

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Doctorado en Ciencias
en Óptica con orientación en Óptica Física**

**Implementación del método Monte Carlo-Metrópolis con
recocido simulado para el diseño de cristales aperiódicamente
polarizados que permitan la generación de súpercontinuo**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias

Presenta:

Elier Ramos Israde

Ensenada, Baja California, México
2022

Tesis defendida por
Elier Ramos Israde

y aprobada por el siguiente Comité

Dra. Karina Garay Palmett
Codirectora de tesis

Dr. Roger Sean Cudney Bueno
Codirector de tesis

Dr. Serguei Stepanov

Dr. Horacio Soto Ortiz

Dr. Roberto Ramírez Alarcón



Dra. Karina Garay Palmett
Coordinadora del Posgrado en Óptica

Dr. Pedro Negrete Regagnon
Director de Estudios de Posgrado

Elier Ramos Israde © 2022

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis.

Resumen de la tesis que presenta **Elier Ramos Israde** como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física.

Implementación del método Monte Carlo-Metrópolis con Recocido Simulado para el diseño de cristales aperiódicamente polarizados que permitan la generación de súpercontinuo

Resumen aprobado por:

Dra. Karina Garay Palmett
Codirectora de tesis

Dr. Roger Sean Cudney Bueno
Codirector de tesis

Los medios ferroeléctricos no lineales como el niobato de litio (LiNbO_3) y el tantalato de litio (LiTaO_3) permiten la conversión de luz de manera sintonizable a través de la técnica de cuasi-empatamiento de fases, la cual consiste en alternar el signo del coeficiente no lineal $\chi^{(2)}$ a lo largo del medio (modulación de la no linealidad) ya sea de manera periódica, con chirp o aperiódica. Uno de los procesos de conversión, conocido como conversión paramétrica descendente (PDC, por sus siglas en inglés), conlleva a la generación de espectros de emisión con ancho espectral amplio y continuo (mayores a 10 nm), llamados súpercontinuos. En este trabajo de tesis se estudió teóricamente el proceso de PDC, considerando las tres modulaciones antes mencionadas. Con modulaciones periódicas, la implementación de PDC con un bombeo sintonizado en la longitud de onda de cero dispersión de segundo orden del cristal, es posible la generación de señales con espectros cuyo ancho de banda puede llegar a ser superior a los 600 nm. Sin embargo, esta técnica no ofrece flexibilidad de sintonización porque está limitada a las propiedades lineales del medio, razón por la cual la mayoría de estas fuentes se encuentran sintonizadas en el infrarrojo. Por otro lado, las modulaciones con chirp permiten de manera sencilla la generación de anchos espectrales sintonizables, y que pueden ser llevados a un régimen experimental bajo un sistema de compensación, pero tienen el inconveniente de que los espectros resultantes presentan oscilaciones que no son fáciles de suprimir. En este proyecto de investigación, se propuso una metodología de optimización basada en Monte Carlo-Metropolis con recocido simulado que permite definir diseños de cristales con modulación aperiódica que conlleven a la generación de paquetes de onda en estado de fotón individual que exhiban espectros de banda ancha y características temporales deseables. Para el estudio se consideró como material LiNbO_3 y se estudiaron diferentes configuraciones que involucran características espectrales particulares de la fuente de bombeo y las señales de generación. Adicionalmente en el modelo se incluyeron los efectos de la temperatura y defectos derivados del proceso de fabricación, sobre los espectros de generación y la tasa de generación. Particularmente, se presenta un diseño de cristal aleatorio que permite la generación de estados de fotón individual con ancho de banda amplio y limitados en transformada de Fourier. La caracterización de este diseño se realizó mediante el cálculo de la función de Wigner del estado de fotón individual anunciado.

Palabras clave: Cuasi-empatamiento de fases, cristales no lineales, optimización, conversión paramétrica descendente

Abstract of the thesis presented by **Elier Ramos Israde** as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Optics with orientation in Optical Physics

Implementation of Monte Carlo-Metropolis with simulated annealing for the design of aperiodically poled crystals that allow the generation of supercontinuum

Abstract approved by:

Dra. Karina Garay Palmett
Codirectora de tesis

Dr. Roger Sean Cudney Bueno
Codirector de tesis

Non-linear ferroelectric mediums like lithium niobate (LiNbO_3) and lithium tantalate (LiTaO_3) allow tunable light conversion by using the quasi-phase matching technique, which consist on alternating the sign of the nonlinear coefficient $\chi^{(2)}$ through-out the medium (modulation of the non-linearity), which can be periodic, with chirp or aperiodic. One of the conversion processes, which is known as parametric down conversion (PDC), leads to the generation of emission spectra with wide and continuous bandwidth (greater than 10 nm), called supercontinuum. In this thesis the PDC process was theoretically studied considering the three modulations formerly mentioned. With periodic modulations, the PDC implementation with a pump wavelength tuned to the second order zero-dispersion condition, it is possible the generation of signals with spectral bandwidths above 600 nm. However, this technique doesn't offer tunable flexibility because it is limited to the medium linear properties, and because of it most of these sources emit in the infrared. On the other hand, chirp modulation allows in a simple way the generation of broadband tunable spectra, that could be implemented on an experimental regime under a compensation system, but have the inconvenient that the resulting spectra presents oscillations which cannot be easily suppressed. In these research project, an optimization methodology was proposed based on Monte Carlo-Metropolis with simulated annealing that allows to define crystal designs with aperiodic modulations that could generate wave-packets in one photon states that exhibit broad spectral bandwidth and temporal desirable properties. For the study was considered the material congruent LiNbO_3 and were studied different configurations that involve particular pump sources and generation signals. Additionally, on the model there were included the effects of temperature and fabrication defects and the impact on the spectra and the generation rate. Particularly, a crystal with a random design is presented that allows the generation of one photon state with broad bandwidth that is Fourier transformed limited. The design characterization was made by using the Wigner function on the heralded one photon state.

Keywords: quasi-phase matching, non-linear crystals, optimization, parametric down conversion

Dedicatoria

Para mi esposa, mis padres y mis gatos.

“No se puede enseñar nada a un hombre, sólo se le puede ayudar a descubrirse a sí mismo”
Galileo Galilei

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi esposa, por su apoyo incondicional, sus abrazos de aliento y frases motivacionales para no darme por vencido.

Quiero agradecer a mis directores de tesis, Karina Garay y Roger Cudney por su paciencia infinita en mi trayecto durante el proyecto de tesis. Sus enseñanzas, sus explicaciones, su tiempo dedicado, sus experiencias y sobre todo sus regaños guiaron al mejoramiento continuo del proyecto y a mi persona.

Quiero agradecer a los sinodales por su tiempo y dedicación al proyecto de tesis. A sus comentarios durante los avances de tesis y sobre los comentarios del borrador de tesis. Agradezco su paciencia para que se diera el proyecto en tiempo y forma.

Quiero agradecer a mis padres, por todo lo que hicieron para ayudarme a concluir mi proyecto de tesis. Sus palabras sabias y alentadoras de no perder la esperanza y de amenazarme de golpearme si no terminaba la tesis.

Quiero agradecer a mis gatos, por los ronroneos constantes, los abrazos calientes y cariñosos sobre mi regazo, por ayudarme tomándome descansos de trabajo y sobre todo por existir y simplemente hacerme feliz.

Quiero agradecer a Luis Ríos y Javier Dávalos por su amistad, sus enseñanzas y su apoyo técnico durante el proyecto.

Agradezco al CICESE de manera infinita por permitirme ser parte de su comunidad académica y por su apoyo económico.

Agradezco al CONACYT por el apoyo económico que me brindaron durante el tiempo de desarrollo de mi proyecto de tesis. Mi número de becario fue 299964.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatorias.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	viii
Lista de tablas.....	xiii
Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Objetivo general	3
1.2 Objetivos particulares	4
1.3 Estructura de la tesis.....	4
Capítulo 2. Teoría	6
2.1 Teoría de PDC	7
2.2 Cuasi-empatamiento de fases.....	8
2.3 Modulación espacial	11
2.4 Función de cuasi-empatamiento de fases	15
2.5 Formalismo cuántico del SPDC	16
2.6 Bombeo pulsado	20
2.7 Amplitud temporal conjunta	24
2.8 Función de Wigner	27
2.9 Bombeo de onda continua	28
Capítulo 3. Modulaciones periódicas y con chirp lineal	30
3.1 Implementación experimental de PPLT	33
3.2 Conclusión de usar modulación periódica.....	37
3.3 Modulaciones con chirp lineal	38
3.4 Compensación para fabricación	41
3.5 Bombeo pulsado y su efecto en modulaciones con chirp	42
3.6 Conclusión de usar modulaciones con chirp	44

Capítulo 4. Modulaciones aleatorias	45
4.1 Descripción de la metodología de optimización	46
4.2 Modulaciones aleatorias optimizadas	49
4.2.1 Efectos del ciclo dútil y defectos de fabricación.....	50
4.2.2 Curva de transmitancia del material.....	51
4.3 Modulaciones aleatorias en emisión no degenerada con bombeo monocromático	52
4.4 Modulaciones aleatorias en emisión degenerada con bombeo monocromático	55
4.5 Pasar de CW a un régimen pulsado	57
4.6 Modulaciones aleatorias en emisión degenerada con bombeo pulsado	58
Capítulo 5. Modulaciones aleatorias con espectros de emisión limitados por transformada de Fourier	63
5.1 Comparación con un cristal con modulación de chirp lineal optimizado	67
5.2 Desempeño experimental	70
5.3 Conclusiones	73
Capítulo 6. Conclusiones	74
Literatura citada	77
Anexos	84

Lista de figuras

Figura		Página
1	Caricatura de la distribución de periodos locales en un cristal no lineal ferroeléctrico: a) caso periódico, b) caso con chirp y c) caso aleatorio. Cada sección se compone de un par de dominios ferroeléctricos contra-polarizados. La longitud de cada sección define la longitud de onda que se puede generar.....	2
2	Caricatura de la a) generación óptica paramétrica y b) conversión paramétrica descendente espontánea en un cristal no lineal χ^2	8
3	La propagación de la luz coincide con el eje ordinario del medio uniaxial, mientras que la polarización es paralela al eje extraordinario. Las flechas en los índices de refracción son para definir la orientación del valor, no son vectores.....	9
4	Valor absoluto de la amplitud del campo eléctrico en función de la longitud de coherencia para tres escenarios de empatamiento de fases exacto (línea negra), cuasi-empatamiento (línea roja) y sin empatamiento (línea azul).....	9
5	Generación de luz en diferentes partes de un cristal ferroeléctrico a) sin modulación espacial y b) con modulación espacial. Las flechas corresponden a la dirección del campo eléctrico intrínseco del medio.....	10
6	Modulación espacial para un cristal con dominios ferroeléctricos con modulación aleatoria. Un valor positivo en $g(x)$ representa un valor positivo del coeficiente no lineal $\chi^{(2)}(x)$	12
7	Módulo al cuadrado de la función de cuasi-empatamiento normalizada para el caso periódico.....	14
8	Aproximación de onda plana de un haz TEM ₀₀	18
9	Descomposición de la función JSI. a) función envolvente del bombeo, b) función de cuasi-empatamiento de fases y c) función de irradiancia espectral conjunta. Los valores de las figuras están normalizadas a su valor máximo.....	21
10	Función de espectro individual del fotón señal de la figura 9c). La figura está normalizada al su valor máximo.....	22
11	Descomposición de la función JSI en coordenadas rotadas. a) función envolvente del bombeo, b) función de cuasi-empatamiento de fases y c) función de irradiancia espectral conjunta. Los valores de las figuras están normalizadas a su valor máximo.	23
12	Espectro de emisión completo de la pareja de fotones de la figura 11c). La figura está normalizada al valor máximo.....	24

13	JTI en coordenadas: a) sin rotar, b) rotadas. Los tiempos de emisión: c) fotón señal en coordenadas sin rotar y d) conjunto en coordenadas rotadas. Las figuras están normalizadas a su valor máximo.....	26
14	Tiempo de correlación entre la pareja de fotones. La figura está normalizada a su valor máximo y es relativa a este valor máximo.....	26
15	Simulaciones del cristal periódico en emisión no degenerada de las figuras 9) y 11). a) Función de Wigner en coordenadas rotadas. b) espectro de emisión y c) tiempo de emisión. Las figuras están normalizadas a su valor máximo y son relativas a ese valor.....	28
16	Índices de refracción de fase y grupo para a) LiNbO ₃ y b) LiTaO ₃ . Valores de GVD para c) LiNbO ₃ y d) LiTaO ₃ a temperatura ambiente.....	31
17	Espectros de emisión normalizados para la condición de cero dispersión de segundo orden para los cristales con modulación periódica de a) LiNbO ₃ y b) LiTaO ₃	31
18	Simulaciones de la condición de cero dispersión para la condición de cero dispersión de segundo orden para LiTaO ₃ a) Curva de sintonización y b) espectro de emisión normalizado para un cristal de 15 mm a temperatura ambiente (T = 25°C). La línea punteada corresponde al periodo local seleccionado de 27.52 μm	32
19	Proceso de fabricación para cristales de LiTaO ₃ y LiNbO ₃ con inversión de dominios.	33
20	Cristal de LiTaO ₃ . a) Diseño de cristal con 5 rejillas periódicas, b) Cristal fabricado con las 5 rejillas, el color rojo es fotoresina, parte del proceso de fabricación.....	34
21	Arreglo experimental para la implementación de una fuente de PPLT con ancho espectral amplio. El recuadro rojo se compone de una placa de media onda (HW) y un divisor de haz por polarización (PBS).....	35
22	Curva experimental teórica para el a) Espectro de emisión de banda ancha que puede resolver el detector, b) Eficiencia de detección y el módulo de Fourier normalizado de la emisión de PPLT.....	36
23	Cuentas individuales por segundo resueltas en espectro cristal de PPLT para la rejilla de 27.3 μm . Las cuentas corresponden a los únicos resultados experimentales obtenidos.....	36
24	Simulaciones de un cristal periódico de LiNbO ₃ con su a) espectro de emisión normalizado y su b) curva de sintonización. Las simulación presenta un bombeo fijo de $\lambda_p = 750$ nm, una temperatura de 25 °C y una longitud de 15 mm	38
25	Periodos locales en función de la posición dentro del cristal de las figuras 24 y 26.....	39
26	Espectros de emisión normalizados al valor máximo obtenible de un cristal periódico con curva de sintonización para chirp: a) y d) polinomial 1, b) y e) polinomial 2 y c) y f) lineal.....	40

27	Compensación del periodo local a la resolución de fabricación del chirp polinomial 2 de la figura 25. a) chirp polinomial teórico y ajustado. b) acercamiento al panel a). La curva negra corresponde al valor teórico y la roja a la ajustada.....	41
28	Espectro de emisión normalizado teórico contra el compensado para el chirp polinomial 2 de la figura 25.....	42
29	Comparación de espectro de emisión relativo variando el ancho del pulso de bombeo para el cristal con chirp polinomial 2 de la figura 25.....	43
30	Simulaciones del cristal con chirp polinomial (polinomial 1 de la figura 25) con compensación en la rejilla de fabricación. a) Función de Wigner, b) espectro de emisión relativo y c) irradiancia temporal relativa. Las figuras están normalizadas a su valor máximo.....	44
31	Diseño de un cristal que pueda producir SPDC con emisión no degenerada y envolvente espectral rectangular. a) Espectro de emisión objetivo y obtenido con el método de Monte Carlo con recocido simulado; b) evolución de la similitud con el número de iteración y c) distribución de periodos locales al inicio y final del método de optimización.....	48
32	Histogramas de la distribución de dominios simulados bajo una distribución Gaussiano para semi-anchos de a) $\sigma_{DC} = 0.001$, b) $\sigma_{DC} = 0.05$ y c) $\sigma_{DC} = 0.1$. Se han simulado para un valor promedio $r_{prom} = 0.6$	50
33	Transmitancia del LiNbO ₃ de Precision Micro-Optics.....	51
34	Transmitancia usada para la simulación y la transmitancia conjunta de la pareja de fotones.....	52
35	Espectros de emisión no degenerada de cristales optimizados por Monte Carlo con recocido simulado. a) Espectros de irradiancia normalizados en emisión no-degenerada para diseños con ancho espectral rectangular FWHM $\Delta\lambda = 10, 20$ y 30 nm. b) Efectos de temperatura sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 20$ nm. c) Efectos de los cambios en el ciclo dutil sobre sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 20$ nm. y d) Espectro de emisión para el diseño con $\Delta\lambda = 20$ nm con el espectro de emisión en comparación al obtenido de un cristal con chirp lineal equivalente y la función irradiancia objetivo.	53
36	Espectros de emisión degenerada de cristales optimizados por Monte Carlo con recocido simulado. a) Espectros de irradiancia normalizados en emisión degenerada para diseños con ancho espectral $\Delta\lambda = 100, 150, 200, 250$ y 300 nm. b) Efectos de temperatura sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 250$ nm. c) Efectos de los cambios en el ciclo dutil sobre sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 250$ nm. y d) Espectro de emisión relativo para el diseño con $\Delta\lambda = 250$ nm en comparación con el espectro de emisión relativo obtenido de un cristal con chirp lineal equivalente y la función de irradiancia objetivo.....	55

37	Simulaciones del aumento del ancho de banda del bombeo sobre los cristales optimizados. a) Efectos del ancho de banda del bombeo sobre la irradiancia relativa del espectro de emisión optimizado en emisión degenerada con 250 nm de ancho de banda. b) ancho espectral de emisión contra ancho de banda del bombeo para los diseños de emisión degenerada (Figura 36a)). Las líneas punteadas corresponden a los anchos de banda σ de la figura 37a).....	58
38	Espectros de emisión degenerada de cristales optimizados por Monte Carlo con recocido simulado bombeados con pulsos cortos. a) Espectros de irradiancia normalizados en emisión degenerada para diseños con ancho espectral $\Delta\lambda = 750, 1000$ y 1500 nm con haz de bombeo pulsado. b) Efectos de la temperatura sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 1500$ nm. c) Efectos de los cambios en el ciclo dutil sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 1500$ nm. y d) Espectro de emisión normalizado del diseño con $\Delta\lambda = 1500$ nm en comparación con el espectro de emisión normalizado obtenido de un cristal con chirp lineal equivalente.....	59
39	Irradiancias relativas para el diseño del cristal aleatorio de 1500 nm bajo dos diferentes regímenes de bombeo.....	61
40	Funciones de Wigner de: a) cristal con modulación aleatoria, b) cristal con modulación de chirp lineal, con las funciones marginales espectrales c) y d) y temporales e) y f).....	61
41	Cristal optimizado de LiNbO_3 con espectro y correlación temporal limitada en transformada de Fourier. a) Irradiancia espectral normalizada y la derivada de su fase. b) Irradiancia temporal relativa y la derivada de su fase.....	64
42	Esquema del experimento de Hong-Ou-Mandel. DH: Divisor de haz, E: Espejo, D: Detector de fotones, R: Retraso temporal.....	65
43	Simulaciones de un cristal de LiNbO_3 con modulación periódica en emisión degenerada a) Irradiancia temporal, b) irradiancia espectral normalizada y c) curva de interferencia de HOM normalizada. Se muestran los anchos en FWHM para cada gráfica.....	66
44	Curva de HOM normalizada para el cristal optimizado de la figura 41.....	67
45	Espectro y correlación temporal de un cristal con chirp lineal optimizado de LiNbO_3 . a) Irradiancia espectral normalizada y la derivada de su fase. b) Irradiancia temporal relativa y la derivada de su fase.....	68
46	Curva de HOM normalizada para el espectro de la figura 45.....	68
47	Comparación de cristales con modulación aleatoria bajo un esquema de optimización. El cristal aleatorio tuvo de condición inicial una modulación periódica y el de chirp tuvo de condición una modulación de chirp lineal. Función de Wigner para el a) cristal aleatorio y b) cristal con chirp lineal. c) Irradiancia espectral y d)	

	irradiancia temporal. Las figuras a) y b) están normalizadas tal que la integral sobre ambas variables es 1, y presenta unidades en la escala de 1/s.....	69
48	Resultados del cristal optimizado; a) Distribución de los periodos locales a lo largo del medio no lineal b) Histograma de la distribución en escala logarítmica.....	71
49	Resultados del cristal optimizado; a) Irradiancia temporal, b) Irradiancia espectral y c) Curva de HOM normalizada para diferentes valores de ciclo dutil promedio (r) y semi-ancho Gaussiano (s).....	71
50	Resultados del cristal optimizado con aumento de ancho de banda del bombeo; a) Irradiancia temporal, b) Irradiancia espectral y c) Curva de HOM normalizada para diferentes anchos de banda del bombeo.....	72

Lista de tablas

Tabla		Página
1	Periodo y temperatura de operación de las cinco rejillas implementadas en un cristal PPLT que permitirían la generación de súpercontinuo.....	34

Capítulo 1. Introducción

El diseño y fabricación de fuentes de luz con ancho espectral amplio (mayores a los 10 nm) es un tema de interés actual con aplicaciones en diversos campos que aprovechan sus propiedades clásicas y cuánticas. La selección adecuada del medio no lineal con sus propiedades físicas y de dispersión permiten la conversión de luz de manera sintonizable para obtener propiedades espectrales y temporales a la medida.

Una de las maneras para convertir luz de manera sintonizable es a través de cristales no lineales ferroeléctricos como el *niobato de litio* (LiNbO_3), *tantalato de litio* (LiTaO_3) o *titanil fosfato de potasio* (KTiOPO_4), llamado también como KTP. Uno de los procesos a través de los cuales los medios no lineales antes mencionados convierten luz es utilizando el proceso de conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC, por sus siglas en inglés) (Burnham y Weinberg, 1970), que consiste en la aniquilación de un fotón dentro del medio no lineal y crea en el proceso una pareja de fotones entrelazada cuánticamente. El proceso de SPDC está restringido a la conservación de energía y de momento, por lo que no cualquier longitud de onda se puede generar de manera selectiva. La técnica de *cuasi-empatamiento de fases* (QPM, por sus siglas en inglés) permite esta conversión de luz sintonizable al utilizar las propiedades del medio no lineal que adicionan el momento adicional. El QPM consiste en seccionar el medio no lineal de manera localizada donde cada sección se compone de un par de dominios contra-polarizados, siendo la longitud de cada sección la que define las longitudes de onda de la pareja de fotones que se pueden generar (Armstrong et al., 1962).

Cuando todas las secciones presentan la misma longitud en el medio no lineal se le conoce como *periódicamente polarizado* (periódico) como lo muestra la caricatura de la figura 1a). Debido a que cada sección del cristal presenta la misma longitud, se espera a la salida un flujo alto de parejas de fotones con una longitud de onda definida (Boyd, 2007). Bajos ciertas condiciones y aprovechando las propiedades de dispersión del medio no lineal es posible generar anchos espectrales superiores a los 1000 nm como se ha demostrado para cristales de LiNbO_3 (Lim et al., 2007; O'Donnell y U'Ren, 2007), LiTaO_3 estequiométrico (Levenius et al., 2011), LiTaO_3 estequiométrico dopado con magnesio (Levenius et al., 2012) y en KTP (Shaked et al., 2014).

Cuando las secciones dentro del cristal presentan diferentes valores de longitud a lo largo del cristal se les conoce como cristales *aperiódicamente polarizados* (aperiódicos). Si las secciones cambian en longitud de manera continua y monótonica se le conoce como un cristal con *chirp* como muestra la caricatura en la figura 1b), los cuales presentan aplicaciones tales como la generación amplia de longitudes

de onda (O'Donnell y U'Ren, 2007) o la compresión de pulsos (Arbore et al., 1997), por nombrar algunas. Cuando la distribución de las secciones no presenta una transición continua o no determinada, se puede considerar como una distribución aperiódica *aleatoria* como muestra la caricatura de la figura 1c). Esta configuración encuentra aplicaciones en la generación de múltiples longitudes de onda de manera simultánea (Robles-Agudo y Cudney, 2011; Svozilík y Peřina, 2010), generación de solitones (Torner et al., 1998) o generación de perfiles transversales específicos (Torres et al., 2004), por nombrar algunas.

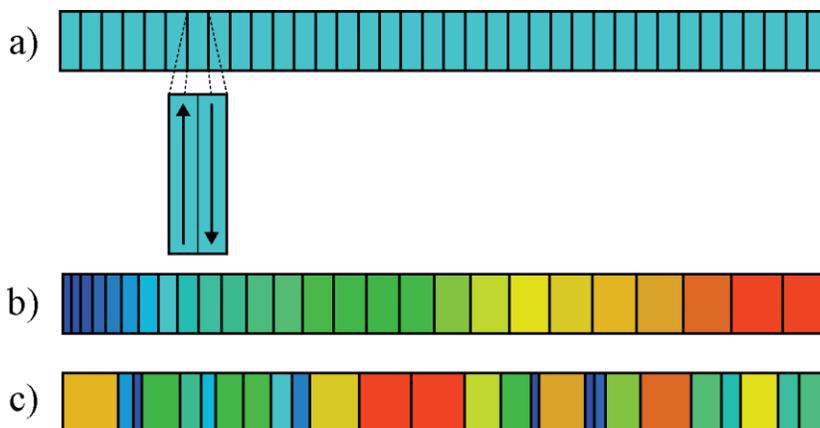


Figura 1. Caricatura de la distribución de periodos locales en un cristal no lineal ferroeléctrico: a) caso periódico, b) caso con chirp y c) caso aleatorio. Cada sección se compone de un par de dominios ferroeléctricos contra-polarizados. La longitud de cada sección define la longitud de onda que se puede generar.

Una de las características más importantes de las fuentes con ancho espectral amplio radica en que un ancho espectral mayor equivale, en la mayoría de los casos, a un menor ancho temporal, que presenta aplicaciones para resolución temporal y espacial. Estas fuentes presentan aplicaciones diversas que toman en consideración sus propiedades tanto clásicas como cuánticas.

Como fuentes de luz clásica, campos con anchos de banda amplio encuentran aplicación en la microscopía no lineal de dos fotones ya que permiten aumentar la resolución espacial de la muestra que se está utilizando al utilizar pulsos ultracortos (Dayan et al., 2004). Por otro lado, tienen aplicaciones como peines de frecuencia, los cuales son el espectro de una onda que se compone por múltiples líneas espectrales equidistantes donde la separación entre estas líneas se conoce (Paschotta, s. f.), para utilizarse como una regla óptica para medir frecuencias o tiempos con mucha precisión (Reichert et al., 1999; Udem et al., 2002, Eckstein et al, 1978). Se pueden usar los peines de frecuencia para calibrar espectrógrafos en la búsqueda de exoplanetas y medir la velocidad angular con alta precisión (Langellier et al., 2014; Phillips

et al., 2016). Los peines también se pueden usar para calibrar y estabilizar láseres pulsados (Reichert et al., 1999; Hitachi et al., 2014) y para uso en caracterización de moléculas biológicas (Marandi et al., 2016), por nombrar algunas de sus aplicaciones.

Como fuentes de luz cuánticas, los súpercontinuos encuentran aplicación en protocolos de teleportación cuántica (Molotkov, 1998; Humble y Grice, 2007), distribución de llaves cuánticas (Ali-Khan et al., 2007) y metrología cuántica (Giovannetti et al., 2004). Una de las aplicaciones de mayor interés se basa en tomografía óptica coherente cuántica ya que mejora la resolución espacial de los resultados al cancelar los efectos de dispersión de la luz en la muestra (Nasr et al., 2003; Lopez-Mago y Novotny, 2012; Okano et al., 2015). El ancho espectral grande implica un entrelazamiento mayor, lo que da por consecuencia una mayor cantidad de posibles estados cuánticos disponibles (Law et al., 2000; Zhang et al., 2007).

Debido a que el QPM permite la conversión de luz con características espectrales y/o temporales sintonizables, en este trabajo de tesis se ha propuesto el estudio del proceso de conversión paramétrica descendente espontánea en cristales no lineales ferroeléctricos, con el propósito de identificar diseños de cristales periódicos, con chirp y aleatorios que conlleven la generación de paquetes de onda en estado de un solo fotón y con espectro de banda ancha, que encuentren aplicaciones basadas en la mecánica cuántica.

1.1.- Objetivo general

El objetivo general de este proyecto se basa en diseñar fuentes de SPDC sintonizables basadas en QPM que presenten propiedades espectrales y temporales deseables usando modulaciones aleatorias y optimizadas por Monte Carlo-Metropolis con recocido simulado en cristales ferroeléctricos de LiNbO_3 y LiTaO_3 .

1.2.- Objetivos particulares

Un objetivo secundario es desarrollar una metodología de optimización numérica basada en Monte Carlo-Metrópolis con recocido simulado para encontrar modulaciones aperiódicas en cristales ferroeléctricos que maximicen y distribuyan uniformemente el ancho espectral cerca de la longitud de onda de 1500 nm.

Un objetivo secundario es encontrar diseños en cristales periódicos, con chirp y aleatorios experimentalmente viables de fabricar y de implementar, al estudiar los efectos que la temperatura y los defectos de fabricación pueden ocasionar en el espectro de emisión, en el flujo de parejas de fotones generados y sus propiedades temporales clásicas y cuánticas.

Un objetivo secundario es utilizar el formalismo cuántico en el esquema de Schrödinger para el análisis teórico y numérico de los diseños de cristales. El estudio consiste en evaluar tanto en variables espectrales, de tiempo y en simultáneo al utilizar el formalismo de Wigner.

Un objetivo secundario es encontrar un estudio cristales de LiNbO_3 en modulaciones con chirp y aleatoria para generar espectros que sean limitados en transformada de Fourier.

1.3.- Estructura de la tesis

En el capítulo dos se describe a detalle el proceso de conversión de frecuencias al utilizar cuasi-empatamiento de fases, además del modelo teórico utilizado para el diseño de fuentes de luz cuánticas en cristales ferroeléctricos.

En el capítulo tres se describen los detalles del proceso de generación de súpercontinuo en cristales periódicos además de una implementación experimental en tantalato de litio. De igual manera se describe el proceso de generación de cristales con chirp, y del proceso de compensación de fabricación de estos cristales.

En el capítulo cuatro se describe la metodología de optimización numérica para la obtención de espectros de irradiancia con características espectrales deseables, y su aplicación en la búsqueda de fuentes de súpercontinuo en diferentes configuraciones de bombeo y de emisión. Se describirán los resultados y los efectos que ocasionan las condiciones iniciales del método de optimización.

En el capítulo cinco se describe la metodología de optimización numérica modificada y su aplicación para la obtención de espectros limitados por transformada de Fourier.

En el capítulo seis se muestran las conclusiones generales del proyecto de investigación.

Capítulo 2. Teoría

La luz es radiación electromagnética que es descrita como una onda propagante, ya sea en el vacío o en un medio, con energía discretizada. La propagación se puede describir a través de las ecuaciones de Maxwell (Fowles, 1989; Griffiths, 2005; Saleh y Teich, 2019) y la interacción de la luz con el medio a través de la teoría cuántica (Yariv, 1989; Mandel y Wolf, 1995; Loudon, 2000; Grynberg et al., 2010). Las propiedades de la luz las podemos describir a través de la amplitud del campo eléctrico \mathbf{E} , el cual presenta una naturaleza vectorial $\mathbf{E} = E(\mathbf{r}, t)\hat{\mathbf{e}}$ donde $\hat{\mathbf{e}}$ describe las propiedades de polarización del campo eléctrico y \mathbf{r} indica la dirección de tránsito de la onda. Se puede describir bajo condiciones sencillas al campo eléctrico como una onda cosenoidal de la forma

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0(\mathbf{r})\cos(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} - \omega t), \quad (1)$$

donde $E_0(\mathbf{r}, t)\hat{\mathbf{e}}$ describe la amplitud del campo eléctrico con su polarización, \mathbf{k} es el vector de onda y ω es la frecuencia de oscilación angular (Powers y Haus, 2017). La interacción de un campo eléctrico \mathbf{E} con un medio genera cambios que se pueden estudiar a través de la polarización macroscópica \mathbf{P} del material. Éstos se pueden describir como una suma de efectos o cambios en el material en función de la amplitud del campo eléctrico de la forma

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)}\mathbf{E} + \chi^{(2)}\mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)}\mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \right), \quad (2)$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío y $\chi^{(n)}$ para $n=1,2,3$ son los tensores de susceptibilidad eléctrica del material. Por sencillez se está omitiendo la naturaleza tensorial que rige a cada término de la ecuación (2), los cuales se explican con mayor detalle en el libro *The principles of nonlinear optics* de Shen (1984). El primer término $\chi^{(1)}$ es la susceptibilidad lineal, debido a que la polarización del material cambia linealmente con el campo eléctrico, y está asociada con el índice de refracción del material. Cuando los campos eléctricos son muy intensos, los órdenes superiores $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ empiezan a generar efectos no lineales en el material o sobre el campo interactuante (Boyd, 2008).

El primer orden superior es el que predomina sobre los procesos no lineales que permite el medio no-lineal usado. La susceptibilidad $\chi^{(2)}$ predomina en cristales no lineales (no centro-simétricos), mientras

que la susceptibilidad $\chi^{(3)}$ predomina en medios guiados (amorfos y centro-simétricos) como la fibra óptica y cristal fotónico.

Algunos de los procesos no lineales en medios que tienen una $\chi^{(2)}$ diferente de cero son la generación de segundo armónico, suma y resta de frecuencias, generación paramétrica descendente y amplificación paramétrica, mientras que la no linealidad de tercer orden, descrita por $\chi^{(3)}$ y que se presenta en todos los medios da origen a la mezcla de cuatro ondas, auto-modulación de fase, corrimiento Raman, entre otros (Yariv, 1989; Boyd, 2008).

Por interés de este proyecto de tesis, se describirán los procesos de conversión y generación de luz utilizando cristales no lineales $\chi^{(2)}$, específicamente el proceso de conversión paramétrica descendente (PDC por sus siglas en inglés) el cuál se describe a continuación.

2.1.- Teoría de PDC

El PDC en cristales no lineales $\chi^{(2)}$ es un proceso de interacción entre tres ondas. Un haz de luz con intensidad alta, comúnmente llamado onda de bombeo, incide en el medio no lineal junto con una onda señal de baja intensidad. Dentro del medio se llevará a cabo un proceso de amplificación de la onda señal donde y simultáneamente se crea una onda llamada acompañante (idler en inglés) por conservación de energía (ver figura 2). El proceso de amplificación se genera por transferencia de energía de la onda de bombeo a las ondas señal y acompañante. Por ser un proceso paramétrico la energía se conserva, escrita como $\hbar\omega_p^0 = \hbar\omega_s^0 + \hbar\omega_i^0$ donde \hbar es la constante reducida de Planck, y ω_μ^0 es la frecuencia angular de oscilación de la onda de bombeo (p), señal (s) y acompañante (i). El nombre descendente radica en que el proceso de amplificación se da de una onda con mayor frecuencia a dos de menor frecuencia.

El proceso de la generación óptica paramétrica se basa en el proceso de conversión paramétrica descendente espontánea (SPDC por sus siglas en inglés) (Burnham y Weinberg, 1970). Este se da cuando un fotón del haz de bombeo se aniquila al interactuar con el medio no lineal, y crea una pareja de fotones denominados señal y acompañante a partir de las fluctuaciones del vacío dentro del cristal. Es decir que la onda señal se puede crear dentro del cristal.

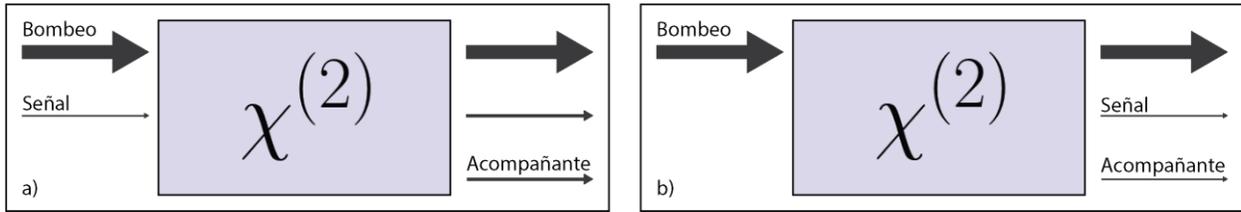


Figura 2. Caricatura de la a) generación óptica paramétrica y b) conversión paramétrica descendente espontánea en un cristal no lineal $\chi^{(2)}$.

Para que el proceso de conversión o generación se pueda llevar a cabo, se debe cumplir la conservación del momento, escrito comúnmente como $\hbar\mathbf{k}_p = \hbar\mathbf{k}_s + \hbar\mathbf{k}_i$. En la literatura es común encontrarlo como $\hbar\Delta k = 0$ donde Δk es el desempatamiento de vectores de onda y se conoce también como *empatamiento de fases*. Para el caso en que las ondas se propagan en la misma dirección en el cristal, los vectores de onda se describen en función de sus magnitudes escritas como

$$|\mathbf{k}| = k_\mu = k_\mu(\omega_\mu^0) = \frac{\omega_\mu^0 n(\omega_\mu^0)}{c}, \quad (3)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y $n(\omega_\mu^0)$ es el índice de refracción del material evaluado a la frecuencia angular ω_μ^0 para $\mu = p, s, i$.

2.2.- Cuasi-empatamiento de fases

La dificultad en el proceso de conversión de luz radica en hacer que el desempatamiento de vectores de onda sea igual a cero. Como describe la ecuación (3), las magnitudes del vector de onda dependen del índice de refracción del material, por lo que se usan medios birrefringentes que presentan más de un solo índice de refracción y que están definidos por sus ejes cristalinos. El niobato de litio y tantalato de litio son cristales uniaxiales con dos índices de refracción bien definidos, ordinario n_o y extraordinario n_e . La figura 3 muestra una caricatura de un cristal uniaxial donde la dirección de propagación del haz coincide con el eje ordinario mientras que la polarización es paralela al eje extraordinario, o también llamado eje “c”.

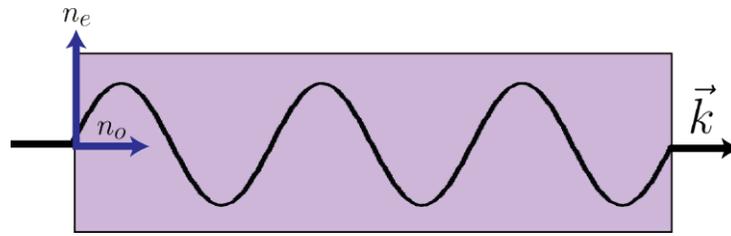


Figura 3. La propagación de la luz coincide con el eje ordinario del medio uniaxial, mientras que la polarización es paralela al eje extraordinario. Las flechas en los índices de refracción son para definir la orientación del valor, no son vectores.

El niobato de litio y el tantalato de litio se benefician de la propagación de la luz como lo describe la figura 3, ya que permite la conversión de luz a través de una técnica llamada *cuasi-empatamiento de fases* (QPM, por sus siglas en inglés). Esta técnica agrega el momento adicional al modificar de manera local las propiedades del coeficiente no lineal $\chi^{(2)}$. Para facilitar el entendimiento del proceso de QPM se utilizará como guía visual la figura 4, la cual muestra el valor absoluto de la amplitud del campo señal conforme se propaga en un medio no lineal para el proceso de PDC. La línea negra corresponde a un cristal con empatamiento de fases perfecto, y se muestra que la amplitud del campo se amplifica conforme éste se propaga a lo largo del medio no lineal. La línea azul muestra la amplitud sin empatamiento de fases, pero se hace notar que existe un pequeño efecto de amplificación a una distancia l_c para después disminuir en otro valor de distancia l_c . Si en el punto máximo de conversión cambiamos las propiedades del cristal tal que permita conversión con signo contrario, la amplitud de la señal se podrá ir amplificando como describe la línea roja. La distancia l_c se conoce como longitud de coherencia, que es la longitud en la cual las ondas de bombeo, señal y acompañante interactúan de manera constructiva o están empatadas. Por este motivo se llama cuasi-empatamiento.

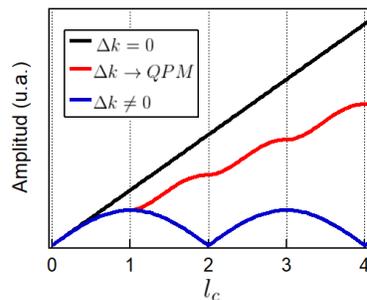


Figura 4. Valor absoluto de la amplitud del campo eléctrico en función de la longitud de coherencia para tres escenarios de empatamiento de fases exacto (línea negra), cuasi-empatamiento (línea roja) y sin empatamiento (línea azul).

La conversión total de luz por un proceso de SPDC está dado por la suma coherente de todas las contribuciones que el cristal haya podido generar. Un medio que no presenta empatamiento de fases va a generar una amplitud con fase diferente, por lo que la suma coherente de todas las amplitudes sería nula como describe la caricatura de la figura 5a).

En medios que permitan QPM, cada contribución individual de la conversión dentro del medio no lineal se busca que se generen con la misma fase, para que la suma coherente a la salida sea medible como muestra la figura 5b). La técnica de QPM lo que busca es cambiar las propiedades del cristal de manera local tal que permita la generación de luz con el mismo signo en valor de amplitud.

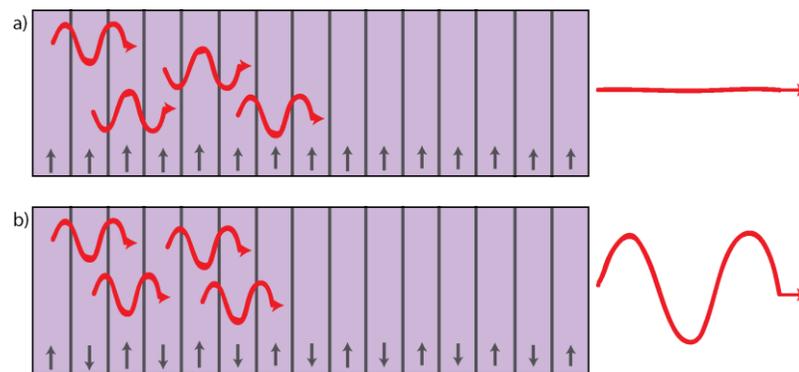


Figura 5. Generación de luz en diferentes partes de un cristal ferroeléctrico a) sin modulación espacial y b) con modulación espacial. Las flechas corresponden a la dirección del campo eléctrico intrínseco del medio.

Los medios ferroeléctricos presentan un momento dipolar intrínseco en una dirección preferencial (flechitas en la figura 5) que está dada por la polarización espontánea del material, donde el signo del coeficiente no lineal es proporcional al signo del campo eléctrico intrínseco (Weis y Gaylord, 1985).

Estos medios presentan la propiedad de que se les puede cambiar de manera local la dirección de la polarización espontánea al aplicarles un campo eléctrico intenso (Bortz, 1995), generando un cambio en la fase de generación, junto con el signo de $\chi^{(2)}$, y con ello delimitando la dirección de los dominios ferroeléctricos. La alternación de éste signo genera un cambio local de las propiedades no-lineales que es lo que permiten el proceso de conversión como se muestra en la figura 5b).

2.3.- Modulación espacial

Los cambios en la orientación de los dominios ferroeléctricos, es decir en el signo del coeficiente no lineal $\chi^{(2)}$, se pueden describir como una *modulación espacial* de las propiedades no lineales del cristal, específicamente del coeficiente no lineal $\chi^{(2)}$. Esta modulación se puede escribir en el espacio de Fourier de la forma

$$\tilde{\chi}(\Delta k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(2)}(x) \exp(i\Delta k x) dx, \quad (4)$$

donde la amplitud de la ecuación anterior, describe la capacidad de conversión que permite la modulación espacial del cristal dado el valor de desempatamiento de fases Δk . La modulación espacial del coeficiente no lineal se puede representar como

$$\chi^{(2)}(x) = |\chi_{eff}^{(2)}| g(x), \quad (5)$$

donde $|\chi_{eff}^{(2)}|$ es el valor efectivo del coeficiente no lineal y $g(x)$ presenta toda la información de la modulación del medio (Fejer et al., 1992). En la figura 6 se define una distancia a_j en la cual $g(x)=1$ seguida por una distancia b_j en la cual $g(x)=-1$ que corresponden a los dominios ferroeléctricos positivo y negativo respectivamente para cada número j de parejas de dominios. La suma de un valor de a_j y b_j la definimos como *periodo local* $\Lambda_j = a_j + b_j$.

Con el objetivo de generar una gran interacción entre las tres ondas se debe de satisfacer la condición $\Lambda_j = 2\pi/|\Delta k|$, lo que significa que el periodo local define las longitudes de onda que puede generar el cristal para ese periodo. El periodo local se relaciona con la longitud de coherencia como $\Lambda_j = 2l_c$ (Figura 4).

Los periodos locales se describieron en la introducción como las secciones localizadas dentro del material que permiten la conversión a una cierta longitud de onda (ver Figura 1).

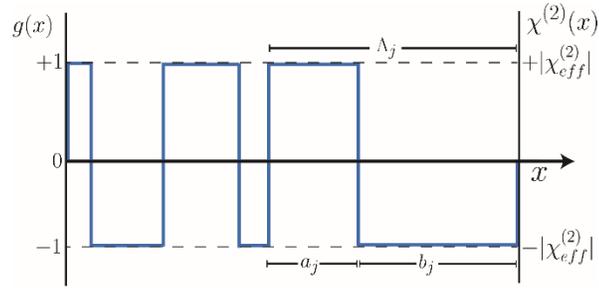


Figura 6. Modulación espacial para un cristal con dominios ferroeléctricos con modulación aleatoria. Un valor positivo en $g(x)$ representa un valor positivo del coeficiente no lineal $\chi^{(2)}(x)$.

Si se reemplaza la ecuación (5) en la ecuación (4), con algo de álgebra se obtiene una función para la amplitud del coeficiente de la ecuación 4 como $\tilde{\chi}(\Delta k) = |\chi_{eff}^{(2)}| L \Phi_L(\Delta k)$ donde L es la longitud del cristal dada por la suma de todos los periodos locales $L = \sum_{j=1}^N \Lambda_j$. Se define una nueva función

$$\Phi_L(\Delta k) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \exp(i\Delta k x) dx. \quad (6)$$

La ecuación anterior se conoce como la *función de cuasi-empatamiento de fases* del cristal (o solamente función de empatamiento de fases), y describe el peso de la amplitud de la modulación espacial del cristal para cada componente espectral que pueda generar el cristal para un valor específico de desempatamiento de fases Δk .

Para una modulación periódica, la función de cuasi-empatamiento implica que todos los periodos locales sean iguales, es decir $\Lambda_j = \Lambda_0$ donde Λ_0 es un periodo constante que permite la conversión de luz para un valor específico de los campos señal y acompañante. Cuando la función $g(x)$ representa una modulación periódica, ésta se puede descomponer como una serie de Fourier de la forma (Fejer et al., 1992)

$$g(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m^{\pm}(r) \exp(\pm imk_g x), \quad (7)$$

donde k_g es la frecuencia espacial de modulación del cristal dada por $k_g = 2\pi / \Lambda_0$, m es el orden de cuasi-empatamiento de fases para valores enteros diferentes de cero ($m \neq 0$) y $C_m^{\pm}(r)$ es el coeficiente de

Fourier. Los órdenes implican que la modulación es armónica a valores múltiplos enteros de k_g . La representación en series permite relacionar la modulación $g(x)$ con una frecuencia espacial k_g que es el momento adicional para que se de la conservación de momento en el proceso de SPDC. El signo (\pm) implica que la modulación espacial permite la conversión de luz dada la dirección de propagación de la luz en el medio no lineal, no solo en una dirección preferencial. El coeficiente de Fourier muestra el peso de cada orden armónico y está definido como

$$C_m^\pm(r) = \frac{2}{m\pi} \sin\left(m\pi \frac{a}{a+b}\right) = \frac{2}{m\pi} \sin(m\pi r). \quad (8)$$

Este coeficiente depende del orden de cuasi-empatamiento m y de la relación entre los dominios para un periodo local denominada como *ciclo dutil*, y está dada por $r = a/(a+b) = a/\Lambda_0$. El coeficiente de Fourier presenta un valor máximo cuando el ciclo dutil es $r = 0.5$ y $m=1$, lo que indica una relación equitativa de conversión entre los dominios para el primer armónico de la serie. Al insertar la ecuación (7) en la ecuación (6), e integrar en el intervalo de $[-L/2, L/2]$ se obtiene la función de cuasi-empatamiento para una modulación periódica

$$\Phi_L(\Delta k') = C_m^\pm(r) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k' L}{2}\right), \quad (9)$$

donde $\text{sinc}(z) = \sin(z)/z$ y $\Delta k' = \Delta k \pm m k_g$. De la ecuación (9) se muestra que el peso de amplitud está dado por el coeficiente de Fourier, mientras que la forma funcional está determinada por la función sinc. El valor máximo que puede tener la ecuación (9) se da cuando $\Delta k' = 0$, con $r = 0.5$ y $m=1$, y tiene el valor

$$|\Phi_L^{max}| = |\Phi_L(0)C_1^\pm(0.5)| = 2/\pi. \quad (10)$$

El valor de la ecuación anterior es ≈ 0.63 , es decir que al utilizar QPM se pierde casi un 40% de eficiencia de conversión. La técnica de QPM puede ser menos eficiente en conversión al empatamiento de fases exacto, pero presenta beneficios en cuanto a la sintonización de las longitudes de onda, además que en cristales como LiNbO_3 o LiTaO_3 el valor del coeficiente no lineal aun con las pérdidas por QPM sigue siendo mayor que por empatamiento de fases exacto. Por ejemplo en LiNbO_3 el coeficiente $|\chi_{311}^{(2)}| = 8.7$ pm/V que es para empatamiento de fases exacto con el bombeo en una polarización y los fotones señal y

acompañante en la polarización contraria, mientras que $2|\chi_{333}^{(2)}|/\pi = 34.7$ pm/V que sería para el bombeo, señal y acompañante todos con la misma polarización paralela al eje “c” del cristal (Miller, et. al., 1971).

La función medible de cuasi-empatamiento de fases es el módulo al cuadrado de la ecuación (9) $|\Phi_L(\Delta k')|^2$ la cual se muestra en la figura 7 que corresponde al caso periódico. Por sencillez se dividió entre el módulo al cuadrado de la ecuación (10) $|\Phi_L^{max}|^2$, para mostrar solamente el efecto de la función envolvente.

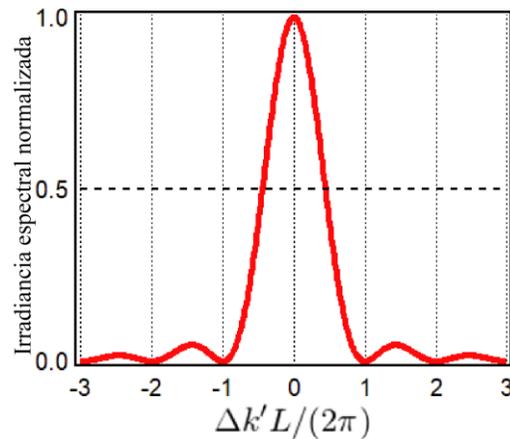


Figura 7 Módulo al cuadrado de la función de cuasi-empatamiento normalizada para el caso periódico

La figura 7 presenta un valor máximo de conversión cuando $\Delta k' = 0$ que implica que el momento agregado por el material a través de la modulación espacial equivale al desempatamiento de vectores de onda. Se puede apreciar que el valor de amplitud es muy cercano a cero conforme el valor de Δk se aleja del valor de modulación del cristal k_g , lo que implica que la técnica de QPM permite seleccionar las longitudes de onda de emisión al cambiar el valor del periodo local.

La figura anterior también muestra que existe un intervalo dado por el ancho de la función que permite conversión con un valor no despreciable. Entre mayor sea la longitud del cristal, menor es el ancho de la función de cuasi-empatamiento de fases.

2.4.- Función de cuasi-empatamiento de fases

La modulación periódica descrita como una suma de Fourier (sección 2.3) permite ganar intuición sobre el proceso de conversión en SPDC para describir la modulación espacial como una amplitud con una fase espacial k_g , siendo esta fase la introducción del momento adicional por parte del medio y la amplitud como un factor de conversión dado por el coeficiente de Fourier (ecuación (8)). Sin embargo, es una aproximación que es válida solamente para cristales largos y con modulación periódica.

Como se había descrito anteriormente, la ecuación 6 corresponde a la definición formal de la función de cuasi-empatamiento de fases para cualquier tipo de modulación $g(x)$. Como puede observarse de la figura 6, la función de cuasi-empatamiento de fases para cualquier tipo de modulación dados los valores de distancia de los dominios aquí definidos está dada por

$$\Phi_L(\Delta k) = \frac{e^{+i\Delta kL/2}}{L} \sum_{j=1}^N \varphi_j(\Delta k) e^{-i\Delta k\Lambda_j} e^{+i\Delta kx_j}, \quad (11)$$

para un valor N de periodos locales que tenga el cristal. Se introduce el valor $x_j = \sum_{n=1}^j \Lambda_n$ que es la posición dentro del cristal donde estamos evaluando el periodo local j . Para facilitar la notación, se ha declarado la siguiente función

$$\varphi_j(\Delta k) = e^{+i\Delta k a_j/2} \left[a_j \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k a_j}{2}\right) - b_j \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k b_j}{2}\right) e^{+i\Delta k(a_j+b_j)/2} \right], \quad (12)$$

que describe el efecto y peso que presenta cada dominio sobre el proceso de conversión. Se puede notar la importancia que presentan los factores de fase en las ecuaciones (11) y (12), ya que, al cambiar algún parámetro de la modulación, la forma espectral y la conversión pueden resultar afectadas. La ecuación (11) presenta toda la información de la modulación en el espacio de Fourier, lo que incluye todos los órdenes de cuasi-empatamiento con sus respectivos pesos.

Al seleccionar una modulación periódica en la ecuación (11), es decir $\Lambda_j = \Lambda_0$ con un valor de ciclo dutil constante de $r_j = 0.5$, se obtiene la función de modulación periódica sin aproximación

$$\Phi_L(\Delta k) = \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \tan\left(\frac{\Delta k \Lambda_0}{4}\right). \quad (13)$$

Note que existe similitud entre las ecuaciones (9) y (13) ya que ambas presentan una función sinc multiplicadas por un factor de amplitud. Debido a la dificultad para interpretar la ecuación (13), se utiliza la aproximación de series de Fourier (ecuación (7)) para demostrar con facilidad los efectos del peso de amplitud y capacidad de conversión de la frecuencia espacial de modulación espacial k_y .

Por interés a este proyecto, se estudiarán los efectos de cualquier tipo de modulación, por lo que se utilizará la ecuación (11) para los cálculos teóricos y se aplicarán en el estudio del SPDC en un formalismo cuántico, el cual se describe a continuación.

2.5.- Formalismo cuántico del SPDC

El proceso de conversión de luz en el formalismo cuántico inicia con la obtención del operador Hamiltoniano que rige el SPDC, el cual se puede demostrar que tiene la forma (Hong y Mandel, 1985)

$$\hat{H}^{NL}(t) = \frac{\hbar}{4} \int_V dV \chi^{(2)}(z) E_p^{(+)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_s^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t) + H.C, \quad (14)$$

donde los operadores de campo eléctrico señal y acompañante están definidos en el espacio de Fourier y en variable discreta como

$$\hat{E}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{k_\mu} \varepsilon(\omega_\mu) \exp[-i(\omega_\mu t - \mathbf{k}_\mu \cdot \mathbf{r})] \hat{a}(k_\mu), \quad (15)$$

donde $\hat{a}(k_\mu)$ es el operador de aniquilación y $\varepsilon(\omega_\mu)$ es una envolvente lenta en función de la frecuencia que se obtiene del proceso de normalización del campo eléctrico, que tiene el valor

$$|\varepsilon(\omega_\mu)|^2 = \frac{2\hbar\omega_\mu}{\hbar n^2(\omega_\mu) V_k}, \quad (16)$$

donde V_k es el volumen de cuantización. Debido a que la magnitud del campo eléctrico de bombeo es mucho más grande que las magnitudes del campo de la pareja de fotones generada, el campo eléctrico del bombeo se puede expresar como un campo clásico en función de sus componentes de Fourier como

$$E_p^{(+)}(\mathbf{r}, t) = E_p^0 \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y, z) \alpha(\omega_p) \exp[-i(\omega_p t - \mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r})] d\omega_p \quad (17)$$

donde $E(x, y, z)$ es la envolvente espacial, $\alpha(\omega_p)$ es la envolvente espectral del bombeo y E_p^0 es la amplitud del campo eléctrico. Cabe resaltar que se está describiendo el campo eléctrico de bombeo como una suma de amplitudes de la forma $E_p(\mathbf{r}, t) = E_p^{(+)}(\mathbf{r}, t)/2 + E_p^{(-)}(\mathbf{r}, t)/2$, y los campos cuantizados como $\hat{E}_\mu(\mathbf{r}, t) = \hat{E}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t)/2 + \hat{E}_\mu^{(-)}(\mathbf{r}, t)/2$ para $\mu = s, i$. El operador $\hat{E}_\mu^{(-)}(\mathbf{r}, t)$ es el Hermitiano conjugado de la ecuación (15).

En el marco de Schrödinger el estado cuántico es el que evoluciona en el tiempo bajo la influencia de un operador de evolución temporal \hat{U} , el cual tiene la forma

$$\hat{U} = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} \hat{H}^{NL}(t) dt\right), \quad (18)$$

donde se evalúa desde un tiempo inicial t_i a un tiempo final t_f en el intervalo de interés. El estado cuántico de dos fotones se obtiene al aplicar el operador de evolución temporal sobre el estado vacío de la forma $|\Psi_2\rangle = \hat{U}|0\rangle_s |0\rangle_i$. Al utilizar un método perturbativo estándar [Joobeur et al., 1994] y de expresar la ecuación (18) bajo una expansión de Taylor a los primeros términos ($e^x \approx 1 + x$), se obtiene el operador de evolución temporal que rige el proceso de emisión espontánea

$$\hat{U} = \hat{1} - \frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} \hat{H}(t) dt, \quad (19)$$

donde $\hat{1}$ es el operador unitario. Los límites de integración en la ecuación (19) se seleccionan tal que el tiempo inicial sea un tiempo mucho antes que el haz de bombeo incida en el cristal y el tiempo final mucho tiempo después de que el bombeo pasó por el cristal; es decir, los límites tienden a $\pm\infty$. Al evaluar la ecuación (19) con la definición del Hamiltoniano se puede demostrar que el operador de evolución temporal tiene la forma

$$\hat{U} = \hat{1} + \eta_0 \sum_{k_s} \sum_{k_i} \varepsilon(\omega_s) \varepsilon(\omega_i) f(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \hat{a}_s^\dagger(k_s) \hat{a}_i^\dagger(k_i), \quad (20)$$

donde η_0 es una constante relacionada con la eficiencia de conversión, $\hat{a}_\mu^\dagger(\mathbf{k}_\mu)$ para $\mu = s, i$, es el operador de creación de fotones con momento k_μ y $f(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ se conoce como la amplitud conjunta del estado de dos fotones, donde se puede demostrar que es la multiplicación de tres funciones

$$f(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \alpha(\omega_s, \omega_i) \Phi_L(\mathbf{k}_L) \Phi_T(\mathbf{k}_T), \quad (21)$$

donde $\alpha(\omega_s, \omega_i)$ es la función espectral del bombeo evaluado en las frecuencias de señal y acompañante, $\Phi_L(\mathbf{k}_L)$ es la transformada de Fourier longitudinal (función de empatación de fases), y $\Phi_T(\mathbf{k}_T)$ es la transformada de Fourier transversal de la envolvente espacial del bombeo. Se define la dirección de propagación de los tres campos en $\mathbf{r} = x\hat{x}$ y es paralela al eje cristalino de propagación del cristal de QPM. El valor de η_0 no depende de las variables k_μ ni ω_μ y cambia dependiendo de las condiciones de la fuente particular que se esté implementando, por lo que más adelante se darán algunas definiciones de este valor dadas las características de la fuente y las aproximaciones usadas.

La primera aproximación toma en consideración que el haz de bombeo no se enfoca fuertemente dentro del cristal para aproximarse a un bombeo de onda plana dentro del medio no lineal. En la figura 8 se muestra una envolvente transversal TEM_{00} enfocándose en el cristal y una onda plana. Se quiere resaltar que las dos envolventes espaciales llegan a presentar casi el mismo valor de radio a lo largo de todo el cristal.

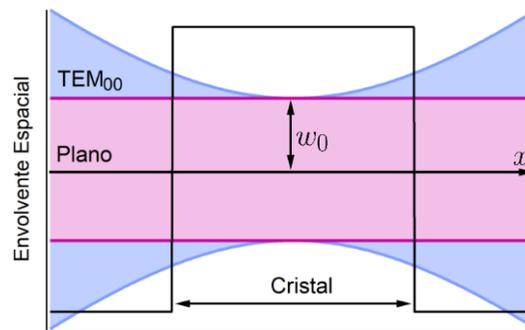


Figura 8. Aproximación de onda plana de un haz TEM_{00} .

Para que la condición de onda plana se mantenga, se debe satisfacer $L < k_p w_0^2$ donde w_0 es el radio del haz. Al aplicar la aproximación de onda plana al operador de evolución temporal se obtiene el operador

$$\hat{U}^{op} = \hat{1} + \eta_0^{op} \sum_{k_s} \sum_{k_i} \sqrt{\delta k_s} \sqrt{\delta k_i} l(\omega_s) l(\omega_i) f(\omega_s, \omega_i) \hat{a}^\dagger(k_s) \hat{a}^\dagger(k_i). \quad (22)$$

En la ecuación anterior $l(\omega_\mu) = \sqrt{\omega_\mu} / n(\omega_\mu)$, $\delta k_\mu = 2\pi / L_{k_\mu}$ donde L_{k_μ} es la longitud de cuantización y $f(\omega_s, \omega_i)$ se conoce como la amplitud espectral conjunta (JSA, por sus siglas en inglés). Se hace notar que tanto el operador como la constante relacionada con la eficiencia han sido denotadas con el superíndice op para referirse a que son válidos en la aproximación de onda plana. En esta aproximación η_0 se reduce a:

$$\eta_0^{op} = \frac{i\dot{\omega}_0 E_p^0 |\chi_{eff}^{(2)}| L}{2}. \quad (23)$$

La JSA muestra las correlaciones espectrales del estado de dos fotones y es gobernada por la función espectral del bombeo $\alpha(\omega_s + \omega_i)$ y la función de empatamiento de fases $\Phi_L(\omega_s, \omega_i)$ (6) y está definida como

$$f(\omega_s, \omega_i) = \alpha(\omega_s, \omega_i) \Phi_L(\omega_s, \omega_i). \quad (24)$$

La función medible del estado de dos fotones se conoce como la irradiancia espectral conjunta o JSI, que se obtiene del módulo al cuadrado de la JSA. Si la JSI se normaliza tal que la integral sobre las variables $\{\omega_s, \omega_i\}$ sea igual a 1, ésta se interpreta como la probabilidad de emisión espectral de una pareja de fotones dados los valores de $\{\omega_s, \omega_i\}$. La integración de la JSI sobre una de las variables, por ejemplo, la integración sobre la variable ω_i , muestra el espectro individual del fotón señal, esto es

$$F(\omega_s) = \int d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)|^2, \quad (25)$$

y viceversa. El flujo de emisión de parejas de fotones se obtiene al aplicar el operador de número al estado de dos fotones

$$R_c = \sum_{k_s} \sum_{k_i} \langle \Psi_2 | \hat{n}_s \hat{n}_i | \Psi_2 \rangle, \quad (26)$$

donde $\hat{n}_\mu = \hat{a}_\mu^\dagger(k_\mu) \hat{a}_\mu(k_\mu)$ es el operador de número, y se puede demostrar que para el caso de onda plana y al hacer un cambio de variables a frecuencias angulares y tomar el límite cuando $\delta k_\mu \rightarrow 0$ se obtiene

$$R_c^{op} = |\eta_0^{op}|^2 \int \frac{d\omega_s}{v_g(\omega_s)} \int \frac{d\omega_i}{v_g(\omega_i)} |l(\omega_s)|^2 |l(\omega_i)|^2 |f(\omega_s, \omega_i)|^2, \quad (27)$$

donde $v_g(\omega_\mu)$ es la velocidad de grupo. El límite implica hacer un cambio de sumatorias a integrales. Debido a que las propiedades espectrales del bombeo presentan un efecto significativo sobre el estado de dos fotones, se describirán con mayor detalle dos escenarios: bombeo monocromático o de onda continua (CW, por sus siglas en inglés) y bombeo pulsado, o con ancho de banda grande/amplio. Se empezará con la descripción del bombeo pulsado, debido a que el caso de onda monocromática es un caso límite del caso de bombeo con ancho amplio.

2.6.- Bombeo pulsado

Por facilidad en el manejo matemático, se define un pulso limitado por transformada de Fourier con envolvente espectral Gaussiana dado por

$$\alpha(\omega_s, \omega_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(\omega_s + \omega_i - \omega_p^0)^2}{\sigma^2}\right], \quad (28)$$

donde ω_p^0 es la frecuencia angular de oscilación central del bombeo y el ancho de banda σ está relacionada con el ancho temporal del pulso de bombeo, definido como el ancho completo a la mitad del máximo (FWHM, por sus siglas en inglés) $\Delta\tau_{FWHM}$ como

$$\sigma = \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{\Delta\tau_{FWHM}}. \quad (29)$$

De la ecuación anterior se hace notar que entre más pequeño sea al ancho del pulso del bombeo, más grande es el ancho de banda. Con el fin de mostrar el efecto de las funciones que constituyen la JSI, en la figura 9 se muestra un ejemplo para un cristal periódico de LiNbO_3 (Jundt,1997). La longitud de onda de bombeo es de 750 nm con un ancho temporal de pulso $\Delta\tau_{FWHM} = 15$ ps que equivale a $\sigma = 0.16$ THz. El periodo local $\Lambda_0 = 18.5$ μm permite la generación del fotón señal en 1.136 μm , mientras que el acompañante se encuentra en 2.207 μm (emisión no degenerada). La longitud del cristal es de 15 mm y el cristal está evaluado a temperatura ambiente ($T = 25^\circ\text{C}$). La selección de este escenario para su estudio se debe a las restricciones del software usado para las simulaciones, lo cual se explicará más adelante.

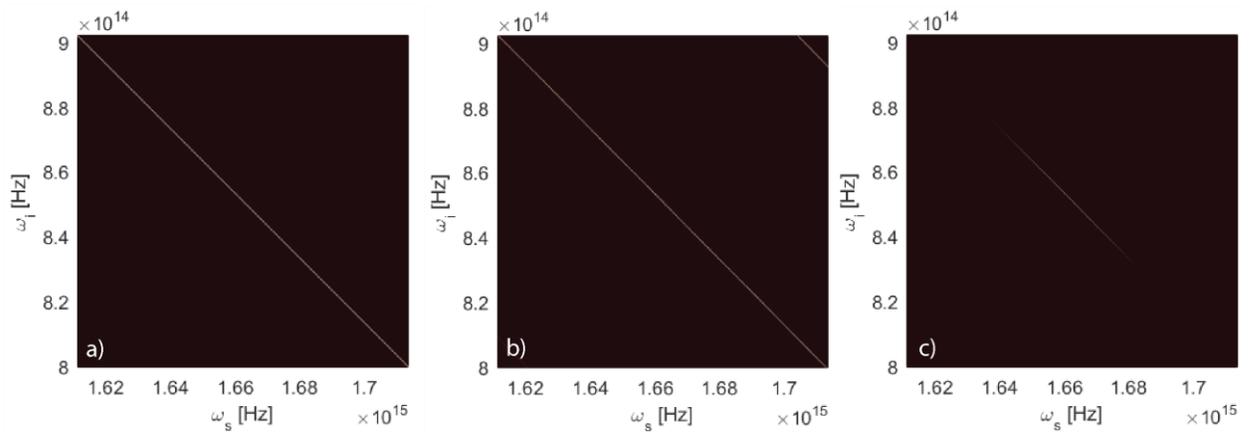


Figura 9. Descomposición de la función JSI. a) función envolvente del bombeo, b) función de cuasi-empatamiento de fases y c) función de irradiancia espectral conjunta. Los valores de las figuras están normalizadas a su valor máximo.

La figura 9a) es la magnitud al cuadrado de la función envolvente del bombeo, y se hace notar que presenta una orientación de $\theta = -45^\circ$ con respecto al eje de la variable ω_s y que no se ve influenciada por el ancho de banda del bombeo. Esto se debe a la conservación de energía vista en la evaluación de la función espectral de la ecuación (28). En la figura 9b) se muestra la magnitud al cuadrado de la función de cuasi-empatamiento de fases que presenta un ángulo cerca a los $\theta \approx -45^\circ$ pero llega a cambiar su orientación con las propiedades del cristal, tales como las propiedades de dispersión del cristal y de longitudes de onda de emisión. Es decir, rige las propiedades de conservación de momento.

La multiplicación de las dos funciones se muestra en la figura 9c) que es la irradiancia espectral conjunta (JSI). La orientación de $\theta \approx -45^\circ$ indica que los fotones que conforman una pareja de fotones están anti-correlacionados, lo que significa que si el valor de frecuencia del fotón señal aumenta, la del fotón acompañante disminuye en igual proporción. Es importante enfatizar que el espacio de evaluación

de la JSI es en el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_l\}$, por lo que si se quiere expresar en el espacio de longitudes de onda $\{\lambda_s, \lambda_l\}$ se deben tomar precauciones para mantener la orientación original. Utilizando la ecuación (25) se obtiene el espectro individual del fotón señal como se muestra en la figura 10.

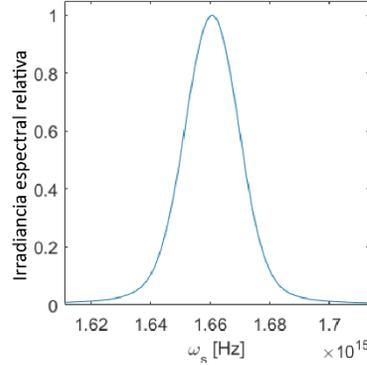


Figura 10. Función de espectro individual del fotón señal de la figura 9c). La figura está normalizada a su valor máximo.

La simulación de la figura 9 presentó limitaciones con el hardware usado, ya que una matriz de evaluación más grande saturaba el valor máximo permitido de puntos. Se encontró que se requiere un valor mínimo de discretización en el espacio de frecuencias de $\delta\omega = 45$ GHz para poder evaluar correctamente los efectos del cristal y del bombeo. Debido a esta restricción, los espectros de emisión mayores a 10 nm serían muy complicados de simular en una computadora, ya que se requiere una gran cantidad de memoria RAM. Para superar esta restricción, se hizo una rotación del sistema de coordenadas al aplicarles la siguiente matriz de rotación (Garay-Palmett et al., 2013)

$$\begin{bmatrix} \Omega_+ \\ \Omega_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_s \\ \omega_l \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Las nuevas coordenadas, que llamaremos *coordenadas rotadas*, están orientadas a un valor de $\theta = -45^\circ$ de las coordenadas originales o *coordenadas sin rotar*. Cabe mencionar que ésta rotación de coordenadas es válida mientras que la función de cuasi-empatamiento de fases sea casi constante en orientación. Las nuevas coordenadas están definidas como

$$\Omega_{\pm} = \omega_s \pm \omega_l. \quad (31)$$

Al aplicar el cambio de variables a la ecuación (24), se obtiene la función JSA en coordenadas rotadas

$$f(\Omega_+, \Omega_-) = \alpha(\Omega_+) \Phi_L(\Omega_+, \Omega_-). \quad (32)$$

De igual manera hay un cambio en el diferencial de integración pasando de $d\omega_s d\omega_l \rightarrow 2d\Omega_+ d\Omega_-$ y manteniendo los mismos límites de la integral. La evaluación de la JSI en las coordenadas rotadas para el mismo ejemplo de la figura 9 se muestra en la figura 11. En la figura 11a) se muestra el módulo al cuadrado de la envolvente del bombeo, y se aprecia que con la rotación se encuentra ahora de manera vertical, lo que permite evaluar la JSI con menos puntos y con mayor detalle todas las componentes espectrales del bombeo. En la figura 11b) se muestra el módulo al cuadrado de la función de cuasi-empatamiento de fases, en la que se muestra una orientación casi contraria a la función envolvente del bombeo. El uso de las coordenadas rotas también separa de cierta manera las emisiones de señal y acompañante vistas en la figura 11b), la cual presenta una forma muy similar a una curva de sintonización, de la cual se hablará más adelante. La JSI en coordenadas rotadas se muestra en la figura 11c) donde se puede notar que existen dos lóbulos que son las emisiones individuales de cada fotón, es decir que las coordenadas rotadas permiten mostrar la emisión completa del cristal de manera simultánea.

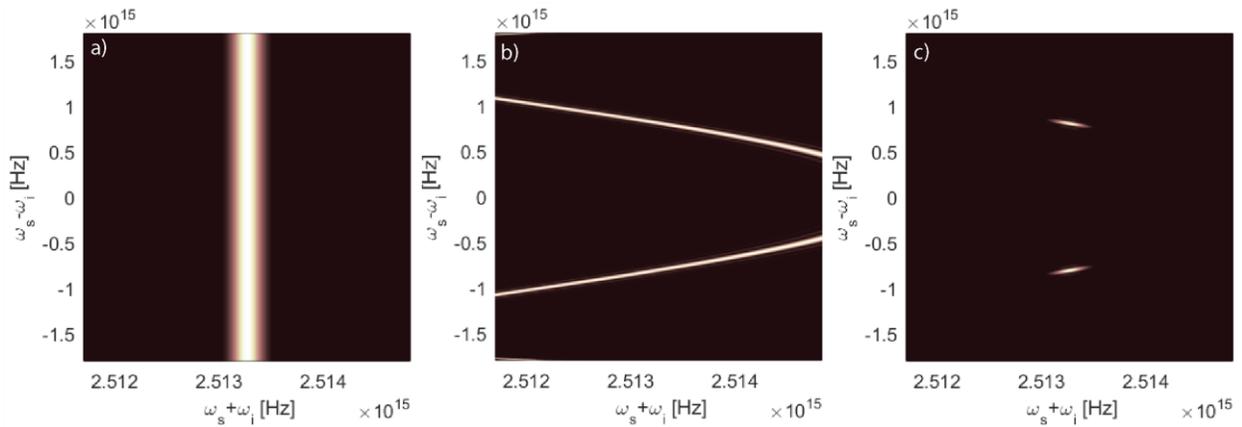


Figura 11 Descomposición de la función JSI en coordenadas rotadas. a) función envolvente del bombeo, b) función de cuasi-empatamiento de fases y c) función de irradiancia espectral conjunta. Los valores de las figuras están normalizadas a su valor máximo.

Las nuevas coordenadas presentan una nueva interpretación. En las coordenadas Ω_+ se muestran las frecuencias que igualan al bombeo, y que están relacionadas con la conservación de energía, es decir

las frecuencias que se pueden obtener del bombeo suministrado. Las coordenadas Ω_- muestran el espectro de emisión de la pareja de fotones de manera simultánea, o qué tan alejados se encuentran del valor de degeneración (mismo valor en frecuencia). Al integrar sobre la variable Ω_+ en la JSI, que sería integrar sobre todas las componentes del bombeo, se obtiene el espectro de emisión completo como se muestra en la figura 12. La figura 12 se puede interpretar como la suma de los dos espectros individuales de la pareja de fotones separadas del valor central $\Omega_- = 0$ por un mismo valor de frecuencia.

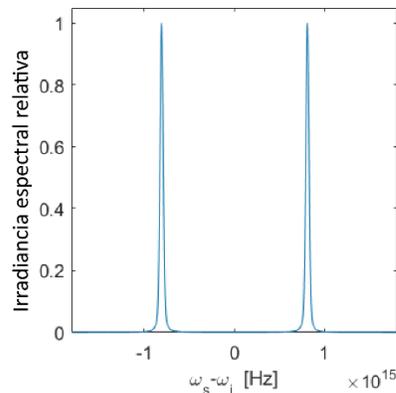


Figura 12. Espectro de emisión completo de la pareja de fotones de la figura 11c). La figura está normalizada su valor máximo.

La JSI bajo los dos sistemas de coordenadas muestran la misma información, sólo que la despliega de diferente manera. El sistema rotado presenta una ventaja muy significativa ya que permite mostrar espectros de emisión amplios (mayores a 10 nm) y de manera simultánea el espectro señal y acompañante sin requerir esfuerzo computacional. En comparación 2048 puntos para la figura 11 contra 12000 puntos de la figura 9 para desplegar la misma información.

2.7.- Amplitud temporal conjunta

Al hacer una transformada de Fourier de la JSA se obtiene la amplitud temporal conjunta (JTA por sus siglas en inglés), la cual describe las propiedades temporales de la emisión del cristal, la cual está definida en el sistema de coordenadas sin rotar como

$$f(t_s, t_i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_s \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \exp(i\omega_s t_s + i\omega_i t_i). \quad (33)$$

Al igual que la JSA, lo que se puede medir experimentalmente es el módulo cuadrado de la JTA, que lleva por nombre irradiancia temporal conjunta (JTI, por sus siglas en ingles). Si la JTI se normaliza tal que su integral sobre t_s y t_i sea igual a 1, esto se interpreta como la probabilidad de la emisión de una pareja donde el fotón señal se emite a un tiempo t_s y el acompañante a un tiempo t_i $\{t_s, t_i\}$. Los tiempos de emisión de uno de los fotones de la pareja se obtienen integrando la JTI respecto al tiempo de emisión del otro fotón de la pareja al integrar sobre la variable contraria (conjugada, es como es conocido en la literatura) en la JTI, por ejemplo, si se integra la JTI sobre la variable t_i se obtiene la probabilidad de que ocurra la emisión de un fotón señal a un tiempo t_s , esto es

$$F(t_s) = \int dt_i |f(t_s, t_i)|^2. \quad (34)$$

Cuando la pareja de fotones tiene un alto grado de correlación espectral, la JTI se encuentra orientada a 45° en el espacio $\{t_s, t_i\}$, exhibiendo un ancho muy angosto en la dirección $t_s + t_i$. En este caso, la JTI es esencialmente una función cuyos contornos de igual amplitud son paralelos al eje $t_s - t_i$, por lo que resulta conveniente definir un sistema de variables rotadas, tal que uno de los ejes coincida con la orientación de la JTI, al rotar el sistema de referencia a un ángulo de 45° . Las coordenadas en el sistema rotado están dadas por

$$T_{\pm} = t_s \pm t_i. \quad (35)$$

La JTI en coordenadas sin rotar y rotadas se muestran en la figura 13 a) y b) respectivamente. El tiempo de emisión en las coordenadas rotadas se obtiene al integrar sobre la variable T_- como se muestra en la figura 13d), y se puede apreciar que presenta el mismo perfil de emisión del fotón señal (figura 13c)). Esto se debe a que la pareja de fotones es generada al mismo tiempo, por lo que la forma tiene que ser la misma.

Las nuevas coordenadas de la JTI presentan una nueva interpretación, ya que muestran el tiempo de correlación $t_s - t_i$ contra el tiempo de emisión de la pareja $t_s + t_i$. El tiempo de correlación entre la

pareja de fotones indicaría el nivel de coherencia temporal entre los fotones, como se muestra en la figura 14 al integrar la JTI de la figura 13b) con respecto a T_+ .

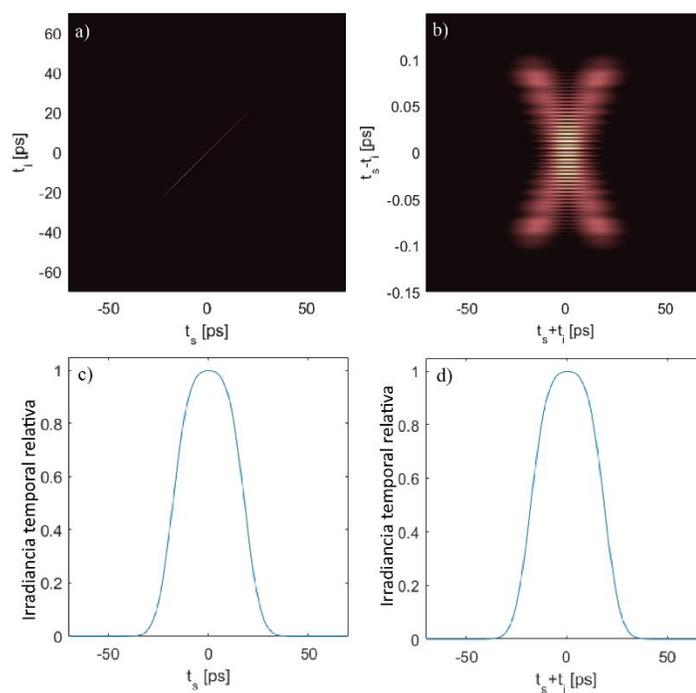


Figura 13. JTI en coordenadas: a) sin rotar, b) rotadas. Los tiempos de emisión: c) fotón señal en coordenadas sin rotar y d) conjunto en coordenadas rotadas. Las figuras están normalizadas a su valor máximo.

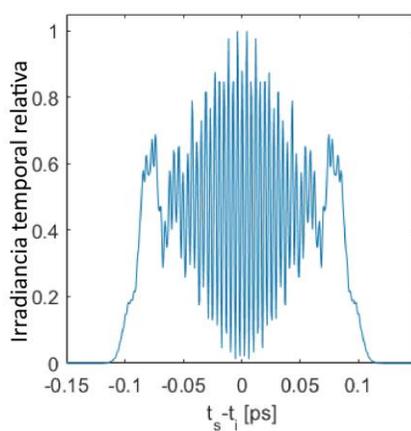


Figura 14. Tiempo de correlación entre la pareja de fotones. La figura está normalizada a su valor máximo y es relativa a este valor máximo.

Los tiempos de emisión T_+ están centrados en un valor $t=0$, esto se debe a que el centro del cristal coincide con el valor de $x=0$ en el sistema de coordenadas. El tiempo está relacionado con el valor máximo de la envolvente temporal del bombeo al viajar de izquierda a derecha en el sistema de coordenadas x . Debido a esto, se puede expresar el tiempo en términos de una distancia relativa del centro del cristal al valor máximo de la envolvente temporal del bombeo como $x_r = tv(\omega_p^0)$, donde $v(\omega_p^0)$ es la velocidad de grupo del pulso de bombeo.

2.8.- Función de Wigner

Con el fin de relacionar el espectro de uno de los modos de generación en el estado de dos fotones con su distribución de tiempos de emisión dentro del cristal, se utiliza el formalismo de la función de Wigner para mostrar las variables conjugadas de tiempo y frecuencia de manera simultánea (Case, 2008). La función de Wigner en función de la JSA en el sistema de coordenadas sin rotar asumiendo un bombeo no monocromático está dado como (U'Ren et al., 2007)

$$W(\omega_s, t_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_i \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' f\left(\omega_s + \frac{\omega'}{2}, \omega_i\right) f^*\left(\omega_s - \frac{\omega'}{2}, \omega_i\right) \exp(i\omega' t_s). \quad (36)$$

La ecuación anterior describe solamente las propiedades espectrales y temporales del fotón señal, sin embargo, todavía se ve influenciada por el fotón acompañante debido a la correlación espectral que existe entre éstos. La detección de un fotón acompañante proyecta al fotón señal a un estado mixto (Brecht y Silberhorn, 2013). El espectro individual del modo señal, así como su distribución de tiempos de emisión se pueden obtener desde la función de Wigner, de acuerdo a las relaciones:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(\omega_s, t_s) dt_s = F(\omega_s), \quad (37)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(\omega_s, t_s) d\omega_s = 2\pi F(t_s). \quad (38)$$

La función de Wigner también se puede escribir en un sistema de coordenadas de variables rotadas, es decir $W_r(\Omega_-, T_+)$, que permite mostrar la distribución de tiempos de emisión de la pareja de fotones y su espectro de manera simultánea. Siguiendo con el ejemplo de la figura 9, se muestra en la

figura 15 la función de Wigner y las correspondientes distribuciones espectral y temporal del modo señal del estado de dos fotones.

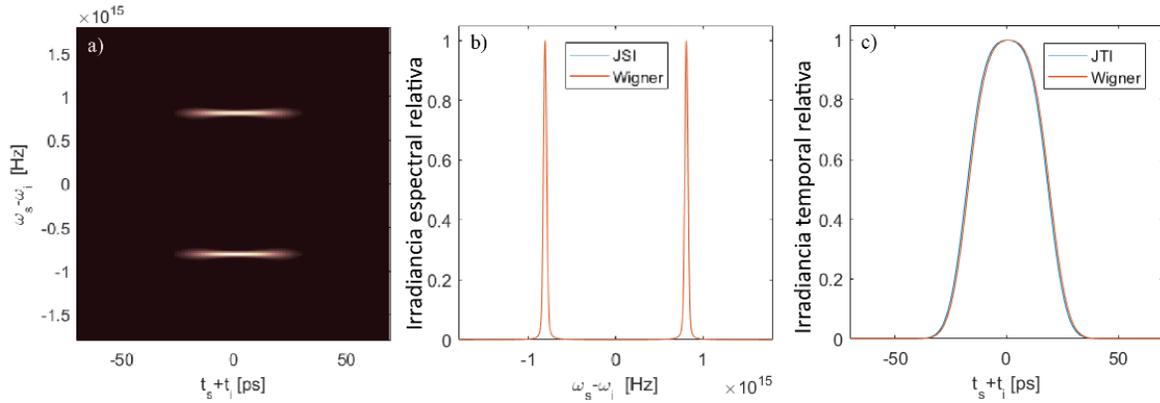


Figura 15. Simulaciones del cristal periódico en emisión no degenerada de las figuras 9) y 11). a) Función de Wigner en coordenadas rotadas. b) espectro de emisión y c) tiempo de emisión. Las figuras están normalizadas a su valor máximo y son relativas a ese valor.

De la figura 15a) se puede apreciar la emisión de la pareja de fotones es constante a lo largo de todo el tiempo de emisión (o largo del cristal). En la figura 15 b) y 15 c) se comparan los espectros y la irradiancia temporal relativa respectivamente, obtenidos con la JSI y con la función de Wigner. Como se puede apreciar, los resultados obtenidos de ambas maneras son prácticamente indistinguibles, y las diferencias ligeras se deben al tiempo de discretización para la evaluación numérica de la función de Wigner.

2.9.- Bombeo de onda continua

Como se explicó anteriormente, el régimen de bombeo monocromático es un caso límite cuando el ancho de banda de la ecuación (28) tiende a cero, es decir $\sigma \rightarrow 0$, con lo que la función espectral de bombeo ahora puede escribirse en términos de una función delta de Dirac

$$\alpha(\omega_s, \omega_i) = \delta(\omega_s - [\omega_p^0 - \omega_i]). \quad (39)$$

Al sustituir la ecuación (39) en la ecuación (23), se obtiene el operador de evolución temporal para el caso de onda plana con bombeo de onda continua (opcw) de la forma

$$\hat{U}^{opcw} = \hat{1} + \eta_0^{opcw} \sum_{k_s} \sqrt{k_s} l(\omega_s) l(\omega_p^0 - \omega_s) \Phi_L(\omega_s, \omega_p^0 - \omega_s) \hat{a}_s^\dagger(k_s) \hat{a}_i^\dagger(k_p^0 - k_s). \quad (40)$$

El operador anterior fuerza al sistema de emisión a seleccionar el valor exacto del fotón acompañante al valor dado por el fotón señal. Esto lleva a que las propiedades espectrales de la pareja de fotones están determinadas por la función de cuasi-empatamiento de fases. Debido a esto, los tiempos de emisión serían infinitos ya que a todo tiempo existe una emisión de parejas de fotones. Para estos casos, la JTA y la función de Wigner muestran el comportamiento de la fuente de luz en el tiempo de correlación, es decir $T_- = t_s - t_i$.

El número de parejas se obtiene al hacer la operación de la ecuación (26) que tiene la forma

$$R_c^{opcw} = |\eta_0^{opcw}|^2 \int \frac{d\omega_s}{v_g(\omega_s) v_g(\omega_p^0 - \omega_s)} \frac{1}{|l(\omega_s)|^2 |l(\omega_p^0 - \omega_s)|^2} |\Phi_L(\omega_s, \omega_p^0 - \omega_s)|^2. \quad (41)$$

El valor de la constante $\eta_0^{opcw} = \eta_0^{op}$, cuyo valor se encuentra en la ecuación (23). Se puede apreciar las diferencias entre la ecuación (41) y (27), ya que la primera requiere una integración sobre una variable, mientras que la segunda es sobre dos variables. La evaluación de estas funciones también presenta diferencias ya que muestran parejas de fotones por pulso o por segundo, dependiendo del tipo de bombeo usado.

El desarrollo de la teoría en este capítulo se hizo alrededor de un ejemplo que corresponde a un cristal periódico que fuera posible de resolver numéricamente en un sistema de coordenadas sin rotar, con el fin de mostrar la comparación que hay entre los dos sistemas de coordenadas aquí presentados. Para los casos de ancho de banda amplios que se mostrarán en los siguientes capítulos se utilizarán las funciones JSA, JTA y función de Wigner en coordenadas rotadas, a menos que se especifique lo contrario.

A continuación, en el siguiente capítulo se utilizará la teoría para modulaciones periódicas y con chirp para la generación de espectros de súpercontinuo.

Capítulo 3. Modulaciones periódicas y con chirp lineal

La generación de súpercontinuo con modulaciones periódicas se basa en explotar las propiedades de dispersión del medio no lineal que se esté usando. Para describirlas con mayor precisión se hace una expansión en serie de Taylor de la constante de propagación alrededor de la frecuencia central de emisión ω_μ^0 de la forma

$$k(\omega_\mu) = k(\omega_\mu^0) + \frac{1}{v_g(\omega_\mu^0)}(\omega_\mu - \omega_\mu^0) + \frac{\beta_2(\omega_\mu^0)}{2}(\omega_\mu - \omega_\mu^0)^2 + \dots, \quad (42)$$

donde $v_g^{-1}(\omega_\mu^0) = dk(\omega_\mu)/d\omega_\mu$ es la velocidad de grupo y $\beta_2(\omega_\mu^0) = d^2k(\omega_\mu)/d\omega_\mu^2$ es la dispersión de velocidad de grupo (GVD por sus siglas en inglés), para $\mu = p, s, i$ (O'Donnell y U'Ren, 2007). En la figura 16 se presentan las gráficas del índice de refracción de fase y de grupo en función de la longitud de onda, este último definido como $n_g(\omega_\mu^0) = c/v_g(\omega_\mu^0)$, para los cristales de a) LiNbO₃ y b) LiTaO₃, además de las gráficas de GVD para c) LiNbO₃ y d) LiTaO₃. El índice de refracción para LiTaO₃ es de Barboza y Cudney (2009) y el de LiNbO₃ es de Jundt (1997).

El súpercontinuo en modulaciones periódicas se genera cuando el valor de GVD para la longitud de onda de emisión degenerada es igual a cero, como se muestra en la figura 16 c) y d). Esto provoca que las velocidades de grupo cerca de este valor sean muy similares, como se muestra en la figura 16 a) y b), lo que permite que una cantidad considerable de longitudes de onda se puedan generar al mismo tiempo. A este régimen se le conoce como la condición de cero dispersión de segundo orden (O'Donnell y U'Ren, 2007).

Para poder generar un súpercontinuo en LiNbO₃ se requiere una longitud de onda de bombeo de $\lambda_p = 0.959 \mu\text{m}$ para un periodo local constante de $\Lambda = 28.05 \mu\text{m}$, mientras que para LiTaO₃ se requiere de una longitud de onda de bombeo de $\lambda_p = 0.917 \mu\text{m}$ con un periodo de $\Lambda = 27.52 \mu\text{m}$. Con las condiciones antes mencionadas, se muestran en la figura 17 los espectros de emisión normalizados para un cristal con modulación periódica de longitud $L = 15\text{mm}$ a temperatura ambiente ($T = 25^\circ\text{C}$). El espectro de emisión normalizado se ha definido matemáticamente como $f_n(\Delta k) = |\Phi_L(\Delta k)|^2 / |\Phi_L^{\text{max}}|^2$, es decir el módulo cuadrado de la función de cuasi-empataamiento de fases, ver ecuación (6), dividido entre el módulo cuadrado del valor máximo que puede generar un cristal por QPM, ver ecuación (10). Este también se

puede representar como el porcentaje de conversión de una longitud de onda al compararlo con un cristal periódico cuando el bombeo es monocromático, es decir la evaluación depende de $(\Delta k) \rightarrow (\omega_s, \omega_p^0 - \omega_s)$. El coeficiente normalizado se conoce también como la densidad espectral de potencia (PSD por sus siglas en inglés) y está asociado al espectro individual de emisión.

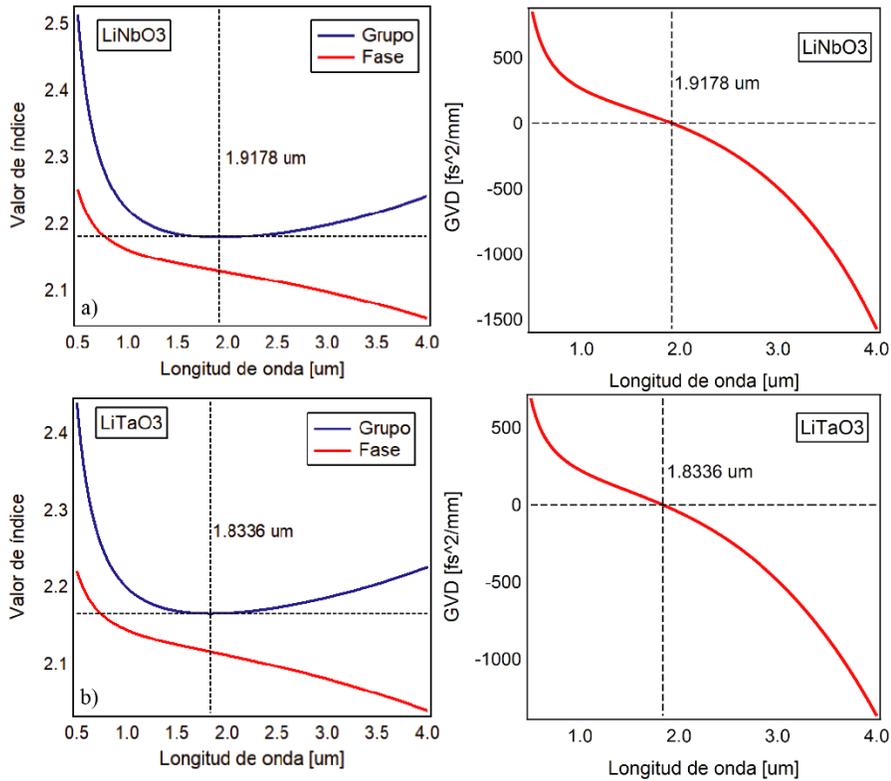


Figura 16. Índices de refracción de fase y grupo para a) LiNbO₃ y b) LiTaO₃. Valores de GVD para c) LiNbO₃ y d) LiTaO₃ a temperatura ambiente.

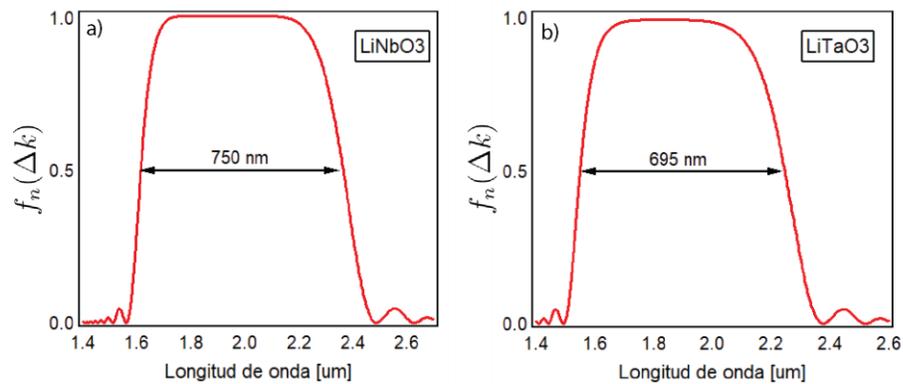


Figura 17. Espectros de emisión normalizados para la condición de cero dispersión de segundo orden para los cristales con modulación periódica de a) LiNbO₃ y b) LiTaO₃.

La condición de cero dispersión de segundo orden está restringida a las propiedades de dispersión del cristal no lineal, por lo que el ancho de emisión y la longitud de onda central no se pueden sintonizar en un mismo cristal. Recordando de la introducción, en la literatura se ha demostrado la generación de SPDC bajo esta condición, en cristales de LiNbO_3 (Lim et al., 2007; O'Donnell y U'Ren, 2007), LiTaO_3 estequiométrico (Levenius et al., 2011), LiTaO_3 estequiométrico dopado con magnesio (Levenius et al., 2012) y en KTP (Shaked et al., 2014).

Con el fin de llevar a cabo una implementación experimental, se seleccionó un cristal de LiTaO_3 , siendo la razón principal la disponibilidad del haz de bombeo y los detectores. En la literatura los cristales periódicos de LiTaO_3 se conocen como PPLT (Periodically-Poled Lithium Tantalate) por sus siglas en inglés. En la figura 18 se muestra la curva de sintonización de LiTaO_3 con el espectro de emisión normalizado, tomando en consideración una longitud del cristal de 15 mm a temperatura ambiente ($T = 25^\circ\text{C}$) y que la longitud de onda del bombeo coincide para generar súpercontinuo $\lambda_p = 0.917 \mu\text{m}$. La curva de sintonización muestra las longitudes de onda que se pueden generar para un valor determinado de periodo local fijando la longitud de onda de un bombeo monocromático.

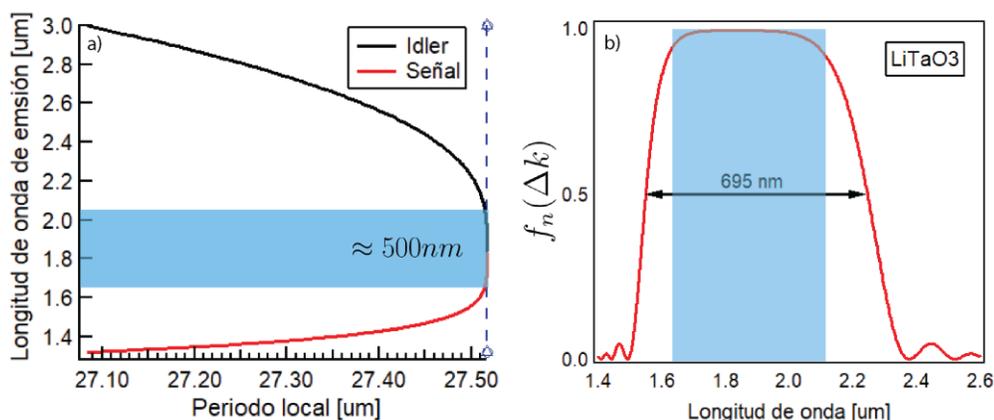


Figura 18. Simulaciones de la condición de cero dispersión para la condición de cero dispersión de segundo orden para LiTaO_3 a) Curva de sintonización y b) espectro de emisión normalizado para un cristal de 15 mm a temperatura ambiente ($T = 25^\circ\text{C}$). La línea punteada corresponde al periodo local seleccionado de $27.52 \mu\text{m}$.

La curva de sintonización muestra que es posible generar solo por efectos de dispersión del material un ancho de banda con valor cercano a los 500 nm, pero puede aumentar reduciendo la longitud del cristal y ensanchando el espectro del bombeo.

3.1.- Implementación experimental de PPLT

Para la implementación experimental se fabricó un cristal PPLT utilizando una técnica desarrollada en el laboratorio de láseres y óptica no lineal (Cudney et al., 2002), donde los pasos de fabricación de manera general se muestran en la figura 19.

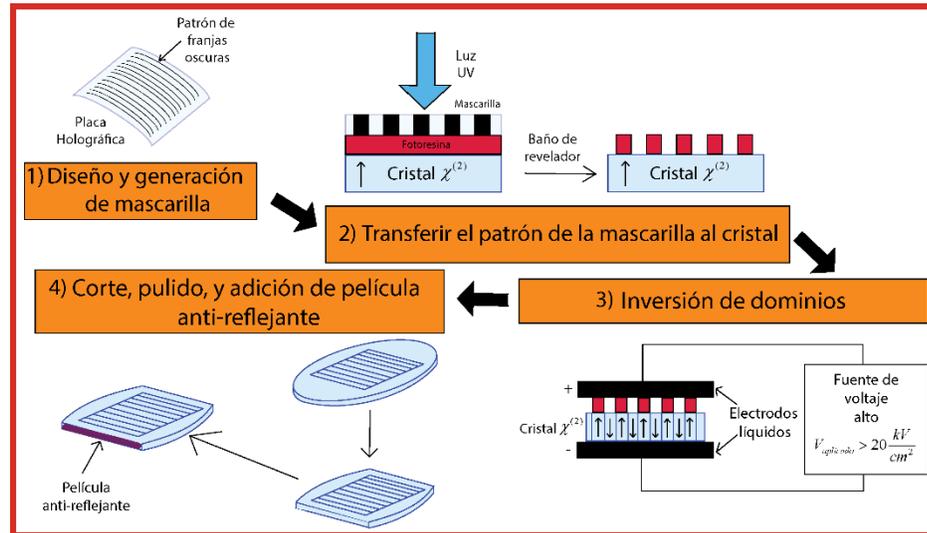


Figura 19. Proceso de fabricación para cristales de LiTaO_3 y LiNbO_3 con inversión de dominios.

Como primer paso se genera en una placa holográfica, una *mascarilla*, que es un patrón de franjas oscuras que describe la modulación que queremos transferir al cristal. El siguiente paso consiste en transferir el patrón de la mascarilla al cristal utilizando una capa muy delgada de fotoresina sobre el cristal. El tercer paso consiste en invertir los dominios del cristal al aplicarle un voltaje alto, donde solamente se van a invertir las zonas que no tengan fotoresina. Una vez terminado el proceso de inversión se lleva a cabo el terminado que consiste en el corte y pulido del cristal, con la adición de una película anti-reflejante. El proceso de fabricación está descrito con mayor detalle en el anexo A de la tesis de Robles-Agudo (2009).

Con las instrucciones antes descritas, se diseñó y construyó un cristal con cinco rejillas, cada una con longitud de 30 mm para que generen un súpercontinuo a diferentes temperaturas, todas tomando en consideración una longitud de onda de bombeo $\lambda_p = 0.917 \mu\text{m}$. En la figura 20 se muestra el diseño original y el cristal después de la etapa de corte y pulido.

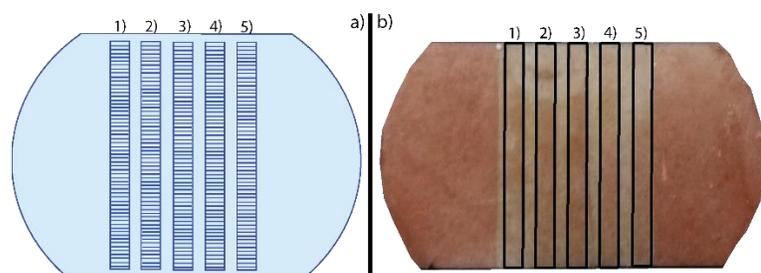


Figura 20. Cristal de LiTaO_3 . a) Diseño de cristal con 5 rejillas periódicas, b) Cristal fabricado con las 5 rejillas, el color rojo es fotoresina, parte del proceso de fabricación.

Las rejillas fueron diseñadas para obtener la generación del súpercontinuo a temperaturas superiores a la ambiental. Esto se hizo ya que los cristales de niobato y tantalato de litio se degradan por daño fotorefractivo, y este daño se disminuye aumentando la temperatura del cristal. El origen de este daño es el siguiente. Tanto el LiNbO_3 como el LiTaO_3 son materiales fotoconductores que llegan a generar acumulaciones de carga localizadas cuando un haz de luz intenso, como el haz de bombeo, incide sobre ellos. Estas acumulaciones de carga crean un campo eléctrico que altera el índice de refracción del medio a través del efecto electroóptico, el cual es grande en estos cristales, y esta variación del índice de refracción deforma los haces tanto al bombeo como a los generados dentro de los medios. La elevación de la temperatura del cristal libera las cargas acumuladas, lo cual reduce el daño fotorefractivo (Taya et al., 1996). Las cinco rejillas tienen periodos locales diferentes, y fueron diseñadas para generar el súpercontinuo a diferentes temperaturas como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Periodo y temperatura de operación de las cinco rejillas implementadas en un cristal PPLT que permitirían la generación de súpercontinuo.

Número de rejilla	Periodo [μm]	Temperatura de operación [$^{\circ}\text{C}$]
1	27.3	65
2,4	27.4	46
3,5	27.5	28

La selección de las temperaturas en la tabla 1 radica en la resolución de la fabricación de la mascarilla. La técnica de fabricación permite generar periodos mayores a las $10 \mu\text{m}$, con un aumento en resolución mínima de $0.1 \mu\text{m}$, por lo que periodos con valores menores a esta resolución no son factibles de fabricar. Además de la restricción antes mencionada se toma en consideración la expansión de la

longitud del cristal y los cambios del índice de refracción con la temperatura (Barboza y Cudney, 2009). Esto implica que los diseños que requieran una temperatura superior a la temperatura ambiente ($T = 25^{\circ}\text{C}$) deben ajustarse para poderse fabricarse correctamente. Para la obtención de los valores de temperatura de la tabla 1, se fijó el valor del periodo y se simuló un cambio en la temperatura del cristal hasta obtener un súpercontinuo con la máxima eficiencia de conversión.

Se implementó en el laboratorio el arreglo experimental mostrado en la figura 21. El haz de bombeo es un láser sintonizable de Titanio:Zafiro (Ti:Za) COHERENT P MIRA 900, que emite pulsos de ≈ 3 ps (FWHM). El haz pasa por un aislador de Faraday, que limita la dirección de propagación de luz en una sola dirección, con el fin de evitar reflexiones de luz que puedan regresar a la cavidad del láser; luego pasa por un sistema de control de potencia que se compone de una placa de media onda (HW) y un divisor de haz por polarización (PBS) para después enfocarse en el cristal con la ayuda de una lente convergente. El cristal se encuentra sobre una base con control de temperatura. La emisión del cristal pasa por un filtro que elimina el haz de bombeo (Semrock BLP01-980R), para después pasar por un sistema de discretización y detección, conformado por un monocromador Czerny-Turner (Andor Shamrock SR-750) y finalmente pasa al sistema de detección conformado por un convertidor tiempo a digital (IDQ id800-TDC) y un contador de fotones individuales (IDQ id230 NIR) conectados a una computadora para la adquisición y procesado de los datos.

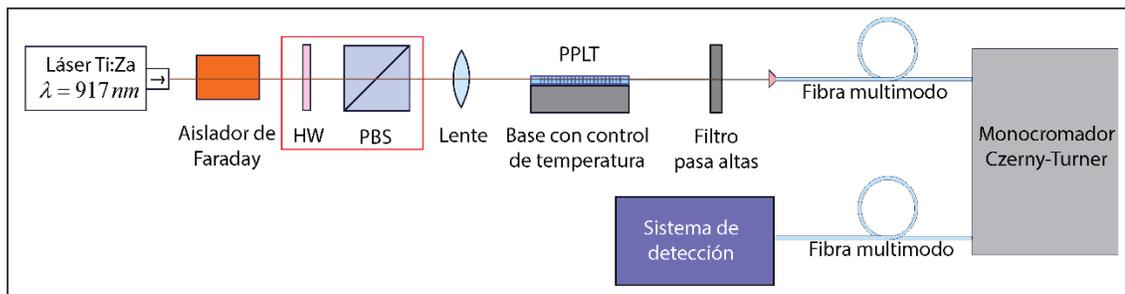


Figura 21. Arreglo experimental para la implementación de una fuente de PPLT con ancho espectral amplio. El recuadro rojo se compone de una placa de media onda (HW) y un divisor de haz por polarización (PBS)

El contador de fotones individuales tiene una eficiencia cuántica de detección de 25% en 1550 nm. Sin embargo, su rango de detección está limitado entre 900-1700 nm, como se muestra en la figura 22b). Debido a esto, el detector solamente podrá detectar una pequeña parte del espectro de emisión, como muestra la superposición de la curva de detección y el espectro de emisión normalizado del cristal PPLT. En la figura 22a) se muestra el espectro esperado que puede resolver el detector, por lo que, si se mostrara

una figura similar a esta última, se garantizaría que se tiene un súpercontinuo con el sistema de detección actual. La curva de eficiencia cuántica del detector fue obtenida del manual de operación.

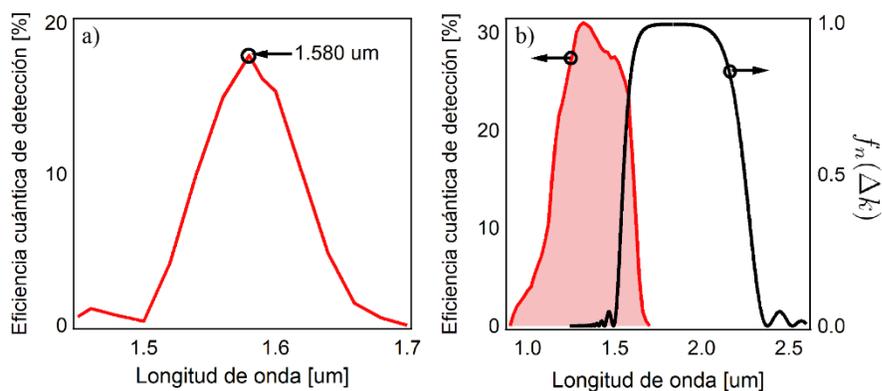


Figura 22. Curva teórica esperada para el a) Espectro de emisión de banda ancha que puede resolver el detector, b) Eficiencia de detección y el módulo de Fourier normalizado de la emisión de PPLT.

Por un periodo aproximado de 6 meses se buscó la emisión de súpercontinuo en cualquiera de las rejillas del cristal PPLT. El único resultado obtenible se presenta en la figura 23, donde se muestra un espectro que se sintoniza con el aumento de temperatura, como se espera de una señal generada por SPDC. Esta señal solamente pudo ser encontrada una vez sin resultados repetibles. El periodo era de $\Lambda = 27.3 \mu\text{m}$. Se puede notar que las señales están justo arriba del ruido de fondo, lo que implica que hubo muchas pérdidas relacionadas a la detección de las señales.

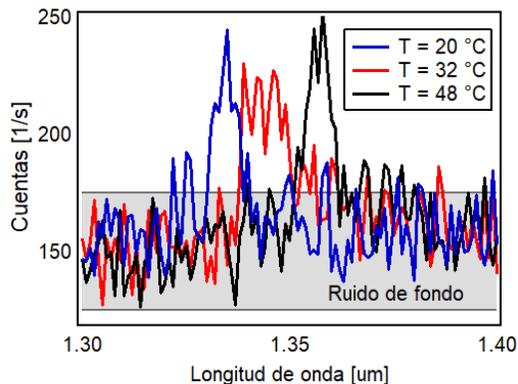


Figura 23. Cuentas individuales por segundo resueltas en espectro cristal de PPLT para la rejilla de 27.3 μm. Las cuentas corresponden a los únicos resultados experimentales obtenidos.

Entre las posibles razones por las cuales no se obtuvieron los resultados deseados son la alineación del sistema de detección y acoplamiento a fibra, la sintonización y calibración de la longitud de onda del láser de bombeo no fue la adecuada, el índice de refracción no haya sido del todo correcto, o posiblemente algo que hasta el momento no se haya considerado. Al simular la tendencia de sintonización de temperatura para los resultados de la figura 23, se encontró que se requeriría una temperatura alrededor de los 95°C para poder obtener la señal de súpercontinuo, lo que indica que alguna parte de la implementación experimental no permitió que coincidiera con las simulaciones teóricas.

El número de parejas por pulso de emisión de manera teórica (ver ecuación (27)) es de 16.5 [parejas*pulso/mW], y son por mili watt debido a que, a nivel espontáneo, el número de parejas aumenta de manera lineal con la potencia promedio. La potencia promedio experimental del láser de bombeo fue de 230 mW y se esperaban 3750 parejas por pulso, y multiplicado por la tasa de repetición de láser ($f = 76$ MHz), se obtienen cerca de 288 GHz (cuentas por segundo) justo afuera del cristal, lo que de manera experimental debería mostrar que es posible obtener algo de la emisión, pero por cuestiones experimentales no fue posible detectarlas de manera repetible y con la forma deseada de la figura 22a). Cabe destacar que el valor teórico es alto debido a que se están obteniendo las cuentas justo afuera del cristal y suponiendo que existe un detector perfecto que detecte toda la emisión. Las pérdidas por transmitancia de los elementos ópticos, el monocromador, el acoplamiento a las fibras y la eficiencia cuántica de detección no están tomadas en consideración para el cálculo teórico.

3.2.- Conclusión de utilizar modulación periódica

La selección adecuada del periodo local permite la generación de anchos espectrales superiores a los 600 nm, como lo permite la condición de cero dispersión de segundo orden. La desventaja de utilizar esta condición radica en que la longitud de onda central de emisión y el ancho espectral que se pueden generar los definen las propiedades de dispersión del material. La implementación experimental presentó bastantes dificultades, pero se pudo obtener una pequeña señal con bajas cuentas. Las pérdidas por acoplamiento y detección no permitieron encontrar una señal medible de súpercontinuo.

Debido a la falta de resultados se prosiguió al diseño de fuentes de ancho espectral amplio utilizando modulaciones con chirp, y es lo que se discutirá en la siguiente sección.

3.3.- Modulaciones con chirp lineal

Cuando la longitud de los periodos locales dentro de los cristales que permiten QPM llega a cambiar de manera continua y asintótica a lo largo del medio no-lineal, se le conocen como cristales con modulaciones con *chirp*. Debido a que en cada parte del cristal existe un diferente valor de periodo local, esto permite que se genere un par de fotones señal-acompañante con una longitud de onda diferente, y con ello se puede ir aumentando poco a poco el ancho espectral de emisión del cristal conforme el chirp, o la variación de periodos locales, aumente.

Una manera visual para mostrar el efecto de utilizar una modulación con chirp es a través de la curva de sintonización del material. En la siguiente figura se simula un ejemplo para un cristal de LiNbO_3 , donde se muestra el espectro de emisión normalizado (figura 24a)) que corresponde a una modulación con periodo fijo de $\Lambda_0 = 17.6 \mu\text{m}$ y su posición dentro de la curva de sintonización (figura 24b)). Se simuló una longitud de onda de bombeo de $\lambda_p = 750 \text{ nm}$, para generar emisión degenerada centrada en $\lambda_s = \lambda_i = 1500 \text{ nm}$. Se simuló una temperatura $T = 26^\circ\text{C}$ y una longitud del cristal $L = 15 \text{ mm}$.

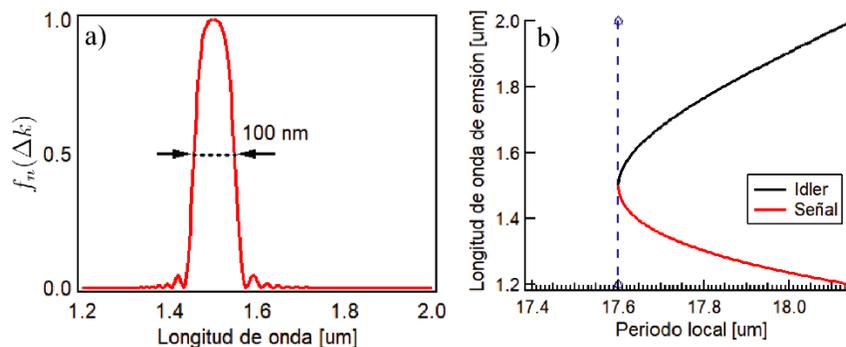


Figura 24. Simulaciones de un cristal periódico de LiNbO_3 con su a) espectro de emisión normalizado y su b) curva de sintonización. la simulación presenta un bombeo fijo de $\lambda_p = 750 \text{ nm}$, una temperatura de 25°C y una longitud de 15 mm .

Como muestra la figura 24a) la emisión degenerada permite la emisión de un ancho de emisión de 100 nm para un cristal periódico, esto debido a que las velocidades de grupo son muy similares cerca del punto de degeneración. Al cambiar ligeramente el periodo local de inicio y final en la curva de

intonización, se puede ampliar el ancho de emisión. En la figura 25 se presentan como ejemplos tres diferentes tipos de chirp vistos como el cambio del periodo local con respecto a la posición dentro del cristal.

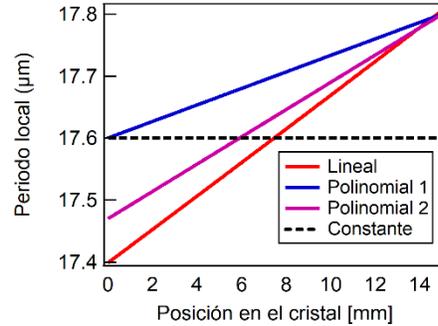


Figura 25 Periodos locales en función de la posición dentro del cristal de las figuras 24 y 26.

La diferencia entre la distribución de periodos lineal y polinomial radica en la manera de describir el periodo local. La forma polinomial está definida como $\Lambda(x) = \Lambda_{inicial} + bx$, donde $b = (\Lambda_{final} - \Lambda_{inicial}) / (x_{final} - x_{inicial})$, que corresponde a la ecuación de una recta pendiente (polinomio de grado uno), es decir cambiamos de manera lineal la distribución de los periodos locales. La distribución lineal está relacionada con un cambio lineal en la magnitud del vector de onda k_g de la forma $k_g(x) = k_g^0 + D(x - x_0)$, donde k_g^0 es una modulación constante que va a cambiar lentamente dada por el valor D , siendo en la posición x_0 donde coincide $k_g(x_0) = k_g^0$. Al usar la definición de $k_g^0 = 2\pi / \Lambda_0$ reescribimos el periodo local como (Sánchez-Lozano y Lucio, 2015)

$$\Lambda(x) = \frac{\Lambda_0}{1 + \frac{\Lambda_0 D (x - x_0)}{2\pi}} \quad (43)$$

Los espectros que teóricamente se deben de obtener usando las rejillas descritas en la figura 25 se muestran en la figura 26. Los espectros están normalizados al valor máximo que puede generar un cristal periódico.

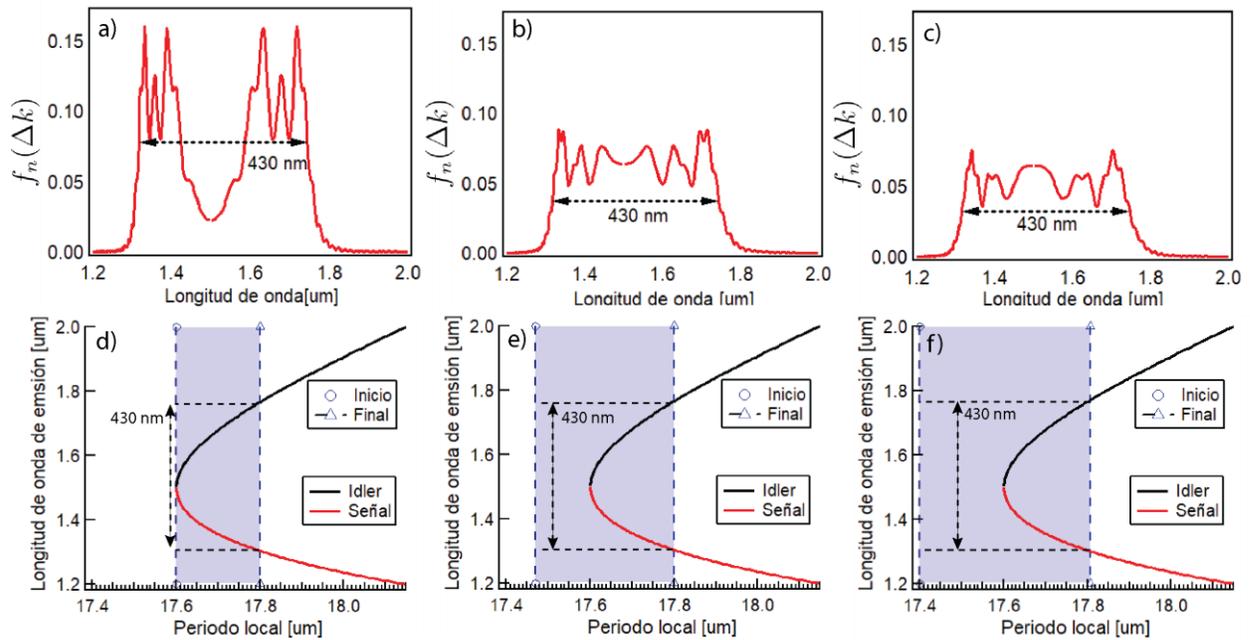


Figura 26. Espectros de emisión normalizados al valor máximo obtenible de un cristal periódico con curva de sintonización para chirp: a) y d) polinomial 1, b) y e) polinomial 2 y c) y f) lineal.

El punto de inicio del chirp en la figura 26d) es $\Lambda_{inicial} = 17.6 \mu\text{m}$, que corresponde al punto de degeneración, y termina en $\Lambda_{final} = 17.8 \mu\text{m}$, lo que permite la generación de un espectro con un ancho de emisión de extremo a extremo de 430 nm, como se muestra en la figura 26a). El ancho de emisión se puede inferir en la curva de sintonización como lo muestra la figura 26d). La selección del periodo inicial genera un valle en el valor de degeneración, lo cual se debe a que ese periodo local tiene muy poco peso en la conversión de luz además de que su fase de generación interfiere con las demás longitudes de onda. Para contrarrestar este efecto se hace un balance en el valor inicial en las curvas de sintonización como se muestran en las figuras 26 e) y f), que generan los espectros de emisión normalizados en las figuras 26 b) y c), respectivamente. La compensación radica en permitirle al valor de emisión degenerada que tenga mayor peso en la conversión de luz y para que todas las longitudes presenten una altura similar. Los valores de amplitud de los espectros de emisión normalizados en las figuras 26 a), b) y c) son mucho menores que en la figura 24a), lo cual se debe a que la capacidad de conversión del cristal se distribuye entre todas las longitudes de onda que éste pueda generar, dando por consecuencia una reducción en su valor de amplitud.

En los espectros de emisión de la figura 26 se presentan oscilaciones en la parte superior, que son generados por la suma coherente de las componentes espectrales que permite la modulación (ver

ecuación (11)), que dan por consecuencia un efecto de batimiento. Estas oscilaciones son difíciles de erradicar con chirps lineales y polinomiales. Entre las maneras de disminuirlas se utilizan otro tipo de modulaciones con chirp no lineal como se demuestra en la referencia de Charbonneau-Lefort et al. (2008). Otra manera para disminuir las oscilaciones es a través de apodización del periodo local y del ciclo útil (Heese et al., 2012; Dixon et al., 2013; Phillips et al., 2013a; Chang et al., 2016), la utilización de fuentes de bombeo pulsadas o con ancho de banda amplio, defectos de fabricación, entre otros. Los efectos de suavizado por defectos de fabricación y uso de fuentes de bombeo con ancho espectral grande se describirán con mayor detalle más adelante. Cabe mencionar que no son la única manera para compensar las oscilaciones del espectro con chirp, siendo entre algunas otras maneras la incorporación de los efectos de enfoque del bombeo o los efectos de empatamiento de fase tridimensionales, los cuáles no se están tomando en consideración por facilidad en los cálculos teóricos.

3.4.- Compensación para fabricación

Debido a la restricción de fabricación de la mascarilla (sección 3.1), se estudiaron los efectos que una mejor resolución en la mascarilla puede generar en el espectro de emisión. Como ejemplo se muestra la restricción de fabricación sobre el chirp polinomial 2 de la figura 25. La línea negra en la figura 27 es la curva teórica del chirp polinomial, y la línea roja es la simulación de la compensación local dada la restricción de fabricación. Esta compensación se basa en alternar entre los valores más cercanos de periodo local que permita la rejilla ($0.1 \mu\text{m}$), tal que en ese punto se simule un valor cercano o igual al valor teórico. Un acercamiento de los saltos alternantes se muestra en la figura 27b).

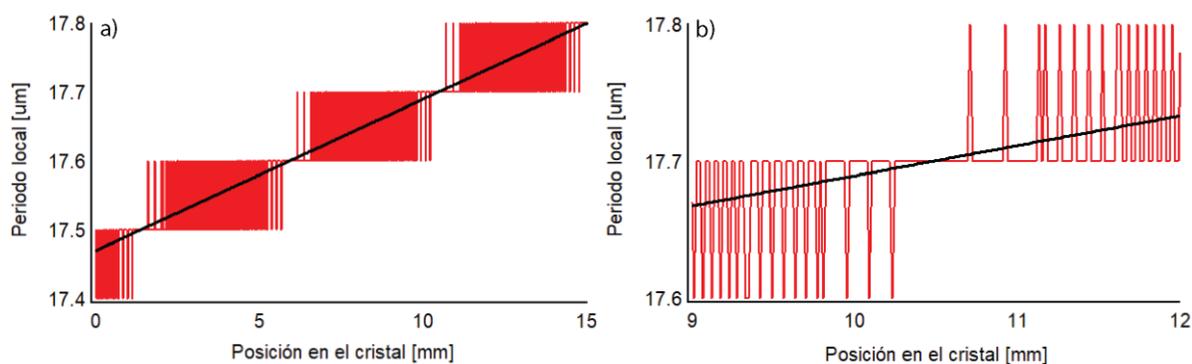


Figura 27. Compensación del periodo local a la resolución de fabricación del chirp polinomial 2 de la figura 25. a) chirp polinomial teórico y ajustado. b) acercamiento al panel a). La curva negra corresponde al valor teórico y la roja a la ajustada.

Tomando en consideración la compensación del periodo local mostrada en la figura 27, se muestran en la siguiente figura el espectro de emisión normalizado teórico y compensado.

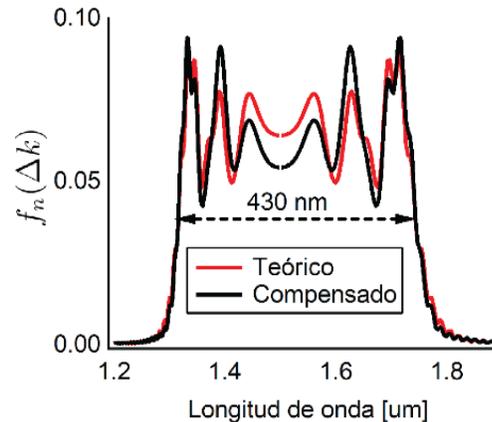


Figura 28. Espectro de emisión normalizado teórico contra el compensado para el chirp polinomial 2 de la figura 25.

Como muestra la figura anterior, los espectros de emisión normalizados presentan el mismo ancho espectral de diseño de 430 nm, pero presentan una diferencia en las alturas de las oscilaciones en la parte superior, lo cual no es muy relevante ya que para los diseños con chirp se busca que se respete el ancho espectral, lo cual para este caso se cumple. Se puede apreciar que el valor de altura del espectro de emisión normalizado es casi el mismo, lo que significa que la compensación no genera pérdidas en el proceso de SPDC. El proceso de compensación se puede aplicar a cualquier distribución de periodo local, mientras presente una transición continua y asintótica.

3.5.- Bombeo pulsado y su efecto en modulaciones con chirp

El uso de fuentes pulsadas, o con ancho de banda grande, suaviza el espectro de emisión. Para modulaciones con chirp, las oscilaciones generadas en el espectro de emisión normalizado se suavizan de manera significativa. Siguiendo con el ejemplo de la figura 28, en la figura 29 se muestra el espectro de emisión relativo cuando se cambia el ancho espectral del haz de bombeo. El espectro de emisión relativo se define como $A_r(\Omega) = F(\Omega) / \max\{F(\Omega)\}$, es decir el espectro de emisión dividido entre su valor máximo.

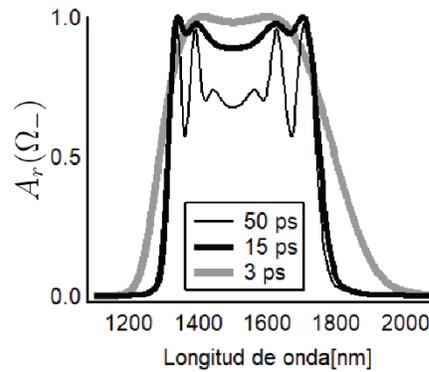


Figura 29. Comparación de espectro de emisión relativo variando el ancho del pulso de bombeo para el cristal con chirp polinomial 2 de la figura 25.

Los anchos temporales de los pulsos de bombeo FWHM que se muestran en la figura 29 son de 3, 15 y 50 ps, que corresponden a un ancho de banda de 0.79, 0.16 y 0.05 THz, respectivamente. Se puede notar que las oscilaciones originales se van suavizando o eliminando conforme el ancho de banda aumenta, que es como se discutía anteriormente, las oscilaciones se pueden suprimir por otros medios. Esto se debe a que las múltiples componentes de un bombeo no monocromático, agregan nuevas longitudes de onda de emisión, haciendo que al final todas se promedien y con ello disminuyan las oscilaciones.

Para mostrar el efecto de compensación de la rejilla utilizando un bombeo pulsado, en la siguiente figura se muestra la función de Wigner del espectro compensado de la figura 28. Se seleccionó un ancho de pulso de bombeo de 10 ps (0.24 THz). En la figura 30 se muestra que la función de Wigner ya no es uniforme ni cuadrada en comparación con la figura 15a), y presenta una distribución suave y continua a pesar de estar localmente compensada la rejilla. Se puede apreciar de manera visual que existen partes dentro del cristal donde se pueden generar solo un par de parejas de fotones con frecuencias definidas. La forma de la función de Wigner cambia lentamente a lo largo del cristal, y describe de manera visual tal que permite la generación de un espectro amplio y suave como se muestra en la figura 30b), y por la naturaleza pulsada las oscilaciones se han reducido significativamente. La distribución del tiempo de emisión presenta una forma irregular, debido a que la generación de la pareja de fotones no es uniforme a lo largo del cristal, lo que significa que ciertas longitudes de onda presentan un mayor peso en el proceso de conversión que otras, como se explicó anteriormente con la figura 26.

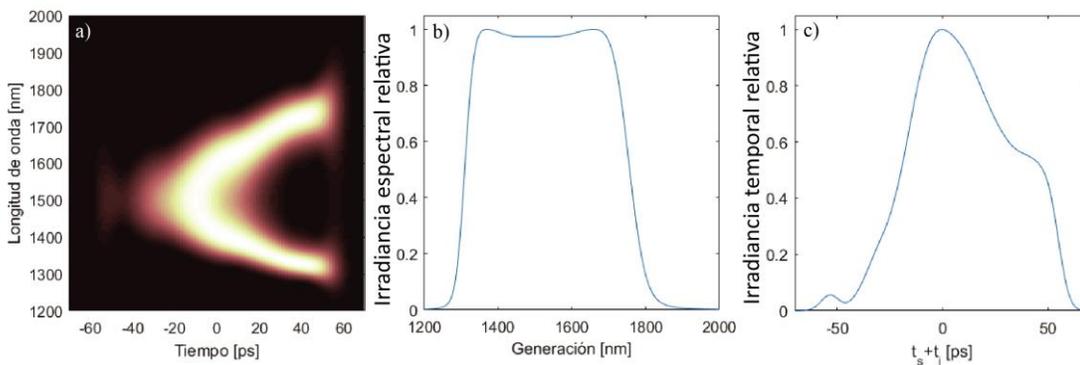


Figura 30. Simulaciones del cristal con chirp polinomial (polinomial 1 de la figura 25) con compensación en la rejilla de fabricación. a) Función de Wigner, b) espectro de emisión relativo y c) irradiancia temporal relativa. Las figuras están normalizadas a su valor máximo.

3.6.- Conclusión de usar modulaciones con chirp

Los cristales con modulación de chirp permiten la generación de anchos espectrales amplios mientras se seleccione adecuadamente la distribución de los periodos locales. Las modulaciones con chirp se pueden diseñar fácilmente al definir los periodos de inicio y final en la curva de sintonización. Las restricciones de fabricación no presentan impedimento alguno para simular rejillas con chirp polinomial ni lineal, que puede extenderse a cualquier tipo de chirp, mientras sea suave y continuo, para su compensación local sin pérdidas relevantes. Los espectros de emisión de las modulaciones con chirp presentan oscilaciones que podrían ser no deseables en ciertas aplicaciones, pero es posible disminuirlas usando bombeos pulsadas o con ancho de banda grande.

Capítulo 4. Modulaciones aleatorias

Las modulaciones periódicas y con chirp permiten bajo ciertas consideraciones y restricciones la generación de anchos espectrales de emisión amplios. Sin embargo, no son la única manera de generar espectros con una forma deseable y sintonizables. Un acercamiento interesante fue propuesto por Arbore (1997) y seguido por Imeshev (2000a, 2000b) donde hicieron ingeniería inversa en el espacio de Fourier. Consiste en obtener la función de cuasi-empatamiento en el espacio de Fourier al declarar el espectro de bombeo a la entrada y el que se quiere obtener a la salida. Ellos utilizaron este acercamiento para la compresión de pulsos y para aumentar la tasa de repetición en emisión pulsada.

Otra manera para generar anchos espectrales con una forma deseable, es a través de métodos de optimización en ingeniería inversa, los cuales consisten en declarar un espectro objetivo, y cambiar lentamente las propiedades de cuasi-empatamiento de fases del cristal hasta que el espectro de emisión del cristal coincida con el espectro objetivo. Un ejemplo es el método de Monte Carlo-Metrópolis con recocido simulado. El método de optimización fue propuesto por Metrópolis, et. al (1953) para obtener una configuración de mínima energía para un sistema de múltiples cuerpos en reposo, donde se evaluó la función de energía a minimizar con números aleatorios, al cual se le conoce como método *Monte Carlo* (Metrópolis y Ulam, 1949). Debido a que el método de optimización podía tomar mucho tiempo en converger, Kirkpatrick et al. (1983) desarrollaron una técnica computacional conocida como *recocido simulado*, la cual restringe la búsqueda del método de optimización tal que permita al sistema converger más rápido. Aunque la técnica de optimización se desarrolló pensando en sistemas de minimización de energía, la metodología se puede aplicar a muchos escenarios con bastante eficiencia.

En la literatura se encuentran varias metodologías de optimización de recocido simulado para generar espectros de emisión a la medida, como lo demuestran Nazarathy y Dolfi (1987) cuando desarrollaron una metodología genérica para espectros de emisión regulados por códigos de Barker en modulaciones periódicas. Wu et al. (1996) ampliaron la metodología anterior y la utilizaron para la generación de un espectro amplio en emisión de segundo armónico. Branczyk et al. (2010) desarrollaron una metodología e implementación experimental para SPDC para generar modulaciones a la medida en KTP. Su enfoque radicaba en seccionar la forma espectral objetivo y darle el peso equitativo de conversión con los ajustes de la modulación. Dosseva et al. (2016) desarrollaron una metodología para generar espectros de parejas de fotones factorizables al ajustar el ciclo útil de los periodos locales con modulación periódica. Su metodología permite también la generación de espectros amplios sintonizables. Balaji et al. (2018) desarrollaron un algoritmo de recocido simulado para generar espectros de súpercontinuo con la

condición de cero-dispersión más amplios que los descritos en la sección 3 al cambiar la longitud de un solo periodo local en el cristal, por nombrar algunos.

En este proyecto de investigación se desarrolló una metodología de optimización basada en el método de Monte Carlo-Metropolis con recocido simulado que nos permite generar modulaciones en cristales ferroeléctricos que permitan la generación de parejas de fotones con características espectrales y temporales deseadas. Ésta metodología se describe a continuación.

4.1.- Descripción de la metodología de optimización

La metodología de optimización se adaptó y desarrolló para el formalismo cuántico descrito en la teoría (sección 2.5), donde se utiliza la JSA en coordenadas rotadas (ecuación (32)). La razón de utilizar el formalismo cuántico es para simular el espectro completo de emisión y que tome en consideración las propiedades espectrales del bombeo. El objetivo principal del algoritmo es encontrar modulaciones aperiódicas que permitan la generación de SPDC con características espectrales deseadas. Los pasos del proceso de optimización se describen con mayor detalle a continuación.

Lo primero que requiere el sistema es la declaración de las condiciones iniciales, las cuales son

1. Definir una función de irradiancia espectral objetivo $F_o(\Omega)$, con la forma espectral deseada.
2. Utilizar la ecuación de Sellmeier para el índice de refracción del medio y encontrar un periodo local Λ_0 apropiado para que coincida con el valor central de la función de irradiancia espectral objetivo. Especificar el número N de periodos locales para el nuevo cristal, donde todos empiezan con el mismo valor de periodo local $\Lambda_j = \Lambda_0$ y con un ciclo dutil $r_j = 0.5$.
3. Se definen las propiedades espectrales del bombeo, su longitud de onda central de emisión y su ancho de banda (en caso que sea emisión pulsada).

Ya definidas las condiciones iniciales, se procede al método de búsqueda y evaluación.

4. Se escogen de manera aleatoria, para cada valor de iteración (con etiqueta l), un pequeño número de los periodos locales (2 – 10), y se modifica ligeramente de manera aleatoria su longitud. Estos cambios en longitud toman en consideración la limitante de resolución por fabricación de la mascarilla (sección 3.1).
5. Se evalúa la JSI para el nuevo cristal con las modificaciones del paso 4 y se obtiene su espectro de emisión $F_l(\Omega_-)$. (ecuación (25))
6. Se calcula cuánto se desvía el espectro de SPDC del cristal modificado con respecto a lo que se desea a las diferentes variables discretas de frecuencia Ω_- al evaluar el parámetro $h_l = \sum_{\Omega_-} |F_o(\Omega_-) - F_l(\Omega_-)|$. Esta suma es una medida de la diferencia entre la función objetivo y el obtenido con la modulación aleatoria para esa iteración. Entre más cercano sea este valor a cero, mayor similitud hay entre las funciones.
7. Si el nuevo valor de h_l es menor que el valor anterior, es decir $h_l < h_{l-1}$, significa que hubo mejora, por lo que los cambios aplicados a los periodos locales se mantienen, y el proceso empieza otra vez en el paso 4.
8. En el caso opuesto, el nuevo valor h_l es puesto a prueba contra una función de rechazo basada en la distribución de densidad de Boltzmann $M_B = \exp[-(h_l - h_{l-1})/(T_l)]$, donde T_l es una *temperatura* abstracta que disminuye en cada iteración, que es la base del recocido simulado (Kirpatrick et. al, 1983). La forma de T_l usada presenta la forma $T_l = a - ml$, donde a y m son constantes cuyos valores hay que ajustar dependiendo de la forma de la función irradiancia objetivo.
9. La función de rechazo es puesta a prueba contra un número aleatorio X que presente valores entre 0-1. Si $X > M_B$, los cambios hechos a los periodos locales se mantienen, y el proceso empieza otra vez en el paso 4.
10. En caso opuesto, los cambios hechos a los periodos locales se descartan y se regresa al paso 4. Los pasos 4-10 se repiten hasta que el sistema converge.

A pesar que el sistema converge al final, la naturaleza aleatoria del método puede hacer que se genere un espectro de emisión diferente al espectro objetivo, por lo que el algoritmo de optimización requiere múltiples intentos cambiando el criterio de convergencia, entre ellos los valores a y m dentro de T_i y el rango de cambio del recocido simulado. El diagrama de flujo del método de optimización se encuentra en el anexo A.

Como ejemplo del método de optimización, se simulo una rejilla aperiódica en un cristal de LiNbO_3 que pudiera crear un espectro de emisión con perfil rectangular con un bombeo monocromático, los resultados se muestran en la figura 31. El espectro de emisión final que se obtuvo después de la optimización se muestra en la figura 31a) y se compara con el respectivo espectro objetivo. En la figura 31b) se muestra la evolución del valor de similitud h contra el número de iteración, donde se muestran *saltos* en el valor de h , estos saltos se deben a los pasos 8 y 9 de la metodología donde se evalúa la función de rechazo. El valor de similitud eventualmente converge, como lo muestra la figura. La distribución de periodos locales antes y después de la optimización se muestra en la figura 31c), donde se puede apreciar una naturaleza aleatoria en comparación con las distribuciones con chirp polinomial o lineal (figura 25).

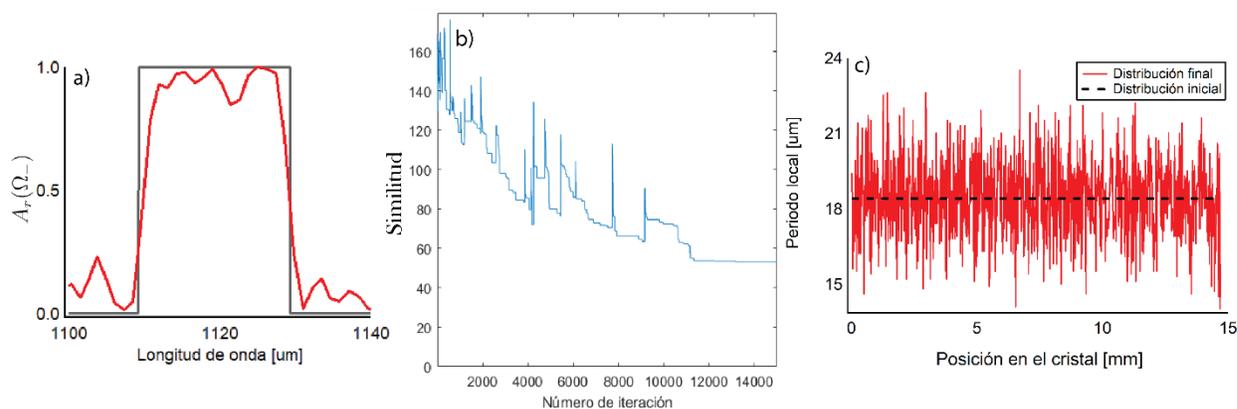


Figura 31. Diseño de un cristal que pueda producir SPDC con emisión no degenerada y envolvente espectral rectangular. a) Espectro de emisión objetivo y obtenido con el método de Monte Carlo con recocido simulado; b) evolución de la similitud con el número de iteración y c) distribución de periodos locales al inicio y final del método de optimización

La función de rechazo ayuda a que el sistema de optimización no converja al primer valor mínimo encontrado de similitud, si no que permita encontrar un valor óptimo global a través de varios saltos.

Como se mencionó anteriormente, puede que el valor de similitud converja a un valor, pero es posible que el espectro encontrado no muestre una buena concordancia con el espectro de irradiancia objetivo; es por eso que es necesario realizar múltiples iteraciones del método de optimización para encontrar una configuración óptima de los valores que rigen T_l .

A continuación, se presentarán resultados de aplicar la metodología para generar parejas de fotones por SPDC con espectros de emisión rectangulares en emisión degenerada, no-degenerada y con diferentes características de emisión.

4.2.- Modulaciones aleatorias optimizadas

La metodología descrita anteriormente se aplicó para la búsqueda de fuentes de luz con espectro amplio, continuo, sintonizable y lo más plano posible, fijando como función de irradiancia objetivo una forma rectangular con ancho espectral variable. El material supuesto para el estudio fue LiNbO_3 congruente y para calcular el índice de refracción se usó la fórmula de Sellmeier obtenida por Jundt (1997). Se supuso que las ondas de bombeo, señal y acompañante viajan en la misma dirección (x) y tienen la misma polarización, la cual que es paralela al eje c del cristal (ver sección 2.2). Se consideró un valor de no linealidad efectiva $|\chi_{eff}^{(2)}| = 52 \text{ pm/V}$ (Shoji et al., 1997) con una longitud de onda del haz de bombeo de 750 nm. Para disminuir el daño fotorefractivo se fijó una temperatura de $83 \text{ }^\circ\text{C}$, la cual toma en consideración la restricción de fabricación de la mascarilla (ver sección 3.1). Se está simulando bajo la aproximación de onda plana, donde se asumió un radio $w_0 = 41 \text{ } \mu\text{m}$ (ver sección 2.5), que garantiza que el haz es *plano* dentro del cristal. Todos los siguientes resultados presentan un total de $N = 800$ periodos locales, que dan una longitud de cristal aproximada de $L \approx 15 \text{ mm}$.

Con el objetivo de que los diseños de modulaciones aleatorias se puedan implementar en un régimen experimental, se van a simular los efectos que pueden generarse debido a los defectos de fabricación que se manifiestan a través del ciclo dutil, al igual que la influencia de la curva de transmitancia del niobato de litio sobre la emisión.

4.2.1.- Efectos del ciclo dutil y defectos de fabricación

La metodología descrita anteriormente toma en consideración que el ciclo dutil en la distribución de periodos es perfecta ($r_j = 0.5$). Sin embargo, en la realidad llega a ser bastante diferente. El proceso de fabricación (ver sección 3.1) permite mantener el valor del periodo local, pero presenta cambios aleatorios en el ciclo dutil (Shur, 2006). La variación de los dominios se puede representar a través de una función de distribución Gaussiana (Fejer et al., 1992; Phillips et al., 2013b) donde el semi-ancho Gaussiano σ_{DC} está relacionado con la desviación del ciclo dutil con respecto al valor promedio r_{prom} . El proceso de fabricación en el laboratorio llega a presentar un ciclo dutil promedio cercano a $r_{prom} = 0.6$, por lo que se ha fijado este valor para simular los efectos que podrían presentar los espectros de emisión de los diseños de cristales aleatorios optimizados. En la figura 32 se presentan los histogramas de distribución de dominios para diferentes valores de semi-ancho $\sigma_{DC} = 0.001, 0.05$ y 0.1 , que representarían un cristal con distribución de dominios perfectos, regulares y malos.

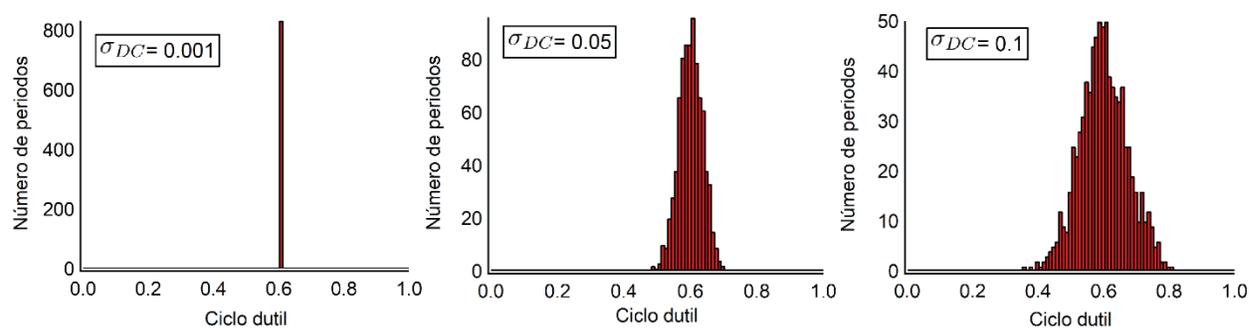


Figura 32. Histogramas de la distribución de dominios simulados bajo una distribución Gaussiano para semi-anchos de a) $\sigma_{DC} = 0.001$, b) $\sigma_{DC} = 0.05$ y c) $\sigma_{DC} = 0.1$. Se han simulado para un valor promedio $r_{prom} = 0.6$.

Las distribuciones anteriores serán aplicadas a algunos resultados seleccionados para mostrar el efecto que los defectos de fabricación presentan en la irradiancia espectral de emisión y en el flujo de parejas de fotones.

4.2.2.- Curva de transmitancia del material

En la siguiente figura se muestra la transmitancia externa del LiNbO₃ producido por la compañía Precision Micro-Optics.

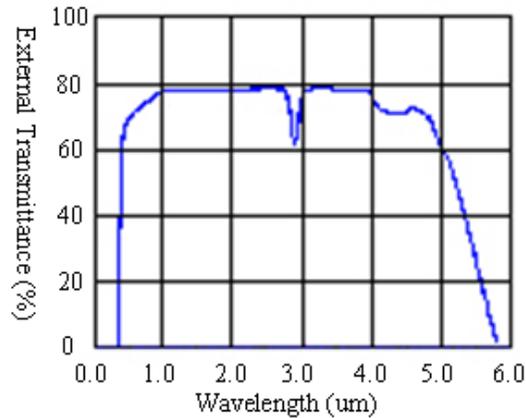


Figura 33. Transmitancia del LiNbO₃ de Precision Micro-Optics.

La curva de la figura 33 presenta una caída en transmitancia alrededor de 300 nm, una caída “lenta” después de las 4.5 μm y un pequeño pico de absorción cerca de las 3 μm que está relacionado con la absorción de los radicales OH. Se integró la curva de transmitancia en las simulaciones, la cual presenta la forma de la figura 34.

En esta tesis, se evaluó el valor esperado del número de parejas de fotones del estado cuántico de la ecuación (26), más que el número de fotones en cada modo individual de generación. Esto conlleva a una restricción ya que cuando el fotón acompañante supera las 4.5 μm la emisión en conjunto disminuye, dando por consecuencia que la transmitancia que las parejas de fotones experimentan sea diferente a la que se muestra en la figura 33. En la figura 34 ésta se ve en el área roja. A esta condición la definimos como *transmitancia conjunta*.

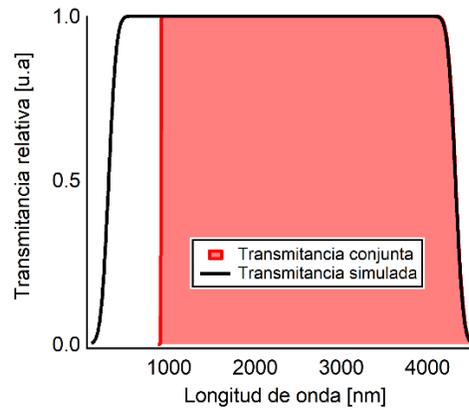


Figura 34. Transmitancia usada para la simulación y la transmitancia conjunta de la pareja de fotones.

La curva negra de la figura 34 es la simulación de la transmitancia del material. Por sencillez, se simuló solamente las caídas a los extremos y se suprimió la caída cerca de las 3 μm . Se tomó en consideración que por encima de los 4.5 μm la absorción del material también presenta un efecto considerable y cae la transmitancia de manera abrupta.

Tomando en consideración la curva de transmitancia conjunta de la figura 34, la distribución del ciclo útil y las condiciones para las simulaciones antes descritas, se presentan a continuación diseños de cristales con modulación aleatoria que permiten emisión degenerada y no degenerada. Como primer caso de estudio, se van a presentar resultados bajo la aproximación de bombeo monocromático para emisión no degenerada.

4.3.- Modulaciones aleatorias en emisión no degenerada con bombeo monocromático

Se muestran espectros de emisión con perfil rectangular con anchos FWHM de 10, 20 y 30 nm en emisión no-degenerada. La longitud de onda señal está centrada en 1.12 μm mientras que la onda acompañante se encuentra en 2.26 μm . Los perfiles espectrales obtenidos fueron seleccionados como los mejores de acuerdo al sistema de convergencia del sistema de optimización. Los espectros de irradiancias normalizadas se muestran en la figura 35a), que se definen como $A_n(\Omega_-) = F(\Omega_-) / |\Phi_L^{max}|^2$, es decir, la función de irradiancia de cuasi-empatamiento de fases en coordenadas rotadas divididas entre el módulo

al cuadrado del valor máximo que permite generar un cristal con modulación periódica, es decir que vamos a comparar la capacidad de conversión contra un cristal periódico.

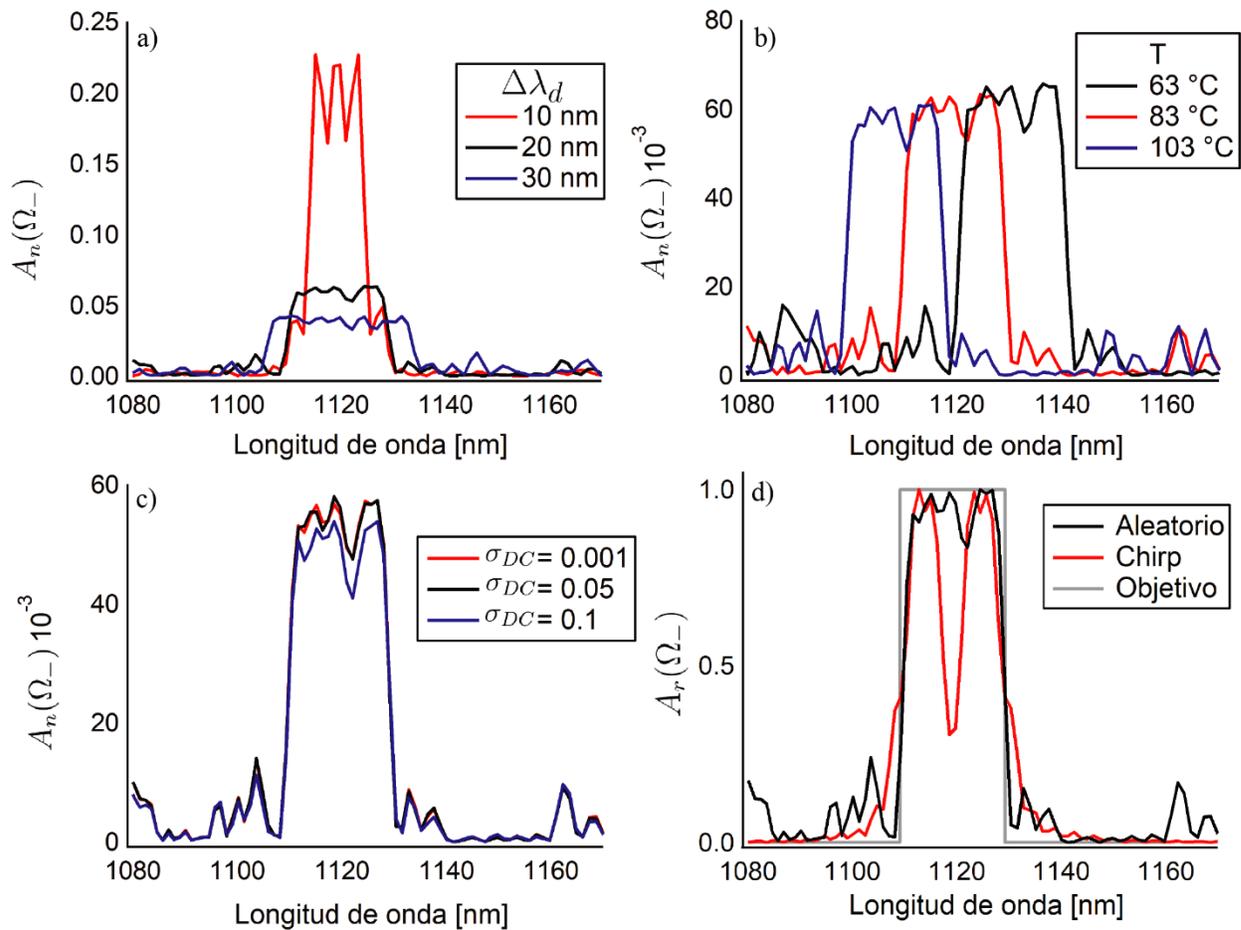


Figura 35. Espectros de emisión no degenerada de cristales optimizados por Monte Carlo con recocido simulado. a) Espectros de irradiancia normalizados en emisión no-degenerada para diseños con ancho espectral rectangular FWHM $\Delta\lambda = 10, 20$ y 30 nm. b) Efectos de temperatura sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 20$ nm. c) Efectos de los cambios en el ciclo dutil sobre sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 20$ nm. y d) Espectro de emisión para el diseño con $\Delta\lambda = 20$ nm con el espectro de emisión en comparación al obtenido de un cristal con chirp lineal equivalente y la función irradiancia objetivo.

De la figura 35a) se muestra que los valores de irradiancias disminuyen en altura, esto se debe a que la conversión de luz que permite la modulación se distribuye entre todas las longitudes de onda que se pueden generar. Al obtener el número de parejas (ecuación (41)) se obtienen 224.4, 220.6 y 258.0 KHz/mW para los espectros de 10, 20 y 30 nm respectivamente. Se hace notar que el número de parejas de fotones está expresado en KHz por miliwatt debido a que teóricamente la cantidad de parejas por unidad de tiempo depende linealmente con la potencia de bombeo promedio. Los flujos de emisión son

muy similares, y es de esperarse debido a que el área bajo la curva de las irradiancias de la figura 35a) es casi igual, lo que indica que la capacidad de conversión del cristal conforme aumenta el ancho de banda de emisión se conserva.

Debido a que la temperatura afecta tanto el índice de refracción como a la expansión del cristal, el espectro de emisión depende de la temperatura. Se simuló el efecto de la temperatura sobre el espectro de diseño de 20 nm; el efecto de la temperatura sobre el espectro de emisión de las otras dos rejillas aperiódicas debe ser similar. Los efectos de temperatura se presentan en la figura 35b), donde se muestra un cambio en la longitud de onda central de emisión, pero manteniendo la forma del diseño original. El flujo de emisión de la pareja de fotones no presentó un cambio significativo al reportado anteriormente; debido a esto se puede describir el cambio en temperatura como una sintonización suave de la frecuencia central de emisión.

Las desviaciones del ciclo dutil no presentan un efecto notable en la forma de la función de irradiancia espectral normalizada que se muestran en la figura 35c), pero sí presenta una disminución en el flujo de parejas de fotones. Para $\sigma_{DC} = 0.1$ hay una caída de 8.4 % en las cuentas comparadas al cristal que no presenta fluctuaciones. Esto muestra que el diseño aleatorio es robusto a defectos en el proceso de fabricación.

Con el fin de comparar los diseños aleatorios con un diseño *más sencillo*, se comparó el diseño de 20 nanómetros con uno con modulación de chirp lineal equivalente. Equivalente significa que presenten el mismo valor de ancho en FWHM y con la menor cantidad de oscilaciones en la parte superior del espectro. El chirp equivalente presenta los valores de $D = -0.00017567 \text{ (mm} \cdot \mu\text{m)}^{-1}$, $\Lambda_0 = 18.392 \text{ } \mu\text{m}$, $z_0 = 3.95 \text{ mm}$ (ver ecuación (43)). El chirp lineal fue ajustado a las mismas restricciones de fabricación (sección 3.1). En la figura 35c) se muestran los espectros relativos del cristal aleatorio y con chirp, donde se hace notar que ambos se encuentran dentro de la función espectral objetivo. El espectro relativo implica que cada espectro está dividido entre su valor máximo $A_r(\Omega) = A_n(\Omega) / \max\{A_n(\Omega)\}$. Los flujos de parejas de fotones son de 220 kHz/mW para el diseño optimizado y de 219 kHz/mW para el del chirp lineal, que son muy similares.

Se puede apreciar que el diseño aleatorio presenta un espectro más plano a comparación del diseño con chirp, y debido a que presentan un valor similar en el número de parejas, se concluye que los

diseños aleatorios encontrados son mejores candidatos que los diseños con chirp lineal para el caso de emisión no-degenerada con un bombeo de onda continua.

4.4.- Modulaciones aleatorias en emisión degenerada con bombeo monocromático

El siguiente estudio se llevó a cabo en emisión degenerada para las mismas condiciones que el estudio anterior.

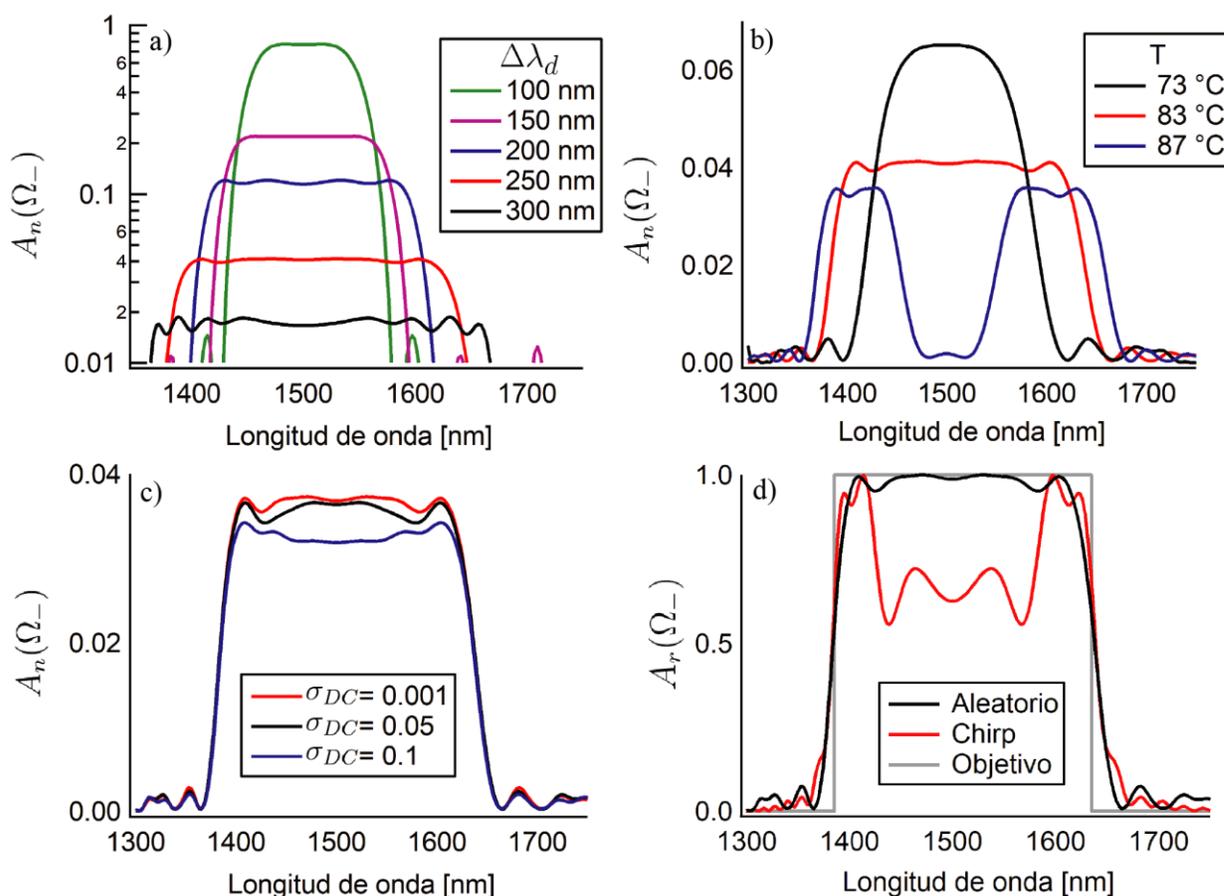


Figura 36. Espectros de emisión degenerada de cristales optimizados por Monte Carlo con recocido simulado. a) Espectros de irradiancia normalizados en emisión degenerada para diseños con ancho espectral $\Delta\lambda = 100, 150, 200, 250$ y 300 nm. b) Efectos de temperatura sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 250$ nm. c) Efectos de los cambios en el ciclo dutil sobre sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 250$ nm. y d) Espectro de emisión relativo para el diseño con $\Delta\lambda = 250$ nm en comparación con el espectro de emisión relativo obtenido de un cristal con chirp lineal equivalente y la función de irradiancia objetivo.

Los cristales se diseñaron para la emisión degenerada y anchos espectrales rectangulares definidos en FWHM de 100, 150, 200, 250 y 300 nm, donde se muestran las irradiancias espectrales normalizadas en la figura 36a) en escala logarítmica debido a que el valor máximo del espectro disminuye fuertemente con el ancho de emisión.

El valor esperado del número de parejas para los espectros de la figura 36a) es de 3.11, 1.83, 1.60, 0.94, 0.57 MHz/mW para los anchos de diseño de $\Delta\lambda_q = 100, 150, 200, 250$ y 300 nanómetros respectivamente. Se aprecia que hay una diferencia considerable entre los valores del flujo de fotones, lo cual se debe al sistema de optimización de Monte Carlo, el cuál restringe ciertas longitudes de onda de emisión para mantener la forma lo más plana/rectangular posible, lo que implica que el área bajo la curva de los espectros mostrados en la figura 36a) no es la misma.

Para mostrar el efecto de temperatura se seleccionó el caso correspondiente a un espectro de 250 nm, tomando en consideración que se presenta un comportamiento similar en los demás casos. La figura 36b) despliega los cambios de temperatura y se puede apreciar que con un cambio de 4 °C el espectro de emisión cambia su forma de manera significativa. El flujo de parejas de fotones es de 0.62, 0.94, 0.71 MHz/mW para las temperaturas de 73, 83 y 87 °C, respectivamente, lo que muestra que la temperatura afecta significativamente también en el flujo de emisión. Esto implica que sería necesario un control fino sobre la temperatura para mantener el espectro de diseño y un número alto en el flujo de parejas de fotones.

Las desviaciones en el ciclo dutil permiten la generación de un espectro más plano como se muestra en la figura 36c). Para un valor de semi-ancho $\sigma_{DC} = 0.1$ el flujo de parejas disminuye un 8.8% en comparación con el cristal que no presenta fluctuaciones. Esto indica que los defectos de fabricación presentan una disminución en el número de cuentas, pero permiten la generación de un espectro más plano. Esto se debe a que los cambios del ciclo dutil afectan de igual manera las componentes espectrales que se pueden generar, y con ello las longitudes de onda de la emisión en promedio aplanan el espectro.

A manera de comparación con el espectro de emisión con un ancho de 250 nm, se seleccionó un cristal con chirp lineal equivalente con los parámetros los parámetros $D = -0.00015141 \text{ (mm} \cdot \mu\text{m)}^{-1}$, $\Lambda_0 = 17.404 \text{ } \mu\text{m}$, $z_0 = 1.37 \text{ mm}$, y éstos se muestran en la figura 36d). Se hace notar que tanto el espectro del cristal aleatorio como el de chirp lineal se encuentran dentro de la función de irradiancia objetivo. En la figura se muestra una diferencia importante en la forma de emisión, ya que el espectro del cristal

aleatorio presenta una forma más plana que el obtenido con chirp lineal. El número de parejas son 1.92 MHz/mW para el diseño con chirp lineal y 0.94 MHz/mW para el diseño basado en cristal con modulación aleatoria, lo que implica que el mantener un espectro plano presenta una reducción en el número de parejas de fotones.

Los diseños aleatorios en emisión degenerada son susceptibles a cambios con respecto a la temperatura, ya que pueden cambiar radicalmente su forma con solo unos grados de diferencia. Los defectos de fabricación suavizan la forma espectral. La comparación con un cristal con chirp lineal equivalente muestra que las modulaciones aleatorias presentan un espectro más plano, pero con una disminución en el flujo de parejas de fotones, lo que implica que hay una relación importante entre un espectro plano y eficiencia de conversión.

4.5.- Pasar de CW a un régimen pulsado

Los diseños anteriores estuvieron bajo la aproximación de un haz de bombeo monocromático, lo que implica que el espectro de la emisión se basa solamente en las propiedades de cuasi-empatamiento de la modulación de dominios del cristal, es decir la función de cuasi-empatamiento de fases $\Phi_L(\Omega_+, \Omega_-)$. Sin embargo, nada impide utilizar un bombeo pulsado o con ancho de banda amplio para cualquiera de los espectros mostrados en emisión no-degenerada (Figura 35a)) y degenerada (Figura 36a)). El efecto que se espera fue descrito anteriormente para espectros con chirp en la sección 3.5, pero ahora se muestra para los diseños aleatorios. Como ejemplo se seleccionó el diseño aleatorio con emisión degenerada y 250 nm de ancho de banda para mostrar los efectos que un bombeo Gaussiano con ancho de banda grande produce en el espectro de emisión, los cuales se muestran en la figura 37.

Los anchos de banda del bombeo $\sigma = 2.35, 0.47$ y 0.11 THz, corresponden a un pulso con ancho de emisión FWHM $\Delta\tau = 1, 5$ y 20 ps respectivamente. De la figura 37a) se puede apreciar que conforme el ancho de banda del bombeo aumenta el ancho espectral de emisión aumenta, pero el diseño que fue optimizado por Monte Carlo se difumina o desaparece. Esto se debe a que cada componente espectral del bombeo aporta al proceso de conversión de luz, por lo que la suma de todas estas nuevas componentes hace que el espectro se suavice y se expanda. El ancho de banda del bombeo afecta a todos los diseños por igual como se muestra en la figura 37b) y muestra cómo los anchos de emisión convergen a un mismo

valor para todos los diseños originales, por lo que es importante tomar en consideración las propiedades del bombeo al momento de buscar un diseño con modulación aleatoria optimizada.

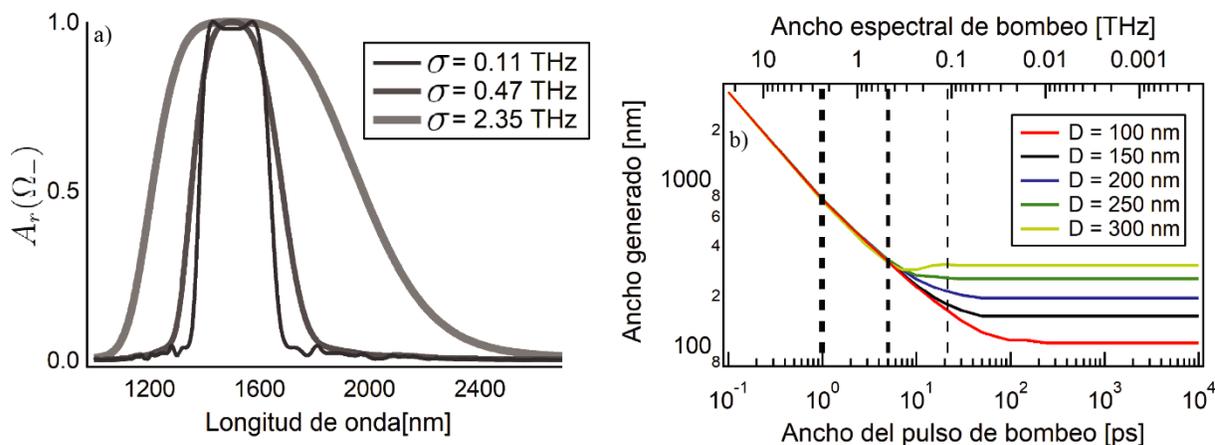


Figura 37 Simulaciones del aumento del ancho de banda del bombeo sobre los cristales optimizados. a) Efectos del ancho de banda del bombeo sobre la irradiancia relativa del espectro de emisión optimizado en emisión degenerada con 250 nm de ancho de banda. b) ancho espectral de emisión contra ancho de banda del bombeo para los diseños de emisión degenerada (Figura 36a)). Las líneas punteadas corresponden a los anchos de banda σ de la figura 37a).

4.6.- Modulaciones aleatorias en emisión degenerada con bombeo pulsado

Tomando en consideración los resultados anteriores, se utilizó la metodología para diseñar cristales que emitan espectros de emisión rectangulares con anchos de banda grandes al ser bombeados con pulsos cortos, es decir con un ancho de banda amplio. En estas simulaciones se supuso un ancho de banda de 0.78 THz, ya que corresponde a un ancho temporal FWHM del bombeo de 3 ps de un láser disponible en el laboratorio. Los cristales se diseñaron para la emisión degenerada con anchos de banda de 750, 1000 y 1500 nm al ser bombeados con pulsos con una longitud de onda central de 750 nm. Las irradiancias espectrales de los cristales optimizados se muestran en la figura 38 a). El valor que se está graficando es

$$B_r(\Omega_-) = \sigma \pi \int d\Omega_+ |f(\Omega_+, \Omega_-)|^2.$$

La figura 38a) muestra anchos espectrales que pueden llegar a superar los 1000 nm. El valor esperado del número de parejas para los espectros es de 3.35, 3.22 y 3.01 parejas / (pulso*mW) para los anchos de diseño de $\Delta\lambda = 750, 1000$ y 1500 nm, respectivamente. La tendencia del número de parejas sigue de manera lineal con la potencia promedio del láser de bombeo. Con el fin de describir con mayor detalle los efectos de temperatura y fluctuaciones del ciclo útil se seleccionó el espectro con un ancho

de emisión de 1500 nm. El efecto de la sintonización de la temperatura sobre la irradiancia normalizada se muestra en la figura 38b) y se hace notar que un cambio de temperatura de 20 °C no afecta mucho la forma original, y que se traduce a un cambio pequeño en el número de parejas de fotones. Esto demuestra que el diseño es robusto ante cambios de temperatura. En la figura anterior también se hace notar que el espectro decae por encima de las 4.5 μm y debajo de las 0.900 μm , y eso se debe a la restricción en las simulaciones relacionada con la transmitancia conjunta del material (sección 4.2.2).

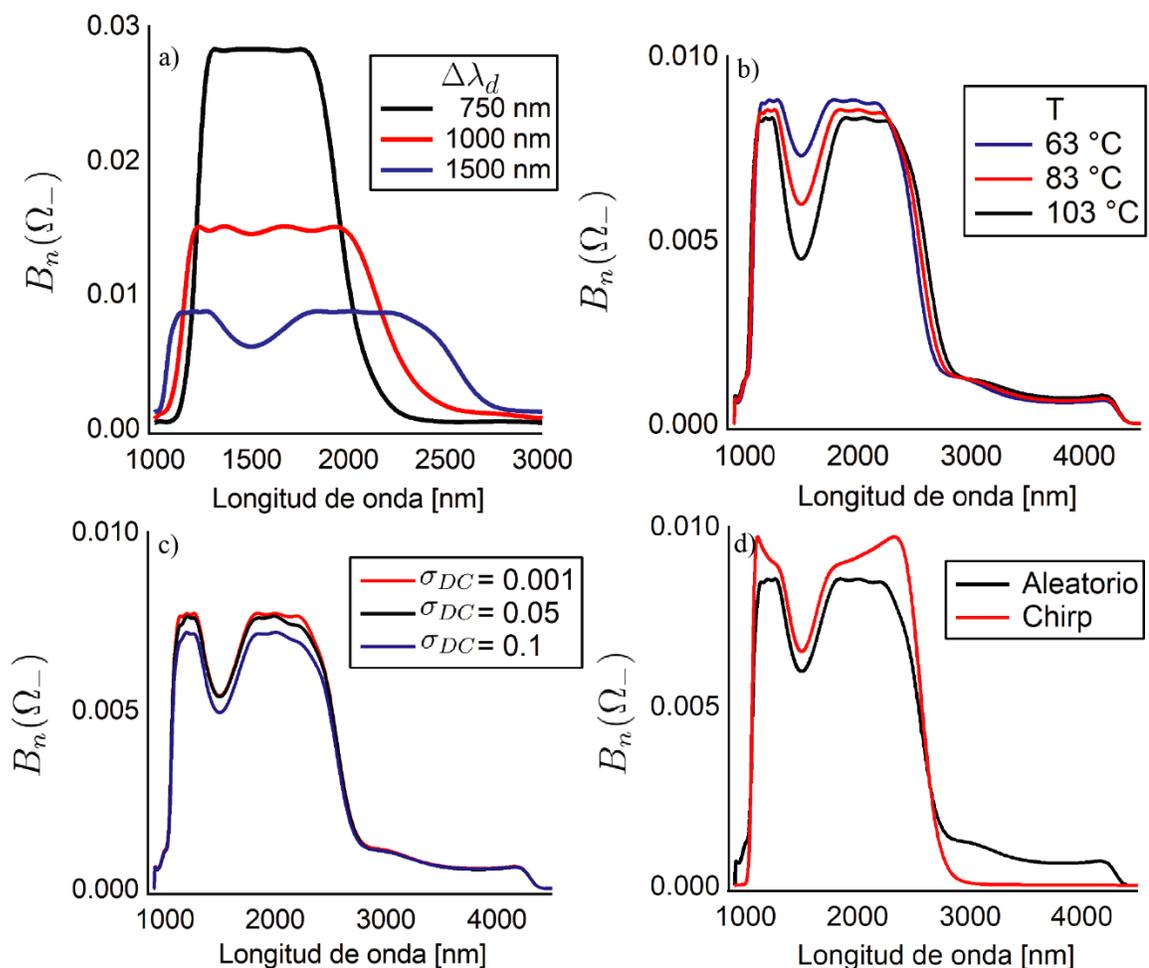


Figura 38. Espectros de emisión degenerada de cristales optimizados por Monte Carlo con recocido simulado bombeados con pulsos cortos. a) Espectros de irradiancia normalizados en emisión degenerada para diseños con ancho espectral $\Delta\lambda = 750, 1000$ y 1500 nm con haz de bombeo pulsado. b) Efectos de la temperatura sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 1500$ nm. c) Efectos de los cambios en el ciclo duty sobre los espectros de emisión normalizados del diseño con $\Delta\lambda = 1500$ nm. y d) Espectro de emisión normalizado del diseño con $\Delta\lambda = 1500$ nm en comparación con el espectro de emisión normalizado obtenido de un cristal con chirp lineal equivalente.

Las desviaciones en el ciclo dutil permiten la generación de un espectro ligeramente más plano como se muestra en la figura 38c). Para fluctuaciones con un valor de semi-ancho $\sigma_{DC} = 0.1$ el flujo de parejas disminuye un 7.0% en comparación con un cristal que no presenta fluctuaciones, lo que implica que la naturaleza pulsada no tiene una caída tan grande como en el caso de bombeo monocromático.

A manera de comparación, se diseñó un cristal con chirp equivalente ($D = -0.0025 \text{ (mm} \cdot \mu\text{m)}^{-1}$, $\Lambda_0 = 17.75 \mu\text{m}$, $z_0 = 8.7 \text{ mm}$), para producir un espectro centrado en 1500 nm y con un ancho también de 1500 nm; las irradiancias espectrales normalizadas se muestran en la figura 38d) y se hace notar que ambos diseños presentan una forma similar y con espectro suavizado. Las componentes espectrales del bombeo permiten suavizar tanto las oscilaciones del diseño con chirp como del diseño aleatorio. El flujo de parejas para los diseños es de 3.01 parejas de fotones / (pulso*mW) para el diseño aleatorio y 3.46 parejas de fotones/(pulso*mW) para el de chirp lineal, y se puede apreciar que son similares tanto en la forma como en el flujo de parejas. Las irradiancias de la figura 38d) presentan el mismo valor de ancho espectral en FWHM de 1500 nm, pero el aleatorio presenta una pequeña meseta cerca de las 3 μm y decae hasta las 4.5 nm, la cual presenta un problema con la definición de ancho de banda ya que a pesar que el ancho principal se puede tomar como FWHM no llega a abarcar toda la influencia del espectro completo. Debido a esto se utiliza la definición de ancho espectral de las funciones analíticas de Gabor de la forma (Mandel y Wolf, 1962)

$$\Delta\omega^2 = \frac{\int \Omega^2 F(\Omega) d\Omega}{\int F(\Omega) d\Omega}, \dots\dots\dots (44)$$

la cual evaluamos para los espectros de emisión de la figura 38d) y nos arroja un ancho espectral de emisión de 1711 nm para el diseño aperiódico y 1668 nm para el diseño con chirp lineal. Esto muestra que el diseño aperiódico presenta un ancho todavía mayor que el diseño original y más grande que el de chirp lineal equivalente.

Con el fin de demostrar la diferencia de diseño entre un bombeo de onda continua y pulsado, en la figura 39 se muestran las irradiancias espectrales relativas para el mismo diseño de cristal con ancho de 1500 nm, pero con diferente esquema de bombeo. El espectro relativo implica que cada espectro está dividido entre su valor máximo $B_r(\Omega) = B_n(\Omega) / \max\{B_n(\Omega)\}$

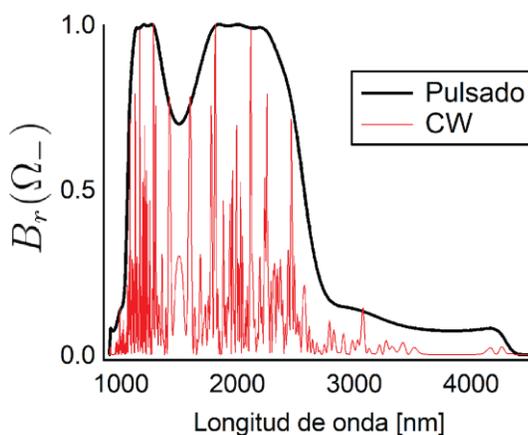


Figura 39. Irradiancias relativas para el diseño del cristal aleatorio de 1500 nm bajo dos diferentes regímenes de bombeo.

La figura anterior muestra que las longitudes de onda que permite el cristal son suavizadas por las componentes espectrales del bombeo, lo cual suaviza el espectro completo. De la figura anterior se hace énfasis en que es necesario especificar la naturaleza del haz de bombeo al momento de diseñar espectros con la metodología de optimización, para que no afecten al momento de una implementación experimental.

Al aplicar el formalismo de la función de Wigner (ver ecuación 36) a los espectros mostrados en la figura 38d), se demuestra la capacidad de conversión entre los dos tipos de modulaciones. En la figura 40 se muestran las funciones de Wigner con las irradiancias espectrales y temporales correspondientes. Las funciones de Wigner están normalizadas a su valor máximo.

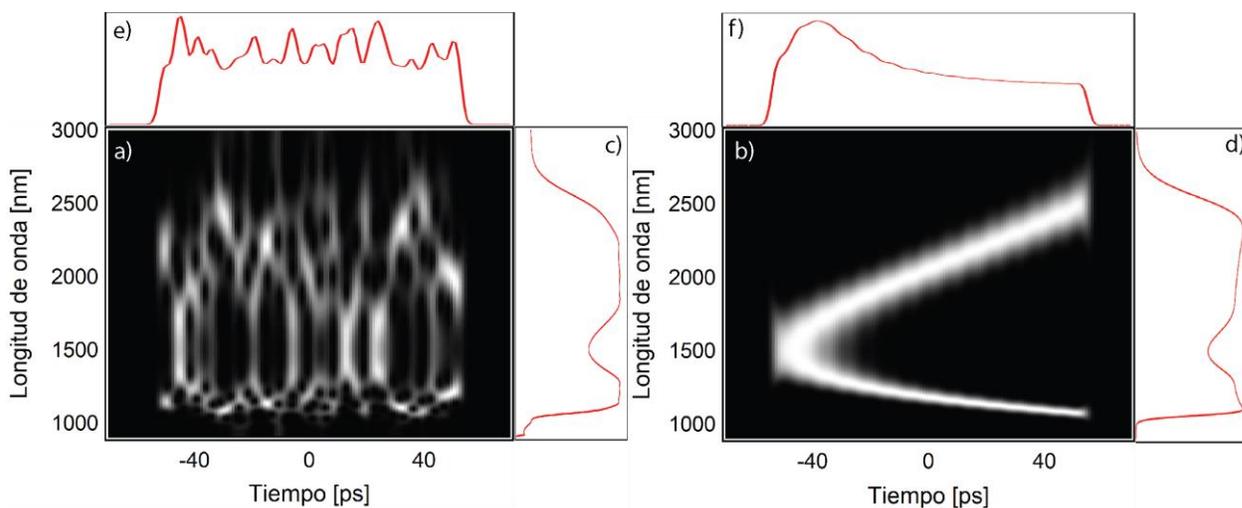


Figura 40. Funciones de Wigner de: a) cristal con modulación aleatoria, b) cristal con modulación de chirp lineal, con las funciones marginales espectrales c) y d) y temporales e) y f).

La forma caótica de la función de Wigner correspondiente al cristal con modulación aleatoria (Figura 40a)) la cual muestra que en diferentes partes del cristal se están generando diferentes componentes espectrales, en comparación con un cristal con chirp lineal (Figura 40b)) que muestra una transición suave en las longitudes de onda de generación. Al integrar sobre la variable temporal, se obtienen los espectros de emisión (ecuación (37)) vistos en las figuras 40 c) y d) que presentan una forma suave a la salida. Las irradiancias temporales se muestran en las figuras 40 e) y f) y se aprecia que presentan diferentes formas en la emisión, dada la naturaleza aleatoria o suave en la generación.

Como se había mencionado en la introducción, una de las aplicaciones de interés para el uso de este tipo de fuentes es en tomografía óptica coherente cuántica. Los anchos de emisión de cualquiera de los diseños en la figura 38d) permitirían una resolución espacial bastante pequeña. Al calcular el tiempo de correlación cuántico (Hong et al., 1987) se obtienen los valores de 3.36 fs y 3.52 fs para los diseños aleatorios y con chirp lineal respectivamente, los cuales son valores muy cercanos al récord experimental reportado, con un tiempo de correlación de 3.6 fs (Okano et al., 2015).

Los diseños aleatorios bajo un bombeo pulsado son robustos a cambios en la temperatura y defectos de fabricación, pero también son comparables en el ancho de emisión y número de parejas que se pueden obtener con un cristal con chirp, lo que implica que bajo las condiciones y restricciones impuestas aquí el diseño aleatorio y el del chirp lineal son equivalentes.

Capítulo 5. Modulaciones aleatorias con espectros de emisión limitados por transformada de Fourier

La metodología descrita en el capítulo anterior está limitada a generar espectros de emisión definidos por la función objetivo $F_o(\Omega_-)$. Sin embargo, nada limita a que se busquen optimizar otras propiedades de la emisión del cristal, como se demuestra en este capítulo.

Se va a utilizar el algoritmo de optimización para generar modulaciones aleatorias que permitan la generación de paquetes de onda bifotónicos con ancho de banda ultra amplio y que sean *limitados en transformada de Fourier*. Como caso de estudio se va a seleccionar un cristal de LiNbO_3 con longitud de 15 mm (880 periodos locales en $\Lambda_0 \approx 17.4 \mu\text{m}$) y un bombeo CW centrado en 750 nm para generar emisión degenerada en 1500 nm. Se simula una temperatura del cristal de 90 °C y un radio Gaussiano de $w_0 = 40 \mu\text{m}$.

Debido a que la emisión es en CW, las propiedades temporales de la JTA están evaluadas en el tiempo de correlación, es decir la diferencia de tiempos de llegada de un fotón señal a uno acompañante $T_- = t_s - t_i$. El algoritmo de optimización va a presentar una modificación en la función de peso de la forma

$$H_i = h_i + \kappa \sum_{T_-} \left| f_i(T_-) \left| \frac{d\phi'_{JTA}(T_-)}{dT_-} \right| \right|, \quad (45)$$

donde ϕ'_{JTA} es la fase de la JTA, h_i es la diferencia en espectros definida en la metodología original (ver capítulo 4.1) y κ es una constante de peso para las propiedades temporales. Se busca minimizar la derivada de la fase temporal para disminuir la dependencia temporal de la pareja de fotones. De la ecuación anterior, lo que se quiere resaltar es que se busca que la emisión del cristal mantenga una forma espectral definida y que la derivada de la fase en el tiempo sea lo más cercana a cero para minimizar los efectos dispersivos al momento de la emisión, es decir que se genere el tiempo mínimo de correlación que permita el espectro de emisión del cristal.

Las condiciones iniciales de la fabricación del cristal para las simulaciones se van a relajar, y se va a permitir una mayor resolución en la fabricación de la mascarilla a $\Delta\Lambda = 0.01 \mu\text{m}$, es decir que pueda resolver entre 17.1 y 17.11 μm de manera correcta. Esta condición de fabricación no es arbitraria, ya que se está desarrollando actualmente una nueva metodología en la fabricación de cristales ferroeléctricos en

el Laboratorio de Láseres y Óptica No Lineal que presenten esa resolución. Para el método de optimización se empezó con un valor de $\kappa=0$ para encontrar el valor óptimo de a y m y después se fue modificando κ hasta encontrar su valor ideal. Los valores idóneos se obtienen cuando los resultados de las simulaciones empiecen a converger a una forma espectral y temporal deseable, siendo para estas simulaciones los valores de $a=10^{16}$, $m=2\times 10^4$ y $\kappa=5$. En la siguiente figura se muestra el mejor resultado del proceso de optimización, y se muestra el espectro de emisión normalizado y la JTI, con sus respectivas derivadas fase de la JSA $d\phi_{JSA}/d\Omega_-$, y la JTA $d\phi_{JTA}/dT_-$. La JTI está normalizada tal que su valor máximo sea uno, es decir es la irradiancia temporal relativa a su valor máximo.

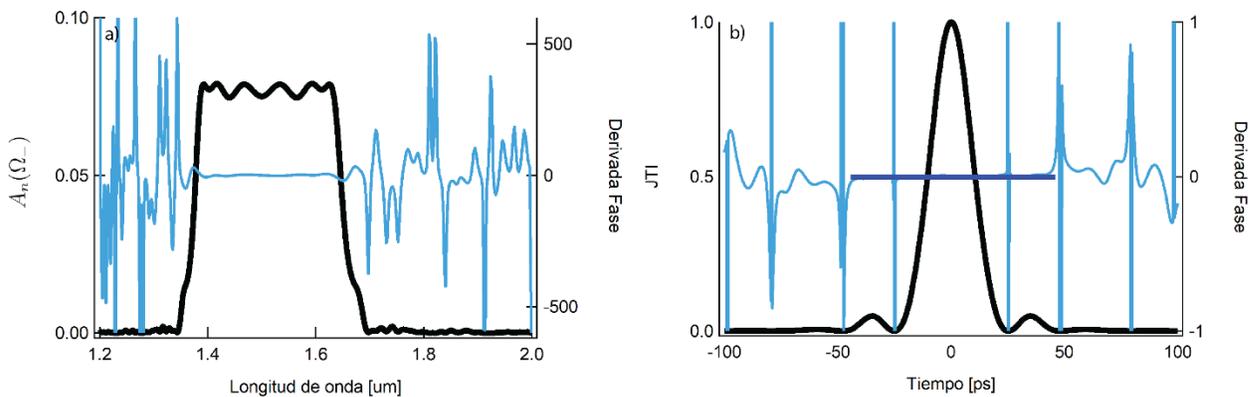


Figura 41. Cristal optimizado de LiNbO_3 con espectro y correlación temporal limitada en transformada de Fourier. a) Irradiancia espectral normalizada y la derivada de su fase. b) Irradiancia temporal relativa y la derivada de su fase.

Como muestra la figura anterior, el espectro de emisión es rectangular con un ancho FWHM de $\Delta\lambda = 275$ nm, y genera una correlación temporal muy similar a una función sinc cuadrada, con un ancho temporal en FWHM de $\Delta T_- = 20.5$ fs. Cabe resaltar que la función objetivo era rectangular con ancho espectral de 300 nm, y se hace notar que el resultado se acerca bastante a la forma objetivo. Las derivadas de fase temporales y espectrales son casi planas, por lo que se podría decir que el espectro se encuentra bastante cerca de ser limitado por transformada. El flujo de parejas de fotones es de 0.6 MHz/mW.

La propiedad de ser limitado en transformada tiene como objetivo que las componentes espectrales no presenten efectos dispersivos a la salida del cristal, es decir, si todas las componentes espectrales se comprimieran en el tiempo de alguna manera, generen un tiempo mínimo de correlación. Para definir un límite para el tiempo mínimo de correlación, se seleccionó una propiedad cuántica

inherente a la fuente la cual se puede medir experimentalmente con la *interferencia cuántica de Hong-Ou-Mandel (HOM)* (Hong et al., 1987).

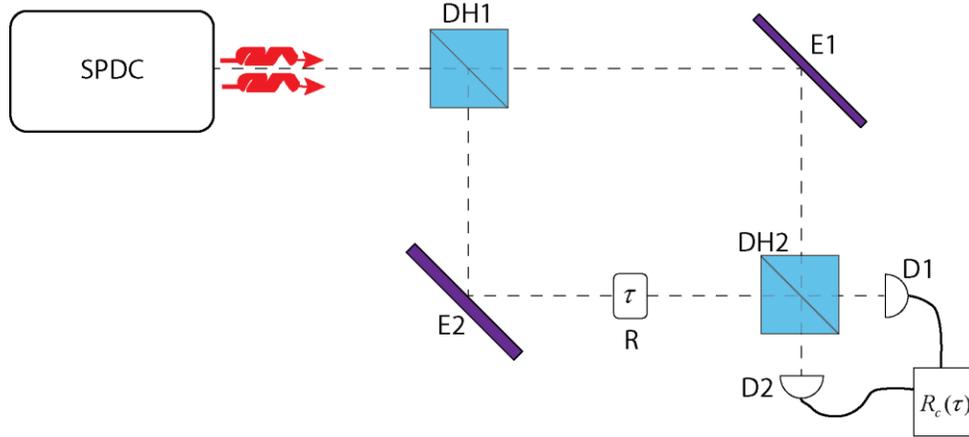


Figura 42: Esquema del experimento de Hong-Ou-Mandel. DH: Divisor de haz, E: Espejo, D: Detector de fotones, R: Retraso temporal.

El experimento consiste en disponer de una fuente que emita una pareja de fotones a la vez, los cuales se hacen interferir en un arreglo similar a la que se muestra en la figura 42. A uno de los fotones se le va a agregar un tiempo de retardo y se va a buscar que los dos fotones incidan en el mismo divisor de haz. A la salida de este divisor se encuentran detectores de fotones que van a medir las cuentas en coincidencia en los puertos de salida del divisor de haz (ver ecuación 27). Lo interesante del experimento es que, si ambos provienen de una fuente de SPDC y llegan al divisor de haz al mismo tiempo, los fotones van a irse a un mismo puerto, ya sea en reflexión o transmisión, lo que va a generar que las cuentas en coincidencia para ese tiempo sean igual a cero, es decir que hay una caída o un *DIP*, mostrando una curva similar a la de la figura 43 c) (Hong et al., 1987).

Para las simulaciones de la curva de HOM, se utiliza la siguiente ecuación, la cual está dada en función del tiempo de retardo τ (Thomas et al., 2016)

$$R_c^{op}(\tau) = |\eta_0^{op}|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_s}{v_g(\omega_s)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_i}{v_g(\omega_i)} |f(\omega_s)|^2 |f(\omega_i)|^2 |f(\omega_s, \omega_i) - f(\omega_i, \omega_s) \exp(-i\tau[\omega_s - \omega_i])|^2, \quad (46)$$

que para un tiempo de retardo infinito da $R_c^{op}(\tau \rightarrow \infty) = R_c^{op}$, es el número de parejas de emisión (ver ecuación (27)). La curva normalizada de HOM es el cociente de la ecuación (46) entre el número de parejas de emisión del cristal, es decir

$$R_c^n(\tau) = \frac{R_c^{op}(\tau)}{R_c^{op}}. \quad (47)$$

En la figura 34 se está simulando la JTI, espectro de emisión y curva de HOM normalizada para un cristal de LiNbO_3 con modulación periódica en emisión degenerada. El ancho de este DIP (figura 43c)) está relacionado con el ancho espectral de la emisión del cristal (figura 43b)), por lo que entre más grande sea el ancho de emisión del cristal, más pequeño es el ancho del DIP de HOM. La curva de HOM evaluada de fuentes cuánticas permite conocer la resolución espacial mínima que podría generar la fuente, la cual se utiliza para metrología (Giovannetti et al., 2004). y tomografía óptica coherente cuántica (Okano et al., 2015). Una de las razones de utilizar este tipo de fuentes se basa en que los efectos dispersivos subsecuentes a la fuente de emisión no afectan la forma del DIP de HOM (Nasr et al., 2003), es decir que el ancho del DIP de HOM es el mínimo en tiempo de correlación que permitiría la fuente dada su espectro de emisión.

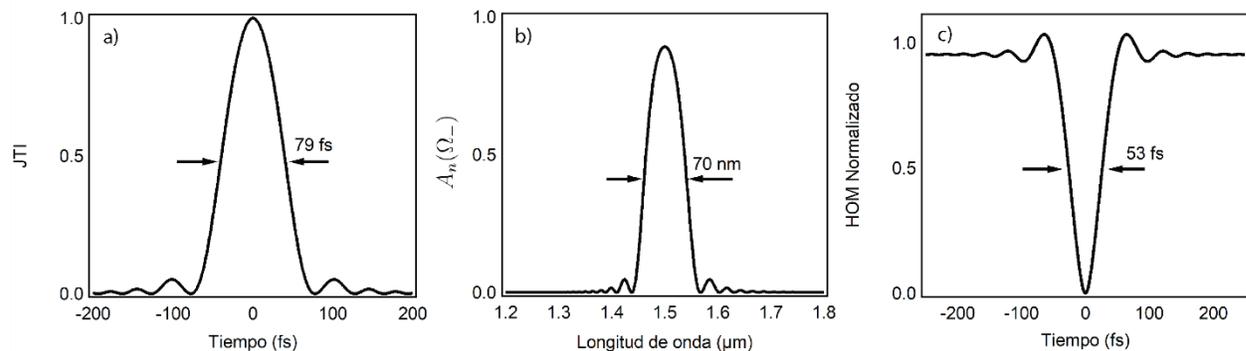


Figura 43: Simulaciones de un cristal de LiNbO_3 con modulación periódica en emisión degenerada a) Irradiancia temporal, b) irradiancia espectral normalizada y c) curva de interferencia de HOM normalizada. Se muestran los anchos en FWHM para cada gráfica.

Si se genera la curva normalizada de HOM para el cristal optimizado de la figura 41, se muestra que el ancho de correlación cuántico, es decir el ancho del DIP de HOM evaluado a FWHM es de $\Delta\tau = 15.2$ fs.

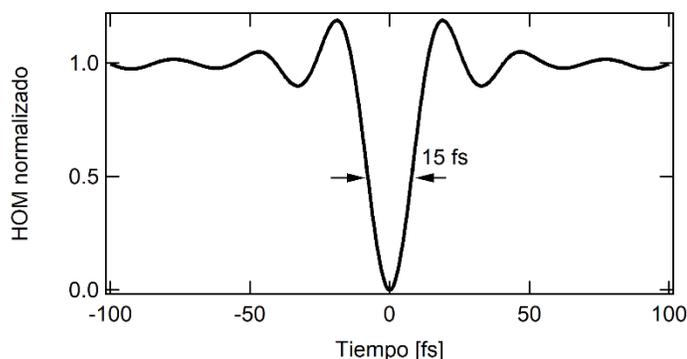


Figura 44. Curva de HOM normalizada para el cristal optimizado de la figura 41.

La comparación entre el ancho de correlación cuántica y clásica muestra que la emisión de la modulación optimizada aleatoria sí está cerca de ser limitada por transformada. El cociente entre los dos es de 1.34, que es cercano a 1.

5.1.- Comparación con un cristal con modulación de chirp lineal optimizado

Con el fin de comparar la eficiencia entre el cristal con modulación aleatoria optimizado presentado anteriormente, se va a poner a prueba su desempeño contra un cristal con modulación de chirp lineal que pase por el mismo proceso de optimización, es decir, que el método de optimización en vez de tener como condición inicial una modulación periódica, ahora ésta va a ser una modulación con chirp lineal que genere un ancho de banda en FWHM igual al espectro objetivo (300 nm) manteniendo los demás parámetros de optimización y de simulaciones iguales al diseño de la figura 41. Lo que el algoritmo de optimización va a hacer es “aplanar” las oscilaciones del espectro y tratar de reducir la derivada de la fase temporal. Los resultados de la irradiancia espectral y temporal se muestran en la siguiente figura con sus respectivas derivadas de fase.

De la figura 45 se puede notar una tendencia “lineal” de la derivada de la fase tanto en la irradiancia espectral como temporal, lo cual demuestra que la emisión de la pareja de fotones presenta una dependencia lineal con el tiempo. El ancho espectral FWHM es de $\Delta\lambda = 305$ nm, y el ancho temporal en FWHM es de $\Delta t = 32.3$ fs. La simulación de la curva de HOM se muestra en la figura 46 que presenta un ancho del DIP de $\Delta\tau = 13.7$ fs. El flujo de parejas es de 0.76 MHz/mW.

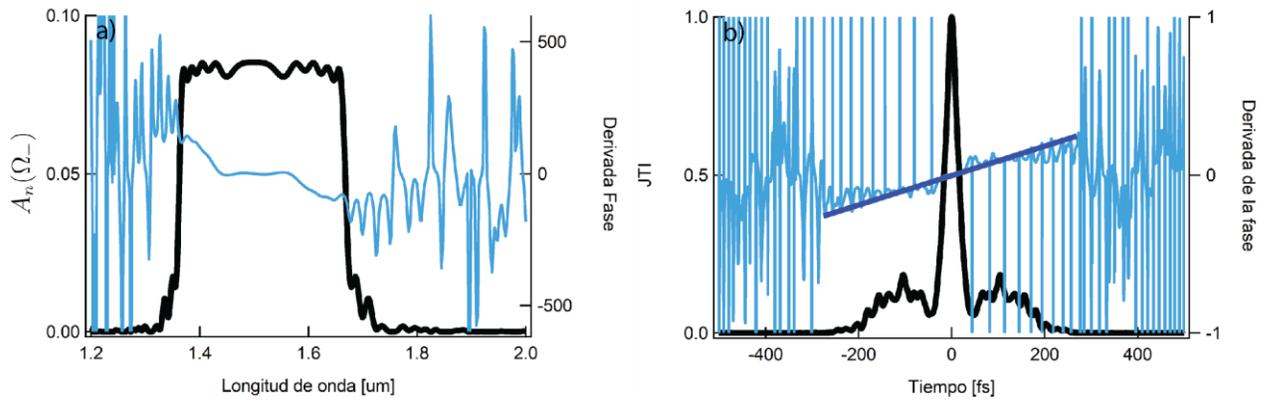


Figura 45. Espectro y correlación temporal de un cristal con chirp lineal optimizado de LiNbO_3 . a) Irradiancia espectral normalizada y la derivada de su fase. b) Irradiancia temporal relativa y la derivada de su fase.

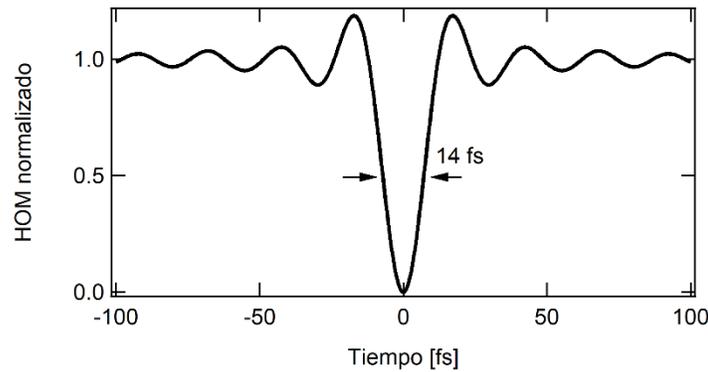


Figura 46. Curva de HOM normalizada para el espectro de la figura 45.

Al comparar los tiempos de correlación tanto clásico como cuántico se puede apreciar una diferencia considerable, ya que a pesar de que el cristal está optimizado, sigue presentando una tendencia lineal en las fases, haciendo que este diseño de cristal esté lejos de ser limitado por transformada. El cociente entre los tiempos de correlación es 2.35.

Para apoyar de manera visual, se obtienen las funciones de Wigner para ambos diseños presentados, es decir para el cristal con modulación optimizada con chirp lineal como para el cristal con modulación aleatoria cuyo espectro está limitado en transformada. Debido a que es una correlación temporal (bombeo en CW), la función de Wigner puede escribirse de la forma

$$W(\omega_s, T_-) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega' \Phi_L \left(\omega_s + \frac{\omega'}{2}, \omega_p^0 - \omega_s - \frac{\omega'}{2} \right) \Phi_L^* \left(\omega_s - \frac{\omega'}{2}, \omega_p^0 - \omega_s + \frac{\omega'}{2} \right) \exp(i\omega' T_-). \quad (48)$$

En la figura 47 se muestran en comparación las funciones de Wigner y las irradiancias espectrales y temporales de ambos cristales.

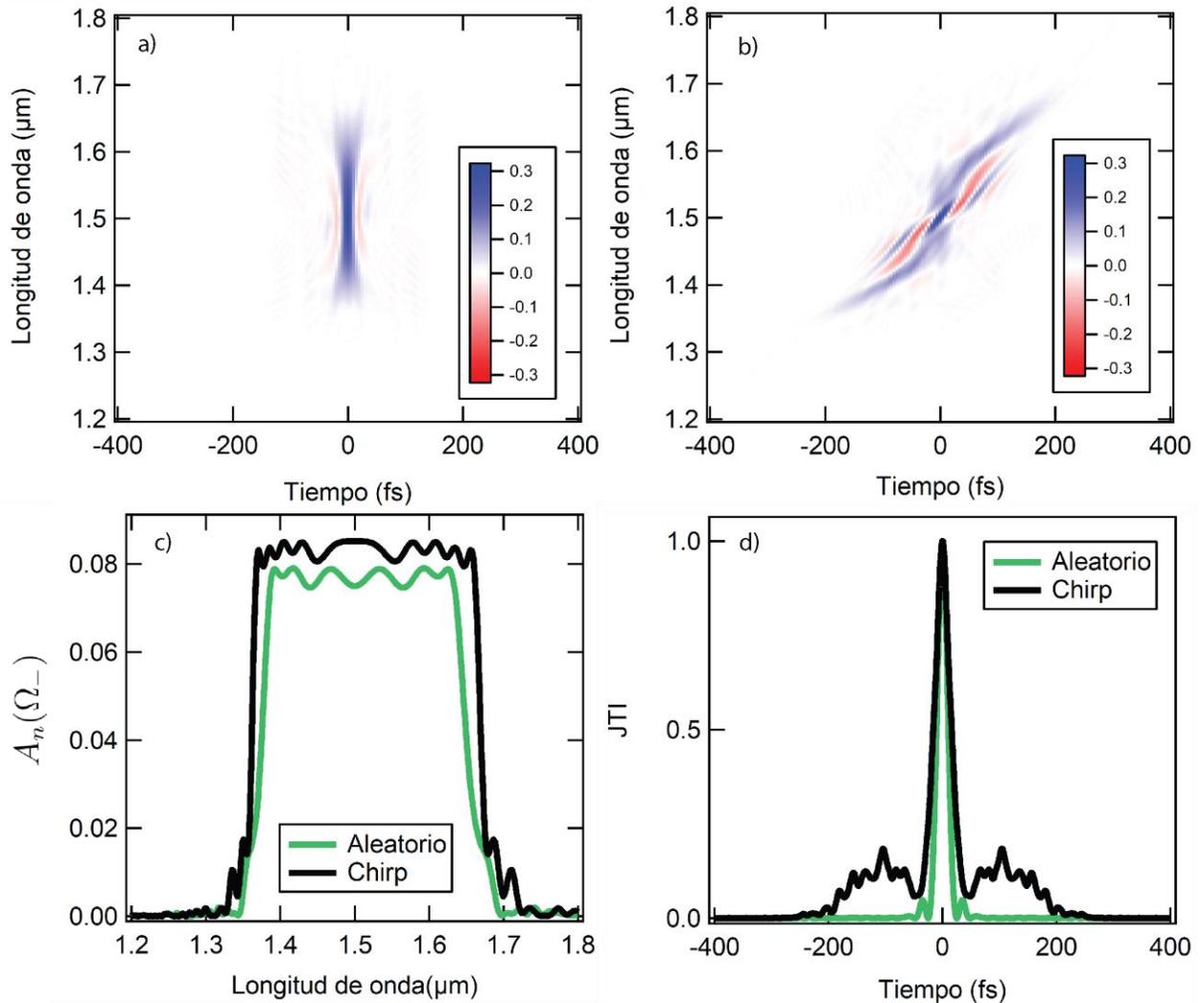


Figura 47. Comparación de cristales con modulación aleatoria bajo un esquema de optimización. El cristal aleatorio tuvo de condición inicial una modulación periódica y el de chirp tuvo de condición una modulación de chirp lineal. Función de Wigner para el a) cristal aleatorio y b) cristal con chirp lineal. c) Irradiancia espectral y d) irradiancia temporal. Las figuras a) y b) están normalizadas tal que la integral sobre ambas variables es 1, y presenta unidades en la escala de 1/s.

En las funciones de Wigner de la figura anterior se puede apreciar de manera visual la capacidad de los cristales de que sus espectros sean limitados por transformada, donde el primero (figura 47a) se ve que a un tiempo de correlación cero todas las longitudes de onda están en sincronía, a diferencia del

cristal con chirp lineal (figura 47b)) donde se muestra una tendencia lineal con el tiempo. La figura 47c) muestra que la irradiancia espectral de ambos cristales presenta una forma rectangular bastante definida, pero en la irradiancia temporal vista en la figura 47d) se muestran las diferencias importantes entre ambos diseños, ya que las componentes espectrales del cristal con chirp no están en sintonía, generando un par de *lóbulos* a los lados del pico central de correlación.

De la figura anterior se quiere resaltar la importancia de las condiciones iniciales en el método de optimización, ya que a pesar de que el ancho de emisión puede empezar con un ancho espectral amplio debido al chirp para después “aplanarse” las oscilaciones, éste puede presentar efectos no deseados en el dominio del tiempo.

Debido a las buenas características encontradas del diseño limitado por transformada, en la siguiente sección se hablará de los efectos que causan defectos de fabricación y uso de un bombeo con ancho de banda en las propiedades espectrales y temporales de la modulación aleatoria optimizada.

5.2.- Desempeño experimental

La distribución de periodos del cristal aleatorio que permite emisión degenerada limitada por transformada tiene una forma particular como se muestra en la figura 48a), donde se aprecia que en su mayoría presenta un periodo local constante con algunos “saltos” grandes y aleatorios que permiten expandir el ancho de generación además de compensar la fase de generación en el tiempo. El histograma de la figura 48b) en escala logarítmica muestra que más de 600 periodos locales se encuentran en el periodo local $\Lambda_0 \approx 17.4 \mu\text{m}$, que corresponde a la condición inicial del método de optimización, con una pequeña distribución a los lados que no sobrepasan los 20 periodos locales. Esto lleva a que el comportamiento sea muy similar a una modulación periódica (ver figura 43) con la diferencia que la modulación aleatoria presenta un ancho espectral de emisión amplio y rectangular.

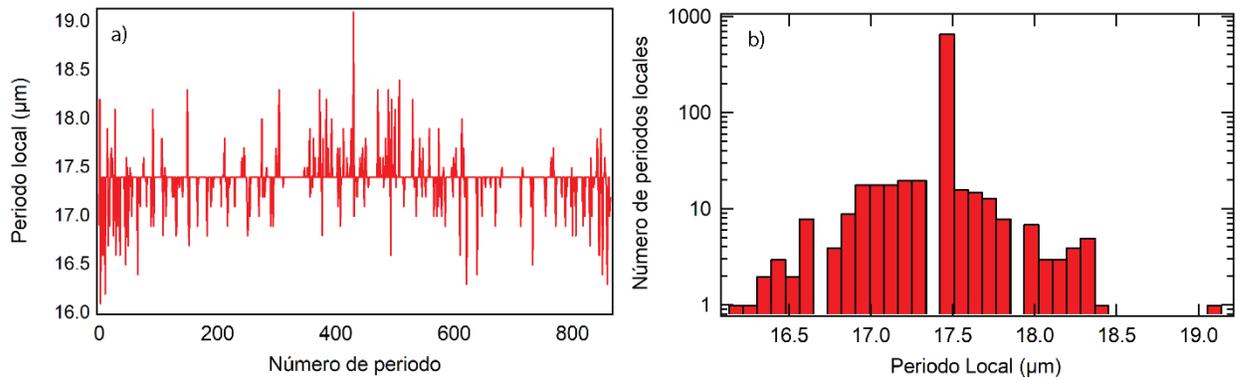


Figura 48: Resultados del cristal optimizado; a) Distribución de los periodos locales a lo largo del medio no lineal b) Histograma de la distribución en escala logarítmica.

Al diseño propuesto se le simularon los defectos de fabricación causados por el crecimiento lateral de los dominios (ver capítulo 4.2.1) para diferentes valores de ciclo útil r y valores de semi-ancho Gaussiano σ_{DC} (s en la figura 49), donde se muestran la irradiancia temporal, espectral y la curva de HOM normalizada en la siguiente figura.

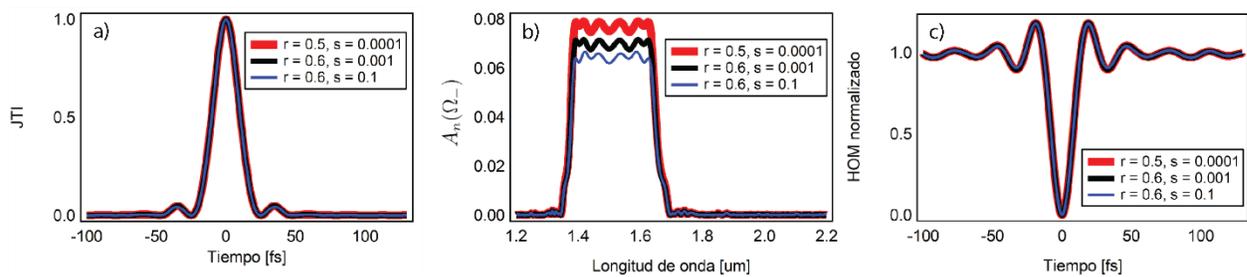


Figura 49. Resultados del cristal optimizado; a) Irradiancia temporal, b) Irradiancia espectral y c) Curva de HOM normalizada para diferentes valores de ciclo útil promedio (r) y semi-ancho Gaussiano (s).

De la figura 49b) se puede apreciar que entre el caso ideal ($r = 0.5$ y $s = 0.0001$) y el caso con mayor deficiencia ($r = 0.6$ y $s = 0.1$) existe solo una caída en la altura del espectro normalizado, pero mantiene su forma original. Esta caída equivale a una disminución del 17% en las cuentas de fotones. Tanto la curva de irradiancia temporal como la curva de HOM no presentan cambios significativos en su forma funcional, por lo que se puede decir que el diseño aleatorio es robusto a defectos de fabricación.

La modulación aleatoria se generó al tomar como consideración un bombeo en CW, pero no necesariamente se va a tener un láser disponible con esa característica en el laboratorio. En la siguiente figura se muestran la irradiancia temporal, espectral y la curva de HOM normalizada cuando el bombeo empieza a tener un ancho de banda diferente a cero suponiendo que el bombeo presenta una forma espectral Gaussiana.

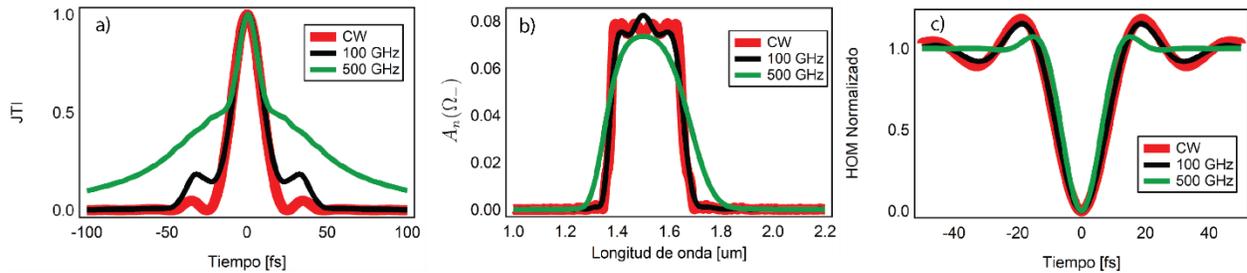


Figura 50. Resultados del cristal optimizado con aumento de ancho de banda del bombeo; a) Irradiancia temporal, b) Irradiancia espectral y c) Curva de HOM normalizada para diferentes anchos de banda del bombeo.

De la figura anterior se pueden apreciar cambios importantes; la irradiancia temporal (figura 50b)) muestra que conforme el ancho de banda del bombeo aumenta, la forma rectangular se va perdiendo y va tomando una forma más cercana a una Gaussiana, lo cual lleva a un aumento significativo en el ancho de emisión, siendo en FWHM a 325 nm. La razón de esto se debe a que el bombeo ahora presenta múltiples componentes espectrales, y cada una de ellas va a tener una contribución adicional en el proceso de conversión. Estas nuevas componentes adicionales van a tener una diferente fase de emisión, haciendo que en el tiempo éstas expandan la forma de la irradiancia temporal (figura 50a)). Al comparar la curva de HOM con la irradiancia temporal se puede apreciar con más detalle que a pesar de existen nuevas componentes espectrales, la curva del DIP solamente se hace más compacta, pero no cambia su forma funcional de manera significativa.

Como se había descrito en el capítulo 4.5, el utilizar un bombeo con ancho de banda diferente de cero puede cambiar de manera significativa la forma de la emisión, por lo que es importante definir correctamente las condiciones iniciales al momento de utilizar el algoritmo de optimización para una futura búsqueda de un diseño específico.

5.3.- Conclusiones

Se demostró la generación de súpercontinuo y que la emisión espectral fuera limitada en transformada de Fourier en cristales con modulaciones aleatorias; las cuales son robustas a defectos de fabricación. La definición de limitado por transformada se fijó en comparación con el ancho del DIP de HOM, el cuál presenta el valor de correlación mínimo que podría generar la fuente dado su espectro. Los cristales con modulación aleatoria son robustos a los defectos de fabricación. Parte de la robustez del diseño limitado en transformada radica en que presenta una modulación cuasi-periódica, con pequeños saltos a lo largo del medio para expandir el ancho de emisión y mantener la forma temporal cerca de ser limitado en transformada. Un bombeo no monocromático cambia las propiedades espectrales y temporales del diseño optimizado, pero es solo cuestión de ajustar las condiciones iniciales del bombeo dentro del método de optimización para mantener las características deseables de la emisión del cristal.

Se seleccionó una modulación con chirp lineal como condición inicial en el método de optimización; esto conlleva a un espectro “aplanado” pero con una tendencia lineal con el tiempo, con lo que pasar de una fuente con chirp inicial a limitado en transformada no es sencillo.

Capítulo 6. Conclusiones

La generación de fuentes de luz con ancho espectral amplio en cristales que permiten cuasi-empatamiento radica en la selección adecuada de la modulación espacial. El formalismo cuántico descrito en el capítulo dos permitió un estudio robusto que describiera las propiedades espectrales, temporales y conjugadas (función de Wigner) para encontrar modulaciones del coeficiente no lineal que permitieran la generación de un súpercontinuo en SPDC.

En el capítulo tres se demostró la generación de súpercontinuo en cristales periódicos que satisfacen la condición de cero dispersión de segundo orden, con la capacidad de obtención de anchos espectrales superiores a los 600 nm. Se mostraron resultados de la implementación experimental de un cristal periódicamente polarizado de LiTaO_3 , donde las restricciones experimentales no permitieron encontrar una señal de súpercontinuo.

En el capítulo tres se prosiguió con el estudio de cristales con modulación de chirp lineal y polinomial, donde se demostró la generación de anchos espectrales superiores a los 400 nm que sean experimentalmente viables de fabricar en un marco experimental a través de una compensación en la rejilla de fabricación. Los espectros de emisión con chirp presentan oscilaciones que son complicadas de erradicar, pero se demostró que estas desaparecen cuando se utiliza un haz de bombeo pulsado. Al utilizar el formalismo de Wigner para un cristal con chirp lineal compensado se demostró que existe una relación directa entre la posición dentro del cristal con la emisión de una pareja de fotones.

En el capítulo cuatro se presentó una metodología de optimización basada en Monte Carlo-Metrópolis con recocido simulado en cristales con modulaciones aleatorias que generen espectros de emisión con forma y características deseables. El método ajusta las propiedades de cuasi-empatamiento hasta que se encuentre cerca o igual de un espectro objetivo con características espectrales deseables. Se aplicó la metodología para la búsqueda de espectros emisión con formas rectangulares y anchos de emisión variables. Se estudiaron tres regímenes en la emisión: no-degenerada con bombeo de onda monocromática, emisión degenerada con bombeo de onda monocromática y emisión degenerada con bombeo pulsado; todas en LiNbO_3 . El estudio tomó en consideración condiciones realistas de cambios de temperatura y defectos del proceso de fabricación a manera de comparación con un modelo teórico ideal. Estos diseños se compararon con modulaciones con chirp lineal para encontrar beneficios de utilizar la metodología propuesta contra diseños más comúnmente estudiados.

La emisión no-degenerada con bombeo de onda monocromática permitió la generación de tres espectros con anchos de emisión rectangular en FWHM de 10, 20 y 30 nm, donde el fotón señal está en 1.12 μm y el fotón acompañante en 2.26 μm . El valor esperado del número de parejas para cada diseño se mantuvo casi igual con un valor promedio de 235 KHz/mW. Los cambios de la temperatura sintonizan la longitud de onda central de emisión y manteniendo su forma original. Los errores de fabricación que se simularon generan una disminución del 8.4 % en el flujo de emisión sin generar cambios en su forma. Se demostró que los cristales con modulación aleatoria en emisión no-degenerada son robustos ante cambios de temperatura y fluctuaciones de fabricación y con un mejor desempeño que cristales con modulación de chirp lineal.

La emisión degenerada con bombeo de onda monocromática permitió la generación de cinco espectros con anchos de emisión rectangular en FWHM de 100, 150, 200, 250 y 300 nm, donde el fotón señal y acompañante están en 1.5 μm con un valor esperado de número de parejas de 3.11, 1.83, 1.60, 0.94, 0.57 MHz/mW respectivamente. Un aumento o disminución de la temperatura de 5° C pueden cambiar significativamente la forma espectral de emisión y el número de parejas. Los errores de fabricación que se simularon generan una disminución del 8.8 % en el flujo de emisión, pero presentan un suavizado en su espectro de emisión original. Se demostró que los cristales con modulación aleatoria en emisión degenerada son robustos ante fluctuaciones de fabricación, pero presentan una disminución en el número de parejas en comparación de un cristal con modulación de chirp lineal; además que requieren un sistema de control de temperatura fino para mantener el espectro de irradiancia de diseño.

La emisión degenerada con bombeo pulsado permitió la generación de tres espectros con anchos de emisión rectangular en FWHM de 700, 1000 y 1500 nm, donde el fotón señal y acompañante están en 1.5 μm con un valor esperado del número de parejas de 3.35, 3.22 y 3.01 parejas / (pulso*mW), respectivamente. El uso de un bombeo pulsado permite aumentar significativamente el ancho espectral de emisión al compararlos con los espectros de emisión de onda continua. Los diseños son robustos ante cambios de temperatura de más de 20 °C y defectos de fabricación, con una caída del 7.0% en el flujo de parejas. Se demostró utilizando el formalismo de Wigner la naturaleza lineal y aleatoria de dos diseños para la generación de súpercontinuo. Se demostró que los cristales con modulación aleatoria en emisión degenerada y bombeo pulsado son robustos ante cambios de temperatura y fluctuaciones de fabricación y con un desempeño similar a los cristales con modulación de chirp lineal.

En el capítulo 5 se expandió la metodología de optimización para no solo mostrar espectros de emisión rectangulares con anchos de banda amplios, si no que su espectro fuera limitado en transformada

de Fourier. Se demostró que, al ajustar la metodología de diseño, es posible generar espectros de emisión degenerada centrada en 1500 nm con un ancho de emisión de 270 nm y que presente un tiempo de correlación mínimo (limitado en transformada). Se definió para este estudio como el límite de transformada el ancho del DIP de la interferencia de HOM debido a que los efectos dispersivos no afectan la curva generada. La comparación de tiempo de correlación de 20.5 fs contra el ancho del DIP de 15.3 fs sugiere que el diseño generado está muy cerca de ser limitado en transformada. Al hacer una comparación con un cristal con chirp lineal se enfatizaron las propiedades temporales utilizando el formalismo de Wigner, ya que el chirp presenta una tendencia temporal lineal, mientras que el diseño aleatorio no.

Parte de la robustez del diseño limitado en transformada radica en que presenta una modulación cuasi-periódica, con pequeños saltos a lo largo del medio para expandir el ancho de emisión y mantener la forma temporal cerca de ser limitado en transformada. Al efectuar cambios en el ciclo dutil simulando defectos de fabricación se demostró que los diseños son robustos en su irradiancia temporal y espectral, solo con una caída en las cuentas de emisión del 17%. Se demostró que el ancho de banda del bombeo cambia las propiedades espectrales y temporales, por lo que es importante definir las condiciones iniciales del sistema de optimización ajustadas al sistema experimental que se esté utilizando.

La metodología de optimización descrita en este proyecto de tesis fue usada para obtener espectros de emisión rectangulares amplios y sintonizables con características temporales definidas; pero se puede expandir fácilmente a cualquier forma espectral y con características temporales deseables mientras se defina correctamente la función de irradiancia objetivo y las condiciones que rijan la función de similitud H .

Literatura citada

- Ali-Khan, I., Broadbent, C. J., y Howell, J. C., 2007. Large-alphabet quantum key distribution using energy-time entangled bipartite states. *Physical review letters*, 98(6), 060503.
- Arbore, M. A., Galvanauskas, A., Harter, D., Chou, M. H., y Fejer, M. M., 1997. Engineerable compression of ultrashort pulses by use of second-harmonic generation in chirped-period-poled lithium niobate. *Optics Letters*, 22(17), 1341-1343.
- Arbore, M. A., Marco, O., y Fejer, M. M., 1997. Pulse compression during second-harmonic generation in aperiodic quasi-phase-matching gratings. *Optics letters*, 22(12), 865-867.
- Armstrong, J. A., Bloembergen, N., Ducuing, J., y Pershan, P. S., 1962. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Physical review*, 127(6), 1918.
- Balaji, N., Meetei, T. S., Ali, M. M., Boomadevi, S., Senthilkumar, M., y Pandiyan, K., 2019. Generation of nearly flattop ultrabroadband response in a qpm device using phase shifter. *Journal of Lightwave Technology*, 37(3), 845-851.
- Barboza, N. A., y Cudney, R. S., 2009. Improved Sellmeier equation for congruently grown lithium tantalate. *Applied Physics B*, 95(3), 453-458.
- Bastiaans, M. J., 1978. The Wigner distribution function applied to optical signals and systems. *Optics communications*, 25(1), 26-30.
- Bortz, M. L. 1995. Quasi-Phasematched Optical Frequency Conversion in Lithium Niobate Waveguides. Tesis de Doctorado. Stanford University. 184 pp.
- Boyd, R. W., 2008. *Nonlinear optics*. (3a ed). Academic Press. San Diego, CA
- Brańczyk, A. M., Fedrizzi, A., Stace, T. M., Ralph, T. C., y White, A. G., 2011. Engineered optical nonlinearity for quantum light sources. *Optics express*, 19(1), 55-65.
- Brecht, B., y Silberhorn, C., 2013. Characterizing entanglement in pulsed parametric down-conversion using chronocyclic Wigner functions. *Physical Review A*, 87(5), 053810.
- Burnham, D. C., y Weinberg, D. L., 1970. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs. *Physical Review Letters*, 25(2), 84.
- Case, W. B., 2008. Wigner functions and Weyl transforms for pedestrians. *American Journal of Physics*, 76(10), 937-946.

- Chang, D., Lin, Y. W., Langrock, C., Phillips, C. R., Bennett, C. V., y Fejer, M. M., 2016. Phase-mismatched localized fields in A-PPLN waveguide devices. *Optics letters*, 41(2), 400-403.
- Charbonneau-Lefort, M., Afeyan, B., y Fejer, M. M., 2008. Optical parametric amplifiers using chirped quasi-phase-matching gratings I: practical design formulas. *JOSA B*, 25(4), 463-480.
- Cudney, R. S., Ríos, L. A., Arellanes, M. O., Alonso, F., y Fonseca, J., 2002. Fabricación de niobato de litio periódicamente polarizado para óptica no lineal. *Revista mexicana de física*, 48(6), 548-555.
- Dayan, B., Pe'Er, A., Friesem, A. A., y Silberberg, Y., 2004. Two photon absorption and coherent control with broadband down-converted light. *Physical review letters*, 93(2), 023005.
- Dixon, P. B., Shapiro, J. H., y Wong, F. N., 2013. Spectral engineering by Gaussian phase-matching for quantum photonics. *Optics express*, 21(5), 5879-5890.
- Dosseva, A., Cincio, Ł., y Brańczyk, A. M., 2016. Shaping the joint spectrum of down-converted photons through optimized custom poling. *Physical Review A*, 93(1), 013801.
- Eckstein, J. N., Ferguson, A. I., y Hänsch, T. W., 1978. High-resolution two-photon spectroscopy with picosecond light pulses. *Physical Review Letters*, 40(13), 847.
- Fejer, M. M., Magel, G. A., Jundt, D. H., y Byer, R. L., 1992. Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 28(11), 2631-2654.
- Fowles, G. R., 1989. *Introduction to modern optics*. (2a ed). Dover. New York.
- Garay-Palmett, K., Corona, M., y U'Ren, A., 2013. Spontaneous parametric processes in optical fibers: a comparison. *arXiv preprint arXiv:1307.3266*.
- Giovannetti, V., Lloyd, S., y Maccone, L., 2004. Quantum-enhanced measurements: beating the standard quantum limit. *Science*, 306(5700), 1330-1336.
- Goodman, J. W., 2005. *Introduction to Fourier optics*. (2a ed). McGraw-Hill. United States of America
- Griffiths, D. J., 2005. *Introduction to electrodynamics*. Prentice Hall. New Jersey.
- Grynberg, G., Aspect, A., y Fabre, C., 2010. *Introduction to quantum optics: from the semi-classical approach to quantized light*. Cambridge University Press. Cambridge.

- Heese, C., Phillips, C. R., Gallmann, L., Fejer, M. M., y Keller, U., 2012. Role of apodization in optical parametric amplifiers based on aperiodic quasi-phases-matching gratings. *Optics express*, 20(16), 18066-18071.
- Hitachi, K., Ishizawa, A., Nishikawa, T., Asobe, M., y Sogawa, T., 2014. Carrier-envelope offset locking with a 2f-to-3f self-referencing interferometer using a dual-pitch PPLN ridge waveguide. *Optics express*, 22(2), 1629-1635.
- Hong, C. K., Ou, Z. Y., y Mandel, L., 1987. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Physical review letters*, 59(18), 2044.
- Hong, C. K., y Mandel, L., 1985. Theory of parametric frequency down conversion of light. *Physical Review A*, 31(4), 2409.
- Humble, T. S., y Grice, W. P., 2007. Spectral effects in quantum teleportation. *Physical Review A*, 75(2), 022307.
- Imeshev, G., Arbore, M. A., Fejer, M. M., Galvanauskas, A., Fermann, M., y Harter, D., 2000. Ultrashort-pulse second-harmonic generation with longitudinally nonuniform quasi-phase-matching gratings: pulse compression and shaping. *JOSA B*, 17(2), 304-318.
- Imeshev, G., Arbore, M. A., Kasriel, S., y Fejer, M. M., 2000. Pulse shaping and compression by second-harmonic generation with quasi-phase-matching gratings in the presence of arbitrary dispersion. *JOSA B*, 17(8), 1420-1437.
- Joobeur, A., Saleh, B. E., y Teich, M. C., 1994. Spatiotemporal coherence properties of entangled light beams generated by parametric down-conversion. *Physical Review A*, 50(4), 3349.
- Jundt, D. H., 1997. Temperature-dependent Sellmeier equation for the index of refraction, n_e , in congruent lithium niobate. *Optics letters*, 22(20), 1553-1555.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., y Vecchi, M. P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671-680.
- Langellier, N., Li, C. H., Glenday, A. G., Chang, G., Chen, H. W., Lim, J., y Szentgyorgyi, A., 2014, July. Green astro-comb for HARPS-N. In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation* (pp. 91478N-91478N). International Society for Optics and Photonics.
- Law, C. K., Walmsley, I. A., y Eberly, J. H., 2000. Continuous frequency entanglement: effective finite Hilbert space and entropy control. *Physical Review Letters*, 84(23), 5304.

- Levenius, M., Conforti, M., Baronio, F., Pasiskevicius, V., Laurell, F., De Angelis, C., y Gallo, K., 2012. Multistep quadratic cascading in broadband optical parametric generation. *Optics letters*, 37(10), 1727-1729.
- Levenius, M., Pasiskevicius, V., Laurell, F., y Gallo, K., 2011. Ultra-broadband optical parametric generation in periodically poled stoichiometric LiTaO₃. *Optics express*, 19(5), 4121-4128.
- Lim, H. H., Prakash, O., Kim, B. J., Pandiyan, K., Cha, M., y Rhee, B. K., 2007. Ultra-broadband optical parametric generation and simultaneous RGB generation in periodically poled lithium niobate. *Optics express*, 15(26), 18294-18299.
- Lopez-Mago, D., y Novotny, L., 2012. Quantum-optical coherence tomography with collinear entangled photons. *Optics letters*, 37(19), 4077-4079.
- Loudon, R., 2000. *The quantum theory of light*. (3d ed). Oxford University Press. Oxford.
- Mandel, L., y Wolf, E., 1962. The measures of bandwidth and coherence time in optics. *Proceedings of the Physical Society*, 80(4), 894.
- Mandel, L., y Wolf, E., 1995. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge University press. Cambridge.
- Marandi, A., Ingold, K. A., Jankowski, M., y Byer, R. L., 2016. Cascaded half-harmonic generation of femtosecond frequency combs in the mid-infrared. *Optica*, 3(3), 324-327.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., y Teller, E., 1953. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6), 1087-1092.
- Metropolis, N., y Ulam, S., 1949. The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247), 335-341.
- Molotkov, S. N., 1998. Experimental scheme for quantum teleportation of a one-photon packet. *JETP Letters*, 68(3), 263-270.
- Müller, M., Soergel, E., y Buse, K., 2003. Influence of ultraviolet illumination on the poling characteristics of lithium niobate crystals. *Applied physics letters*, 83(9), 1824-1826.
- Nasr, M. B., Saleh, B. E., Sergienko, A. V., y Teich, M. C., 2003. Demonstration of dispersion-canceled quantum-optical coherence tomography. *Physical review letters*, 91(8), 083601.

- Nazarathy, M., y Dolfi, D. W., 1987. Spread-spectrum nonlinear-optical interactions: quasi-phase matching with pseudorandom polarity reversals. *Optics letters*, 12(10), 823-825.
- O'Donnell, K. A., y U'Ren, A. B., 2007. Observation of ultrabroadband, beamlike parametric downconversion. *Optics letters*, 32(7), 817-819.
- Okano, M., Lim, H. H., Okamoto, R., Nishizawa, N., Kurimura, S., y Takeuchi, S., 2015. 0.54 μm resolution two-photon interference with dispersion cancellation for quantum optical coherence tomography. *Scientific Reports*, 5, 18042.
- Paschotta, R. (s.f.) Frequency Combs. RP Photonics Encyclopedia. Recuperado de https://www.rp-photonics.com/frequency_combs.html
- Phillips, C. R., Langrock, C., Chang, D., Lin, Y. W., Gallmann, L., y Fejer, M. M., 2013. Apodization of chirped quasi-phases-matching devices. *JOSA B*, 30(6), 1551-1568.
- Phillips, C. R., Pelc, J. S., y Fejer, M. M., 2013. Parametric processes in quasi-phases-matching gratings with random duty cycle errors. *JOSA B*, 30(4), 982-993.
- Phillips, D. F., Glenday, A. G., Dumusque, X., Buchschacher, N., Cameron, A. C., Cecconi, M., y Latham, D. W., 2016, July. An astro-comb calibrated solar telescope to search for the radial velocity signature of Venus. In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation* (pp. 99126Z-99126Z). International Society for Optics and Photonics.
- Powers, P. E., y Haus, J. W., 2017. *Fundamentals of nonlinear optics*. CRC press. USA.
- Precision Micro-Optics Inc. Lithium niobate(LiNbO₃). Recuperado el 22/05/2020 de http://www.pmoptics.com/lithium_niobate.html
- Reichert, J., Holzwarth, R., Udem, T., y Haensch, T. W., 1999. Measuring the frequency of light with mode-locked lasers. *Optics communications*, 172(1-6), 59-68.
- Robles-Agudo, M. 2009. Utilización de estructuras aperiódicas en medios ferroeléctricos no-lineales para la generación de luz a diferentes longitudes de onda. Tesis de Doctorado en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. xv, 122 hojas.
- Robles-Agudo, M., y Cudney, R. S., 2011. Multiple wavelength generation using aperiodically poled lithium niobate. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 103(1), 99-106.
- Saleh, B. E., y Teich, M. C., 2019. *Fundamentals of photonics*. Third Edition. Wiley Interscience. USA

- Sánchez-Lozano, X., y Lucio M, J. L., 2015. Spontaneous parametric down-conversion in chirped, aperiodically-poled crystals. *International Journal of Quantum Information*, 13(05), 1550032
- Schiek, R., y Pertsch, T., 2012. Absolute measurement of the quadratic nonlinear susceptibility of lithium niobate in waveguides. *Optical Materials Express*, 2(2), 126-139.
- Shaked, Y., Pomerantz, R., Vered, R. Z., y Pe'er, A., 2014. Observing the nonclassical nature of ultra-broadband bi-photons at ultrafast speed. *New Journal of Physics*, 16(5), 053012.
- Shen, Y. R., 1984. *The principles of nonlinear optics*. Wiley-Interscience. New York
- Shoji, I., Kondo, T., Kitamoto, A., Shirane, M., y Ito, R., 1997. Absolute scale of second-order nonlinear-optical coefficients. *JOSA B*, 14(9), 2268-2294.
- Shur, V. Y., 2006. Domain engineering in lithium niobate and lithium tantalate: domain wall motion. *Ferroelectrics*, 340(1), 3-16.
- Svozilík, J., y Peřina, J., 2010. Intense ultra-broadband down-conversion from randomly poled nonlinear crystals. *Optics express*, 18(26), 27130-27135.
- Taya, M., Bashaw, M. C., y Fejer, M. M., 1996. Photorefractive effects in periodically poled ferroelectrics. *Optics Letters*, 21(12), 857-859.
- Thomas, A., Van Camp, M., Minaeva, O., Simon, D., & Sergienko, A. V., 2016. Spectrally engineered broadband photon source for two-photon quantum interferometry. *Optics express*, 24(22), 24947-24958.
- Torner, L., Clausen, C. B., y Fejer, M. M., 1998. Adiabatic shaping of quadratic solitons. *Optics letters*, 23(12), 903-905.
- Torres, J. P., Alexandrescu, A., Carrasco, S., y Torner, L., 2004. Quasi-phase-matching engineering for spatial control of entangled two-photon states. *Optics letters*, 29(4), 376-378.
- U'Ren, A. B., Jeronimo-Moreno, Y., y Garcia-Gracia, H., 2007. Generation of Fourier-transform-limited heralded single photons. *Physical Review A*, 75(2), 023810.
- Udem, T., Holzwarth, R., y Hänsch, T. W., 2002. Optical frequency metrology. *Nature*, 416(6877), 233-237.
- Umeki, T., Asobe, M., Yanagawa, T., Tadanaga, O., Nishida, Y., Magari, K., y Suzuki, H., 2009. Broadband wavelength conversion based on apodized χ (2) grating. *JOSA B*, 26(12), 2315-2322.

- Vaveliuk, P., Ruiz, B., y Lencina, A., 2007. Limits of the paraxial approximation in laser beams. *Optics letters*, 32(8), 927-929.
- Weis, R. S., y Gaylord, T. K., 1985. Lithium niobate: summary of physical properties and crystal structure. *Applied Physics A*, 37(4), 191-203.
- Wu, J., Kondo, T., y Ito, R., 1995. Optimal design for broadband quasi-phase-matched second-harmonic generation using simulated annealing. *Journal of lightwave technology*, 13(3), 456-460.
- Yariv, A., 1989. *Quantum Electronics*, (3a ed) John Wiley and Sons. USA.
- Zhang, L., U'ren, A. B., Erdmann, R., O'Donnell, K. A., Silberhorn, C., Banaszek, K., y Walmsley, I. A., 2007. Generation of highly entangled photon pairs for continuous variable Bell inequality violation. *Journal of Modern Optics*, 54(5), 707-719.

Anexo A

Diagrama de flujo para la metodología de optimización de la sección 5.1

