

La investigación reportada en esta tesis es parte de los programas de investigación del CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, B.C.).

La investigación fue financiada por el CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología).

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de lo Estados Unidos Mexicanos (México). El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo o titular de los Derechos Autor.

CICESE © 2022, Todos los Derechos Reservados, CICESE

**Centro de Investigación Científica y de Educación  
Superior de Ensenada, Baja California**



**Doctorado en Ciencias  
en Óptica con orientación en Óptica Física**

---

**Generación y manipulación de estados de fotón individual  
por medio de procesos no-lineales en dispositivos  
fotónicos integrados**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Doctor en Ciencias

Presenta:

**Ana Luisa Aguayo Alvarado**

Ensenada, Baja California, México

2022

Tesis defendida por

**Ana Luisa Aguayo Alvarado**

y aprobada por el siguiente Comité

---

Dra. Karina Garay Palmett

Codirectora de tesis

---

Dr. Wencel De La Cruz Hernández

Codirector de tesis

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Dr. Francisco Antonio Domínguez Serna

Dr. Juan Pérez Torres



---

Dra. Karina Garay Palmett

Coordinadora del Posgrado en Óptica

---

Dr. Pedro Negrete Regagnon

Director de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Ana Luisa Aguayo Alvarado como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física.

## **Generación y manipulación de estados de fotón individual por medio de procesos no-lineales en dispositivos fotónicos integrados**

Resumen aprobado por:

---

Dra. Karina Garay Palmett

Codirectora de tesis

---

Dr. Wencel De La Cruz Hernández

Codirector de tesis

En procesamiento de información cuántica se requieren sistemas cuánticos que permitan codificar y procesar la mayor cantidad de información posible de la manera más eficiente y en medios escalables. La generación de cúbits de color, superposición de dos posibles frecuencias en las que puede estar un estado de fotón individual, expresados en la base de modos temporales cumple lo anterior. En este trabajo de tesis se presenta el diseño de una compuerta cuántica de un solo cúbit de modos temporales, integrada en un dispositivo fotónico con gran potencial para ser fabricado en las instalaciones disponibles en el grupo de trabajo. El diseño consiste de dos etapas, en la primera se genera un estado de fotón individual anunciado por medio del proceso no lineal de tercer orden de mezclado de cuatro ondas espontáneo (SFWM); en la segunda se implementa una compuerta cuántica de modos temporales basada en el proceso no lineal de tercer orden de generación de diferencia de frecuencias (DFG), la cual traslada en frecuencia al fotón individual para formar así un cúbit de color, el cual puede ser posteriormente rotado por toda la esfera de Bloch, ente matemático para representar cúbits en la base computacional. Para llevar a cabo este proyecto se desarrolló un modelo teórico que describe a la compuerta y se implementaron rutinas numéricas con las que se hace una búsqueda para encontrar los parámetros de diseño que en su conjunto arrojen la fidelidad más alta para la compuerta (con la fidelidad siendo una métrica que compara al estado generado con relación al estado ideal). Se realizaron simulaciones para estimar qué tanto afectan a la fidelidad los errores que se pueden dar en la fabricación, lo que arrojó que, pese a que la fidelidad se puede ver grandemente afectada cuando los parámetros del diseño cambian, es posible regresar a altos valores si se sintonizan las longitudes de onda de los campos involucrados, de tal manera que se siga cumpliendo el empatamiento de fases simultáneo para SFWM y DFG. Esto viene a dar robustez a nuestra propuesta, puesto que siempre van a existir diferencias entre los diseños y las muestras fabricadas. Por otro lado, se mostró que es posible generar cualquier rotación de un cúbit en la esfera de Bloch solo modificando parámetros externos al dispositivo, lo cual le da una gran flexibilidad a este diseño inclusive para ser usado en otras aplicaciones. La propuesta presentada en este trabajo se basa en una plataforma de silicio sobre la cual se crece una película de dióxido de silicio por medio de la técnica de oxidación térmica; las guías de onda son de nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) depositado por la técnica de sputtering reactivo por radio frecuencias y se fabrican por medio de técnicas de litografía en cuarto limpio.

**Palabras clave:** Dispositivos fotónicos integrados, compuertas cuánticas, modos temporales, óptica no lineal

Abstract of the thesis presented by Ana Luisa Aguayo Alvarado as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Optics with orientation in Physical Optics.

### **Generation and manipulation of single-photon states by nonlinear processes on integrated photonic devices**

Abstract approved by:

---

Dra. Karina Garay Palmett

Thesis Co-Director

---

Dr. Wencel De La Cruz Hernández

Thesis Co-Director

In quantum information processing, quantum systems must encode and process the highest quantity of information efficiently and on scalable media. The generation of color qubits - superpositions of two possible frequencies for a single-photon state - expressed in the temporal-mode basis leads to coding more information than on the polarization basis. Their integration in quantum-photonics chips allows us to get a scalable system. This thesis work presents a design for a single-qubit quantum gate of temporal modes in an integrated quantum-photonic device with great potential to be manufactured in the available facilities for the working group. The design consists of two stages: first, a heralded single-photon state is generated by the third-order nonlinear process of spontaneous four wave mixing (SFWM); in the second stage, a temporal mode quantum gate, based on the third-order nonlinear process of difference frequency generation (DFG) is implemented, which frequency translates the single-photon to create a color qubit. Such a qubit can be rotated all around the Bloch sphere, mathematical entity to represent qubits in the computational basis. For designing, a theoretical model was developed that describes the quantum gate, and numerical routines were implemented to find the design parameters that give the gate's highest fidelity (with fidelity a metric that compares the generated state in relation with the ideal state). Also, simulations were performed to estimate how the errors in the fabrication process can affect the fidelity values. It was found that, although the fidelity was greatly affected when the design parameters changed, it is possible to recover high values if the wavelengths of the involved fields are tuned in such a way that the simultaneous phase matching of SFWM and DFG still matches. This study gives robustness to our design since differences will always exist between the theoretical designs and the experiment. On the other hand, it was demonstrated that it is possible to generate any rotation of the qubit in the Bloch sphere by only changing some parameters external to the device, which gives the design enormous flexibility even to be used for other applications. This work is based on a platform of silicon on which a silicon dioxide thin film is grown by thermal oxidation; the waveguides are made of silicon nitride ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) deposited by radio frequency reactive sputtering and are manufactured by lithographic techniques.

**Keywords:** Photonic integrated devices, quantum gates, temporal modes, nonlinear optics

## Dedicatoria

*A mis padres, Elisa y José, por su bondad y amor.*

## Agradecimientos

Agradezco a la vida, porque cada paso que he dado me ha hecho más fuerte, cada camino andado ha estado rodeado de gente buena que me ha ayudado de incontables maneras y me ha dado su cariño, porque cada etapa en mi vida ha superado en vivencias y crecimiento personal a la anterior. Gracias a las personas que han formado parte de este proceso, a los que están y a los que estuvieron, por lo bueno y por lo malo.

A mi familia, que ha creído en mis capacidades siempre y me han brindado todo su cariño y apoyo de manera incondicional.

A mis amigos, sin los cuales yo no hubiera podido terminar mi doctorado. Gracias por su cariño y apoyo, por su soporte y consejos, gracias por las porras, por creer en mí, por los días y las noches juntos, gracias por los abrazos y por nunca dejarme sola. Cada uno sabe cuanto los atesoro en mi vida. En especial gracias a Angie Marín, Yryx Luna, Adriana Rojas, Monse Rentería, Pancho Herrera y Fabián Alonso; su amistad me hace sentir muy afortunada. Gracias a Paula Cutipa y a Clara Ruiz, porque su amistad y su amor es tan fuerte que se siente como si las tuviera a mi lado en cada paso. Cada uno de ustedes ocupan un lugar muy especial en mi corazón.

En lo académico, agradezco a mi asesora, Karina Garay, por recibirme en su grupo de investigación y así formar parte de ese ambiente tan cálido, no pude haber elegido un mejor grupo para hacer mi doctorado. Gracias por la paciencia, por los consejos, por la empatía y por el conocimiento que me has transmitido. Agradezco también a mi asesor, Wencel De La Cruz, por mostrarme que no está tan mal ser materialista y que incluso uno se puede divertir a veces. Me siento afortunada de formar parte de esta familia que con toda su calidez humana, su paciencia y sus ganas de aportar conocimiento científico a la sociedad han formado. Atesoro bastante estos últimos años y mucho se los debo a ustedes.

A mis sinodales, los doctores Francisco Domínguez, Eugenio Méndez y Juan P. Pérez, por aportar sus

valiosos comentarios hacia mi trabajo y por haber sido siempre tan comprensivos y amables.

A mis compañeros de los grupos de trabajo LINOC y NANODID. Por su apoyo cada que los necesité y su disposición para ayudar en lo que fuera necesario. Gracias también por su amistad.

A los profesores del departamento de óptica y a todo el personal, por su gentileza y por su humildad. En especial agradezco a Isaac Fimbres, a Carmen y a Marla por su eficiencia y su amabilidad, por su paciencia y disponibilidad cuando he necesitado de su ayuda.

Al Dr. Harvi Castillo, a la M. I. Irene Barberena y a la Dra. Noemí Abundiz por brindarme el conocimiento suficiente en las técnicas de la UNaFab para poder desarrollar parte importante del trabajo experimental de esta tesis. También agradezco al Dr. Rafael Salas por su gran apoyo durante mi estancia en Francia.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California por permitirme continuar formándome académica y personalmente en sus instituciones.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de doctorado.

Finalmente, agradezco al Laboratorio Nacional de Nanofabricación, al proyecto PAPIIT-IT101021 y al proyecto Conacyt FORDECYT-PRONACES/194758/2020 por el financiamiento de este trabajo de tesis.

# Tabla de contenido

	Página
Resumen en español .....	ii
Resumen en inglés .....	iii
Dedicatoria .....	iv
Agradecimientos .....	v
Lista de figuras .....	ix
Lista de tablas .....	xi
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	
1.1. Antecedentes .....	3
1.2. Objetivos .....	5
1.2.1. Objetivo general .....	5
1.2.2. Objetivos específicos .....	5
1.3. Organización de la tesis .....	6
<b>Capítulo 2. Conceptos básicos</b>	
2.1. Guías de onda en fotónica integrada .....	8
2.1.1. Ecuación de onda .....	10
2.1.2. Guiado de modos .....	11
2.2. Óptica no lineal .....	12
2.2.1. Mezclado de cuatro ondas .....	14
2.2.2. Generación de diferencia de frecuencias .....	16
2.3. Luz no-clásica .....	21
2.3.1. Estados de fotón individual .....	25
2.3.1.1. Descripción formal de los estados de número .....	26
2.3.1.2. Generación de fotones individuales .....	29
2.4. Superposición y entrelazamiento .....	30
2.4.1. Entrelazamiento cuántico .....	30
2.4.2. Superposición de estados .....	31
2.4.2.1. Cúbits .....	32
2.4.2.2. Divisor de haz cuántico .....	33
2.5. Compuertas cuánticas .....	36
2.5.1. Compuertas de Pauli y compuertas de rotación .....	37
<b>Capítulo 3. Propuesta para la implementación de cúbits y compuertas cuánticas basadas en DFG</b>	
3.1. Compuerta cuántica por generación de diferencia de frecuencias .....	38
3.2. Transformaciones al cúbit .....	42

<b>Capítulo 4. Diseño de una compuerta cuántica basada en DFG</b>	
4.1. Dispositivo propuesto . . . . .	45
4.1.1. Formas funcionales del índice de refracción de los materiales . . . . .	46
4.2. Diseño de las guías de onda . . . . .	47
4.2.1. Estimación de la fidelidad por defectos en la fabricación . . . . .	54
4.3. Compuerta cuántica . . . . .	58
4.4. Transformaciones al cúbit . . . . .	63
4.4.1. Rotaciones en la esfera de Bloch . . . . .	63
<b>Capítulo 5. Fabricación y caracterización de las guías de onda</b>	
5.1. Síntesis de los materiales . . . . .	66
5.1.1. Crecimiento de dióxido de silicio por oxidación térmica . . . . .	66
5.1.2. Síntesis de nitruro de silicio por pulverización catódica . . . . .	69
5.2. Caracterización de los materiales . . . . .	72
5.2.1. Elipsometría . . . . .	72
5.2.2. Z-scan . . . . .	75
5.2.3. Espectroscopía de fotoelectrones emitidos por rayos X . . . . .	78
5.2.4. Difracción de rayos X . . . . .	82
5.3. Fabricación de las guías de onda . . . . .	84
5.3.1. Fabricación de guías de onda micrométricas por la técnica de fotolitografía	84
5.3.1.1. Caracterización de las guías de onda por microscopía SEM y AFM . . . . .	88
5.3.2. Fabricación de guías de onda submicrométricas usando litografía por haz de electrones . . . . .	90
5.3.2.1. Caracterización de guías de onda por microscopía SEM . . . . .	94
<b>Capítulo 6. Conclusiones</b>	
6.1. Trabajo a futuro . . . . .	99
6.2. Publicaciones y trabajos presentados en congresos . . . . .	100
<b>Literatura citada</b> . . . . .	102

## Lista de figuras

Figura	Página
1. Principales geometrías de guías de onda rectangulares en fotónica integrada. . . . .	9
2. Ley de Snell y principio de reflexión total interna (TIR). . . . .	10
3. Generación de parejas de fotones por SFWM. . . . .	15
4. Proceso de generación de diferencia de frecuencias. . . . .	17
5. Estadística de fotones. . . . .	22
6. Luz coherente, agrupada y antiagrupada. . . . .	24
7. Representación del bit y del bit cuántico. . . . .	33
8. Divisor de haz y divisor de haz cuántico . . . . .	34
9. Esquema del experimento para la generación y rotación de un cúbit de color. . . . .	38
10. Esquema de compuerta cuántica de rotación por DFG. . . . .	40
11. Dispositivo fotónico integrado propuesto para la preparación y rotación de cúbits. . . . .	46
12. Gráficas de la función objetivo. . . . .	49
13. Diagramas de empatamiento de fases. . . . .	50
14. Matriz de fidelidades. . . . .	51
15. Fidelidad, tasa de emisión de fotones y producto de potencias en función de $\sigma_2$ y $\sigma_f$ . . . . .	52
16. Traslape espectral entre las eigenfunciones de Schmidt. . . . .	53
17. Comportamiento de la fidelidad al desintonizar $\lambda_1$ y $\lambda_2$ , $\sigma_1$ y $\sigma_2$ o $w_{sfwm}$ y $w_{dfg}$ . . . . .	56
18. Estimación de la fidelidad debido a errores en la fabricación. . . . .	58
19. JSI sin cavidad, altamente correlacionada. . . . .	59
20. JSI en cavidad. . . . .	60
21. JSI filtrada y función de mapeo. . . . .	61
22. Probabilidad de conversión. . . . .	62
23. Probabilidades para implementar las compuertas $\sigma_x$ , $\sigma_y$ y $\sigma_z$ de Pauli. . . . .	64
24. Generación de una compuerta $\sigma_z$ con dos compuertas consecutivas. . . . .	64
25. Probabilidad de generación de la compuerta $\sigma_z$ . . . . .	65
26. Horno para llevar a cabo el proceso de oxidación térmica. . . . .	67
27. Obleas de Si con SiO <sub>2</sub> . . . . .	68
28. Crecimiento de SiO <sub>2</sub> por oxidación térmica. . . . .	68
29. Sistema de sputtering. . . . .	69
30. Índice de refracción en función de parámetros de crecimiento para el Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> . . . . .	71

Figura	Página
31. Tasa de crecimiento del $\text{Si}_3\text{N}_4$ . . . . .	72
32. Funcionamiento básico de un elipsómetro. . . . .	74
33. Curvas de índice de refracción. . . . .	74
34. Esquema que representa la implementación de la técnica de z-scan. . . . .	76
35. Gráficas de índice de refracción no lineal ( $n_2$ ). . . . .	78
36. Diagrama esquemático del comportamiento de un átomo en el proceso de XPS. . . . .	79
37. Espectro por XPS para la muestra de $\text{Si}_3\text{N}_4$ con un flujo de nitrógeno de 0.6 sccm. . . . .	79
38. Pico de Si 2p al variar la presión de trabajo en el depósito de $\text{Si}_3\text{N}_4$ . . . . .	80
39. Pico de Silicio 2p al variar el flujo de nitrógeno en el depósito de $\text{Si}_3\text{N}_4$ . . . . .	81
40. Esquema de difracción de rayos X. . . . .	83
41. Difracción de rayos X a muestras de $\text{Si}_3\text{N}_4$ . . . . .	84
42. Proceso de fotolitografía. . . . .	85
43. Técnica de escritura láser. . . . .	86
44. Imágenes de microscopio de guías de onda de fotoresina. . . . .	87
45. Guías de onda de $\text{Si}_3\text{N}_4$ y razones de decapado. . . . .	87
46. Microscopía electrónica de barrido (SEM). . . . .	88
47. Microscopía de fuerza atómica (AFM). . . . .	89
48. Mediciones por AFM a una guía de onda de $\approx 2 \mu\text{m}$ de ancho. . . . .	90
49. Proceso de litografía por haz de electrones. . . . .	91
50. Patrones a grabar por EBL. . . . .	92
51. Fotografías de un anillo resonador en los diferentes pasos del proceso de litografía. . . . .	93
52. Micrografías SEM del dispositivo integrado. . . . .	94
53. Micrografías con acercamiento en las guías de onda de $\text{Si}_3\text{N}_4$ . . . . .	95

## Lista de tablas

Tabla		Página
1.	Parámetros de las fuentes por SFWM y DFG. . . . .	54
2.	Parámetros utilizados en el crecimiento de SiO <sub>2</sub> . . . . .	67
3.	Parámetros utilizados en el depósito de Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> . . . . .	71
4.	Muestras de Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> sobre cuarzo para diferentes flujos de nitrógeno. . . . .	77
5.	Muestras de Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> sobre cuarzo para diferentes valores de presión de trabajo (P. T.).	77
6.	Estequiometría obtenida por XPS para muestras de Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> sobre cuarzo. . . . .	82

# Capítulo 1. Introducción

---

El cambio es inevitable, forma parte del curso natural de la vida y el campo científico no es la excepción. Los avances tecnológicos han sido tales que, nociones elementales de “sentido común” han tenido que verse comprometidas para, adentrándonos en un mundo que a primera vista parece descabellado, seguir avanzando en este aparentemente interminable desfile de ideas y elementos desechables. Uno de los campos que ha ido evolucionando a pasos agigantados es el de ciencias de la computación. Desde la primera calculadora mecánica creada por Charles Babbage en 1822 (la cual hacía cálculos numéricos mecánicamente, pero no se parecía mucho a lo que actualmente se conoce como computadora), hasta el primer prototipo de una computadora moderna ideada por el científico Alan Turing en 1936 (Turing et al., 1936) (la cual podía seguir una serie de instrucciones lógicas) que evolucionaría hasta dar paso a las computadoras portátiles, se ha ido incrementando el poder de cálculo de manera sorprendente a la vez que se han ido haciendo procesadores de información más complejos y pequeños.

Podemos decir, hoy en día, que una computadora es un dispositivo cuyo corazón físico consiste de circuitos electrónicos integrados repletos de transistores que forman, a su vez, compuertas que cumplen ciertas secuencias de órdenes mediante programas de computación. Según la ley de Moore (1965), el número de transistores en un chip se duplica cada dos años, el crecimiento es exponencial y existe un límite. Para ponernos en contexto: el chip Intel 4004 (1971) tenía 2250 transistores, el chip Pentium 4 (2000) ya contaba con 42000000 transistores, mientras que el chip Apple M1 Ultra (2022) cuenta con 114000000000 transistores fabricados con procesos que permiten alcanzar tamaños de hasta 5 nm. Entendamos lo problemático de esta situación: el tamaño de los chips va disminuyendo, y con ellos todos los componentes, por lo que poco a poco los elementos serán tan pequeños que los transistores serían comparables a la longitud de onda de De Broglie de los electrones (del orden de 1 nm), tras lo cual los efectos cuánticos tomarían lugar y los circuitos no operarían con las mismas leyes. La disminución del tamaño en los componentes va acompañada de un incremento en la densidad de transistores, lo cual lleva a problemas de calentamiento en los chips. Otro inconveniente es que, una vez los transistores alcancen el tamaño del átomo, no se puede ir más allá, pues no podemos dividir la materia en unidades más pequeñas y que siga conservando sus propiedades características.

Una computadora, como se mencionó, está diseñada para resolver tareas, las cuales se clasifican de acuerdo a la manera en que escalan en tamaño: clase P (tiempo polinómico) o NP (tiempo polinómico no-determinista) (Fortnow, 2009). Las tareas de clase P se pueden calcular, aunque en un mayor tiempo conforme incrementa el número de elementos; pero para los algoritmos de clase NP, la potencia

computacional requerida incrementa exponencialmente al incrementar la complejidad de la tarea. Lo cual indica que, para resolver tareas más complejas se necesita de un número cada vez más grande de transistores que la desempeñen, pero habíamos dicho que esta cantidad tiene un límite finito. Por lo tanto, se necesitan de computadoras que operen sobre leyes completamente diferentes a las leyes que siguen las máquinas de Turing.

Fue a principios de los años ochenta que Benioff introdujo la idea de construir una computadora que funcionara en base a las leyes de la mecánica cuántica (Benioff, 1980) y, posteriormente, Feynman por el año de 1982 (Feynman et al., 1982). Con esta computadora cuántica la potencia computacional incrementaría a la misma razón que los elementos requeridos para desempeñarla, es decir de manera exponencial. La razón es que la información se almacenaría en bits cuánticos o cúbits (“qubits” en inglés), los cuales están en una superposición de estados que permite almacenar una mayor cantidad de información en menor espacio físico ( $N$  cúbits representan  $2^N$  estados), mientras que una computadora clásica almacena la información en bits, donde cada bit representa a un solo dato de información ( $N$  bits representan a  $N$  estados). En 1994, Peter Shor mostró que una computadora cuántica puede factorizar un gran número en tiempo polinomial, en vez de exponencial, lo que permite reducir un problema de clase de complejidad NP, a uno P. Desde entonces, un reto tecnológico ha sido construir una computadora que funcione en base a las leyes de la mecánica cuántica, lo que es un reto desde todos los flancos pues los sistemas cuánticos son tan sensibles que son fácilmente perturbables, razón por la cual la corrección de errores cuánticos y la implementación de sistemas con más y mejores cúbits a disposición es un tema de investigación activa y cada vez existen más empresas (Google, IBM, Microsoft, Rigetti, etc.) que invierten grandes cantidades de dinero en el desarrollo del cómputo cuántico, todas ellas con un objetivo en mente: lograr la supremacía cuántica (el momento en el que una computadora cuántica logra hacer algo impráctico para una computadora clásica), hecho que Google clamó haber logrado en el 2019 con su procesador Sycamore de 54 cúbits superconductores (Arute et al., 2019) (y altamente controversial aún hoy en día (Pan et al., 2021)), sin embargo aún nadie ha logrado resolver un problema aplicado a algo útil. Promesas ambiciosas se han hecho respecto al futuro de estos procesadores cuánticos, IBM promete que logrará fabricar un procesador cuántico con más de 1 millón de cúbits para 2026 (actualmente ellos tienen el récord con 127 cúbits superconductores con su procesador Eagle (Collins y Easterly, 2021)), mientras que Google planea tener esa cantidad de cúbits integrados para el año 2029, lo cual implicaría una verdadera oportunidad para resolver alguna dificultad aplicada al mundo real. En la actualidad, empresas como Rigetti, IBM y Google permiten acceder remotamente a sus procesadores cuánticos y correr simulaciones en ellos.

Pese a que actualmente el sistema cuántico más popular entre las empresas para el desarrollo de procesadores cuánticos son los materiales superconductores, existen otros sistemas cuánticos que son usados para la implementación de cúbits, tales como: iones atrapados (Bruzewicz et al., 2019), espines nucleares (Hegde et al., 2020) y puntos cuánticos (Zhang et al., 2018). Sin embargo, los más ampliamente estudiados son sistemas de luz en sus diferentes grados de libertad (un ejemplo son los fotones individuales, los cuales gozan de gran popularidad debido, en parte, al protocolo KLM (Knill et al., 2001)), puesto que interaccionan muy poco con su entorno y funcionan a temperatura ambiente, una ventaja notable sobre los cúbits superconductores que requieren estar en ambientes controlados a temperaturas del orden de los miliKelvin. Además, la manera de implementarlos y manipularlos es bastante más accesible en comparación con los demás, lo cual los ha convertido en el caballito de batalla en el estudio de tecnologías cuánticas.

## 1.1. Antecedentes

Históricamente, para realizar procesamiento de información cuántica con fotones individuales el grado de libertad más socorrido ha sido el de polarización (Wang et al., 2019), sin embargo su espacio de Hilbert de dos dimensiones no permite aprovechar el potencial real en procesamiento de información cuántica (QIP, del inglés *quantum information processing*). Por lo anterior, en años recientes se han explorado los otros grados de libertad de la luz. El grado de libertad espacial transversal, expresado en la base de momento angular orbital (OAM, del inglés *orbital angular momentum*) (Nicolas et al., 2014), ha sido una de las opciones, así como el grado de libertad temporal, expresado en la base de modos temporales, que son un conjunto ortogonal de paquetes de onda que pueden ser usados para representar un campo de luz multimodal (Raymer y Walmsley, 2020). Ambos esquemas han llamado la atención por su espacio de Hilbert de alta dimensionalidad. No obstante, la base de modos temporales tiene notables ventajas sobre el OAM; por ejemplo, los modos temporales viajan traslapados en un pulso y no se ven alterados por medios guiados (a diferencia del OAM, que debido a las formas espaciales de los modos suelen ser incompatibles con estos medios), por ende son óptimos para su uso en dispositivos fotónicos integrados y son robustos ante propagaciones en espacio libre. Estas características hacen a los modos temporales idóneos para la generación de cúbits que se desempeñen, por ejemplo, como portadores de información entre nodos de redes en telecomunicaciones, lo cual los convierte en una opción que vale la pena estudiar más a fondo para sus aplicaciones en QIP. A pesar de lo anterior, es importante resaltar que el desarrollo de sistemas híbridos (Aolita y Walborn, 2007; Farías et al., 2015) es una opción que no debe de ser descartada en futuros estudios.

A pesar de que existen diversas opciones para la generación de estados de fotón individual, una de las más usuales y sencillas de implementar a la fecha son las fuentes por procesos ópticos no lineales, tales como conversión paramétrica descendente espontánea y mezclado de cuatro ondas espontáneo. Fuera de la generación de los estados cuánticos en dispositivos fotónicos, los elementos usados para su manipulación se basan en procesos lineales, de hecho se ha demostrado que es factible manipular los estados cuánticos mediante compuertas implementadas con solo elementos lineales, como espejos y divisores de haz (Knill et al., 2001; Matthews et al., 2009; Crespi et al., 2011; Shadbolt et al., 2012). De manera alternativa, se ha propuesto también hacer uso de procesos no lineales para la manipulación de estados cuánticos. Para medios con no linealidad de tercer orden, se han propuesto configuraciones particulares de mezclado de cuatro ondas para la traslación de estados de fotón individual en fibras ópticas (McKinstrie et al., 2005; McGuinness et al., 2010) y para la manipulación coherente de luz clásica y cuántica (Farsi, 2015). En años recientes se han abierto rutas para la implementación de compuertas de modos temporales en dispositivos fotónicos integrados por procesos no lineales de conversión de frecuencias en medios de segundo orden (Brecht et al., 2011; Eckstein et al., 2011; Allgaier et al., 2020), lo cual representa un punto de partida para escalar a medios con no linealidad de tercer orden.

Siguiendo esta dirección, en este trabajo se diseña un dispositivo fotónico integrado en el cual se generan y transforman cúbits de color (una superposición de estados con diferentes frecuencias) mediante el control de su estructura de modos temporales. Esto se llevará a cabo haciendo uso de procesos no lineales de tercer orden. En primer lugar, se generará un estado de fotón individual anunciado (HSPS, del inglés *heralded single-photon state*) en un solo modo temporal por medio del proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo en una cavidad óptica; en una segunda guía de onda se generará el proceso de generación de diferencia de frecuencias, el cual actuará como una compuerta de modos temporales que trasladará en frecuencia al HSPS y con ello generará un cúbit de color. Para la fabricación de dicho dispositivo es preciso implementar una serie de metodologías que permitan atacar el problema desde: i) el diseño de las guías de onda, que para esta tesis se ha decidido que sean de nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) sobre una película de dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ) en un sustrato de silicio, ii) su fabricación por medio de técnicas de litografía y iii) su caracterización óptica. Lo anterior implica que el diseño de este dispositivo va a ser tal que sea posible fabricarlo y caracterizarlo con la infraestructura que se tiene a disposición.

Típicamente, el material utilizado para la fabricación de guías de onda es el silicio, puesto que es compatible con la tecnología de semiconductor complementario de óxido metálico (CMOS, del inglés *complementary metal-oxide-semiconductor*), ampliamente utilizada en la industria para la fabricación de circuitos electrónicos integrados, y está ya muy estudiado. No obstante, otro material compatible con

la tecnología CMOS es el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (Moss et al., 2013; Johnson et al., 2015), el cual resulta atractivo en la implementación de fuentes de fotones individuales, dado que además de ser transparente en el rango visible, exhibe un índice de refracción no lineal que es de al menos un orden de magnitud mayor al de la sílice dopada y aún mayor al de la sílice pura. Efectos no lineales de tercer orden han sido ya demostrados en guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , entre ellos conversión de frecuencias de tercer orden (Agha et al., 2012). Es preciso resaltar que la generación ad hoc de estados cuánticos de luz requiere de flexibilidad en las propiedades ópticas (lineales y no lineales) del medio material en el que se dan las interacciones. De allí la importancia de disponer de conocimiento e infraestructura para la fabricación de los dispositivos requeridos y de los materiales utilizados para ellos, puesto que de esa manera es posible hacer ingeniería de las propiedades del medio de generación. Dicho lo anterior, tanto el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  como el  $\text{SiO}_2$  serán sintetizados como parte del trabajo de esta tesis. Para la síntesis del  $\text{Si}_3\text{N}_4$  se usará la técnica de pulverización catódica (sputtering), mientras que el crecimiento del  $\text{SiO}_2$  se hará por medio de oxidación térmica por vía húmeda.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general**

Estudiar procesos de la óptica no lineal que conlleven a la generación y manipulación de estados de fotón individual en dispositivos fotónicos integrados fabricados por litografía.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

Para el logro del objetivo general será necesario desarrollar los siguientes objetivos particulares:

1. Desarrollar un modelo teórico de los procesos de generación (mezclado de cuatro ondas espontáneo) y manipulación (conversión de frecuencias) de estados de fotón individual en medios guiados.
2. Estudiar numéricamente las propiedades de propagación de luz en guías de onda, tales como: dispersión, contenido modal, pérdidas, entre otros.
3. Diseñar fuentes de estados de fotón individual basados en el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo.
4. Diseñar guías de onda para la generación de los procesos de conversión de frecuencias.

5. Sintetizar y caracterizar los materiales con los cuales se fabricarán los dispositivos.
6. Fabricar y caracterizar las guías de onda para la generación y manipulación de estados de fotón individual.

### **1.3. Organización de la tesis**

En el capítulo 2 se repasarán algunos conceptos importantes para el entendimiento de los procesos involucrados en esta tesis. Primero se introducen algunos conceptos básicos de la propagación de luz por guías de onda integradas. Enseguida se presentan los dos procesos de la óptica no lineal que se estudiarán en esta tesis: mezclado de cuatro ondas espontáneo y generación de diferencia de frecuencias. Posteriormente se hablará acerca de lo que es la luz cuántica y de cómo es posible clasificarla y diferenciarla de la luz clásica; también se estudiará la teoría de los estados de fotón individual, así como su implementación y aplicaciones, haciendo énfasis en su generación por el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo, que es el utilizado en esta tesis. Finalmente se abordará el tema de la superposición y entrelazamiento cuántico, lo cual lleva a la descripción de un cúbit y de las compuertas cuánticas de Pauli, que serán las de especial interés en este trabajo de tesis.

En el capítulo 3 se presenta el desarrollo matemático de la propuesta sobre la que se trabajó, la cual consiste en describir una compuerta cuántica de modos temporales de un solo cúbit basada en el proceso de generación de diferencia de frecuencias, con la cual es posible no solo generar un cúbit, sino también rotarlo. Si bien se presenta el caso para el cual se tiene como estado inicial un estado de fotón individual, esta teoría es aplicable incluso si el estado inicial ya es un cúbit de color (superposición).

En el capítulo 4 se describe la metodología desarrollada para la búsqueda del diseño de la compuerta cuántica, desde el uso de formas funcionales del índice de refracción de los materiales, implementadas en el grupo y basadas en las mediciones del material sintetizado, hasta el proceso de evaluación utilizado para obtener los parámetros que generarán los más altos valores de fidelidad en el diseño. También se demuestra con simulaciones la posibilidad de generar cualquier rotación de un cúbit en la esfera de Bloch al usar determinados parámetros referentes al proceso de caracterización del dispositivo.

En el capítulo 5 se tratará todo lo relacionado con el proceso de fabricación de las guías de onda, desde la síntesis de los materiales y su caracterización, hasta la fabricación de las guías por litografía y la caracterización de éstas en términos de su topografía.

Finalmente, el capítulo 6 consiste en la presentación de las conclusiones, donde se hará énfasis en los

principales logros que se obtuvieron. También se presentan algunos puntos importantes como trabajo a futuro.

## Capítulo 2. Conceptos básicos

---

En este capítulo se discutirán los conceptos básicos que permitirán comprender la teoría de los procesos estudiados en esta tesis. En la primera sección se hace un repaso de la teoría básica acerca de la propagación de luz por guías de onda, se habla acerca de las guías de onda en óptica integrada y las geometrías básicas, del principio de reflexión total interna y el guiado de modos. En la segunda sección se introduce el tema de la óptica no lineal y se detalla en la descripción de dos procesos que serán clave en esta tesis: mezclado de cuatro ondas espontáneo y generación de diferencia de frecuencias.

En la tercera sección se habla acerca de qué es la luz no-clásica (o luz cuántica) y de algunos de los tipos de luz no-clásica más comunes que podemos generar, así como algunas de sus aplicaciones más importantes. Enseguida se describe más a fondo a uno de los representantes de la luz cuántica: el estado de fotón individual, así como los métodos por los cuales se suelen generar.

En la cuarta sección nos introducimos en dos de los fenómenos más intrigantes de la mecánica cuántica: la superposición de estados y el entrelazamiento cuántico. Se presentarán algunos ejemplos y maneras de implementarlos, así como algunas de sus aplicaciones. También se introducirá el concepto de *cúbit*, que va a ser importancia primordial a lo largo de esta tesis, así como el concepto del divisor de haz cuántico y la relevancia que tiene en este estudio para la generación de cúbits.

Finalmente, en la quinta sección se aborda un elemento indispensable en los circuitos cuánticos integrados: las compuertas cuánticas. Se explicará la relevancia de este elemento y su función como generador y transformador de cúbits. Se introducen también algunas de las compuertas más socorridas en el campo de la información cuántica y se ahonda en las compuertas de interés para la tesis: las compuertas de rotación de Pauli.

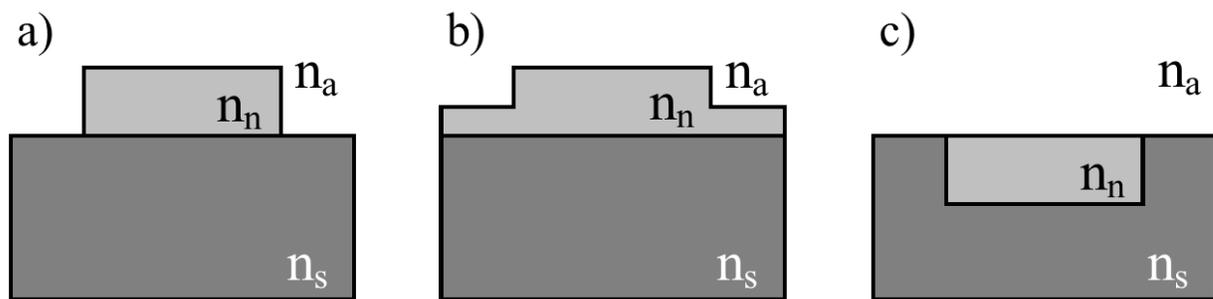
### 2.1. Guías de onda en fotónica integrada

La fotónica es una subdisciplina de la óptica que se encarga de estudiar la generación, manipulación y detección de luz (fotones) en su interacción con diversos elementos. La fotónica integrada se basa en el procesamiento de luz confinada en guías de onda (Lifante, 2003), en una equivalencia con los ya bien conocidos dispositivos electrónicos. Al igual que en un experimento que se implementa sobre una mesa óptica son requeridos elementos como láseres, divisores de haz, espejos, moduladores de luz, detectores, etc., en fotónica integrada se requieren de igual manera todos estos elementos, así como guías de onda

por las cuales la luz pueda viajar y dirigirse hacia puntos específicos del dispositivo.

Una guía de onda es una estructura por la cual se propaga la luz, que tiene un índice de refracción  $n_n$  y está rodeada de un material con índice de refracción  $n_c$ , donde  $n_n > n_c$ . En general, podemos decir que una guía de onda puede ser cualquier elemento rodeado de un material cuyo índice de refracción sea menor que el de éste (un chorro de agua o una fibra óptica son ejemplos de ello), sin embargo, nos enfocaremos en las guía de onda que se suelen usar en fotónica integrada, que son las de interés en este trabajo.

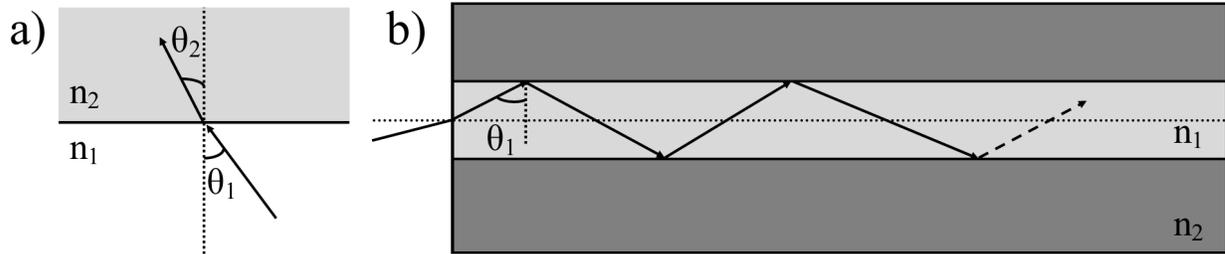
Existen diferentes geometrías de guías de onda rectangulares que se utilizan en la fabricación de dispositivos integrados, pero tres de las más usuales se pueden observar en la Figura 1 (Lifante, 2003); en a) se muestra una guía tipo ridge (cresta), la cual se caracteriza porque tres de sus cuatro lados están en contacto con el aire (con índice de refracción  $n_a$ ) y el lado restante con un material que sirve como sustrato, de índice de refracción  $n_s$ . En b) se observa una guía de onda tipo rib, la cual se caracteriza porque su núcleo es una especie de sombrero: el rectángulo superior forma parte del núcleo por donde se propaga la luz, pero también la película abajo de éste. La guía que se muestra en c) es una guía de onda enterrada, para la cual tres de sus cuatro lados se encuentran rodeados por el medio de índice de refracción  $n_s$  y solo uno de ellos por el aire. Para todas estas guías de onda se cumple que  $n_n > n_a$  y  $n_n > n_s$ . El tipo de guía en a) es la de interés para este trabajo, dado que su configuración permite tener un mayor contraste dieléctrico y confinar mejor la luz dentro del núcleo de la guía.



**Figura 1.** Principales geometrías de guías de onda rectangulares en fotónica integrada. a) Guías de onda tipo cresta; b) guías de onda tipo rib; c) guías de onda enterradas. Para todas se cumple que  $n_n > n_s$  y  $n_n > n_a$ .

Cuando se tienen un par de medios dieléctricos, con una frontera bien definida entre ambos, la luz se comporta de una manera especial al pasar de un medio al otro. Es posible caracterizar este comportamiento de acuerdo a la Ley de Snell, la cual dice que el ángulo  $\theta_2$  con el que se refracta la luz al incidir de un medio con índice de refracción  $n_1$  a un medio con índice  $n_2$  (donde  $n_2 > n_1$ ) es menor que el ángulo de incidencia  $\theta_1$ , ambos medidos con respecto a la normal a la superficie de incidencia (ver Figura 2 a)). La ecuación de la ley de Snell está dada como  $n_1 \text{sen} \theta_1 = n_2 \text{sen} \theta_2$ . Si, en el caso contrario,

la luz pasa de un medio más denso a uno menos denso, es decir que  $n_1 > n_2$ , ocurre que para cierto valor de  $\theta_1$ , el ángulo de transmisión de la luz,  $\theta_2$ , se convierte en  $\pi/2$ , es decir: la luz se propaga por la frontera entre ambos medios. Para ángulos mayores a este valor de  $\theta_1$ , toda la luz es reflejada y se genera un fenómeno conocido como reflexión total interna (TIR, del inglés *total internal reflection*), en el cual se basa el funcionamiento de las guías de onda, la luz va reflejándose en las fronteras del núcleo conforme se va propagando, lo cual permite el guiado de la luz. Este comportamiento se puede observar en la Figura 2 b).



**Figura 2.** a) Según la ley de Snell, el ángulo de refracción  $\theta_2$  es menor al ángulo de incidencia  $\theta_1$ , donde los índices de refracción de ambos medios dieléctricos cumplen  $n_2 > n_1$ . b) Reflexión total interna en una guía de onda.

El ángulo que permite la reflexión total interna puede ser obtenido a partir de la ley de Snell considerando que  $\theta_2 = \pi/2$ , es conocido como ángulo crítico  $\theta_c$  y está dado por

$$\theta_c = \text{sen}^{-1} \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

### 2.1.1. Ecuación de onda

La luz es una onda electromagnética que es descrita mediante dos campos vectoriales acoplados y perpendiculares entre sí, los cuales son el campo magnético  $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$  y el campo eléctrico  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ , ambos dependientes de la posición ( $\mathbf{r}$ ) y el tiempo ( $t$ ). Es posible describir dichas ondas en su propagación por el espacio libre o por diferentes medios materiales, esto a través de las ecuaciones de Maxwell, las cuales para medios homogéneos, isotrópicos, lineales, no magnéticos y dieléctricos vienen dadas como (Lifante, 2003):

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{H} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\mu \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \quad \text{y} \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \quad (5)$$

donde  $\mu$  y  $\varepsilon$  son la permeabilidad magnética y la permitividad dieléctrica del medio, respectivamente. Combinando estas ecuaciones de manera adecuada es posible obtener un par de ecuaciones vectoriales en derivadas parciales, una para el campo eléctrico y otra para el campo magnético, dadas como

$$a) \quad \nabla^2 \mathcal{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2}, \quad b) \quad \nabla^2 \mathcal{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Este par de ecuaciones son en realidad 6 ecuaciones escalares y dependientes entre sí, se conocen como las ecuaciones de onda y su solución representa a una onda electromagnética propagándose a una velocidad  $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu} = c/n$ , con  $n$  el índice de refracción del medio dieléctrico y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. Una manera de solucionar las ecuaciones de onda es proponiendo como solución ondas monocromáticas, las cuales describen un comportamiento sinusoidal en su propagación con el tiempo y, usando notación compleja, vienen dadas por

$$a) \quad \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})\exp^{i\omega t}], \quad b) \quad \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r})\exp^{i\omega t}], \quad (7)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular que caracteriza a la onda, la cual está dada como  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ ,  $\nu$  es la frecuencia y  $T$  el periodo. Si sustituimos las ondas monocromáticas de la ecuación (7) en la ecuación de onda dada en la expresión (6) a) (considerando solo a una componente cartesiana) es posible obtener una ecuación válida solamente para ondas monocromáticas, dada por

$$\nabla^2 \mathcal{U}(\mathbf{r}) + k^2 \mathcal{U}(\mathbf{r}) = 0, \quad (8)$$

la cual es conocida como la ecuación de Helmholtz;  $\mathcal{U}(\mathbf{r})$  representa a cada una de las seis componentes de los vectores  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  y  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ , y  $k = n\omega/c$  es el vector de onda.

### 2.1.2. Guiado de modos

Como se mencionó en la sección anterior, la luz es representada por ondas electromagnéticas que se propagan por medios materiales. Cuando estos medios son regiones de espacio donde la luz se confina, como las guías de onda antes descritas, es necesario introducir el concepto de modo. Si las guías de onda son de dimensiones semejantes a las de la luz, las ondas reflejadas por sus diferentes caras interfieren

entre sí generando interferencia destructiva y constructiva, ocasionando que la luz se pueda reflejar solo a un conjunto discreto de ángulos (Lifante, 2003). Para cada ángulo, las características de la onda se mantienen a lo largo de su propagación por el medio, lo cual forma un modo de propagación. Cuando la luz se refleja en las diferentes interfaces del núcleo de la guía, se generan diferencias de fase, las cuales determinan si los modos se propagan por el núcleo o si son modos radiativos, es decir, si los modos se escapan y se comienzan a propagar por la cubierta.

Para guías de onda planas es posible describir los modos de propagación en términos de modos transversales puramente eléctricos (TE) o puramente magnéticos (TM), sin embargo, en guías de onda que confinan la luz en dos dimensiones, como las que interesan en este trabajo, los campos eléctricos y magnéticos, respectivamente, discrepan un poco de ser totalmente transversales. Para estas guías los modos son descritos como dos familias de modos electromagnéticos transversales (TEM): los modos cuasi-TE (los cuales no tienen componente de campo eléctrico en la dirección de propagación) y los modos cuasi-TM (los cuales no tienen componente de campo magnético en la dirección de propagación). Cada modo se propaga con un índice de refracción efectivo ( $n_{eff}$ ) característico que depende de su constante de propagación  $\beta(\omega)$  y que viene dado por

$$n_{eff}(\omega) = \frac{c\beta(\omega)}{\omega}. \quad (9)$$

Este  $n_{eff}$  correspondiente a cada modo será igual a un valor entre los índices de refracción del núcleo y de la cubierta: cuando el modo tiende a estar más confinado en la guía de onda el índice de refracción efectivo será mayor y más parecido al del núcleo, mientras que cuando se escapa más del núcleo entonces el índice de refracción será más parecido al de la cubierta.

## 2.2. Óptica no lineal

Uno de los eventos que más ha marcado el desarrollo tecnológico en la era moderna es la invención del láser, ha puesto sobre la mesa una herramienta poderosa que nos ha permitido conocer nuevas maneras de generar luz. Fue en el año de 1960 que Theodore Maiman construyó el primer láser en la historia (Mairnan, 1960). A partir de este hecho, las aplicaciones para este artefacto no tardaron en llegar y varias ramas de estudio se desarrollaron, entre ellas la de la óptica no lineal.

La incidencia de un haz de luz en un material puede generar diversos efectos interesantes e indispensables en incontables aplicaciones hoy en día, como la división del haz en diferentes proporciones, su cambio

de polarización o la reflexión, los cuales pueden ser descritos por medio de la óptica lineal. Cuando se generan fenómenos ópticos que ocurren debido a que el campo electromagnético incidente es muy intenso (por ejemplo, un haz de luz láser), ocasionando modificaciones en sus propiedades ópticas, es necesario recurrir a la óptica no lineal. El término “no lineal” hace referencia a la respuesta del material al campo aplicado. Al propagarse un campo electromagnético por un material no lineal, se generan vibraciones de los diferentes armónicos, pero si este campo es lo suficientemente potente, la radiación que se genera puede ser la del segundo, tercer o más alto orden de armónicos posibles (incluso una combinación de ellos) (Dmitriev et al., 2013), dando lugar a los procesos no lineales que hoy en día se conocen, tales como generación de segundo armónico, conversión paramétrica descendente, mezclado de cuatro ondas, etc.

La interacción entre un campo óptico y un material puede ser descrita en términos de su momento dipolar por unidad de volumen o polarización  $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ . Cuando el campo no es lo suficientemente intenso, la polarización se puede escribir como (Boyd, 2008)

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (10)$$

donde  $\chi^{(1)}$  es conocida como la susceptibilidad eléctrica lineal,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  es el campo aplicado y  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío. Por el contrario, si el campo aplicado es muy intenso, se produce una respuesta no lineal, por la cual se ve modificada la ecuación (10) y puede entonces describirse en términos de una contribución lineal y una no lineal (Boyd, 2008)

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \epsilon_0 [\chi^{(1)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(3)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \dots] \\ &= \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t) + \dots = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (11)$$

con  $\chi^{(2)}$  y  $\chi^{(3)}$  las susceptibilidades de segundo y de tercer orden, respectivamente (que en su representación estricta son tensores), y  $\mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}, t)$  y  $\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t)$  son las polarizaciones correspondientes a cada orden. En particular, para este trabajo son de interés aquellos procesos en los que no hay transferencia de energía al medio, es decir, las interacciones paramétricas. En este tratamiento es de interés la contribución no lineal dada por la polarización de tercer orden, que en su forma vectorial representa a un tensor de cuarto orden y es posible expresarla como (Agrawal, 2001):  $\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} \sum_j P_j(\mathbf{r}, t) \exp[i(k_j z - \omega_j t)] + C.C.$ , con  $j = 1, 2, 3$  y C. C. denotando al complejo conjugado. Es importante notar que, para tercer orden, cada campo  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  en la ecuación (11) es en realidad

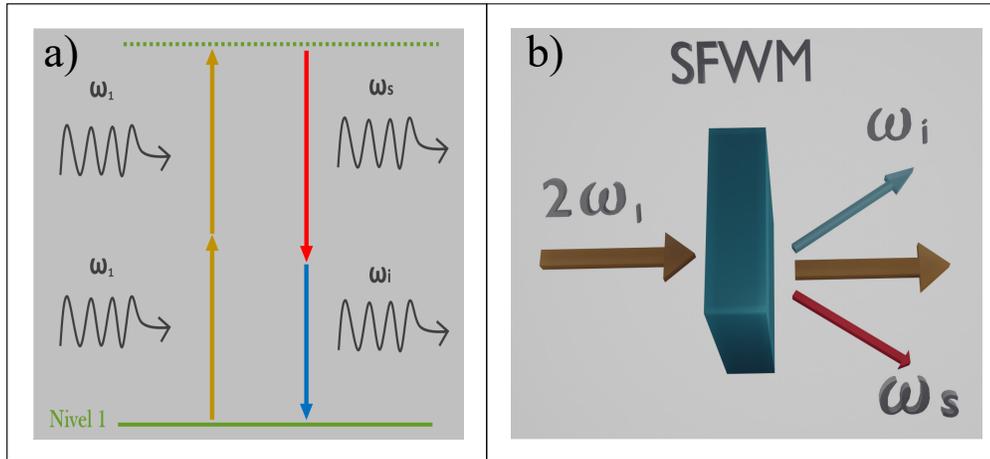
una superposición de cuatro campos (que pueden estar caracterizados con frecuencias y vectores de onda diferentes), con lo que se puede ver que  $\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t)$  consta de un gran número de términos que involucran el producto de tres campos eléctricos y diferentes contribuciones de frecuencias que representan a los diferentes procesos no lineales de tercer orden que se pueden generar. De todos estos posibles procesos, nos interesan los términos de polarización debidos a los procesos de suma y diferencia de frecuencias, en especial el término que oscila a la frecuencia  $\omega_4$  dado como

$$\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \mathbf{E}_2^*(\mathbf{r}) \mathbf{E}_3^*(\mathbf{r}) e^{-i[(k_2+k_3-k_1)z - (\omega_2+\omega_3-\omega_1)t]}. \quad (12)$$

Es justificable ignorar todos los demás términos si tomamos en cuenta que es muy difícil que se pueda tener empatamiento de fases para más de un proceso a la vez y con alta eficiencia. En la ecuación (12),  $\mathbf{E}_\nu(\mathbf{r})$ , con  $\nu = 1, 2, 3$ , son los campos concernientes a este término de polarización y se han hecho explícitos los términos de fase relacionados con el tiempo y la propagación de los campos para apreciar los signos en las frecuencias. En esta ecuación y en lo que resta de la tesis, las cantidades con un asterisco de superíndice representan al complejo conjugado de dicha cantidad, como  $\mathbf{E}_\nu^*(\mathbf{r})$  en este caso. Los subíndices en  $\chi^{(3)}$  representan a la dirección de polarización de los cuatro campos involucrados en la interacción correspondiente. Nótese que se ha asumido que todos los campos que participan en el proceso están polarizados linealmente a lo largo del eje  $x$ , el cual es ortogonal a la dirección de propagación (eje  $z$ ).

### 2.2.1. Mezclado de cuatro ondas

Uno de los procesos no lineales de tercer orden más ampliamente estudiados es el de mezclado de cuatro ondas espontáneo (SFWM, del inglés *spontaneous four wave mixing*), el cual es un proceso paramétrico en el que se generan dos fotones con frecuencias  $\omega_s$  y  $\omega_i$  (llamados habitualmente señal y acompañante, respectivamente) a partir de dos campos de bombeo con frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Para que este proceso se lleve a cabo es necesario que se cumplan la conservación de energía (ver esquema en la Figura 3 a)), dada como  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_s + \omega_i$  y la relación de empatamiento de fases, dada por  $\Delta k = k_1 + k_2 - k_s - k_i - \phi_{nl} = 0$ , donde  $\phi_{nl}$  es un término de fase no lineal. Los campos pueden ser degenerados en energía, o pueden ser diferentes. En adelante, para la descripción de este proceso se considerarán bombeos degenerados, es decir, que  $\omega_2 = \omega_1$ . En la Figura 3 b) se muestra un esquema que representa la generación de SFWM a partir de un medio no lineal; aquí se observa cómo es generada la pareja de fotones a partir de un haz de bombeo, el cual permanece inalterado aún después de generado el proceso.



**Figura 3.** Generación de parejas de fotones por SFWM. a) Conservación de energía para el proceso de SFWM; b) esquema que ejemplifica la generación de una pareja de fotones por SFWM.

Para el tratamiento matemático consideraremos la aproximación de campo inagotable para el bombeo, dado que su intensidad es mucho mayor que la de los campos generados, y será tratado como un bombeo pulsado clásico, mientras que a los campos generados se les tratará como campos cuantizados. También se considerarán campos monomodales y co-polarizados. Con esto, el estado que describe al proceso de SFWM viene dado como (Garay-Palmett et al., 2007)

$$|\Psi\rangle = |\text{vac}\rangle_s |\text{vac}\rangle_i + \kappa \int \int d\omega_s d\omega_i F(\omega_s, \omega_i) |\omega_s\rangle_s |\omega_i\rangle_i, \quad (13)$$

donde  $\kappa$  es una constante que depende de parámetros como la longitud del medio de generación y la amplitud de los campos de bombeo, entre otros, y  $F(\omega_s, \omega_i)$  es la amplitud espectral conjunta (JSA, del inglés *joint spectral amplitude*) y su módulo cuadrado,  $|F(\omega_s, \omega_i)|^2$ , es la intensidad espectral conjunta (JSI, del inglés *joint spectral intensity*). La JSA está dada por:

$$F(\omega_s, \omega_i) = \int d\omega_1 \alpha(\omega_1) \alpha(\omega_s + \omega_i - \omega_1) \text{sinc} \left[ \frac{L}{2} \Delta k(\omega_1, \omega_s, \omega_i) \right] \times \exp \left[ i \frac{L}{2} \Delta k(\omega_1, \omega_s, \omega_i) \right], \quad (14)$$

aquí las funciones  $\alpha(\omega_1)$  y  $\alpha(\omega_s + \omega_i - \omega_1)$  son las envolventes espectrales de los bombeos y son tratadas como formas gaussianas, y  $L$  es la longitud del medio de generación. La JSA contiene la información espectral del proceso y representa a un estado de dos fotones que típicamente exhibe un alto grado de correlación espectral. Dependiendo de la aplicación, puede ser preferible que el estado esté altamente correlacionado o que sea factorizable. Para el estudio presente son de interés los estados factorizables,

los cuales se pueden escribir como (Grice et al., 2001)

$$|\Psi\rangle = \int d\omega_s f_s(\omega_s) \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) |\text{vac}\rangle \times \int d\omega_i f_i(\omega_i) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (15)$$

donde  $f_s(\omega_s)$  y  $f_i(\omega_i)$  representan la función de amplitud espectral de los paquetes de onda individuales, cada una dependiente solo de una de las frecuencias del par;  $\hat{a}_s^\dagger(\omega_s)$  y  $\hat{a}_i^\dagger(\omega_i)$  son los operadores de creación para los modos señal y acompañante, respectivamente.

El uso de bombeos pulsados para la generación de SFWM permite el estudio de estos campos ultracortos mediante su descripción en términos de la base de modos temporales (Titulaer y Glauber, 1966), los cuales son un conjunto ortogonal de paquetes de onda que pueden ser usados para representar un campo de luz multimodal (Raymer y Walmsley, 2020) y que se propagan en un pulso de luz, traslapados en tiempo y frecuencia. Para acceder a la información de los modos temporales del estado de dos fotones, así como para cuantificar su factorabilidad, es posible expresar la ecuación (14) en términos de la descomposición de Schmidt como (Law et al., 2000)

$$F(\omega_s, \omega_i) = \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{D_m} \varphi_m(\omega_s) \Omega_m(\omega_i), \quad (16)$$

donde  $\varphi_m(\omega_s)$  y  $\Omega_m(\omega_i)$  son soluciones ortonormales de la descomposición de Schmidt y representan dos conjuntos de modos temporales, mientras que los coeficientes  $D_m$  son los eigenvalores de Schmidt que pesan el producto de modos temporales correspondientes y están normalizados tales que  $\sum_m D_m = 1$ . La factorabilidad del estado se puede cuantificar mediante el número de Schmidt, dado como  $K = 1/(\sum_n D_n^2)$  (U'Ren et al., 2006). Con esta descripción, es posible expresar funciones continuas como una suma de modos discretos que nos permite conocer qué tantos de estos modos realmente contribuyen en la descripción del estado.

### 2.2.2. Generación de diferencia de frecuencias

Otro proceso de mezcla de frecuencias que estudiaremos es el proceso no lineal de tercer orden de generación de diferencia de frecuencias (DFG, del inglés *difference frequency generation*) (Fewings y Gaeta, 2000). En este proceso, un campo con frecuencia  $\omega_s$  será trasladado en frecuencia a un campo con frecuencia  $\omega_r$ , mediado esto por dos campos de bombeo con frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . DFG, al igual que SFWM, es un proceso paramétrico, por lo cual para que este proceso se dé es necesario que se cumpla

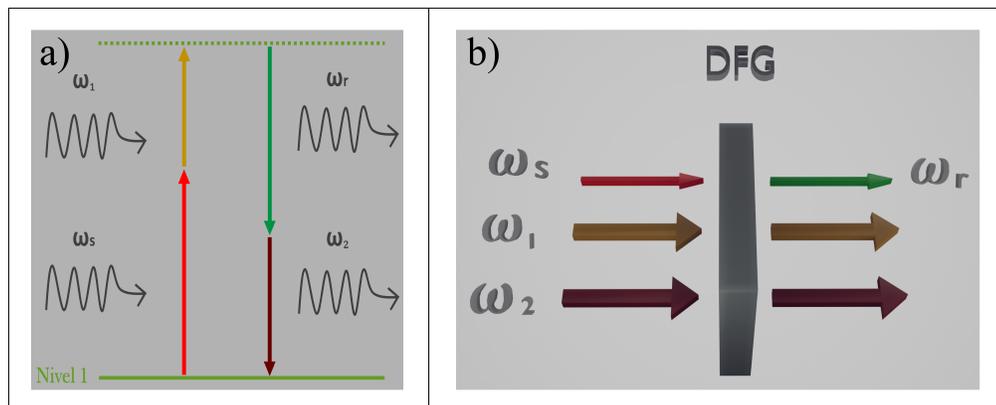
con la conservación de energía, la cual está dada por la relación

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_r - \omega_s, \quad (17)$$

y se puede representar gráficamente por el diagrama en niveles de energía de la Figura 4 a). Para lograr una mayor eficiencia en la traslación, se tiene que cumplir que la relación de empatamiento de fases en las frecuencias centrales sea igual a cero,  $\Delta k = 0$ , dada esta relación por

$$\Delta k = \Delta k(\omega_1, \omega_2, \omega_s, \omega_r) = k(\omega_1) - k(\omega_2) + k(\omega_s) - k(\omega_r) + \phi, \quad (18)$$

donde  $k(\omega_\alpha)$ , con  $\alpha = 1, 2, s, r$ , es el número de onda de cada uno de los campos que interaccionan y  $\phi$  es un término de fase que resulta de los fenómenos de auto-modulación de fase y modulación de fases cruzadas (Agrawal, 2001). En la Figura 4 b) se muestra la generación de DFG en un medio no lineal de tercer orden.



**Figura 4.** Proceso de generación de diferencia de frecuencias. a) Conservación de energía, b) DFG generado en un medio no lineal.

El campo total que describe al proceso de DFG está dado por la suma de cada campo en la interacción

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t), \quad (19)$$

donde los campos de bombeo  $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$  y  $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)$  serán considerados como campos clásicos y los campos  $\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t)$  y  $\mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t)$  como campos cuánticos y están descritos como

$$\mathbf{E}_\beta(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E_\beta(\mathbf{r}, t) + E_\beta^*(\mathbf{r}, t)] \hat{e}, \quad (20)$$

$$\mathbf{E}_\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[ \hat{\varepsilon}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{\varepsilon}_\mu^{(-)}(\mathbf{r}, t) \right] \hat{e}, \quad (21)$$

con  $\beta = 1, 2$ ,  $\mu = s, r$  y  $\hat{e}$  es un vector unitario que indica la dirección de polarización del campo. Para el tratamiento matemático se considerarán campos monomodales, co-polarizados en la dirección  $x$  y con propagación en  $z$ , con lo que  $\hat{e} = \hat{x}$ , así que en adelante no se escribirá este vector unitario sino que se entenderá que la polarización es en  $\hat{x}$ , a menos que se diga lo contrario.

Los campos clásicos serán tratados como bombeos pulsados de la forma (Monroy-Ruz et al., 2016)

$$E_\beta(\mathbf{r}, t) = A_\beta f_\beta(x, y) \int d\omega_\beta \alpha(\omega_\beta) e^{ik(\omega_\beta)z} e^{-i\omega_\beta t}, \quad (22)$$

$$E_\beta^*(\mathbf{r}, t) = A_\beta^* f_\beta^*(x, y) \int d\omega_\beta \alpha^*(\omega_\beta) e^{-ik(\omega_\beta)z} e^{i\omega_\beta t}, \quad (23)$$

donde  $A_\beta$  es la amplitud del campo,  $f_\beta(x, y)$  es la distribución espacial transversal (asumida como independiente de la frecuencia) y  $\alpha(\omega_\beta)$  es la envolvente espectral, las dos últimas normalizadas tales que  $\int \int dx dy |f_\beta(x, y)|^2 = 1$  y  $\int d\omega_\beta |\alpha(\omega_\beta)|^2 = 1$ . Para un pulso gaussiano, como se considerará en esta tesis,  $\alpha(\omega_\beta) = \alpha_\beta \Lambda(\omega_\beta)$ , con  $\alpha_\beta = (2/\pi)^{1/4} [1/\sqrt{\sigma_\beta}]$  y  $\Lambda(\omega_\beta) = \exp\left\{-\frac{(\omega_\beta - \omega_{\beta 0})^2}{\sigma_\beta^2}\right\}$ , donde  $\omega_{\beta 0}$  y  $\sigma_\beta$  representan a la frecuencia central y al ancho de banda de los campos de bombeo, respectivamente.

Los campos cuantizados estarán dados como (Monroy-Ruz et al., 2016)

$$\hat{\varepsilon}_\mu^{(+)}(\vec{r}, t) = i\sqrt{\delta k_\mu} f_\mu(x, y) \sum_{k_\mu} l(k_\mu) \hat{a}_{k_\mu} e^{ik_\mu z} e^{-i\omega_\mu t}, \quad (24)$$

$$\hat{\varepsilon}_\mu^{(-)}(\vec{r}, t) = -i\sqrt{\delta k_\mu} f_\mu^*(x, y) \sum_{k_\mu} l(k_\mu) \hat{a}_{k_\mu}^\dagger e^{-ik_\mu z} e^{i\omega_\mu t}, \quad (25)$$

donde el espaciado entre modos es  $\delta k_\mu = 2\pi/L$ , con  $L$  la longitud de cuantización del medio,  $l(k_\mu) = (\hbar\omega_\mu/(\pi\varepsilon_0 n^2(\omega_\mu)))^{1/2}$ ,  $\varepsilon_0$  la permitividad dieléctrica del vacío y  $n(\omega_\mu)$  el índice de refracción a la frecuencia  $\omega_\mu$ . Los superíndices (+) y (-) en los campos solo representan los signos negativo o positivo, respectivamente, en la frecuencia para cada campo.

El hamiltoniano de interacción en un volumen  $V$  está descrito por la expresión (Alibart et al., 2006)

$$\hat{H}(t) = \int dV U_e + C.H. \quad (26)$$

donde C.H. es el conjugado hermítico,  $U_e = \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}$  es la densidad de energía eléctrica y el desplazamiento eléctrico está dado como  $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ . En adelante y por facilidad, se omitirán las dependencias espaciales y temporales de los campos  $(\mathbf{r}, t)$ . Aplicando la conservación de energía para DFG en la ecuación (12) y considerando los campos que interactúan, la polarización queda como

$$P^{(3)} = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \hat{\varepsilon}_s^{(+)} E_2^* \hat{\varepsilon}_r^{(-)} e^{-i[(k_2+k_r-k_s)z - (\omega_2+\omega_r-\omega_s)t]}. \quad (27)$$

Con lo anterior, la densidad de energía puede ser expresada como

$$U_e = \frac{3}{8} \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} E_1 \hat{\varepsilon}_s^{(+)} E_2^* \hat{\varepsilon}_r^{(-)} e^{-i[(k_2+k_r-k_s)z - (\omega_2+\omega_r-\omega_s)t]}. \quad (28)$$

Sustituyendo la ecuación (28) en (26) se obtiene

$$\hat{H}(t) = \frac{3}{8} \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \int dV \left( E_1 \hat{\varepsilon}_s^{(+)} E_2^* \hat{\varepsilon}_r^{(-)} e^{-i[(k_2+k_r-k_s)z - (\omega_2+\omega_r-\omega_s)t]} + C.H. \right) \quad (29)$$

Sustituyendo las ecuaciones (22 - 25) en la ecuación (29) se llega a

$$\begin{aligned} \hat{H}(t) = & \frac{3}{8} \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \alpha_1 \alpha_2 A_1 A_2 \sqrt{\delta k_s \delta k_r} f_{eff} L \\ & \sum_{k_s} \sum_{k_r} \int d\omega_{p1} \int d\omega_{p2} \Lambda(\omega_1) \Lambda(\omega_2) l(k_s) l(k_r) \\ & e^{-i(\omega_{p1} + \omega_s - \omega_{p2} - \omega_r)t} \text{sinc}\left(\Delta k \frac{L}{2}\right) e^{i\Delta k \frac{L}{2}} \hat{a}_{k_s} \hat{a}_{k_r}^\dagger + C.H., \end{aligned} \quad (30)$$

donde se ha definido a  $f_{eff} = \int dx \int dy f_1(x, y) f_2^*(x, y) f_s(x, y) f_r^*(x, y)$  como la integral de traslape espacial entre los cuatro campos involucrados y se resolvió la integral sobre  $z$ , en un intervalo de integración de  $z = 0$  hasta  $z = L$ .

El estado para el proceso de DFG se puede expresar como

$$|\Psi_{dfg}\rangle = \left[ e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt \hat{H}(t)} \right] |\Psi_0\rangle, \quad (31)$$

donde  $\hat{H}(t)$  es el hamiltoniano en la ecuación (30) y  $|\Psi_0\rangle$  es el estado inicial del proceso. Es importante notar que para todo el tratamiento en esta tesis se han ignorado las contribuciones de ordenamiento temporal (Brecht et al., 2015; Quesada y Sipe, 2015; Reddy et al., 2015). Desarrollando la integral

temporal en la ecuación (31) y sustituyendo en ella la ecuación (30):

$$\int_0^t dt \hat{H}(t) = \eta_1 \sqrt{\delta k_s \delta k_r} \sum_{k_s} \sum_{k_r} \int d\omega_1 \int d\omega_2 \left[ \Lambda(\omega_1) \Lambda(\omega_2) l(k_s) l(k_r) \right. \\ \left. \text{sinc}\left(\Delta k \frac{L}{2}\right) e^{i\Delta k \frac{L}{2}} \hat{a}_{k_s} \hat{a}_{k_r}^\dagger \int_0^t e^{-i(\omega_1 + \omega_s - \omega_2 - \omega_r)t} + C.H. \right], \quad (32)$$

donde  $\eta_1 = \frac{3}{8} \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} \alpha_1 \alpha_2 A_1 A_2^* f_{eff} L$ . Calculando la integral temporal, la expresión en (32) queda como

$$\int_0^t dt \hat{H}(t) = 2\pi \eta_1 \sqrt{\delta k_s \delta k_r} \sum_{k_s} \sum_{k_r} \int d\omega_1 \Lambda(\omega_1) \sqrt{\frac{\hbar \omega_s}{\pi \varepsilon_0 n^2(\omega_s)}} \sqrt{\frac{\hbar \omega_r}{\pi \varepsilon_0 n^2(\omega_r)}} \\ \Lambda(\omega_1 - \omega_r + \omega_s) \text{sinc}\left[\frac{\Delta k(\omega_1 - \omega_r + \omega_s)L}{2}\right] e^{i\Delta k(\omega_1 - \omega_r + \omega_s)\frac{L}{2}} \hat{a}_{k_s} \hat{a}_{k_r}^\dagger + C.H. \quad (33)$$

donde se sustituyeron  $l(k_s)$  y  $l(k_r)$  y se hizo explícita la conservación de la energía, con lo que se ha redefinido la relación de empatamiento de fases en la ecuación (18) como

$$\Delta k = \Delta k(\omega_{p1}, \omega_s, \omega_r) = k(\omega_{p1}) - k(\omega_{p1} - \omega_r + \omega_s) + k(\omega_s) - k(\omega_r) + \phi. \quad (34)$$

Definiendo ahora la función de mapeo como

$$G(\omega_s, \omega_r) = \int d\omega_1 \Lambda(\omega_1) \Lambda(\omega_1 - \omega_r + \omega_s) \text{sinc}\left(\Delta k \frac{L}{2}\right) e^{i\Delta k \frac{L}{2}}, \quad (35)$$

entonces la ecuación (33) queda escrita de la siguiente manera

$$\int_0^t dt \hat{H}(t) = \eta \sqrt{\delta k_s \delta k_r} \sum_{k_s} \sum_{k_r} G(\omega_s, \omega_r) \sqrt{\frac{\omega_s}{n_s^2}} \sqrt{\frac{\omega_r}{n_r^2}} \hat{a}_{k_s} \hat{a}_{k_r}^\dagger + C.H., \quad (36)$$

donde  $n_s^2 = n^2(\omega_s)$  y  $n_r^2 = n^2(\omega_r)$ , pero se han omitido las dependencias por simplicidad, y  $\eta = (3/4) \hbar \chi_{xxxx}^{(3)} \alpha_1 \alpha_2 A_1 A_2^* f_{eff} L$ .

La ecuación (36) está en términos de variables discretas, utilizando la relación de continuidad  $\delta k \sum_k \rightarrow \int dk$  es posible expresarla en variable continua; por otro lado, dado que  $k$  depende  $\omega$ , es conveniente

mostrar explícitamente esa dependencia y pasar de  $k$  a  $\omega$ , entonces la ecuación (36) queda dada como

$$\int_0^t dt \hat{H}_I(t) = \eta \int d\omega_s \int d\omega_r G(\omega_s, \omega_r) \hat{a}(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_r) h(\omega_s, \omega_r) + C.H. \quad (37)$$

donde  $h(\omega_s, \omega_r) = \sqrt{(\omega_s \omega_r) / (n_s^2 n_r^2)}$ . Sustituyendo esta expresión en la ecuación (31) se tiene

$$|\Psi_{dfg}\rangle = \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} \left( \eta \int d\omega_s \int d\omega_r G(\omega_s, \omega_r) h(\omega_s, \omega_r) \hat{a}(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_r) + C.H. \right) \right] |\Psi_0\rangle. \quad (38)$$

La ecuación (38) representa el estado que describe al proceso de DFG, el cual se puede ver como un operador dependiente de las frecuencias  $\omega_s$  y  $\omega_r$  actuando sobre un estado inicial  $|\Psi_0\rangle$ .

### 2.3. Luz no-clásica

Informalmente, podemos decir que la luz no-clásica (o luz cuántica) es aquella que no se puede emitir por una fuente de luz clásica y para determinar su no-clasicidad es necesario hacer mediciones probabilistas. Para su estudio, es posible clasificar a la luz de acuerdo a ciertas propiedades de la misma. Una clasificación se hace de acuerdo a qué estadística se usa para estudiar las variaciones que se obtienen en un flujo de fotones en una escala de tiempo corta. Estas variaciones pueden corresponder a las estadísticas sub-Poissoniana, Poissoniana o super-Poissoniana (Fox, 2006). Si en un experimento detectamos luz que siga una estadística Poissoniana o super-Poissoniana, entonces esta puede ser descrita mediante la teoría clásica de la luz, mientras que la estadística sub-Poissoniana es inconsistente con dicha teoría y puede ser únicamente descrita mediante la teoría cuántica. Por lo cual, se dice que si la luz sigue una estadística sub-Poissoniana, entonces estamos hablando de luz cuántica (Peřina et al., 2013).

La estadística Poissoniana corresponde al tipo de luz clásica más estable: un haz de luz perfectamente coherente, sin fluctuaciones de intensidad y con un flujo de fotones ( $\phi$ ) constante en el tiempo, la cual está dada por la ecuación (Fox, 2006)

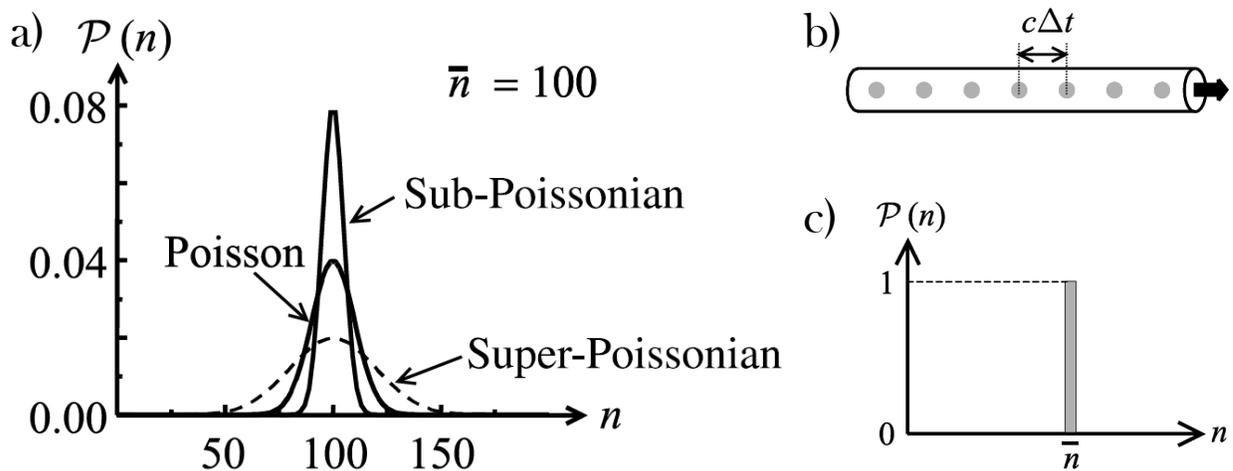
$$P(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (39)$$

donde  $\bar{n} = \phi L / c$  representa al número promedio de fotones dentro de un segmento de haz de luz de longitud  $L$ . La ecuación (39) nos dice cual es la probabilidad de encontrar  $n$  fotones dentro de un haz

de luz de longitud  $L$  (el cual contiene  $N$  subsegmentos de longitud  $L/N$ ) y aplica generalmente a procesos aleatorios que regresan solo valores enteros. Para la distribución de Poisson, el tamaño de las fluctuaciones decrece conforme  $\bar{n}$  se vuelve más grande. Una medida de estas fluctuaciones alrededor de su valor promedio está dado por la varianza ( $Var(n)$ ), que está definida como el cuadrado de la desviación estándar ( $\Delta n$ ) y viene dada por:  $Var(n) \equiv (\Delta n)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \bar{n})^2 P(n)$ . Es posible entonces clasificar a la luz de acuerdo a la desviación estándar del número de fotones como:

- estadística sub-Poissoniana:  $\Delta n < \sqrt{\bar{n}}$ ,
- estadística Poissoniana:  $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$ ,
- estadística super-Poissoniana:  $\Delta n > \sqrt{\bar{n}}$

En la Figura 5 a) se muestra una gráfica que compara estas tres distribuciones para un número promedio de fotones de  $\bar{n} = 100$ . Aquí se observa cómo la varianza es menor para la estadística sub-Poissoniana y es mayor para la super-Poissoniana. De acuerdo a lo que se había dicho, la estadística Poissoniana describe a la luz clásica más estable, que podría ser un haz láser, con lo que la estadística super-Poissoniana (que representa una mayor desviación estándar y por tanto mayores fluctuaciones) describe a la luz de baja coherencia, que pudiera ser luz térmica que emana de una fuente de cuerpo negro. Lo anterior lleva a la deducción de que la estadística sub-Poissoniana describe en realidad a la luz cuántica y no tiene equivalente clásico, puesto que es aún más estable que la luz clásica perfectamente coherente.



**Figura 5.** Estadística de fotones. a) Comparación de las distribuciones sub-Poissoniana, Poissoniana y super-Poissoniana; b) y c) muestran, respectivamente, un haz de luz con fotones espaciados equidistantemente y la estadística seguida para tal haz, que es un estado número (una forma de luz descrita por la estadística sub-Poissoniana). Imágenes tomadas de (Fox, 2006).

El tipo de luz que nos interesa en este trabajo de tesis es la luz cuántica, descrita por la estadística

sub-Poissoniana. Un ejemplo de luz cuántica son los estados de número, los cuales tienen una desviación estándar  $\Delta n = 0$  y se pueden concebir si consideramos un haz de luz cuyos intervalos de tiempo entre un fotón y el siguiente son  $\Delta t$ , como en la Figura 5 b), y cuyo histograma se ve representado por la Figura 5 c), la cual quiere decir que la probabilidad de que tengamos un solo fotón ( $n = 1$ ) es de 1.

La otra manera en la que se puede clasificar la luz es de acuerdo al valor de la función de correlación de segundo orden,  $g^{(2)}(\tau)$ , la cual describe la manera en que fluctúa la intensidad en el tiempo. En esta clasificación se puede hablar de luz antiagrupada (*antibunching* en inglés), luz coherente o luz agrupada (*bunching* en inglés). Para este caso, la luz antiagrupada es considerada como luz cuántica.

Para comprender estas fluctuaciones de intensidad, descritas por  $g^{(2)}(\tau)$ , es necesario primero estudiar el interferómetro de Hanbury Brown y Twist (HBT), del cual se llega naturalmente a dicha función y fue primero introducido para deducir los diámetros de las estrellas (Fox, 2006). En su versión de laboratorio, este interferómetro consiste en dos detectores que reciben la luz (cada haz llegando a cada detector con intensidades  $I_1(t)$  e  $I_2(t)$ ) que viene de una lámpara y la convierten en señales eléctricas que posteriormente filtran y amplifican (a una de ellas le generan un retraso  $\tau$ ). Estas fotocorrientes,  $\Delta i_1(t)$  y  $\Delta i_2(t + \tau)$ , son enviadas a un multiplicador-integrador que va a multiplicar ambas señales e integrarlas en un tiempo largo, con lo cual se obtiene algo como  $\langle \Delta i_1(t) \Delta i_2(t + \tau) \rangle$ . Con este dispositivo es posible investigar la coherencia espacial de la fuente al colocar uno de los detectores en una montura que permita desplazarlo lateralmente una distancia  $d$  determinada. De aquí, la salida obtenida es proporcional a  $\langle \Delta I_1(t) \Delta I_2(t + \tau) \rangle$ , donde  $\Delta I_1(t)$  y  $\Delta I_2(t + \tau)$  son las fluctuaciones de las intensidades incidentes al sistema, y dichas intensidades son proporcionales a las fotocorrientes obtenidas. Estas fluctuaciones se manifiestan debido a los diferentes átomos emitiendo a diferentes tiempos, es decir, debido a su desfase en la emisión. Entonces, las fluctuaciones de intensidad observadas en el interferómetro HBT se relacionan con la coherencia de la luz, por lo que, si la luz detectada es coherente, entonces las fluctuaciones de la luz estarán correlacionadas una con la otra.

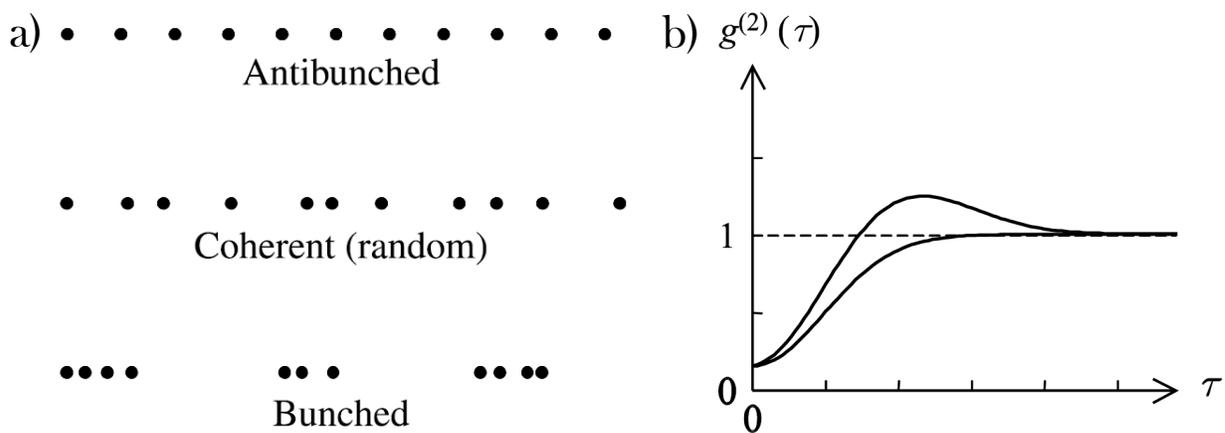
Es posible confeccionar el experimento tal que a ambos detectores llega luz con la misma intensidad,  $I_1(t) = I_2(t) = I(t)$ , y para cuantificar los resultados podemos definir a la función de correlación de segundo orden como

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \varepsilon^*(t) \varepsilon^*(t + \tau) \varepsilon(t + \tau) \varepsilon(t) \rangle}{\langle \varepsilon^*(t) \varepsilon(t) \rangle \langle \varepsilon^*(t + \tau) \varepsilon(t + \tau) \rangle} = \frac{\langle I(t) I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t + \tau) \rangle}, \quad (40)$$

donde  $\varepsilon(t)$  e  $I(t)$  son el campo eléctrico y la intensidad de un haz de luz en el tiempo  $t$  y los símbolos  $\langle \dots \rangle$  representan al promedio temporal de una función que se integra en un periodo largo de tiempo. Si

asumimos que estudiamos la coherencia espacial de solo una pequeña porción de luz que emite la fuente, entonces  $g^{(2)}(\tau)$  arroja resultados relacionados con la coherencia temporal de la fuente.

Podemos describir a esta clasificación de la luz al ver cómo se distribuyen los fotones en un haz de luz (ver Figura 6 a)) y calculando el valor de  $g^{(2)}(\tau)$  (ver Figura 6 b)). Cuando  $g^{(2)}(\tau) = 1$ , se dice que es luz coherente y los fotones estarán acomodados aleatoriamente dentro de esa corriente; cuando  $g^{(2)}(\tau) > 1$ , ellos estarán acomodados en grupos; la teoría clásica arroja que esta función no puede ser menor a 1, que siempre es mayor o igual a 1, pero entonces, cuando se mide para luz cuántica se encuentra que  $g^{(2)}(\tau) < 1$  y estos fotones van a estar acomodados de manera regular en el tiempo en esa corriente (de manera ideal, claro).



**Figura 6.** Luz coherente, agrupada y antiagrupada. a) Comparación de las corrientes de fotones para luz antiagrupada, coherente y agrupada; b) función de correlación de segundo orden,  $g^{(2)}(\tau)$ , para dos formas de luz antiagrupada. Imágenes tomadas de (Fox, 2006).

Los estados de luz cuántica son ampliamente utilizados y representan un papel estelar en la implementación de diferentes protocolos en el área de procesamiento de información cuántica, tales como computación, criptografía, teleportación (Bouwmeester y Zeilinger, 2000; Garrison y Chiao, 2008; O'brien et al., 2009; Song et al., 2017) y comunicaciones cuánticas (Fox, 2006; Van Meter, 2014; Wang et al., 2018). Diversos tipos de estados cuánticos constituyen el caballo de batalla en las aplicaciones antes mencionadas. Un primer ejemplo son los estados coherentes, los cuales son el equivalente mecánico-cuántico de una onda electromagnética monocromática clásica (Fox, 2006), son conocidos como los estados cuánticos más clásicos y presentan el mismo nivel de fluctuaciones que el vacío, es decir, es un estado con mínima incertidumbre. La aplicación más directa y fructífera de estos estados es el láser, el cual es conocido por emitir luz coherente. Este tipo de luz tiene una diferencia de fase constante entre sus frentes de onda, lo cual permite observar fenómenos tan relevantes como la interferencia cuando hacemos interaccionar a dos haces de luz láser (Loudon, 2000).

Otro ejemplo notable de luz cuántica son los estados comprimidos (o estados *squeezed*, en inglés), los cuales son estados con niveles de ruido más bajos que el límite cuántico estándar (Garrison y Chiao, 2008) y fueron primeramente demostrados experimentalmente por Slusher y colaboradores (Slusher et al., 1985). Estos estados tienen interesantes aplicaciones, por ejemplo, en interferómetros de ondas gravitacionales (Tse et al., 2019; Dwyer et al., 2022) o en imagenología (Lawrie et al., 2019), esto debido a las mejoras en la resolución que se pueden alcanzar con ellos.

El tipo de luz cuántica de mayor interés para este trabajo de tesis son los estados de fotón individual. Estos estados son de gran interés para diversas aplicaciones, tales como en procesamiento cuántico, donde son utilizados para codificar información, en la criptografía cuántica, comunicaciones cuánticas o cómputo cuántico y se explorarán con más detalle en la siguiente sección.

### 2.3.1. Estados de fotón individual

Los estados de fotón individual (SPS, del inglés *single-photon states*) son estados de Fock con valor esperado del número de fotones de  $\langle \hat{n} \rangle = 1$ . Es decir, son estados generados a partir de fuentes que emiten un fotón por vez. A estas fuentes de fotón individual es posible clasificarlas como deterministas o probabilistas: las deterministas corresponden a diferentes sistemas materiales que son emisores individuales (como centros de color en diamantes (Marseglia et al., 2018) o puntos cuánticos (Uppu et al., 2020)), mientras que las probabilistas se basan en la generación de estados bifotónicos por medio de procesos no lineales (como conversión descendente paramétrica espontánea y SFWM) (Signorini y Pavesi, 2020), con los cuales se genera un estado de fotón individual por medio del anuncio de un fotón del par (Migdall et al., 2013).

El origen de la primera fuente de fotón individual que se ha implementado experimentalmente data del año de 1986 (Grangier et al., 1986); para esta fuente se usó una cascada radiactiva, la cual emite parejas de fotones con frecuencias diferentes. Ellos utilizaban el tiempo de decaimiento del átomo para poder anunciar a uno de los fotones por medio de la detección del par. Es decir, implementaron una fuente de fotones individuales anunciados, con la cual se pudo observar una interferencia con 98% de visibilidad. Por muchos años estas fueron las únicas fuentes disponibles, las generadas a partir de un par de fotones. No fue sino hasta el año 2000 cuando la primera fuente de fotón individual determinista fue implementada (Lounis y Moerner, 2000).

Hoy en día la investigación para poder generar fuentes deterministas cada vez más eficientes es de mucha importancia (Reimer y Cher, 2019), sin embargo, las fuentes probabilistas siguen siendo aún el

caballito de batalla. Pero lo que es cierto es que para las unas y las otras existen una gran variedad de aplicaciones en las que son de gran utilidad. Los ejemplos más claros se encuentran en su uso para metrología cuántica (Von Helversen et al., 2019), en distribución de llaves cuánticas (Sangouard y Zbinden, 2012), en cómputo cuántico con la implementación de memorias cuánticas (Wang et al., 2019), o en la calibración de detectores de fotones individuales (Kück, 2021), entre otros.

### 2.3.1.1. Descripción formal de los estados de número

Para poder describir al estado cuántico de interés (los estados de Fock), es pertinente identificar al campo electromagnético como un ente compuesto de diminutos corpúsculos llamados fotones, con energías definidas por  $E = \hbar\omega$ , al modelarlos como pequeños osciladores armónicos. Para este tratamiento se tomará como referencia el libro de Gerry y colaboradores (Gerry et al., 2005).

Consideremos a un campo en el vacío, confinado en una cavidad de longitud  $L$  y con paredes perfectamente conductoras en las cuales el campo se anula. Si se considera un campo EM polarizado en  $x$  y con propagación en el eje  $z$ , entonces una solución a las ecuaciones de Maxwell viene dada por:

$$E_x(z, t) = \left( \frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0} \right)^{1/2} q(t) \text{sen}(kz), \quad (41)$$

$$B_y(z, t) = \left( \frac{\mu_0\varepsilon_0}{k} \right) \left( \frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0} \right)^{1/2} \dot{q}(t) \text{cos}(kz), \quad (42)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular del modo en cuestión,  $k$  es el número de onda dado como  $k = \omega/c$ ,  $V$  es el volumen efectivo de la cavidad,  $q(t)$  es un factor dependiente del tiempo que representa la posición canónica y  $\dot{q}(t) = p(t)$  el momento canónico.

La energía total del sistema, representada por el hamiltoniano  $H$ , está dada por

$$H = \frac{1}{2} \int dV \left[ \varepsilon_0 E_x^2(z, t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(z, t) \right], \quad (43)$$

$$= \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2), \quad (44)$$

donde es posible comparar la ecuación (43) con la ecuación (44), que corresponde al hamiltoniano para un oscilador armónico de masa unitaria, con los campos eléctrico y magnético proporcionales a la posición y momento canónicos.

Podemos reemplazar a la posición y momento canónicos por operadores, con  $p \rightarrow \hat{p}$  y  $q \rightarrow \hat{q}$ , los

cuales satisfacen la condición de conmutación canónica  $[\hat{q}, \hat{p}] = \hat{q}\hat{p} - \hat{p}\hat{q} = i\hbar$ . Con estos operadores, se introducen los operadores de creación,  $\hat{a}^\dagger$ , y aniquilación,  $\hat{a}$ , dados como

$$\hat{a} = (2\hbar\omega)^{-1/2}(\omega\hat{q} + i\hat{p}), \quad (45)$$

$$\hat{a}^\dagger = (2\hbar\omega)^{-1/2}(\omega\hat{q} - i\hat{p}), \quad (46)$$

los cuales satisfacen la relación de conmutación  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ . Entonces, podemos reescribir el hamiltoniano en la ecuación (44) como

$$\hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right). \quad (47)$$

Es posible reescribir los campos eléctrico y magnético, ecuaciones (41) y (42), en términos de los operadores de creación y aniquilación en una representación cuantizada de la siguiente manera

$$\hat{E}_x(z, t) = \mathcal{E}_0(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)\text{sen}(kz), \quad (48)$$

$$\hat{B}_y(z, t) = \mathcal{B}_0\frac{1}{i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)\text{cos}(kz), \quad (49)$$

donde las amplitudes son  $\mathcal{E}_0 = (\hbar\omega/\varepsilon_0V)^{1/2}$  y  $\mathcal{B}_0 = (\mu_0/k)(\varepsilon_0\hbar\omega^3/V)^{1/2}$ . Aquí no se ha tomado en cuenta la dependencia del tiempo de  $\hat{a}$  y  $\hat{a}^\dagger$ , pero es posible introducirla resolviendo la ecuación de Heisenberg

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{a}] = \frac{i}{\hbar}[\hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right), \hat{a}] = -i\omega\hat{a}, \quad (50)$$

cuya solución es  $\hat{a}(t) = \hat{a}(0)e^{-i\omega t}$ . De manera análoga se llega a que  $\hat{a}^\dagger(t) = \hat{a}^\dagger(0)e^{i\omega t}$ . El producto  $\hat{a}^\dagger\hat{a}$  en la ecuación (47) es conocido como el operador de número y se denota con  $\hat{n}$ . Si denotamos a  $|n\rangle$  como un eigenestado del campo monomodal y a  $E_n$  como su eigenvalor de energía tal que  $\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle$ , y si lo multiplicamos por el operador de creación  $\hat{a}^\dagger$ , entonces podemos generar una nueva ecuación de eigenvalores

$$\hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right)(\hat{a}^\dagger|n\rangle) = (E_n + \hbar\omega)(\hat{a}^\dagger|n\rangle), \quad (51)$$

donde se hace evidente que el operador  $\hat{a}^\dagger$  creó un cuanto de energía  $\hbar\omega$ . De manera análoga, si se multiplica por el operador  $\hat{a}$  es posible encontrar que el operador resta un cuanto de energía  $\hbar\omega$  al

estado. Sin embargo, el eigenvalor de energía más bajo para el oscilador armónico debe de ser positivo tal que se cumpla

$$\hat{H}(\hat{a}|0\rangle) = (E_0 - \hbar\omega)(\hat{a}|0\rangle) = 0, \quad (52)$$

donde  $\hat{a}|0\rangle = 0$ . Con esto, el problema de eigenvalores para el estado base es

$$\hat{H}|0\rangle = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |0\rangle = \frac{1}{2} \hbar\omega |0\rangle, \quad (53)$$

con esto, los eigenvalores de energía son

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (54)$$

y el operador de número  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle, \quad (55)$$

que cumple con la normalización  $\langle n|n\rangle = 1$ . Tenemos entonces que de aplicar los operadores de creación y de aniquilación resultan, respectivamente, las siguientes expresiones

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad (56)$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle. \quad (57)$$

De estas ecuaciones se sigue que los estados número resultan de aplicar el operador de creación  $\hat{a}^\dagger$  a partir del estado base  $|0\rangle$

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle. \quad (58)$$

Dado que  $\hat{H}$  y  $\hat{n}$  son hermíticos, los estados de diferente número son ortogonales  $\langle n'|n\rangle = \delta_{nn'}$  y los

estados de número forman un conjunto completo, es decir  $\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1$ .

### 2.3.1.2. Generación de fotones individuales

Como ya se mencionó, la generación de estados de fotón individual puede ser lograda por diferentes medios (Senellart et al., 2017). Uno de ellos son los emisores puntuales, tales como nubes de átomos fríos logradas mediante trampas electro-ópticas (Wang et al., 2019), o como puntos cuánticos, los cuales son moléculas formadas por unos pocos o hasta miles de átomos que imitan en conjunto a un sistema de dos niveles (Yao et al., 2010). Este tipo de fuentes, pese a que su emisión unifotónica es confiable y suelen ser las favoritas, por ejemplo, para ser usadas en los nodos de redes cuánticas o en memorias cuánticas para uso en cómputo cuántico (Arakawa y Holmes, 2020), requieren de ambientes bastante controlados con temperaturas típicas del orden de los miliKelvin para disminuir los efectos de decoherencia que presentan (Gong et al., 2020), lo cual las hace menos prácticas.

Hasta la fecha, el tipo de fuente de estados de fotón individual de mayor uso es el que se logra por medio de procesos no lineales, tales como mezclado de cuatro ondas o conversión paramétrica descendente, para lo que es necesario generar un estado de dos fotones factorizable (Grice et al., 2001; Garay-Palmett et al., 2007). Para lograr lo anterior es necesario acondicionar la fuente de tal manera que se eliminen las correlaciones en grados de libertad de variable continua. Eliminar las correlaciones espaciales puede lograrse al implementar el proceso en un medio guiado monomodal. Lograr suprimir las correlaciones espectrales suele ser un proceso más complicado, sin embargo, existen diversas técnicas que permiten lograrlo, desde un fuerte filtrado post-generación del proceso (Zeilinger et al., 1997), lo cual disminuye considerablemente la eficiencia de la fuente, o el diseñar la fuente utilizando técnicas de empatamiento de velocidades de grupo (GVM, del inglés *group velocity matching*) (Grice et al., 2001; Garay-Palmett et al., 2007) con la intención de obtener las correlaciones deseadas, hasta el uso de las recientemente propuestas compuertas de pulsos cuánticos (Brecht et al., 2011; Eckstein et al., 2011) que introducen la necesidad de un artefacto extra en la implementación experimental. Otra alternativa a estos métodos consiste en implementar una cavidad para hacer resonar a uno de los fotones generados (Garay-Palmett et al., 2012; Previde Massara et al., 2018). De cualquier manera, la generación de un SPS por medio de fuentes de pares de fotones implica la detección de un fotón del par que anuncie la presencia del otro fotón. A este tipo de estados se les conoce como estados de fotón individual anunciado (HSPS, del inglés *heralded single-photon state*) (Mosley et al., 2008).

En este trabajo de tesis nos enfocaremos en el estudio de HSPS generados por medio del proceso de SFWM. Cuando se tiene un estado factorizable (como el representado por la ecuación (15)), sin

correlaciones espectrales ni espaciales, es posible considerar que el estado de dos fotones puede ser totalmente representado por una pareja de modos temporales. Un estado de fotón individual, digamos en el modo- $s$ , generado a partir de una fuente de dos fotones ideal como ésta vendría dado como

$$|\Psi(\omega_s)\rangle = \sum_m \sqrt{\delta\omega_s} f(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_s) |\text{vac}\rangle. \quad (59)$$

Una manera más general y realista de representar el estado de fotón individual es mediante una matriz de densidad que considere que el estado de dos fotones puede contener contribuciones de más de una pareja de modos temporales. Considerando el uso de un detector en el modo  $i$  que anuncie la existencia de un fotón en el modo  $s$ , la matriz de densidad reducida que caracteriza a este estado viene dada por (Nielsen y Chuang, 2011; Domínguez-Serna et al., 2020)

$$\rho_s = \int d\omega_s \int d\omega'_s \int d\omega_i F(\omega_s, \omega_i) F^*(\omega'_s, \omega_i) \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) |\text{vac}\rangle \langle \text{vac}| \hat{a}_s(\omega'_s), \quad (60)$$

con  $F(\omega_s, \omega_i)$  la función JSA para el estado de dos fotones (ecuación (14)). Uno puede determinar si realmente el estado de fotón individual se encuentra en un solo modo temporal evaluando la pureza del estado, la cual puede ser descrita a partir de los eigenvalores de Schmidt como  $p = \sum_m D_m^2$ , donde un valor de  $p = 1$  indica que se tiene un estado puro, mientras que un valor menor es indicativo de un estado mixto (es decir, un estado con contribuciones de más de un sólo modo).

## 2.4. Superposición y entrelazamiento

### 2.4.1. Entrelazamiento cuántico

El entrelazamiento es la forma más fundamental de las correlaciones cuánticas. Dos partículas (fotones, átomos u otros sistemas) están entrelazadas cuando al separarlas una distancia tal que no se puedan comunicar entre sí, aún así la acción sobre una afecta a la otra, es decir, aún a la distancia éstas siguen correlacionadas. Durante muchos años, luego de su concepción un poco después del nacimiento de la teoría cuántica a principios del siglo XX, el entrelazamiento cuántico hizo a los más reputados científicos desconfiar de la completez de la mecánica cuántica, acusándola de violar las nociones de realismo, causalidad y localidad, según la paradoja EPR (Einstein et al., 1935), dado que se tenía el pensamiento de que las partículas se estaban comunicando a una velocidad mayor a la de la luz (lo cual contradice la teoría de la relatividad especial). Poco después, fue Schrödinger quien adoptó para ese fenómeno el

nombre de entrelazamiento, al publicar su famoso artículo (Schrödinger, 1935) en el que propone la muy conocida paradoja del gato de Schrödinger. No fue sino hasta 1964 que John Stewart Bell probó la solidez y existencia del entrelazamiento cuántico, con su hoy conocido teorema de Bell. Hoy en día, el entrelazamiento cuántico se sabe correcto y se ha verificado experimentalmente incontables veces.

Se dice que un sistema formado por múltiples subsistemas está en un estado entrelazado (o no separable) si su función de onda no puede ser factorizada en un producto de las funciones de onda de los subsistemas individuales (Doherty et al., 2002). El ejemplo más simple de estados entrelazados lo constituyen los estados de Bell (Bell, 1964). Un estado de Bell se define como un estado cuántico máximamente entrelazado de dos cúbits. Por ejemplo, el estado de un sistema formado por dos fotones ( $s$  e  $i$ ), cada uno con igual probabilidad de estar polarizado vertical ( $\uparrow$ ) u horizontalmente ( $\leftrightarrow$ ), lo cual puede representarse como

$$|\Psi\rangle = C_1|\leftrightarrow\rangle_s|\leftrightarrow\rangle_i + C_2|\uparrow\rangle_s|\uparrow\rangle_i. \quad (61)$$

Cuando  $C_1 = C_2$  el estado  $|\Psi\rangle$  exhibe entrelazamiento máximo. En este caso, si una medición de la polarización del fotón  $s$  es realizada y se obtiene que está polarizado verticalmente, el estado del fotón  $i$  quedará totalmente determinado (polarización vertical). Algunos de los métodos implementados para generar estados de Bell son: cascadas atómicas (Aspect et al., 1982), SPDC tipo II (Kwiat et al., 1995), y SPDC tipo I (Kwiat et al., 1999).

Algunas de las aplicaciones más relevantes del entrelazamiento cuántico son en criptografía (Pirandola et al., 2020), en cómputo cuántico y simulaciones cuánticas (Arute et al., 2019), en el desarrollo de relojes ultra-precisos (que mejoran la navegación por GPS y las telecomunicaciones) (Castro Ruiz et al., 2017; Woods et al., 2022), teleportación cuántica (Pirandola et al., 2015) o en el desarrollo de microscopios que aprovechan esta propiedad cuántica para obtener más información de las muestras (Muthukrishnan et al., 2004). Este tipo de correlaciones también son ampliamente utilizadas en el desarrollo de redes cuánticas que permitan la distribución de estados cuánticos entre nodos (Kimble, 2008).

#### 2.4.2. Superposición de estados

Uno de los principios más fundamentales y distintivos de la mecánica cuántica es el de superposición de estados. Al igual que es posible describir a la luz como ondas electromagnéticas de manera clásica,

también es posible describir sistemas cuánticos (electrones, átomos, fotones) mediante funciones de onda, las cuales tienen las mismas propiedades que en teoría clásica, por lo que es posible lograr interferencia cuántica a partir de superponer dos funciones de onda. Uno de los experimentos más impresionantes es el de la doble rendija, implementado por vez primera con luz por Thomas Young hace más de dos siglos (Young, 1832) y que hoy en día es ampliamente utilizado como prueba de la dualidad onda-partícula de la materia y la radiación. En este experimento se hacen pasar corpúsculos (por ejemplo fotones o electrones) por una doble rendija, los cuales después van a incidir sobre una pantalla y generar interferencia. El estado cuántico que describe al estado superpuesto está dado como

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_a\rangle + |\Psi_b\rangle), \quad (62)$$

donde  $|\Psi_a\rangle$  y  $|\Psi_b\rangle$  describen al estado cuántico cuando solo está abierta la rendija a o la b, respectivamente. El aspecto realmente contra intuitivo de este experimento es que, al implementarlo con luz cuántica u otro sistema cuántico, es posible observar interferencia aún si hacemos pasar por las rendijas un solo corpúsculo a la vez, con la condición de que no podemos saber por cual de las rendijas pasó, dado que observar dicha partícula ocasionaría una pérdida total o parcial de información (decoherencia). Un ejemplo notable de un estado en una superposición es el cúbit.

#### 2.4.2.1. Cúbits

En cómputo clásico, el elemento más pequeño con la capacidad de portar información es el bit, un elemento binario que puede tener valores de 1 o 0. En cambio, en teoría de información cuántica la información es almacenada en estructuras llamadas cúbits, los cuales representan el análogo cuántico del bit y pueden ser construidos con sistemas cuánticos (átomos, fotones, etc.) con dos estados bien distinguibles (polarización, espín, etc.). A diferencia del bit clásico, un cúbit representa la superposición de los estados 1 y 0 al mismo tiempo, lo que es una consecuencia directa del principio de superposición cuántica.

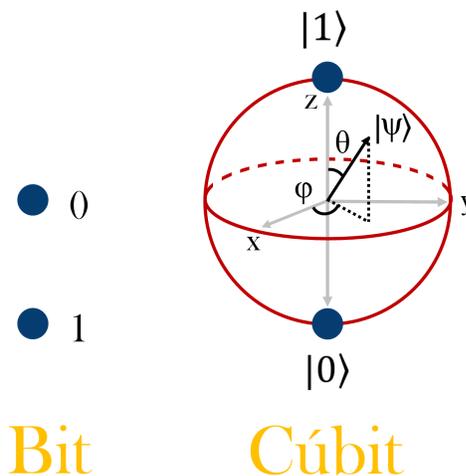
La teoría de información se divide en varias ramas de estudio, entre ellas la de computación. Estos entes llamados bits juegan el papel principal en una computadora clásica, la cual está compuesta por una memoria y un procesador. El procesador lleva a cabo operaciones en los bits de información almacenados en la memoria, de acuerdo a un programa, y arroja los resultados como un nuevo conjunto de bits. Estas operaciones se llevan a cabo por millones de compuertas lógicas binarias (por ejemplo las compuertas NOT, AND y OR) que operan sobre uno o dos bits al mismo tiempo. El programa determina cómo

están ligadas las compuertas en un circuito, para cumplir una tarea determinada (Ding y Chong, 2020). Una computadora cuántica funciona básicamente de la misma manera, solo que, si nosotros iniciamos con  $N$  cúbits, en realidad tenemos  $2^N$  estados sobre los que podemos operar. Es esta diferencia la que hace de la computación cuántica un foco de investigación actual, puesto que permite mayor capacidad de cómputo con menos elementos que cumplan con la tarea.

Un cúbit está descrito por el estado

$$|\Psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle, \quad (63)$$

donde las amplitudes  $\alpha$  y  $\beta$  cumplen con  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . En la figura 7 se observa un esquema que muestra la manera de representar a un bit clásico, que puede tener el valor 0 o el valor 1, y al cúbit que puede estar en una superposición de ambos estados y que suele representarse por medio de la esfera de Bloch (Fox, 2006), donde el ángulo  $\varphi$  puede ir de 0 a  $2\pi$  y  $\theta$  de 0 a  $\pi$ . La ecuación (63) en términos de  $\theta$  y  $\varphi$  viene dada como  $|\Psi\rangle = e^{i\varphi}\sin(\theta/2)|1\rangle + \cos(\theta/2)|0\rangle$ . Existen diferentes métodos por medio de los cuales se puede generar un cúbit, uno de ellos es el divisor de haz en su descripción mecánico-cuántica, el cual permite generar cúbits de camino óptico.

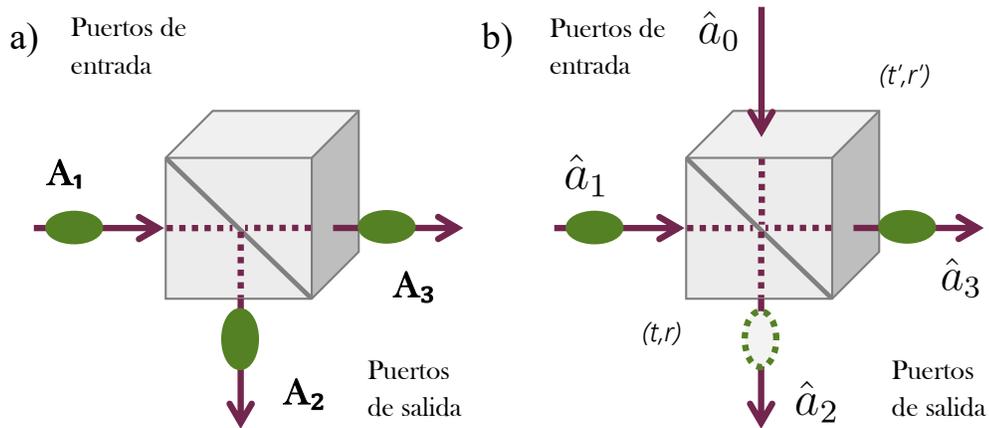


**Figura 7.** Representación del bit, donde las posibilidades son 0 o 1, mientras que el bit cuántico se representa en la esfera de Bloch como un estado  $|\Psi\rangle$  que puede estar en una superposición de los niveles:  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  a la vez.

#### 2.4.2.2. Divisor de haz cuántico

El divisor de haz (BS, del inglés *beam splitter*) ha sido uno de los elementos ópticos más comunes en los laboratorios desde hace muchos años. Este elemento nos permite dividir y combinar campos de luz como su primera función, pero también es una parte esencial en la mayoría de los interferómetros

que usamos hoy en día. En la descripción clásica del BS, un campo de luz entrando por el puerto  $A_1$  (Figura 8 a)) es dividido en dos campos,  $A_2$  y  $A_3$ , y la suma de sus intensidades es igual a aquella del campo inicial. Ningún campo está entrando por el otro puerto de entrada. La descripción cuántica de este elemento exige la consideración del vacío entrando por el segundo puerto de entrada ya que, como es bien sabido, el vacío (siendo un estado de energía no nula) puede propiciar procesos de gran interés en óptica cuántica.



**Figura 8.** Divisor de haz en sus representaciones a) clásica y b) cuántica.

Para describir al divisor de haz cuántico (QBS, del inglés *quantum beam splitter*), considérense dos modos entrando al QBS, identificados por los operadores de aniquilación  $\hat{a}_1$  y  $\hat{a}_0$ , y dos modos saliendo de él, cuyos operadores de aniquilación son  $\hat{a}_2$  y  $\hat{a}_3$ , como se puede observar en la Figura 8 b). Los operadores de los modos de salida pueden ser descritos en términos de los de entrada de la siguiente manera (Gerry et al., 2005)

$$\hat{a}_2 = t'\hat{a}_0 + r\hat{a}_1, \quad (64)$$

$$\hat{a}_3 = r'\hat{a}_0 + t\hat{a}_1, \quad (65)$$

siendo  $t, t'$  y  $r, r'$  los coeficientes de transmisión y reflexión, respectivamente, asociados a ambos puertos de entrada.

Las ecuaciones (64) y (65) cumplen con la conservación del número de fotones y los operadores satisfacen las relaciones de conmutación (Fox, 2006)

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}, \quad (66)$$

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j] = [\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] = 0, \quad (67)$$

para las relaciones de reciprocidad  $|t| = |t'|$ ,  $|r| = |r'|$ ,  $|r|^2 + |t|^2 = 1$ ,  $r^*t' + r't^* = 0$  y  $r^*t + r't'^* = 0$ . Debido a que la transformación entre los operadores de entrada y de salida debe de ser unitaria, podemos reescribir las expresiones en las ecuaciones (64) y (65) en una forma matricial

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{pmatrix} = \hat{U}^\dagger \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix} \hat{U},$$

donde el operador unitario  $\hat{U}$  representa la transformación que hace el QBS y está dado por

$$\hat{U} = \exp[\theta(\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_0 \hat{a}_1^\dagger)], \quad (68)$$

con  $\theta$  un factor de fase que depende de los coeficientes de transmisión y reflexión. El operador adjunto ( $\hat{U}^\dagger$ ) difiere en que el signo en la exponencial cambia a negativo. Uno puede expresar las relaciones (64) y (65) en términos de senos y cosenos como (Kok et al., 2007)

$$\hat{a}_2^\dagger = \cos\theta \hat{a}_0^\dagger + ie^{-i\phi} \text{sen}\theta \hat{a}_1^\dagger, \quad (69)$$

$$\hat{a}_3^\dagger = ie^{i\phi} \text{sen}\theta \hat{a}_0^\dagger + \cos\theta \hat{a}_1^\dagger, \quad (70)$$

Para un caso específico de un QBS 50 : 50,  $|r| = |r'| = |t| = |t'| = 1/\sqrt{2}$  y solo habrá una diferencia de fase entre la transmisión y la reflexión. Consideremos un fotón individual entrando por uno de los dos puertos de entrada del QBS y el vacío entrando por el otro, ¿qué obtendremos a la salida? Supongamos que tenemos el estado inicial  $|0\rangle_0|1\rangle_1 = \hat{a}_1^\dagger|0\rangle_0|0\rangle_1$ , donde uno puede encontrar de las ecuaciones (69) y (70) que es posible escribir  $\hat{a}_1^\dagger = (\hat{a}_3^\dagger - \hat{a}_2^\dagger)/\sqrt{2}$ . Una vez el estado inicial ha pasado por el QBS podemos obtener la siguiente expresión

$$|0\rangle_0|1\rangle_1 \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_2|0\rangle_3). \quad (71)$$

La ecuación (71) representa un cúbit de camino óptico (Bouwmeester y Zeilinger, 2000), un estado que consiste en dos posibilidades: el fotón dejando al QBS por el puerto 2 o por el puerto 3. Podemos ver con esto que el QBS es un elemento mediante el cual se pueden generar cúbits.

## 2.5. Compuertas cuánticas

Las compuertas lógicas son un ente que permite determinar la falsedad o verdad de una premisa matemáticamente. Son el elemento clave en las computadoras modernas, dado que cualquier cálculo clásico puede ser descompuesto en una serie de compuertas lógicas que actúen sobre unos pocos bits al mismo tiempo. Análogamente, una compuerta lógica cuántica tiene un papel primordial en el área de computación cuántica (Politi et al., 2008; Qiang et al., 2018), puesto que el circuito cuántico en el que se desarrollan los cálculos funciona con una serie de compuertas que operan sobre uno y dos cúbits para cumplir con operaciones condicionales. La tarea de una compuerta es transformar un estado inicial  $|\Psi_0\rangle$  en un estado final  $|\Psi_{out}\rangle$ , mediante la aplicación de un operador  $\hat{U}(t)$ . Sin olvidar que, si el estado inicial contiene  $N$  cúbits, esto significa que en realidad se tienen  $2^N$  datos de entrada.

Una compuerta de un solo cúbit puede ser descrita como una matriz  $M$  que sea unitaria, es decir, que cumpla que (Fox, 2006)

$$MM^\dagger = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11}^* & M_{21}^* \\ M_{12}^* & M_{22}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{I}, \quad (72)$$

donde  $M^\dagger$  es la matriz adjunta de  $M$  e  $I$  es la matriz identidad. Esta condición de ser matrices unitarias implica que las compuertas cuánticas son reversibles.

Unas de las compuertas más importantes que operan sobre un solo cúbit son las compuertas de Pauli y la compuerta Hadamard. El efecto de la última es que mapea un estado inicial a una superposición de estados; por ejemplo, si se tiene el estado de entrada  $|0\rangle$ , la compuerta Hadamard lo mapea al estado  $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  (Williams, 2011).

Por otra parte, un ejemplo de compuerta de dos cúbits es la compuerta NOT controlada (CNOT). Este tipo de compuerta cuentan con un cúbit que será el control y un segundo que será el objetivo. El objetivo cambiará de  $|0\rangle$  a  $|1\rangle$  o de  $|1\rangle$  a  $|0\rangle$  solo si el cúbit de control es  $|0\rangle$ , de otra manera no se efectuará ningún cambio. En la siguiente sección se explicarán un poco más a detalle los efectos que generan las compuertas de Pauli sobre un estado inicial, siendo estas compuertas de gran interés para este trabajo.

### 2.5.1. Compuertas de Pauli y compuertas de rotación

Algunas de las compuertas más elementales y ampliamente usadas en cómputo cuántico son las compuertas  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  de Pauli, las cuales están definidas de la siguiente manera (Kaye et al., 2006)

$$a) \quad \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b) \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad c) \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (73)$$

Las compuertas de Pauli son matrices que operan sobre un solo cúbit, con lo cual, la aplicación de cada una de ellas sobre un cúbit equivale a una rotación específica alrededor de uno de los ejes de la esfera de Bloch. La compuerta  $\sigma_x$  (comúnmente referida como compuerta NOT), por ejemplo, efectúa una rotación de  $\pi$  alrededor del eje  $x$ . De manera similar, las compuertas  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  efectúan rotaciones sobre los ejes  $y$  y  $z$ , respectivamente.

Cuando un operador  $\hat{A}$  aparece en una exponencial, es posible expresarlo en términos de senos y cosenos como (Kaye et al., 2006)  $e^{\hat{A}x} = \cos(x)I + i\text{sen}(x)\hat{A}$ . Entonces, es posible obtener un tipo especial de compuertas unitarias, que son las compuertas de rotación  $R_x(2\theta)$ ,  $R_y(2\theta)$  y  $R_z(2\theta)$ , si exponenciamos las compuertas de Pauli, con lo cual (y haciendo uso de la expresión recién citada) estas compuertas se pueden escribir como

$$\begin{aligned} a) \quad R_x(2\theta) &\equiv e^{-i\theta\sigma_x} = \cos(\theta)\hat{I} - i\text{sen}(\theta)\sigma_x, \\ b) \quad R_y(2\theta) &\equiv e^{-i\theta\sigma_y} = \cos(\theta)\hat{I} - i\text{sen}(\theta)\sigma_y, \\ c) \quad R_z(2\theta) &\equiv e^{-i\theta\sigma_z} = \cos(\theta)\hat{I} - i\text{sen}(\theta)\sigma_z, \end{aligned} \quad (74)$$

las cuales es posible escribir en la base computacional si sustituimos en la ecuación (74) las matrices de la ecuación (73). Las compuertas de Pauli permiten hacer rotaciones específicas sobre los ejes de la esfera de Bloch, mientras que con estas compuertas de rotación es posible hacer cualquier rotación requerida en la esfera de Bloch, razón por la cual son bastante útiles en información cuántica. Es posible generalizar las expresiones en la ecuación (74) de la siguiente manera (Nielsen y Chuang, 2011)

$$R_{\hat{n}}(2\theta) = e^{-i\theta\hat{n}\cdot\hat{\sigma}} = \cos(\theta)\hat{I} - i\text{sen}(\theta)\hat{n}\cdot\hat{\sigma}, \quad (75)$$

con  $\hat{n}$  un vector unitario y  $\hat{\sigma} = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \rangle$  un vector de matrices de Pauli.

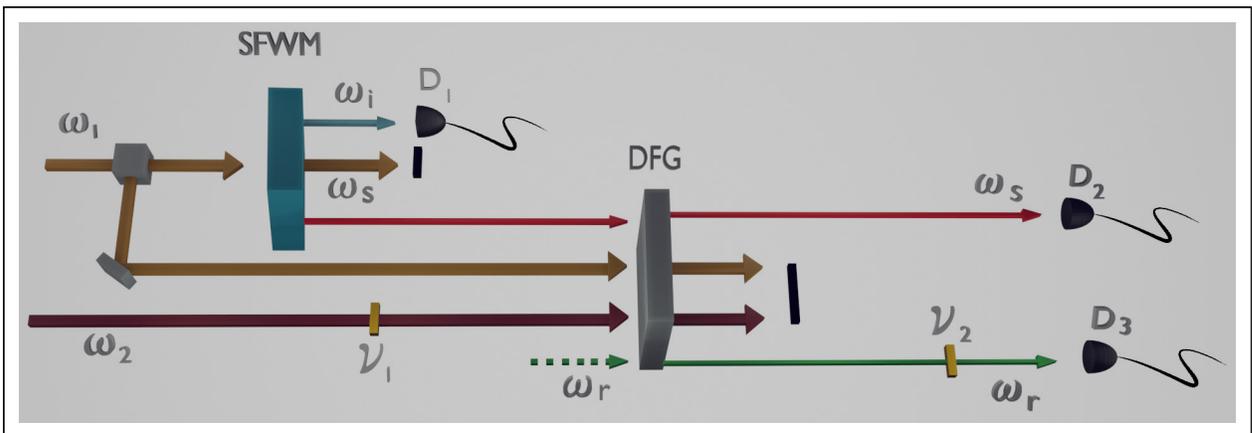
## Capítulo 3. Propuesta para la implementación de cúbits y compuertas cuánticas basadas en DFG

En este capítulo se describen los mecanismos involucrados en la implementación de una compuerta cuántica, la generación de un cúbit de color y las posibles transformaciones del mismo. En la primera sección se describe matemáticamente, y de forma detallada, a la compuerta cuántica por DFG que se ha diseñado a partir de la generación de un estado de fotón individual anunciado proveniente del proceso de SFWM.

En la segunda sección se presenta el desarrollo matemático que describe la manera en que la compuerta actúa para generar o transformar un cúbit.

### 3.1. Compuerta cuántica por generación de diferencia de frecuencias

El esquema que se propone para la generación del HSPS y la implementación de la compuerta se muestra en la Figura 9. En este esquema, el HSPS es generado por medio del proceso no lineal de tercer orden de SFWM. Luego, el fotón individual anunciado es enviado, junto con dos bombeos pulsados, a un medio no lineal donde el proceso de DFG se llevará a cabo. Esta interacción dará lugar a un cúbit, cuyas opciones serán estar en la frecuencia  $\omega_s$  o en  $\omega_r$ , es decir el fotón inicial se traslada o no en frecuencia. Este tipo de cúbit es conocido como *cúbit de color*.



**Figura 9.** Esquema del experimento para la generación y rotación de un cúbit de color.  $\nu_1$  y  $\nu_2$  - elementos de fase;  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  - detectores de fotones individuales.

El proceso de generación de diferencia de frecuencias es un proceso unitario, lo cual lo hace muy intere-

sante en el campo del procesamiento de información cuántica, dado que se conserva el carácter cuántico de un estado que evoluciona en el proceso. Debido a la forma del operador de evolución que lo describe, el proceso de DFG puede ser visto como un divisor de haz cuántico, pero también como una compuerta cuántica. Para entender mejor esto, se desarrollarán las ecuaciones a las cuales se llegaron en la sección 2.2.2 para el proceso de DFG.

Primero, para poder acceder a la estructura de modos temporales de la función de mapeo, se expresará  $G(\omega_s, \omega_r)$ , en la ecuación (35), en términos de la descomposición de Schmidt (ver ecuación (16)) de la siguiente manera

$$G(\omega_s, \omega_r) = \sum_n \sqrt{C_n} \phi_n(\omega_s) \psi_n(\omega_r), \quad (76)$$

donde  $\phi_n(\omega_s)$  y  $\psi_n(\omega_r)$  son soluciones ortonormales de la descomposición de Schmidt, el parámetro  $C_n$  indica los eigenvalores normalizados tales que  $\sum_n C_n = 1$ . De esta manera, retomando la ecuación (37) y sustituyendo en ella la ecuación (76) se obtiene

$$\begin{aligned} \int_0^t dt \hat{H}_I(t) &= \eta \int d\omega_s \int d\omega_r \left[ \sum_n \sqrt{C_n} \phi_n(\omega_s) \psi_n(\omega_r) \hat{a}(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_r) \right. \\ &\quad \left. + \sum_n \sqrt{C_n} \phi_n^*(\omega_s) \psi_n^*(\omega_r) \hat{a}^\dagger(\omega_s) \hat{a}(\omega_r) \right] \sqrt{\frac{\omega_s}{n_s^2}} \sqrt{\frac{\omega_r}{n_r^2}} \\ &= \eta \sum_n \sqrt{C_n} \left[ \hat{A}_n \hat{B}_n^\dagger + \hat{A}_n^\dagger \hat{B}_n \right], \end{aligned} \quad (77)$$

donde se han definido los operadores

$$\hat{A}_n = \int d\omega_s \sqrt{\frac{\omega_s}{n_s^2}} \phi_n(\omega_s) \hat{a}(\omega_s), \quad (78)$$

$$\hat{B}_n^\dagger = \int d\omega_r \sqrt{\frac{\omega_r}{n_r^2}} \psi_n(\omega_r) \hat{a}^\dagger(\omega_r). \quad (79)$$

Reemplazando la ecuación (77) en la ecuación (31), el estado cuántico de DFG queda como

$$|\Psi_{dfg}\rangle = \hat{U} |\Psi_0\rangle = \exp \left[ -i \sum_n \theta_n \left( \hat{A}_n \hat{B}_n^\dagger + \hat{A}_n^\dagger \hat{B}_n \right) \right] |\Psi_0\rangle, \quad (80)$$

con el parámetro  $\theta_n$  dado como  $\theta_n = (3/4)(C_n)^{1/2} \chi_{xxxx}^{(3)} \alpha_1 \alpha_2 A_1 A_2 f_{eff} L$ . Reescribiendo esta expresión con las amplitudes de los campos de bombeo pulsados  $A_1 = ((P_{av1})/(\varepsilon_0 c n(\omega_1) \pi R_1))^{1/2}$  y  $A_2 = ((P_{av2})/(\varepsilon_0 c n(\omega_2) \pi R_2))^{1/2}$ , donde  $R_1$  y  $R_2$  son las frecuencias de repetición de los láseres de bombeo,

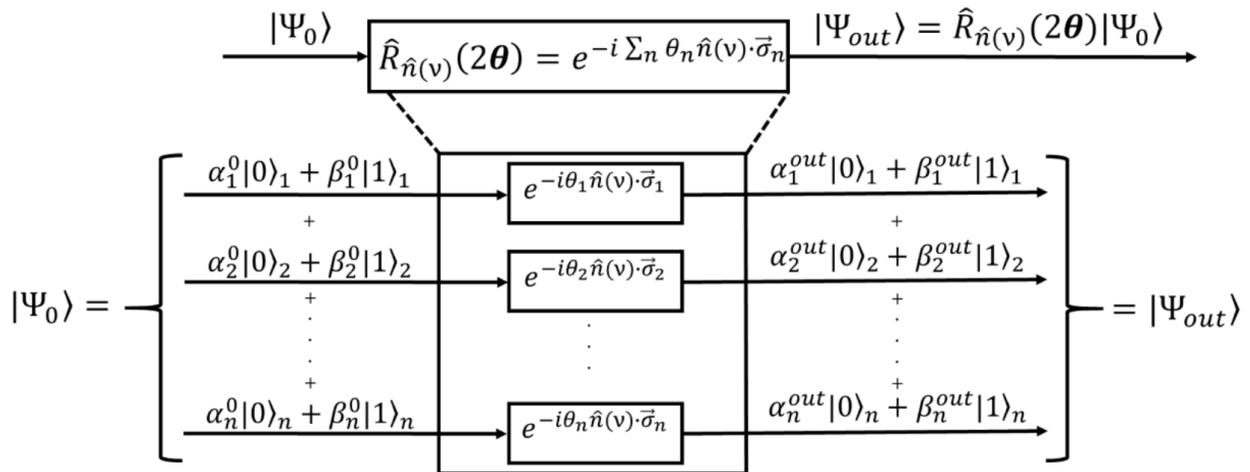
$P_{av1}$  y  $P_{av2}$  son las potencias promedio de los láseres de bombeo y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, se obtiene

$$\theta_n = \beta \sqrt{C_n} L \gamma \sqrt{\frac{P_{av1} P_{av2}}{\sigma_1 \sigma_2}}, \quad (81)$$

con  $\beta = (c/\pi)((2n_1 n_2)/(\pi \omega_1^0 \omega_2^0 R_1 R_2))^{1/2}$  principalmente determinada por parámetros experimentales, los cuales dependen del medio de generación, pero también de las características de los bombeos utilizados. Por otro lado,  $\hat{U}$  en la ecuación (80) es el operador unitario de evolución para DFG, el cual, como se puede ver en la ecuación (68), es análogo al operador del QBS, por lo que podemos interpretar al proceso de DFG como un QBS pero que genera cúbits de color, no cúbits de camino óptico. Ahora, el hamiltoniano para DFG, expresado en la base de matrices de Pauli, se puede escribir como  $H_{dfg} = \langle \cos \nu, \sin \nu, 0 \rangle \cdot \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \rangle = \hat{n}(\nu) \cdot \hat{\sigma}$ , cuyo operador de evolución sería  $\hat{U} = \exp\{-iH_{dfg}\} = \exp\{-i\hat{n}(\nu) \cdot \hat{\sigma}\}$ , lo cual es igual al operador de rotación previamente mostrado en la ecuación (75). Es decir, DFG puede ser visto también como una compuerta de rotación. Entonces, de manera generalizada es posible expresar al estado cuántico de DFG como (Aguayo-Alvarado et al., 2022)

$$|\Psi_{out}\rangle = \exp\left\{-i \sum_n \theta_n \hat{n}(\nu) \cdot \hat{\sigma}_n\right\} = \hat{R}_{\hat{n}(\nu)}(2\theta) |\Psi_0\rangle. \quad (82)$$

En la Figura 10 se observa esquemáticamente cómo actúa la compuerta de rotación por DFG sobre un estado inicial  $|\Psi_0\rangle$ ; se observa que el estado inicial es una superposición de los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  con amplitudes  $\alpha_n^0$  y  $\beta_n^0$ , respectivamente, el cual, al entrar a la compuerta es rotado a valores específicos de  $\theta_n$  y  $\nu$ , con lo cual se obtiene un estado de salida  $|\Psi_{out}\rangle$  cuyas amplitudes en la superposición estarán dadas por  $\alpha_n^{out}$  y  $\beta_n^{out}$ .



**Figura 10.** Esquema de compuerta cuántica de rotación por DFG. Se muestra la acción de la compuerta, por medio del operador de rotación  $\hat{R}_{\hat{n}(\nu)}(2\theta)$ , sobre un estado inicial  $|\Psi_0\rangle$ .

Consideremos al estado inicial  $|\Psi_0\rangle$  como un estado de fotón individual en el modo  $s$  de la forma

$$|\Psi_0\rangle = \sum_m \mathcal{O}_m \hat{A}_m^\dagger |\text{vac}\rangle, \quad (83)$$

donde  $\mathcal{O}_m = \int d\omega \phi_m^*(\omega) \varphi(\omega)$  representa el traslape espectral entre las amplitudes espectrales del estado de entrada y de la compuerta. Se puede hacer uso de la fórmula de Baker-Campbell-Hausdorff para obtener la evolución del estado en la ecuación (83) por el QBS en la ecuación (80), obteniendo así el estado de salida

$$|\Psi_{out}\rangle = \sum_m \mathcal{O}_m \left( \cos\theta_m \hat{A}_m^\dagger - ie^{i\nu} \sin\theta_m \hat{B}_m^\dagger \right) |\text{vac}\rangle. \quad (84)$$

Es posible reescribir la ecuación (84) en términos de la base computacional como

$$|\Psi_{out}\rangle = \sum_m \mathcal{O}_m \hat{U} \hat{A}_m^\dagger |\text{vac}\rangle = \mathcal{N} \left( |\Psi_{out}^{ideal}\rangle + \sum_{j \neq 1} x_j \hat{A}_j^\dagger |\text{vac}\rangle + \sum_{j \neq 1} y_j \hat{B}_j^\dagger |\text{vac}\rangle \right), \quad (85)$$

donde  $\mathcal{N}$  es una constante de normalización y  $|\Psi_{out}^{ideal}\rangle = \left( \cos\theta \hat{A}^\dagger - ie^{i\nu} \sin\theta \hat{B}^\dagger \right) |\text{vac}\rangle$  es el estado de cúbit de color ideal que se logra cuando se tiene un traslape perfecto entre el HSPS (en un solo modo temporal) de la ecuación (83) y solo uno de los modos temporales en la compuerta. Los otros dos términos corresponden a un escenario realista, cuando tenemos un conjunto de modos temporales tanto en el estado inicial como en la compuerta cuántica y estos pueden interactuar en las diferentes maneras posibles. Aquí  $x_j = \mathcal{O}_j \cos\theta_j$  y  $y_j = -ie^{i\nu} \sin\theta_j$ .

Al igual que se tiene una representación del HSPS en un estado mezcla (ver matriz de densidad  $\rho_s$  en ecuación (60)), es posible calcular la matriz de densidad para la compuerta cuántica a partir del operador de evolución de la misma (ver  $\hat{U}$  en la ecuación (80)) como  $\rho_{out} = \hat{U} \rho_s \hat{U}^\dagger$ , obteniendo así

$$\begin{aligned} \rho_{out} = & \hat{I} \cos^2 \theta |\omega_s\rangle \langle \omega_{s'}| + i \hat{I} \cos \theta \sin \theta |\omega_s\rangle \langle \omega_r| \\ & - i \hat{I} \sin \theta \cos \theta |\omega_r\rangle \langle \omega_{s'}| + \hat{I} \sin^2 \theta |\omega_r\rangle \langle \omega_r|, \end{aligned} \quad (86)$$

donde  $\hat{I}$  es el operador de integral doble. Esta expresión es bastante menos intuitiva que el estado mostrado en la ecuación (85), sin embargo, podemos decir que es más realista. Para saber qué tan confiable es la representación del estado de la compuerta en la ecuación (85) (el estado ideal, para el

cual se tomó en cuenta un HSPS en un solo modo temporal) en comparación con el estado mezcla obtenido en la ecuación (86) (que se obtuvo a partir de considerar que el HSPS puede estar en una combinación de modos temporales) es posible usar el concepto de fidelidad ( $\mathcal{F}$ ), la cual es una medida de similitud entre dos estados y está definida siguiente manera

$$\mathcal{F} = \langle \Psi_{out}^{ideal} | \rho_{out} | \Psi_{out}^{ideal} \rangle. \quad (87)$$

Esta cantidad nos permite estimar qué tan cerca está el cúbit preparado en comparación con el cúbit ideal que se quiere implementar. Un valor de  $\mathcal{F} = 1$  indica que ambos estados son iguales, mientras que  $\mathcal{F} < 1$  indica que los estados son distinguibles.

### 3.2. Transformaciones al cúbit

Para el trabajo presente es necesario que se puedan preparar cúbits que impliquen la traslación total del fotón con frecuencia  $\omega_s$  al fotón con frecuencia  $\omega_r$ . Esto es posible controlarlo con el parámetro  $\theta_m$  de la ecuación (81). Sin embargo, también es posible transformar dicho cúbit generado si se aplica (posterior a la generación) una diferencia de fase en uno de los dos componentes del mismo. Para comprender cómo afectan estos elementos de fase, primero al estado de la compuerta y luego al cúbit, analizaremos matemáticamente este proceso. Consideremos que el estado inicial está representado por la siguiente ecuación

$$|\Psi(\theta_m, \nu)\rangle = \left( \cos\theta_m \hat{A}^\dagger - ie^{i\nu} \sin\theta_m \hat{B}^\dagger \right) |\text{vac}\rangle, \quad (88)$$

que en la base computacional lo podemos escribir como

$$|\Psi(\theta_m, \nu)\rangle = \begin{bmatrix} \cos\theta_m \\ -ie^{i\nu} \sin\theta_m \end{bmatrix}. \quad (89)$$

El efecto que tiene la compuerta cuántica por DFG sobre este estado inicial puede ser determinado mediante la expresión en la ecuación (82). Entonces, expresando  $\hat{R}_{\hat{n}(\nu)}(2\theta)$  en forma matricial y haciendo

el producto de matrices se obtiene

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{out}\rangle &= \begin{bmatrix} \cos\theta_m & -isen\theta_m\cos\nu' - sen\theta_m sen\nu' \\ -isen\theta_m\cos\nu' + sen\theta_m sen\nu' & \cos\theta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_m \\ -ie^{i\nu} sen\theta_m \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\theta_m\cos\theta_m - e^{i\nu} sen\theta_m (sen\theta_m\cos\nu' - isen\theta_m sen\nu') \\ \cos\theta_m(-isen\theta_m\cos\nu' + sen\theta_m sen\nu') - ie^{i\nu} \cos\theta_m sen\theta_m \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{90}$$

Esta matriz representa el efecto que va a tener la compuerta sobre algún estado inicial. También es posible conocer el efecto que tienen las compuertas de Pauli sobre el estado inicial, lo cual viene representado como

$$|\Psi_x\rangle = \sigma_x |\Psi\rangle = \begin{bmatrix} -ie^{i\nu} sen\theta_m \\ \cos\theta_m \end{bmatrix}, \tag{91}$$

$$|\Psi_y\rangle = \sigma_y |\Psi\rangle = \begin{bmatrix} -e^{i\nu} sen\theta_m \\ icos\theta_m \end{bmatrix}, \tag{92}$$

$$|\Psi_z\rangle = \sigma_z |\Psi\rangle = \begin{bmatrix} \cos\theta_m \\ ie^{i\nu} sen\theta_m \end{bmatrix}, \tag{93}$$

donde las dependencias han sido omitidas para  $|\Psi\rangle = |\Psi(\theta_m, \nu)\rangle$ . Con las ecuaciones de (90) - (93) es posible saber la probabilidad de generar una rotación en específico en la esfera de Bloch, por ejemplo, es posible saber bajo qué parámetros es posible generar alguna de las compuertas de Pauli calculando

$$F_\mu = |\langle \Psi_\mu | \Psi_{out} \rangle|^2, \tag{94}$$

donde  $\mu = x, y, z$  y  $|\Psi_{out}\rangle$  es el estado en la ecuación (90).

## Capítulo 4. Diseño de una compuerta cuántica basada en DFG

---

En el capítulo anterior se presentó el desarrollo matemático para la implementación de una compuerta cuántica por DFG, la cual se puede realizar en un experimento en espacio libre, como se observó en el esquema de la Figura 9. En este capítulo se muestra que ese mismo experimento puede ser implementado en un dispositivo fotónico-cuántico integrado.

En la primera sección se habla de los materiales propuestos para este diseño y de los mecanismos de los que se hace uso para desarrollarlo. También, dado que este trabajo tiene como objetivo proponer un diseño factible de fabricar, es importante hacer una conexión real entre las simulaciones que se hacen y los datos experimentales que se han obtenido para los materiales. Por lo anterior, se describen los modelos que se usaron para ajustar las mediciones del índice de refracción a los datos obtenidos por elipsometría, tanto para el  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , como para el  $\text{SiO}_2$  y el silicio, mismos que son utilizados para realizar las simulaciones que se llevaron a cabo en este trabajo.

En la segunda sección se describe toda la metodología desarrollada con el objetivo de fijar parámetros importantes para la implementación del dispositivo propuesto, tales como las longitudes de onda de los láseres de bombeo para los procesos o las longitudes de las guías de onda. También se presenta un estudio que nos ha permitido establecer si es posible, en la práctica, obtener un dispositivo fotónico que se aproxime al diseño propuesto aún considerando errores en la fabricación que afecten a uno o más de los parámetros del mismo.

En la tercera sección se presentan las funciones espectrales que caracterizan al proceso de SFWM y a la compuerta por DFG, las cuales se fueron obteniendo a la par que se fueron definiendo los parámetros importantes para el diseño. También se hablará acerca de la capacidad de este dispositivo para la generación de diferentes cúbits sintonizando simplemente la potencia de uno (o ambos) de los láseres de bombeo.

Finalmente, se presentan los resultados obtenidos para poder, por medio de parámetros externos al dispositivo integrado que permiten modificar elementos de fase en el mismo, transformar los cúbits de color y poder hacer rotaciones de éstos en toda la esfera de Bloch, lo cual implica el poder generar cualquier compuerta de Pauli.

## 4.1. Dispositivo propuesto

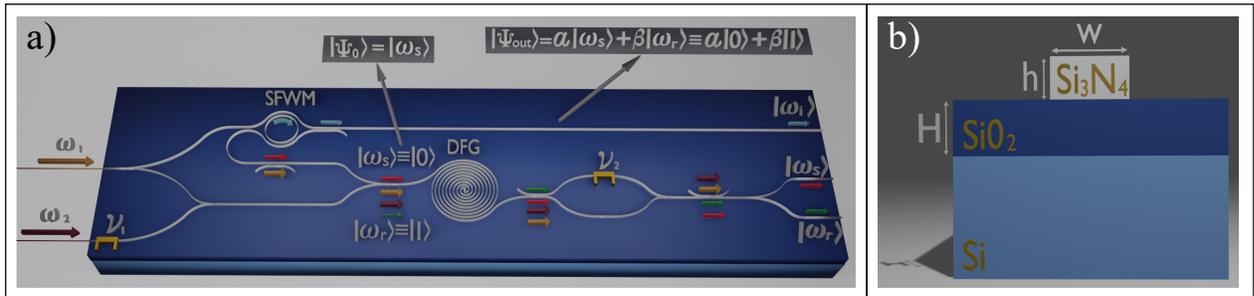
El desarrollo del cómputo cuántico requiere de la integración, en un mismo dispositivo, de los componentes necesarios, por lo cual es indispensable implementar tecnologías que permitan codificar información en dispositivos integrados. En años recientes, el uso de nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) como núcleo de guías de onda en la fabricación de dispositivos fotónicos integrados se ha vuelto una alternativa bastante interesante. Durante muchos años, el silicio (Si) y el dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ) han sido los caballos de batalla en la industria de la fotónica integrada, debido a sus bajas pérdidas en la banda de telecomunicaciones, a su compatibilidad con la infraestructura ya desarrollada para la industria de la microelectrónica y, para el caso del silicio, a su alta respuesta no lineal. Otros materiales también se han usado e incluso diseñado con este propósito, tales como nitruro de galio (Pezzagna et al., 2007), vidrios calcogenuros (Eggleton et al., 2011) o los vidrios hydex (Duchesne et al., 2015).

Para este trabajo, algunas de las propiedades que presenta el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  son de particular interés, tales como su transparencia en el rango visible del espectro electromagnético y su alto índice de refracción, tanto lineal como no lineal. De la misma manera, un confinamiento importante de luz se puede alcanzar con la elección apropiada del material a su alrededor. Con este propósito, las guías de onda tipo cresta permiten al núcleo de la guía estar en contacto, en la mayoría de su superficie, con el aire, cuyo índice de refracción es la mitad con respecto al del  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , propiciando un alto contraste dieléctrico y a su vez un gran confinamiento de la luz.

El esquema general que se propone para este experimento se puede observar en la Figura 11 a); aquí, para la generación del estado de fotón individual anunciado se hace uso del proceso de SFWM en cavidad, cuyo fotón en el modo acompañante es puesto a resonar en la cavidad de tal forma que sea posible obtener un estado de dos fotones factorizable. El estado inicial al medio de la compuerta  $|\Psi_0\rangle$  viene representado por el HSPS, el cual será enviado junto con dos haces de bombeo para dar lugar a una segunda interacción no lineal, el DFG, dando lugar a la generación del cúbit de color representado por el estado  $|\Psi_{out}\rangle = \alpha|\omega_s\rangle + \beta|\omega_r\rangle \equiv \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , donde se ha definido que los modos  $s$  y  $r$  están en los estados  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ , respectivamente. En esta figura se observan dos elementos que modifican la fase, el primero (etiquetado como  $\nu_1$ ) genera una diferencia de fase entre los dos haces de bombeo, mientras que el segundo (etiquetado como  $\nu_2$ ) genera una diferencia de fase entre las dos señales ( $\omega_s$  y  $\omega_r$ ), luego de la compuerta. Son estos dos elementos activos (moduladores de fase) los que permitirán generar diferentes cúbits y también rotarlos en toda la esfera de Bloch.

En la Figura 11 b) se muestra un perfil transversal de las guías de onda tipo cresta en el dispositivo: el

núcleo de nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) de ancho  $w$  y altura  $h$ , sobre una película de dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ) de altura  $H$  sobre un sustrato de silicio (Si).



**Figura 11.** a) Esquema del dispositivo fotónico integrado propuesto para la preparación y rotación de cúbits; b) plataforma usada en el dispositivo.

#### 4.1.1. Formas funcionales del índice de refracción de los materiales

Como ya se mencionó, en este trabajo se usa la dispersión medida de los materiales sintetizados por el grupo de trabajo (Aguayo-Alvarado et al., 2020). Los datos medidos se ajustan a un modelo y se obtiene una forma funcional del índice de refracción en función de la longitud de onda, la cual es utilizada para realizar las simulaciones que permitieron obtener un diseño de dispositivo integrado. Esta manera de proceder permite obtener resultados más confiables y que tengan realmente una conexión con lo obtenido en el laboratorio.

La forma funcional que se usó para ajustar el índice de refracción del  $\text{Si}_3\text{N}_4$  se basó en el trabajo de Jellison y colaboradores (Jellison Jr y Modine, 1996), los cuales usaron un modelo por Tauc Lorentz de la siguiente forma:

$$n^2 = \varepsilon_{n1} + i\varepsilon_{n2} = \frac{2}{\pi} P \int_{E_{g_n}}^{\infty} \frac{\varepsilon \varepsilon_{n2}(\varepsilon)}{\varepsilon^2 - E^2} d\varepsilon + i\varepsilon_{n2}, \quad (95)$$

donde

$$\varepsilon_{n2} = \left\{ \frac{Amp_n E o_n B r_n (E - E_{g_n})^2}{[(E^2 - E o_n^2)^2 + B r_n^2 E^2] E} \right\}, \quad E > E_{g_n} \quad (96)$$

$$\varepsilon_{n2} = 0, \quad E \leq E_{g_n}. \quad (97)$$

Resolviendo la ecuación (95) es posible encontrar que  $Amp = 126.263$ ,  $E o = 10.539$ ,  $B r = 2.156$ ,  $E g = 4.098$  y  $E = 0.00$  para obtener la curva del índice de refracción del  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sintetizado en el marco del presente trabajo.

Por otro lado, la forma funcional usada para el  $\text{SiO}_2$  se basó en la referencia (Herzinger et al., 1998).

Ellos usaron una ecuación tipo Sellmeier dada por:

$$n^2 = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - C^2} - D\lambda^2, \quad (98)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda y los coeficientes ajustados para el  $\text{SiO}_2$  crecido por el grupo de trabajo son:  $A = 1.3$ ,  $B = 0.81996$ ,  $C = 0.10396$  y  $D = 0.01082$ .

Para el caso del silicio, la ecuación de Sellmeier que se usó está dada por:

$$n^2 = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D\lambda^2}{\lambda^2 - E^2} + \frac{F\lambda^2}{\lambda^2 - G^2}, \quad (99)$$

donde:  $A = 11.6$ ,  $B = -8.0843$ ,  $C = 3.9407 \times 10^{-5}$ ,  $D = 8.2252$ ,  $E = 0.3360$ ,  $F = 8.0016$  y  $G = 279.9999$ .

Estas formas funcionales fueron usadas en las mediciones por elipsometría, pero también para calcular la dispersión de las guías de onda en las simulaciones que se presentan en las siguientes secciones.

## 4.2. Diseño de las guías de onda

La implementación de compuertas cuánticas eficientes basadas en el proceso de DFG requiere la preparación de cúbits de modos temporales con fidelidades cercanas a la unidad. Por lo cual, la metodología que aquí se presenta consiste en determinar el conjunto de parámetros físicos que optimicen los valores de fidelidad (ver ecuación (87) en el capítulo anterior). Una manera de diseñar un cúbit de modos temporales es preparando como estado inicial de la compuerta un fotón individual anunciado que esté en un solo modo temporal y asegurando un traslape perfecto con uno de los modos temporales de la función de mapeo del proceso de DFG. En nuestro diseño, proponemos que este traslape perfecto se dé entre los modos temporales fundamentales de la JSA y la función de mapeo (FM) para las bases en la frecuencia  $\omega_s$ .

Esta estrategia requiere que se satisfagan las siguientes condiciones:

- La JSA debe ser factorizable, pues de esa manera es posible obtener un estado de fotón individual anunciado en un solo modo temporal.
- La FM puede no consistir de un solo modo temporal, sin embargo, es necesario que el modo temporal del HSPS traslape solamente con el modo temporal fundamental de la FM.

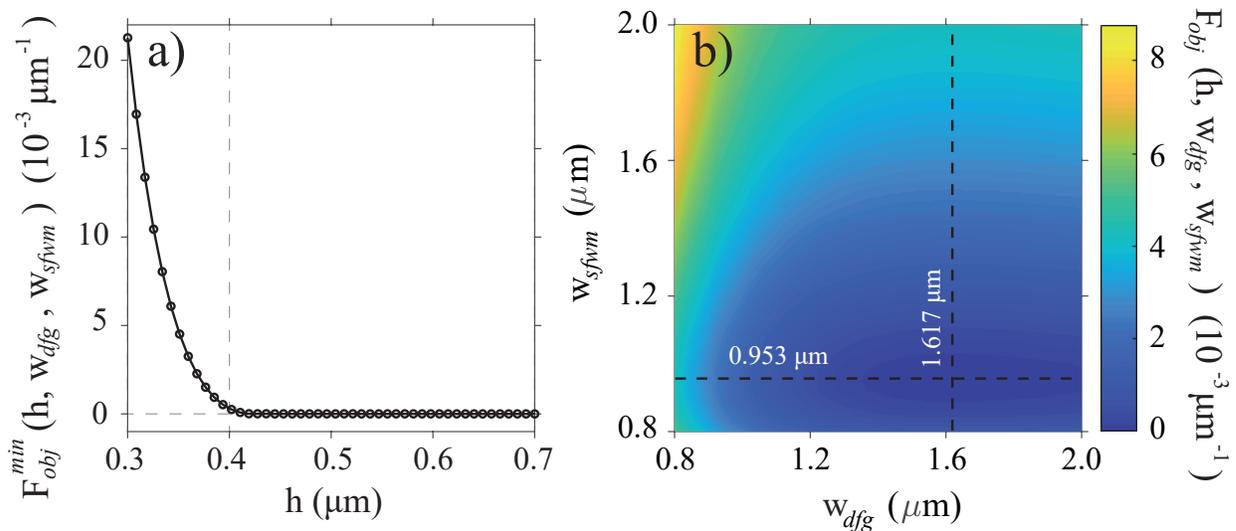
Debido a que el traslape espectral debe de ser perfecto para asegurar una fidelidad de 1, se debe garantizar que para ambos procesos, SFWM y DFG, la condición de empatamiento de fases se cumpla para la misma longitud de onda, lo cual depende de las propiedades dispersivas de los medios no lineales. Las características de dispersión de las geometrías de guías de onda que se exploraron fueron calculadas usando el solucionador de eigenmodos de código abierto WGMODES (Fallahkhair et al., 2008). Los parámetros libres que se consideraron en la búsqueda del diseño son los anchos ( $w_{sfwm}$ ,  $w_{dfg}$ ) y alto ( $h$ ) del núcleo de las guías de onda, mientras que la altura de la película de SiO<sub>2</sub> se mantuvo fija en  $1\ \mu\text{m}$ , altura suficiente para evitar la fuga de la luz al sustrato de silicio. Para cumplir con estas condiciones se definieron una serie de pasos que enseguida se enunciarán y explicarán:

1. *Definir las longitudes de onda para los bombeos y señales para SFWM y DFG.* Se tomaron en cuenta las líneas láser disponibles en el laboratorio al elegir las longitudes de onda de bombeo, pero también se tuvo cuidado de que las señales generadas pudieran ser detectadas con los fotodetectores de silicio o los fotodetectores InGaAsP que se tienen. Se hizo una exploración de los parámetros geométricos manteniendo fija la longitud de onda del bombeo 2 en  $\lambda_2 = 1.554\ \mu\text{m}$ . En la búsqueda, se impusieron condiciones para que  $\lambda_1$  coincidiera con el rango de sintonización de un láser de titanio:zafiro, y que los fotones generados por SFWM se sintonizaran uno en el rango visible (modo anunciador) y el otro en el infrarrojo (modo anunciado o HSPS). Como resultado de la búsqueda se identificó que  $\lambda_1 = 0.822\ \mu\text{m}$  y  $\lambda_s = 1.253\ \mu\text{m}$  es una combinación favorable para la operación del dispositivo. Estas longitudes de onda, por el principio de conservación de la energía, condujeron a  $\lambda_i = 0.612\ \mu\text{m}$  y  $\lambda_r = 0.729\ \mu\text{m}$ .
2. *Identificar la geometría de las guías de onda para la generación de SFWM y DFG.* Para cumplir con este punto, se definió una función objetivo que garantizara el cumplimiento simultáneo del empatamiento de fases para ambos procesos. Esta función objetivo viene dada como

$$F_{obj}(h, w_{sfwm}, w_{dfg}) = \Delta k_{sfwm}^2(h, w_{sfwm}) + \Delta k_{dfg}^2(h, w_{dfg}), \quad (100)$$

donde  $\Delta k_{sfwm}(h, w_{sfwm})$  y  $\Delta k_{dfg}(h, w_{dfg})$  representan las condiciones de empatamiento de fases para SFWM y DFG, respectivamente, las cuales son cero cuando se cumple el empatamiento de fases perfecto. Con esto, nuestro problema se reduce a encontrar los valores para  $h$ ,  $w_{sfwm}$  y  $w_{dfg}$  que minimicen lo más posible el valor de la función objetivo. Por cuestiones de facilidad en el proceso de fabricación, se hizo la búsqueda manteniendo la misma altura  $h$  para ambas guías de onda, pero dando la oportunidad de que los anchos de las mismas fueran diferentes.

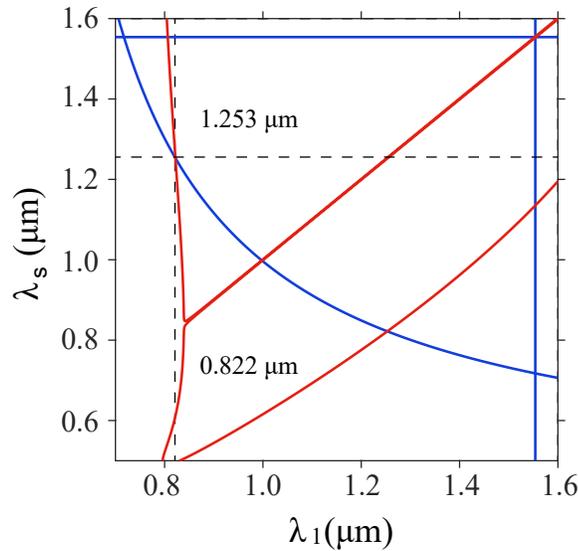
Para la propuesta, se consideró que los campos en las guías de onda se propaguen en el modo fundamental transversal eléctrico. Los rangos de exploración que se definieron para cada parámetro se basaron en las capacidades reales que se tienen en el laboratorio para la fabricación de las guías. Para la altura se definió el rango de  $h = 0.3 \mu\text{m}$  a  $h = 0.7 \mu\text{m}$ , mientras que para los anchos el rango establecido fue de  $0.8 \mu\text{m}$  a  $2.0 \mu\text{m}$ . En la Figura 12 a) se muestra el valor de la función objetivo en términos de la altura  $h$  del núcleo, para un par de valores específicos de los anchos de las guías. Se puede ver como a partir de cierto valor de la altura ( $h \approx 0.4 \mu\text{m}$ ), la función objetivo alcanza una especie de meseta muy cercana al valor deseado  $F_{obj}(h, w_{sfwm}, w_{dfg}) = 0$ , lo cual sugiere que para cada uno de los valores de  $h$  en dicha meseta existe un par de valores para  $w_{sfwm}$  y  $w_{dfg}$  para los cuales se cumple simultáneamente el empatamiento de fases para los dos procesos. Se elige la altura de  $h = 0.7 \mu\text{m}$  al considerarla apropiada para minimizar las pérdidas por acoplamiento de la luz, mediante el uso de puntas de fibra óptica. En la Figura 12 b) se muestra la función objetivo para  $h = 0.7 \mu\text{m}$ , mientras que se permiten variar los valores para  $w_{sfwm}$  y  $w_{dfg}$ ; con líneas negras entrecortadas se señala el mínimo valor de la función objetivo, el cual corresponde a los anchos  $w_{dfg} = 1.617 \mu\text{m}$  y  $w_{sfwm} = 0.953 \mu\text{m}$ . Cabe señalar que el valor mínimo se desplaza a menor  $w_{dfg}$  conforme la altura decrece, esto al mantener  $w_{sfwm}$  constante.



**Figura 12.** Gráficas de la función objetivo. a) Función objetivo en términos de la altura de las guías de onda. b) Mapa de colores para la función objetivo; el eje vertical indica la variación del ancho de la guía de onda en la que se llevará a cabo el proceso de SFWM, mientras que el eje horizontal representa la variación del ancho de la guía para DFG. Las dos líneas entrecortadas señalan el mínimo de la función objetivo, el cual corresponde a los anchos  $w_{dfg} = 1.617 \mu\text{m}$  y  $w_{sfwm} = 0.953 \mu\text{m}$ .

En la Figura 13 se muestran los diagramas de empatamiento de fases, para SFWM (curva roja) y DFG (curva azul), obtenidos con los parámetros  $h = 0.7 \mu\text{m}$ ,  $w_{sfwm} = 0.953 \mu\text{m}$  y  $w_{dfg} = 1.617 \mu\text{m}$ . Para obtener el diagrama para DFG se fijó  $\lambda_2 = 1.554 \mu\text{m}$ . En esta figura se confirma

que se cumple el empatamiento de fases simultáneamente para los dos procesos a la misma longitud de onda de bombeo  $\lambda_1 = 0.822 \mu\text{m}$  y misma  $\lambda_s = 1.253 \mu\text{m}$ , la cual sería la longitud de onda central del HSPS y el modo  $s$  de la FM.

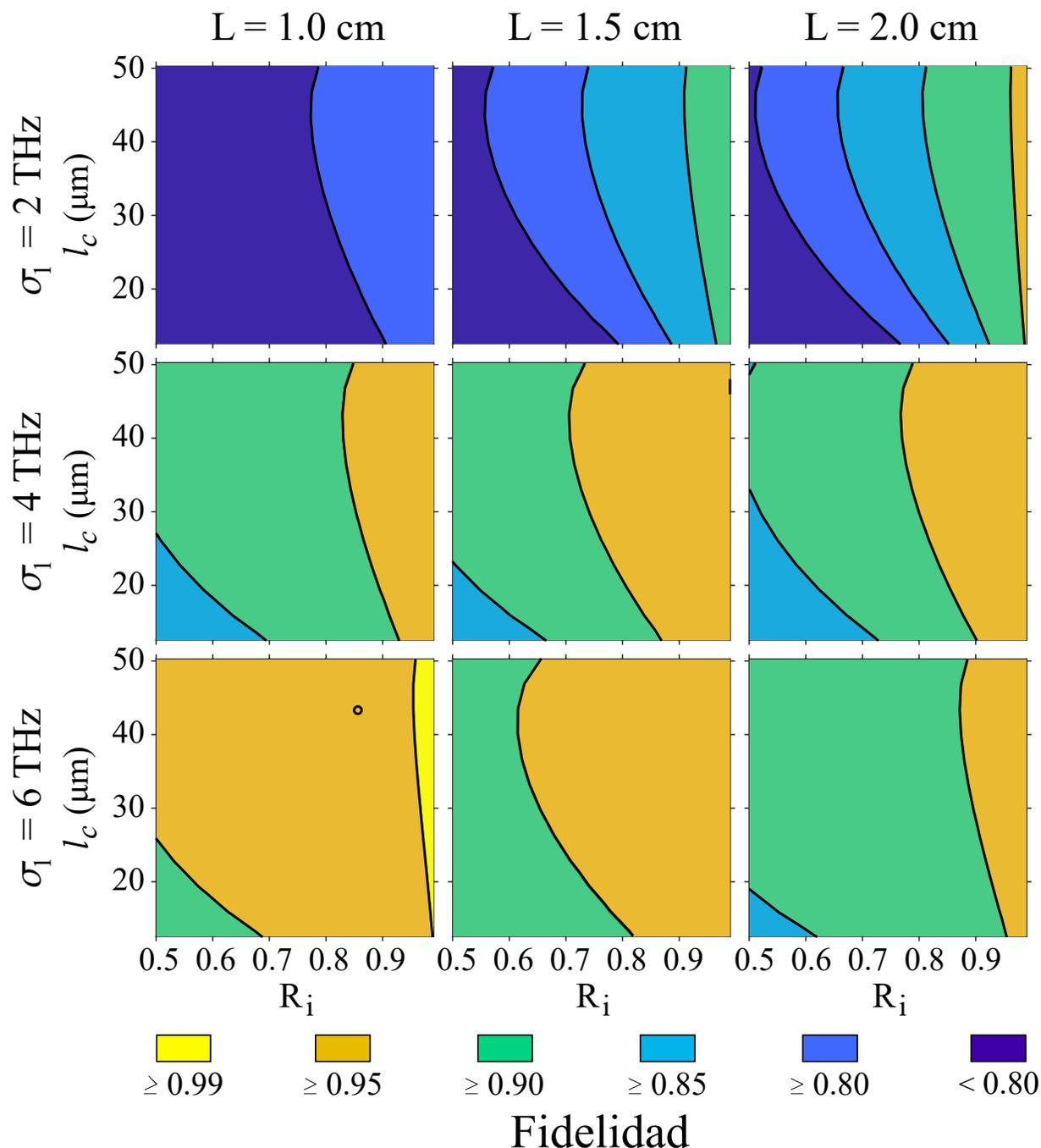


**Figura 13.** Diagrama de empatamiento de fases. La curva roja representa el empatamiento de fases para SFWM, mientras que la curva azul el empatamiento de fases para DFG. Se indica con las líneas punteadas que se cumple simultáneamente el empatamiento de fases a las longitudes de onda de  $\lambda_s = 1.253 \mu\text{m}$  y  $\lambda_1 = 0.822 \mu\text{m}$ .

3. *Optimizar el valor de la fidelidad, definida por la ecuación (87) en el capítulo anterior, por medio de la variación de parámetros experimentales.* En este diseño se propone usar una micro-cavidad resonante de anillo para la generación del HSPS que constituye el estado de entrada a la guía en la que se generará el proceso de DFG, la cual funge como la estación de preparación y manipulación de cúbits de color. La fidelidad es evaluada como función de la longitud de la cavidad, la longitud de la guía para DFG, los anchos de banda de los pulsos de bombeo y el ancho de banda del filtro utilizado en el modo anunciador, previo al proceso de detección. La Figura 14 muestra una matriz de  $3 \times 3$  mapas de colores en los que cada color indica un intervalo de valores para la fidelidad; en el eje vertical se varía la longitud de la cavidad ( $l_c$ ) desde  $12.6 \mu\text{m}$  hasta  $50.3 \mu\text{m}$  y en el horizontal la reflectividad ( $R_i$ ) de la misma, desde 0.5 a 0.99 (en una escala de 0 a 1). Cada uno de los mapas de color se obtuvieron para valores específicos de  $\sigma_1$  (2, 4 y 6 THz) y  $L$  (1.0, 1.5 y 2.0 cm). Esta variación de parámetros afecta al valor de la fidelidad del cúbit.

En esta matriz se puede observar que solo en una de las gráficas se excede el valor de 0.99 para la fidelidad, pero la Figura 15 demuestra que es posible incrementar este valor al variar el ancho de banda del bombeo 2 ( $\sigma_2$ ) y el ancho de banda del filtro para la JSA en cavidad ( $\sigma_f$ ). Observamos en esta exploración que mayores valores de  $\sigma_1$  y menores valores de  $L$  incrementan el valor de

la fidelidad, al mismo tiempo que la fidelidad incrementa conforme aumenta la reflectividad y la longitud de la cavidad.

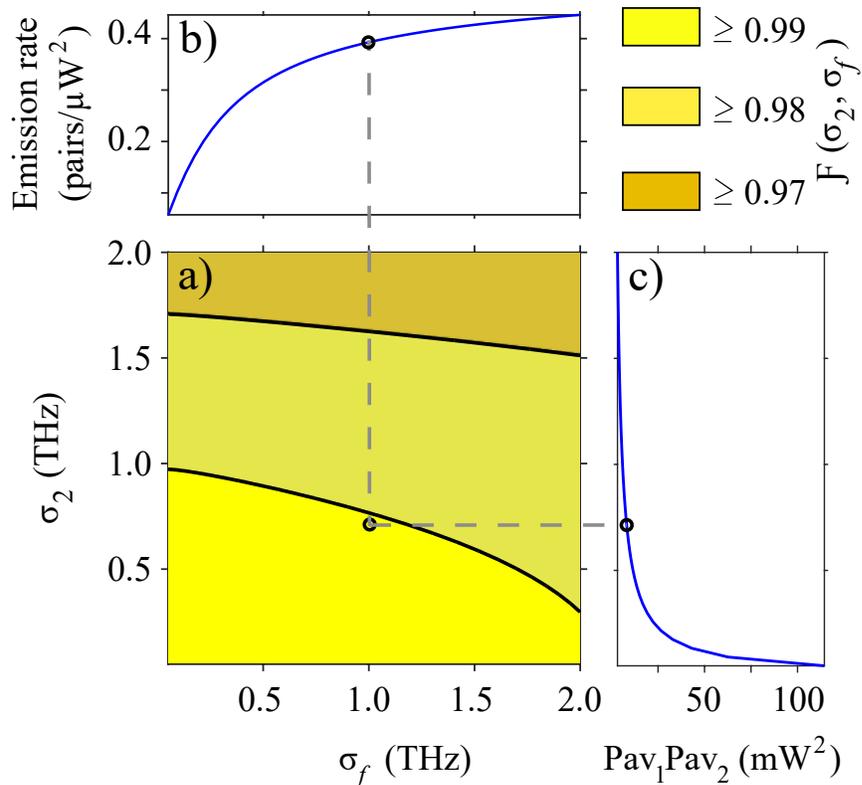


**Figura 14.** Matriz de fidelidades. Cada color representa los valores de fidelidad para una variación de la longitud de la cavidad ( $l_c$ ) y la reflectividad del modo acompañante ( $R_i$ ). Cada columna fue hecha para un valor específico de la longitud de la compuerta cuántica ( $L$ ) y las filas para valores específicos del ancho de banda del láser pulsado del bombeo 1. El pequeño círculo negro en la gráfica inferior izquierda indica el conjunto de parámetros seleccionados para la exploración.

Para el diseño propuesto se han escogido  $\sigma_1 = 6 \text{ THz}$  y  $L = 1.0 \text{ cm}$  (gráfica inferior izquierda de

la matriz), esto debido a que es posible obtener mayores fidelidades a menores valores para  $R_i$ . El pequeño círculo negro indica los valores específicos que se seleccionaron:  $l_c = 43 \mu\text{m}$  y  $R_i = 0.86$ , con lo cual se logra una fidelidad de  $\mathcal{F} = 0.983$ . Hasta este momento, se hicieron las simulaciones considerando los valores fijos de  $\sigma_2 = 0.5 \text{ THz}$  y  $\sigma_f = 4 \text{ THz}$ .

Para maximizar el valor obtenido de la fidelidad, manteniendo fijos los parámetros recién seleccionados, se variaron el ancho de banda del filtro  $\sigma_f$  utilizado para elegir solamente el modo resonante central de la cavidad en la JSI, así como también el ancho de banda del segundo pulso de bombeo  $\sigma_2$ . Esta variación se hizo en el rango de  $\sigma_f = \sigma_2 = (0.05 - 2.0) \text{ THz}$  y se observa en la Figura 15.



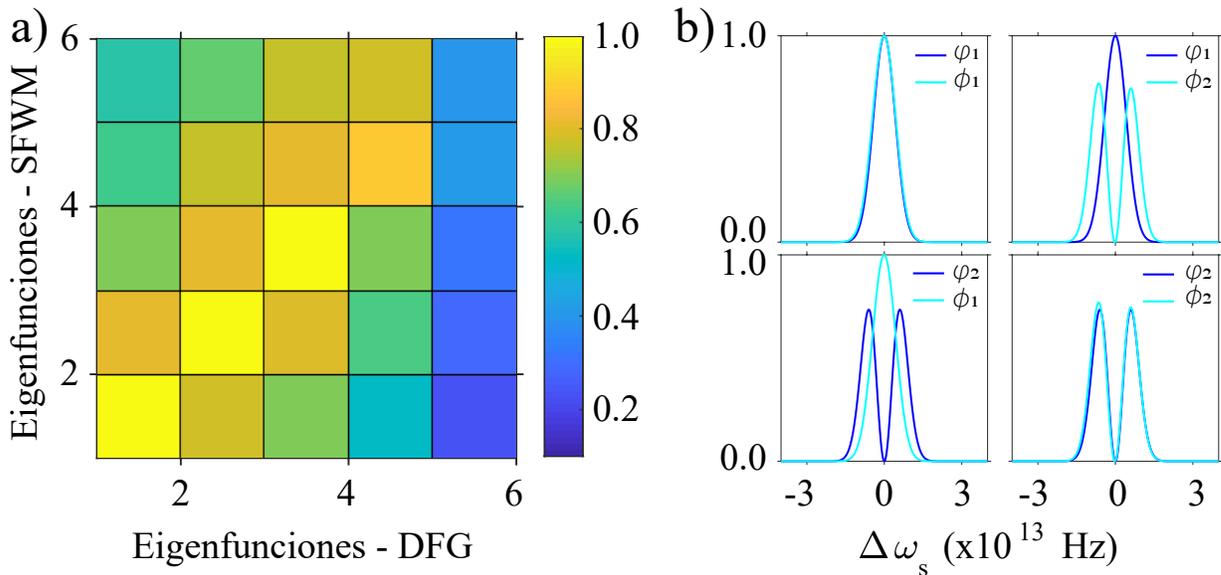
**Figura 15.** Fidelidad, tasa de emisión de fotones y producto de potencias,  $P_{av1}P_{av2}$ , en función de  $\sigma_2$  y  $\sigma_f$ . a) Mapa de colores de la fidelidad en función del ancho de banda del pulso de bombeo 2 ( $\sigma_2$ ) y el ancho de banda del filtro ( $\sigma_f$ ) para el modo central en la cavidad. b) Gráfica que representa el flujo fotónico de la fuente de SFWM en función de  $\sigma_f$ . c) Variación del producto de potencias de bombeo, requerido para tener una traslación completa del modo  $s$  al modo  $r$  en el medio de compuerta, en función de  $\sigma_2$ . El pequeño círculo negro indica  $\sigma_2 = 0.7 \text{ THz}$  y  $\sigma = 1 \text{ THz}$ , valores seleccionados para el diseño, los cuales producen una fidelidad de 0.99; estos valores dan una eficiencia de  $\approx 0.4 \text{ pares}/\mu\text{W}^2$  y  $P_{av1}P_{av2} = 8.3 \text{ mW}^2$ .

En la Figura 15 a) se muestra un mapa de colores en el que se graficó la fidelidad obtenida al variar  $\sigma_2$  (en el eje vertical) y  $\sigma_f$  (en el eje horizontal) y las diferentes tonalidades de amarillo indican diferentes rangos de fidelidades. La gráfica superior representa el flujo fotónico de la fuente de

SFWM en términos del ancho de banda del filtro, mientras que la gráfica lateral indica la manera en que  $\sigma_2$  afecta al valor mínimo del producto de potencias de bombeo requerido para tener una traslación completa del modo  $s$  al modo  $r$  en el medio de compuerta.

El círculo negro en las gráficas marca el valor de anchos de banda seleccionados para el diseño, los cuales son  $\sigma_f = 1$  THz y  $\sigma_2 = 0.7$  THz y arrojan un valor de fidelidad de  $\mathcal{F} = 0.9904$ , lo cual representa una ganancia con respecto a lo obtenido antes de variar este par de parámetros. Esta selección de  $\sigma_2$  and  $\sigma_f$  se basa en un intento de obtener valores apropiados para la eficiencia de la fuente (tan alta como sea posible) y para  $P_{av1}P_{av2}$  (tan bajo como sea posible), pero sin reducir el valor de la fidelidad. Por una parte, el mapa de colores indica que la fidelidad disminuye conforme  $\sigma_2$  y  $\sigma_f$  aumentan, por lo cual sería importante seleccionar valores pequeños de los anchos de banda. Por otra parte, la eficiencia de la fuente decrece conforme el ancho de banda del filtro se vuelve más pequeño (lo cual tiene sentido, pues cada vez se filtra más a la JSI y se va perdiendo intensidad) y la potencia requerida para los bombeos se vuelve mayor conforme  $\sigma_2$  disminuye. La eficiencia de la fuente al  $\sigma_f$  seleccionado corresponde al valor de 0.4 pares/ $\mu W^2$  y el producto de potencias con el  $\sigma_2$  escogido es de 8.3 mW<sup>2</sup>.

Es importante notar que el proceso de variación de parámetros, arriba descrito, garantiza el traslape óptimo entre el modo temporal de entrada  $\varphi_1(\omega_s)$  y el correspondiente modo  $\phi_1(\omega_s)$  de la compuerta. Este traslape entre eigenfunciones se puede observar en la Figura 16.



**Figura 16.** a) Traslape espectral entre las primeras cinco eigenfunciones de Schmidt para los procesos de SFWM (eje vertical) y DFG (eje horizontal). Las eigenfunciones están normalizadas a uno y se puede observar que las primeras tres eigenfunciones en la diagonal son las que más se traslapan. b) Traslape espectral de las primeras dos eigenfunciones de Schmidt para SFWM ( $\varphi$ ) y DFG ( $\phi$ ).

Por una parte, en la Figura 16 a) se muestra un mapa de colores en el que se grafica el traslape entre las primeras cinco eigenfunciones para SFWM (eje vertical) y DFG (eje horizontal). La barra de colores está normalizada a 1.0, con lo que se puede observar que los mejores traslapes se alcanzan para las primeras eigenfunciones de la diagonal, lo cual se puede ver más fácilmente en la Figura 16 b) con los traslapes espectrales de las primeras dos eigenfunciones. En principio, pudiera parecer que cualquiera de las primeras tres eigenfunciones es elegible para poder generar el cúbit, sin embargo, algo importante también es el peso (eigenvalor) de cada eigenfunción del estado para SFWM. Para las primeras tres eigenfunciones se tienen los eigenvalores  $D_1 = 0.9983$ ,  $D_2 = 0.0017$  y  $D_3 = 0.000669$ , con lo que se evidencia que la eigenfunción que domina sobre todas las demás es  $\varphi_1(\omega_s)$  y que con mayor probabilidad va a ser la que se traslade en la compuerta.

Con la metodología antes descrita se pudieron encontrar condiciones adecuadas y se definieron parámetros experimentales importantes para el diseño, tales parámetros se resumen en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Parámetros de las fuentes por SFWM y DFG para el circuito fotónico integrado propuesto.

	SFWM	DFG
Longitudes de onda centrales ( $\mu\text{m}$ )		
Bombeo-1	$\lambda_1 = 0.822$	$\lambda_1 = 0.822$
Bombeo-2		$\lambda_2 = 1.554$
Señal-s	$\lambda_s = 1.253$	$\lambda_s = 1.253$
Señal-r		$\lambda_r = 0.729$
Acompañante	$\lambda_i = 0.612$	
Dimensiones de las guías de onda ( $\mu\text{m}$ )		
Ancho del núcleo	$w_{SFWM} = 0.953$	$w_{DFG} = 1.617$
Altura del núcleo	$h = 0.700$	$h = 0.700$
Altura del $\text{SiO}_2$	$H = 1.0$	$H = 1.0$
Longitud	$l_c = 43$	$L = 1.0 \times 10^4$
Ancho de banda del bombeo/filtro (THz)		
Bombeo-1	$\sigma_1 = 6.0$	$\sigma_1 = 6.0$
Bombeo-2		$\sigma_2 = 0.7$
Filtro	$\sigma_f = 1.0$	
Reflectividad de la cavidad		
	$R_i = 0.86$	
Coeficientes no lineales ( $\text{mW}$ ) <sup>-1</sup>		
	$\gamma_{fwm} = 5.05$	$\gamma_{dfg} = 2.50$

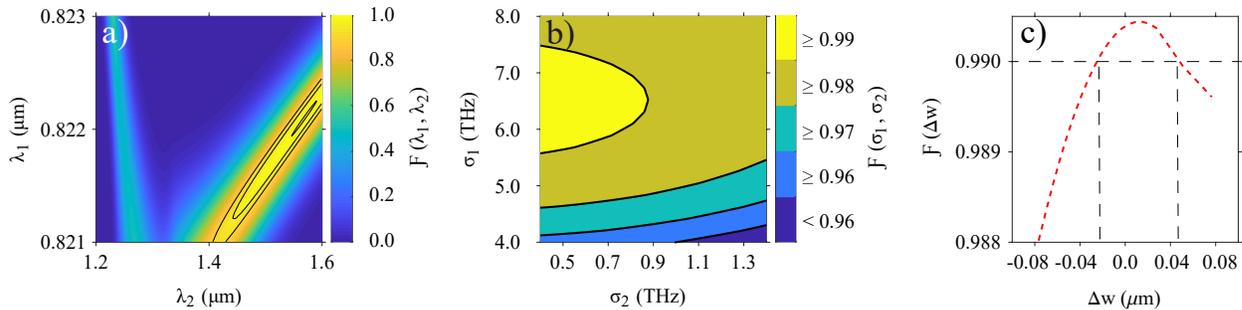
#### 4.2.1. Estimación de la fidelidad por defectos en la fabricación

En la fabricación de dispositivos integrados existen una gran cantidad de variables que se tienen que controlar para poder obtener un chip cuyos parámetros correspondan al diseño, o al menos que los

errores en la fabricación no perjudiquen a los procesos que se generen en ellos. De manera particular, cuando en los dispositivos se generan procesos ópticos no lineales, defectos en la fabricación pueden resultar perjudiciales, dado que las condiciones de emparejamiento de fases que deben satisfacerse son bastante sensibles a variaciones en los parámetros geométricos de las guías de onda utilizadas y a las condiciones de bombeo. Sin embargo, una vez que todos los pasos en el proceso de fabricación estén optimizados, solo algunos de estos parámetros siguen siendo problemáticos para poder emparejar el diseño con el dispositivo fabricado. En el presente estudio, las variables que presentan más desviaciones desde los valores requeridos por el diseño son los anchos de las guías de onda ( $w_{sfwm}$ ,  $w_{dfg}$ ), por lo que hemos elaborado un análisis de cómo estas desviaciones pueden perjudicar a los valores obtenidos de fidelidad. También, se hizo un estudio para examinar qué tanto se modifica el valor de la fidelidad cuando las longitudes de onda de los bombeos ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ) o sus anchos de banda ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) no son exactamente los establecidos en el diseño. En la Figura 17 a) se muestra un mapa de colores que representa la variación de la fidelidad al sintonizar la longitud de onda para el pulso 1 de  $\lambda_1 = 0.821 \mu\text{m}$  a  $\lambda_1 = 0.823 \mu\text{m}$  (eje vertical) y la longitud de onda del pulso 2 de  $\lambda_2 = 1.2 \mu\text{m}$  a  $\lambda_2 = 1.6 \mu\text{m}$ . Los contornos negros indican valores de fidelidades de  $\mathcal{F} > 0.9$  (externo),  $\mathcal{F} > 0.95$  (intermedio) y  $\mathcal{F} > 0.99$  (interno). En esta gráfica se observa una franja que contiene los mayores valores para la fidelidad, se observa como se mantienen valores altos en un rango de decenas de nanómetros para  $\lambda_2$ , mientras que el decremento de la fidelidad al modificar  $\lambda_1$  es muy rápido, puesto que en tan solo 1 nm decae de 0.99 hasta 0.9. También se puede notar una segunda franja hacia menores valores de  $\lambda_2$ , para la cual también se cumple el emparejamiento de fases pero para campos degenerados y se obtienen valores de fidelidad bajos ( $\approx 0.5$ ). En la Figura 17 b) se grafica la fidelidad en función de los anchos de banda de los pulsos de bombeo  $\sigma_1$  (eje vertical) y  $\sigma_2$  (eje horizontal), para los rangos de 4.0 THz a 8.0 THz y de 0.4 THz a 1.4 THz, respectivamente. Los diferentes colores indican los rangos de fidelidad definidos en la barra de colores. Para este caso, es posible mantener fidelidades mayores a 0.99 hasta por  $\approx 2$  THz de cambio para  $\sigma_1$ , mientras que al variar  $\sigma_2$  este rango es de al menos 0.5 THz.

Para analizar la fidelidad al incrementar o disminuir (en la misma proporción, suponiendo que pudiera darse un error de resolución de manera homogénea en el proceso de fabricación) en los anchos de ambas guías de onda se consideró una variación de  $\Delta w = \pm 0.076 \mu\text{m}$ , donde  $\Delta w = 0$  corresponde a los valores de anchos para el diseño aquí propuesto (ver Tabla 1); para esto, se reescribieron los anchos de las guías como  $w_{fwm} \rightarrow w_{fwm} - \Delta w$  y  $w_{dfg} \rightarrow w_{dfg} - \Delta w$ . Es importante notar que para cada cambio en los anchos, el emparejamiento de fases simultáneo para SFWM y DFG en el diseño también cambia. Por lo anterior, para este estudio se mantuvo fija  $\lambda_2 = 1.554 \mu\text{m}$  pero se permitió la variación de las otras longitudes de onda de tal manera que el emparejamiento de fases simultáneo se siguiera manteniendo.

Para el rango completo de  $\Delta w$  ( $0.152 \mu\text{m}$ ), las longitudes de onda  $\lambda_s$ ,  $\lambda_r$  y  $\lambda_i$  se modificaron un máximo de  $0.058 \mu\text{m}$ , lo cual no representa ningún problema ya que los detectores estándar siguen detectando esas señales. Para el bombeo  $\lambda_1$ , la variación en este rango fue de un máximo de  $0.053 \mu\text{m}$  lo cual, de nuevo, no representa problema alguno ya que sigue estando dentro del rango de sintonización para un láser de titanio:zafiro. Todos los demás parámetros en la Tabla 1 se mantuvieron sin cambios en este estudio.



**Figura 17.** Comportamiento de la fidelidad al desintonizar las longitudes de onda de los pulsos de bombeo, sus anchos de banda o los anchos de las guías de onda. a) Mapa de colores que muestra la fidelidad en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . Los contornos en negro representan  $\mathcal{F} > 0.9$  (externo),  $\mathcal{F} > 0.95$  (intermedio) y  $\mathcal{F} > 0.99$  (interno). b) Fidelidad en función de  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . Los contornos en negro delimitan los rangos de la fidelidad, que van desde algo menor que 0.96 hasta fidelidades mayores a 0.99. c) Fidelidad en función de la variación simultánea de los anchos de las guías de onda,  $w_{fwm}$  y  $w_{dfg}$ , donde  $\Delta w = \pm 0.076 \mu\text{m}$ . Las líneas punteadas representan una fidelidad de 0.99 (horizontal) y el rango de desintonización de los anchos de las guías de onda (líneas verticales) para el cual se sigue manteniendo una fidelidad mayor o igual a 0.99.

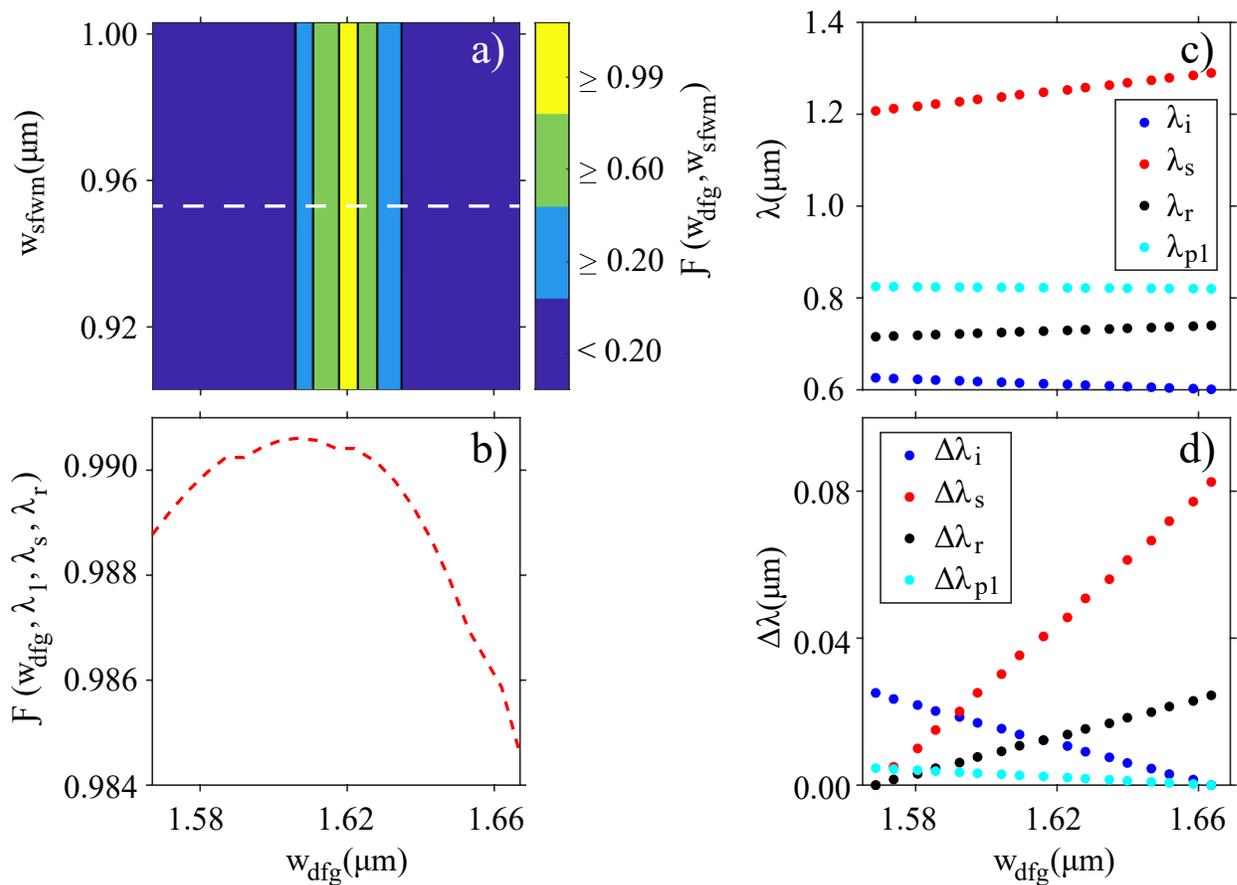
En la Figura 17 c) se muestra una gráfica que representa cómo varía la fidelidad al aumentar o disminuir simultáneamente el ancho de las guías de onda; la fidelidad varía desde un mínimo de 0.9880 (para  $\Delta w = -0.076 \mu\text{m}$ , lo que significa que ambas guías de onda son  $0.076 \mu\text{m}$  más delgadas que las consideradas en el diseño) hasta un máximo de 0.99044 (para  $\Delta w = 0.0153 \mu\text{m}$ , lo cual significa que ambas guías de onda son  $0.0153 \mu\text{m}$  más gruesas que la del diseño propuesto). La línea discontinua horizontal representa una fidelidad mayor a 0.99, mientras que las verticales indican el rango de  $\Delta w \approx 0.070 \mu\text{m}$  para el cual se sigue obteniendo una fidelidad igual o mayor a 0.99. Se puede observar que la fidelidad decae abruptamente para guías de onda más angostas en comparación al decaimiento observado para guías más gruesas.

Con la Figura 17 es posible inferir que, incluso si existen variaciones en algunos de los parámetros involucrados en el diseño, es posible seguir obteniendo fidelidades altas si se sintonizan las longitudes de onda de los bombeos o incluso sus anchos de banda. Para confirmar lo anterior, se implementó un estudio más completo. Se calculó la dispersión de las guías de onda en un rango de  $\pm 0.05 \mu\text{m}$  a partir de los anchos establecidos en el diseño ( $w_{s fwm}$  y  $w_{d fg}$ ). Con esto, se calculó la fidelidad de la compuerta dejando fijos todos los parámetros del diseño excepto los anchos de las guías de onda, los cuales pueden

variar de manera independiente en el rango de estudio. Los resultados obtenidos se pueden observar en la Figura 18 a), en el eje  $y$  se tiene a  $w_{sfwm}$ , el cual varía de  $w_{sfwm} = 0.903 \mu\text{m}$  a  $w_{sfwm} = 1.003 \mu\text{m}$ , mientras que en el eje  $x$  está  $w_{dfg}$ , que varía de  $w_{dfg} = 1.567 \mu\text{m}$  a  $w_{dfg} = 1.667 \mu\text{m}$ ; la barra de colores indica los valores de fidelidad obtenidos. Es posible ver una franja de  $\approx 5 \text{ nm}$  en el centro de la gráfica sobre el eje  $x$  (a lo largo del eje  $y$ ) para la cual los valores de fidelidad alcanzados son  $\geq 0.99$ , luego, en un rango no mayor a  $30 \text{ nm}$ , la fidelidad decae a valores menores a  $0.2$  casi de manera simétrica hacia ambos lados de la franja conforme varía  $w_{dfg}$ . Es interesante ver como la fidelidad parece insensible a las variaciones en  $w_{sfwm}$  para valores específicos de  $w_{dfg}$ , pero cambia muy rápidamente al variar  $w_{dfg}$ . Este comportamiento se debe a que la función de empatamiento de fases asociada al proceso de SFWM es casi constante en el espacio de generación  $\omega_s, \omega_i$ , ocasionado esto por la corta longitud identificada para la cavidad ( $43 \mu\text{m}$ ). Debido a lo anterior, la forma del espectro conjunto es determinada por la función de bombeo y los efectos de la cavidad. En el caso de la guía de onda para DFG ( $w_{dfg}$ ), las variaciones en sus dimensiones producen un desplazamiento de la función de mapeo en la dirección de las longitudes de onda del modo  $s$ .

Es apropiado recordar que el traslape entre los modos  $s$  en ambos procesos determina grandemente el valor de fidelidad que es posible obtener, es por esto que la fidelidad se vuelve cada vez más pequeña conforme  $w_{dfg}$  se desplaza de su valor central: porque el traslape se va volviendo menor hasta que se hace nulo. Estos resultados nos dicen que tenemos un gran rango de error en el ancho de la guía de onda para SFMW, sin embargo, este rango es demasiado pequeño para la guía para DFG: apenas  $5 \text{ nm}$ , lo cual no es comparable con los posibles errores que pueden ocurrir en el proceso de fabricación. Aún así, como se mencionó hace unos párrafos, es posible recuperar un alto valor de fidelidad si sintonizamos un poco las longitudes de onda. En la Figura 18 b) es posible comprobar esta afirmación. Se calculó la fidelidad al variar  $w_{dfg}$ , pero manteniendo fijo  $w_{sfwm} = 0.953 \mu\text{m}$  y permitiendo variar las longitudes de onda (excepto  $\lambda_2$ ) de tal manera que se pueda conservar el empatamiento de fases simultáneo para cada valor de  $w_{dfg}$ . Esta figura en b) representa a la línea blanca segmentada en la Figura 18 a), donde la mayoría de las fidelidades obtenidas fueron menores a  $0.2$ , mientras que en b) la fidelidad incrementa drásticamente cuando se toma en cuenta el empatamiento de fases, puesto que en este caso los menores valores de fidelidad obtenidos son de  $0.984$ . El estudio en b) puede ser repetido para cualquier valor de  $w_{sfwm}$  de los considerados en a), con resultados similares. Para esta gráfica se varió  $\lambda_1$  en aproximadamente  $0.005 \mu\text{m}$ , desde  $\approx 0.825 \mu\text{m}$  (que corresponde a un ancho de  $w_{dfg} = 1.567 \mu\text{m}$ ) hasta  $\approx 0.820 \mu\text{m}$  (con ancho de  $w_{dfg} = 1.667 \mu\text{m}$ ), lo cual a su vez causa que  $\lambda_i, \lambda_r$  y  $\lambda_s$  también cambien para cada valor de  $w_{dfg}$ , lo que se puede apreciar en la gráfica en c). La gráfica en d) muestra la misma información, pero expresada en términos de desintonizaciones con relación a la longitud de onda mínima obtenida en

el panel c). Se observa que la longitud de onda que más variación presenta es  $\lambda_s$ , con cerca de  $0.09 \mu\text{m}$ , mientras que  $\lambda_r$  y  $\lambda_i$  varían apenas cerca de  $0.03 \mu\text{m}$ .

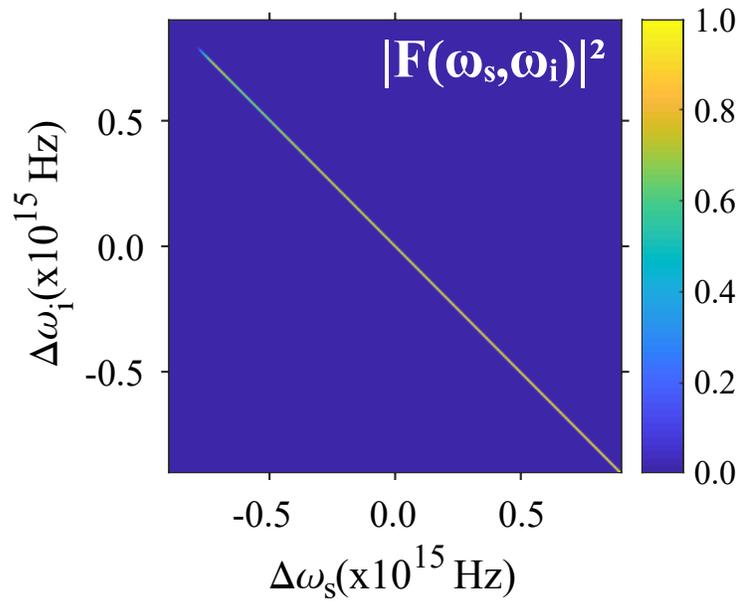


**Figura 18.** Estimación de la fidelidad debido a errores en la fabricación. a) Variaciones en el valor de la fidelidad mientras  $w_{sfwm}$  y  $w_{dfg}$  están cambiando, pero sin modificar las condiciones de empatamiento de fases para el diseño; b) variaciones en la fidelidad mientras se modifica  $w_{dfg}$  (para  $w_{sfwm} = 0.953 \mu\text{m}$ ) y se dejan variar las longitudes de onda de los procesos (excepto  $\lambda_2$ , la cual se dejó fija) para seguir obteniendo empatamiento de fases simultáneo para DFG y SFWM. La línea blanca segmentada en a) es para comparar los valores de la fidelidad obtenidos en ese panel y los obtenidos en la gráfica en b). En c) se muestra cómo se modifican las diferentes longitudes de onda al variar  $w_{dfg}$  para obtener la gráfica en b); en d) se observa la misma información, pero expresada en términos de desintonizaciones con relación a la longitud de onda mínima obtenida en el panel c).

### 4.3. Compuerta cuántica

Es importante conocer y describir las funciones espectrales que representan a ambos procesos no lineales, a partir del conjunto de parámetros definidos para el diseño en la Tabla 1. Comenzando por el proceso de SFWM, con el cual se generará el HSPS, la función que lo caracteriza es la JSI (ver ecuación (14)). El estado que resultó con este diseño para SFWM (antes de introducir los efectos de la cavidad) representa a un estado con una alta correlación espectral, lo cual se puede observar en la Figura 19. Con esta JSI solo sería posible generar un HSPS filtrando una porción muy pequeña del espectro, lo cual reduciría

por mucho la brillantez de la fuente.



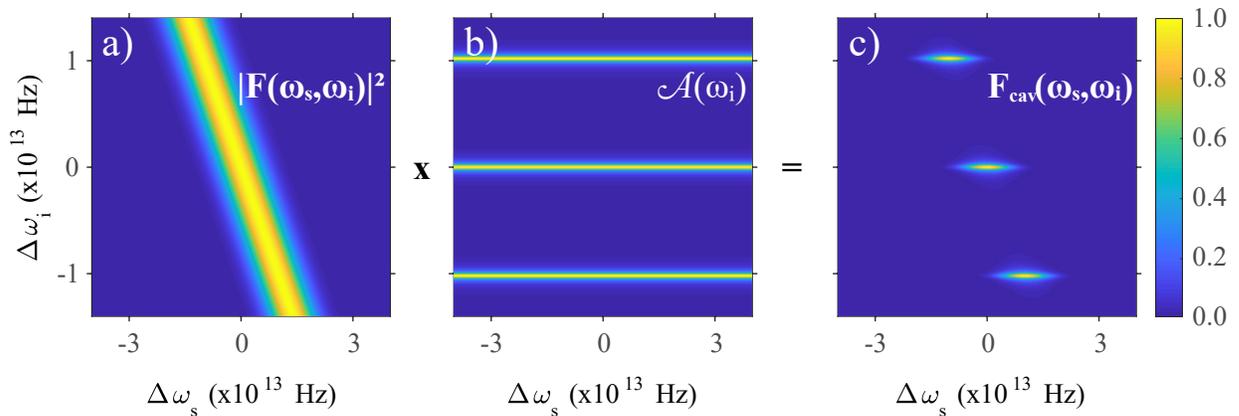
**Figura 19.** JSI altamente correlacionada que resulta del diseño propuesto, antes de considerar los efectos de la cavidad.  $\Delta\omega_\mu = \omega_\mu - \omega_{\mu 0}$ , con  $\mu = s, i$  y  $\omega_{\mu 0}$  la frecuencia central.

Introducir una micro-cavidad resonante para factorizar el estado de dos fotones generado por SFWM, hace posible obtener un HSPS sin tener que sacrificar significativamente el flujo obtenido por la fuente. En este diseño se pondrá a resonar el fotón anunciador  $\omega_i$ , con lo cual la JSI en cavidad puede ser escrita como (Garay-Palmett et al., 2012)

$$F_{cav}(\omega_s, \omega_i) = |F(\omega_s, \omega_i)|^2 \mathcal{A}(\omega_i), \quad (101)$$

donde  $\mathcal{A}(\omega_i)$  es la función de Airy que representa el efecto de la cavidad, que en este caso consiste en un patrón de modos permitidos en la forma de lóbulos elongados orientados a lo largo del eje del modo señal. Para lograr la factorabilidad con esta técnica, es necesario utilizar un filtro de ancho de banda  $\sigma_f$  que seleccione solamente el modo resonante central.

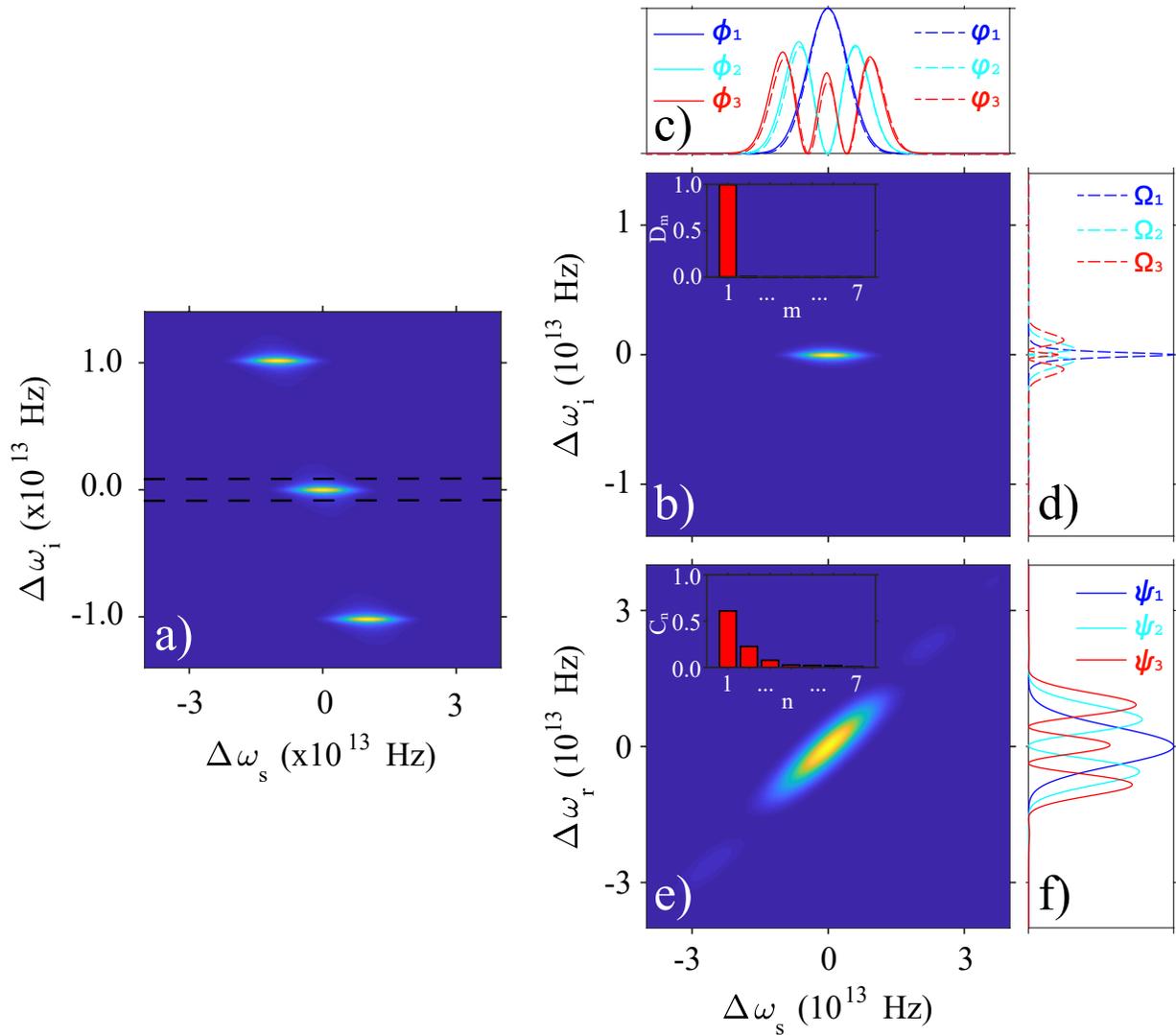
En la Figura 20 se muestra la JSI antes y después de considerar la cavidad. En a) se observa la misma JSI de la Figura 19, pero en un rango espectral mucho más reducido; en b) se observa a la función de Airy que representa el efecto de la cavidad en el modo acompañante ( $i$ ). Al multiplicar la JSI y la función de Airy se obtiene la JSI en cavidad ( $F_{cav}$ ) que se muestra en la Figura 20 c). Se puede ver aquí como los modos resonantes se forman de la intersección de la JSI con las franjas brillantes de la función de Airy.



**Figura 20.** JSI en cavidad. a) JSI que se obtiene del proceso de SFWM en una guía de onda; b) función de Airy al hacer resonar al modo acompañante (modo- $i$ ); c) JSI para SFWM en cavidad.

Para el caso de interés, solo es necesario tener el modo resonante central, el cual está relacionado con un estado de dos fotones factorizable. Para deshacernos de los otros modos resonantes aplicamos un filtro espectral gaussiano, como se puede observar en la Figura 21 a), donde las dos líneas horizontales punteadas representan el ancho a la altura media (FWHM, por sus siglas en inglés) de la gaussiana. De aplicar este filtro resulta la  $JSI_{cav}$  de la Figura 21 b), la cual representa ya a un estado de parejas de fotones factorizable, desde el cual es posible preparar un HSPS. A partir de escribir la  $F_{cav}$  en términos de la descomposición de Schmidt se obtienen los primeros tres modos temporales del par de bases que la componen,  $s$  e  $i$ , lo cual se observa en las curvas punteadas de c) y d), respectivamente, mientras que los primeros siete coeficientes de Schmidt en la descomposición se graficaron en el recuadro en el panel b) (se observa que la única contribución notable es la del primer coeficiente). Asimismo, en la Figura 21 e) se muestra la FM que representa a la compuerta cuántica por DFG, la cual no exhibe factorabilidad. Las curvas sólidas de las Figuras 21 c) y f) corresponden a los primeros tres modos temporales de la descomposición de Schmidt para los modos  $s$  y  $r$ , respectivamente, y en el recuadro de la Figura 21 e) se muestran los primeros 7 coeficientes de Schmidt necesarios para reconstruir la FM (aquí se observa que, pese a ser el primer coeficiente el de mayor contribución, existen otros modos que tienen contribuciones no despreciables). En la Figura 21 c) se observa el traslape espectral entre los modos temporales  $s$  para la JSI y la FM, es posible observar como el traslape entre los primeros modos temporales ( $\phi_1$  y  $\varphi_1$ ) es casi perfecto. Esto, en conjunto con que  $F_{cav}$  está prácticamente en un solo modo temporal, garantiza la traslación en frecuencia del HSPS y la generación de un cúbit de color. Tras lo anterior, se encontró que el número de Schmidt correspondiente a la función de mapeo es  $K = 2.33$  y que la pureza del HSPS es 0.997 (valor muy cercano a la unidad, el caso ideal). Dado que el peso del primer coeficiente de Schmidt para la JSI es mucho mayor que los otros, la traslación se da con mayor probabilidad para este primer

modo.



**Figura 21.** JSI filtrada y función de mapeo. JSI en la cavidad, a) antes y b) después de que el filtro es aplicado; las líneas punteadas horizontales en a) representan el ancho a la mitad del máximo del filtro gaussiano aplicado. Las curvas punteadas en c) y d) representan los primeros tres modos temporales del par de bases en la descomposición de Schmidt que componen a la JSI, mientras que el recuadro en b) es una gráfica de sus primeros siete coeficientes de Schmidt. El mapa de colores en e) es la función de mapeo, las curvas sólidas en c) y f) los primeros tres modos temporales para cada base que la componen y el recuadro en e) los primeros siete coeficientes de Schmidt en la descomposición.

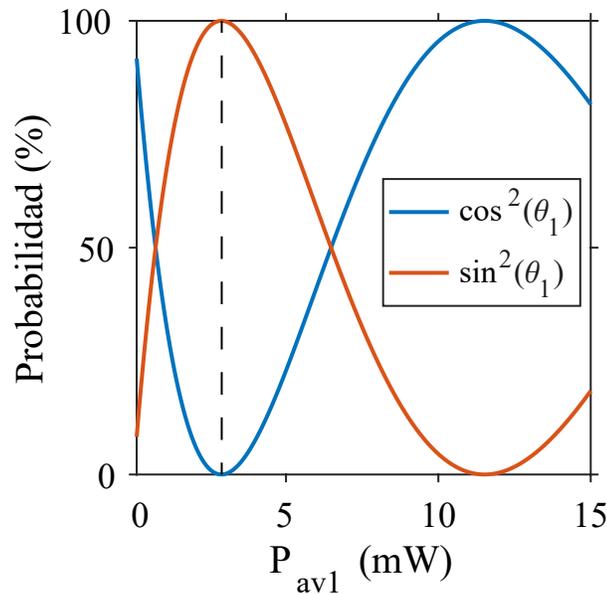
Consideremos ahora que todos los traslapes posibles son despreciables y que solo tenemos a la JSI y a la FM compuestas por los modos  $\phi_1$  y  $\varphi_1$ , es decir, consideramos que tenemos el estado ideal de la compuerta (con  $m = 1$  en la ecuación (84)) dado por:

$$|\Psi_{dfg}\rangle = \mathcal{O}_1 \left( \cos\theta_1 \hat{A}^\dagger - ie^{i\nu} \sin\theta_1 \hat{B}^\dagger \right) |\text{vac}\rangle, \quad (102)$$

donde  $\theta_1 = \beta\sqrt{C_1}L\gamma_{dfg}\sqrt{(P_{av1}P_{av2})/(\sigma_1\sigma_2)}$ . Al evaluar  $\theta_1$  se dejaron todos los parámetros fijos, de acuerdo a la tabla 1, excepto los valores de  $P_{av1}$  y  $P_{av2}$ , los cuales se permitieron variar con tal de tener un producto  $P_{av1}P_{av2}$  constante.

Para el siguiente estudio se considera que  $P_{av1}$  es un parámetro libre y se fija  $P_{av2} = 2.88$  mW. La ecuación (102) está formada por dos términos, donde el primero de ellos indica que no hay traslación del modo  $s$ , mientras que el segundo indica que se da la traslación al modo  $r$ . Es posible generar un cúbit en el que todos los fotones con frecuencia  $\omega_s$  sean trasladados a la frecuencia  $\omega_r$  si se elige adecuadamente el valor de  $\theta_1$ . En este segundo término también se observa un término de fase ( $\nu$ ), del cual se hablará más adelante.

Para determinar para qué potencia  $P_{av1}$  podemos obtener, con mayor probabilidad, una traslación perfecta de los fotones  $\omega_s$  a fotones  $\omega_r$ , se graficó la probabilidad de obtener un término o el otro de la ecuación (102), lo cual se presenta en la Figura 22.



**Figura 22.** Probabilidad de conversión. La línea segmentada vertical indica el valor de potencia mínimo necesario para poder generar el cúbit requerido, lo cual corresponde a  $P_{av1} = 2.88$  mW.

Se muestra en la Figura 22 la probabilidad de conversión en función de la potencia  $P_{av1}$  (para esta gráfica se tomó en cuenta que el producto de potencias debe ser  $P_{av1}P_{av2} = 8.3$  mW<sup>2</sup>); la curva azul representa la probabilidad de que los fotones  $\omega_s$  no se trasladen y la anaranjada la probabilidad de traslación a fotones  $\omega_r$ . Vemos que el mínimo valor de potencia (indicado por la línea vertical segmentada) al cual se logra una traslación total a los fotones  $\omega_r$  es de  $P_{av1} = P_{av2} = 2.88$  mW. Se puede también observar que no hay solo una combinación de potencias a la cual se pueda generar el cúbit de interés, sino que las curvas

son sinusoidales y van generando máximos y mínimos, por lo que existen muchas más combinaciones de potencias que nos pudieran generar dicho cúbit, sin embargo, nos quedamos con el producto de potencias mínimo con la finalidad de minimizar la probabilidad de procesos no lineales en competencia.

El resultado en la Figura 22 es bastante interesante porque nos dice que, con la selección correcta de potencias, es posible generar cualquier superposición de estados que se quiera, lo cual ofrece la libertad de poder fabricar un solo dispositivo que funcione para aplicaciones diferentes.

#### 4.4. Transformaciones al cúbit

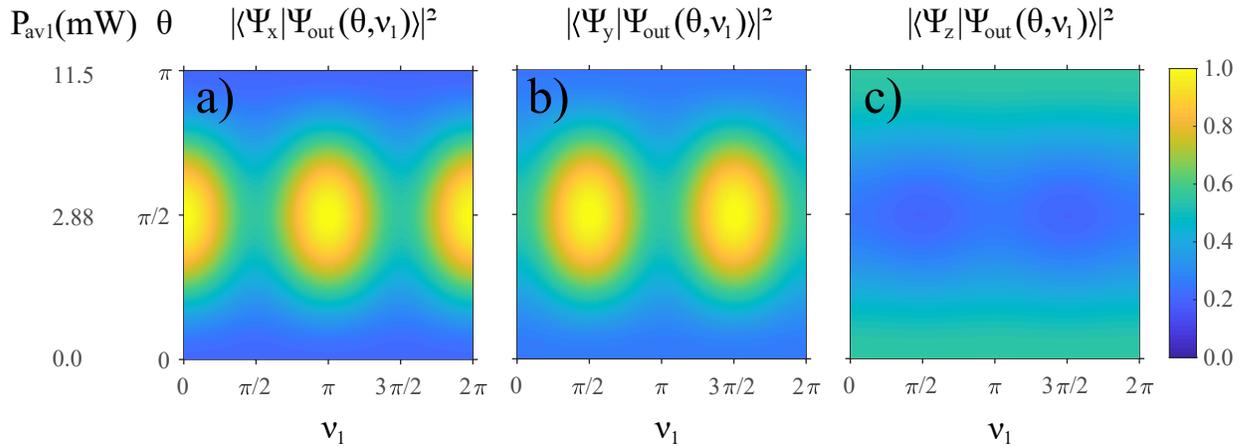
Como se puede observar en la ecuación (102) de la sección anterior, el único parámetro que no se ha fijado aún es la fase  $\nu$  entre los dos pulsos de bombeo, por lo que en esta sección nos ocuparemos de encontrar una relación de fase que nos permita generar el cúbit de interés, pero también poder transformarlo sin la necesidad de diseñar otro dispositivo, solo modificando algún parámetro externo. Es decir, se encontrará una relación de fases mediante la cual sea posible modificar dicha relación de fase para poder movernos en toda la esfera de Bloch y así poder implementar cualquier compuerta de Pauli.

Al generar una diferencia de fase  $\nu_1$  entre los dos bombeos solo es posible acceder al plano  $xy$  en la esfera de Bloch, es decir, es posible implementar o la compuerta  $\sigma_x$  o la compuerta  $\sigma_y$ . Para poder hacer rotaciones alrededor del eje  $z$  es necesario agregar otro elemento de fase luego de la compuerta por DFG, de tal manera que se genere una diferencia de fase  $\nu_2$  entre los fotones con frecuencias  $\omega_s$  y  $\omega_r$ .

##### 4.4.1. Rotaciones en la esfera de Bloch

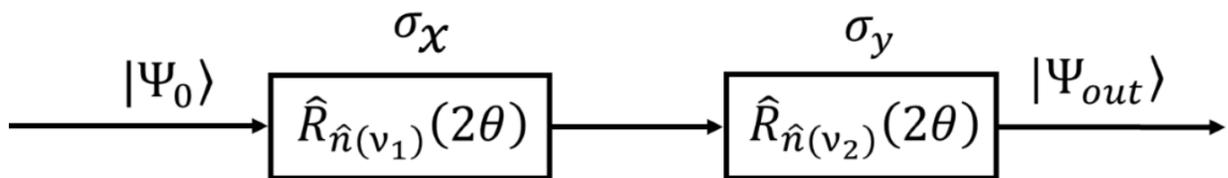
Es posible efectuar una rotación sobre el estado generado por cualquiera de las compuertas siguiendo la ecuación (94). Con esto, es posible calcular la probabilidad de generar una rotación específica en la esfera de Bloch, considerando diferentes valores para la fase  $\nu$  (de 0 a  $2\pi$ ) y considerando los diferentes valores posibles para  $\theta_n$  (de 0 a  $\pi$ ). Estos resultados se muestran en la Figura 23, donde los lóbulos amarillos muestran las regiones en las que, con mayor probabilidad, se puede generar cada compuerta. En la gráfica del panel a) se observan los valores de  $\theta_n$  y de  $\nu$  para los que es posible generar la compuerta  $\sigma_x$ . Vemos que si  $\theta_n = \pi/2$  (con  $P_{av1} = 2.88$  W, como se había ya observado en la Figura 22) y si existe una fase entre los dos bombeos de  $\nu = m\pi$ , con  $m = 0, 1, 2, \dots$ , es posible generar dicha compuerta. En el panel b) se muestra que para el mismo valor de  $\theta_n$  (y por tanto de potencia) y para  $\nu = m(1 + \pi/2)$ ,

con  $m = 0, 1, 2, \dots$ , es posible generar la compuerta  $\sigma_y$ . En el panel c), sin embargo, no existe un máximo de probabilidad, lo cual indica que no es posible generar de esta manera una compuerta  $\sigma_z$ .



**Figura 23.** Probabilidades para implementar las compuertas  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  de Pauli para diferentes valores de  $P_{av1}$  y  $\nu_1$ . La mayor probabilidad de obtener una compuerta cuántica para  $\theta = \pi/2$ , lo cual es equivalente a  $P_{av1} = 2.88$  mW, es para a)  $\nu_1 = m\pi$  para la compuerta  $\sigma_x$  de Pauli, b)  $\nu_1 = m + \pi/2$  para la compuerta  $\sigma_y$  de Pauli, con  $m = 0, 1, 2, \dots$ , y c) no hay valores posibles de  $\nu_1$  que conlleven a la implementación de una compuerta  $\sigma_z$  de Pauli.

Para poder generar la compuerta  $\sigma_z$  es necesario generar una diferencia de fase entre las dos señales,  $\omega_s$  y  $\omega_r$ , lo cual equivale a aplicar dos compuertas consecutivas al estado de entrada, una compuerta  $\sigma_x$  y enseguida una compuerta  $\sigma_y$ , como se muestra en el esquema de la Figura 24, donde se puede observar que ambas compuertas se generan con el mismo valor de  $\theta$ , sin embargo, la diferencia de fase requerida es diferente para cada una. Otra opción posible para generar la compuerta  $\sigma_z$  es aplicar una diferencia de fase  $\nu_2$  entre los modos  $\omega_s$  y  $\omega_r$ , pero sin la necesidad de implementar una segunda compuerta. Esta segunda configuración es la que adoptaremos en este trabajo y se puede ver ejemplificada en el dispositivo de la Figura 11.

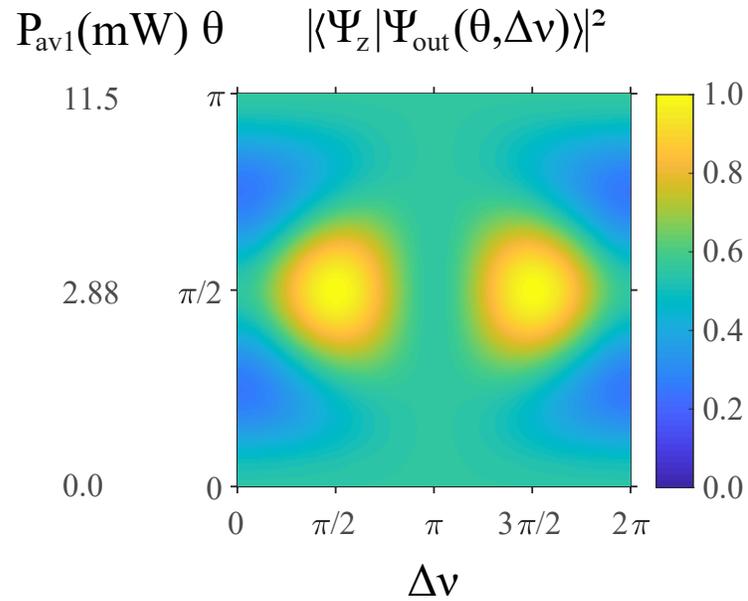


**Figura 24.** Generación de una compuerta  $\sigma_z$  con dos compuertas consecutivas.

En la Figura 25 se observa que si se logra una diferencia de fases de  $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = m + \pi/2$ , con  $m = 0, 1, 2, \dots$ , y para una potencia de  $P_{av1} = 2.88$  mW (al igual que para las compuertas  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ ), es posible generar una compuerta  $\sigma_z$  de Pauli.

Con los resultados anteriores se demuestra que es posible generar, en un mismo dispositivo, diferentes

cúbits y su rotación por toda la esfera de Bloch con las diferentes compuertas de Pauli,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ . Lo anterior solo modificando externamente las potencias de los láseres de bombeo,  $P_{av1}$  y/o  $P_{av2}$ , y las fases aplicadas entre los campos caracterizados por las longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  y entre  $\lambda_s$  y  $\lambda_r$ .



**Figura 25.** Probabilidad de generación de la compuerta  $\sigma_z$  de Pauli para diferentes valores de  $P_{av1}$  y  $\Delta\nu$ . Es posible generar una compuerta  $\sigma_z$  de Pauli si se logra una diferencia de fase de  $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = m + \pi/2$ , con  $m = 0, 1, 2, \dots$ , y para  $P_{av1} = 2.88$  mW.

## Capítulo 5. Fabricación y caracterización de las guías de onda

---

Este capítulo está enfocado a la descripción de los procesos que se llevaron a cabo para la fabricación de las guías de onda de nitruro de silicio en la plataforma descrita en el capítulo anterior. Se presentarán las técnicas utilizadas, así como los resultados obtenidos.

En la primera sección se describirán las técnicas de oxidación térmica y pulverización catódica utilizadas para el crecimiento de las películas delgadas de dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ) y nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ), respectivamente. En la segunda sección se describirán brevemente las técnicas utilizadas para la caracterización de dichas películas: en términos de la óptica se implementaron las técnicas de elipsometría y z-scan, mientras que en términos de su composición química y de su estructura cristalina se implementaron las técnicas de espectroscopía por rayos X y de difracción por rayos X, respectivamente. Se presentarán también los resultados obtenidos con cada técnica.

En la tercera sección se describirán los procesos desarrollados para la fabricación de las guías de onda sobre los materiales previamente sintetizados. Por una parte, se describirá la metodología seguida para la fabricación de guías de onda micrométricas, la cual se llevó a cabo por la técnica de fotolitografía en las instalaciones del Centro de Nanociencias y Nanotecnología (CNyN) de la UNAM; por otro lado, se describe la metodología desarrollada para la fabricación de guías de onda sub-micrométricas por la técnica de litografía por haz de electrones, las cuales fueron fabricadas en la Universidad Tecnológica de Troyes (UTT), en Francia. Para ambos casos se presentarán los resultados obtenidos de caracterizaciones por diferentes técnicas de microscopía.

### 5.1. Síntesis de los materiales

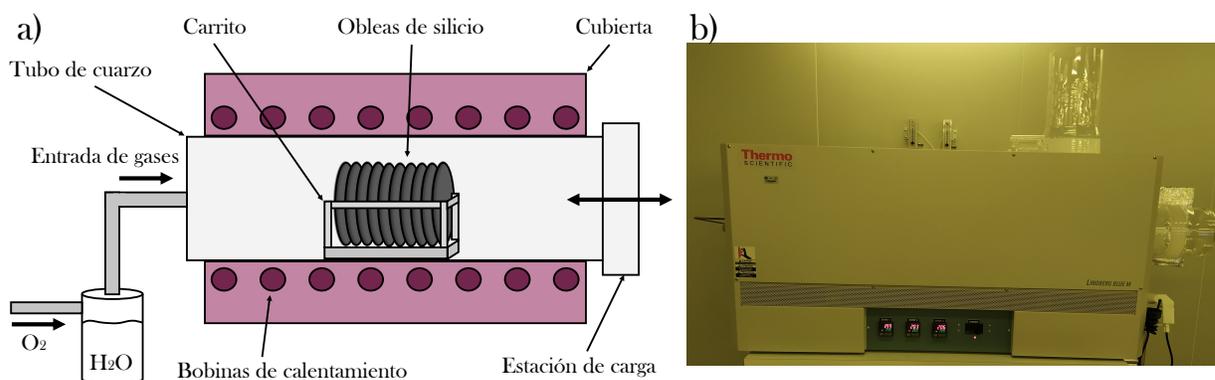
#### 5.1.1. Crecimiento de dióxido de silicio por oxidación térmica

Pese a que existen diversas técnicas para crecer o depositar dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ), la favorita en la industria de semiconductores es la técnica de oxidación térmica, puesto que permite un crecimiento más homogéneo y compacto que el logrado con otras técnicas como la de pulverización catódica.

La oxidación es un proceso en el cual se convierte silicio en  $\text{SiO}_2$ , se lleva a cabo en un horno a temperaturas desde  $900^\circ\text{C}$  hasta  $1100^\circ\text{C}$  y de preferencia en una atmósfera rica en oxígeno. La formación de la película de  $\text{SiO}_2$  es a partir del silicio del sustrato, por lo cual este crecimiento se va haciendo más

lento conforme la película se va haciendo más gruesa. Puede implementarse de dos maneras: i) por vía seca o ii) por vía húmeda, donde la diferencia radica en que en la segunda se involucra también vapor de agua en el proceso de crecimiento. El crecimiento suele ser más rápido en el proceso por vía húmeda, puesto que las moléculas de  $H_2O$  son más pequeñas que las de  $O_2$  y penetran más fácilmente la película de  $SiO_2$  (Bahreynl, 2008). El grosor del  $SiO_2$  crecido por esta técnica es predicho por el modelo de Deal-Groove (Runyan y Bean, 1990). En este trabajo el proceso utilizado es el de oxidación térmica por vía húmeda.

En la Figura 26 a) se muestra un esquema del horno en el que se llevó a cabo el crecimiento de  $SiO_2$ , así como los componentes principales del mismo, mientras que en la Figura 26 b) se observa una fotografía de dicho horno de la marca *Thermo Scientific*.



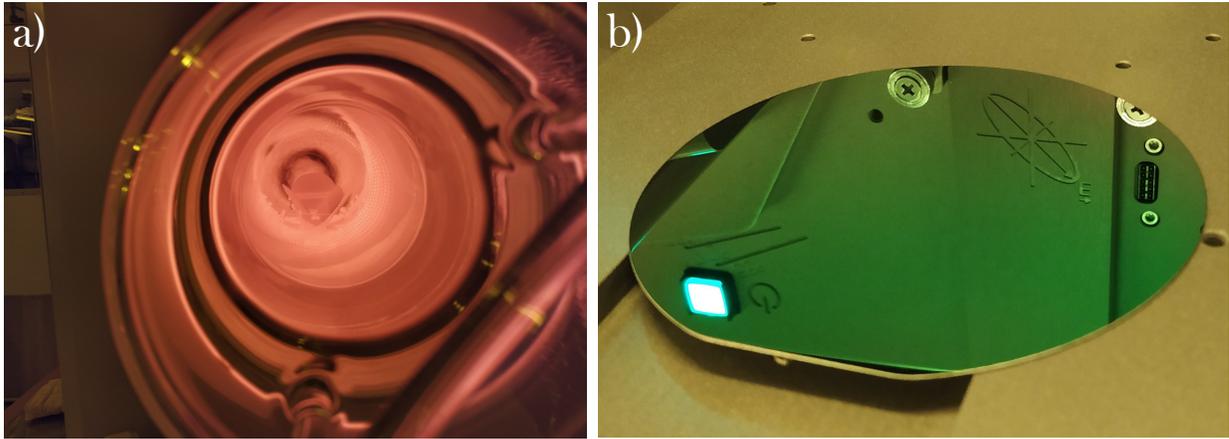
**Figura 26.** Horno para llevar a cabo el proceso de oxidación térmica. a) Esquema simplificado del horno; b) fotografía del horno utilizado para el crecimiento de  $SiO_2$ .

Los parámetros a los cuales se creció el  $SiO_2$  y que resultaron en el crecimiento más rápido de la película se muestran en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Parámetros utilizados en el crecimiento de  $SiO_2$ , donde psi - libra por pulgada cuadrada (del inglés *punds-force per square inch*), sccm - centímetros cúbicos estándar por minuto (del inglés *standard cubic centimeter per minute*).

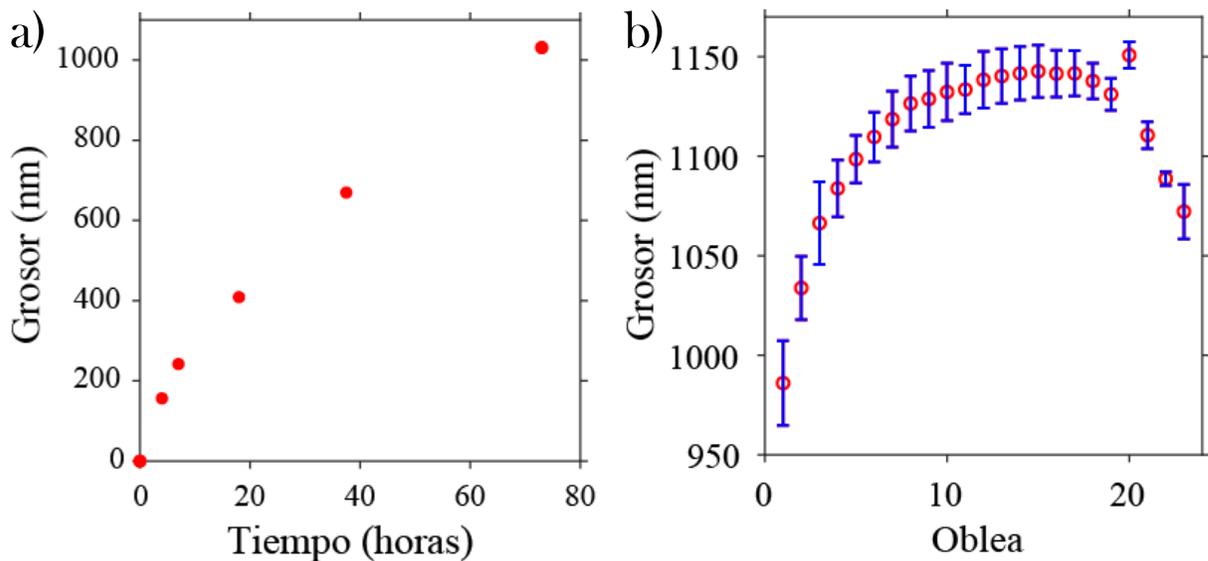
Parámetro	Cantidad
Temperatura	1000°C
Presión de oxígeno	15 psi
Flujo de oxígeno	15 sccm

Una vez definidos los parámetros experimentales, se crecieron con  $SiO_2$  al mismo tiempo 23 obleas de silicio tipo p con orientación (100) de 4 pulgadas de diámetro. Este proceso en su totalidad duró 73 horas. En la Figura 27 a) se muestra una fotografía del horno funcionando a una temperatura de 1000°C, con obleas de silicio dentro, mientras que en la Figura 27 b) se muestra una fotografía de una de las obleas de silicio, terminado el proceso de oxidación térmica.



**Figura 27.** Obleas de Si con SiO<sub>2</sub>. a) Fotografía del horno con obleas de silicio dentro, funcionando a 1000°C; b) fotografía de una oblea con  $\approx 1.1 \mu\text{m}$  de SiO<sub>2</sub>.

A lo largo del proceso, se monitoreó el grosor de una de las obleas por medio de la técnica de elipsometría, con lo cual se obtuvo la gráfica de la Figura 28 a), donde se puede observar su comportamiento claramente no lineal. Al terminar el proceso, se midieron cada una de las 23 obleas en cinco puntos: en el centro y en 4 puntos extremos.



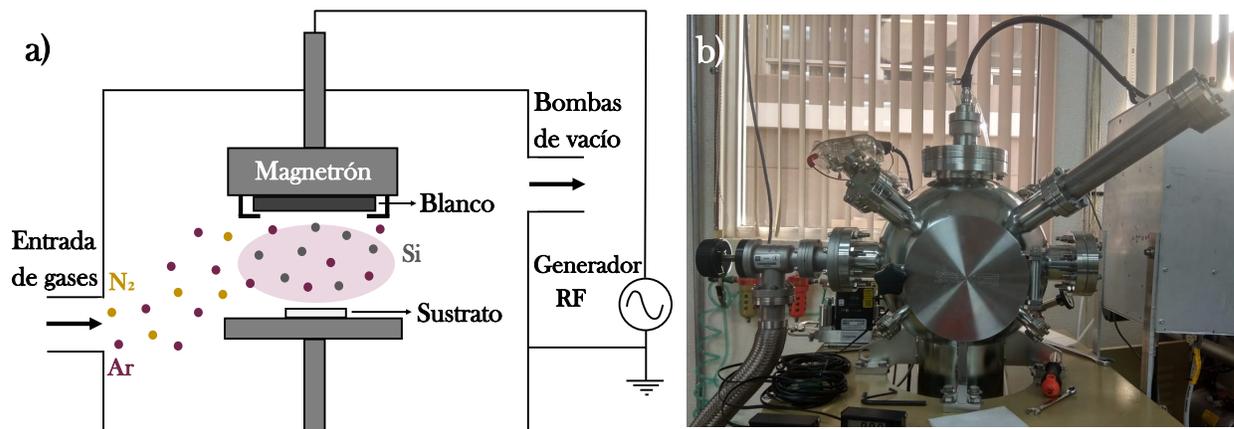
**Figura 28.** Crecimiento de SiO<sub>2</sub> por oxidación térmica. a) Monitoreo del crecimiento de SiO<sub>2</sub>, b) Grosor de las 23 obleas a las que se les creció SiO<sub>2</sub>. Círculos rojos → grosor promedio, barras azules → diferencia de grosor máxima por oblea.

En la Figura 28 b) se muestra una gráfica que exhibe los resultados de estas mediciones; los círculos rojos indican el grosor obtenido para cada oblea al promediar las cinco mediciones que se les hicieron, mientras que las barras azules representan los valores de grosor máximo y mínimo. Los grosores promedio en cada oblea varían desde un mínimo de  $0.986 \mu\text{m}$  hasta un máximo de  $1.150 \mu\text{m}$ , con lo que podemos

decir que las películas de  $\text{SiO}_2$  tuvieron un grosor promedio de  $1.068 \mu\text{m}$  con un error de  $0.08 \mu\text{m}$ .

### 5.1.2. Síntesis de nitruro de silicio por pulverización catódica

Del gran repertorio de técnicas disponibles para el depósito de películas delgadas, se puede hacer una clasificación en dos grupos: las técnicas de depósito por vapor químico (CVD, del inglés *chemical vapor deposition*), las cuales involucran reacciones químicas para la formación de las películas delgadas, y las técnicas de depósito por vapor físico (PVD, del inglés *physical vapor deposition*), en las cuales se desprenden átomos de un blanco y, mediados por la formación de un vapor, estos son depositados en un sustrato para formar las películas delgadas. En este trabajo de tesis se discutirá solamente la técnica de pulverización catódica (también conocida como sputtering, su nombre en inglés), la cual es muy utilizada para el control y crecimiento de películas delgadas sobre diversos materiales (Soto et al., 2012; Garzon-Fontecha et al., 2018; Sanginés et al., 2018) y forma parte de las técnicas por PVD. Enseguida se hablará sobre dicho proceso, pero enfocado a los materiales y al equipo que se utilizaron en esta tesis, que se muestran en la Figura 29.



**Figura 29.** Sistema de sputtering. a) Esquema simplificado de una cámara de sputtering; b) fotografía de la cámara de sputtering utilizada en esta tesis.

Los elementos básicos en una cámara de sputtering son (ver Figura 29 a)): un blanco del material a depositar (silicio en este caso), un sustrato colocado estratégicamente frente al blanco, la generación de un plasma entre el blanco y el sustrato formado por la ionización de un gas inerte (argón), una entrada de gases (argón y nitrógeno) y una salida de gases que va conectada a bombas que mantienen cierto nivel de vacío en la cámara. En un sistema de sputtering magnetron, se tienen además unos imanes detrás del blanco, cuyo objetivo es confinar las cargas eléctricas (iones y electrones) frente al blanco. Adicionalmente, estos sistemas también cuentan con medidores de vacío, válvulas, medidores de temperatura, etc. Esta técnica puede ser implementada con una fuente de potencia de radio frecuencias

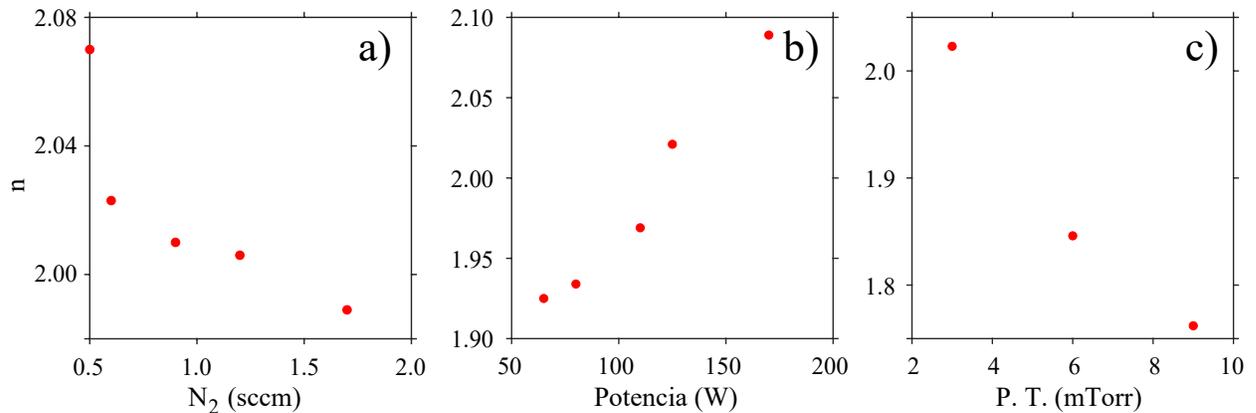
(RF) - típicamente a una frecuencia de 13.56 MHz - la cual alterna la carga eléctrica de la corriente para evitar que se acumulen cargas en la superficie de un blanco no conductor; también puede ser implementada por medio de una fuente de potencia de corriente directa (CD), lo cual suele ser más eficiente para materiales conductores. En la Figura 29 b) se muestra una fotografía de la cámara de sputtering magnetrón por radio frecuencias (RF) que fue utilizada para el depósito de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  en esta tesis.

De manera más detallada, el proceso que se lleva a cabo en esta técnica es el siguiente:

1. Ayudado con bombas y elementos de vacío, se genera un vacío dentro de una cámara para tener una atmósfera controlada dentro la misma.
2. Se introduce un flujo de un gas inerte a la cámara, que en nuestro caso fue argón.
3. Se genera una diferencia de potencial entre un cátodo (el blanco) y un ánodo (el resto de la cámara). Para esto se puede utilizar un sistema DC o RF. Para materiales dieléctricos (como el  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ), es más eficiente utilizar fuentes RF debido a que la corriente alterna que se genera ayuda a descargar el material y a no alentar el proceso de depósito.
4. Electrones cercanos a la superficie del blanco son expulsados, los cuales golpean a los átomos del gas inerte dejándolos ionizados, con lo que se forma un plasma. En los equipos actuales, se suele colocar un par de imanes detrás del blanco para confinar el movimiento de los electrones e incrementar la tasa de depósito. A los equipos con este imán se les llama sputtering magnetrón.
5. Estos iones se ven atraídos al blanco (con carga negativa) y, debido a la aceleración que llevan, desprenden átomos del mismo, los cuales se depositan en el sustrato. Cuando se implementa el proceso reactivo, se introduce a la cámara un flujo de algún gas que reaccione con los átomos del blanco (en el presente caso, el gas reactivo es el nitrógeno) y se forme el compuesto que se quiere depositar en el sustrato.
6. Los electrones libres que hay en el ambiente de la cámara se vuelven a recombinar con los iones de argón, dejándolos neutros otra vez y generando la característica luz del plasma, cuyo color dependerá de las especies involucradas en el plasma. Luego de esto, el ciclo comienza de nuevo, tanto como sea necesario para formar las películas del grosor deseado.

Para lograr el depósito de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  con un índice de refracción de  $n \approx 2$  se variaron algunos parámetros involucrados en el proceso de sputtering y se monitoreó cómo iba cambiando el índice de refracción,

estos parámetros fueron los flujos de argón (Ar) y nitrógeno ( $N_2$ ), la potencia (P) y la presión de trabajo (P.T.). En la Figura 30 a) se observa cómo varía el índice de refracción con respecto al flujo de nitrógeno, se ve una disminución del índice de refracción al incrementar el flujo de nitrógeno. En la Figura 30 b) se muestra la variación del índice de refracción con respecto a la potencia, aquí se observa cómo incrementa conforme la potencia incrementa también. En la Figura 30 c) se graficó el índice de refracción al variar la presión de trabajo (P.T.), el aumentar la P.T. hace que  $n$  disminuya.



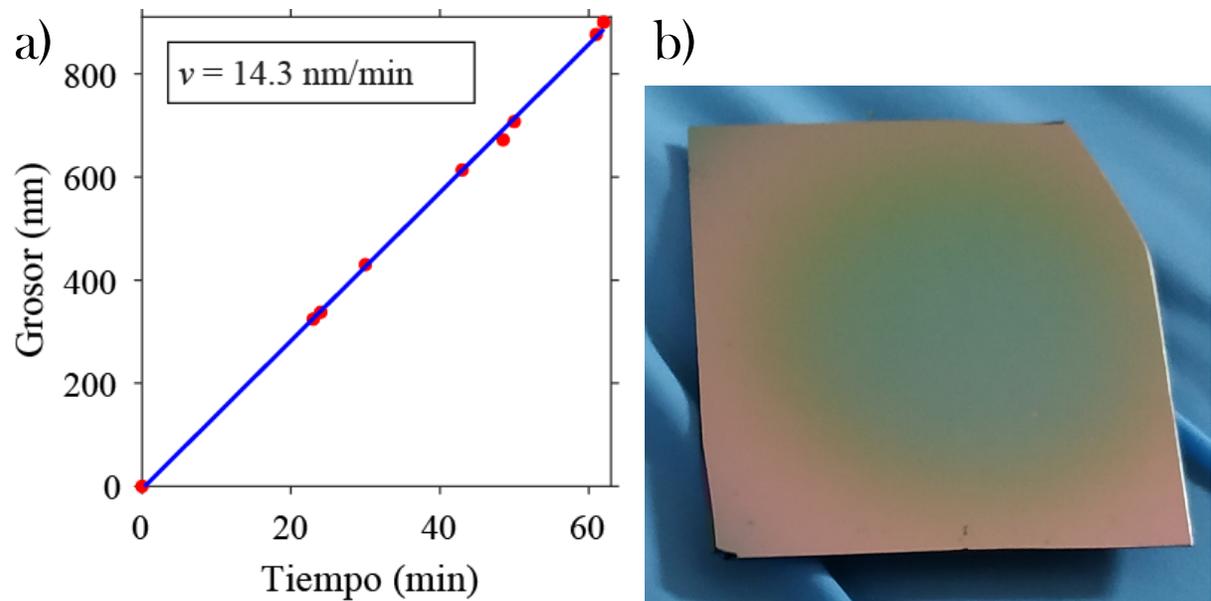
**Figura 30.** Índice de refracción en función de parámetros de crecimiento para el  $Si_3N_4$ . Gráficas del índice de refracción en función de a) el flujo de nitrógeno, b) la potencia y c) la presión de trabajo.

Con el estudio anterior nos fue posible fijar los parámetros con los cuales es posible depositar  $Si_3N_4$  con un índice de refracción de  $n \approx 2.02$ , de manera reproducible y eficiente, los cuales se muestran en la Tabla 3. Aparte de los parámetros antes mencionados, es importante mencionar que la distancia blanco-sustrato a la que se llevaron a cabo los depósitos fue de 3.8 cm y la presión base promedio lograda en los depósitos de  $\approx 3 \times 10^{-6}$  Torr.

**Tabla 3.** Parámetros utilizados en el depósito de  $Si_3N_4$ .

Parámetro	Cantidad
Potencia	125 W
Flujo de argón	1.9 sccm
Flujo de nitrógeno	0.6 sccm
Presión de trabajo	3 mTorr
Distancia blanco-sustrato	3.8 cm
Presión base	$\approx 3 \times 10^{-6}$ Torr

En la Figura 31 a) se observa la tasa de crecimiento que se obtuvo para el  $Si_3N_4$  con los parámetros enlistados en la Tabla 3, en la cual se evidencia un comportamiento lineal y una velocidad de crecimiento de  $v = 14.3$  nm/min, lo cual permite deducir que es posible crecer 700 nm de  $Si_3N_4$  en 49 minutos. En la Figura 31 b) se observa una fotografía de un sustrato depositado con  $Si_3N_4$ , en el cual se puede observar la característica variación concéntrica de grosor que se genera por la técnica de sputtering.



**Figura 31.** a) Tasa de crecimiento del  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ; b) sustrato de silicio con una película de  $\text{SiO}_2$ , luego de haber sido depositada con una película delgada de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

## 5.2. Caracterización de los materiales

### 5.2.1. Elipsometría

Dado que para el diseño de las guías de onda es necesario conocer la dispersión de los materiales que se van a utilizar en el dispositivo, uno de los intereses en la caracterización de las películas es el de conocer el índice de refracción de los materiales en un rango de longitudes de onda. Existen diversos equipos diseñados para conocer dicho parámetro, como por ejemplo los refractómetros, los cuales se basan en la medición del ángulo crítico de la luz (generalmente se usa una fuente de luz blanca) al hacerse pasar por un prisma; este prisma funciona también como monocromador, con lo que el haz que interacciona con la muestra tiene una longitud de onda en específico. Otro instrumento muy utilizado para este fin es el elipsómetro, el cual se basa en la medición del cambio de polarización de la luz luego de interactuar con la muestra y permite obtener, con una sola medición, una curva que representa al índice de refracción para un rango de longitudes de onda. En este trabajo, se utiliza la técnica de elipsometría para la caracterización tanto del  $\text{Si}_3\text{N}_4$  como del  $\text{SiO}_2$ , por lo cual se describirá con más detalle.

Es posible definir de manera general a la elipsometría como la medición del estado de polarización de una onda vectorial polarizada, con lo cual se busca obtener información acerca de un sistema óptico (Azzam

et al., 1978). El esquema general en un elipsómetro consiste en hacer incidir un haz de luz linealmente polarizado sobre la muestra que se quiere analizar, el cual se va a ver afectado por esta interacción, se recolecta la luz reflejada y se mide su estado de polarización. La información de la muestra es obtenida al comparar la polarización del haz incidente con la del haz reflejado. Con esta técnica es posible determinar ciertos parámetros de una película delgada, tales como la rugosidad, la composición, el índice de refracción, entre otros. Sin embargo, dichos parámetros no se obtienen directamente, sino que es necesario ajustar un modelo a la medición de manera tal que sea posible inferir dicha información. La cantidad medida por el elipsómetro es  $\rho$ , la cual está dada en términos de una amplitud ( $\Psi$ ) y una fase ( $\Delta$ ) y viene descrita por (Azzam et al., 1978; Tompkins, 2006)

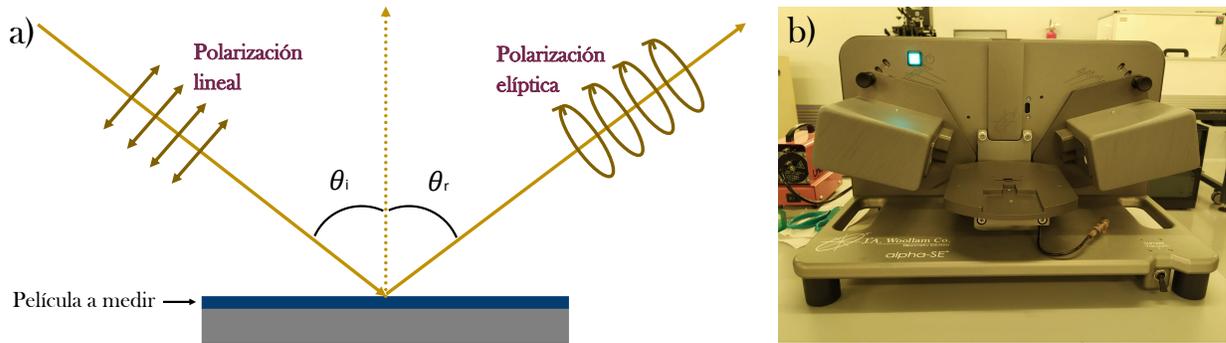
$$\rho = \tan \Psi e^{i\Delta}. \quad (103)$$

Esta cantidad compleja  $\rho$  es conocida como la razón de los coeficientes de reflexión total, puesto que está dada también en términos de los coeficientes de reflexión como  $\rho = r_p/r_s$ , donde  $r_p$  es el coeficiente asociado a la oscilación paralela al plano de incidencia del haz en la muestra, mientras que  $r_s$  se asocia a la componente perpendicular al plano de incidencia y paralela a la superficie de la muestra. Debido a que  $r_p$  y  $r_s$  (coeficientes de Fresnel) pueden ser escritos en términos del índice de refracción, es posible conocer este parámetro al ajustar un modelo a la medición. Es importante mencionar que el modelo a usarse va a depender totalmente del material a medir, por lo cual es importante conocer bien la muestra antes de usar esta técnica.

En la Figura 32 a) se muestra un esquema simplificado del funcionamiento del elipsómetro del cual se hizo uso: se hace incidir a la muestra un haz de luz linealmente polarizada y se detecta el haz reflejado, el cual ha cambiado su estado de polarización de lineal a elíptica debido a la interacción con la muestra. En la Figura 32 b) se observa una fotografía del elipsómetro utilizado en la caracterización de las películas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  y  $\text{SiO}_2$  (modelo Woollam Alpha SE), el cual opera en un rango de longitudes de onda de  $0.380\mu\text{m}$  a  $0.900\mu\text{m}$ . Cada una de las películas (de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  o de  $\text{SiO}_2$ ) que se crecieron se caracterizaron con el elipsómetro con la intención de identificar cómo se modifica el índice de refracción al variar alguno de los parámetros involucrados y, de esta manera, obtener la película con las propiedades deseadas y reproducibles.

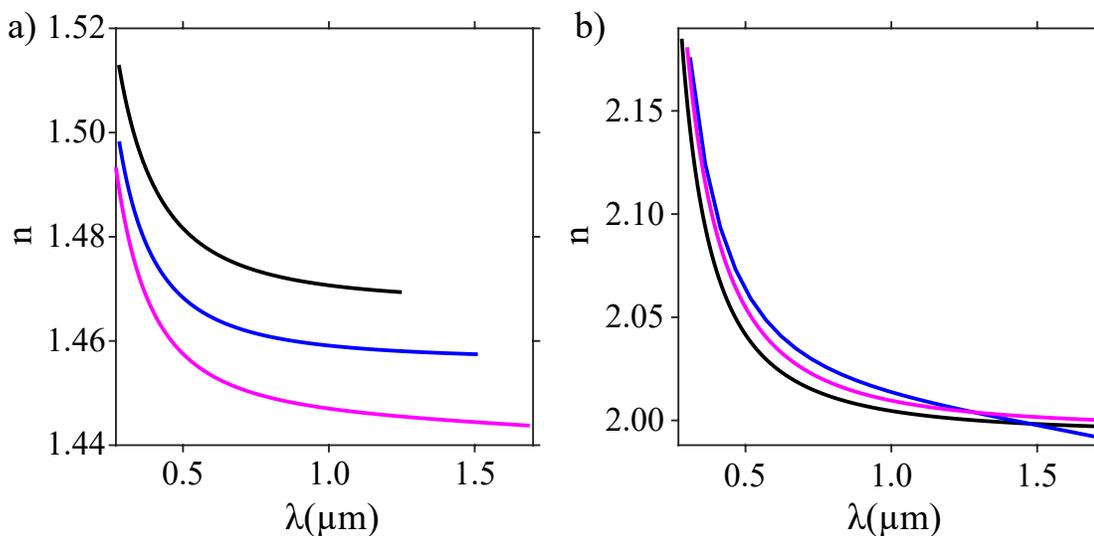
En la Figura 33 se muestran las curvas de índice de refracción obtenidas con los parámetros que se reportaron para el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (Tabla 3) y para el  $\text{SiO}_2$  (Tabla 2). Cabe mencionar que las curvas presentadas en estas gráficas fueron medidas en otro elipsómetro (fabricado por la misma compañía del elipsómetro

mencionado anteriormente) en un rango de medición que va desde  $\approx 0.3 \mu\text{m}$  hasta  $\approx 1.6 \mu\text{m}$ .



**Figura 32.** a) Esquema que muestra el principio básico de medición de un elipsómetro, donde el ángulo de incidencia ( $\theta_i$ ) es igual al ángulo de reflexión ( $\theta_r$ ); b) fotografía del elipsómetro usado para la caracterización de las películas delgadas (Woollam Alpha SE).

En la Figura 33 a) se graficó en color rosa la curva de índice de refracción obtenida para el  $\text{SiO}_2$ , para la cual se elaboró un modelo elipsométrico basado en los datos reportados por Jellison y colaboradores (Jellison Jr y Modine, 1996) - ver sección 4.1.1 de esta tesis. Con la intención de comparar este resultado con lo reportado en la literatura se graficó la curva negra (Gao et al., 2013) y la curva azul (Rodríguez-de Marcos et al., 2016), las cuales se sintetizaron por medio de las técnicas de depósito por haz electrónico asistido por iones y de evaporación por haz de electrones reactivos, respectivamente. Se puede observar una diferencia en los índices de refracción para cada curva debido a que se depositaron por diferentes técnicas, sin embargo, la tendencia es la misma para las tres curvas en la gráfica.



**Figura 33.** Curvas de índice de refracción. a)  $\text{SiO}_2$ . La curva rosa es la obtenida en este trabajo y las curvas negra (Gao et al., 2013) y azul (Rodríguez-de Marcos et al., 2016) son resultados reportados en la literatura y se muestran aquí para efectos de comparación; b)  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . La curva rosa es la obtenida en este trabajo y las curvas negra (Palik, 1998) y azul (Luke et al., 2015) son obtenidas de la literatura.

En la Figura 33 b) se reporta la curva de índice de refracción obtenida para el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (curva rosa) la cual está ajustada a un modelo por Tauc Lorentz (ver sección 4.1.1 de esta tesis) y se compara con dos curvas encontradas en la literatura, donde para la curva negra (Palik, 1998) se depositó  $\text{Si}_3\text{N}_4$  por medio de la técnica de descomposición pirolítica, mientras que para la curva azul (Luke et al., 2015) se usó la técnica de depósito de vapor químico a baja presión. En esta gráfica, se observa un mismo comportamiento con la curva negra: ambas muestran un decaimiento hasta aproximadamente  $1.0\mu\text{m}$  y a partir de allí describen una especie de meseta. Sin embargo, la curva azul no alcanza dicha meseta y sigue decreciendo. Es importante mencionar que en este trabajo no se buscó reproducir ninguna curva para el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  ni para el  $\text{SiO}_2$ , sino solo sintetizar un material reproducible y estequiométrico.

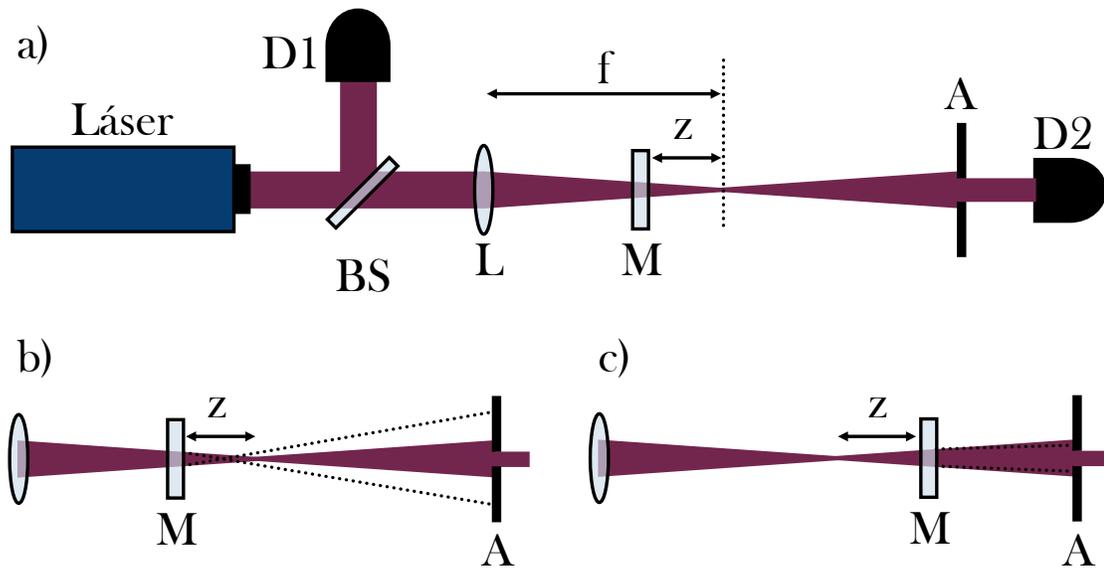
### 5.2.2. Z-scan

Z-scan es una técnica utilizada para determinar el signo y magnitud de las partes real e imaginaria de la susceptibilidad no lineal de tercer orden ( $\chi^{(3)}$ ) en materiales ópticos no lineales, con lo cual podemos conocer el índice de refracción no lineal ( $n_2$ ) del material. Esta técnica permite medir cambios en la fase (provocados por una muestra colocada en el camino del haz láser), de manera indirecta, al detectar los cambios en la intensidad. Fue originalmente propuesta por Sheik-Bahae y colaboradores (Sheik-Bahae et al., 1989a, 1990b) y es hoy en día ampliamente utilizada en la caracterización de materiales con respuesta no lineal de tercer orden.

En la Figura 34 se observa un esquema típico para la implementación de la técnica de z-scan. En el esquema de la Figura 34 a) se muestra un láser (pulsado, en nanosegundos o picosegundos usualmente), dos detectores que permiten tener la señal de referencia ( $D_1$ ) y compararla con la señal transmitida por la muestra ( $D_2$ ), una lente (L) que enfoque el haz preparado para exhibir una distribución gaussiana, una apertura (A) para delimitar el haz láser en el campo lejano y una muestra (M) localizada entre la lente y la apertura. Es posible colocar la muestra antes del punto focal de la lente (ver Figura 34 b)), en cuyo caso el haz de luz divergirá más al llegar a la apertura (en comparación a cuando la muestra no modifica al haz de luz), lo cual provoca que la transmitancia disminuya, o colocarla después del punto focal (ver Figura 34 c)), lo que provocará que la luz converja más al llegar a la apertura y se tiene por lo tanto un aumento en la transmitancia.

Z-scan consiste en medir la transmitancia (la razón  $D_2/D_1$ ) de la muestra, luego de pasar por una apertura, y en función de la distancia  $z$ . Esta transmitancia se va midiendo al ir moviendo la muestra desde una distancia  $-z$  a una distancia  $+z$ , con lo cual se puede obtener una gráfica de transmitancia en función de  $z$  cuyo comportamiento característico corresponde a un valle seguido de una cresta (para

$+n_2$ ), o de una cresta seguida de un valle (para  $-n_2$ ).



**Figura 34.** a) Esquema experimental para la implementación de la técnica de z-scan. D1 y D2 - detectores; BS - divisor de haz; L - lente;  $f$  - distancia focal de la lente; M - muestra; A - apertura;  $z$  - distancia de la muestra al plano focal de la lente. Comportamiento del haz láser al colocar la muestra b) antes del punto focal y c) después del punto focal.

Esta técnica es sensible a las respuestas no lineales generadas tanto por el índice de refracción no lineal (NLR, del inglés *nonlinear refraction*) como por la absorción no lineal (NLA, del inglés *nonlinear absorption*), por lo que es necesario diferenciar entre ambas respuestas. La parte real de  $\chi^{(3)}$  está relacionada al proceso de NLR ( $n(I) = n_0 + n_2I$ , donde  $n_0$  es el índice de refracción lineal,  $n_2$  el índice de refracción no lineal e  $I$  la intensidad del haz) y la parte imaginaria de  $\chi^{(3)}$  está relacionada al proceso de NLA ( $\alpha(I) = \alpha_0 + \beta I$ , donde  $\alpha_0$  es la absorción lineal y  $\beta$  corresponde a la absorción no lineal de tercer orden). Por la anterior razón, existen dos configuraciones distintas para distinguir entre ambos efectos no lineales, la configuración “cerrada”, que es la que se explicó anteriormente y es la que nos permite conocer la NLR, y la configuración “abierta” que permite conocer la NLA, la cual consiste en implementar en el brazo de referencia (brazo que se dirige a D1 en la Figura 34 a)) un arreglo de lente y apertura igual al implementado en el brazo señal (haz dirigido a D2), pero sin colocar la muestra y quitando las aperturas en ambos brazos, lo cual permite coleccionar toda la luz transmitida y tener un arreglo insensible a distorsiones no lineales del haz debidas a la NLR (Van Stryland y Sheik-Bahae, 1997). De esta manera, con ambas configuraciones es posible determinar ambas componentes no lineales y así poder obtener resultados más confiables para la NLR.

Debido a que la técnica por z-scan requiere de sustratos transparentes para poder implementarse, se crecieron dos grupos de muestras de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sobre cuarzo; el primer grupo corresponde a muestras crecidas

con diferentes flujos de nitrógeno ( $F_{N_2}$ ), mientras que el segundo grupo de muestras es crecido con diferente presión de trabajo (P.T.). Todos los demás parámetros se mantienen fijos de acuerdo a lo reportado en la Tabla 3 y el tiempo de depósito es de 44 minutos para todas las muestras. Los parámetros de crecimiento e índice de refracción lineal de los dos grupos de muestras se observan en las Tablas 4 y 5. Se puede observar como un decremento en el índice de refracción va acompañado de un decremento en el grosor de la muestra. Se observa en la Tabla 4 que conforme aumenta el flujo de nitrógeno, el índice de refracción y el grosor disminuyen, esto se puede explicar si consideramos que aumentar el flujo de nitrógeno (y con ello aminorar la razón  $Ar/N_2$ ) equivale a tener menos iones de argón colisionando con el blanco, con lo que menos átomos de silicio serán desprendidos del mismo y posteriormente habrá menos silicio en la película depositada. Asimismo, dado que la cantidad de átomos de silicio en la película disminuye, el índice de refracción se ve reducido.

**Tabla 4.** Muestras de  $Si_3N_4$  sobre cuarzo para diferentes flujos de nitrógeno.

Muestra	$F_{N_2}$ (sccm)	Grosor (nm)	n
1	0.5	692	2.070
2	0.6	628	2.023
3	0.9	473	2.021
4	1.2	416	2.001
5	1.7	354	1.989

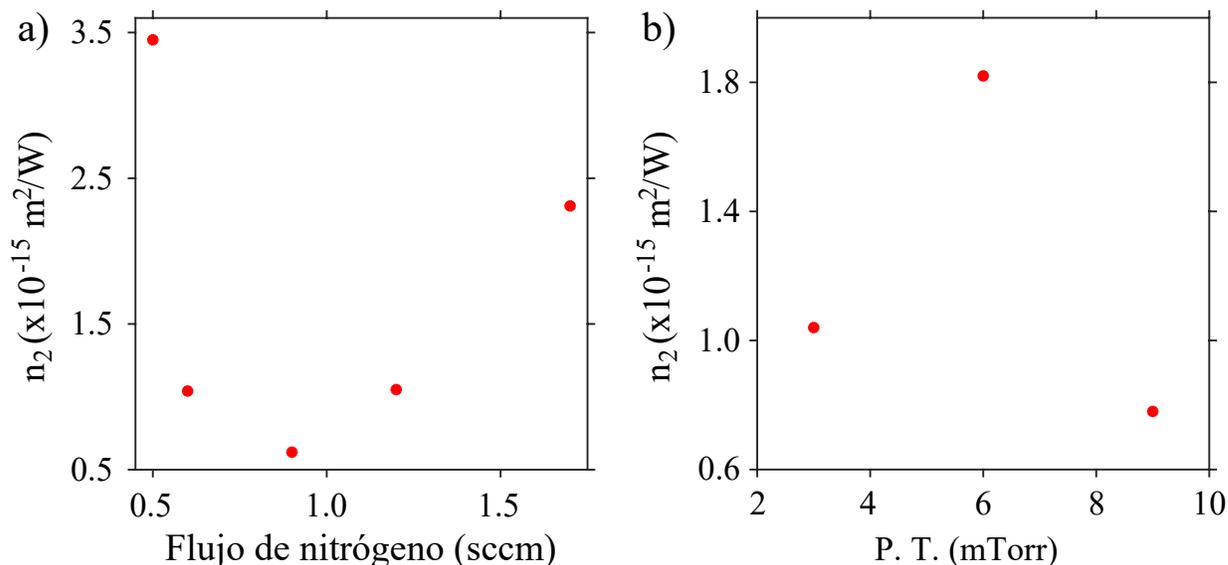
Para el caso de la Tabla 5, se tiene una disminución en el índice de refracción y el grosor al ir aumentando la presión de trabajo, lo cual puede suceder porque hay una mayor densidad de átomos en la cámara colisionando entre sí, provocando que la película delgada crezca más lento y se formen películas porosas. Vemos que en este caso el cambio en n es mucho más drástico que al modificar el flujo de nitrógeno. Con el objetivo de entender aún mejor el comportamiento del índice de refracción al implementar estas variaciones se hicieron caracterizaciones químicas a las muestras, las cuales serán detalladas en la sección 5.2.3.

**Tabla 5.** Muestras de  $Si_3N_4$  sobre cuarzo para diferentes valores de presión de trabajo (P. T.).

Muestra	P. T. (mTorr)	Grosor (nm)	n
1	3	628	2.023
2	6	598	1.846
3	9	586	1.762

Todas estas muestras se caracterizaron con z-scan en el Laboratorio de pulsos ultracortos y procesamiento de materiales del CICESE, dirigido por el Dr. Raúl Rangel Rojo, y los resultados se muestran en la Figura 35. Las mediciones para las muestras en las que se varió el flujo de nitrógeno se presentan en la Figura 35 a). Aquí se nota una tendencia creciente en  $n_2$  para flujos mayores y menores a un valor de  $F_{N_2} = 0.9$

sccm. Mientras que en la Figura 35 b) un aumento en la P.T. va acompañado de un aumento en la  $n_2$ , seguido de un decaimiento.



**Figura 35.** Gráficas de índice de refracción no lineal,  $n_2$ , en función de a) la variación de flujo de nitrógeno y b) la presión de trabajo (P. T.) en los depósitos de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

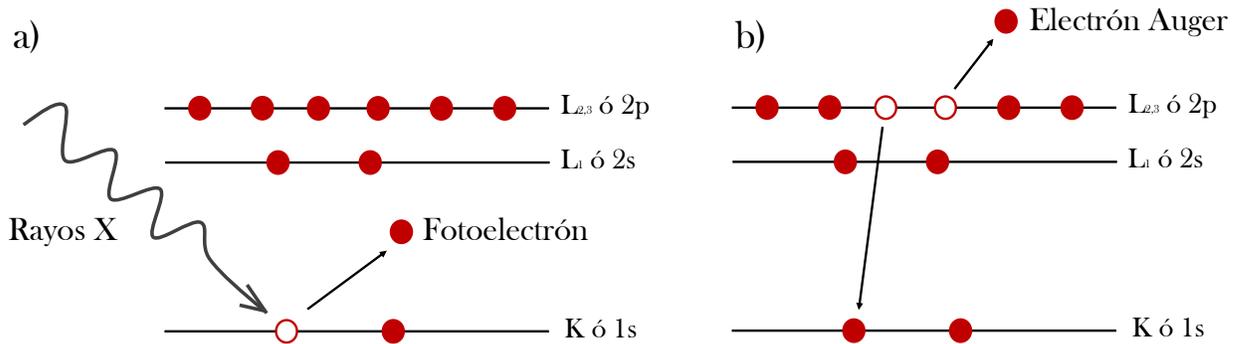
Los valores de  $n_2$  obtenidos para nuestras muestras de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  son de hasta 4 órdenes de magnitud superiores a los reportados en la literatura, que rondan en valores de  $\approx 2 \times 10^{-19} \text{ m}^2/\text{W}$  (Ikeda et al., 2008). Específicamente, el valor de  $n_2$  obtenido con los parámetros de depósito resumidos en la Tabla 3 es de  $1.04 \times 10^{-15} \text{ m}^2/\text{W}$ .

### 5.2.3. Espectroscopía de fotoelectrones emitidos por rayos X

La espectroscopía de electrones fotoemitidos por rayos X (XPS, del inglés *X-ray photoelectron spectroscopy*) es una técnica superficial ampliamente utilizada para la determinación de la composición química en la superficie de materiales (con un alcance de  $\approx 10 \text{ nm}$  de profundidad). Es una técnica que se basa en el efecto fotoeléctrico y fue desarrollada por el físico Kai Siegbahn, trabajo por el cual fue galardonado con el premio nobel de física en 1981. Tiene diversas aplicaciones que van desde el desarrollo y estudio de materiales (polímeros, semiconductores, materiales nanoestructurados, etc.) hasta en la formación de imágenes (Engelhard et al., 2017).

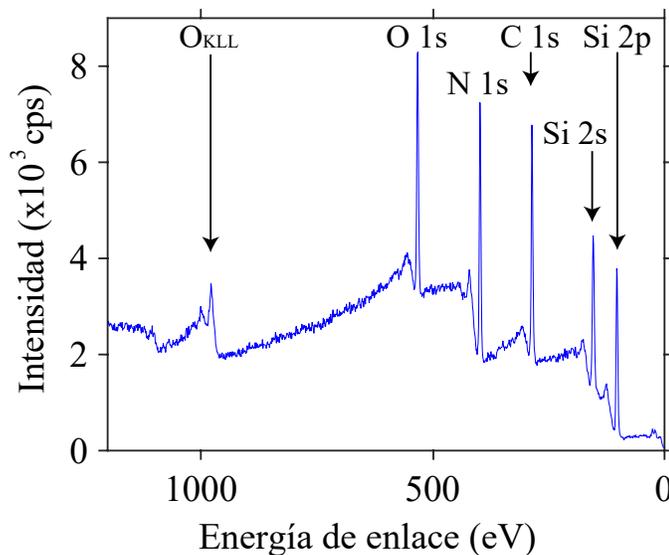
En XPS se miden electrones fotoemitidos por una muestra previamente bombardeada con rayos X. En la Figura 36 a) se muestra un esquema que ejemplifica lo que sucede en un átomo cuando se lleva a cabo la técnica de XPS. Debido a esta incidencia de rayos X, va a haber un reacomodo de electrones en la muestra y, aparte de los electrones fotoemitidos, se van a emitir también electrones debido a otros

efectos, como los electrones Auger (Figura 36 b)) que son emitidos por los átomos excitados luego de un proceso de relajación.



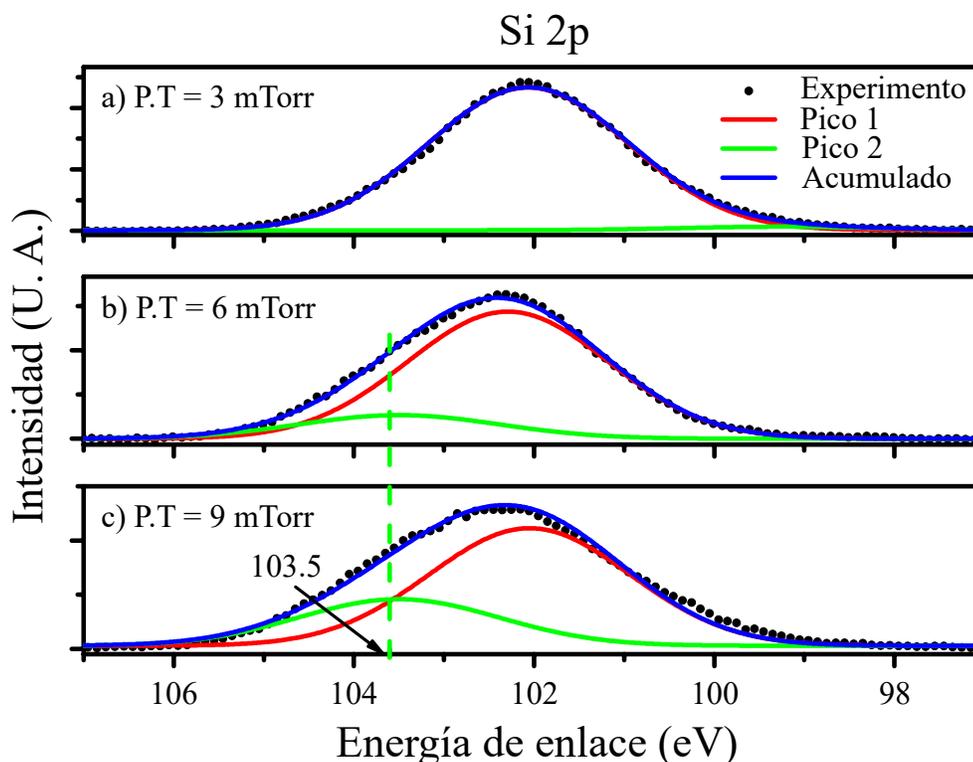
**Figura 36.** Diagrama esquemático del comportamiento de un átomo en el proceso de XPS. a) Fotoemisión de un electrón debido a un fotón de rayos X que incide en el átomo; b) la emisión de un electrón Auger debido al proceso de relajación del átomo.

El espectro se obtiene como una gráfica del número de electrones detectados en función de la energía de enlace (la cual se obtiene de restar la energía del fotón menos la energía cinética medida en el experimento), como se muestra en la Figura 37, donde se ha graficado el espectro general de una muestra con nuestro Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>. Es posible observar varios picos que corresponden a la presencia de diferentes elementos en nuestro material; debido a la contaminación ambiental, siempre van a aparecer elementos como el oxígeno y el carbono, pero sin formar ningún enlace con los compuestos de la muestra. Se señalan en el espectro los picos que corresponden al Si 2s, Si 2p, C 1s, N 1s, O 1s y O<sub>KLL</sub>. Las señales de Si 2p y N 1s fueron usadas para la cuantificación de elementos en nuestro material.



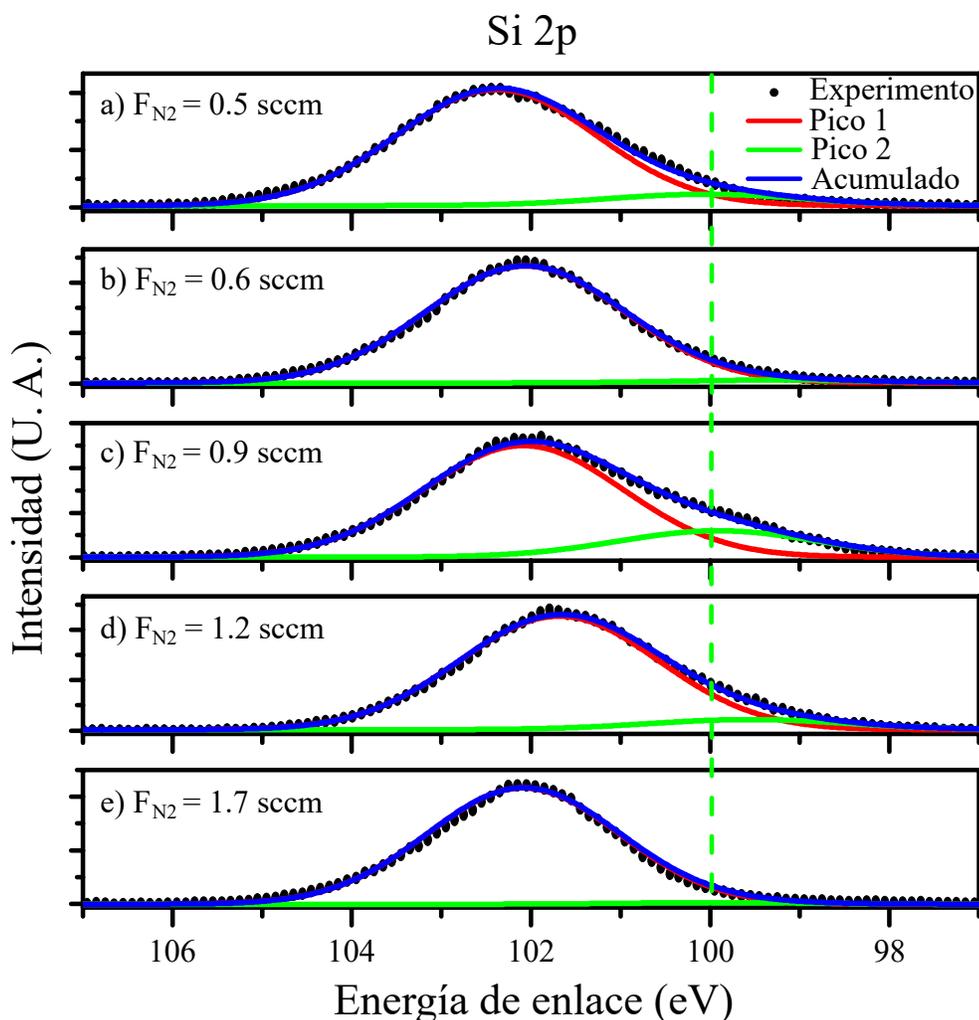
**Figura 37.** Espectro por XPS para la muestra de Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> con un flujo de nitrógeno de 0.6 sccm. Se señalan los elementos presentes en la medición.

Con la intención de ver qué pasa con el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  en términos de su composición química, al ir modificando parámetros de crecimiento, se midieron y analizaron por XPS las muestras presentadas en las tablas 4 y 5, haciendo énfasis en las señales de Si 2p y N 1s (espectros de alta resolución de estas señales). En la Figura 38 se muestra el pico de Si 2p para las muestras con diferentes presiones de trabajo. Se observa como se va ensanchando conforme aumenta la P.T. y aparece otro pico de silicio en 103.5 eV, el cual puede estar enlazado para formar otros compuestos (quizá un óxido), con lo que se explica la disminución del índice de refracción.



**Figura 38.** Pico de Silicio 2p al variar la presión de trabajo (P.T.) en el depósito de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Los picos 1 y 2 corresponden a la deconvolución de la curva correspondiente a los datos obtenidos experimentalmente, mientras que el Acumulado es la suma de los dos picos. Conforme la P.T. incrementa se observa la aparición de un segundo pico en 103.5 eV, indicado por la línea verde segmentada.

En la Figura 39 se observan las mediciones de Si 2p para las muestras en las que se varía el flujo de nitrógeno, de manera similar a como pasa con la P.T. se observa un ensanchamiento del pico de silicio cuando el flujo difiere del valor de 0.6 sccm. La diferencia principal es que el ensanchamiento ocurre hacia bajas energías de enlace indicando que el Si se encuentra en estado  $\text{Si}^0$  (sin formar compuestos), lo cual es más evidente para la muestra con  $F_{\text{N}_2}$  de 0.9 sccm. Dado que el incremento del flujo de  $\text{N}_2$  mostró una disminución de la señal de Si en la muestra, indicando un cambio en la estequiometría de las películas (al variar el flujo de  $\text{N}_2$ ), no fue necesario indagar porqué a ese flujo en específico de 0.9 sccm es más evidente la componente de  $\text{Si}^0$ .



**Figura 39.** Pico de Silicio 2p al variar el flujo de nitrógeno en el depósito de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Los picos 1 y 2 corresponden a la deconvolución de la curva correspondiente a los datos obtenidos experimentalmente, mientras que el Acumulado es la suma de los dos picos. La línea verde segmentada indica el valor del pico 2, 100 eV, que va creciendo conforme el flujo de nitrógeno se aleja de 0.6 sccm.

En la Tabla 6 se muestra la estequiometría obtenida a partir de las mediciones por XPS. Para este análisis fue medida una pastilla de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  comprada a la compañía American Targets para conocer los factores de sensibilidad ( $FS$ ) del N 1s y del Si 2p en el equipo utilizado para las mediciones, los cuales ayudan a escalar las áreas medidas en los picos de tal manera que, si se tienen dos picos con diferente intensidad para el mismo elemento, la cantidad presente del elemento será la misma para ambos. Estos se determinaron como  $FS_{N_2} = 1.225$  y  $FS_{Si} = 1$ . Se reportan las concentraciones de ambos elementos para cada muestra, calculadas como  $C_{Si} = 100(I_{Si}/FS_{Si})(I_{Si}/FS_{Si} + I_{N_2}/FS_{N_2})$  y  $C_{N_2} = 100(I_{N_2}/FS_{N_2})(I_{Si}/FS_{Si} + I_{N_2}/FS_{N_2})$ , donde  $I_{Si}$  y  $I_{N_2}$  son las áreas de los picos de Si 2p y N 1s, respectivamente. Tanto para la variación del flujo de nitrógeno, como para la variación de la presión de trabajo, se puede apreciar un cambio en la concentración de los elementos, lo cual indica un cambio

químico en la muestra.

**Tabla 6.** Estequiometría obtenida por XPS para muestras de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sobre cuarzo y su comparación con un blanco de referencia. C - concentración.

Blanco de referencia		
Muestra	$C_{\text{Si}}$	$C_{\text{N}_2}$
	42.87	57.13
Variación del flujo de $\text{N}_2$		
Flujo $\text{N}_2$ (sccm)	$C_{\text{Si}}$	$C_{\text{N}_2}$
0.5	45.20	54.80
0.6	45.26	54.74
0.9	43.02	56.98
1.2	40.09	59.91
1.7	39.84	60.16
Variación en la P. T.		
P. T. (mTorr)	$C_{\text{Si}}$	$C_{\text{N}_2}$
3	45.26	54.74
6	47.29	52.71
9	49.24	50.76

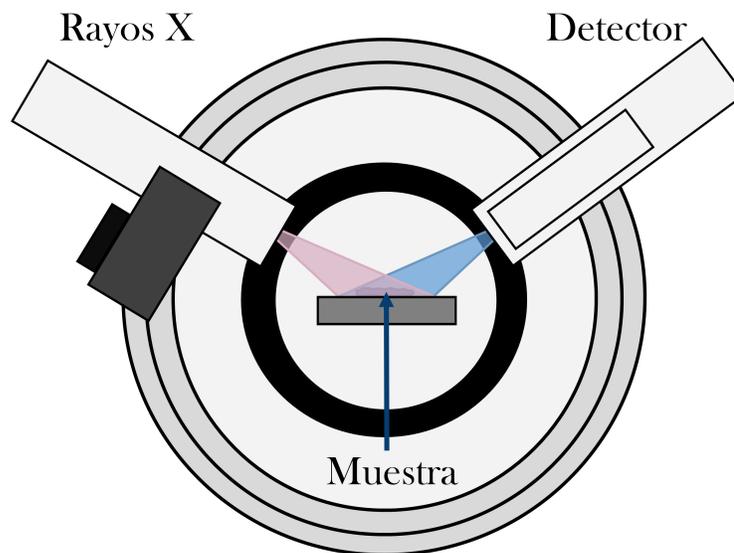
De manera general, podemos resaltar de estas mediciones que al ir incrementando el flujo de  $\text{N}_2$  en los depósitos la estequiometría de las películas muestra una disminución en la concentración de silicio, lo cual ocasiona una disminución del índice de refracción lineal (de 2.070 a 1.989). Un efecto diferente se observa al aumentar la presión de trabajo, con lo cual la película se vuelve más rica en silicio (ver Tabla 6), sin embargo y contrario a lo esperado, el índice de refracción disminuye drásticamente de 2.023 para 3 mTorr a 1.762 para  $P.T. = 9$  mTorr, lo que es posible explicar al ver que gran parte de dicho silicio no está químicamente enlazado para formar nitruros (ver Figura 38), sino que forma óxidos. Con respecto al índice de refracción no lineal, es posible decir que su valor aumenta si más del silicio presente se encuentra formando nitruros (recordemos que el  $n_2$  es más alto para el silicio que para el nitruro y el óxido), mientras que si ese silicio forma óxidos el  $n_2$  se ve alterado en menor medida. En resumen, en este trabajo se han encontrado condiciones experimentales que permiten tener películas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  con valores de índice de refracción lineal y no lineal que se pueden sintonizar acorde a los requerimientos que se necesiten para el funcionamiento del dispositivo de interés.

#### 5.2.4. Difracción de rayos X

La difracción de rayos X (XRD, del inglés *X-ray diffraction*) es una técnica no-destructiva que permite conocer la estructura cristalográfica y composición de materiales sólidos, lo cual impacta directamente en diversas actividades tales como el desarrollo de fármacos, la caracterización de minerales o el estudio de materiales para propósitos específicos (el almacenamiento de energía, por ejemplo). Los materiales

cristalinos pueden ser clasificados de acuerdo a su composición química y a su arreglo tridimensional de átomos en su estructura.

En la Figura 40 se observa un esquema básico de un equipo de difracción de rayos X: se tienen un cañón que emite rayos X y un detector, ambos se van moviendo con el mismo ángulo respecto a la normal a la muestra. Los rayos X emitidos por el cañón son dirigidos hacia una muestra que se quiere analizar y de esta son emitidos rayos X a diferentes direcciones y con la misma longitud de onda que los rayos X incidentes, los cuales son captados por el detector. La técnica de XRD se basa en la ley de Bragg, con la cual es posible analizar el patrón de interferencia generado entre los rayos X que emite el material y a partir de éste conocer la distancia entre los átomos y con ello la estructura cristalina correspondiente al material analizado.

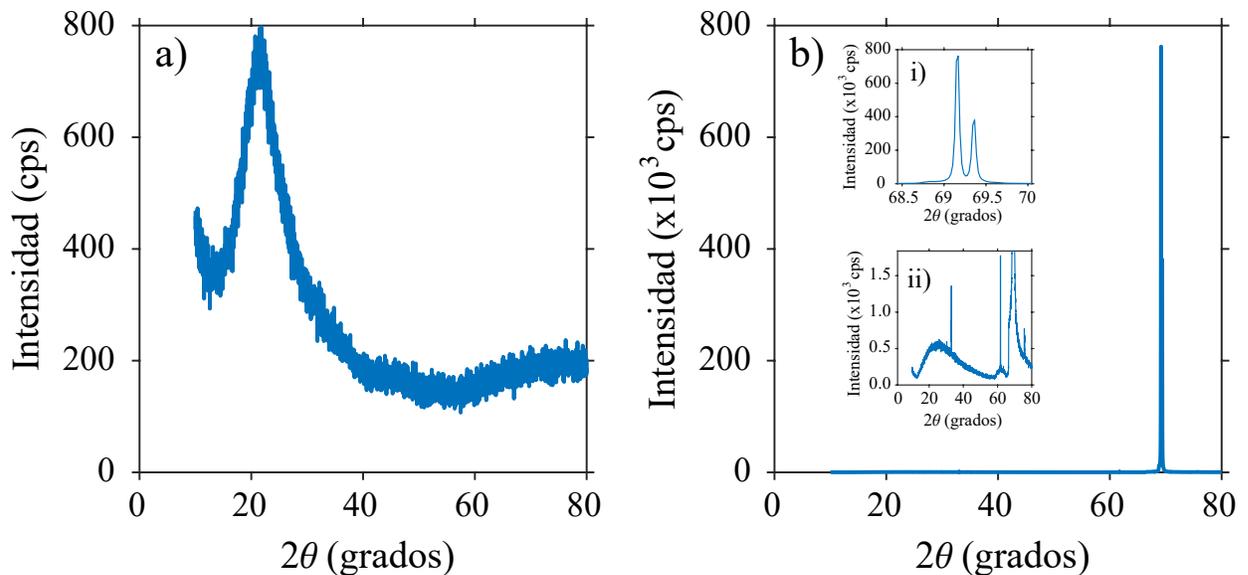


**Figura 40.** Esquema simplificado que muestra los elementos básicos usados por la técnica de difracción de rayos X: fuente de rayos X, muestra y detector.

El resultado al hacer XRD es una gráfica de la intensidad en términos de  $2\theta$ , en donde los picos observados corresponden a ciertos ángulos (o distancias entre planos) y la intensidad de estos picos indica qué tan cristalina es la muestra. El ancho de los picos es inversamente proporcional al tamaño del cristal (Holder y Schaak, 2019). Un pico muy delgado corresponderá a un cristal grande, mientras que un pico ancho puede significar que el tamaño del cristal es muy pequeño o que existen defectos en la estructura cristalina. En caso de que la medición no muestre picos se puede decir que la muestra es amorfa.

Con la intención de verificar que el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sintetizado en esta tesis no es cristalino, sino amorfo, se caracterizaron por XRD un par de películas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 41. En la gráfica de la Figura 41 a) se muestra la curva obtenida para una película de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sobre

cuarzo, con lo que se puede afirmar que el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  es amorfo, resultado similar al reportado por Li et al. en el 2011, puesto que no se detectó ningún pico característico. Por otra parte, en la Figura 41 b) se observa una gráfica obtenida para una película de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  depositada sobre  $\text{SiO}_2$  crecido térmicamente sobre un sustrato de silicio, en ella se observa un pico bastante marcado (cuya intensidad es 3 órdenes de magnitud mayor que la curva de la Figura 41 a)) y el cual corresponde al silicio 100 del sustrato sobre el que se depositó (Chi et al., 2016). En los recuadros se muestran dos acercamientos de la figura: en i) se muestra la forma del pico más intenso, sin modificar el eje y; en ii) se hizo un acercamiento del nivel más bajo de la curva, sin modificar el eje x, donde los picos mostrados corresponden al  $\text{SiO}_2$ . En resumen, las muestras de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  depositadas en este trabajo son amorfas independiente si son crecidas sobre un sustrato cristalino o un sustrato amorfo.



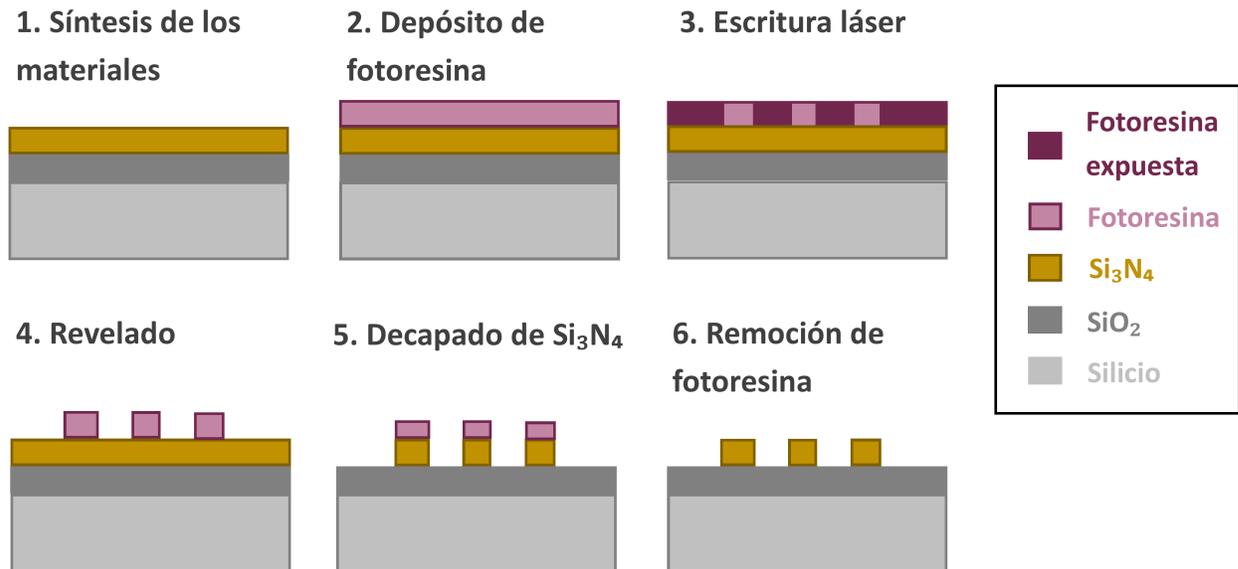
**Figura 41.** Difracción de rayos X a muestras de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  a) sobre cuarzo y b) sobre un sustrato de Si/ $\text{SiO}_2$ .

### 5.3. Fabricación de las guías de onda

#### 5.3.1. Fabricación de guías de onda micrométricas por la técnica de fotolitografía

La fotolitografía es una técnica que utiliza luz para la transferencia de patrones a películas delgadas sobre sustratos. Es ampliamente utilizada en la industria de semiconductores y pueden lograrse patrones tan pequeños como de unas cuantas centenas de nanómetros, dependiendo del equipo y la fotoresina utilizada. Diversas técnicas han sido desarrolladas aprovechando diferentes secciones del espectro electromagnético, como litografía con rayos X, litografía con luz ultravioleta o fotolitografía con luz visible, siendo esta última en la que nos enfocaremos en esta sección.

En la Figura 42 se muestra un esquema del proceso de fotolitografía seguido para la fabricación de las guías de onda, el cual se describirá a continuación.



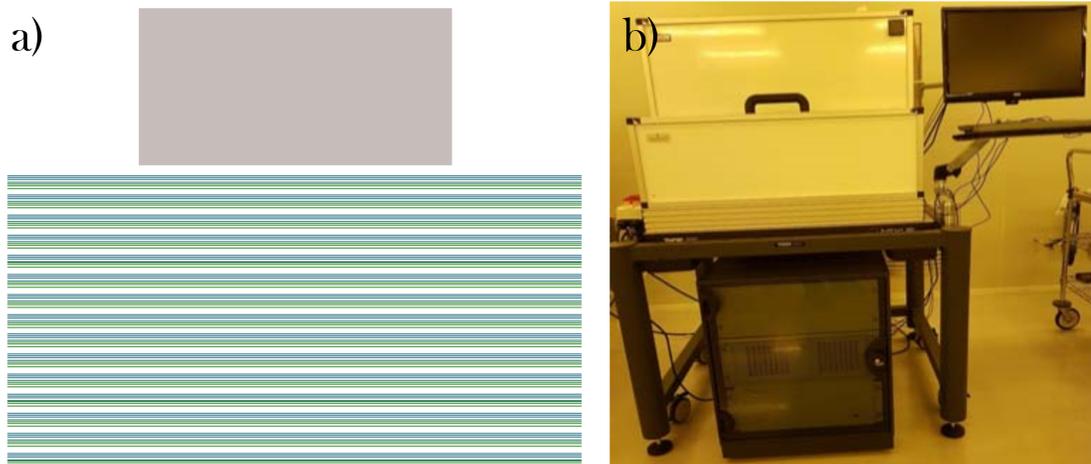
**Figura 42.** Proceso de fotolitografía.

- 1. Síntesis de los materiales.** En este primer paso se depositan los materiales:  $\text{Si}_3\text{N}_4$  y  $\text{SiO}_2$ , procesos que ya han sido descritos en secciones anteriores.
- 2. Depósito de fotoresina.** En este paso se deposita sobre la muestra una película de fotoresina, la cual es un polímero sensible a cierta longitud de onda (generalmente en el UV). Esta fotoresina puede ser positiva (con lo cual la fotoresina expuesta se vuelve más soluble) o negativa (que se hace más dura en las partes expuestas). Este depósito se hace por medio de la técnica de spin coating, la cual consiste en los siguientes pasos (Tyona, 2013):
  - Se dispensa fotoresina o el material que se quiera depositar sobre un sustrato, el cual previamente ha sido colocado en un girador (spinner) y asegurado para evitar que se caiga al rotar.
  - Se acelera angularmente el sustrato. Las aceleraciones típicamente usadas en este paso van de 1500 a 6000 revoluciones por minuto (rpm). El tiempo que se deje el sustrato en este paso, así como la aceleración elegida, van a definir el grosor final del sustrato.
  - El sustrato alcanza una velocidad angular constante que junto con las fuerzas viscosas del fluido y la evaporación de solventes definen el grosor final de la película.

Para la implementación de las guías de onda fabricadas por fotolitografía, se utilizó la fotoresina

positiva MICROPOSIT a una velocidad de rotación de 5000 rpm, durante 1 minuto, lo cual permite obtener películas de un grosor de  $\approx 1.3 \mu\text{m}$ .

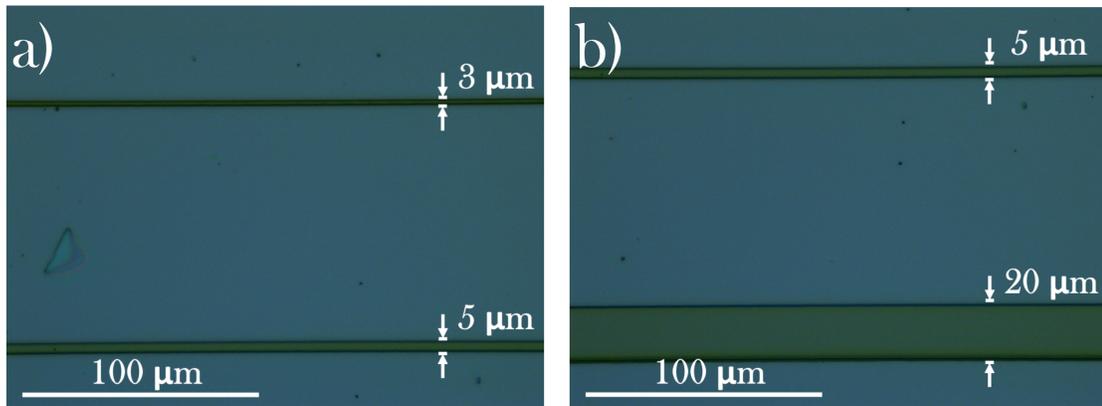
3. *Escritura láser.* En este tercer paso se hace la transferencia de los patrones que se quieren grabar en el sustrato. Una vez se tiene el sustrato de interés con una película de fotoresina, este se lleva a la escritora láser y se le transfiere un patrón, el cual se diseña previamente con la ayuda del software Clewin. La transferencia del patrón consiste en hacer pasar un láser sobre los espacios de fotoresina que se quieran volver más solubles (para fotoresina positiva). En la Figura 43 a) se muestra un ejemplo de un diseño generado en Clewin, el cual cuenta con conjuntos de guías de onda de diferentes anchos y un rectángulo gris que se usará para mediciones por elipsometría. En la Figura 43 b) se observa una fotografía de la escritora láser MicroWriter ML3 que se tiene en el laboratorio, la cual ofrece cuatro resoluciones ( $0.6 \mu\text{m}$ ,  $1.0 \mu\text{m}$ ,  $2.0 \mu\text{m}$  y  $5.0 \mu\text{m}$ ) que son elegidas dependiendo de la resolución requerida del patrón.



**Figura 43.** Técnica de escritura láser. a) Dibujo de guías de onda realizado con el software Clewin; b) escritora láser utilizada en el proceso de transferencia de patrones.

4. *Revelado.* Luego de haber grabado el patrón sobre el sustrato deseado, se lleva a cabo el proceso de revelado, el cual consiste en sumergir el sustrato en un revelador (correspondiente a la fotoresina usada, en este caso MICROPOSIT) durante un minuto, lo cual ayudará a desprender la fotoresina expuesta. En la Figura 44 se muestran dos imágenes de microscopio de guías de onda hechas en fotoresina de diferentes anchos ( $3 \mu\text{m}$ ,  $5 \mu\text{m}$  y  $20 \mu\text{m}$ ), luego del proceso de revelado.
5. *Decapado de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .* La formación del patrón deseado en el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  se puede generar por medio del proceso de decapado húmedo o decapado seco. El primero consiste en sumergir el sustrato en un ácido que pueda desprender el material que no esté cubriendo la fotoresina, este es un proceso bastante selectivo. El segundo de ellos, decapado con iones reactivos (RIE, del inglés *reactive ion*

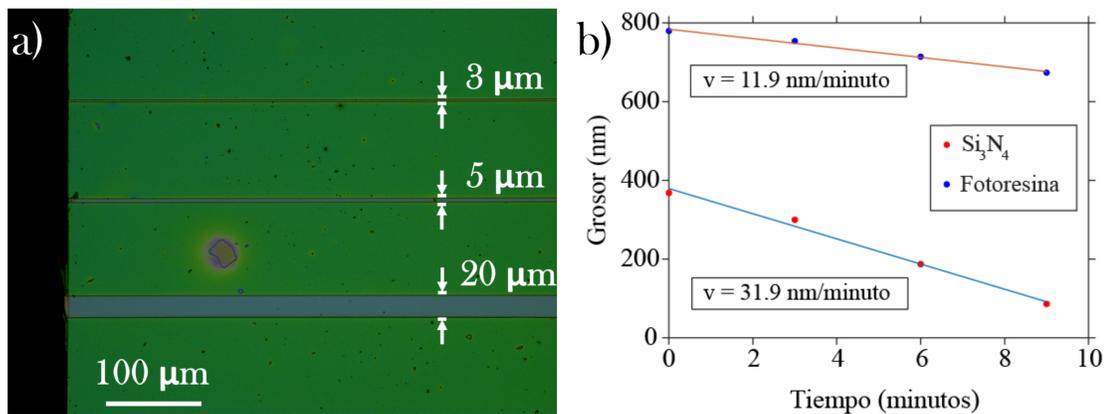
*etching*), es el de interés en este trabajo y consiste en exponer la muestra a un plasma que vaya desgastando al material sobre el sustrato, este proceso es poco selectivo y desgasta todo el material expuesto, pero a diferentes velocidades (Franssila, 2010).



**Figura 44.** Imágenes de microscopio de guías de onda de fotoresina de diferentes anchos, luego del proceso de revelado.

Para el decapado seco se utilizó un sistema PE-50 de la compañía Plasma Etching, el cual se utilizó con una potencia de 50 W y con un plasma de tetrafluoruro de carbono ( $\text{CF}_4$ ) a un flujo de 10 sccm para decapar el  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

6. *Remoción de fotoresina.* Luego del decapado se hizo la remoción de la fotoresina restante, lo cual consistió en sumergir la muestra en acetona y someterla a un baño ultrasónico por 6 minutos, repitiendo el proceso con acetona nueva y posteriormente hacer lo mismo con alcohol isopropílico. En la Figura 45 a) se observa la fotografía de una muestra con guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de diferentes anchos, una vez terminado el proceso de fotolitografía y habiendo decapado la muestra por 20 minutos.



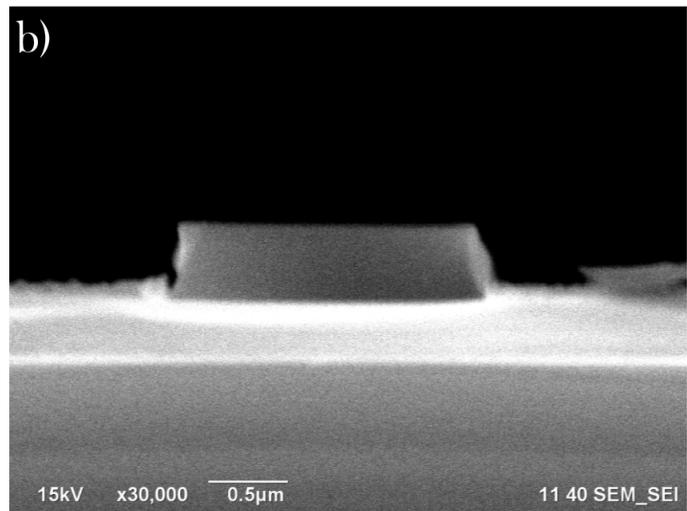
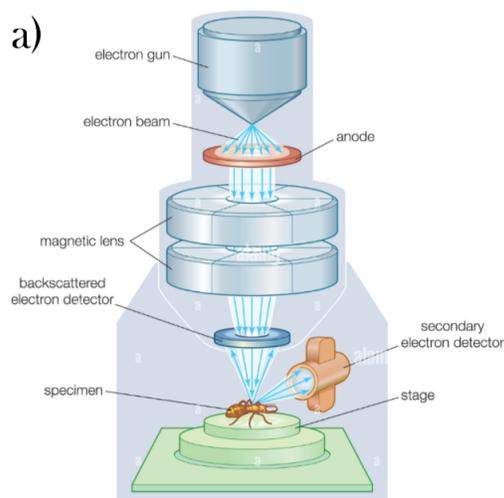
**Figura 45.** a) Guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  después del decapado por plasma, la muestra observada ha sido clivada; b) velocidad de decapado para la fotoresina y el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  en el PE-50.

En la Figura 45 b) se muestra una gráfica con las razones de decapado para la fotoresina y para el  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , donde se puede observar que es casi tres veces mayor la del  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , lo cual permite decapar mucho más  $\text{Si}_3\text{N}_4$  que fotoresina en el mismo tiempo y así no dañar las guías dejándolas expuestas al plasma.

### 5.3.1.1. Caracterización de las guías de onda por microscopía SEM y AFM

La caracterización de las guías de onda se llevó a cabo mediante dos técnicas de microscopía, la microscopía electrónica de barrido (SEM, del inglés *scanning electron microscopy*) y la microscopía de fuerza atómica (AFM, del inglés *atomic force microscopy*).

El primer microscopio SEM fue desarrollado por Manfred von Ardenne en 1937, apoyado en investigaciones hechas años atrás por Max Knoll, con lo cual se trazó el camino para su comercialización en 1965 por la “Cambridge Instrument Company” (McMullan, 1995). Con la técnica SEM se pueden obtener imágenes al escanear la superficie de una muestra con un haz de electrones. En la Figura 46 a) se observa un esquema de las partes que componen a un microscopio SEM; la técnica consiste en enfocar un haz de electrones (proveniente de un cañón de electrones), con ayuda de lentes electromagnéticas, sobre un espécimen y escanear la superficie de interés; de la interacción de estos electrones con el espécimen se generan electrones secundarios, rayos-X y fotones de baja energía, los cuales son detectados y utilizados para obtener información de la superficie del objeto observado (topografía, composición química, estructura cristalina) (Vernon-Parry, 2000).

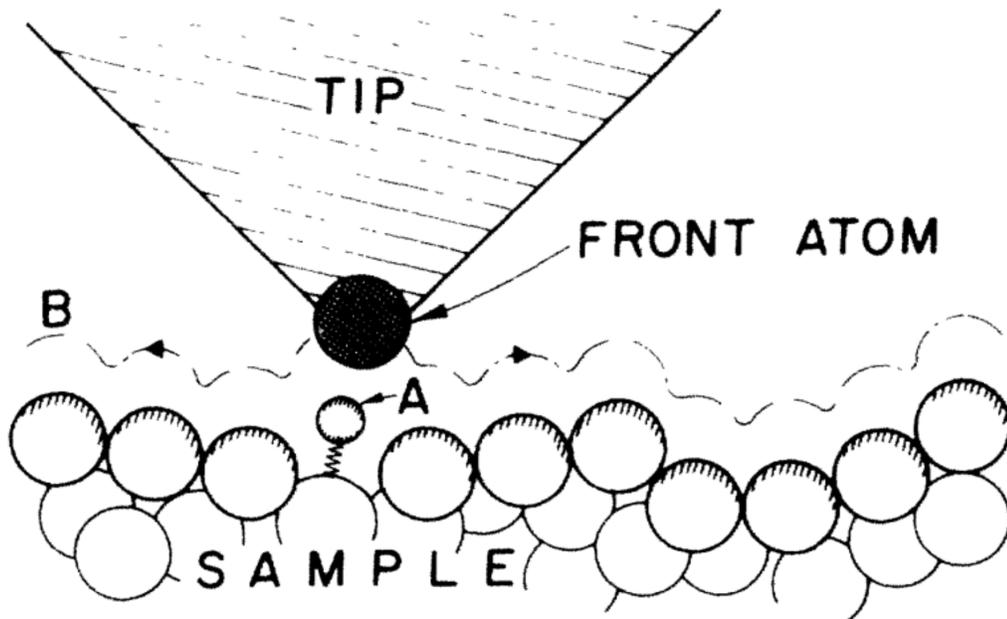


**Figura 46.** a) Componentes en un microscopio electrónico de barrido (imagen tomada de ©2012 Encyclopaedia Britannica, Inc.); b) guía de onda de nitruro de silicio vista con un microscopio de barrido electrónico (SEM).

En la Figura 46 b) se observó el canto de una muestra con guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , esta guía fue diseñada

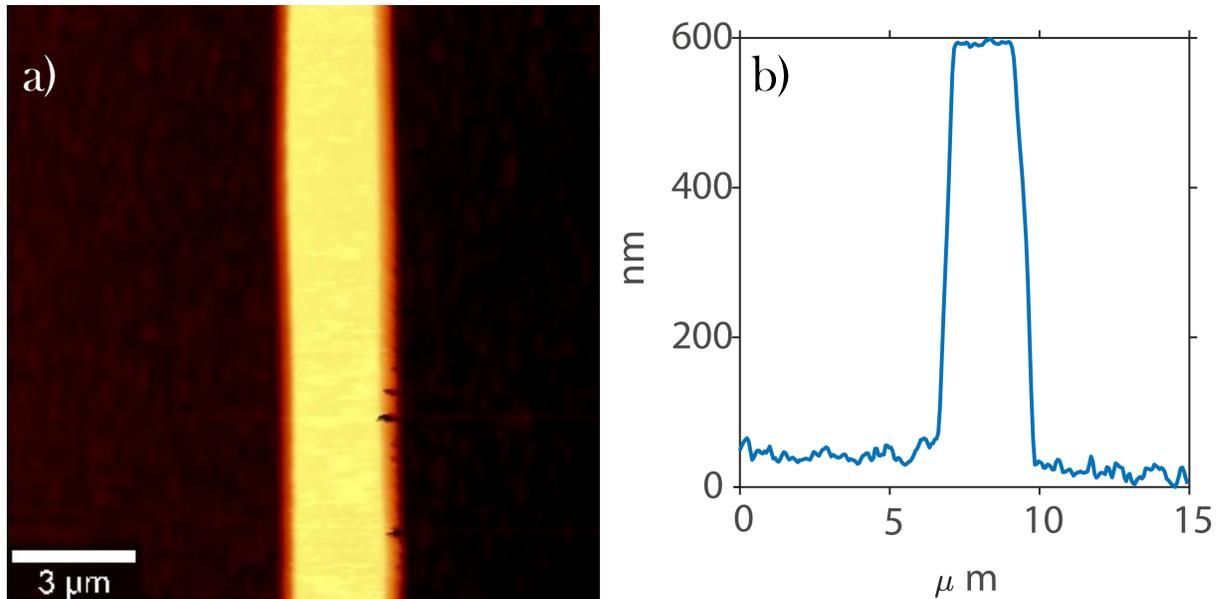
para tener un ancho de  $3\ \mu\text{m}$ , sin embargo, esta medición arrojó que el ancho era en realidad de  $\approx 2\ \mu\text{m}$ . También se evidencian dos capas de material abajo de la guía: la película de  $\text{SiO}_2$  y en la parte más inferior el sustrato de silicio.

La caracterización de las guías también se llevó a cabo por microscopía AFM. Con la técnica de AFM es posible obtener imágenes de todo tipo de materiales con resoluciones atómicas, lo cual permite conocer propiedades como la rugosidad o el tamaño del grano en una muestra. La microscopía por AFM fue inventada por Binnig (Binnig et al., 1986) y representó un gran avance con respecto a la técnica de microscopía de efecto túnel, dado que no es exclusiva para materiales conductores, sino que se pueden medir incluso aislantes, lo cual amplió su área de aplicación (Giessibl, 2003). Esta técnica consiste en rastrear la superficie de una muestra con una punta afilada (ver Figura 47). Las imágenes son obtenidas al medir la fuerza que se genera entre la punta y la muestra debido a su proximidad; esta fuerza se mantiene constante al ir rastreando la muestra por medio de un sistema de retroalimentación que incluye un láser, un fotodetector y un piezoeléctrico. En la Figura 47 se muestra cómo la punta sigue un contorno constante muy cerca de la muestra.



**Figura 47.** Esquema que muestra el principio utilizado por la técnica de AFM (Imagen tomada de (Binnig et al., 1986)).

En la Figura 48 se observa la imagen obtenida por AFM para una guía de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de  $\approx 2\ \mu\text{m}$  de ancho y  $\approx 0.6\ \mu\text{m}$  de alto, en una vista a) superficial y b) transversal.



**Figura 48.** Mediciones por AFM a una guía de onda de  $\approx 2 \mu\text{m}$  de ancho. a) Vista superior de la guía; b) perfil transversal de la guía.

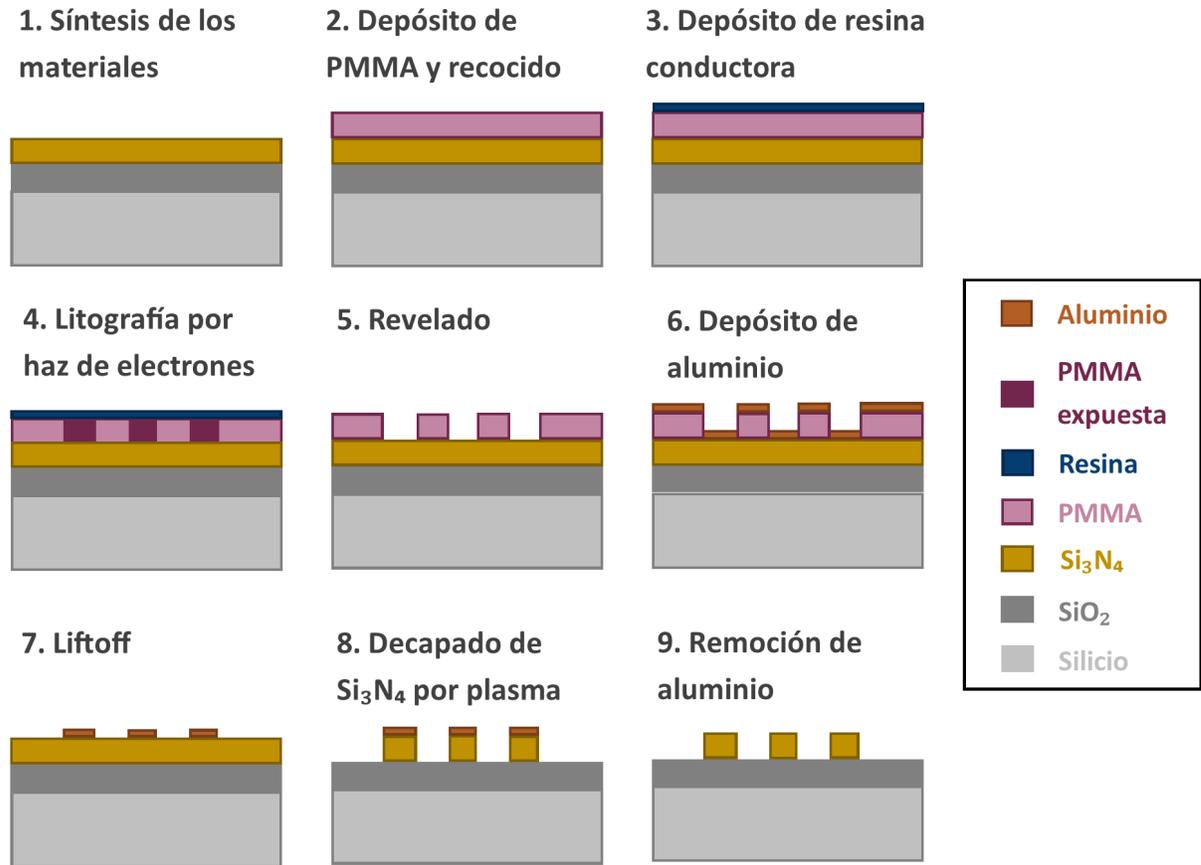
### 5.3.2. Fabricación de guías de onda submicrométricas usando litografía por haz de electrones

Como parte del trabajo de esta tesis doctoral, se hizo una estancia de mes y medio en la Universidad Tecnológica de Troyes (UTT, del inglés *University of Technology of Troyes*), ubicada en Troyes, Francia, con el objetivo de fabricar guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  con dimensiones menores a  $1 \mu\text{m}$  de ancho, dado que la guía de onda en la que se generará el proceso de SFWM tiene un ancho de  $w_{sfwm} = 0.953 \mu\text{m}$  (acorde a los cálculos realizados en los capítulos anteriores). En este capítulo se presentará la metodología seguida para la fabricación de dichas guías de onda y se describirán las técnicas utilizadas, así como los resultados que se obtuvieron.

En la Figura 49 se observa un esquema en el que se presentan todos los pasos seguidos en el proceso de litografía, los cuales se describirán a detalle enseguida.

1. *Síntesis de los materiales.* En este paso se crece el  $\text{SiO}_2$  sobre la oblea de silicio y enseguida se deposita el  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , tal como se describió en la sección 5.1.
2. *Depósito de PMMA y recocido.* La resina PMMA (polimetacrilato de metilo) se usa de manera estándar en la industria de la litografía por haz de electrones, ésta se depositó con un spinner (ver sección 5.3.1 para mayor detalle del proceso) a una velocidad de rotación de 4000 revoluciones por

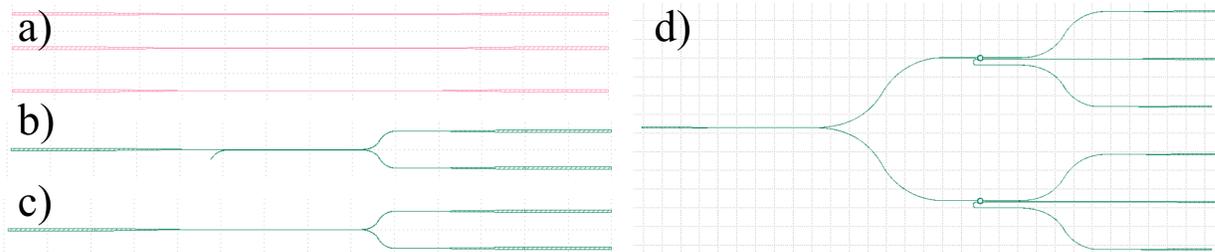
minuto (rpm), durante 30 segundos y con una aceleración de 300 rpm/s, lo cual permite obtener un grosor de la resina de  $\approx 0.2 \mu\text{m}$ . Enseguida se hizo un recocido de la muestra en un horno a  $160^\circ\text{C}$  durante 3 horas, en una atmósfera solamente de aire.



**Figura 49.** Proceso de litografía por haz de electrones.

3. *Depósito de resina conductora.* Dado que el haz de electrones tenderá a cargar negativamente la muestra (puesto que la resina PMMA es un material no conductor), es necesario aterrizarla para que se cree un flujo y no se concentren las cargas. Esto se logra mediante el depósito de una película delgada de resina conductora. Este depósito también se llevó a cabo en un spinner y con la misma receta que se usó para el depósito de PMMA.
4. *Litografía por haz de electrones.* Esta litografía es conocida como EBL por su acrónimo del inglés *electron beam lithography*. El EBL utiliza un haz de electrones para escribir los patrones (diferencia principal con la fotolitografía descrita anteriormente). Antes de comenzar el proceso de EBL es necesario haber diseñado una secuencia de comandos (script) con los patrones que se quieran transmitir a la muestra, lo cual se hizo con el software de libre acceso llamado *gdspsy* (el cual permite la creación de archivos que pueden ser leídos por los instrumentos que transfieren los

patrones). Una imagen con algunos de los patrones que se escribieron se muestra en la Figura 50; en a) se observan guías de onda rectas, en b) y c) dos tipos de divisores de potencia y en d) una doble fuente de anillos resonadores; también se agregaron fuentes sencillas de anillos resonadores. Los acopladores direccionales se simularon con módulos implementados por el grupo de trabajo en ANSYS Lumerical (Castro-Simanca, 2021), con los cuales se obtuvo que era posible tener una división de potencia de 50/50 con acopladores de longitud  $l = 157 \mu\text{m}$  y con una separación entre las guías de  $0.5 \mu\text{m}$ . Los anchos de las guías de onda (buses) que acoplan la luz al anillo resonador se eligieron de acuerdo a un estudio preliminar hecho por el Dr. Rafael Salas de la UTT, en el que determinó que anchos de  $0.3 \mu\text{m}$  y separaciones de  $0.1 \mu\text{m}$  son óptimos para lograr que el campo  $\omega_i$  resuene en el anillo y después se desacople por la guía superior, mientras que los campos  $\omega_1$  y  $\omega_s$  no resuenan y se desacoplan por la guía inferior. Puesto que las guías de onda que se quieren escribir son tan angostas, todos los elementos se diseñaron con guías de onda estrechadas en las terminales de las guías de onda de los elementos de interés, las cuales inician con un ancho de  $3 \mu\text{m}$  y terminan con el ancho del elemento correspondiente. Lo anterior con el objetivo de poder acoplar y desacoplar más fácilmente la luz con fibras desnudas. Una vez que se tiene diseñado el script, se carga al equipo y se puede comenzar con el proceso de escritura por EBL.



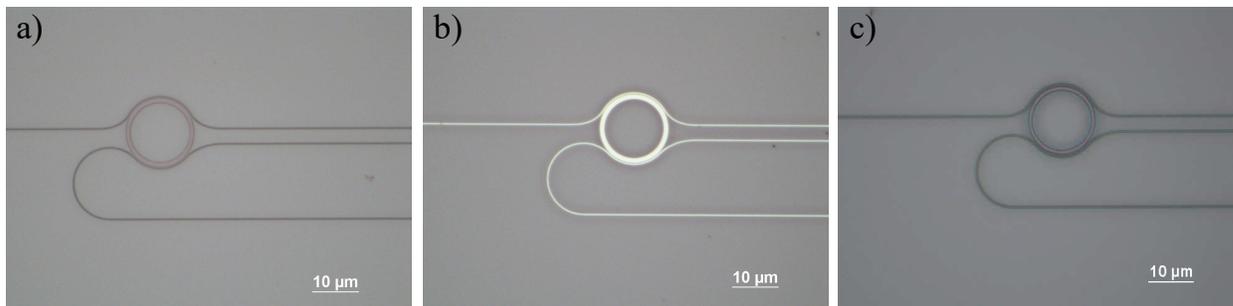
**Figura 50.** Patrones a grabar por EBL. a) Guías de onda rectas; b) y c) divisores de potencia; d) fuente doble de anillos resonadores.

5. *Revelado.* Una vez terminado el proceso de EBL es necesario retirar las resinas de la muestra, para lo cual se implementa el revelado. En este proceso la muestra es sumergida en tres soluciones, primero en agua durante 15 s, con lo cual se quita la resina conductora. Enseguida se sumerge en un revelador, el cual consiste en una solución de metil-isobutil-cetona y alcohol isopropílico en una proporción de 1:3, respectivamente, durante 60 s, con lo que se retira la resina expuesta en EBL. Inmediatamente después se sumerge en alcohol isopropílico durante 15 s para cortar la acción del revelador.
6. *Depósito de aluminio.* Como se mencionó párrafos atrás, el grosor de la resina PMMA es de  $\approx 0.2 \mu\text{m}$ . Para que el proceso de decaído por plasma funcione de manera óptima, es necesario

que el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  se retire antes que el PMMA o que, en su defecto, ambos se decapen al mismo tiempo, lo cual sucede (para la receta que se tiene en el laboratorio) cuando el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  tiene grosores de  $\approx 0.3 \mu\text{m}$ . Recordemos que el grosor de nuestra película de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  es de  $\approx 0.7 \mu\text{m}$ , por lo que el PMMA no es útil como máscara para el decapado, puesto que se iría todo antes de que se decapara completamente nuestra película. Por esta razón, se utilizará como máscara para el decapado una película de aluminio. El depósito de esta película se hizo por medio del proceso de evaporación térmica por efecto Joule, con lo que se logró depositar una película de aluminio de  $\approx 24 \text{ nm}$  de grosor.

7. *Liftoff*. Para retirar lo que queda del PMMA se implementa el proceso de liftoff, en el cual la muestra se sumerge en acetona por un tiempo mínimo de 2 horas. En este tiempo el PMMA (y el aluminio que está sobre el PMMA) se desprende de la muestra, quedando así solamente las guías de onda de aluminio.
8. *Decapado de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  por plasma*. El decapado se hizo en un sistema de iones reactivos (RIE), modelo MU400 de la marca Plassys, y se utilizó un plasma de Fluoroformo ( $\text{CHF}_3$ ) a un flujo de 20 sccm, una presión de trabajo de 5 mTorr y una potencia de 400 W, con lo cual se obtuvo una tasa de decapado de 143 nm/min. Con este procedimiento, nuestras muestras se decaparon en 5.1 minutos.
9. *Remoción del aluminio*. En este paso se utilizó una solución de hidróxido de potasio (KOH) y agua, se sumergió la muestra por  $\approx 4$  horas para lograr desprender todo el aluminio restante. Luego de este paso quedan fabricadas las guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

En la Figura 51 se muestran fotografías (de microscopio óptico de  $100\times$ ) de un anillo resonador en diferentes pasos del proceso de litografía.



**Figura 51.** Fotografías de un anillo resonador en los diferentes pasos del proceso de litografía: a) después de EBL, b) después del depósito de aluminio, c) anillo resonador al final del proceso, es decir, las guías que se observan aquí son de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

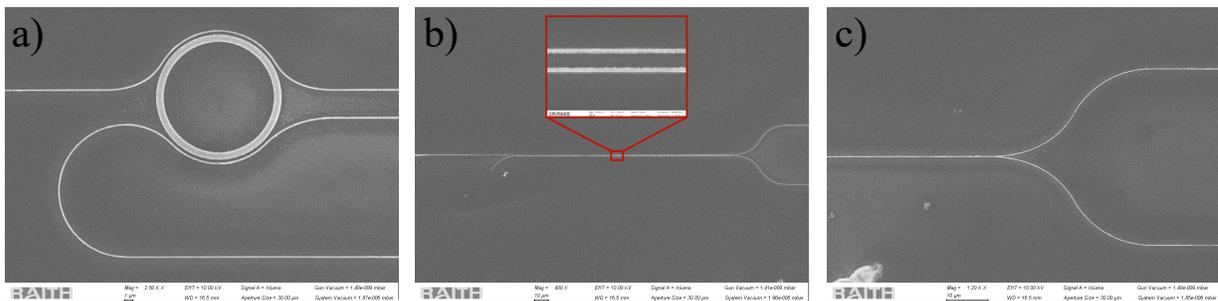
En la Figura 51 a) se observa un anillo resonador justo después de la escritura por EBL; en b) luego

de haber hecho liftoff a la muestra, con lo que se tienen guías de onda de aluminio. Finalmente, en c) se observa dicho anillo resonador una vez se terminado el proceso de litografía, es decir, lo que se observan son guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ .

Con el proceso antes descrito se lograron escribir 2 muestras con diversos patrones, los cuales se caracterizarán en el grupo de trabajo en términos de sus propiedades ópticas lineales y no lineales.

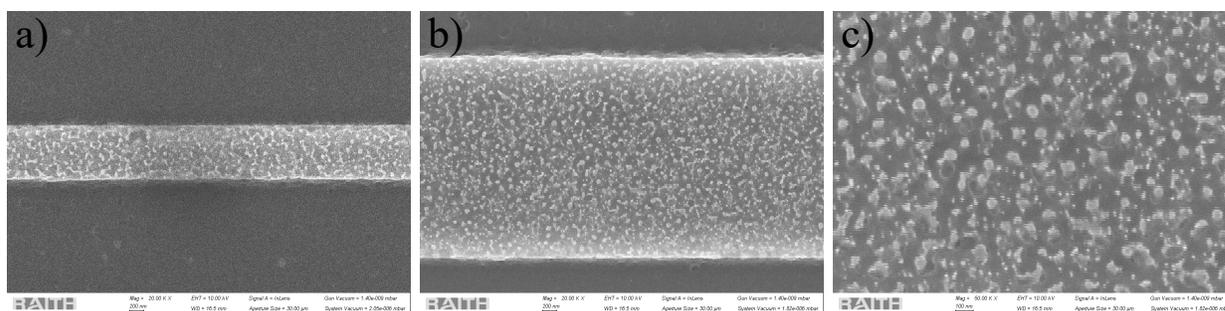
### 5.3.2.1. Caracterización de guías de onda por microscopía SEM

Con la intención de verificar las dimensiones de las guías de onda fabricadas y la separación entre el anillo y el bus (dado que la resolución del microscopio óptico no permitió detallar esto), las muestras fueron caracterizadas por medio de microscopía SEM. En la Figura 52 se muestran algunas de las micrografías obtenidas; en a) se tiene un anillo resonador, se puede ver una clara separación entre el anillo y los buses que acoplan y desacoplan la luz; al trazar una línea transversal por la estructura se obtiene que los anchos de las guías de onda son  $\approx 0.1 \mu\text{m}$  más angostos de lo planeado y la separación es  $\approx 0.1 \mu\text{m}$  más grande, esto último parece que depende directamente del error obtenido en el ancho de las guías de onda. En b) se muestra un divisor de potencia donde también se encontró que los anchos de las guías eran de  $\approx 0.1 \mu\text{m}$  mayores a los requeridos por el diseño y las separaciones (recuadro) de  $\approx 0.1 \mu\text{m}$  más. En c) se observa un divisor de potencia en forma de Y.



**Figura 52.** Micrografías SEM de a) un anillo resonador, b) un divisor de potencia con acoplador, cuya separación entre guías se observa claramente en el recuadro que muestra un acercamiento en la región indicada y c) un divisor de potencia en Y.

En la Figura 53 se muestran micrografías con acercamientos en una guía de onda recta. Se alcanza a observar una especie de ‘granulado’ de la película de  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , que puede ser debida al mismo crecimiento del material o incluso puede deberse al proceso de decapado al que es sometida la muestra.



**Figura 53.** Micrografías con acercamiento en las guías de onda de Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>.

## Capítulo 6. Conclusiones

---

El trabajo contenido en esta tesis forma parte de los cimientos de un proyecto que resulta de la determinación por aportar conocimiento y nuevas ideas para el desarrollo de tecnologías cuánticas emergentes. Se reporta un diseño de dispositivo fotónico integrado en el cual se lleva a cabo la generación de un estado de fotón individual anunciado (HSPS) por medio del proceso no lineal de tercer orden de mezclado de cuatro ondas espontáneo (SFWM). Este HSPS es usado como estado inicial para la generación y rotación de un cúbit de color mediante la acción de una compuerta cuántica basada en la selección y traslación en frecuencia de modos temporales por medio del proceso de generación de diferencia de frecuencias (DFG). Este dispositivo es un diseño robusto ante errores de fabricación y se basa en una plataforma de guías de onda con núcleo de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sobre una película de  $\text{SiO}_2$  en un sustrato de silicio; los parámetros involucrados se propusieron de tal manera que se pueda fabricar y caracterizar con la infraestructura a disposición del grupo de trabajo. Los principales logros de este trabajo se mencionan enseguida.

Se desarrolló el tratamiento matemático para la descripción de la compuerta cuántica por el proceso no lineal de tercer orden de DFG. Se escribió el hamiltoniano del proceso en términos de dos conjuntos de modos temporales por medio de la descomposición de Schmidt, lo cual permitió obtener un operador de evolución que es análogo al característico del divisor de haz cuántico (QBS). Dado que se sabe que se pueden generar cúbits con el QBS, se demostró que es posible generar cúbits de color por DFG y, adicionalmente, es posible expresar al proceso como una compuerta de rotación con la cual es posible implementar cualquiera de las compuertas cuánticas de Pauli  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ .

Se implementó una metodología con la que se obtuvo un diseño de compuerta cuántica basado en parámetros experimentales que se puede lograr con la infraestructura que se tiene a disposición. Los principales requisitos para este proceso fueron: i) obtener un HSPS en un solo modo temporal, ii) que dicho modo temporal traslape lo mejor posible en espectro con uno solo de los modos temporales en la compuerta, tal que se pueda propiciar la traslación en frecuencia con mayor probabilidad de ese modo y obtener una alta fidelidad en el proceso. Con esto en mente, se implementaron rutinas en Matlab que, junto con la paquetería de uso libre WGMODES, permitieron i) encontrar las dimensiones geométricas de las guías de onda y las longitudes de onda a las cuales se genera empatamiento de fases simultáneo para ambos procesos no lineales, ii) optimizar los parámetros de la cavidad y de las longitudes de las guías de onda de tal manera que la fidelidad sea lo más alta posible, iii) optimizar parámetros relacionados con los bombeos tal que, manteniendo la fidelidad alta, se obtenga una alta brillantez de la fuente por SFWM

y a su vez que sean requeridas potencias bajas de los bombeos para evitar la generación de procesos no lineales en competencia.

Se realizaron simulaciones con las cuales se demostró que el diseño es robusto ante probables errores de fabricación. Para esto se exploró cómo se modifica la fidelidad al considerar variaciones en los anchos de banda de los bombeos, en las longitudes de onda de los bombeos o en los anchos de las guías de onda. Tales parámetros se eligieron como representantes de algunas de las fallas más probables que se pudieran presentar en la fabricación y caracterización del dispositivo. Se encontró que habrá parámetros como los anchos de banda de los bombeos que, aunque su sintonización tiene repercusiones en el valor de la fidelidad, el decremento no es tan dramático. También, existen parámetros como los anchos de las guías de onda que al variar pueden ocasionar un decaimiento bastante significativo en la fidelidad, dejando solo unos pocos nanómetros de margen de error en la fabricación, lo cual no resulta muy realista. Sin embargo, se demostró que es posible recuperar valores altos en la fidelidad si se sintonizan las longitudes de onda de los bombeos y señales generadas de tal manera que el empataamiento de fases simultáneo se siga cumpliendo, lo cual implica que, aun teniendo un error en el ancho de las guías de decenas de nanómetros, es posible modificar un poco las longitudes de onda y seguir teniendo fidelidades bastante cercanas a la unidad.

Se realizaron simulaciones que demuestran que es posible generar cualquier superposición de los estados  $|1\rangle$  y  $|0\rangle$  (ver Figura 22) solamente modificando la potencia promedio del bombeo 1. También se encontró que es posible generar las compuertas de Pauli  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  por DFG al generar un cambio de fase  $\nu_1$  entre los campos de bombeo, pero que para la generación de la compuerta  $\sigma_z$  se requiere agregar al dispositivo un segundo elemento de fase  $\nu_2$  que actúa sobre uno de los dos estados del cúbit (el relacionado con el campo  $\omega_r$  en este caso). La implementación de estos dos elementos de fase da lugar a la generación de cualquier rotación del cúbit en la esfera de Bloch.

Para la fabricación del dispositivo fotónico, la plataforma propuesta en un principio eran guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sobre vidrio. Con el trabajo experimental desarrollado para la síntesis de nitruro de silicio y la implementación del proceso de fotolitografía fue posible determinar dos problemas importantes: i) el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  no se adhiere bien al vidrio para grosores mayores a  $\approx 0.25 \mu\text{m}$ , ii) el método de depósito de fotoresina genera una corona de grosor mayor en los bordes del sustrato, lo cual ocasiona que las guías de onda se corten en los extremos y no lleguen a las orillas. Esto es un problema porque el acoplamiento de la luz se haría por medio de fibras desnudas, así que iba a ser necesario clivar la muestra y pulirla, lo cual no es práctico. Dado lo anterior, se propuso una plataforma de trabajo con guías de onda de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  sobre  $\text{SiO}_2$  sobre un sustrato de silicio. El  $\text{Si}_3\text{N}_4$  crece sin problemas sobre el  $\text{SiO}_2$  y es fácil clivar el

silicio, con lo cual resolvimos los problemas antes descritos.

Se implementó una metodología para la síntesis de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  por medio de la técnica de sputtering reactivo por radio frecuencias, la cual permite crecer películas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  con un índice de refracción de  $n = 2.032$  a  $0.633 \mu\text{m}$  de manera eficiente y reproducible. Se obtuvo una tasa de crecimiento de  $\approx 14\text{nm}/\text{min}$ , con lo que es posible crecer películas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  con alturas de  $0.7 \mu\text{m}$  en tiempos menores a 50 minutos. Es importante recalcar que con los análisis realizados al material se identificaron comportamientos y tendencias que permiten recuperar los parámetros de síntesis aún si se modifica un poco el sistema.

Se caracterizaron películas de  $\text{Si}_3\text{N}_4$  por medio de las técnicas de difracción de rayos-X (XRD) y z-scan para determinar si el material sintetizado es en realidad amorfo y si su índice de refracción no lineal es alto como la bibliografía indica, respectivamente. La técnica de XRD arrojó resultados que permitieron confirmar que nuestro  $\text{Si}_3\text{N}_4$  es amorfo, característica importante para la generación de procesos no lineales de tercer orden. Por otra parte, la técnica de z-scan arrojó valores de índice de refracción no lineal de hasta 4 órdenes de magnitud por arriba de los reportados en la literatura hasta ahora, con  $n_2 = 1.04 \times 10^{-15} \text{m}^2/\text{W}$  medido a una longitud de onda de  $0.8 \mu\text{m}$ , lo cual implicaría altas eficiencias en la implementación de los procesos no lineales de interés.

También, tomando como base la receta establecida para crecer el  $\text{Si}_3\text{N}_4$  se realizaron variaciones en algunos de los parámetros de depósito con la intención de caracterizar al material con diversas técnicas y comprender el incremento o decremento del índice de refracción lineal. Específicamente se realizaron para este estudio variaciones en el flujo de nitrógeno y, por otra parte, variaciones en la presión de trabajo. Se midieron las muestras con z-scan y se obtuvieron diferentes valores de la  $n_2$  para cada muestra. Se observó una tendencia decreciente de la  $n_2$  conforme el flujo aumenta, hasta llegar a un mínimo para  $0.9 \text{ sccm}$ , después de lo cual se incrementan de nuevo los valores para la  $n_2$ . Dado que el índice de refracción no lineal y el lineal siguen las mismas tendencias (Miller, 1964), se esperaba que al aumentar el flujo de nitrógeno la  $n_2$  siguiera decreciendo (como lo hace  $n$ ), pero esto no sucedió, razón por la cual se decidió medir las muestras por XPS y analizar la composición química de las muestras.

Por medio de la técnica de espectroscopía por fotoelectrones emitidos por rayos-X (XPS) se observó que sí existe un cambio en la composición química de las muestras, lo cual generó diferencias notables al medirlas por z-scan. Se encontró que conforme se va aumentando la presión de trabajo, se van formando enlaces que indican la formación de otros compuestos diferentes al  $\text{Si}_3\text{N}_4$  de interés. Es posible que se estén formando óxidos de silicio, lo que explica el decremento del índice de refracción, dado que hay menos átomos de silicio asociados al  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Se observó que para las variaciones del flujo de nitrógeno

que se realizaron, la componente que aparece del silicio no está formando enlaces, lo cual explica el porqué el índice de refracción varió muy poco.

Por otro lado, se fabricaron los primeros dispositivos fotónicos con fuentes de fotones por SFWM en cavidad, las cuales fueron caracterizadas por medio de microscopía electrónica de barrido, encontrando que se logró escribir guías de onda de anchos homogéneos y con separaciones bien distinguibles entre guías de hasta  $0.2\ \mu\text{m}$ . Esto es un primer paso que sienta las bases en el grupo de trabajo para la fabricación de dispositivos fotónicos con resoluciones nanométricas, lo cual permite un amplio margen para el diseño de procesos no lineales en guías de onda, dado que se han encontrado diseños interesantes de guías de onda a tales dimensiones.

El diseño que se propone es solo un ejemplo del potencial que se tiene con el trabajo aquí desarrollado. El poder contar con un dispositivo que pueda generar cualquier tipo de superposición de estados, sin tener que fabricar un dispositivo nuevo cada vez que se quiera explorar una superposición diferente, es de gran utilidad tanto para economizar tiempo como para ahorrar recursos.

## 6.1. Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro se pueden mencionar los siguientes puntos:

- Caracterizar ópticamente los dispositivos fabricados en Francia, en términos de la propagación de luz por ellos y en términos de su comportamiento no lineal.
- Fabricar y caracterizar la compuerta por DFG haciendo uso de las metodologías ya implementadas de síntesis y fabricación de las guías de onda, las cuales demostraron ser funcionales y suficientes para este propósito.
- Se tiene planeado publicar un artículo con los resultados obtenidos para las diferentes caracterizaciones que se hicieron al  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , en términos de su comportamiento óptico, de su morfología y de su composición química. Por otro lado, está en proceso la escritura de un artículo con los resultados que muestran la rotación de cúbits en toda la esfera de Bloch en un mismo dispositivo, con solo modificar la diferencia de fase entre los bombeos y entre los estados del cúbit.
- En el grupo de trabajo ya se está abordando el problema del diseño y futura fabricación de los moduladores de fase que permitirán generar los cambios de fase necesarios en el dispositivo para implementar las diferentes rotaciones del cúbit en la esfera de Bloch. Por otro lado, ya se tienen

rutinas numéricas y diseños para la implementación de divisores de potencia, multiplexores y demultiplexores de frecuencias, así como un gran avance en la fabricación de los mismos. Esto será utilizado para la fabricación de los componentes necesarios para el dispositivo propuesto en este trabajo. Finalmente, también se está trabajando en el desarrollo de un modelo del proceso de DFG que considere los efectos de ordenamiento temporal, lo cual brindaría una descripción teórica que sea más fiel al experimento.

## 6.2. Publicaciones y trabajos presentados en congresos

Derivados de la presente tesis doctoral se generaron los siguientes trabajos.

Publicación.

- Aguayo-Alvarado, A. L., Domínguez-Serna, F., De La Cruz, W., & Garay-Palmett, K. (2022). An integrated photonic circuit for color qubit preparation by third-order nonlinear interactions. *Scientific Reports* **12** (1): 1–12.

Trabajos presentados en congresos.

- Symposium of Nanoscience and Nanomaterials, Sep. 2022, México - “Generation and rotations of single-qubits by nonlinear processes in photonic integrated devices”. *Presentación de póster.*
- LXIV Congreso Nacional de Física, Oct. 2021, México - “Qubits de color y compuertas cuánticas basadas en procesos no lineales en fotónica integrada”. *Presentación de póster.*
- X Congreso Regional de Óptica, Oct. 2021, México - “Compuertas cuánticas de modos temporales: propuesta de implementación por medio de procesos no lineales de tercer orden”. *Presentación oral.*
- XIII International Conference on Surfaces, Materials and Vacuum, Oct. 2020, México - “Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> waveguides platform for quantum gates implementation in integrated photonic circuits”. *Presentación Oral.*
- OSA Frontiers in Optics, Sep. 2020, USA - “A Proposal for Nonlinear - Optics Based Quantum Gates in Integrated Photonic Circuits”. *Presentación oral.*
- XII Reunión de la División de Información Cuántica (DICU), Oct. 2019, México - “Diseño de guías de onda para la generación y traslación espectral de fotones individuales”. *Presentación de póster.*

- Symposium of Nanoscience and Nanomaterials, Feb. 2019, México - "Silicon nitride optical waveguides for quantum optics applications". *Presentación de póster.*
- XI Reunión de la División de Información Cuántica (DICU), Oct. 2018, México - "Interferencia cuántica en dispositivos fotónico-plasmónicos". *Presentación de póster.*

## Literatura citada

- Agha, I., Davanço, M., Thurston, B., y Srinivasan, K.. 2012. Low-noise chip-based frequency conversion by four-wave-mixing bragg scattering in  $\sin x$  waveguides. *Optics letters*, 37(14), pp. 2997–2999. doi: 10.1364/OL.37.002997.
- Agrawal, G. P.. 2001. *Nonlinear fiber optics*. 3.<sup>a</sup> ed. Academic Press, Rochester.
- Aguayo-Alvarado, A., Acevedo-Carrera, A., Domínguez-Serna, F., De La Cruz, W., y Garay-Palmett, K.. 2020. A proposal for nonlinear-optics based quantum gates in integrated photonic circuits. En: *Frontiers in Optics..Optical Society of America*, pp. FM4A–8. doi: 10.1364/FIO.2020.FM4A.8.
- Aguayo-Alvarado, A., Domínguez-Serna, F., Cruz, W., y Garay-Palmett, K.. 2022. An integrated photonic circuit for color qubit preparation by third-order nonlinear interactions. *Scientific Reports*, 12(1), pp. 1–12.
- Alibart, O., Fulconis, J., Wong, G., Murdoch, S., Wadsworth, W., y Rarity, J.. 2006. Photon pair generation using four-wave mixing in a microstructured fibre: theory versus experiment. *New Journal of Physics*, 8(5), pp. 67.
- Allgaier, M., Ansari, V., Donohue, J. M., Eigner, C., Quiring, V., Ricken, R., Brecht, B., y Silberhorn, C.. 2020. Pulse shaping using dispersion-engineered difference frequency generation. *Physical Review A*, 101(4), pp. 043819. doi: 10.1103/PhysRevA.101.043819.
- Aolita, L. y Walborn, S.. 2007. Quantum communication without alignment using multiple-qubit single-photon states. *Physical review letters*, 98(10), pp. 100501. doi: 10.1103/PhysRevLett.98.100501.
- Arakawa, Y. y Holmes, M. J.. 2020. Progress in quantum-dot single photon sources for quantum information technologies: A broad spectrum overview. *Applied Physics Reviews*, 7(2), pp. 021309. doi: 10.1063/5.0010193.
- Arute, F., Arya, K., Babbush, R., Bacon, D., Bardin, J. C., Barends, R., Biswas, R., Boixo, S., Brando, F. G., Buell, D. A., et al.. 2019. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 574(7779), pp. 505–510.
- Aspect, A., Grangier, P., y Roger, G.. 1982. Experimental realization of einstein-podolsky-rosen-bohm gedankenexperiment: a new violation of bell's inequalities. *Physical review letters*, 49(2), pp. 91.
- Azzam, R. M., Bashara, N. M., y Ballard, S. S.. 1978. Ellipsometry and polarized light. *Physics Today*, 31(11), pp. 72.
- Bahreynl, B.. 2008. *Fabrication and design of resonant microdevices*. 1.<sup>a</sup> ed. William Andrew, Burlington.
- Bell, J. S.. 1964. On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics Physique Fizika*, 1(3), pp. 195.
- Benioff, P.. 1980. The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical hamiltonian model of computers as represented by turing machines. *Journal of statistical physics*, 22(5), pp. 563–591.
- Binnig, G., Quate, C. F., y Gerber, C.. 1986. Atomic force microscope. *Physical review letters*, 56(9), pp. 930.
- Bouwmeester, D. y Zeilinger, A.. 2000. *The physics of quantum information: basic concepts*. Springer, Berlin.
- Boyd, R. W.. 2008. *Nonlinear optics*. Academic Press, Inc., Orlando.

- Brecht, B., Eckstein, A., Christ, A., Suche, H., y Silberhorn, C.. 2011. From quantum pulse gate to quantum pulse shaper—engineered frequency conversion in nonlinear optical waveguides. *New Journal of Physics*, 13(6), pp. 065029.
- Brecht, B., Reddy, D. V., Silberhorn, C., y Raymer, M. G.. 2015. Photon temporal modes: a complete framework for quantum information science. *Physical Review X*, 5(4), pp. 041017. doi: 10.1103/PhysRevX.5.041017.
- Bruzewicz, C. D., Chiaverini, J., McConnell, R., y Sage, J. M.. 2019. Trapped-ion quantum computing: Progress and challenges. *Applied Physics Reviews*, 6(2), pp. 021314.
- Castro Ruiz, E., Giacomini, F., y Brukner, Č.. 2017. Entanglement of quantum clocks through gravity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 114(12), pp. E2303–E2309.
- Castro-Simanca, F.. 2021. Diseño y fabricación de acopladores ópticos integrados para aplicaciones de procesamiento de información. Tesis de maestría. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, 83 pp.
- Chi, T. T. K., Le, N. T., Hien, B. T. T., Trung, D. Q., y Liem, N. Q.. 2016. Preparation of sers substrates for the detection of organic molecules at low concentration. *Commun. Phys*, 26, pp. 261–268.
- Collins, H. y Easterly, K.. 2021. Ibm unveils breakthrough 127-qubit quantum processor. IBM Newsroom.
- Crespi, A., Ramponi, R., Osellame, R., Sansoni, L., Bongioanni, I., Sciarrino, F., Vallone, G., y Mataloni, P.. 2011. Integrated photonic quantum gates for polarization qubits. *Nature communications*, 2(1), pp. 1–6.
- Ding, Y. y Chong, F. T.. 2020. Quantum computer systems: Research for noisy intermediate-scale quantum computers. *Synthesis Lectures on Computer Architecture*, 15(2), pp. 1–227.
- Dmitriev, V. G., Gurzadyan, G. G., y Nikogosyan, D. N.. 2013. *Handbook of nonlinear optical crystals*, Vol. 64. Springer Berlin, Heidelberg.
- Doherty, A. C., Parrilo, P. A., y Spedalieri, F. M.. 2002. Distinguishing separable and entangled states. *Physical Review Letters*, 88(18), pp. 187904. doi: 10.1103/PhysRevLett.88.187904.
- Domínguez-Serna, F. A., Rojas, F., y Garay-Palmett, K.. 2020. Quantum teleportation with hybrid entangled resources prepared from heralded quantum states. *JOSA B*, 37(3), pp. 695–701. doi: 10.1364/JOSAB.377687.
- Duchesne, D., Ferrera, M., Razzari, L., Morandotti, R., Little, B., Chu, S. T., y Moss, D. J.. 2015. Hydex glass: a cmos compatible platform for integrated waveguide structures for nonlinear optics. arXiv preprint arXiv:1505.05953.
- Dwyer, S. E., Mansell, G. L., y McCuller, L.. 2022. Squeezing in gravitational wave detectors. *Galaxies*, 10(2), pp. 46. doi: 10.3390/galaxies10020046.
- Eckstein, A., Brecht, B., y Silberhorn, C.. 2011. A quantum pulse gate based on spectrally engineered sum frequency generation. *Optics express*, 19(15), pp. 13770–13778. doi: 10.1364/OE.19.013770.
- Eggleton, B. J., Luther-Davies, B., y Richardson, K.. 2011. Chalcogenide photonics. *Nature photonics*, 5(3), pp. 141–148.
- Einstein, A., Podolsky, B., y Rosen, N.. 1935. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 47(10), pp. 777.

- Engelhard, M. H., Droubay, T. C., y Du, Y.. 2017. X-ray photoelectron spectroscopy applications. Pacific Northwest National Laboratory (PNNL), Richland, WA.
- Fallahkhair, A. B., Li, K. S., y Murphy, T. E.. 2008. Vector finite difference modesolver for anisotropic dielectric waveguides. *Journal of lightwave technology*, 26(11), pp. 1423–1431.
- Farías, O. J., D'Ambrosio, V., Taballione, C., Bisesto, F., Slussarenko, S., Aolita, L., Marrucci, L., Walborn, S. P., y Sciarrino, F.. 2015. Resilience of hybrid optical angular momentum qubits to turbulence. *Scientific reports*, 5(1), pp. 1–5.
- Farsi, A.. 2015. Coherent manipulation of light in the classical and quantum regimes via four-wave mixing bragg scattering. Tesis de Doctorado. Cornell University, 106 pp.
- Fewings, M. R. y Gaeta, A. L.. 2000. Compensation of pulse distortions by phase conjugation via difference-frequency generation. *JOSA B*, 17(9), pp. 1522–1525.
- Feynman, R. P. et al.. 1982. Simulating physics with computers. *Int. J. Theor. phys*, 21(6/7).
- Fortnow, L.. 2009. The status of the p versus np problem. *Communications of the ACM*, 52(9), pp. 78–86.
- Fox, M.. 2006. *Quantum optics: an introduction*, Vol. 15. OUP Oxford.
- Franssila, S.. 2010. *Introduction to microfabrication*. John Wiley & Sons, England.
- Gao, L., Lemarchand, F., y Lequime, M.. 2013. Refractive index determination of sio2 layer in the uv/vis/nir range: spectrophotometric reverse engineering on single and bi-layer designs. *Journal of the European Optical Society-Rapid publications*, Vol. 8.
- Garay-Palmett, K., McGuinness, H., Cohen, O., Lundeen, J., Rangel-Rojo, R., U'ren, A., Raymer, M., McKinstrie, C., Radic, S., y Walmsley, I.. 2007. Photon pair-state preparation with tailored spectral properties by spontaneous four-wave mixing in photonic-crystal fiber. *Optics express*, 15(22), pp. 14870–14886. doi: 10.1364/OE.15.014870.
- Garay-Palmett, K., Jeronimo-Moreno, Y., y U'ren, A.. 2012. Theory of cavity-enhanced spontaneous four wave mixing. *Laser Physics*, 23(1), pp. 015201.
- Garrison, J. y Chiao, R.. 2008. *Quantum optics*. OUP Oxford.
- Garzon-Fontecha, A., Castillo, H., Restrepo-Parra, E., y De La Cruz, W.. 2018. The role of the nitrogen flow rate on the transport properties of crn thin films produced by dc magnetron sputtering. *Surface and Coatings Technology*, 334, pp. 98–104.
- Gerry, C., Knight, P., y Knight, P. L.. 2005. *Introductory quantum optics*. Cambridge University Press, New York.
- Giessibl, F. J.. 2003. Advances in atomic force microscopy. *Reviews of modern physics*, 75(3), pp. 949.
- Gong, M., Xu, F., Li, Z.-D., Wang, Z., Zhang, Y.-Z., Wu, Y., Li, S., Zhao, Y., Wang, S., Zha, C., et al.. 2020. Verification of a resetting protocol for an uncontrolled superconducting qubit. *npj Quantum Information*, 6(1), pp. 1–9.
- Grangier, P., Roger, G., y Aspect, A.. 1986. Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interferences. *EPL (Europhysics Letters)*, 1(4), pp. 173.

- Grice, W. P., U'Ren, A. B., y Walmsley, I. A.. 2001. Eliminating frequency and space-time correlations in multiphoton states. *Physical Review A*, 64(6), pp. 063815. doi: 10.1103/PhysRevA.64.063815.
- Hegde, S. S., Zhang, J., y Suter, D.. 2020. Efficient quantum gates for individual nuclear spin qubits by indirect control. *Physical review letters*, 124(22), pp. 220501. doi: 10.1103/PhysRevLett.124.220501.
- Herzinger, C., Johs, B., McGahan, W., Woollam, J. A., y Paulson, W.. 1998. Ellipsometric determination of optical constants for silicon and thermally grown silicon dioxide via a multi-sample, multi-wavelength, multi-angle investigation. *Journal of Applied Physics*, 83(6), pp. 3323–3336.
- Holder, C. F. y Schaak, R. E.. 2019. Tutorial on powder x-ray diffraction for characterizing nanoscale materials. *Acs Nano*, Vol. 13(7), pp. 7359–7365. doi: 10.1021/acsnano.9b05157.
- Ikeda, K., Saperstein, R. E., Alic, N., y Fainman, Y.. 2008. Thermal and kerr nonlinear properties of plasma-deposited silicon nitride/silicon dioxide waveguides. *Optics express*, 16(17), pp. 12987–12994. doi: 10.1364/OE.16.012987.
- Jellison Jr, G. y Modine, F.. 1996. Parameterization of the optical functions of amorphous materials in the interband region. *Applied Physics Letters*, 69(3), pp. 371–373. doi: 10.1063/1.118064.
- Johnson, A. R., Mayer, A. S., Klenner, A., Luke, K., Lamb, E. S., Lamont, M. R., Joshi, C., Okawachi, Y., Wise, F. W., Lipson, M., et al.. 2015. Octave-spanning coherent supercontinuum generation in a silicon nitride waveguide. *Optics letters*, 40(21), pp. 5117–5120. doi: 10.1364/OL.40.005117.
- Kaye, P., Laflamme, R., y Mosca, M.. 2006. *An introduction to quantum computing*. OUP Oxford.
- Kimble, H. J.. 2008. The quantum internet. *Nature*, 453(7198), pp. 1023–1030.
- Knill, E., Laflamme, R., y Milburn, G. J.. 2001. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *nature*, 409(6816), pp. 46–52.
- Kok, P., Munro, W. J., Nemoto, K., Ralph, T. C., Dowling, J. P., y Milburn, G. J.. 2007. Linear optical quantum computing with photonic qubits. *Reviews of modern physics*, 79(1), pp. 135.
- Kück, S.. 2021. Single photon sources for absolute radiometry—a review about the current state of the art. *Measurement: Sensors*, 18, pp. 100219.
- Kwiat, P. G., Mattle, K., Weinfurter, H., Zeilinger, A., Sergienko, A. V., y Shih, Y.. 1995. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Physical Review Letters*, 75(24), pp. 4337. doi: 10.1103/PhysRevLett.75.4337.
- Kwiat, P. G., Waks, E., White, A. G., Appelbaum, I., y Eberhard, P. H.. 1999. Ultrabright source of polarization-entangled photons. *Physical Review A*, 60(2), pp. R773. doi: 10.1103/PhysRevA.60.R773.
- Law, C., Walmsley, I. A., y Eberly, J.. 2000. Continuous frequency entanglement: effective finite hilbert space and entropy control. *Physical Review Letters*, 84(23), pp. 5304. doi: 10.1103/PhysRevLett.84.5304.
- Lawrie, B. J., Lett, P. D., Marino, A. M., y Poeser, R. C.. 2019. Quantum sensing with squeezed light. *ACS Photonics*, 6(6), pp. 1307–1318.
- Lifante, G.. 2003. *Integrated photonics: fundamentals*. John Wiley & Sons, England.
- Loudon, R.. 2000. *The quantum theory of light*. OUP Oxford.
- Lounis, B. y Moerner, W. E.. 2000. Single photons on demand from a single molecule at room temperature. *Nature*, 407(6803), pp. 491–493.

- Luke, K., Okawachi, Y., Lamont, M. R., Gaeta, A. L., y Lipson, M.. 2015. Broadband mid-infrared frequency comb generation in a  $\text{Si}_3\text{N}_4$  microresonator. *Optics letters*, 40(21), pp. 4823–4826.
- Mairnan, T.. 1960. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 4736, pp. 493–494.
- Marseglia, L., Saha, K., Ajoy, A., Schröder, T., Englund, D., Jelezko, F., Walsworth, R., Pacheco, J. L., Perry, D. L., Bielejec, E. S., et al.. 2018. Bright nanowire single photon source based on  $\text{SiV}$  centers in diamond. *Optics express*, 26(1), pp. 80–89. doi: 10.1364/OE.26.000080.
- Matthews, J. C., Politi, A., Stefanov, A., y O'Brien, J. L.. 2009. Manipulation of multiphoton entanglement in waveguide quantum circuits. *Nature Photonics*, 3(6), pp. 346–350.
- McGuinness, H. J., Raymer, M. G., McKinstrie, C. J., y Radic, S.. 2010. Quantum frequency translation of single-photon states in a photonic crystal fiber. *Physical review letters*, 105(9), pp. 093604. doi: 10.1103/PhysRevLett.105.093604.
- McKinstrie, C., Harvey, J., Radic, S., y Raymer, M.. 2005. Translation of quantum states by four-wave mixing in fibers. *Optics express*, 13(22), pp. 9131–9142. doi: 10.1364/OPEX.13.009131.
- McMullan, D.. 1995. Scanning electron microscopy. *Scanning*, 17(3), pp. 175–185.
- Migdall, A., Polyakov, S. V., Fan, J., y Bienfang, J. C.. 2013. Single-photon generation and detection: physics and applications. Academic Press, Oxford.
- Miller, R. C.. 1964. Optical second harmonic generation in piezoelectric crystals. *Applied Physics Letters*, 5(1), pp. 17–19.
- Monroy-Ruz, J., Garay-Palmett, K., y U'Ren, A. B.. 2016. Counter-propagating spontaneous four wave mixing: photon-pair factorability and ultra-narrowband single photons. *New Journal of Physics*, 18(10), pp. 103026.
- Mosley, P. J., Lundeen, J. S., Smith, B. J., Wasylczyk, P., U'Ren, A. B., Silberhorn, C., y Walmsley, I. A.. 2008. Heralded generation of ultrafast single photons in pure quantum states. *Physical Review Letters*, 100(13), pp. 133601. doi: 10.1103/PhysRevLett.100.133601.
- Moss, D. J., Morandotti, R., Gaeta, A. L., y Lipson, M.. 2013. New CMOS-compatible platforms based on silicon nitride and Hydex for nonlinear optics. *Nature Photonics*, 7(8), pp. 597–607.
- Muthukrishnan, A., Scully, M. O., y Zubairy, M. S.. 2004. Quantum microscopy using photon correlations. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 6(6), pp. S575.
- Nicolas, A., Veissier, L., Giner, L., Giacobino, E., Maxein, D., y Laurat, J.. 2014. A quantum memory for orbital angular momentum photonic qubits. *Nature Photonics*, 8(3), pp. 234–238.
- Nielsen, M. A. y Chuang, I. L.. 2011. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, New York.
- O'Brien, J. L., Furusawa, A., y Vučković, J.. 2009. Photonic quantum technologies. *Nature Photonics*, 3(12), pp. 687–695.
- Palik, E. D.. 1998. *Handbook of optical constants of solids*, Vol. 3. Academic press, Orlando.
- Pan, F., Chen, K., y Zhang, P.. 2021. Solving the sampling problem of the sycamore quantum supremacy circuits. *arXiv preprint arXiv:2111.03011*.
- Peřina, J., Haderka, O., y Michálek, V.. 2013. Sub-Poissonian-light generation by postselection from twin beams. *Optics express*, 21(16), pp. 19387–19394. doi: 10.1364/OE.21.019387.

- Pezzagna, S., Brault, J., De Micheli, M., Vennéguès, P., Wieck, A., y Massies, J.. 2007. Gan, a new material for integrated nonlinear optics. En: Proc. of ECIO 2007..Vol. 25.
- Pirandola, S., Eisert, J., Weedbrook, C., Furusawa, A., y Braunstein, S. L.. 2015. Advances in quantum teleportation. *Nature photonics*, 9(10), pp. 641–652.
- Pirandola, S., Andersen, U. L., Banchi, L., Berta, M., Bunandar, D., Colbeck, R., Englund, D., Gehring, T., Lupo, C., Ottaviani, C., et al.. 2020. Advances in quantum cryptography. *Advances in optics and photonics*, 12(4), pp. 1012–1236.
- Politi, A., Cryan, M. J., Rarity, J. G., Yu, S., y O'Brien, J. L.. 2008. Silica-on-silicon waveguide quantum circuits. *Science*, 320(5876), pp. 646–649.
- Previde Massara, M., Sabattoli, F. A., Pirzio, F., Galli, M., y Bajoni, D.. 2018. Four-wave mixing in a silicon microring resonator using a self-pumping geometry. *Applied Physics Letters*, 113(12), pp. 121111. doi: 10.1063/1.5038931.
- Qiang, X., Zhou, X., Wang, J., Wilkes, C. M., Loke, T., O'Gara, S., Kling, L., Marshall, G. D., Santagati, R., Ralph, T. C., et al.. 2018. Large-scale silicon quantum photonics implementing arbitrary two-qubit processing. *Nature photonics*, 12(9), pp. 534–539.
- Quesada, N. y Sipe, J.. 2015. Time-ordering effects in the generation of entangled photons using nonlinear optical processes. *Physical review letters*, 114(9), pp. 093903. doi: 10.1103/PhysRevLett.114.093903.
- Raymer, M. G. y Walmsley, I. A.. 2020. Temporal modes in quantum optics: then and now. *Physica Scripta*, 95(6), pp. 064002.
- Reddy, D., Raymer, M., y McKinstrie, C.. 2015. Sorting photon wave packets using temporal-mode interferometry based on multiple-stage quantum frequency conversion. *Physical Review A*, 91(1), pp. 012323.
- Reimer, M. E. y Cher, C.. 2019. The quest for a perfect single-photon source. *Nature Photonics*, 13(11), pp. 734–736.
- Rodríguez-de Marcos, L. V., Larruquert, J. I., Méndez, J. A., y Aznárez, J. A.. 2016. Self-consistent optical constants of  $\text{SiO}_2$  and  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  films. *Optical Materials Express*, 6(11), pp. 3622–3637.
- Runyan, W. R. y Bean, K. E.. 1990. *Semiconductor integrated circuit processing technology*. Addison Wesley Publishing Company, Boston.
- Sanginés, R., Abundiz-Cisneros, N., Utrera, O. H., Diliegros-Godines, C., y Machorro-Mejía, R.. 2018. Plasma emission spectroscopy and its relation to the refractive index of silicon nitride thin films deposited by reactive magnetron sputtering. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 51(9), pp. 095203.
- Sangouard, N. y Zbinden, H.. 2012. What are single photons good for? *Journal of Modern Optics*, 59(17), pp. 1458–1464.
- Schrödinger, E.. 1935. Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, 23(50), pp. 844–849.
- Senellart, P., Solomon, G., y White, A.. 2017. High-performance semiconductor quantum-dot single-photon sources. *Nature nanotechnology*, 12(11), pp. 1026–1039.

- Shadbolt, P. J., Verde, M. R., Peruzzo, A., Politi, A., Laing, A., Lobino, M., Matthews, J. C., Thompson, M. G., y O'Brien, J. L.. 2012. Generating, manipulating and measuring entanglement and mixture with a reconfigurable photonic circuit. *Nature Photonics*, 6(1), pp. 45–49.
- Sheik-Bahae, M., Said, A. A., y Van Stryland, E. W.. 1989a. High-sensitivity, single-beam  $n^2$  measurements. *Optics letters*, 14(17), pp. 955–957. doi: 10.1364/OL.14.000955.
- Sheik-Bahae, M., Said, A. A., Wei, T.-H., Hagan, D. J., y Van Stryland, E. W.. 1990b. Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam. *IEEE journal of quantum electronics*, 26(4), pp. 760–769.
- Signorini, S. y Pavesi, L.. 2020. On-chip heralded single photon sources. *AVS Quantum Science*, 2(4), pp. 041701.
- Slusher, R., Hollberg, L., Yurke, B., Mertz, J., y Valley, J.. 1985. Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity. *Physical review letters*, 55(22), pp. 2409. doi: 10.1103/PhysRevLett.55.2409.
- Song, C., Xu, K., Liu, W., Yang, C.-p., Zheng, S.-B., Deng, H., Xie, Q., Huang, K., Guo, Q., Zhang, L., et al.. 2017. 10-qubit entanglement and parallel logic operations with a superconducting circuit. *Physical review letters*, 119(18), pp. 180511. doi: 10.1103/PhysRevLett.119.180511.
- Soto, G., Tiznado, H., de la Cruz, W., y Reyes, A.. 2012. Synthesis of  $\text{ren}_3$  thin films by magnetron sputtering. *Journal of Materials*, 2014, pp. 9. doi: 10.1155/2014/745736.
- Titulaer, U. y Glauber, R.. 1966. Density operators for coherent fields. *Physical Review*, 145(4), pp. 1041.
- Tompkins, H. G.. 2006. *A user's guide to ellipsometry*. Courier Corporation, Massachusetts.
- Tse, M. e., Yu, H., Kijbunchoo, N., Fernandez-Galiana, A., Dupej, P., Barsotti, L., Blair, C., Brown, D., Dwyer, S., Effler, A., et al.. 2019. Quantum-enhanced advanced ligo detectors in the era of gravitational-wave astronomy. *Physical Review Letters*, 123(23), pp. 231107. doi: 10.1103/PhysRevLett.123.231107.
- Turing, A. M. et al.. 1936. On computable numbers, with an application to the entscheidungsproblem. *J. of Math*, 58(345-363), pp. 5.
- Tyona, M.. 2013. A theoretical study on spin coating technique. *Advances in materials Research*, 2(4), pp. 195.
- Uppu, R., Eriksen, H. T., Thyrrerstrup, H., Uğurlu, A. D., Wang, Y., Scholz, S., Wieck, A. D., Ludwig, A., Löbl, M. C., Warburton, R. J., et al.. 2020. On-chip deterministic operation of quantum dots in dual-mode waveguides for a plug-and-play single-photon source. *Nature communications*, 11(1), pp. 1–6.
- U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Erdmann, R., Banaszek, K., Grice, W. P., Walmsley, I. A., y Raymer, M. G.. 2006. Generation of pure-state single-photon wavepackets by conditional preparation based on spontaneous parametric downconversion. *Laser Physics*, 15(1), pp. 146–161.
- Van Meter, R.. 2014. *Quantum networking*. John Wiley & Sons, England.
- Van Stryland, E. W. y Sheik-Bahae, M.. 1997. Z-scan technique for nonlinear materials characterization. En: *Materials Characterization and Optical Probe Techniques: A Critical Review..International Society for Optics and Photonics*, Vol. 10291, p. 102910Q.

- Vernon-Parry, K.. 2000. Scanning electron microscopy: an introduction. *III-Vs Review*, 13(4), pp. 40–44.
- Von Helversen, M., Böhm, J., Schmidt, M., Gschrey, M., Schulze, J.-H., Strittmatter, A., Rodt, S., Beyer, J., Heindel, T., y Reitzenstein, S.. 2019. Quantum metrology of solid-state single-photon sources using photon-number-resolving detectors. *New Journal of Physics*, 21(3), pp. 035007.
- Wang, X.-L., Luo, Y.-H., Huang, H.-L., Chen, M.-C., Su, Z.-E., Liu, C., Chen, C., Li, W., Fang, Y.-Q., Jiang, X., et al.. 2018. 18-qubit entanglement with six photons three degrees of freedom. *Physical review letters*, 120(26), pp. 260502.
- Wang, Y., Li, J., Zhang, S., Su, K., Zhou, Y., Liao, K., Du, S., Yan, H., y Zhu, S.-L.. 2019. Efficient quantum memory for single-photon polarization qubits. *Nature Photonics*, 13(5), pp. 346–351.
- Williams, C. P.. 2011. Quantum gates. En: *Explorations in Quantum Computing*..Springer, Berlin, pp. 51–122.
- Woods, M. P., Silva, R., Pütz, G., Stupar, S., y Renner, R.. 2022. Quantum clocks are more accurate than classical ones. *PRX Quantum*, 3(1), pp. 010319. doi: 10.1103/PRXQuantum.3.010319.
- Yao, P., Manga Rao, V., y Hughes, S.. 2010. On-chip single photon sources using planar photonic crystals and single quantum dots. *Laser & Photonics Reviews*, 4(4), pp. 499–516.
- Young, T.. 1832. The bakerian lecture. experiments and calculations relative to physical optics. En: *Abstracts of the Papers Printed in the Philosophical Transactions of the Royal Society of London*..The Royal Society London, número 1, pp. 131–132.
- Zeilinger, A., Horne, M. A., Weinfurter, H., y Żukowski, M.. 1997. Three-particle entanglements from two entangled pairs. *Physical review letters*, 78(16), pp. 3031. doi: 10.1103/PhysRevLett.78.3031.
- Zhang, X., Li, H.-O., Wang, K., Cao, G., Xiao, M., y Guo, G.-P.. 2018. Qubits based on semiconductor quantum dots. *Chinese Physics B*, 27(2), pp. 020305.