneidad. Este cuerpo conductor dentro de un medio resistivo fue utilizado por Groom & Bailey (1991) y Groom et al. (1993) para demostrar los

problemas que pueden causar las cargas eléctricas.

El diseño experimental numérico para el conjunto de datos far-hi se muestra en la Figura 68. Un cuerpo conductor de $10 \Omega\text{m}$ y un radio de 50 m se encuentra inmerso en un medio de $300 \Omega\text{m}$ y está ubicado a 6 km de distancia de una falla 2D que tiene un rumbo de $+30^\circ$ con una capa superior altamente resistiva ($40000 \Omega\text{m}$).

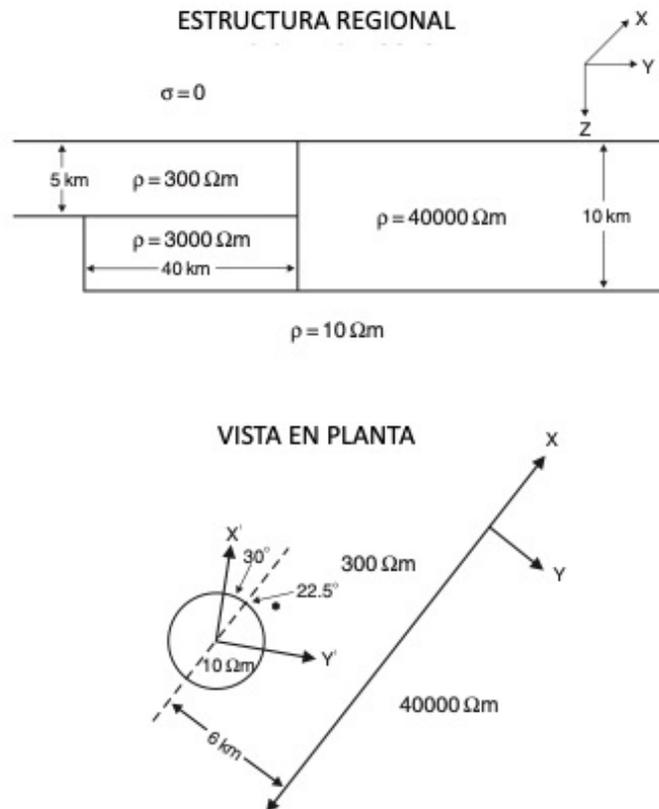


Figura 68. Esquema del modelo 2D para para el conjunto de datos far-hi. El cuerpo conductor es relativamente pequeño ($r=50 \text{ m}$) y se encuentra a 6 km de la falla 2D; sin embargo, al estar cerca del lugar de medición (representado por el punto) produce distorsiones galvánicas 3D que afectan los datos del levantamiento MT.

Los datos corresponden a un sistema de coordenadas girado 30° en sentido antihorario con respecto al rumbo de la falla y el sitio está en un ángulo de 22.5° en el sentido de las agujas del reloj, es decir, 52.5° en el sentido de las agujas del reloj con respecto al sistema de coordenadas adoptado. Por lo tanto, el sitio está a 58 m del centro del cuerpo conductor (cuerpo de 50 m de radio más 8 m afuera) con

ubicaciones de observación $[x = 35.3, y = 46.0]$ (x dirigido al norte, y dirigido al este). El sitio está a casi 6 km de la estructura 2D regional y en ausencia de distorsión las respuestas MT aparecerán 1D hasta aproximadamente 0.5 s, que es el período correspondiente a una profundidad de penetración de 6 km para un semiespacio de $300 \Omega\text{m}$. El tensor de distorsión se define en las coordenadas del rumbo, por lo tanto, el sitio está ubicado en $[53.6, 22.2]$. Usando la ecuación 61 para esta ubicación, tenemos que

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.91 & 0.62 \\ 0.62 & 0.07 \end{bmatrix}. \quad (62)$$