

La investigación reportada en esta tesis es parte de los programas de investigación del CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, B.C.).

La investigación fue financiada por el CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología).

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México). El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo o titular de los Derechos Autor.

CICESE © 2023, Todos los Derechos Reservados, CICESE

Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California



Maestría en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física

Simulación numérica de la propagación de la luz dentro del ojo humano

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Jesús Alejandro Lucero Sainz

Ensenada, Baja California, México

2023

Tesis defendida por

Jesús Alejandro Lucero Sainz

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Pedro Negrete Regagnon
Director de tesis

Dra. Karina Garay Palmett

Dr. Santiago Camacho López

Dr. Víctor Manuel Rico Botero

Dra. María del Carmen Maya Sánchez



Dra. Karina Garay Palmett
Coordinadora del Posgrado en Óptica

Dra. Ana Denise Re Araujo
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Jesús Alejandro Lucero Sainz como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física.

Simulación numérica de la propagación de la luz dentro del ojo humano

Resumen aprobado por:

Dr. Pedro Negrete Regagnon

Director de tesis

El ojo humano es un sistema óptico aparentemente simple, pero en realidad posee una importancia y una complejidad que requiere una investigación interdisciplinaria de su constitución y de su funcionamiento. Una manera de estudiar a este sistema es a través de las herramientas de la disciplina llamada *óptica visual*, la cual toma datos de otras áreas como la medicina, la biología y la química para apoyar a estas mediante un análisis físico y matemático del ojo humano. En este trabajo se presenta una revisión de la anatomía, fisiología y óptica del ojo humano, la cual sirve como antesala para el tratamiento matemático de un problema fundamental en el ojo: la propagación de la luz dentro del mismo. Para lo anterior, se realizó una simulación numérica mediante formulaciones de óptica ondulatoria para propagar campos de luz en los medios intraoculares. Esto se realizó con rutinas de MATLAB propias, logrando una visualización tridimensional de la propagación de la luz en tres modelos del ojo: Emsley, Gullstrand-Emsley y uno basado en el modelo del cristalino de Kasprzak. Al final del trabajo se introducen también aberraciones del ojo simuladas mediante polinomios de Zernike.

Palabras clave: Difracción, propagación de luz dentro del ojo, modelos del ojo.

Abstract of the thesis presented by Jesús Alejandro Lucero Sainz as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Optics with orientation in Physical Optics.

Numerical simulation of light propagation in the human eye

Abstract approved by:

Dr. Pedro Negrete Regagnon
Thesis Director

The human eye is a seemingly simple optical system, but actually owns an importance and complexity that has prompted interdisciplinary research into its constitution and its operation. One way to study this system is through the tools of the so called *visual optics*, which uses knowledge from other disciplines such as medicine, biology and chemistry to support them through physics and mathematical analysis of the human eye. In this work we review the anatomy, physiology and optics of the human. This serves as a prelude to the mathematical treatment of a fundamental problem in the eye: light propagation inside ocular media. To achieve this, numerical simulations were performed using wave optics formulations to propagate light fields inside the eye. This was done with our own MATLAB routines. The goal was to obtain a three-dimensional visualization of light fields in three models for the eye: Emsley, Gullstrand-Emsley and one based on the Kasprzak lens model. Lastly, aberrations for the eye were introduced using Zernike polynomials.

Keywords: Diffraction, light propagation inside the eye, eye models.

Dedicatoria

A mis padres, mis hermanos y mis amigos.

"Unaquaeque res, quantum in se est, in suo esse perseverare conatur" (Baruch Spinoza).

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica de Educación Superior de Ensenada, Baja California (CICESE), por darme la oportunidad de llevar a cabo mis estudios de maestría en esta institución.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

A mi familia, especialmente a mis papás, por haberme brindado su amor, comprensión y apoyo en todos los sentidos durante toda mi vida, lo cual se hizo patente sobre todo en estos estudios de posgrado. Sin su amor este trabajo no habría sido posible. También agradezco a mis hermanos, por su fraternidad y amor, plasmado en su tolerancia, escucha y motivación hacia mi persona. Y, en este rubro de cercanía, agradezco a mis amigos, cuya amistad ha sido un aliciente para llevar a cabo este proyecto.

A mi asesor de tesis, el Dr. Pedro Negrete Regagnon, de quien agradezco la libertad, confianza, tolerancia, comprensión, fraternidad, amistad, respeto, guía y escucha durante la elaboración de esta tesis.

A mi comité de tesis, por sus comentarios, críticas, correcciones, paciencia y guía durante la elaboración de este proyecto. Agradezco de manera especial al Dr. Víctor Manuel Rico Botero, por su amistad y consejo durante estos años.

Al Departamento de Óptica, por su apoyo económico una vez finalizada la beca, asimismo, por la formación que recibí de la mano de mis profesores durante el año de cursos. Gracias por mostrarme la belleza de la óptica.

A Dios, cuya Providencia se ha manifestado en mi vida a través de acontecimientos dolorosos que me han permitido crecer como persona y también a través de circunstancias venturosas y de personas, cuyo encuentro me ha concedido vislumbrar lo maravilloso que es vivir. Y más si se tiene amor, filosofía, ciencia, música y, por qué no, cafecito.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español	ii
Resumen en inglés	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Lista de figuras	viii
Lista de tablas	xiii
Capítulo 1. Introducción	
Capítulo 2. Anatomía y fisiología del ojo humano	
2.1. Las tónicas del ojo	8
2.1.1. Túnica fibrosa	9
2.1.2. Túnica vascular	12
2.1.3. Túnica nerviosa	15
2.2. Contenido del ojo: medios transparentes	19
2.2.1. Humor acuoso	19
2.2.2. Lente o cristalino	21
2.2.3. Cuerpo vítreo	23
Capítulo 3. Sobre la óptica del ojo humano	
3.1. El ojo como sistema óptico	24
3.2. Tónicas del ojo	27
3.2.1. Túnica fibrosa	27
3.2.2. Túnica vascular	29
3.2.3. Túnica nerviosa	30
3.3. Contenido del ojo	33
3.3.1. Humor acuoso y humor vítreo	33
3.3.2. Cristalino	33
3.4. Errores de refracción	38
Capítulo 4. Modelos del ojo humano	
4.1. Puntos cardinales	43
4.2. Ojos esquemáticos paraxiales	44
4.3. Ojos de ángulo amplio	47
4.4. Modelos de ojo que consideran la estructura del cristalino	48
4.4.1. El cristalino de Kasprzak	50
4.4.2. El cristalino de Jaimes-Nájera et al. (2020)	52
Capítulo 5. Conceptos en torno a la teoría escalar de difracción	
5.1. La ecuación de Helmholtz	57

5.2.	El principio de Huygens-Fresnel	58
5.3.	La aproximación de Fresnel	59
5.4.	Aproximación de Fraunhofer	60
5.5.	El método del espectro angular	61

Capítulo 6. Simulación numérica de la propagación de la luz dentro del ojo humano

6.1.	Muestreo de una función	64
6.2.	Propagación numérica de campos de luz	66
	6.2.1. Código numérico de propagación	68
	6.2.2. Límites de validez del código numérico	69
6.3.	Propagación en el modelo de Emsley	74
6.4.	Propagación en el modelo de Gullstrand-Emsley	78
6.5.	Propagación en el modelo de Kasprzak	82
6.6.	Simulación de aberraciones mediante polinomios de Zernike	86
	6.6.1. Polinomios de Zernike	87
	6.6.2. Simulación de aberraciones en los modelos del ojo	88

Capítulo 7. Conclusiones

Literatura citada	98
Anexo	103

Lista de figuras

Figura	Página
1. Esquema de Descartes donde especula sobre la acomodación. Tomado de Descartes (2011).	2
2. Esquema geométrico del ojo. Adaptado de Le Grand and El Hage (1980).	6
3. Anatomía del globo ocular. Adaptado de Jüttner (2004)	7
4. Estructura de la córnea. Adaptado de Atchison and Smith (2002).	10
5. Capas celulares del epitelio. Adaptado de DelMonte and Kim (2011).	11
6. Visualización de las tunicas del ojo.	13
7. Corte del cuerpo ciliar, del iris y de la zónula. Tomado de Rouvière and Delmas (2006). .	14
8. Hemisferio anterior del globo ocular, visto desde atrás. Tomado de Quiroz (2007a). . .	15
9. Constricción y dilatación pupilar. Adaptado de Tomeo-Reyes (2015).	16
10. Vista de la fovea y su estructura <i>in vivo</i> obtenida mediante tomografía de coherencia óptica (OCT). MLI membrana limitante interna, CFNO capa de las fibras del nervio óptico, CG capa ganglionar, CPI capa plexiforme interna, CNI capa nuclear interna, CPE capa plexiforme externa, CNE capa nuclear externa, MLE membrana limitante externa, US I/E unión del segmento interno/externo CP capa pigmentaria. Imagen adaptada de Hildebrand and Fielder (2011).	16
11. Capas de la retina. Tomado de Hildebrand and Fielder (2011).	18
12. Circulación y formación del líquido del ojo. Tomado de Guyton y Hall (2011).	20
13. Microfotografía con lámpara de hendidura del cristalino y un diagrama de su estructura. Imagen adaptada de Ruan et al. (2020).	21
14. Ilustración del poder refractivo de una lente y su distancia focal.	25
15. Diagrama donde se muestran los ejes del ojo. El punto nodal objeto N está casi en el centro de curvatura de la córnea. S es el ápice de la córnea, C es el centro de la zona óptica y P es el polo oftalmométrico. Imagen adaptada de Le Grand and El Hage (1980). .	27
16. (a) La ecuación general para todas las secciones cónicas es $Y^2 = 2R_0 - pZ^2$. (b) Se muestra la familia de secciones cónicas para varios valores del parámetro de asfericidad p . .	29
17. (a) Córnea normal. (b) Córnea con keratocono. (c) Imagen de un ojo con keratocono. .	30
18. Diámetro de la pupila en función de la luminancia. Adaptado de Kaschke et al. (2014). .	31
19. Sensibilidad espectral normalizada de los conos y bastones. Adaptado de Kaschke et al. (2014).	32
20. Densidad de conos, bastones y células ganglionares como función de la excentricidad en la retina humana. Adaptado de Geisler and Banks (2010).	32
21. Transmitancia espectral dentro del ojo después de que la luz incidente pasa por la córnea, humor acuoso, cristalino y humor vítreo. Adaptado de Kaschke et al. (2014).	34
22. Distribución del índice de refracción del cristalino representada como curvas elípticas isoindiciales unidas por el ecuador. Adaptado de Rama et al. (2005).	35

Figura	Página
23. Mecanismo de acomodación. La mitad superior de la imagen ilustra al cristalino acomodado, mientras que la mitad inferior para el caso donde el cristalino está relajado. Se muestran los siguientes puntos de referencia: punto lejano Q_l , punto cercano Q_c , distancia de punto lejano S_l y distancia de punto cercano S_c y el punto principal P. Adaptado de Kaschke et al. (2014).	36
24. Amplitud de acomodación ΔA_{max} en función de la edad. El rango de desviación estándar respecto a los valores medios —curva negra— está dado por las zonas grises. Adaptado de Kaschke et al. (2014).	37
25. Probabilidad de necesitar corrección refractiva —lentes— en función de la edad. Adaptado de Gross (2008).	37
26. Principales motivos por los que surge la miopía. a) el globo ocular es muy largo, b) la curvatura de la córnea es muy grande, c) el poder refractivo del cristalino es muy grande. En el diagrama del extremo izquierdo se muestra la situación del ojo emétrope. Tomado de Gross (2008).	39
27. Principales motivos por los que surge la hipermetropía. a) el globo ocular es muy corto, b) la curvatura de la córnea es muy pequeña, c) el poder refractivo del cristalino es muy pequeño. En el diagrama del extremo izquierdo se muestra la situación del ojo emétrope. Tomado de Gross (2008).	40
28. Se visualiza el astigmatismo y cómo se enfoca la luz en el foco sagital y tangencial. Tomado de Malacara (2015).	40
29. Se muestra el objeto original y diversas imágenes resultantes en ojos con las siguientes condiciones: (a) error refractivo, (b) glaucoma, (c) defectos retinales y (d) cataratas. Adaptado de Gross (2008).	41
30. Puntos cardinales del ojo. Tomado de Atchison (2017).	43
31. Ojo reducido de Emsley. En la figura se muestran los puntos cardinales de este modelo. Imagen de Artal (2014)	45
32. Ojo simplificado de Gullstrand-Emsley. En la figura se muestran los puntos cardinales de este modelo. La parte superior muestra la versión para el ojo relajado; la inferior, para el ojo acomodado. Adaptado de Artal (2014)	46
33. Ojo exacto de Le Grand. En la figura se muestran los puntos cardinales de este modelo. La parte superior muestra la versión para el ojo relajado; la inferior, para el ojo acomodado. Adaptado de Artal (2014)	46
34. Trazo de rayos para diversos ángulos, basado en el modelo de Le Grand. R es la curva asociada a la retina. Tomado de Lotmar (1971)	47

Figura	Página
35. Distribución del índice de refracción de acuerdo con el modelo presentado por Thomas Young. Como referencia se muestra una distribución parabólica junto a la de Young. Adaptado de Atchison and Thibos (2016).	49
36. Formas del cristalino y contornos isoindiciales. A) Modelo de Gullstrand (ojo exacto número 1). B) Modelo de Liou and Brennan (1997). C) Distribución basada en el trabajo de Navarro et al. (2007). Tomado de Atchison and Thibos (2016).	49
37. Gráfica paramétrica de la superficie del cristalino calculado con la ecuación (9). Tomado de Kasprzak (2000).	51
38. Se muestran las curvas de nivel l y h . Los contornos isoindiciales se muestran como proyecciones de las curvas de nivel de la función PGen en el plano $y - z$. Tomado de Jaimes-Nájera et al. (2020).	52
39. (a) Vista tridimensional de la superficie externa del cristalino Poisson-Gauss. (b) Se muestra el proceso de acomodación, modelado mediante la variación del parámetro m . Durante este proceso, la posición del ecuador es constante y se garantiza la conservación del volumen del cristalino (106.6 mm^3). (c) Parámetros fisiológicos del cristalino. Tomado de Jaimes-Nájera et al. (2020).	54
40. Construcción de la envolvente, según el principio de Huygens. Adaptado de Goodman (2005).	55
41. Geometría de la propagación para los planos paralelos fuente y de observación. Adaptado de Voelz (2011).	58
42. El vector de onda \vec{k} . Tomado de Goodman (2005).	62
43. Función bidimensional: (a) analítica y (b) versión muestreada. Tomado de Voelz (2011).	66
44. Visualización del efecto de aliasing en la propagación de un haz gaussiano en un sistema convergente utilizando la propagación del espectro angular para $z_c < f_1$. $M = 512$, $L = 5 \text{ mm}$, $z_c = 25 \text{ mm}$, $f_1 = 77.14 \text{ mm}$ (a) Se muestra el resultado que está en el artículo de Mas et al. (2003a). (b) Se muestra el resultado propio, con el código de propagación basado en los programas 1-3.	70
45. Visualización de la propagación de un haz gaussiano en un sistema convergente utilizando la propagación del espectro angular para $z_c > f_1$. $M = 512$, $L = 5 \text{ mm}$, $z_c = 150 \text{ mm}$, $f_1 = 77.14 \text{ mm}$ (a) Se muestra el resultado que está en el artículo de Mas et al. (2003a). (b) Se muestra el resultado propio, con el código de propagación basado en los programas 1-3.	71
46. Vista lateral de la generación de un haz Bessel mediante un axicón. Tomado de Anguiano-Morales et al. (2008)	73

Figura	Página
47. Vista lateral de la generación de un haz Bessel mediante un axicón usando el método descrito en este trabajo. Los parámetros utilizados son $M = 5120$, $n = 250$, $L = 58.8$ mm, $z = 1200$ mm.	74
48. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda plana. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm y $\lambda = 632$ nm.	75
49. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda esférica, cuya fuente se ubica a $R = 100$ mm de la córnea en el eje óptico del sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm, $\lambda = 632$ nm.	76
50. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda esférica, cuya fuente se ubica a $R = 500$ mm de la córnea en el eje óptico del sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm, $\lambda = 632$ nm.	77
51. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda esférica, cuya fuente se ubica a $R = 500$ mm de la córnea en el eje óptico del sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm, $\lambda = 632$ nm.	77
52. Visualización de la propagación de la luz en el modelo del Gullstrand-Emsley. Una onda esférica divergente, proveniente de una fuente puntual a 50 mm de la córnea, incide sobre el sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $\lambda = 632$ nm.(a) Ojo relajado: $z_1 = 3.6$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm. (b) Ojo acomodado: $z_1 = 3.2$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm.	79
53. Visualización de la propagación de la luz en el modelo del Gullstrand-Emsley. Una onda esférica divergente, proveniente de una fuente puntual a 100 mm de la córnea, incide sobre el sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $\lambda = 632$ nm.(a) Ojo relajado: $z_1 = 3.6$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm. (b) Ojo acomodado: $z_1 = 3.2$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm.	80
54. Visualización de la propagación de la luz en el modelo del Gullstrand-Emsley. Una onda esférica divergente, proveniente de una fuente puntual a 300 mm de la córnea, incide sobre el sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $\lambda = 632$ nm.(a) Ojo relajado: $z_1 = 3.6$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm. (b) Ojo acomodado: $z_1 = 3.2$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm.	81
55. Efectos de la asfericidad Q en la figura de la conicoide. Tomado de Atchison and Charman (2011).	83
56. Cristalino elaborado en MATLAB con base en el modelo de Kasprzak (a) Vista sagital (b) Vista frontal.	84

Figura	Página
57. Visualización de la propagación de la luz en el modelo con córnea esférica y cristalino de Kasprzak.	86
58. Formas asociadas a algunos polinomios de Zernike hasta el cuarto orden. Tomado de Lakshminarayanan and Flece (2011).	89
59. Superficies de algunos polinomios de Zernike que fueron modeladas en MATLAB. Estos corresponden a las siguientes aberraciones: (a) Tip. (b) Astigmatismo. (c) Coma. (d) Trefoil. (e) Aberración esférica.	90
60. Imágenes resultantes tras propagar la luz en el modelo de Emsley. La onda incidente es una onda esférica proveniente de una fuente puntual ubicada a 600 mm de la córnea. En (a) se tiene la imagen libre de aberraciones, mientras que las restantes fueron afectadas por las siguientes: (b) Tip. (c) Astigmatismo. (d) Coma. (e) Trefoil.	91
61. Visualización de la propagación de la luz con una córnea con astigmatismo en el modelo de Emsley.	92
62. Visualización de la propagación de la luz con una córnea con aberración tilt (tercer polinomio de Zernike), en el modelo de Gullstrand-Emsley.	92
63. Fase resultante tras sumar tres polinomios de Zernike: tip, astigmatismo y coma.	93
64. Imagen en el plano final de la propagación en el modelo de Kasprzak con la combinación de las aberraciones tip, astigmatismo y coma.	94
65. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Kasprzak con las aberraciones tip, astigmatismo y coma.	94

Lista de tablas

Tabla	Página
1. Algunos términos de las aberraciones de Seidel y sus nombres. Tomado de Schmidt (2010).	88

Capítulo 1. Introducción

El ojo humano podría considerarse como un sistema óptico relativamente sencillo puesto que consta básicamente de dos lentes convergentes. En realidad se trata de un sistema complejo que involucra múltiples elementos biológicos que se conjugan entre sí para permitir la percepción de la realidad a través del sentido de la visión. Durante años, el ojo humano ha sido objeto de gran interés y de estudio tanto en el área médica como en la óptica visual.

Es muy ilustrativa la manera en que se ha concebido la relación entre los objetos y la formación de imágenes en el ojo en diversos períodos históricos. De acuerdo con Wade (2006), en la antigüedad existía una teoría conocida como *extramisión*, donde se consideraba que la luz provenía del ojo y se proyectaba hacia los objetos, siendo el médico Galeno y el astrónomo Claudio Ptolomeo, del siglo II d. C., unos de los principales promotores de esta teoría. Giovanni Battista della Porta, a mediados del siglo XVI, fue uno de los que impulsaron la teoría de la *intromisión*, que básicamente establece que la percepción visual de los objetos proviene de un "algo" que posibilita la representación de los mismos, de manera que dicho algo se introduce en los ojos y se forma la imagen en estos. Este algo se puede entender como los rayos de luz que se reflejan del objeto y que llegan hasta el interior del ojo. Para della Porta, esta imagen se metía en la pupila y se formaba en el cristalino. Con esto, de acuerdo con Wade (2006), della Porta sirvió de parteaguas en el área de la óptica visual, dado que estableció que el ojo era receptor de la luz, formando la imagen en su interior. Esto sirvió para que ya hacia finales del siglo XVI e inicios del siglo XVII, anatomistas como Felix Platter y el astrónomo Johannes Kepler propusieran que la imagen se formaba en la retina. Esto fue comprobado experimentalmente por el astrónomo jesuita Christoph Scheiner, quien, a través de disecciones de ojos enucleados de animales, pudo visualizar la imagen invertida que se forma en la retina.

La obra de Kepler y de Scheiner contribuyeron a que el filósofo y matemático René Descartes realizara una descripción más precisa de la formación de la imagen en el ojo. En una edición moderna del *Tratado del hombre* (Descartes, 2011), se muestra un diagrama hecho por Descartes que presenta la acomodación en función de la distancia del objeto, y que se reproduce en la figura 1. El análisis cartesiano de la formación de la imagen en el ojo fue un tanto más precisa que la de Kepler debido a que Descartes se sirvió de la ley de Snell en las diferentes superficies refractivas del ojo.

Por su parte, ya en el siglo XIX, Hermann von Helmholtz recopiló los resultados de sus investigaciones en la obra *Handbuch der Physiologischen Optiks* (traducida al inglés por Southall en 1924). Con este trabajo se dio inicio a lo que hoy se conoce como la óptica fisiológica, en la que se analiza al ojo humano considerando tanto su fisiología como sus propiedades físicas. Particularmente, una invención de

Helmholtz, el oftalmoscopio, generó una mejor comprensión del ojo como sistema formador de imágenes. Con este instrumento fue posible estudiar características del sistema como la resolución, la sensibilidad de los fotorreceptores de la retina (conos y bastones), el índice de refracción de los diferentes elementos —ex.gr., córnea, cristalino— y la distancia focal, entre otros. El oftalmoscopio permitió observar en un sujeto vivo la formación de la imagen en la retina (Le Grand and El Hage, 1980).

El problema de la formación de imágenes en el ojo y de la propagación de la luz dentro del mismo llevó a la necesidad de desarrollar una serie de modelos del ojo. Y no solo esto, sino que estos modelos son de utilidad en el ámbito médico dado que mediante ellos se pueden identificar, diagnosticar y clasificar problemas asociados con la vista, dependiendo de la edad, género y raza; además, estos modelos permiten entender cómo los cambios anatómicos afectan la progresión de enfermedades como la miopía (Polans et al., 2015). Unos de los primeros modelos que se desarrollaron fueron los de Mosing (1844) y Listing (1851), quienes utilizaron superficies esféricas para simular la córnea y el cristalino. Otros modelos que figuran en la literatura son los de Tscherning (1900), Helmholtz (1909), el exacto número 1 de Gullstrand (1909), el simplificado número 2 de Gullstrand, el de Le Grand (1945), el reducido de Emsley (1952), el de Gullstrand-Emsley (1952), el de Le Grand y El Hage (1980) y el de Bennett y Rabbetts (1988).

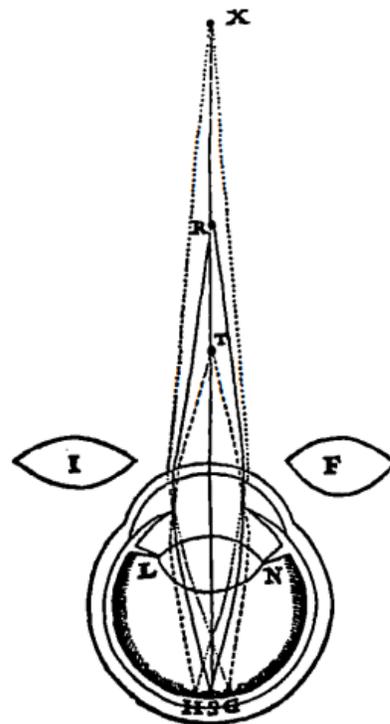


Figura 1. Esquema de Descartes donde especula sobre la acomodación. Tomado de Descartes (2011).

Las características fundamentales de estos modelos es que utilizan superficies esféricas centradas en el eje óptico, el índice de refracción de los medios refractivos son considerados como homogéneos, se emplean pupilas de tamaño pequeño y los objetos están posicionados cerca del eje óptico (Jaimes-Nájera et al., 2020). Estos modelos se sirven de la óptica geométrica para analizar la propagación de la luz dentro del ojo mediante el trazo de rayos. Y cabe decir que hasta la fecha es una de las maneras más populares, dentro del área de la óptica visual, para simular la propagación de la luz dentro del ojo (Bedggood et al. 2000; Wei et al. 2014; Jaimes-Nájera et al. 2020). Existen modelos aún más sofisticados y anatómicamente precisos que consideran la estructura de índice de refracción gradiente del cristalino y a las superficies asociadas a la córnea y al cristalino como superficies esféricas. Dentro de estos modelos se resaltan, en este escrito, el modelo de Liou and Brennan (1997), el modelo de cristalino de Kasprzak (2000), el modelo de Liu et al. (2005), el modelo de Navarro et al. (2007) y, uno de los modelos más recientes, el de Jaimes-Nájera et al. (2020).

Como se mencionaba anteriormente, una de las maneras en que se ha simulado la propagación de la luz en estos modelos es mediante algoritmos basados en el trazo de rayos. Existen programas de cómputo comerciales —como ZEMAX—, que permiten realizar esta clase de simulaciones. No obstante, el trazo de rayos tiene sus limitantes, como el hecho de que el número de rayos que se utilizan son reducidos comparados con la ingente cantidad de puntos de curvatura que pueden ser obtenidos en una topografía corneal (Pérez et al., 2005a). Además, el análisis de la distribución del campo de luz que se propaga dentro del ojo se ve acotada hasta llegar a la superficie de la retina.

Entonces, tomando en cuenta esta limitación del trazo de rayos, uno de los objetivos de este proyecto ha sido el de simular la propagación de la luz dentro del ojo utilizando formulaciones de óptica ondulatoria. La implementación de este modelo fue realizada utilizando rutinas de MATLAB, con lo que ha sido posible obtener una visualización tridimensional en cualquier región de interés de los medios oculares.

A este respecto, cabe destacar que los estudios sobre el uso de la óptica ondulatoria para simular la propagación de la luz dentro del ojo son escasos, salvo el trabajo de los últimos años que se ha desarrollado en el Departamento de Óptica de la Universidad de Alicante, particularmente en el grupo de Óptica y Ciencias de la Visión, quienes están dedicados al estudio, desde un punto de vista óptico, del ojo humano. Ellos han sido incluso capaces de incorporar datos personalizados obtenidos con aparatos de uso oftalmológico (Espinosa et al., 2006).

Uno de los artículos pioneros del uso de la óptica ondulatoria y la simulación numérica aplicado al ojo humano es el de Pons et al. (1999), donde se contempla la Transformada Fraccional de Fourier como una

alternativa al cálculo directo de la integral de difracción de Fresnel. Otro que figura empleando óptica ondulatoria, pero en la propagación en espacio libre, es el trabajo de Mas et al. (1999). También destacan en el rubro de la propagación de la luz dentro del ojo empleando óptica ondulatoria los trabajos de Illueca et al. (2001), Mas et al. (2003a), Mas et al. (2003b), Pérez et al. (2005a), Pérez et al. (2005b), Mas et al. (2006) y el de Espinosa et al. (2006).

Con este panorama del estado del arte, este proyecto tiene dos objetivos fundamentales: el de presentar una revisión de la anatomía, fisiología y óptica del ojo humano visto desde la perspectiva de las ciencias físicas y no desde la especialidad médica; el segundo objetivo es simular numéricamente la propagación de la luz dentro del ojo humano utilizando óptica ondulatoria, generando así una herramienta basada en la teoría escalar de difracción que pueda ser empleada para estudios más complejos relacionados con la calidad de la imagen que se forma en la retina.

De manera más específica, las preguntas a las que se darán respuestas a lo largo de este trabajo son: ¿Cómo está constituido anatómicamente el ojo humano? ¿Cuál es el funcionamiento del ojo en términos fisiológicos? ¿Qué características tiene el ojo humano como sistema óptico? ¿Cuáles son los principales modelos del ojo que se han desarrollado? ¿En qué consiste la teoría escalar de difracción? ¿Por qué recurrir a una simulación numérica para simular la propagación de campos de luz? ¿Cuáles son los límites de validez de esta simulación numérica? ¿Qué condiciones se deben de cumplir para asegurar que la señal propagada esté bien simulada? ¿Esta herramienta es útil para aplicarse en el análisis de la propagación de la luz en los modelos del ojo humano existentes?

Con estas preguntas en mente, el escrito ha sido organizado de la siguiente manera:

El capítulo 2 aborda el tema de la anatomía y fisiología del ojo humano. Aquí se realiza una revisión basada en algunos libros que son utilizados en medicina. Se parte de la descripción de las tunicas del ojo y se culmina con el contenido del ojo. Por su parte, el capítulo 3 trata sobre la óptica del ojo humano, aquí se sigue una estructura similar a la que se presentó en el capítulo 2, solo que en tópicos concernientes al funcionamiento del ojo como sistema óptico. Los dos capítulos anteriores sirven como antesala para el capítulo 4, donde se presentan los modelos del ojo. En este capítulo se resaltan los tres modelos que se utilizaron para simular numéricamente la propagación de la luz dentro del ojo con las rutinas propias de MATLAB: Emsley, Gullstrand-Emsley y el de Kasprzak.

En el capítulo 5 se exponen algunos conceptos en torno a la teoría escalar de difracción, la cual constituye la base teórica de la simulación numérica realizada en esta tesis.

Por su parte, en el capítulo 6 se presenta el código numérico de propagación, así como los límites de validez del mismo, basado en unas pruebas de concepto. Asimismo, se muestran los resultados de la simulación numérica que se realizó con los tres modelos mencionados. Al final de este capítulo se presentan ejemplos de los efectos que algunas aberraciones, simuladas mediante polinomios de Zernike, tienen en los haces propagados.

Finalmente, en el capítulo 7 se muestran las conclusiones de este proyecto, algunas preguntas que han quedado abiertas y se presentan varias sugerencias para trabajo futuro.

Capítulo 2. Anatomía y fisiología del ojo humano

Para tener una comprensión del funcionamiento del ojo humano como sistema formador de imágenes es preciso empezar con una descripción de su anatomía. Bien podría el físico limitarse a entender que el globo ocular es un sistema con unas cuantas superficies refringentes, cuyo fin es, en última instancia, el generar una imagen en la retina, de acuerdo con los límites inherentes del sistema. Sin embargo, en este apartado se abordarán algunos elementos propios de la anatomía y fisiología con el fin de conocer las características de este sistema óptico, el cual, a diferencia de aquellos que han sido creados por el ser humano (cámara, microscopio, telescopio, entre otros), es un sistema conformado por elementos propiamente biológicos.

En un libro clásico de anatomía para estudiantes de medicina (Quiroz, 2007b) se menciona que el término anatomía procede del griego *anatomé* (disecar). Asimismo, menciona otra etimología que ilustra el quehacer fundamental de esta disciplina: *témno* (cortar) y *aná* (entre). Así, pues, de acuerdo con Quiroz (2007b), la anatomía "[...] es la ciencia que estudia la conformación y la estructura de los seres organizados" (p. 1). Con esta definición es claro que se abarca tanto a vegetales y animales, por lo que el problema en este caso se acotaría a anatomía humana, enfocándose la discusión de este escrito en el globo ocular.

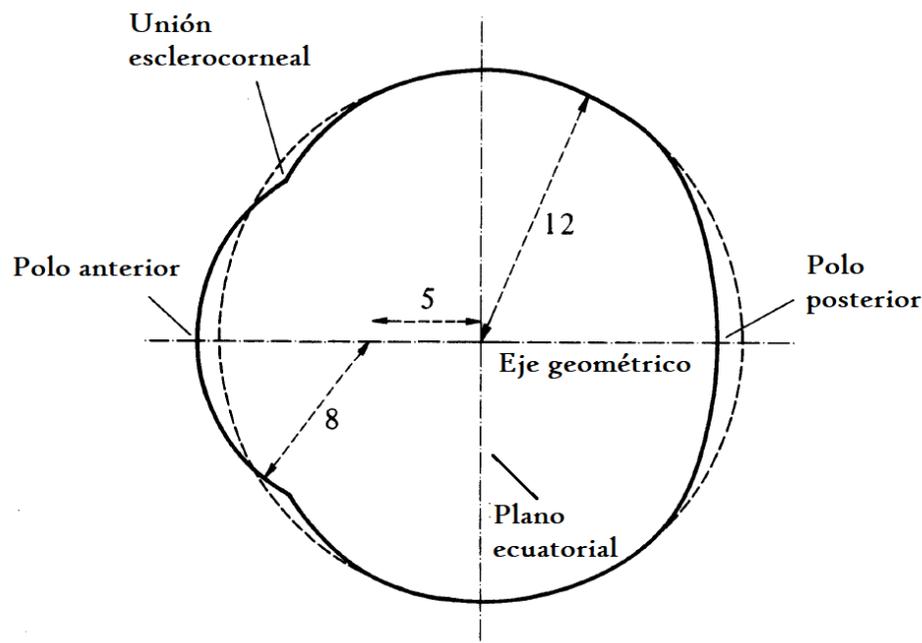


Figura 2. Esquema geométrico del ojo. Adaptado de Le Grand and El Hage (1980).

Por otro lado, la fisiología tiene como fin principal el "[...] explicar los factores físicos y químicos responsables del origen, desarrollo y progreso de la vida" (Guyton and Hall, 2011). Dentro de la fisiología humana, se abordan los diversos mecanismos y propiedades del cuerpo humano, de modo que se haga posible la explicación de la interacción física y química de los diversos elementos que lo componen.

En la figura 2 se observa un esquema geométrico del globo ocular. Nótese que es irregularmente esférico, como se muestra en la línea continua. El ojo humano adulto se suele describir como una esfera con un radio de curvatura de 12 mm. Esta esfera se divide por un plano ecuatorial que separa al ojo en dos hemisferios: el hemisferio anterior y posterior. Ambos hemisferios son unidos por una línea imaginaria que se denomina como *eje anteroposterior* —que une al polo anterior y al polo posterior—, en el contexto de la anatomía; mientras que en el ámbito de la óptica se le conoce como *eje óptico*, el cual se entiende como la línea que une los centros de curvatura de las superficies refringentes de un sistema óptico, como se puede apreciar en la figura 3. Ahora bien, tomado en conjunto, el ojo no tiene simetría de revolución, dado que los centros de curvatura de las superficies refringentes no son colineales entre sí. Por consiguiente, en cuanto al ojo humano, el eje óptico es la línea que se ajusta mejor entre estos puntos no colineales (Atchison and Smith, 2002). Algo que hay que añadir respecto a la geometría del ojo es que se suele aproximar como una esfera, sin embargo, en la realidad, la región próxima al polo posterior es un tanto achatada (Le Grand and El Hage, 1980).

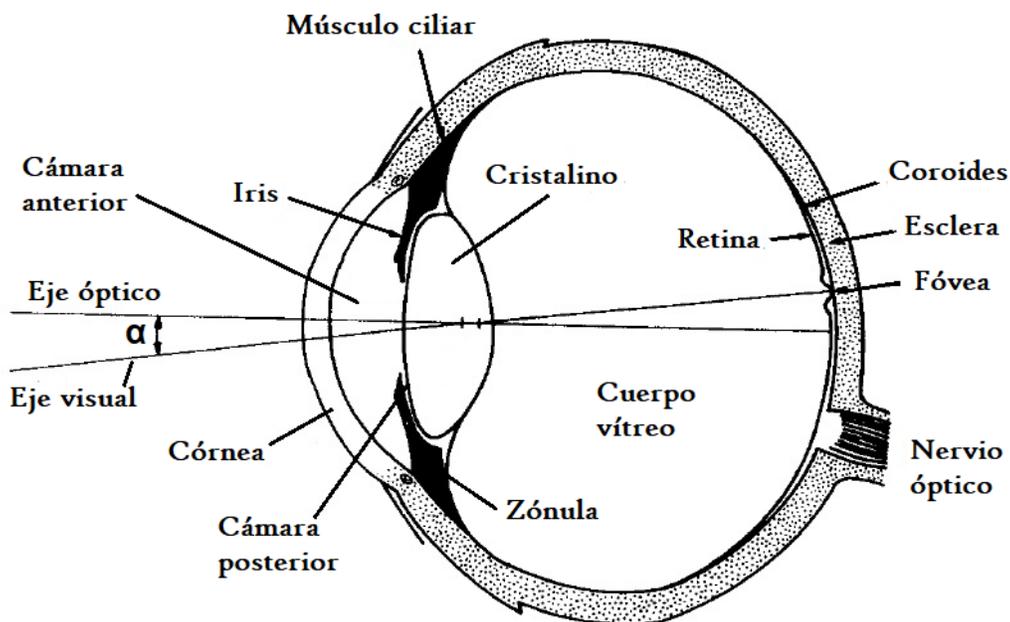


Figura 3. Anatomía del globo ocular. Adaptado de Jüttner (2004)

Por otro lado, el *eje visual* es la línea que une al objeto de interés y a la fovea F, y que pasa por los puntos nodales N y N', de los que se hablará posteriormente —ver figuras 15 y 30—. Estos puntos se caracterizan por ser el conjugado o la imagen del otro. Además, nótese cómo se forma un ángulo α entre el eje óptico y el eje visual. De acuerdo con Atchison and Smith (2002), este ángulo es de aproximadamente 5° .

A continuación se mostrarán las partes del globo ocular. Primero, de forma general; luego, de forma más detallada. El ojo humano se divide anatómicamente en pared y contenido (Rouvière and Delmas, 2006).

La pared está compuesta por tres túnicas:

1. **Túnica fibrosa:** donde se encuentra la esclera y la córnea .
2. **Túnica vascular:** aquí se tiene la coroides, el cuerpo ciliar —que es donde se ubica el músculo ciliar y la zónula— y el iris .
3. **Túnica nerviosa:** es la sección del ojo correspondiente a la retina. En esta porción nerviosa del ojo es donde está situada la fovea —que es una región de alta resolución en virtud de su gran densidad de conos—, así como el punto ciego de la retina, la papila óptica, que es la región que coincide con el nervio óptico.

En cuanto al contenido del ojo, se tienen los siguientes elementos:

1. **Lente o cristalino:** es una lente biconvexa, transparente, elástica y de consistencia firme.
2. **Humor acuoso:** que está circulando en la cámara anterior y la cámara posterior.
3. **Cuerpo vítreo:** compuesto por una membrana vítrea y un fluido de consistencia gelatinosa, conocido como humor vítreo.

2.1. Las túnicas del ojo

Dentro de la estructura anatómica del ojo que se conoce como pared, se tiene que está formada por un conjunto de membranas envolventes, cada una distinta en naturaleza. Se entiende, entonces, por túnica a una capa que recubre una parte del ojo. En este caso, las túnicas están dispuestas de forma concéntrica, encerrando una serie de "[...] medios líquidos, semilíquidos o sólidos que se dejan atravesar por rayos luminosos, a los que hacen concluir precisamente en la capa sensorial que es la retina" (Quiroz, 2007a).

A continuación se mostrarán las características de estas membranas envolventes del globo ocular.

2.1.1. Túnica fibrosa

Es una membrana envolvente que protege a las tunicas internas, así como al contenido del globo ocular. Está dividida en dos secciones: la *esclera o esclerótica*, que es opaca y representa cinco sextos de esta túnica; y la *córnea*, que es una porción más pequeña y transparente. Otra forma de llamar a la esclera, de acuerdo con Quiroz (2007a), es *córnea opaca*, donde se ilustra una de las misiones de esta porción: evitar que los rayos de luz entren al sistema óptico.

Esclera

La esclera constituye alrededor del 80 % de la pared del ojo y se distingue por su apariencia blanquecina. Lo anterior se debe a un conjunto de fibras de colágeno tipo I (90 %) y tipo III ($\leq 5\%$) que se superponen en diversas direcciones bajo la forma de laminillas de alrededor de 50 μm de espesor. Contrario a lo que pudiera pensarse, dada la naturaleza opaca de la esclera y la transparencia de la córnea, la colágena es continua en ambos medios (Coudrillier et al., 2015).

Por otro lado, la esclera es una capa gruesa, bastante resistente e inextensible en condiciones normales. En su superficie exterior es lisa y blanca, mientras que en su superficie interna es de color oscuro y se relaciona directamente con la coroides. En su parte posterior tiene un espesor de 1 mm, en el ecuador se reduce a 0.5 mm y en la parte anterior aumenta a unos 0.8 mm. En ella se insertan los músculos rectos y oblicuos, responsables del movimiento del globo ocular en la órbita, también conocida como cavidad orbitaria, que es donde está situado el ojo (Quiroz, 2007a).

Córnea

La córnea es la porción anterior que constituye la sexta parte de la túnica fibrosa. Es transparente debido a la estructura regular que posee en sus diversas capas (Le Grand and El Hage, 1980). En el polo anterior tiene un grosor de aproximadamente 0.5 mm, aumentándose en la periferia de la córnea, adoptando la forma de un casquete un tanto esférico. En un adulto normal, tiene un diámetro horizontal de 11.5-12 mm en tanto que el diámetro vertical es 1 mm menor.

La córnea está constituida por cinco capas, las cuales se pueden distinguir en la figura 4: epitelio, mem-

brana de Bowman, estroma, membrana de Descemet y endotelio.

Epitelio

El epitelio constituye la primera barrera entre la córnea y el ambiente externo al ojo. Anteriormente al epitelio, existe una película lagrimal que está compuesta a su vez por una serie de capas de índole aceitosa, acuosa y mucosa, siendo la parte acuosa la que constituye el 98 % de la misma. Esta película tiene la importante misión de mantener hidratada la córnea, además de mitigar la rugosidad microscópica de la superficie epitelial —microvellosidades ópticas— (Atchison and Smith, 2002).

El epitelio tiene un espesor de 40-50 μm , en el cual están distribuidas de 4 a 6 capas de células. Las más superficiales, conocidas como células escamosas, forman una estructura de dos o tres filas de células de forma plana poligonal, de modo que se encuentran estrechamente unidas entre sí. Esta disposición imposibilita que se filtre la lágrima a través del arreglo celular y, no solo eso, sino que también impide el paso de microbios y toxinas al resto de las capas de la córnea. Otra capa de células son las intermedias o suprabasales y tienen una estructura similar a las células superficiales, distinguiéndose por ser menos planas. Por último, se tienen las células basales que están ordenadas en una fila, adoptando una forma un tanto cilíndrica, como se puede visualizar en la figura 5. Estas células tienen la capacidad de reproducirse, a diferencia de las que están por encima de ellas (DelMonte and Kim, 2011).

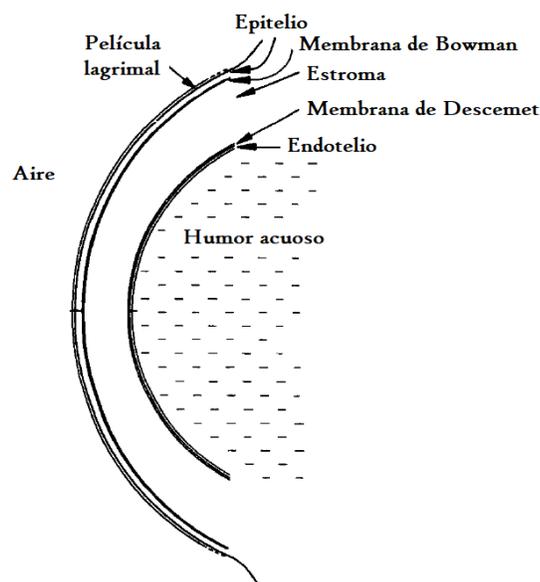


Figura 4. Estructura de la córnea. Adaptado de Atchison and Smith (2002).

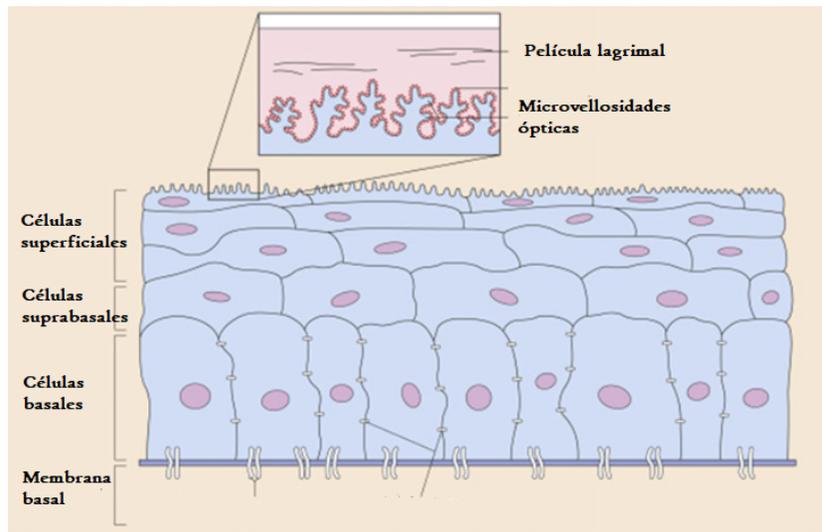


Figura 5. Capas celulares del epitelio. Adaptado de DelMonte and Kim (2011).

Membrana de Bowman

Esta capa, localizada anteriormente al estroma, está formada por fibras colágenas, de modo que se genera una estructura limitante entre el estroma y el epitelio. Tiene un espesor de $15 \mu m$ y ayuda a que la córnea mantenga su forma. Una característica de esta capa es que cuando llega a dañarse no se regenera, por lo que tienden a formarse cicatrices en caso de algún daño a su estructura (DelMonte and Kim, 2011).

Estroma

El estroma constituye el 90% del grosor de la córnea. Está formado por una serie de laminillas de colágeno que se entretajan por una serie de fibras colágenas dispuestas de manera paralela a la superficie corneal. Estas laminillas se superponen a diversos ángulos entre sí, recorriendo el largo de la córnea. Este arreglo, según Atchison and Smith (2002) le confiere una estructura transparente ordenada, así como fortaleza mecánica.

Membrana de Descemet

También llamada lámina elástica posterior, es similar a la membrana de Bowman, solo que tiene aproximadamente el doble de grosor. Está ubicada de forma posterior al estroma y anteriormente al endotelio. De acuerdo con DelMonte and Kim (2011), esta membrana es secretada por las células del endotelio, generando dos capas cuya distribución posee diferente grado de organización, siendo menos organizada

la capa que se secreta después del nacimiento.

Endotelio

El endotelio es la capa más posterior de la córnea, tiene un grosor aproximado de $6 \mu m$, constituyendo una monocapa de células que forman un mosaico hexagonal, similar a un panal de abejas (Le Grand and El Hage, 1980). Estas células tienen la labor de bombear fuera de la córnea el humor acuoso que fue absorbido por esta. Sin este mecanismo, la córnea aumentaría el porcentaje de concentración de agua —normalmente posee un 78%—, provocando su opacidad. Como es posible suponer, este bombeo es importante para mantener la transparencia de la córnea, así como para evitar algunas patologías, como el edema corneal (Geroski et al., 1985), que se puede entender como la inflamación de la córnea por la retención de líquido.

2.1.2. Túnica vascular

Esta túnica está adherida a la superficie interior de la túnica fibrosa hasta la región del limbo esclerocorneal —que se entiende como el sitio de unión de los elementos histológicos de la esclera y la córnea—, donde se separa y se dirige perpendicularmente hacia el eje óptico del globo ocular. En esta membrana se caracterizan tres segmentos: la coroides, el cuerpo ciliar y el iris (Rouvière and Delmas, 2006).

Coroides

Es una membrana que se extiende en los dos tercios posteriores del ojo, ubicándose entre la esclera y la retina, como se muestra en la figura 6. Se adhiere por su superficie exterior a la cara interna de la esclera, mientras que su superficie interna se encuentra adosada a la retina, sin presentar ninguna clase de adherencia. Su coloración es oscura y su espesor depende de qué tan dilatados se encuentren los vasos sanguíneos. En promedio, posee un espesor máximo de 0.5 mm y un mínimo de 0.2 mm (Quiroz, 2007a).

La adhesión de la coroides a la esclera ocurre en parte por la unión de vasos y nervios que se entrelazan en ambas membranas; y por otro lado, estas membranas se adhieren por una capa conjuntiva denominada como *lámina fusca*. Después de esta lámina se tiene la capa de los vasos gruesos, la capa de los capilares y la lámina vítrea. Esta última, también conocida como *membrana de Bruch*, es una capa de $3 \mu m$ de

espesor que sirve como límite entre la coroides y la retina. Del lado de la coroides tiene un aspecto un tanto fibrilar, mientras que del lado de la retina es lisa (Quiroz, 2007a).

En su parte anterior, la coroides coincide con el cuerpo ciliar. Ambos segmentos son delimitados por una línea sinuosa y circular denominada *ora serrata*.

Cuerpo ciliar

El cuerpo ciliar es la porción de la túnica vascular que está entre la *ora serrata* y el iris. En la figura 7 se observa un corte sagital del cuerpo ciliar, mismo que también se puede ver en la figura 6. Tiene la forma de un anillo aplanado con una anchura de 5-6 mm. El cuerpo ciliar tiene una estructura que se divide en dos partes: el músculo ciliar y los procesos ciliares (Rouvière and Delmas, 2006)

El músculo ciliar, o también conocido como músculo tensor de la coroides, se encuentra en el plano anterior del cuerpo ciliar. Este músculo está formado por fibras musculares lisas, orientadas en tres direcciones. Las más cercanas a la esclera poseen una orientación paralela a esta, conocidas como fibras meridionales. Alejadas un tanto más de la esclera, se tiene una serie de fibras orientadas en la dirección radial, esto es, apuntando hacia el eje óptico del ojo. En la sección interior de estas fibras radiales, se ubican las fibras circulares, orientadas en un plano paralelo a la pupila (Rouvière and Delmas, 2006).

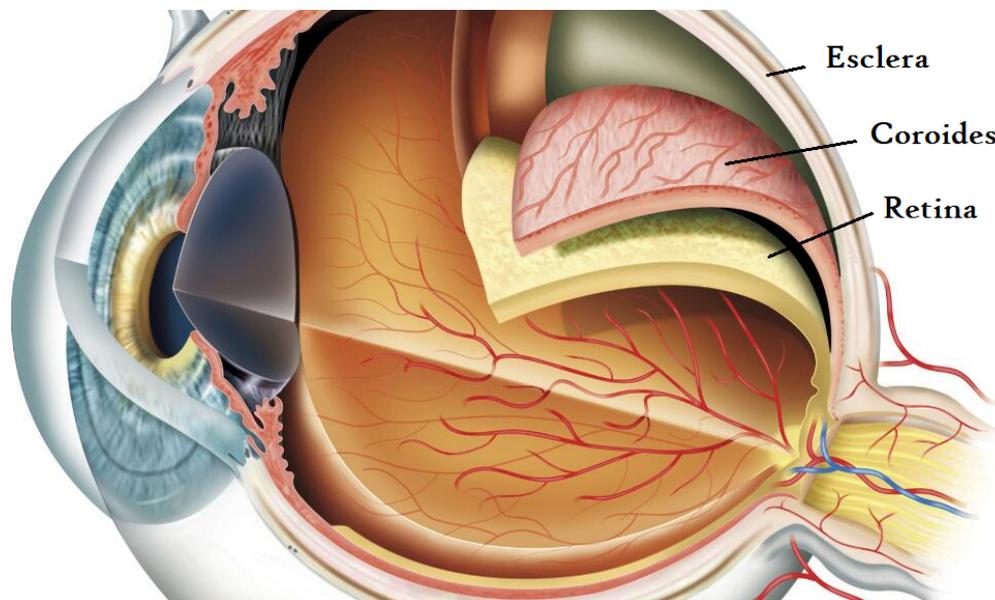


Figura 6. Visualización de las tunicas del ojo.

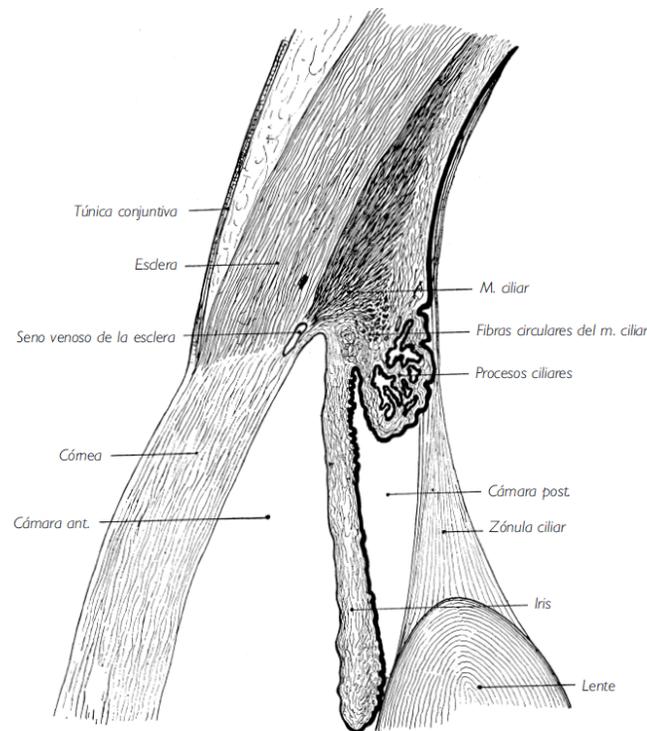


Figura 7. Corte del cuerpo ciliar, del iris y de la zónula. Tomado de Rouvière and Delmas (2006).

Los procesos ciliares son el conjunto de "[...] cordoncitos celulovasculares en forma de masa, con su extremidad mayor vuelta hacia delante, en número de 80 a 90, y que constituyen la corona ciliar" (Quiroz, 2007a). Esta corona se puede observar en la figura 8, encontrándose entre la zónula y la *ora serrata*. Cada proceso ciliar está compuesto por dos capas epiteliales y un estroma altamente vascular. Los procesos ciliares son los responsables de la formación del humor acuoso.

Iris

El iris es un diafragma vertical que tiene la forma de un disco cuyo centro se encuentra en el eje óptico del ojo. Su diámetro es de 12-13 mm y tiene un grosor de 0.3-0.4 mm. Se encuentra perforado en el centro por un orificio circular conocido como pupila, el cual puede variar de tamaño en función de dos músculos antagonistas: el esfínter de la pupila y el músculo dilatador de la pupila (Quiroz, 2007a). El esfínter de la pupila está formado por fibras circulares cuya acción es contraer la pupila. En cambio, el músculo dilatador de la pupila, como su nombre lo sugiere, tiene como fin el dilatar la pupila, y está compuesto por una serie de fibras dispuestas de forma radiada (Le Grand and El Hage, 1980). Esto se puede observar en la figura 9, donde al contraerse el músculo dilatador por estimulación simpática,

la pupila aumenta su tamaño; mientras que la estimulación parasimpática ocasiona la contracción del esfínter de la pupila (Tomeo-Reyes, 2015).

El iris posee una cara anterior y otra posterior. La cara anterior tiene una estructura convexa y marmelada; su coloración depende del sujeto y de la raza a la que pertenece —un ojo azul tiene menor cantidad de pigmentación que uno de color café—. La cara posterior es cóncava y de color oscuro. Esto último no ocurre con los albinos, dada la deficiencia de melanina (Rouvière and Delmas, 2006).

El ángulo iridocorneal, que se forma entre la córnea y el iris, tiene una vital importancia, en términos fisiológicos, dado que a través de este ángulo fluye el humor acuoso hasta llegar al conducto de Schlemm, el cual es "[...] una vena que recorre el perímetro alrededor del ojo en su integridad" (Guyton and Hall, 2011). La obstrucción de este canal trae como consecuencia el aumento de la presión intraocular, lo que genera una enfermedad conocida como glaucoma —se hablará de esta enfermedad más adelante cuando se hable sobre el humor acuoso—.

2.1.3. Túnica nerviosa

Esta membrana nerviosa es un elemento esencial para la formación de imágenes, pues su estructura está adaptada para recibir la luz y, mediante un proceso de transducción por parte de sus fotorreceptores, convertir un estímulo de luz en una señal eléctrica que se transmite por el nervio óptico hasta la corteza cerebral.

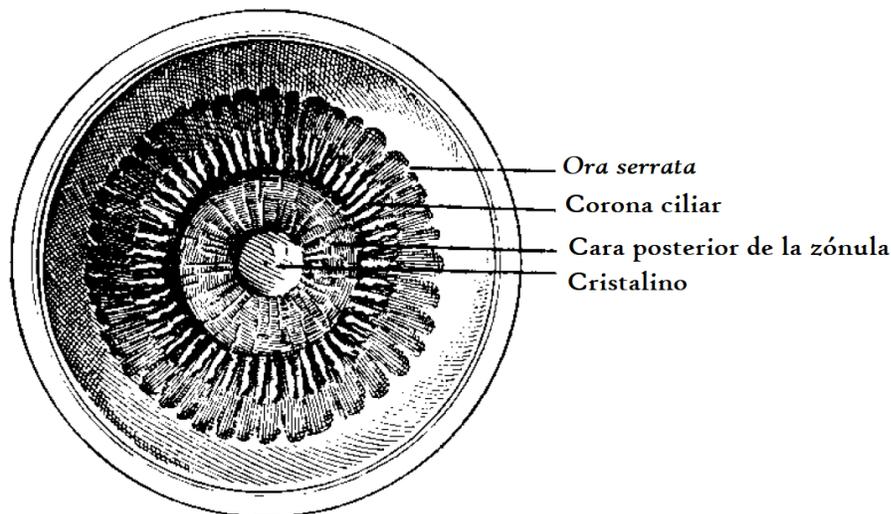


Figura 8. Hemisferio anterior del globo ocular, visto desde atrás. Tomado de Quiroz (2007a).

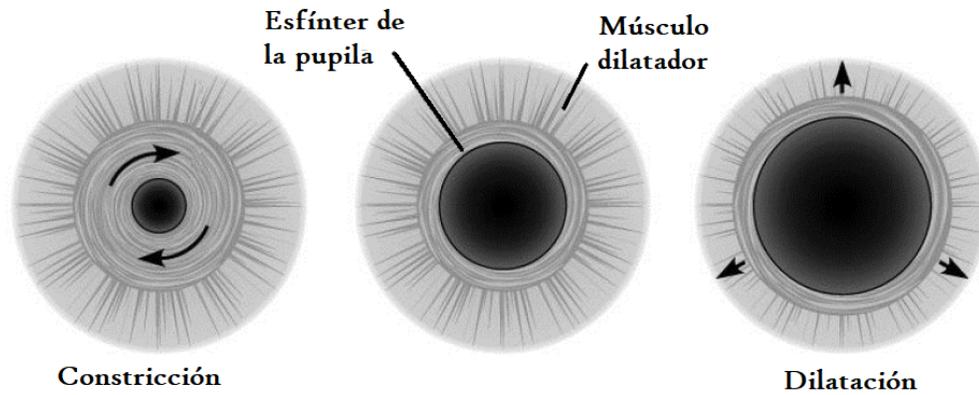


Figura 9. Constricción y dilatación pupilar. Adaptado de Tomeo-Reyes (2015).

La retina se extiende desde el nervio óptico hasta la *ora serrata*, teniendo la forma de una esfera hueca que se encuentra adosada a la coroides, sin mostrar adherencia alguna. Su estructura no es uniforme a lo largo de su extensión, variando en la distribución de sus diversas capas así como su grosor, siendo en la parte posterior más gruesa que en la anterior —0.4 mm y 0.1 mm, respectivamente—. En su superficie exterior es lisa y negruzca, correspondiendo a la lámina vítrea de la coroides. Su superficie interior es cóncava y se amolda al cuerpo vítreo; además, en esta superficie se muestran dos regiones sumamente importantes: la *papila óptica* y la *mácula lútea* (Quiroz, 2007a). La papila óptica es un disco blanquecino de 1.5 mm de diámetro que corresponde al punto donde penetra el nervio óptico. Es una zona donde la luz no es detectada dada la ausencia de fotorreceptores. Por tal motivo, esta región se le conoce como el *punto ciego* de la retina (Gross, 2008).

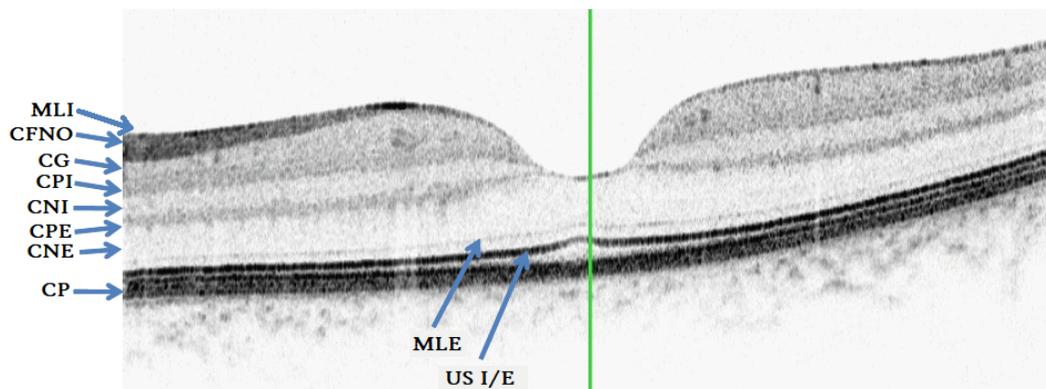


Figura 10. Vista de la fovea y su estructura *in vivo* obtenida mediante tomografía de coherencia óptica (OCT). MLI membrana limitante interna, CFNO capa de las fibras del nervio óptico, CG capa ganglionar, CPI capa plexiforme interna, CNI capa nuclear interna, CPE capa plexiforme externa, CNE capa nuclear externa, MLE membrana limitante externa, US I/E unión del segmento interno/externo CP capa pigmentaria. Imagen adaptada de Hildebrand and Fielder (2011).

La *mácula lútea*, también conocida como mancha amarilla, es una zona de forma oval, que tiene una anchura de 3 mm por 1.5 mm de diámetro vertical. Está situada en el polo posterior del ojo y, por tanto, respecto a la papila óptica, se ubica a 3 mm por fuera y 1 mm por abajo de esta (Quiroz, 2007a). En su centro se forma una cavidad conocida como *fóvea*, que posee un área de aproximadamente 1 mm^2 , siendo una zona de alta resolución, capacitada para una visión aguda y detallada (Guyton and Hall, 2011). En la figura 10 se observa la *fóvea* y su estructura *in vivo* obtenida con tomografía de coherencia óptica. En el centro de la *fóvea* existe una zona avascular que tiene un diámetro de 0.35 mm conocida como foveola. Clínicamente se puede reconocer esta región por un reflejo anular, mismo que se puede observar en niños y adultos jóvenes —este reflejo disminuye conforme el ser humano envejece—. La foveola, en este caso, actúa como un espejo (Schubert and Kincaid, 2018). La foveola tiene una serie de conos especializados, mientras que los bastones prácticamente están ausentes. Los conos de esta región son largos y delgados, con un grosor similar al de los bastones, presentando una densidad promedio de 199,000 conos/ mm^2 y, de acuerdo con Curcio et al. (1990), esta densidad varía según el individuo —de 100,000 hasta 324,000 conos/ mm^2 —. Sobre este tipo de fotorreceptores se hablará más adelante. Otro aspecto importante a resaltar es que, a diferencia de las regiones periféricas, las diversas capas de la retina están desplazadas hacia un lado, de modo que la luz llega directamente a los conos (Guyton and Hall, 2011).

Capas de la retina

La retina se suele describir por diez capas. Se comenzará desde la parte externa hasta la interna —i.e., desde la frontera con la coroides hasta el cuerpo vítreo—: 1) Capa del epitelio pigmentario, 2) capa de los fotorreceptores, 3) membrana limitante externa, 4) capa nuclear externa, 5) capa plexiforme externa, 6) capa nuclear interna, 7) capa plexiforme interna, 8) capa ganglionar, 9) capa de las fibras del nervio óptico y 10) membrana limitante interna. Estas capas se pueden observar en la figura 11. A continuación se hablará brevemente sobre las mismas:

1) Una de las principales funciones de la capa del epitelio pigmentario es que el pigmento *melanina* de esta capa impide la reflexión de la luz en el interior del globo ocular. Esto, por supuesto, es un factor importante para desarrollar una visión nítida, dado que sin esta condición se generaría una iluminación difusa, alterando el contraste de la imagen. Esta capa también alberga considerables cantidades de vitamina A "[...] que se intercambia hacia dentro y hacia fuera a través de las membranas celulares en los segmentos externos de los conos y los bastones, que están inmersos en el pigmento" (Guyton and Hall, 2011).

2) La capa de los fotorreceptores está formada por los segmentos externos de unas células que son sensibles a la luz. Estas células solo son estimuladas por la luz que pueden absorber, con lo que se detona el proceso que resulta en una sensación visual. A estas células se les conoce como fotorreceptores, los cuales se dividen en *conos* y *bastones*. Los conos son cruciales para una visión nítida en un ambiente con alta iluminación y permiten la distinción de los colores. Por su parte, los bastones son altamente sensibles a la luz y se utilizan en condiciones de baja iluminación ambiental y para la detección de movimientos en la periferia del campo visual (Le Grand and El Hage, 1980).

3) A pesar de tener el nombre de membrana externa limitante, esta capa no se trata de una membrana en sí, sino de la unión de células de Müller y de los fotorreceptores (Hildebrand and Fielder, 2011).

4) La capa nuclear externa está compuesta de los núcleos de los conos y bastones (Le Grand and El Hage, 1980). Hay alrededor de 100 millones de bastones en la retina, alcanzando su máxima densidad a 20° de la fóvea. Además, hay aproximadamente 5 millones de conos en la retina (Atchison and Smith, 2002).

5) La capa plexiforme externa es una capa sináptica. Los axones de los fotorreceptores terminan aquí y realizan sinapsis con las células bipolares. También se realiza interacción lateral mediante unas células horizontales que interconectan múltiples regiones de la retina (Hildebrand and Fielder, 2011).

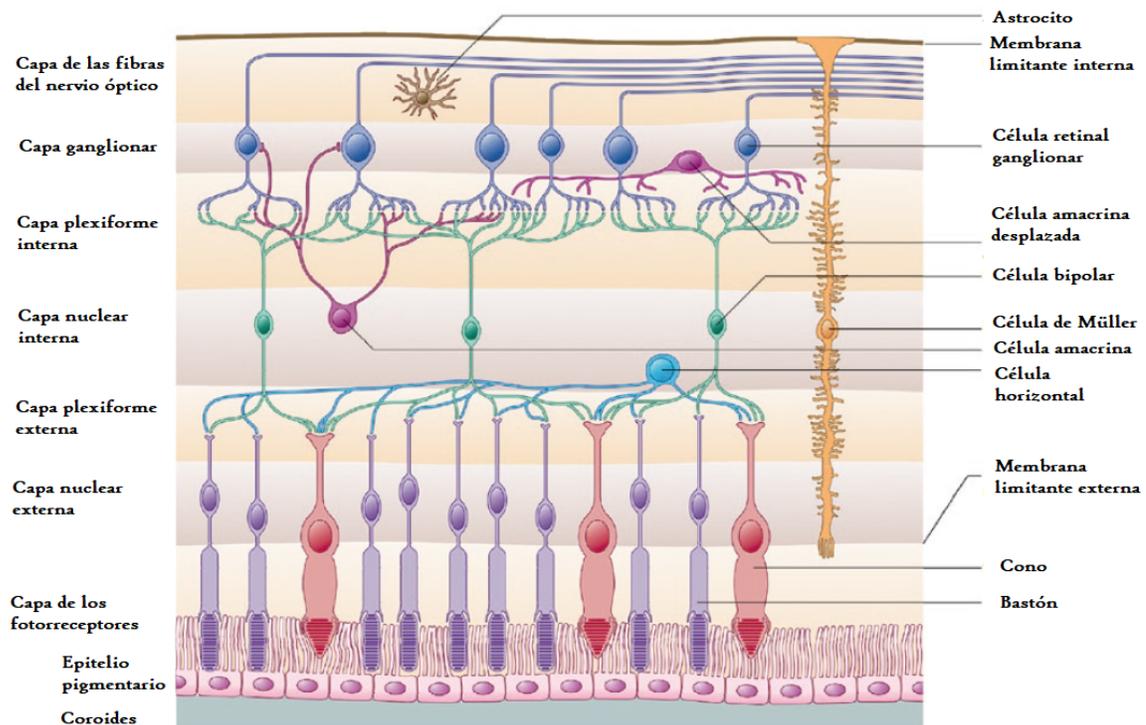


Figura 11. Capas de la retina. Tomado de Hildebrand and Fielder (2011).

- 6) La capa nuclear interna está formada por múltiples neuronas de la retina: horizontales, bipolares, interplexiformes, amacrinas y las células de Müller.
- 7) La capa plexiforme interna es la segunda capa sináptica de la retina. Los axones de la capa bipolar terminan aquí y se conectan con las células ganglionares y amacrinas. Las células ganglionares transmiten la respuesta visual del ojo a través del nervio óptico hacia la corteza cerebral (Le Grand and El Hage, 1980).
- 8) La capa ganglionar está formada por los cuerpos celulares de estas neuronas. Esta capa contiene alrededor de 1.2 millones de células ganglionares (Hildebrand and Fielder, 2011).
- 9) La capa de las fibras del nervio óptico consisten en los axones de las células ganglionares. Estas fibras se dirigen hacia la papila óptica, donde forman el nervio óptico. Como se había dicho anteriormente, la papila óptica es una zona libre de fotorreceptores, por lo que es considerado como el punto ciego de la retina (Le Grand and El Hage, 1980).
- 10) La membrana limitante interna es la frontera entre el cuerpo vítreo y la parte neurológica de la retina.

2.2. Contenido del ojo: medios transparentes

Para llegar a la retina, los rayos de luz tienen que atravesar una serie de elementos que están en el interior del ojo. Estos medios son transparentes en el caso de un adulto normal y tienen una consistencia líquida o sólida, según el caso. Estos son, partiendo desde el polo anterior al posterior: humor acuoso —que se ubica en las dos cámaras anteriores al cristalino—, lente o cristalino y el cuerpo vítreo.

2.2.1. Humor acuoso

El humor acuoso es un líquido transparente que llena la cámara anterior del ojo —cuyo volumen en el adulto es de 0.3 cm^3 —, la cual está delimitada por la córnea, el iris y la superficie anterior del cristalino; también llena la cámara posterior —con un volumen de 0.2 cm^3 —, delimitada por el iris, el cuerpo ciliar, el cristalino y la zónula. El humor acuoso es un líquido transparente que, a semejanza del plasma sanguíneo, contiene de 7 a 9 gramos de NaCl por litro; no obstante, posee menos proteínas que el plasma sanguíneo —0.1 g de proteínas por litro frente a 60-70 g de proteínas del plasma sanguíneo— (Le Grand and El Hage, 1980).

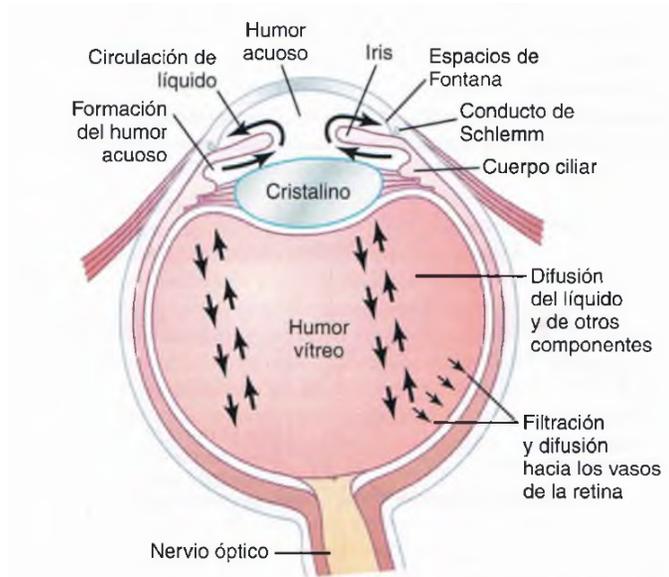


Figura 12. Circulación y formación del líquido del ojo. Tomado de Guyton y Hall (2011).

El humor acuoso se forma en el cuerpo ciliar, en específico, en los procesos ciliares a un ritmo de 2-3 mL por minuto, mediante un mecanismo de secreción del epitelio de estos procesos ciliares. Tras formarse el humor acuoso, este fluye hacia la cámara posterior para pasar por la pupila y dirigirse a la cámara anterior, de modo que se produce una circulación en esta región hasta llegar al ángulo iridocorneal, donde sigue hasta pasar por unas trabéculas y posteriormente entrar al *conducto de Schlemm* y desembocar en las venas acuosas, como se ilustra en la figura 12 (Guyton and Hall, 2011). A la presión hidrostática asociada al humor acuoso se le conoce como presión intraocular, la cual es medida con un tonómetro. La presión intraocular de un ojo sano varía de 10.5 mmHg a 20.5 mmHg. Esta presión varía durante el día de 3 mmHg a 9 mmHg. Por lo común alcanza su punto máximo en la mañana, mientras que alrededor de la medianoche es menor. Una manera de aumentar la presión intraocular es cerrando o apretando los párpados entre sí; otra, mediante la contracción de los músculos oculares extrínsecos. Estos mecanismos pueden aumentar la presión intraocular hasta 10 mmHg por encima del valor normal (Le Grand and El Hage, 1980).

Un factor alternativo que puede contribuir al aumento de la presión intraocular es la acumulación de partículas en los espacios trabeculares donde se transporta el humor acuoso hasta llegar al conducto de Schlemm. El estancamiento de partículas puede provocar un padecimiento conocido como *glaucoma*. Esta enfermedad es considerada como una de las principales causas de la ceguera, donde la presión intraocular aumenta considerablemente hasta llegar a 60-70 mmHg. Este aumento de presión comprime los axones del nervio óptico, provocando ulteriormente la muerte de las fibras involucradas del nervio óptico. Asimismo, es

probable que la compresión de la arteria de la retina, que entra por la papila óptica, provoque, junto con el daño de las neuronas, una reducción de la nutrición de la retina (Guyton and Hall, 2011). La presión intraocular puede ser reducida mediante tratamiento farmacológico, terapia láser o cirugía de glaucoma incisional. También se puede realizar una combinación de estos métodos. Para una visualización del tratamiento de esta enfermedad ver Prum et al. (2016).

2.2.2. Lente o cristalino

El cristalino posee la forma de una lente biconvexa. Está ubicado por detrás del iris, de las cámaras anterior y posterior, y frente al cuerpo vítreo. Es una lente esencialmente transparente, de consistencia firme en los adultos y elástica. Sin embargo, estas dos últimas características van cambiando conforme el individuo envejece, llegando a perder elasticidad y transparencia, de modo que, por ejemplo, en un anciano, el cristalino va adquiriendo un color amarillento (Rouvière and Delmas, 2006). El cristalino se desarrolla durante toda la vida del ser humano. Sus dimensiones aumentan conforme se van superponiendo las diversas capas que lo componen, de manera similar a lo que ocurre con los anillos de los árboles, formando una estructura estratificada, como en las cebollas. Por ejemplo, en un recién nacido, el cristalino tiene un grosor de 3.5 mm y 6 mm de diámetro en su ecuador. Su figura resulta ser más esférica durante la adolescencia que en la vida adulta, donde suele medir 4 mm de ancho por 9 mm en su ecuador y llega a pesar aproximadamente 175 mg. Ahora bien, en una persona ya más vieja estas dimensiones cambian a 4.5 mm, 9.5 mm y 200 mg, respectivamente. Una consecuencia de este crecimiento es el endurecimiento del cristalino (Le Grand and El Hage, 1980).

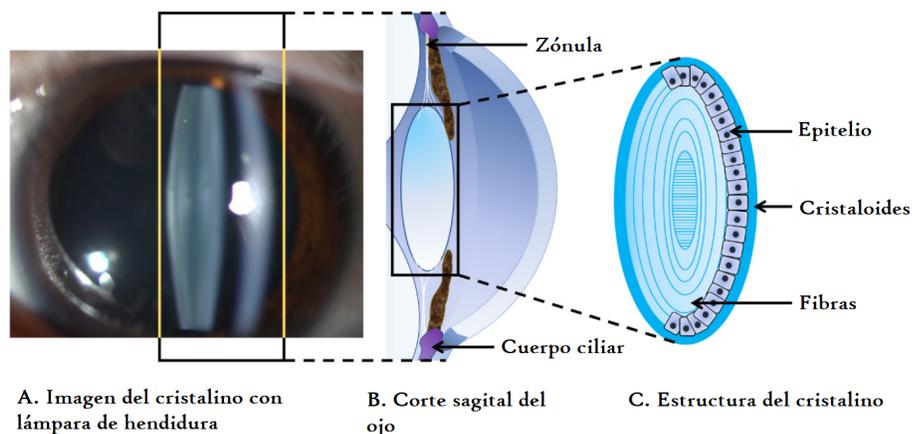


Figura 13. Microfotografía con lámpara de hendidura del cristalino y un diagrama de su estructura. Imagen adaptada de Ruan et al. (2020).

Respecto a su constitución anatómica, el cristalino está compuesto por una cápsula continua conocida como *cristaloides*, por un epitelio y unas fibras, como se ve en la figura 13. El cristaloides es una membrana transparente que rodea a la lente, es delgada y resistente. La capa epitelial está compuesta por una hilera de células con forma un tanto cúbica y cilíndrica. Las fibras se ubican en la cavidad que está dentro del cristaloides, formando una serie de capas concéntricas en torno a una *substancia amorfa* (Quiroz, 2007a).

El cristalino posee una cara anterior y una cara posterior, cada una de diferente radio de curvatura. Estos radios dependen de la acomodación y también de la edad del individuo (Atchison and Smith, 2002). Se han realizado algunas mediciones *in vivo*, como las efectuadas por Brown (1974), donde con una muestra de 100 ojos emétopes —en condiciones normales— de sujetos entre 3 y 82 años de edad, determinó un valor medio para cada superficie: para la cara anterior se midió 12.4 mm con una desviación estándar de 2.6 mm; para la posterior, 8.1 mm y 1.6 mm, respectivamente. También se han realizado algunas mediciones *in vitro*, por Rosen et al. (2006), donde tras analizar 37 cristalinos de sujetos entre los 20 y 99 años, se obtuvo una ecuación para determinar el radio de curvatura que considera la influencia de la edad en este radio.

Estos radios de curvatura pueden modificarse mediante un proceso conocido como *acomodación*, que se entiende como la habilidad que tiene la lente para adaptarse y formar imágenes claras en la retina en función de la distancia del objeto. De acuerdo con la teoría de la acomodación de Helmholtz, cuando un individuo mira a un objeto distante, los músculos ciliares se relajan, provocando que la zónula se tense y que la lente adopte una forma aplanada; en cambio, para enfocar objetos cercanos, la zónula se relaja y los músculos ciliares se contraen, provocando una lente más esférica (Ruan et al., 2020). Sin embargo, a medida en que el ser humano va envejeciendo, el cristalino va aumentando de tamaño y perdiendo elasticidad. A esta pérdida de la capacidad de acomodación se le conoce como *presbicia*. Cuando una persona llega a este estado, sus ojos permanecen con una distancia focal más o menos constante. De ahí la razón por la que las personas, alrededor de los cuarenta años, casi siempre requieren de corrección refractiva. Algunos necesitan lentes para ver con nitidez a una distancia cercana o lejana; incluso, ciertas personas requieren de lentes bifocales para mirar con nitidez tanto a distancias lejanas como cercanas (Guyton and Hall, 2011).

El cristalino, además, puede tornarse opaco por diversas razones: edad avanzada, enfermedad —ex.gr., diabetes—, frío, desnutrición, exposición a sustancias tóxicas o algún traumatismo (Le Grand and El Hage, 1980). A esta opacidad se le denomina *catarata*. Esta se puede formar en el núcleo del cristalino y en las zonas aledañas a este. Para mayores detalles de esta condición, se sugiere revisar el artículo de

Michael and Bron (2011). Cuando el grado de opacidad afecta notablemente la formación de la imagen, es necesario extirpar quirúrgicamente el cristalino y reemplazarlo por una lente intraocular (Guyton and Hall, 2011).

2.2.3. Cuerpo vítreo

El cuerpo vítreo ocupa dos tercios posteriores del volumen de la cavidad ocular. Llena el espacio entre la retina y el cristalino y la zónula. Tiene la forma de un esferoide debido a la depresión que se forma cuando entra en contacto con la cara posterior del cristalino, esta depresión es conocida como *fosa patellaris*. El cuerpo vítreo está cubierto por una membrana hialina conocida como hialoides, que está en contacto con la superficie de la retina, la papila óptica, el cristalino y la zónula (Quiroz, 2007a). En su interior se encuentra una sustancia gelatinosa, cuya consistencia es similar a la clara de huevo, conocida como *humor vítreo*, el cual está compuesto por una serie de fibras con alto contenido de agua —entre 98 % y 99.7 %—. De acuerdo con Le Goff and Bishop (2008), a pesar del considerable conocimiento que se tiene sobre la composición y estructura del humor vítreo, aún queda por determinar a profundidad las diversas funciones fisiológicas del humor vítreo. Algunas de ellas, siguiendo a estos autores, es que regula la forma y crecimiento del ojo durante su desarrollo. Más aún, funge como una barrera para impedir la invasión celular y difusión de macromoléculas, lo que contribuiría a mantener la transparencia de la cavidad vítrea. Otro factor que hay que considerar es que la consistencia del cuerpo vítreo va cambiando mientras la persona envejece, provocando algunos males como el desprendimiento de retina (Le Goff and Bishop, 2008).

Una vez hecha esta descripción, en el siguiente capítulo se explicará cómo este sistema biológico es capaz de formar imágenes.

Capítulo 3. Sobre la óptica del ojo humano

El sentido de la visión puede considerarse como uno de los más preciados. Partiendo de esta situación, múltiples pensadores se han dado la tarea de explicar la formación de imágenes en el ojo humano. Es un hecho que percibimos visualmente a los objetos con los ojos, ¿pero cómo sucede esto? Uno de los primeros en asociar las imágenes y el ojo fue Giovanni Battista della Porta, un filósofo renacentista del *Cinquecento* —siglo XVI—. Para esto, describió cómo una cámara oscura, con una lente en su abertura, podía proyectar una imagen en una pantalla. Lo anterior servía para explicar cómo se formaba la imagen en el ojo. Esta postura iba en contra de una tendencia bastante popular en esa época, a saber, que la luz era producida en el ojo y se proyectaba fuera de este. No obstante, la relación entre la cámara oscura con una lente y el ojo sentó un precedente que apoyó otra postura en torno a este problema de la visión: el ojo no generaba la luz, sino que la recibía, formando las imágenes en su interior (Wade, 2006). Esta imagen, de acuerdo con della Porta, pasa por la pupila y se forma en la "esfera del ojo", probablemente refiriéndose a lo que conocemos como cristalino en la actualidad.

Por otro lado, no se piense que della Porta fue el primero en describir la cámara oscura. Ibn al-Haythma, quien se desarrolló entre los siglos X y XI, también conocido como Alhacén, había observado una imagen invertida en una cámara oscura. En el siglo XV y XVI, Leonardo da Vinci, por su parte, realizó algunos experimentos con la cámara oscura, efectuando una analogía entre la operación de esta cámara y el ojo humano. Pero no fue hasta que el astrónomo Johannes Kepler, en el siglo XVII, tras la aplicación de las leyes de refracción de superficies ópticas al ojo humano, postuló que las imágenes se proyectaban de forma invertida en la retina. Esto fue comprobado experimentalmente por el sacerdote jesuita Christoph Scheiner en 1619, quien utilizó un ojo enucleado, y realizando un corte en la esclera, lo cubrió con un cascarón de huevo. De esta manera, fue capaz de visualizar directamente la imagen invertida (Jüttner, 2004). Tiempo después, en el siglo XIX, Hermann von Helmholtz pudo visualizar esta imagen auxiliado de su invento, el oftalmoscopio, donde observó que la imagen del punto de fijación cae en el centro de la fóvea.

3.1. El ojo como sistema óptico

El ojo humano es un sistema formador de imágenes cuyas características varían notablemente dependiendo del individuo. Más aún, en el mismo individuo estas características van cambiando constantemente, por lo que los datos que se muestran en este capítulo constituyen valores medios que sirven de referencia para abordar el problema del ojo humano como sistema óptico. Antes de comenzar a analizar los diversos elementos del ojo, en el orden en que se realizó en el capítulo anterior, conviene que se definan una serie

de nociones que se van a requerir para realizar este análisis.

Dioptría

En óptica fisiológica, la unidad que se utiliza para determinar el poder refractivo de una lente o sistema óptico es la *dioptría*, que podemos entender como el recíproco de la distancia focal de una lente, esto considerando a la distancia focal en metros. Por poner un ejemplo, una lente de 1 dioptría es aquella que tiene una distancia focal de 1 metro; una de 2 dioptrías tiene una distancia focal de 0.5 metros; una de 10 dioptrías, 0.1 metros y así sucesivamente (Smith, 2000). Esto se ilustra en la figura 14.

El uso de las dioptrías permite determinar el punto de convergencia de los rayos, así como la capacidad de una lente para cambiar la curvatura del frente de onda (Pedrotti et al., 2017). La potencia dióptrica de una superficie refringente está dada por

$$P = \frac{n' - n}{R} \quad , \quad (1)$$

donde P denota la potencia dióptrica, n' y n son los índices del medio de refracción y del medio de incidencia, respectivamente, y R es el radio de curvatura de la superficie.

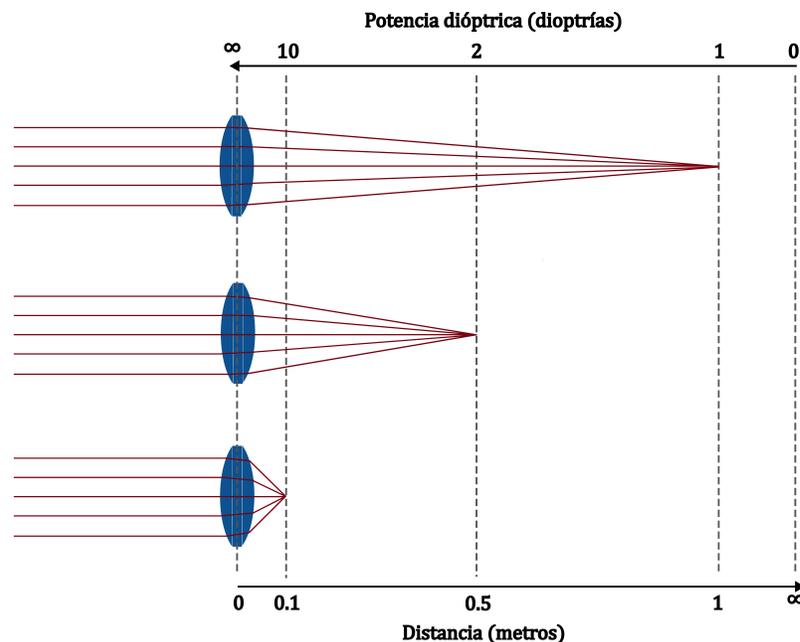


Figura 14. Ilustración del poder refractivo de una lente y su distancia focal.

Una ventaja de utilizar unidades en dioptrías es que se puede determinar la potencia refractiva efectiva de un sistema mediante la suma de la potencia dióptrica de los elementos que lo componen (Le Grand and El Hage, 1980). Es decir,

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad , \quad (2)$$

donde P es la potencia dióptrica efectiva y P_n son las potencias dióptricas de las diversas superficies refringentes del sistema.

Ejes del ojo

A diferencia de la mayoría de los sistemas ópticos artificiales, el ojo no es un sistema óptico centrado. Lo anterior debido a que las superficies refringentes no son esféricas en su forma y no están perfectamente alineadas entre sí. Además, la zona de mayor resolución, la fovea, está ubicada a cinco grados del polo posterior hacia la dirección del temporal. Otro problema que puede ocurrir es que el cristalino esté inclinado o no centrado con respecto a la córnea (Artal, 2014). Estas problemáticas han suscitado la necesidad de introducir dos ejes: el eje pupilar y la línea principal de mirada.

El *eje pupilar* es la línea perpendicular a la córnea que intersecta el centro de la pupila de entrada. Por su parte, la *línea principal de mirada* une el punto de fijación en el espacio objeto con el centro de la pupila de entrada y el centro de la pupila de salida con la fovea. Estos ejes se pueden considerar como aproximaciones al *eje óptico* y al *eje visual*, respectivamente (Artal, 2014). El eje óptico se define como la línea que une los centros de curvatura de las superficies refringentes de un sistema. Sin embargo, como se decía con anterioridad, el ojo no es un sistema centrado, dado que los centros de curvatura no son colineales. Por consiguiente, el término eje óptico en este contexto se refiere a la línea que mejor se ajusta a estos puntos no colineales. Por otro lado, el eje visual se define como la línea que une al objeto de interés y la fovea, y que además pasa por los puntos nodales del ojo (Atchison and Smith, 2002).

En la figura 15 se pueden ver los ejes del ojo y cómo se relacionan entre sí a través de unos ángulos κ y α . El ángulo κ une al eje pupilar con la línea principal de mirada; mientras que el ángulo α une al eje óptico con el eje visual. El ángulo κ se puede obtener utilizando las llamadas imágenes de Purkinje, que son reflexiones en las superficies de la córnea y el cristalino que surgen cuando el ojo es iluminado por alguna fuente de luz. Un ejemplo de este tipo de reflexiones se muestran en el artículo de Artal (2014), donde se obtuvo un ángulo κ medio de 4 grados horizontales en la dirección del temporal y centrado

verticalmente, tras coleccionar los datos de un grupo de individuos con ojos sanos visualmente y que son llamados ojos emétopes.

3.2. Túnicas del ojo

En este apartado se abordarán las diversas contribuciones que estas túnicas tienen en el proceso de formación de imágenes. Siguiendo el orden del capítulo anterior, se analizarán las túnicas fibrosa, vascular y nerviosa.

3.2.1. Túnica fibrosa

Respecto a esta túnica, se mostrarán algunas características propias de lo que se considera como el primer elemento refringente del globo ocular: la córnea. En cuanto a la esclera, es evidente su función fisiológica de ser una membrana envolvente que protege al contenido del ojo, así como su función de evitar que la luz entre al ojo por otro lugar que no sea la córnea.

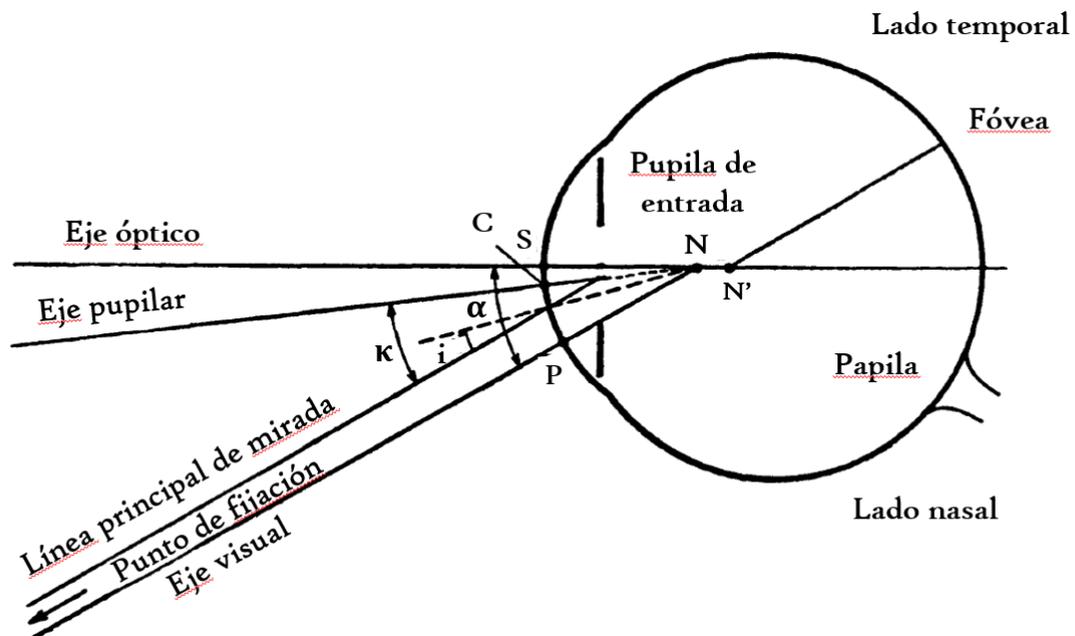


Figura 15. Diagrama donde se muestran los ejes del ojo. El punto nodal objeto N está casi en el centro de curvatura de la córnea. S es el ápice de la córnea, C es el centro de la zona óptica y P es el polo oftalmométrico. Imagen adaptada de Le Grand and El Hage (1980).

Córnea

La córnea está conformada por una serie de capas que tienen su propio índice de refracción (Patel and Tutchenko, 2019). Pero, de acuerdo con Atchison and Smith (2002), usualmente se toma el valor medio de 1.376 como índice de refracción de la córnea, que es muy utilizado en la industria oftálmica.

La córnea contribuye con dos terceras partes del poder refractivo del ojo humano. Esto es comprensible dada la diferencia de los índices de refracción de la córnea y del medio incidente, que en condiciones normales es el aire.

El radio de curvatura de la superficie anterior de la córnea ha sido determinado por múltiples autores. Una de las mediciones más antiguas fue realizada por Donders, quien, en 1864, utilizando el oftalmoscopio de Helmholtz, obtuvo una media de 7.86 mm. Otras mediciones fueron realizadas por Stenstrom and Wolff (1948), donde el primer autor realizó las mediciones en 1000 ojos, obteniendo 7.86 ± 0.26 mm; Patel et al. (1993) revisaron 20 ojos de 20 individuos y reportaron un promedio de 7.68 ± 0.26 mm. En cambio, el radio de curvatura de la superficie posterior de la córnea, fue medido por Lowe and Clark (1973), tras revisar 92 ojos de 46 individuos, de donde registraron 6.46 ± 0.26 mm; Patel et al. (1993) obtuvieron un radio de 5.81 ± 0.41 mm.

Siguiendo los datos de Patel et al. (1993) y utilizando las ecuaciones 1 y 2, resultan 42.2 dioptrías (D) para el poder refractivo de la córnea combinando las superficies anterior y posterior de esta. Cabe señalar que estos valores aplican para el ápice de la córnea y aplicarían para las otras partes de las superficies si fueran esféricas. Por lo que estos valores constituyen una aproximación y no describen a cabalidad las propiedades refringentes de la córnea. Por lo común, el radio de curvatura aumenta conforme se aleja del ápice de la córnea en la dirección del limbo esclerocorneal, de modo que tiende a aplanarse la superficie. En este sentido, la córnea es descrita como esférica (Atchison and Smith, 2002).

Existe una zona especial en la cara anterior de la córnea conocida como *zona óptica central*, que corresponde a los 8 mm centrales de los 12 mm de diámetro de la córnea. En la figura 15 se ilustra una porción de esta zona en el segmento de arco \overline{SP} . Esta zona se caracteriza por ser la porción de la superficie corneal donde pasa la mayor parte de luz para formar la imagen en la fovea (Atchison and Smith, 2002). Esta zona de la córnea ha sido modelada como una conicoide, en tres dimensiones, o una cónica, en dos dimensiones.

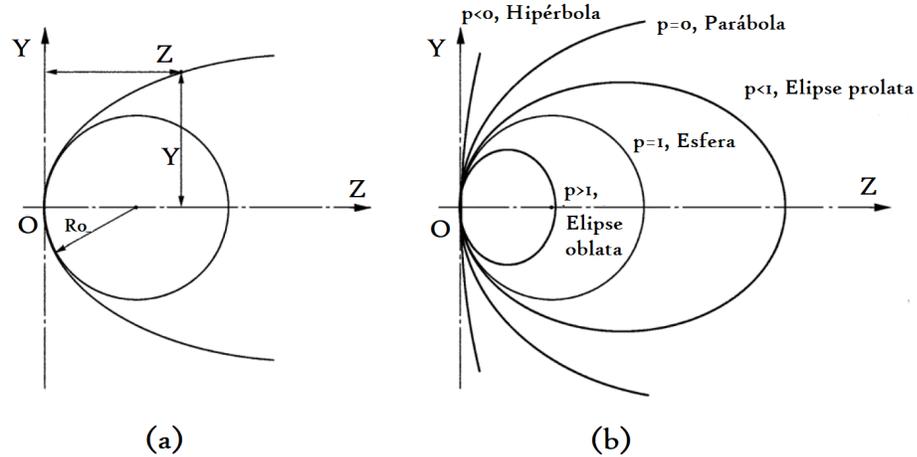


Figura 16. (a) La ecuación general para todas las secciones cónicas es $Y^2 = 2R_0 - pZ^2$. (b) Se muestra la familia de secciones cónicas para varios valores del parámetro de asfericidad p .

Esta conicoide está modelada por

$$r^2 + pz^2 - 2R_0z = 0 \quad , \quad (3)$$

donde el eje de simetría está en la dirección z , r es la distancia perpendicular a este eje, R_0 es el radio de curvatura en el polo de la superficie y p es un parámetro de distribución que se ha obtenido con mediciones experimentales, como se muestra en el trabajo de Kiely et al. (1982). Un valor de $p = 1$ corresponde a una superficie esférica, valores entre 0 y 1 representan a un elipsoide prolato y para $p > 1$ se tiene un elipsoide oblato (Charman, 2010), como se aprecia en la figura 16. Según Atchison and Smith (2002), la asfericidad de la córnea reduce la aberración esférica, pero no la elimina. Otro problema que suele ocurrir en esta región es la formación de una estructura similar a un cono, lo que se suele denominar como *keratocono* —ver figura 17—.

3.2.2. Túnica vascular

Pupila

La pupila del ojo, que es la apertura circular del iris, controla la cantidad de luz que llega a la retina. Además de esto, la pupila influye en la calidad de la imagen que se forma, debido a los efectos de difracción, posibles aberraciones y profundidad de foco.

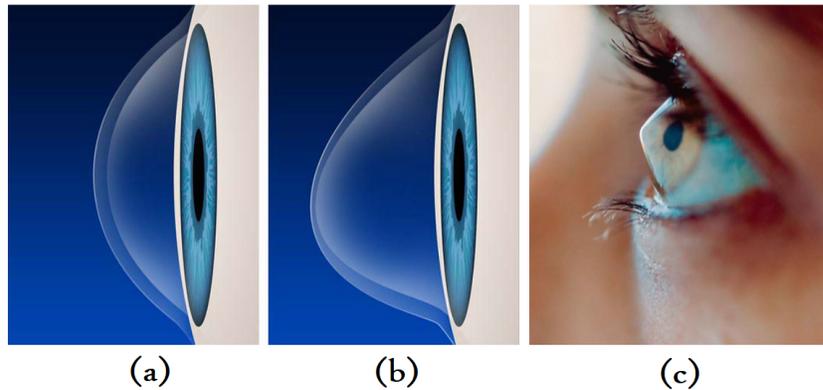


Figura 17. (a) Córnea normal. (b) Córnea con keratocono. (c) Imagen de un ojo con keratocono.

De acuerdo con Charman (2010), lo que regularmente se observa al ver a los ojos de un individuo es la imagen de la verdadera pupila vista a través de la córnea, esto es, la pupila de entrada del ojo. Esta pupila es un 13 % más grande en diámetro que la pupila actual. Uno de los factores que afecta a este diámetro es el nivel de iluminación, abarcando de 2 mm hasta 8 mm para iluminación alta y baja, respectivamente (Atchison and Smith, 2002) —ver figura 18—. Además de la estimulación lumínica de la retina, otros factores pueden afectar el tamaño de la pupila: acomodación del ojo, condiciones sensibles y emocionales, y la edad. Según Winn et al. (1994), tras revisar 91 diámetros de pupila de individuos de 17 a 83 años, se determinó que el diámetro de la pupila cambia en función de la edad, siendo más pequeña en sujetos más viejos.

El tamaño de la pupila tiene varios efectos en la visión. Como todos los sistemas ópticos, el diámetro pupilar afecta la profundidad de campo. Para una pupila grande, la profundidad de campo es menor. Otro de los efectos que tiene la dimensión de la pupila es en la calidad de la imagen en la retina. Para una pupila grande, la imagen en la retina se ve limitada por aberraciones; para una pupila pequeña, se ve limitada por difracción. No obstante, existe un diámetro donde se obtiene un balance adecuado entre estos dos efectos, esto es, de 2 mm a 3 mm (Atchison and Smith, 2002).

3.2.3. Túnica nerviosa

El ojo aparte de ser un sistema formador de imágenes posee su propia membrana de detección de luz, a saber, la retina. Esta posee una zona de alta resolución, la fovea, donde abundan los conos, los cuales también son sensibles al color y posibilitan la visión con alto grado de iluminación. El campo de visión

de estos conos, ubicados en la fovea, es de 5 grados, lo que lo hace pequeño. Por su parte, los bastones se ubican fuera de la fovea, tienen un campo de visión de 108 grados y son útiles para la visión ante condiciones de baja iluminación; asimismo, poseen menor resolución espacial y no tienen sensibilidad al color (Gross, 2008). Hay tres tipos de conos, cada uno con diferente sensibilidad espectral, lo que es una consecuencia de tener diferentes fotopigmentos en el segmento externo. En la literatura son conocidos como los conos L, M y S —*long*, *middle* y *short*, respectivamente—, correspondiendo a longitudes de onda largas, medias y cortas. Estos espectros tienen su pico máximo en 570 nm, 540 nm y 440 nm, correspondientemente. Así, pues, la información sobre la distribución espectral de longitud de onda de la luz que incide en la retina es procesada en función de la actividad o de qué tanto se estimulen los conos L, M y S. En cuanto a los bastones, todos ellos tienen la misma sensibilidad espectral, dado que tienen el mismo fotopigmento —rodopsina—, teniendo su pico alrededor de los 500 nm (Geisler and Banks, 2010). La experiencia del color depende, pues, de la activación de los conos y de la estimulación que reciben los conos L, M y S, los cuales poseen fotopigmentos sensibles al rojo, verde y azul, respectivamente (Guyton and Hall, 2011). Los bastones tienen todos ellos el mismo fotopigmento, por lo que no distinguen color, siendo sobre todo sensores de qué tan brillante es una señal lumínica (Gross, 2008). En la figura 19 se observa la sensibilidad espectral de estos fotorreceptores en función de la longitud de onda.

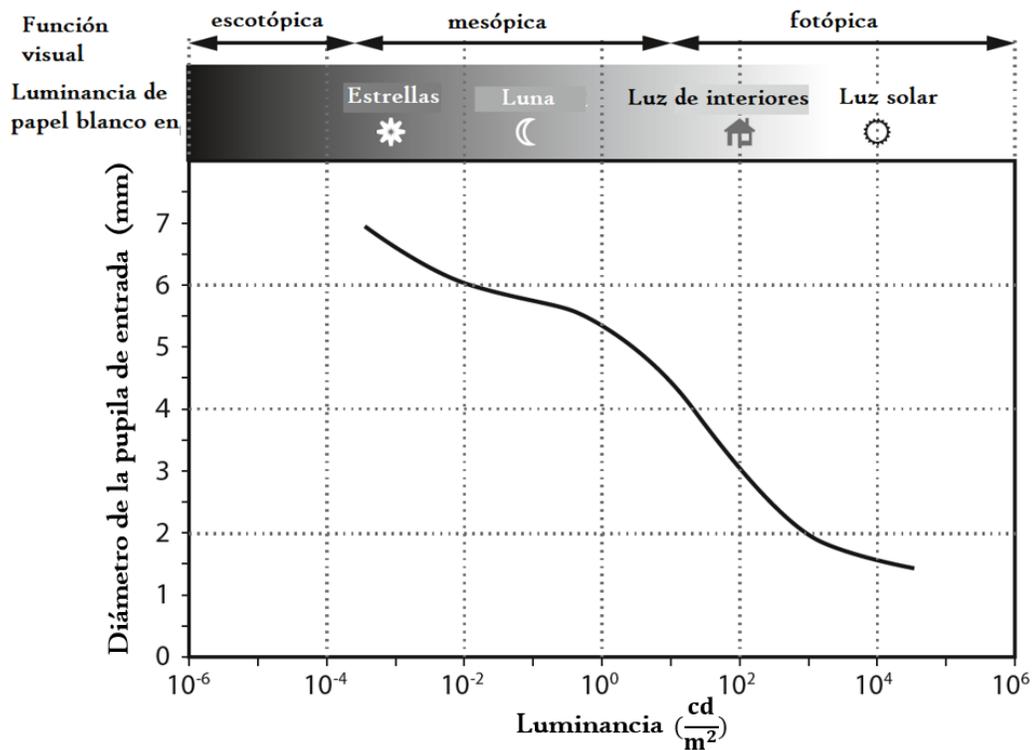


Figura 18. Diámetro de la pupila en función de la luminancia. Adaptado de Kaschke et al. (2014).

En la figura 20 se tiene como punto de referencia central a la fóvea, a la que se asocia el ángulo cero. Se ve que la densidad de conos aumenta en la fóvea, así como la cantidad de células ganglionares; en cambio, la densidad de bastones prácticamente se anula en la región foveal. Con esta distribución entre fotorreceptores y las células ganglionares se puede ver por qué la región foveal es una zona de alta resolución, dado que la salida de la señal transducida de los conos tiene mayor cantidad de receptores neuronales, a diferencia de lo que ocurre en la región periférica, donde la resolución se ve afectada dado que por cada 100 bastones hay una célula ganglionar, situación que se ve reducida en la fóvea, donde a unos cuantos conos les corresponde una célula ganglionar (Atchison and Smith, 2002).

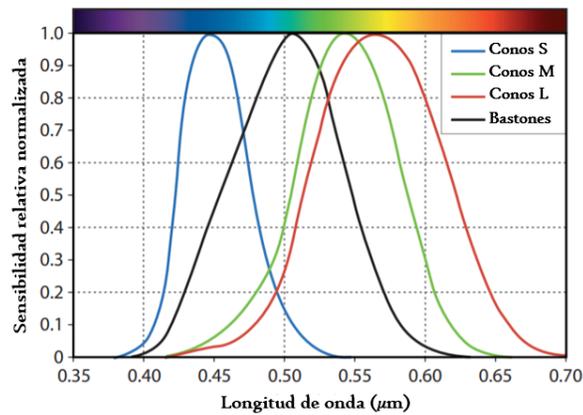


Figura 19. Sensibilidad espectral normalizada de los conos y bastones. Adaptado de Kaschke et al. (2014).

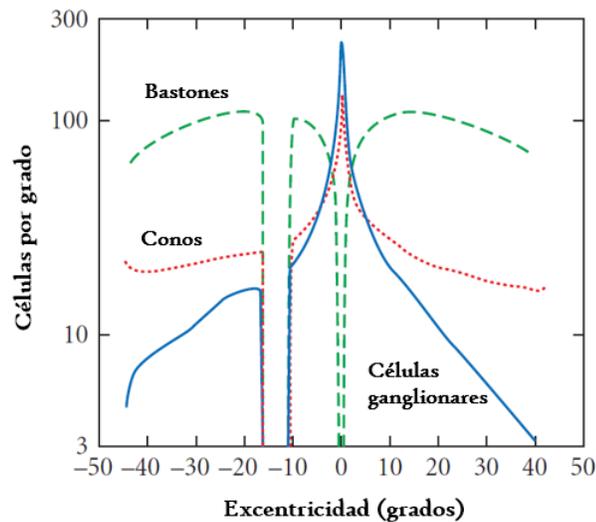


Figura 20. Densidad de conos, bastones y células ganglionares como función de la excentricidad en la retina humana. Adaptado de Geisler and Banks (2010).

Otra característica de la distribución de conos en la retina es que a medida en que aumenta la distancia respecto a la fóvea estos disminuyen. Además, se debe de resaltar que la densidad de conos tipo S se reduce a medida que se acerca al punto central de la fóvea debido a que existe un pigmento amarillento alrededor de la fóvea que absorbe la luz azul. De acuerdo con Gross (2008), esta pigmentación amarilla contribuye para corregir aberraciones cromáticas en esta zona.

3.3. Contenido del ojo

3.3.1. Humor acuoso y humor vítreo

La luz incide en el ojo y se refracta en la córnea para después propagarse en la cámara anterior, la cual contiene al humor acuoso, que es un líquido transparente con índice de refracción de 1.3374 (Artal, 2014). El grosor de la cámara anterior es de 3.04 mm, de acuerdo con Gross (2008). En el humor acuoso, la luz se transmite desde los 220 nm, en el ultravioleta, hasta los 2400 nm, en el infrarrojo. En el ultravioleta, tiene una banda de absorción en 264 nm, debido a nucleoproteínas. En el espectro visible tiene alta transmitancia, un tanto menor que una capa de agua del mismo grosor. La transmitancia en el infrarrojo decrece en las bandas de 980 nm, 1200 nm, 1430 nm y 1950 nm. En este medio, de acuerdo con Boettner and Wolter (1964), no se encontraron diferencias en la transmitancia en función de la edad de los ojos examinados. En cuanto al esparcimiento, tras realizar observaciones, Boettner and Wolter (1964) no observaron señales de esparcimiento.

Después de pasar por el humor acuoso, la luz se refracta en el cristalino y pasa a través del humor vítreo, que tiene un índice de refracción de 1.336 y la cámara que lo contiene posee una distancia axial de 16.6 mm (Artal, 2014). El humor vítreo tiene una transmitancia desde 300 nm hasta 1400 nm. Su transmitancia en el ultravioleta aumenta casi a 80 % en los 350 nm. En el espectro visible es mayor que el 90 % y comienza a decaer rápidamente en el infrarrojo. Después de 1400 nm la transmitancia prácticamente es nula (Boettner and Wolter, 1964). En la figura 21 se observa la transmitancia espectral del ojo después de pasar por los diversos medios que lo conforman.

3.3.2. Cristalino

El cristalino, también conocido como lente, es uno de los medios refringentes del ojo. Tiene la importante misión de enfocar la luz para formar la imagen en la retina. Tiene la forma de una lente biconvexa, cuyas superficies anterior y posterior tienen diferente radio de curvatura. Se han realizado algunas mediciones

in vivo de estas superficies, por ejemplo, los resultados de Brown (1974), quien obtuvo un radio de curvatura de 12.4 ± 2.6 mm y -8.1 ± 1.6 mm para las superficies anterior y posterior, respectivamente.

El índice de refracción del cristalino no es homogéneo, siendo mayor en el núcleo y menor en la superficie. En la región nuclear el índice de refracción es más o menos constante, algo que no ocurre en la periferia (Atchison and Smith, 2002). En el artículo de Jones et al. (2005) se muestran algunos valores medios para el índice de refracción del núcleo y de la superficie del cristalino. Estos son 1.4181 ± 0.075 y 1.3709 ± 0.0039 , según el caso.

De acuerdo con Rama et al. (2005), hay dos enfoques que se han utilizado para modelar el cristalino: modelo de capas y modelo continuo de gradiente de índice de refracción (GRIN). En el modelo de capas o modelo laminado, el perfil GRIN es representado por un conjunto discreto de cascarones concéntricos. En este modelo hay que determinar la cantidad de capas, su curvatura y su respectivo índice de refracción. Una vez que esto ha sido determinado se suele hacer un trazo de rayos en la aproximación paraxial para determinar la potencia dióptrica de la lente. En cambio, el modelo continuo GRIN representa este perfil a través de superficies isoíndiciales. Estas pueden ser consideradas como simétricas o asimétricas, unidas en el plano ecuatorial del cristalino. En la figura 22 se presenta un ejemplo de un modelo elíptico asimétrico de la distribución del índice de refracción del cristalino. Los detalles de este modelo se pueden ver en Rama et al. (2005). Otros trabajos en este rubro son el de Kasprzak (2000), Navarro et al. (2007), Gómez-Correa et al. (2015) y Jaimes-Nájera et al. (2020).

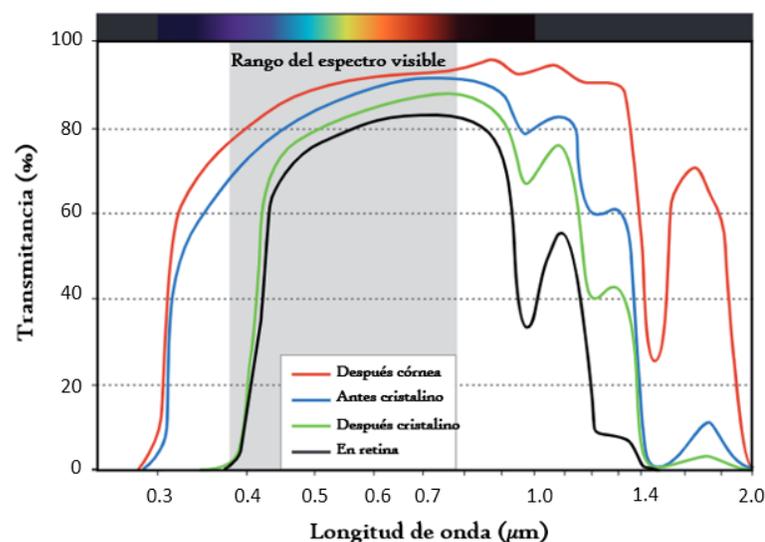


Figura 21. Transmitancia espectral dentro del ojo después de que la luz incidente pasa por la córnea, humor acuoso, cristalino y humor vítreo. Adaptado de Kaschke et al. (2014).

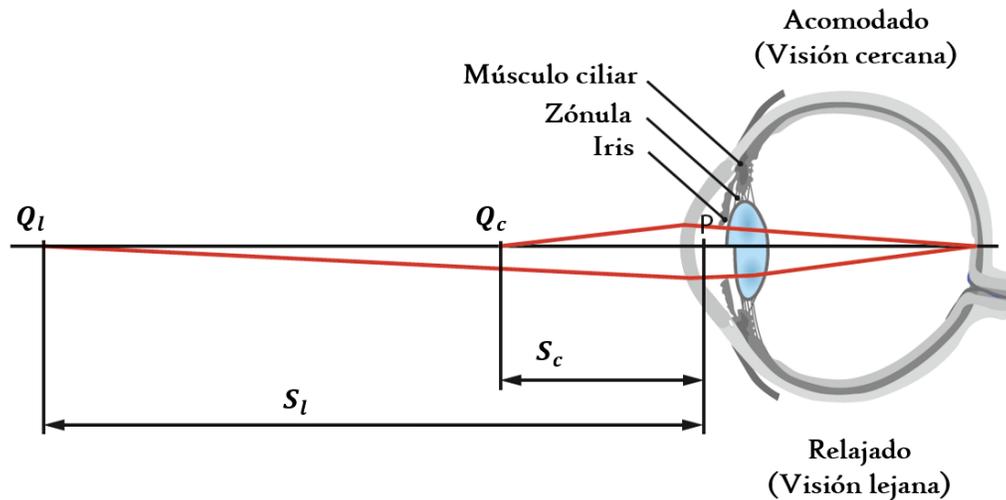


Figura 23. Mecanismo de acomodación. La mitad superior de la imagen ilustra al cristalino acomodado, mientras que la mitad inferior para el caso donde el cristalino está relajado. Se muestran los siguientes puntos de referencia: punto lejano Q_l , punto cercano Q_c , distancia de punto lejano S_l y distancia de punto cercano S_c y el punto principal P. Adaptado de Kaschke et al. (2014).

En la figura 24 se muestra una gráfica de la amplitud de acomodación en función de la edad. Como se puede ver, esta amplitud no es constante a lo largo de la vida del ser humano. El cristalino va perdiendo elasticidad y transparencia conforme el individuo envejece, como se había dicho en el capítulo anterior. Por tal razón, alrededor de los 50 años se requiere del uso de lentes, sobre todo para la visión cercana. A la reducción de la amplitud de acomodación se le conoce como presbicia. Como bien refieren Kaschke et al. (2014), esta no es un error de refracción o una enfermedad, sino una consecuencia de envejecer.

En la figura 25 se puede observar el efecto de la presbicia respecto a la probabilidad de requerir lentes para corregir errores de refracción. Nótese cómo poco antes de los 50 años se observa un salto abrupto en este aspecto en los individuos de ambos sexos, de modo que aumenta considerablemente la probabilidad de necesitar lentes correctivas.

Por otro lado, la transmitancia del cristalino se extiende desde el ultravioleta hasta 1900 nm en el infrarrojo. La transmitancia del ultravioleta y de las longitudes de onda cortas, dentro del espectro visible, varía según la edad del ojo. En un ojo joven, la transmitancia aumenta con rapidez en los 390 nm, alcanzando el 90 % en 450 nm; en cambio, en un cristalino más viejo aumenta en los 400 nm, pero no alcanza a llegar al 90 % hasta los 540 nm. Asimismo, el esparcimiento es mayor en un cristalino envejecido (Boettner and Wolter, 1964).

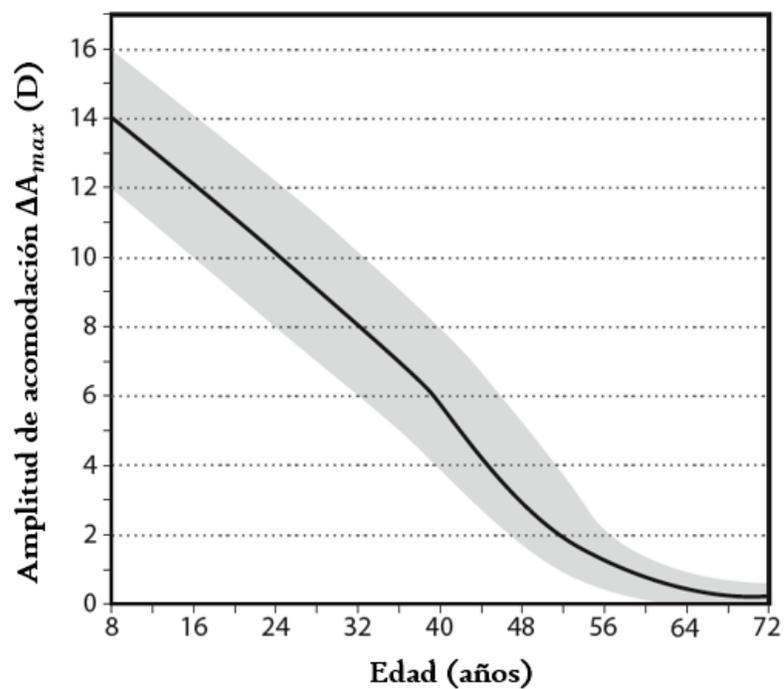


Figura 24. Amplitud de acomodación ΔA_{max} en función de la edad. El rango de desviación estándar respecto a los valores medios —curva negra— está dado por las zonas grises. Adaptado de Kaschke et al. (2014).

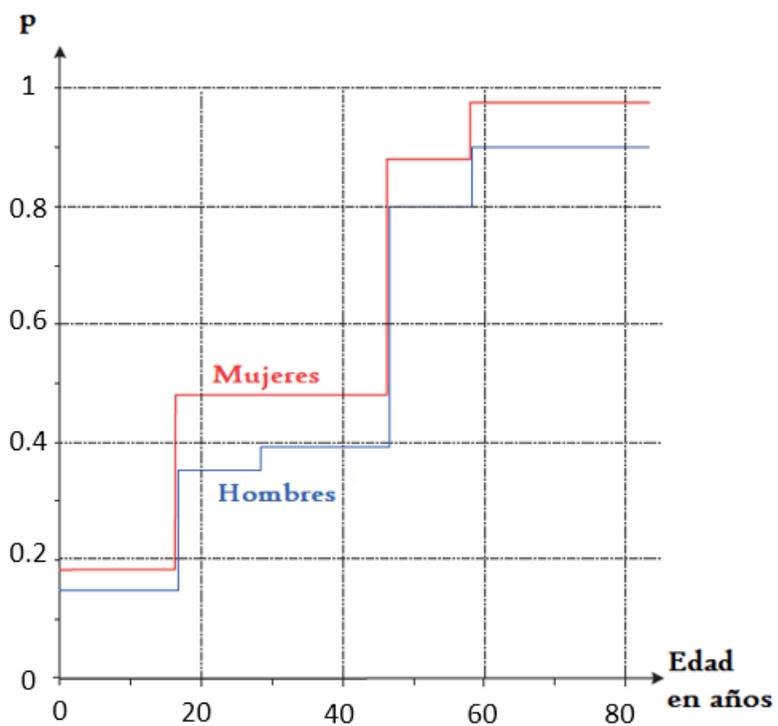


Figura 25. Probabilidad de necesitar corrección refractiva —lentes— en función de la edad. Adaptado de Gross (2008).

3.4. Errores de refracción

En condiciones ideales, cuando el ojo fija su atención en un objeto de interés, la imagen se enfoca en la fovea. Sin embargo, el objeto solo puede ser enfocado con nitidez si se encuentra dentro del intervalo de acomodación del ojo. Si este es pequeño, el objeto de interés no sería enfocado con nitidez en la retina. En esta situación se dice que la imagen en la retina está fuera de foco, de modo que la agudeza visual se reduce sustancialmente. Un rango de acomodación apropiado incluye todas las distancias objeto dentro de los alcances del horizonte del individuo. Por supuesto, esto incluye a objetos distantes —como se suele decir, al infinito— y a objetos ubicados a unos cuantos centímetros (Atchison and Smith, 2002). A un ojo cuyo punto lejano de visión se encuentre en el infinito se le conoce como ojo *emétrope*. A esto se le llamaría un ojo normal, considerando que se tenga un rango de acomodación apropiado. Así, un error de refracción se produce cuando el punto lejano no está en el infinito. A este error de refracción también se le llama *ametropía*. En esta sección se revisarán tres errores de refracción: miopía, hipermetropía y astigmatismo.

Miopía

Si el punto lejano está a una distancia finita frente al ojo, se habla de un ojo miope. Esto significa que el punto focal f' del ojo está frente a la retina, por tanto, un objeto en el infinito es enfocado en el plano focal en f' y está fuera de foco en la retina (Atchison and Smith, 2002). Esta situación se debe a tres razones principales, como se muestra en la figura 26: el globo ocular es muy largo, la curvatura de la córnea es muy grande o el poder refractivo del cristalino es muy grande. Es así que un ojo con miopía puede enfocar con buena nitidez a objetos cercanos, sin embargo, la acomodación falla cuando se trata de enfocar a objetos lejanos. La corrección de este error refractivo se realiza mediante el uso de una lente divergente (Gross, 2008).

Hipermetropía

En un ojo con hipermetropía, el punto lejano yace detrás del ojo, esto es detrás de la retina. Un objeto en el infinito es enfocado en este plano trasero, por lo que la imagen también aparece fuera de foco en la retina (Atchison and Smith, 2002). Esta clase de ojo puede enfocar en la retina si se tiene una amplitud de acomodación suficiente.

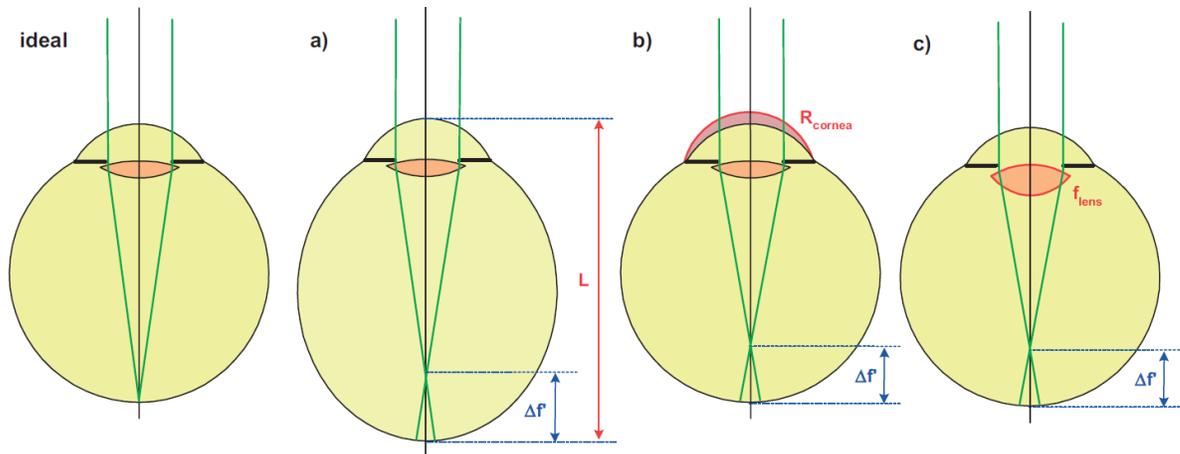


Figura 26. Principales motivos por los que surge la miopía. a) el globo ocular es muy largo, b) la curvatura de la córnea es muy grande, c) el poder refractivo del cristalino es muy grande. En el diagrama del extremo izquierdo se muestra la situación del ojo emétrope. Tomado de Gross (2008).

La hipermetropía se origina por los siguientes motivos: el globo ocular es muy corto, la curvatura de la córnea es muy pequeña y la potencia refractiva del cristalino es muy pequeño. Esto se ilustra en la figura 27.

Un ojo hipermetrope, pues, es aquel que solo puede enfocar con nitidez los objetos lejanos. Si el cristalino está acomodado, puede aumentar su poder refractivo. Pero, por lo común, el rango de acomodación no es suficiente para compensarlo, por lo que se debe de utilizar una lente convergente para formar una imagen nítida en la retina. Las personas sin corrección refractiva con hipermetropía suelen quejarse de dolor en los ojos y de dolor de cabeza cuando están realizando tareas cercanas. Lo anterior debido a que estas actividades requieren mayor esfuerzo de acomodación que los emétopes o miopes (Atchison and Smith, 2002).

Astigmatismo

Si el poder refractivo del ojo es diferente entre las secciones transversales horizontal y vertical se dice que es un ojo con astigmatismo. En la mayoría de los casos esto resulta por irregularidades en el radio de curvatura de la córnea a lo largo de su superficie. Por lo común, el poder refractivo es mayor en la sección transversal vertical, por lo que la luz se enfoca en diversos planos. Una consecuencia del astigmatismo es la formación de imágenes borrosas. El astigmatismo es corregido con una lente esferocilíndrica. En la figura 28 se ilustra cómo la luz se enfoca en diferentes puntos focales, algo propio de este error refractivo.

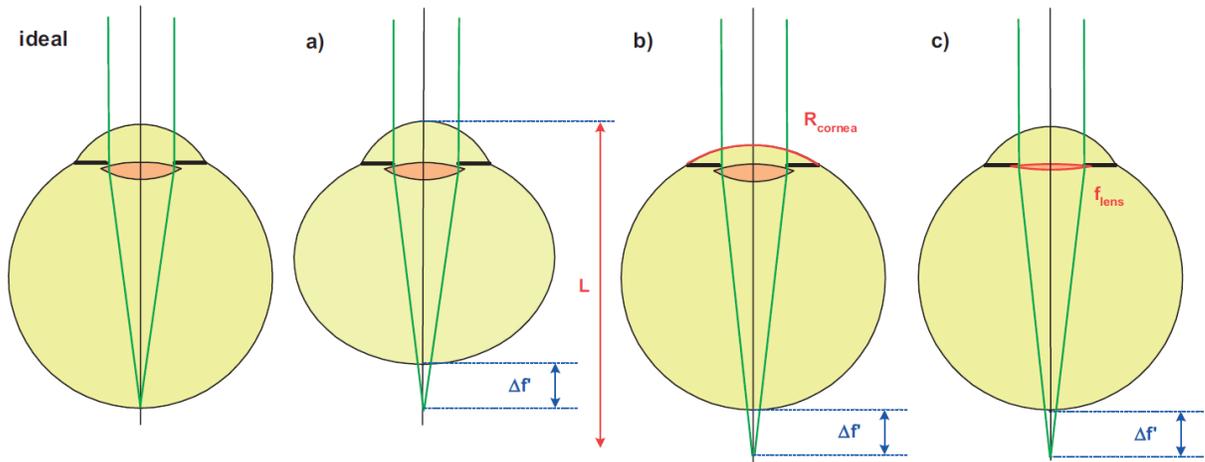


Figura 27. Principales motivos por los que surge la hipermetropía. a) el globo ocular es muy corto, b) la curvatura de la córnea es muy pequeña, c) el poder refractivo del cristalino es muy pequeño. En el diagrama del extremo izquierdo se muestra la situación del ojo emétrepe. Tomado de Gross (2008).

Por último, en la figura 29 se muestran algunas imágenes resultantes en ojos con diversas condiciones: errores refractivos —como los vistos anteriormente—, glaucoma, defectos retinales y la opacidad propia de las cataratas.

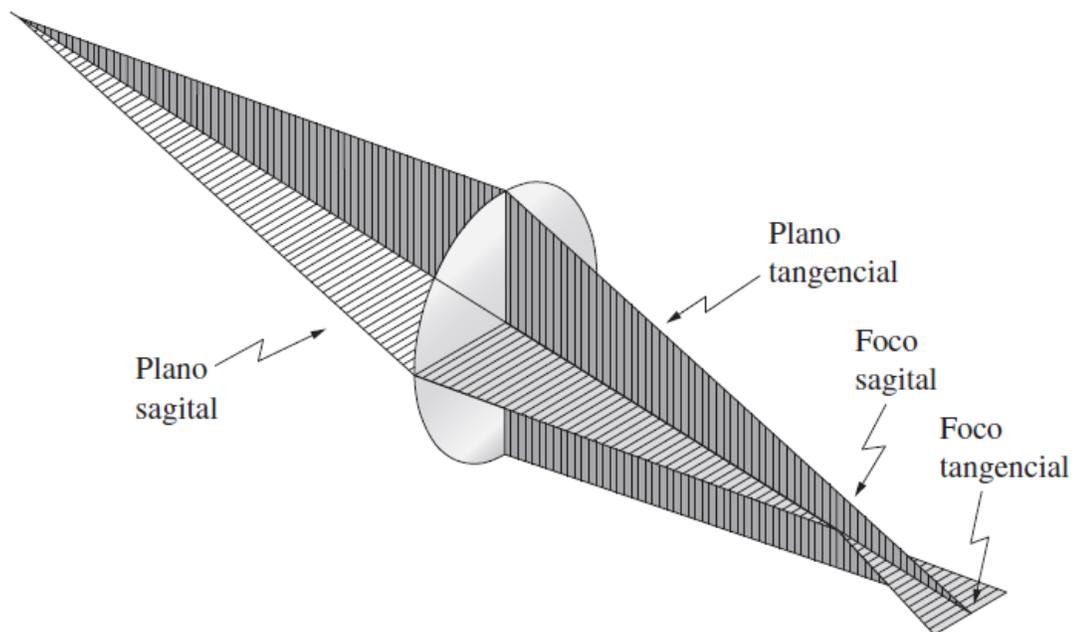


Figura 28. Se visualiza el astigmatismo y cómo se enfoca la luz en el foco sagital y tangencial. Tomado de Malacara (2015).

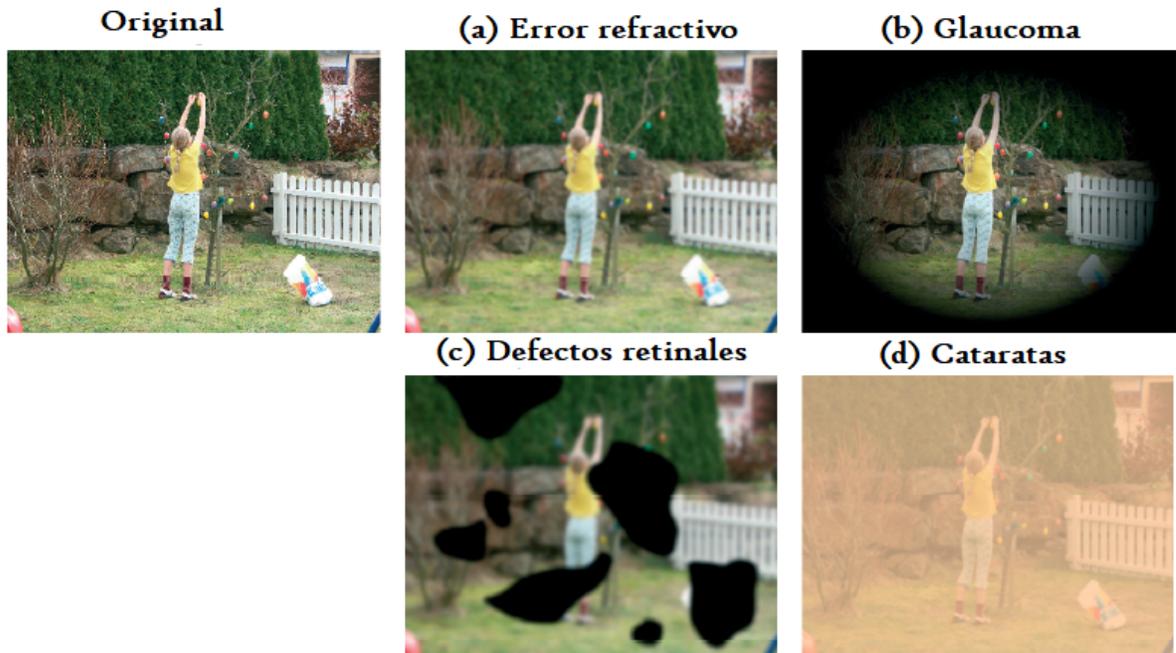


Figura 29. Se muestra el objeto original y diversas imágenes resultantes en ojos con las siguientes condiciones: (a) error refractivo, (b) glaucoma, (c) defectos retinales y (d) cataratas. Adaptado de Gross (2008).

En este capítulo se ha realizado una revisión breve de las variables ópticas asociadas al ojo humano. En el siguiente se presentarán algunos modelos matemáticos del ojo desarrollados para estudiar la propagación de la luz y la formación de imágenes en el mismo.

Capítulo 4. Modelos del ojo humano

El ojo humano es un sistema óptico que ha sido modelado a lo largo de siglos, sobre todo para entender la manera en que se forman las imágenes en él. La comprensión del ojo humano como sistema óptico ha ido evolucionando, desde modelos relativamente simples, como aquellos que tienen una sola superficie refractiva, hasta los que con una sola función matemática pueden describir con lujo de detalle el mecanismo de acomodación del cristalino con tan solo la variación de un parámetro, incluyendo información relacionada con la edad y género del individuo.

Existen unos modelos que incluyen datos biométricos del ojo humano, conocidos como *ojos esquemáticos*. Estos modelos varían en complejidad. Se tienen modelos relativamente simples como los que involucran una sola superficie refractiva y esférica, como el modelo de Emsley y aquellos tan complejos como los que tienen superficies refractivas asféricas, índices de refracción gradiente y desviaciones en las superficies (*tilt*), lo que posibilita una descripción más robusta de la influencia de aberraciones en el desempeño óptico del ojo humano, así como la propagación de campos de luz fuera del eje óptico. Los modelos simples sacrifican precisión, mientras que los más complejos implican cálculos complicados (Atchison, 2017).

Dentro de los ojos esquemáticos se tienen los *ojos esquemáticos paraxiales*. Una característica esencial de estos es que echan mano de superficies refractivas esféricas, centradas en un eje óptico en común, además de que los índices de refracción de los diversos elementos del ojo se consideran como homogéneos — aunque también se puede modelar con un cristalino con índice de refracción gradiente—. Son modelos paraxiales porque su descripción se considera precisa para describir el desempeño óptico de un ojo humano real dentro de los confines de la región paraxial, para la que los rayos de luz se propagan muy cercanamente respecto al eje óptico, de modo que subtienden ángulos pequeños. Una ventaja de este tratamiento es que se pueden realizar diversas aproximaciones, como la de tomar el ángulo en vez del seno del mismo ángulo. Con lo anterior se está en el terreno de la óptica geométrica, donde se consideran tamaños de pupilas menores a 0.5 mm y campos de visión de apenas 2° (Atchison, 2017).

Por supuesto, salvo que se tenga alguna anomalía evidente, los ojos humanos del grueso de la población tienen pupilas entre 2 y 8 mm , como se ve en la figura 18, por lo que el modelo paraxial no es muy útil para predecir aberraciones y determinar la calidad de la imagen formada en la retina debido a estas aberraciones. Para esto, se desarrollaron modelos conocidos como *ojos esquemáticos de ángulo amplio* (*wide-angle schematic eyes*). A diferencia de los ojos esquemáticos paraxiales, estos incluyen superficies refractivas no esféricas; los elementos refractivos, además, no están alineados en el mismo eje, y los índices de refracción varían en función de la longitud de onda. Muchos de estos modelos son, prácticamente,

una extensión de los modelos paraxiales, pero con la ventaja de que pueden ser aplicados para describir de forma precisa ojos individuales.

Con estos modelos se pueden determinar muchas propiedades ópticas: ubicación de los puntos cardinales, iluminación retinal, magnificación de la imagen en la retina, reflexiones en las superficies refractivas (conocidas como *imágenes de Purkinje*), pupilas de entrada y salida, efectos de cambios en la biometría en los errores refractivos. De acuerdo con Atchison (2017), una de las aplicaciones de estos modelos es la determinación de los niveles de iluminación para el ojo humano, así como el diseño *a priori* de lentes intraoculares, determinando las dioptrías necesarias para sustituir al cristalino.

4.1. Puntos cardinales

La óptica gaussiana parte de la consideración de que los rayos que están fuera de la región paraxial se comportan como si fueran rayos paraxiales, esto es, como si estuvieran libres de aberraciones. Una de las aplicaciones principales de los ojos esquemáticos paraxiales, que más adelante se definirán, es la predicción de las propiedades gaussianas de los ojos reales. Dentro de estas, se tiene la potencia refractiva equivalente P del sistema óptico en cuestión, la posición de los seis puntos cardinales y la posición y magnificación de la pupila de entrada y de salida (Atchison, 2017). Un sistema óptico centrado tiene tres pares de puntos cardinales. Dos puntos focales (F y F'), dos puntos principales (P y P') y dos puntos nodales (N y N'), como se ilustra en la figura 30. La posición de estos puntos cardinales en un ojo particular dependen de su estructura así como el nivel de acomodación. A continuación se verán algunas características de sus características:

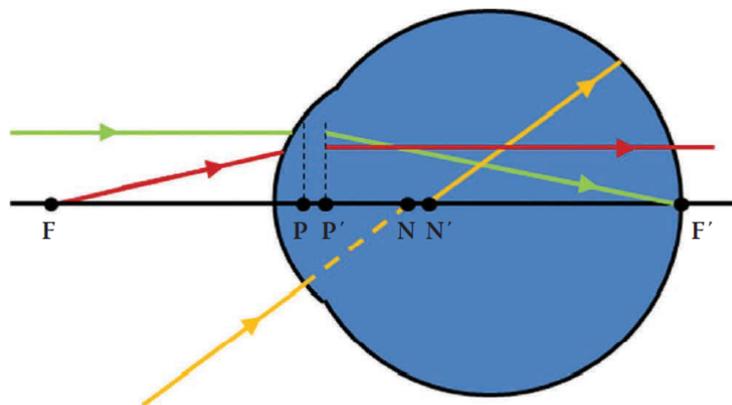


Figura 30. Puntos cardinales del ojo. Tomado de Atchison (2017).

Puntos focales. Si la luz proviene del punto focal anterior F , al refractarse en el ojo, el haz se colimaría y la imagen se forma en el infinito. Por su parte, el punto focal posterior F' es aquel donde la imagen se forma bajo la suposición de que un haz colimado incide sobre el ojo (Atchison and Smith, 2002).

Puntos principales. Estos puntos son imágenes del otro, se dice que son puntos conjugados, y que tienen una magnificación de +1. Si se conoce la potencia dióptrica del ojo, la posición del objeto se considera relativa al punto principal P y se asume que la refracción ocurre en el punto principal P' , como se muestra en la figura 30 (Atchison, 2017). En los puntos principales P y P' están ubicados los planos principales del sistema óptico, donde se concentran los efectos de la superficie refractiva (Le Grand and El Hage, 1980).

Puntos nodales. Estos también son puntos conjugados entre sí, pero tienen la propiedad especial de que un rayo que viaja fuera del eje óptico y que se dirige hacia el punto nodal N pareciera como si pasara por el punto nodal N' en el lado de la imagen del sistema óptico, conservando la misma inclinación respecto al eje óptico en el lado del objeto y de la imagen. A esta clase de rayos se le conoce como rayo nodal y cuando este coincide con el punto de fijación, el rayo recibe el nombre de eje visual Atchison and Smith (2002).

4.2. Ojos esquemáticos paraxiales

El primero de los modelos que se va a presentar es uno muy sencillo, pero que funcionalmente es poderoso y preciso, sobre todo para mostrar la posición de los puntos cardinales del ojo. Esta clase de modelo es conocido como *ojo reducido*. Prácticamente solo consta de una superficie refractiva asociada a la córnea. Esta simplicidad es aprovechada, sobre todo, por estudiantes de optometría, donde es utilizado para que estos se familiaricen con errores refractivos, opacidad y sus efectos en la imagen de la retina. Según Atchison and Thibos (2016), el uso de ojos reducidos se remonta hasta la época de Christian Huygens —del siglo XVII—, sin embargo, el ojo reducido más popular, que se muestra en la figura 31, es el de Emsley (1936), el cual tiene 60 D, producto de una córnea con radio de curvatura de 5.55 mm y un índice de refracción de 4/3. Tiene una longitud de 22.22 mm desde el polo anterior del ojo hasta el polo posterior (retina). Otra ventaja que ofrece este modelo es que se puede variar el índice de refracción en función de la longitud de onda, lo cual es una introducción muy buena para aberraciones cromáticas y sus efectos en la visión.

El siguiente ojo esquemático consta de tres superficies refractivas, una para la córnea y dos para el cristalino. Se le conoce como *ojo simplificado*. En esta clase de modelos, la apertura de entrada es

colocada en una posición anatómicamente correcta frente al cristalino. Una ventaja que ofrece es que se puede modelar para simular el mecanismo de acomodación. Esto se puede lograr simplemente variando el radio de curvatura de las superficies, aumentando o disminuyendo las dioptrías según el efecto que se quiera simular (ojo relajado o acomodado). Estos modelos son los preferidos para determinar errores refractivos y para realizar cálculos asociados con la variación de la acomodación. De acuerdo con Atchison and Thibos (2016), la elaboración de modelos más complejos ofrece poca información de más respecto a la que se puede obtener con el uso de esta clase de modelos.

Una muestra de este modelo es el ojo de Gullstrand-Emsley —ver figura 32—, el cual tiene dos versiones: una para el ojo relajado y otra para el acomodado. Este modelo utiliza una córnea con radio de curvatura de 7.8 mm; para el cristalino, en su forma relajada, se tiene un grosor de 3.6 mm y con radios de curvatura de 10 mm y 6 mm para las superficies anterior y posterior del cristalino, respectivamente. Mientras que en su versión acomodada se tiene un cristalino de 4 mm de grosor y radios de curvatura de 5 mm para ambas superficies del mismo. Los índices de refracción son de $4/3$ para el humor acuoso y el humor vítreo; para el cristalino, se tiene un índice de refracción de 1.416. En ambos casos, la longitud del ojo para este modelo es de 23.896 mm.

Otra clase de ojos esquemáticos paraxiales son aquellos que son conocidos como *exactos*. Esta exactitud está circunscrita dentro de los límites de los ojos esquemáticos, esto es, la estructura óptica se modela lo más cercano posible a un ojo real utilizando superficies esféricas. Para que un ojo esquemático pueda ser considerado como exacto debe de tener al menos cuatro superficies refractivas, dos para las superficies asociadas a la córnea y dos para las superficies del cristalino.

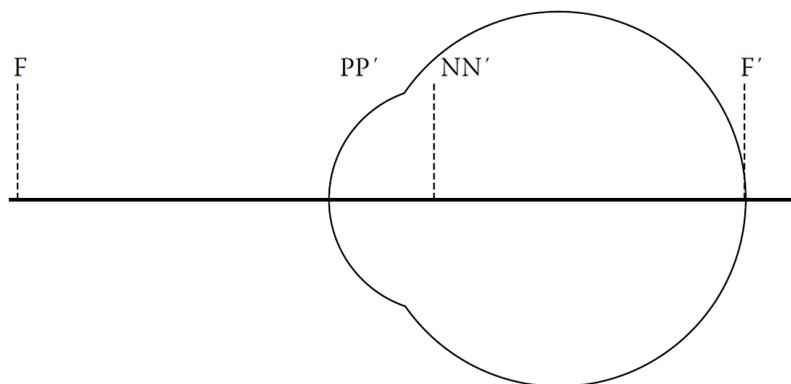


Figura 31. Ojo reducido de Emsley. En la figura se muestran los puntos cardinales de este modelo. Imagen de Artal (2014)

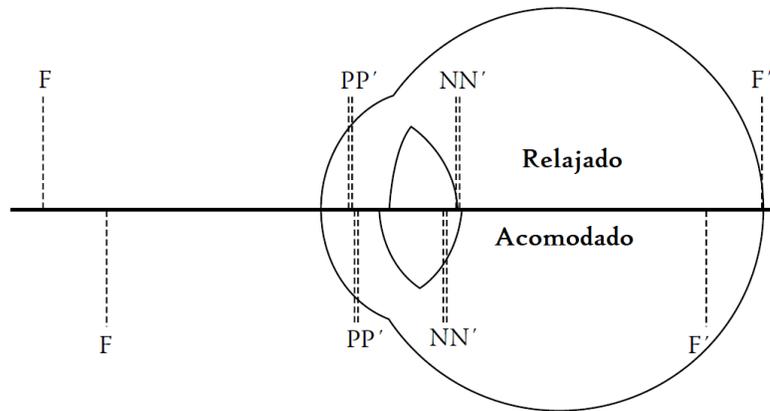


Figura 32. Ojo simplificado de Gullstrand-Emsley. En la figura se muestran los puntos cardinales de este modelo. La parte superior muestra la versión para el ojo relajado; la inferior, para el ojo acomodado. Adaptado de Artal (2014)

Un ejemplo de esta última clase de modelos es el presentado en la obra de Le Grand and El Hage (1980), donde se muestra el ojo esquemático que se presenta en la figura 33. Los radios de curvatura de las superficies asociadas a la córnea son 7.8 mm y 6.5 mm. Los índices de refracción que se utilizan en este modelo son 1.3771 (córnea), 1.3374 (humor acuoso), 1.42 (cristalino) y 1.336 (humor vítreo). Al igual que en el caso del modelo de Gullstrand-Emsley, el modelo de Le Grand tiene dos versiones: una para el ojo relajado y otra para el ojo acomodado. Los radios de curvatura del cristalino, para sus superficies anterior y posterior son las siguientes: 10.2 mm y 6 mm (ojo relajado), 6 mm y 5.5 mm (ojo acomodado). La potencia del ojo de Le Grand son 59.94 D (ojo relajado) y 67.677 D (ojo acomodado). En ambos casos, la longitud del ojo es la misma: 24.197 mm.

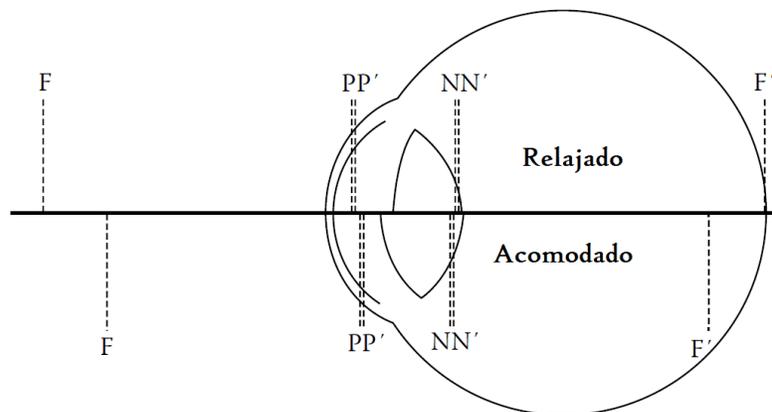


Figura 33. Ojo exacto de Le Grand. En la figura se muestran los puntos cardinales de este modelo. La parte superior muestra la versión para el ojo relajado; la inferior, para el ojo acomodado. Adaptado de Artal (2014)

Para visualizar la relación de distancia entre los puntos cardinales de los modelos esquemáticos mencionados anteriormente se sugiere consultar el capítulo correspondiente a los ojos esquemáticos de la obra de Artal (2014).

4.3. Ojos de ángulo amplio

Como se mostró en la sección anterior, los ojos esquemáticos son muy buenos para predecir la imagen formada en la retina para pupilas pequeñas, considerando que el objeto está cercano al eje óptico. Como podría suponerse, si no se cumplen estas condiciones, la calidad de la imagen en la retina, así como las aberraciones, son peores que las que se presentan en los ojos reales (Atchison and Thibos, 2016). Un modelo típico es el de Lotmar (1971), quien introdujo superficies esféricas al modelo de Le Grand, esto es, utilizó cuatro superficies refractivas con simetría de rotación centradas en el eje óptico. Además, la retina es aproximada como una superficie esférica, cosa que en los modelos paraxiales no ocurre. El índice de refracción del cristalino, en este caso, es homogéneo. Lotmar puso mayor empeño en el modelo de la córnea esférica que en el modelo del cristalino, en parte porque la mayor diferencia entre los índices de refracción se da en la interfaz aire-córnea. Para el trazo de rayos, siguió un método similar al empleado por Le Grand, como se puede visualizar en la figura 34. Los demás parámetros, como el índice de refracción y las distancias entre las superficies refractivas, son los del modelo de Le Grand (Lotmar, 1971).

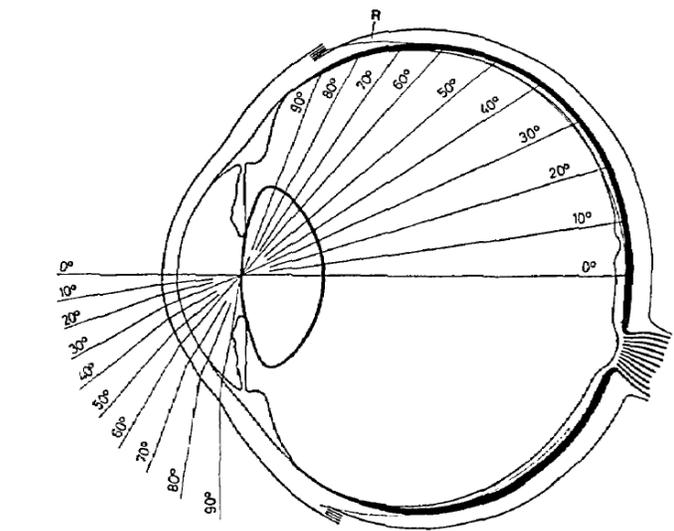


Figura 34. Trazo de rayos para diversos ángulos, basado en el modelo de Le Grand. R es la curva asociada a la retina. Tomado de Lotmar (1971)

Navarro et al. (1985) presentaron su propio modelo, tomando en cuenta las aportaciones del modelo de Lotmar y de otros trabajos realizados en esa época, como el modelo de Kooijman, que de acuerdo con Navarro et al. (1985) es un modelo similar al que ellos expusieron en este artículo. Este consta de cuatro superficies refractivas, centradas en el eje óptico y con simetría de rotación. Cada superficie está definida por dos parámetros: radio de curvatura y asfericidad. Los índices de refracción de los elementos ópticos fueron determinados y calculados en función de la longitud de onda. Una característica fundamental en el artículo donde se presenta este modelo es que también analiza la calidad óptica de la imagen, esto a través del cálculo de la función de punto extendido PSF (*Point-spread function*) y la función de transferencia de modulación MTF (*Modulation transfer function*). Estas funciones juegan un papel importante en la determinación de la calidad de la imagen de un sistema óptico.

Navarro et al. (1985) realizaron comparaciones entre mediciones experimentales de la MTF y la calculada teóricamente para pupilas con diámetro de 4 mm. Este artículo muestra la preocupación de modelar al cristalino y el mecanismo de acomodación utilizando una sola función, de manera que ya no fuera necesario realizar dos modelos como en el caso de Le Grand o el de Gullstrand-Emsley, donde básicamente se tienen dos casos: uno para el cristalino acomodado y otro para el cristalino relajado. Otro trabajo pionero en los modelos de ojo de ángulo amplio es el de Liou and Brennan (1997), y que sigue una ruta similar a la trazada por Navarro et al. (1985).

4.4. Modelos de ojo que consideran la estructura del cristalino

Uno de los elementos del sistema óptico del ojo que más ha fascinado en este campo de la óptica visual es el cristalino. Una característica fundamental es que el índice de refracción no es constante, siendo menor en la cápsula y mayor tendiendo hacia el núcleo del cristalino. El cristalino, pues, tiene índice de refracción gradiente (GRIN). Los modelos anteriores compensan la falta de la estructura GRIN en sus cristalinos empleando un índice de refracción equivalente, de modo que en combinación con la estructura de las superficies anterior y posterior se logra simular un efecto similar al que se puede conseguir con una estructura GRIN.

Uno de los primeros intentos en modelar la estructura GRIN del cristalino fue realizado por Thomas Young —a principios del siglo XIX—, quien simuló la variación del índice de refracción en función de la distancia en la dirección axial, como se muestra en la figura 35. En el artículo de Atchison and Charman (2011) se analiza el tratamiento de Young para la estructura GRIN del cristalino.

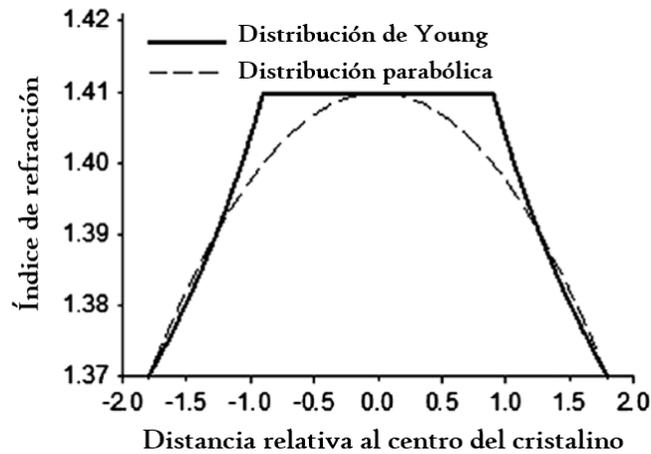


Figura 35. Distribución del índice de refracción de acuerdo con el modelo presentado por Thomas Young. Como referencia se muestra una distribución parabólica junto a la de Young. Adaptado de Atchison and Thibos (2016).

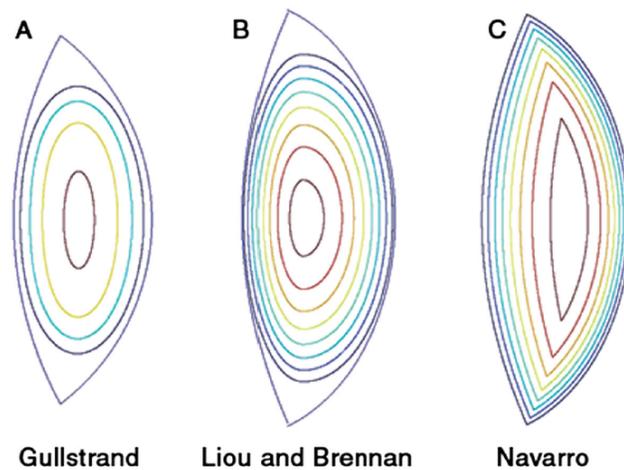


Figura 36. Formas del cristalino y contornos isoíndiciales. A) Modelo de Gullstrand (ojo exacto número 1). B) Modelo de Liou and Brennan (1997). C) Distribución basada en el trabajo de Navarro et al. (2007). Tomado de Atchison and Thibos (2016).

Sin duda alguna, la estructura GRIN del cristalino representa un reto para modelarse, dado que forzosamente cualquier modelo que intente reproducir esta estructura tiende a complicarse. Una solución que se realizó fue la de utilizar diversos caparazones de índice de refracción homogéneo distribuidos en capas. Un ejemplo de esto es el ojo exacto número 1 de Gullstrand (1909), el cual tiene dos superficies para la córnea y cuatro para el cristalino. La capa externa del cristalino tiene un índice de refracción de 1.386 y el interno tiene un índice de 1.406. Con esta idea, muchos modelos fueron realizados, aumentando

el número de caparazones, ver modelos de Liou and Brennan (1997) y de Navarro et al. (2007) —ver figura 36—.

Uno de los problemas que trae consigo el modelar el cristalino es que la lente tiene forma asimétrica y, por lo general, la estructura GRIN se ha representado en dos diferentes secciones separadas por un plano o superficie curva que intersecta al cristalino en su ecuador. Esto involucra el reto de representar con una sola función la transición entre la cara anterior y la cara posterior del cristalino, de manera que esta función obedezca ciertas condiciones de continuidad. Esta continuidad garantiza que se pueda simular al cristalino en estado relajado y acomodado. En este escrito se mostrarán, de forma cualitativa, dos trabajos: el cristalino de Kasprzak (2000) y el de Jaimes-Nájera et al. (2020).

4.4.1. El cristalino de Kasprzak

El objetivo de Kasprzak (2000) es encontrar una sola función analítica que aproxime el perfil completo del cristalino, tanto en su versión acomodada como relajada, de manera que esta función también permita obtener los contornos isoindiciales dentro de la cápsula del cristalino. De acuerdo con Kasprzak, esta función debe asegurar la continuidad de la primera y segunda derivada de la misma y, además, proveer la distribución continua del radio de curvatura a lo largo del perfil calculado. Kasprzak asume que el cristalino tiene simetría de rotación y aproxima ambas partes del perfil del cristalino como dos funciones hiperbólicas cosenoidales separadas, en coordenadas polares. El origen de las coordenadas están ubicadas en el eje del cristalino, en el punto medio de los polos anterior y posterior del cristalino. Con el fin de reducir la influencia de las dos funciones hiperbólicas que describen la superficie anterior y posterior del cristalino, fueron acotadas por una función hiperbólica tangente. Así, pues, el perfil de la cara posterior del cristalino está dado por

$$\rho_P(\varphi) = \frac{a_P}{2}(\cosh(b_P\varphi) - 1)(\tanh(m(s_P - \varphi)) + 1) + d, \quad (5)$$

mientras que la cara anterior del cristalino está expresada como

$$\rho_A(\varphi) = \frac{a_A}{2}(\cosh(\pi - \varphi)b_A - 1)(1 - \tanh(m(s_A - \varphi))) + d. \quad (6)$$

El coeficiente m describe la pendiente de la tangente hiperbólica, esto es, la velocidad de corte, s_P y s_A describen el corrimiento de las tangentes hiperbólicas en relación con el origen, b_P , b_A , a_P y a_A

son coeficientes que se relacionan con el radio de curvatura, d es la distancia axial entre el origen y las superficies. El ángulo φ varía de 0 a π . Los coeficientes a y b , para la superficie anterior y posterior están dados por

$$a = \frac{dR_0(R_0 - d)p}{3(R_0 - d)(2R_0 - d) - R_0^2} \quad (7)$$

$$b = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3(R_0 - d)(2R_0 - d) - R_0^2}{p}}, \quad (8)$$

donde R_0 es el radio de curvatura central y p es un parámetro que describe la estabilidad o grado de variabilidad del radio de curvatura central. Nótese que para obtener el coeficiente asociado a la superficie anterior o posterior, basta sustituir en las ecuaciones (7) y (8) por el radio de curvatura central asociado a cada superficie, denotado por R_{0P} y R_{0A} , con lo que se obtienen los coeficientes que se muestran en las ecuaciones (5) y (6). El perfil del cristalino está definido como sigue

$$\rho(\varphi) = \rho_P(\varphi) + \rho_A(\varphi) - d. \quad (9)$$

La forma de la función (9) es útil para aproximar los contornos isoindiciales dentro de la cápsula. De manera que este modelo se puede emplear para describir la estructura GRIN del cristalino (Kasprzak, 2000). En la figura 37 se muestra una ilustración de la superficie calculada con esta función.

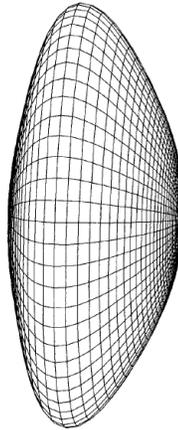


Figura 37. Gráfica paramétrica de la superficie del cristalino calculado con la ecuación (9). Tomado de Kasprzak (2000).

4.4.2. El cristalino de Jaimes-Nájera et al. (2020)

Este modelo de cristalino simula con una sola función analítica el mecanismo de acomodación del cristalino y, asimismo, la distribución GRIN del mismo y la forma de la cápsula, comparando los resultados de su modelo con datos biométricos. Con este modelo de cristalino, Jaimes-Nájera et al. (2020) desarrollaron un ojo esquemático capaz de imitar el mecanismo del cuerpo ciliar con la variación de un parámetro. Conviene recordar que el cuerpo ciliar representa un rol fundamental en el mecanismo de acomodación, como se mostró en la parte concerniente a la anatomía y fisiología en este escrito.

Este modelo tiene la capacidad de adaptarse a medida en que el mecanismo de acomodación entra en acción. La geometría de la superficie anterior y posterior se ve modificada durante este proceso, sin embargo, la función de Jaimes-Nájera et al. (2020) garantiza la continuidad entre ambas superficies —como en la función de Kasprzak—. De manera simultánea, la distribución GRIN se adapta junto con los cambios geométricos, de manera que la distancia imagen permanece constante, que es algo que ocurre en el ojo humano real. Este ojo esquemático tiene la capacidad de simular la acomodación de 0 a 6 D, brindando un análisis de la calidad de la imagen con aberraciones que están dentro de los datos biométricos.

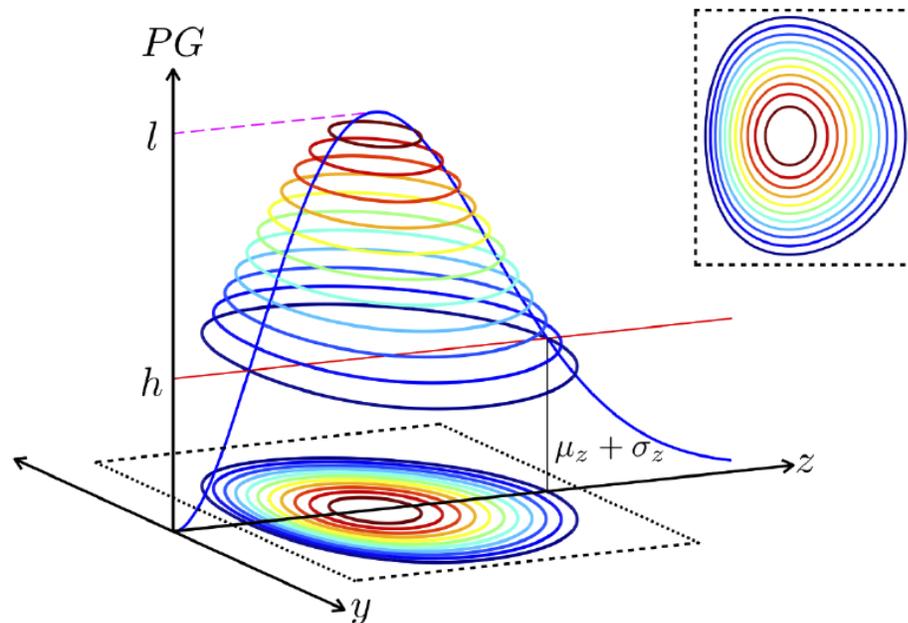


Figura 38. Se muestran las curvas de nivel l y h . Los contornos isoindiciales se muestran como proyecciones de las curvas de nivel de la función PG en el plano $y - z$. Tomado de Jaimes-Nájera et al. (2020).

Antes de llegar a la ecuación que permite modelar la estructura GRIN del cristalino, Jaimes-Nájera et al. (2020) presentan una fusión entre una función de Poisson y una función gaussiana, la cual está definida como

$$PG(r, z; m, b, a_z, a_r) = (bz)^m \exp\left(-bz - \frac{z^2}{a_z^2} - \frac{r^2}{a_r^2}\right), \quad (10)$$

donde m , b , a_z y a_r son parámetros numéricos que son determinados a partir de datos biométricos de un cristalino real, r es la coordenada cilíndrica radial y $z > 0$ es la coordenada longitudinal axial. A la función (10) se le refiere como la función Poisson-Gauss (PG).

Posteriormente, muestran la posibilidad de modelar al cristalino relacionando la geometría de la función PG con las propiedades GRIN del cristalino. El máximo de la PG se asocia al centro del cristalino. En la figura 38 se muestran las curvas de nivel de la función PG para $m = 1$, $b = 1$, $a_z = 0.9$ y $a_r = 0.9$.

La altura del plano que intersecta a la función PG al evaluarla en $y = \mu_y = 0$, $z = \mu_z + \sigma_z$ es

$$h = PG(0, \mu_z + \sigma_z), \quad (11)$$

μ_z y σ_z son funciones de los parámetros de la función PG, esto es, $\mu_z = \mu_z(m, b, a_z)$ y $\sigma_z = \sigma_z(m, b, a_z)$.

Con base en lo anterior, las propiedades geométricas y físicas (GRIN) del cristalino pueden ya modelarse. El radio ecuatorial está dado por el máximo de la ecuación que define la cápsula, y está localizado en $z = z_e$, esto es

$$R_e = y_+(z_e, h) = a_r \sqrt{\ln \left| \left| \frac{(bz_e)^m}{h} \right| \right| - bz_e - \frac{z_e^2}{a_z^2}}. \quad (12)$$

Por su parte, el perfil GRIN tridimensional del cristalino está dado como sigue

$$n(r, z) = (n_c - n_s) \frac{(bz)^m e^{-bz - z^2/a_z^2 - r^2/a_r^2} - h}{l - h} + n_s, \quad (13)$$

n_c y n_s son los valores de los índices de refracción central y periférico. Cuando la función PG alcanza su máximo l el numerador de la ecuación (13) es $l - h$, quedando n_c como el valor máximo de la función

$n(r, z)$; mientras que cuando alcanza el mínimo h , el numerador es igual a cero, de modo que el valor mínimo de $n(r, z)$ es n_s , correspondiente al índice de refracción de la cápsula. Los valores l y h nos dan los límites donde la función PG es capaz de determinar la distribución GRIN del cristalino. La ecuación (13) es referida en el artículo como el cristalino PG GRIN. Esta función, de acuerdo con Jaimes-Nájera et al. (2020) es una de las principales contribuciones de su trabajo, dado que provee la distribución del índice de refracción del cristalino y la forma de la cápsula. En la figura 39 se muestran algunas superficies y contornos relacionados con la función PG y el cristalino modelado por Jaimes-Nájera et al. (2020). Con base en este cristalino, estos autores elaboraron un modelo esquemático, probando las capacidades del cristalino PG GRIN, mostrando la calidad de la imagen. Todo esto auxiliado con trazo de rayos.

Este capítulo ha versado sobre diferentes modelos que se han utilizado para estudiar al ojo. Ahora, antes de hablar de la propagación de la luz en algunos de estos modelos, es importante introducir algunos conceptos en torno a la teoría escalar de difracción, que será el tema del siguiente capítulo.

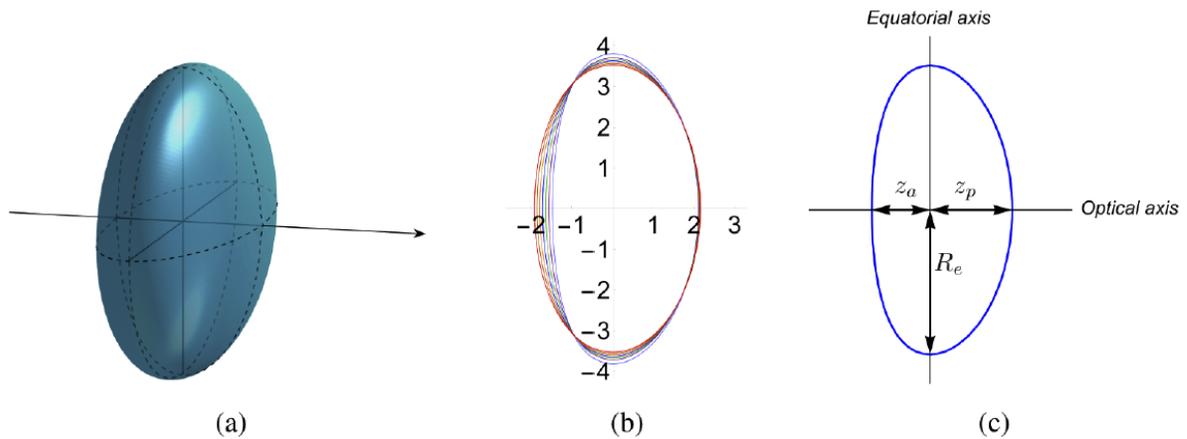


Figura 39. (a) Vista tridimensional de la superficie externa del cristalino Poisson-Gauss. (b) Se muestra el proceso de acomodación, modelado mediante la variación del parámetro m . Durante este proceso, la posición del ecuador es constante y se garantiza la conservación del volumen del cristalino (106.6 mm^3). (c) Parámetros fisiológicos del cristalino. Tomado de Jaimes-Nájera et al. (2020).

Capítulo 5. Conceptos en torno a la teoría escalar de difracción

Una definición del término *difracción* bastante popular es la que dio Sommerfeld en su obra *Optics*, entendiendo a la difracción como "cualquier desviación de los rayos de luz desde una trayectoria rectilínea que no puede ser interpretada como reflexión o refracción". La difracción responde a la naturaleza ondulatoria de la luz cuando su extensión lateral se ve confinada, por ejemplo, por una apertura que ocasiona la desviación de los rayos de luz de su trayectoria rectilínea. Los efectos de la difracción se pueden apreciar cuando el tamaño del confinamiento es del orden de la longitud de onda de la radiación (Goodman, 2005).

El primer paso para forjar una teoría que explicara la naturaleza de la difracción, a partir de una teoría de óptica ondulatoria, fue dado por Christian Huygens, en el año 1678. Él propuso un *principio de propagación*, donde se considera a cada punto de un frente de onda como una nueva fuente de ondas esféricas secundarias, de modo que el nuevo frente de onda se construye encontrando la envolvente de estas ondas secundarias —esto se visualiza en la figura 40—.

El desarrollo de la óptica ondulatoria se vio mermado por la influencia de Isaac Newton, quien estaba a favor de una teoría corpuscular para describir la naturaleza de la luz. Fue hasta 1804 cuando Thomas Young fortaleció la teoría ondulatoria de la luz al introducir el concepto crítico de *interferencia*. Las ideas de Huygens y Young fueron recopiladas en 1818 por Augustin Jean Fresnel, quien asoció el concepto de interferencia con el de difracción, logrando calcular la distribución de luz cuando es obstaculizada por un objeto opaco.

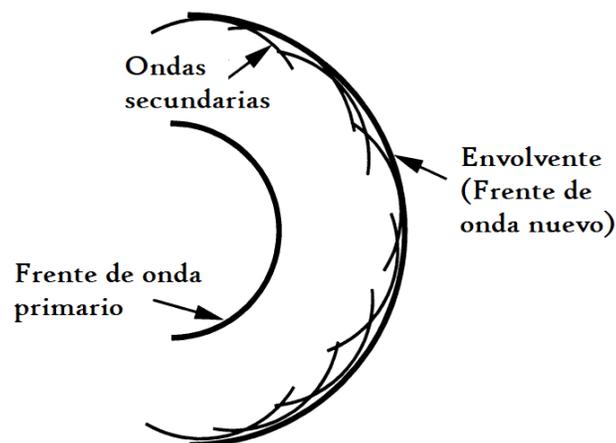


Figura 40. Construcción de la envolvente, según el principio de Huygens. Adaptado de Goodman (2005).

En 1860 Maxwell identificó a la luz como una onda electromagnética. Y es a partir de las ecuaciones de Maxwell que inicia el análisis para el tratamiento de la teoría escalar de difracción. Siguiendo a Goodman (2005), en unidades MKS y considerando que no se tienen cargas libres, las ecuaciones de Maxwell están dadas por

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (14)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \epsilon \vec{E} = 0, \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0. \quad (17)$$

Aquí \vec{E} es el campo eléctrico, con componentes (E_x, E_y, E_z) , y \vec{H} es el campo magnético, con componentes (H_x, H_y, H_z) , μ y ϵ son la permeabilidad y la permitividad del medio en que la onda se está propagando, relativamente. \vec{E} y \vec{H} son funciones de la posición (x, y, z) y del tiempo t .

En el caso más general, se supone que la onda se propaga en un medio dieléctrico que es *lineal* (las cantidades de los campos de fuentes separadas pueden sumarse, de acuerdo con el principio de superposición), *isótropo* (independiente de la polarización de la onda, esto es, de las direcciones de \vec{E} y \vec{H}), *homogéneo* (la permitividad del medio es independiente de la posición), *no dispersivo* (la permitividad es independiente de la longitud de onda) y *no magnético* (la permeabilidad magnética es igual a la permeabilidad en el vacío). Bajo estas condiciones, las ecuaciones de Maxwell, en su expresión vectorial, pueden desacoplarse, de manera que el comportamiento de los campos eléctrico y magnético pueden expresarse independientemente de las otras componentes. La teoría escalar de difracción se refiere a la propagación de la luz bajo esta situación ideal. Tal vez podría pensarse que la aplicación de esta teoría es muy acotada, sin embargo, esta teoría se utiliza para describir la propagación de la luz en el espacio libre. Esto es útil para describir la propagación de la luz, por ejemplo, en la atmósfera. Asimismo, la teoría escalar de difracción es empleada para analizar sistemas formadores de imágenes y comunicación basada en láser (Voelz, 2011).

Si se aplica el operador rotacional ($\nabla \times$) a la ecuación (14) y se emplea la identidad vectorial $\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$, se obtiene la siguiente ecuación diferencial

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (18)$$

donde n es el *índice de refracción* del medio, definido por $n = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$, ϵ_0 es la permitividad en el vacío, y c es la velocidad de propagación de la luz en el vacío, dada por $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$. Un proceso análogo se puede desarrollar para obtener la ecuación de onda asociada al campo magnético. De lo anterior, es posible deducir que tanto el campo eléctrico como el magnético describen una onda viajera (Fowles, 1975).

5.1. La ecuación de Helmholtz

Sea $u(P, t)$ una función escalar que representa una perturbación de luz en la posición P y en el tiempo t . Se supone que esta onda es monocromática. El campo escalar de esta clase de onda está dado por

$$u(P, t) = A(P) \cos[2\pi\nu t - \phi(P)], \quad (19)$$

donde $A(P)$ y $\phi(P)$ son la amplitud y la fase, respectivamente, de la onda en la posición P , mientras que ν es la frecuencia óptica. Una manera de representar la ecuación (19) es utilizando notación compleja, de modo que esta ecuación quedaría como

$$u(P, t) = \text{Re}\{U(P) \exp(-i2\pi\nu t)\}, \quad (20)$$

donde $\text{Re}\{\}$ significa *la parte real de*, y $U(P)$ es una función compleja de la posición,

$$U(P) = A(P) \exp[i\phi(P)]. \quad (21)$$

Si $u(P, t)$ representa a una onda de luz, debe satisfacer la ecuación de onda. Si sustituimos la función $U(P)$, también llamada *amplitud compleja* (Born and Wolf, 1970), en la ecuación de onda, se obtiene la siguiente ecuación independiente del tiempo

$$(\nabla^2 + k^2)U = 0. \quad (22)$$

Aquí k es el *número de onda*, dado por $k = 2\pi n\nu/c = 2\pi/\lambda$, y λ es la longitud de onda en el medio ($\lambda = c/n\nu$). A la relación (22) se le conoce como la *ecuación de Helmholtz*.

5.2. El principio de Huygens-Fresnel

Considérese la propagación de una onda monocromática desde un plano fuente, cuyas coordenadas están dadas por las variables ξ y η . En el plano fuente, un área Σ define la extensión de la fuente o de una apertura iluminada, como se muestra en la figura 41. La distribución del campo en el plano fuente está dada por $U_1(\xi, \eta)$. Por otra parte, el campo $U_2(x, y)$ en un plano de observación a una distancia z respecto al plano fuente, se puede calcular utilizando el método de Rayleigh-Sommerfeld para la integral de difracción

$$U_2(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U_1(\xi, \eta) \frac{\exp(ikr_{12})}{r_{12}^2} d\xi d\eta. \quad (23)$$

En esta ecuación, λ es la longitud de onda, k es el número de onda, z es la distancia entre los planos fuente y de observación, r_{12} es la distancia entre una posición en el plano fuente y una posición en el plano de observación, ξ y η son variables de integración, y los límites de la integral corresponden al área de la superficie Σ (Goodman, 2005). La distancia r_{12} , con los planos fuente y de observación ubicados en posiciones paralelas, está dada por

$$r_{12} = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}. \quad (24)$$

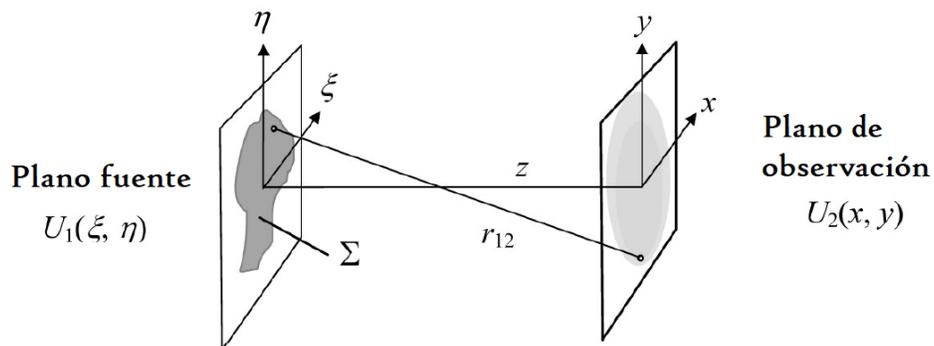


Figura 41. Geometría de la propagación para los planos paralelos fuente y de observación. Adaptado de Voelz (2011).

La ecuación (23) es también conocida como el *principio de Huygens-Fresnel*. Este principio supone que una fuente actúa como una colección infinita de fuentes puntuales, cada una de las cuales produce una onda esférica asociada con el campo fuente en cualquier posición (ξ, η) . La contribución de estas ondas esféricas son sumadas en la posición de observación (x, y) , posibilitando la interferencia de las mismas (Voelz, 2011).

5.3. La aproximación de Fresnel

La ecuación (24) dificulta el cálculo de una solución analítica para la expresión (23). Sin embargo, se puede llegar a una expresión más simplificada introduciendo aproximaciones. Considérese la expansión binomial

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots, \quad (25)$$

donde $b < 1$. Entonces, aplicando esta expansión en (24), y aproximando $r_{12} \approx z$ en el denominador de la ecuación (23), llegamos a la siguiente expresión

$$U_2(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(\xi, \eta) \exp \left\{ i \frac{k}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\} d\xi d\eta. \quad (26)$$

Desarrollando los términos cuadráticos dentro de la exponencial de la expresión (26), tenemos que

$$U_2(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i \frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ U_1(\xi, \eta) e^{i \frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)} \right\} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta. \quad (27)$$

Con esta forma se puede ver que se trata de la transformada de Fourier del producto de un campo complejo justo a la derecha de la apertura y un factor cuadrático de fase exponencial. Tanto la ecuación (26) como la (27) son formas de la *integral de difracción de Fresnel*. Cuando esta aproximación es válida, se dice que el observador está en la región de difracción de Fresnel, o en la difracción de *campo cercano* (Goodman, 2005).

5.4. Aproximación de Fraunhofer

Con la ecuación (27) se ve que la integral de difracción de Fresnel permite calcular el campo en el plano de observación a través de la transformada de Fourier del producto de la distribución de la apertura $U_1(\xi, \eta)$ y un factor cuadrático de fase $\exp[i(k/2z)(\xi^2 + \eta^2)]$. Si además se realiza la aproximación

$$z \gg \frac{k(\xi^2 + \eta^2)_{max}}{2} \quad (28)$$

y se satisface la misma, el factor cuadrático de fase que multiplica al campo en el plano fuente tiende a uno —la notación *max* indica el valor máximo que es de interés para una fuente determinada y una geometría particular del plano fuente—, por lo que el modelo de difracción se reduce a

$$U_2(x, y) = \frac{e^{ikz} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(\xi, \eta) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta. \quad (29)$$

El campo en el plano de observación se puede calcular con esta aproximación mediante la transformada de Fourier de la distribución de la apertura o de la función de transmitancia. A la ecuación (29) se le conoce como la *integral de difracción de Fraunhofer*, o difracción de campo lejano. Este último término se debe a que el patrón de difracción de Fraunhofer se observa a distancias muy grandes de la abertura, de tal manera que se cumpla la aproximación (28). Citando un ejemplo de Goodman (2005), para una longitud de onda de $0.6 \mu m$ (luz roja) y una apertura de ancho de 2.5 cm, la distancia de observación debe ser mayor a 1600 m. No obstante, hay otras maneras de no tener que recurrir a distancias tan grandes, ex. gr., mediante el uso de lentes para introducir transformaciones de fase que permitan que el haz incidente y/o difractado sea una onda plana.

En la ecuación (29) se pueden hacer cambios de variables, tales que

$$f_x = \frac{x}{\lambda z}, \quad f_y = \frac{y}{\lambda z}. \quad (30)$$

Estos términos se conocen como las frecuencias espaciales.

5.5. El método del espectro angular

Una manera alterna para llegar a los resultados de la teoría escalar de difracción es mediante el uso del método del espectro angular, donde el problema de propagación se resuelve en el dominio de las frecuencias, recuperando las variables originales en el plano de observación a través de la transformada inversa de Fourier.

Sea $U(x, y, 0)$ el campo complejo en $z = 0$. Este campo se puede representar como la suma infinita de ondas planas con amplitudes $A(f_x, f_y; 0)$

$$U(x, y, 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y; 0) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y. \quad (31)$$

Considérese, asimismo, una onda plana con vector de onda \vec{k} que se propaga, donde \vec{k} tiene magnitud $2\pi/\lambda$ y cosenos directores (α, β, γ) , como se muestra en la figura 42. Esta onda plana se puede representar como

$$p(x, y, z; t) = \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - 2\pi\nu t)], \quad (32)$$

donde $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ es el vector de posición, mientras que el vector de onda es $\vec{k} = 2\pi/\lambda(\alpha\hat{x} + \beta\hat{y} + \gamma\hat{z})$.

Eliminando la dependencia temporal se obtiene la siguiente expresión para una onda plana

$$P(x, y, z) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\gamma z}. \quad (33)$$

En $z = 0$, la ecuación (33) se reduce a $e^{i2\pi(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y)}$. Si se hace $f_x = \alpha/\lambda$ y $f_y = \beta/\lambda$, queda entonces $e^{i2\pi(f_x x + f_y y)}$. Si se evalúa la amplitud de las ondas planas en términos de las frecuencias espaciales (f_x, f_y) , se tiene

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y, 0) \exp\left[-i2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] dx dy. \quad (34)$$

Esta expresión es el *espectro angular* de ondas planas del campo $U(x, y, 0)$.

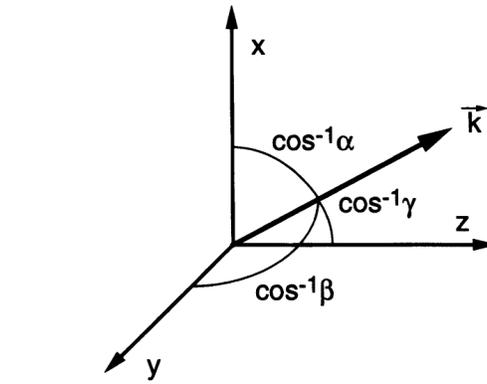


Figura 42. El vector de onda \vec{k} . Tomado de Goodman (2005).

Para propagar este espectro desde un plano que está en $z = 0$ hasta un plano paralelo ubicado a una distancia z , la expresión del campo $U(x, y, z)$ estaría dada por

$$U(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right) \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}z\right) \times \text{circ}(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}) \exp\left[i2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] d\frac{\alpha}{\lambda} d\frac{\beta}{\lambda}. \quad (35)$$

Ahora, supóngase que se tiene una pantalla opaca infinita que contiene una estructura difractingente en el plano $z = 0$. Se quieren ver los efectos de esta pantalla difractingente en el espectro angular de la perturbación. Se define a la *función de transmitancia de amplitud* de la abertura a la razón entre la amplitud del campo transmitido $U_t(x, y; 0)$ y la amplitud del campo incidente $U_i(x, y; 0)$ en cada punto (x, y) del plano $z = 0$, esto es,

$$t_A(x, y) = \frac{U_t(x, y; 0)}{U_i(x, y; 0)}. \quad (36)$$

Entonces el campo transmitido es $U_t(x, y, 0) = U_i(x, y, 0)t_A(x, y)$.

Utilizando el teorema de la convolución para relacionar el espectro angular del campo incidente con el espectro angular del campo transmitido, se tiene

$$A_t \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda} \right) = \left[A_i \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda} \right) * T \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda} \right) \right], \quad (37)$$

donde * denota una convolución y

$$T \left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda} \right) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_A(x, y) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y \right) \right] dx dy. \quad (38)$$

Por consiguiente, el espectro angular de la perturbación transmitida es la convolución del espectro angular de la perturbación incidente con un segundo espectro angular que es característico de la estructura difractingente. Si el campo incidente es una onda plana, entonces $A_t = T$. Es decir, en este caso el espectro angular transmitido se encuentra directamente a través de la transformada de Fourier de la función de transmitancia de la apertura.

El método del espectro angular y la primera solución de Rayleigh-Sommerfeld, ecuación (23), predicen idénticos campos de difracción a pesar de aproximarse de forma distinta (Goodman, 2005).

El método del espectro angular fue elegido por razones que se discutirán en el siguiente capítulo, y que trata de la simulación numérica de la propagación de la luz utilizando tres de los modelos del ojo humano que fueron discutidos en el capítulo 4.

Capítulo 6. Simulación numérica de la propagación de la luz dentro del ojo humano

El cálculo numérico de patrones de difracción ha resultado de gran interés para su aplicación en la evaluación de sistemas ópticos. La obtención analítica de estos patrones es relativamente sencilla en la aproximación de Fraunhofer para la integral de difracción, donde esencialmente basta con evaluar una transformada de Fourier. Para regiones cercanas, en el caso de la aproximación de Fresnel, la evaluación del campo es más complicada y para ello es preferible realizar una evaluación numérica de la integral de difracción. En este último caso, la transformada de Fourier se evalúa mediante un algoritmo de la transformada rápida de Fourier (*FFT, Fast Fourier Transform*). Por lo tanto, es importante considerar las diferencias que existen entre la transformada directa de Fourier (*DFT, Discrete Fourier Transform*) y la transformada analítica de Fourier.

Cuando se implementa la DFT es preciso representar funciones en arreglos discretizados de valores muestreados para acercarse lo más posible a una función continua en el espacio. Para lograr una reproducción prácticamente idéntica de esta función continua sería necesario tener una infinidad de muestras. Por supuesto, las computadoras imponen limitaciones físicas en términos de memoria o capacidad de almacenamiento y velocidad de ejecución a la hora de realizar los cálculos. A continuación se discutirá sobre el muestreo necesario y los límites para el tamaño de los arreglos.

6.1. Muestreo de una función

Considérese una función analítica bidimensional $g(x, y)$ y asúmase que está muestreada de manera uniforme en la dirección x y y , indicado por $g(x, y) \rightarrow g(m\Delta_x, n\Delta_y)$, donde el intervalo de muestreo en la dirección x y y es Δ_x y Δ_y , respectivamente, y m y n son índices enteros de las muestras. En la práctica, el espacio muestreado es finito, y en este trabajo se va a suponer que se encuentra compuesto por $M \times N$ muestras y que m y n están definidas como

$$m = \left[-\frac{M}{2}, \dots, \frac{M}{2} - 1 \right], \quad n = \left[-\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \right]. \quad (39)$$

Esta es una manera típica de ordenar los arreglos considerando que M y N son pares.

La cantidad de muestras se asocia a una superficie del espacio dada por $L_x \times L_y$, donde L_x se asocia a la longitud del lado del espacio muestreado en la dirección x y L_y es la longitud asociada a la dirección

y . Estas longitudes representan distancias físicas que se relacionan con los parámetros de muestreo por

$$L_x = M\Delta_x, \quad L_y = N\Delta_y. \quad (40)$$

Una de las principales preocupaciones al realizar el muestreo, es que los valores significativos de $g(x, y)$ estén dentro del área definida por $L_x \times L_y$, como se aprecia en la figura 43. Para ello se usará D_x como soporte de los valores significativos en la dirección x y D_y para aquellos en la dirección y . Para que los valores significativos de $g(x, y)$ estén contenidos en el arreglo se requiere que $D_x < L_x$ y $D_y < L_y$.

Otra cosa que se considera al realizar el muestreo es que se preserven las características de $g(x, y)$. Para funciones con cierto ancho de banda, donde el contenido espectral de la señal está limitado a un rango finito de frecuencias, la señal original puede ser recuperada si el número de muestras del intervalo total de muestreo es menor que un valor específico (Voelz, 2011). Esto se muestra en el *teorema de muestreo de Shannon-Nyquist* como sigue

$$\Delta_x < \frac{1}{2B_x}, \quad \Delta_y < \frac{1}{2B_y}, \quad (41)$$

donde B_x es el ancho de banda del espectro de la función continua en la dirección x y B_y es el ancho de banda en la dirección y . La violación de las relaciones (41) trae consigo un fenómeno conocido como *aliasing* —o *traslape espectral*—, donde el submuestreo de las frecuencias altas de la señal son interpretadas erróneamente como frecuencias bajas; en otras palabras, se torna muy difícil el saber cuál es la señal original en virtud del solapamiento de las frecuencias. Un parámetro relacionado con lo anterior es la *frecuencia de Nyquist*, dada por

$$f_{Nx} = \frac{1}{2\Delta_x}, \quad f_{Ny} = \frac{1}{2\Delta_y}, \quad (42)$$

que es la mitad de la tasa de muestreo y que corresponde a la frecuencia espacial máxima que puede ser adecuadamente representada en un intervalo dado por Δ_x y Δ_y (Voelz, 2011).

Estas son las condiciones para muestrear una función de transmitancia. Ahora se procederá a describir el cálculo de la luz difractada por dicha función de transmitancia.

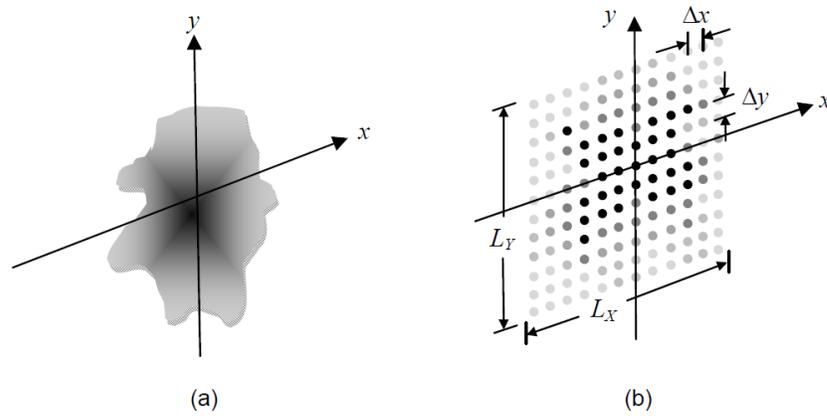


Figura 43. Función bidimensional: (a) analítica y (b) versión muestreada. Tomado de Voelz (2011).

6.2. Propagación numérica de campos de luz

Una manera de simular la propagación de la luz es mediante el uso del propagador de la función de transferencia de Fresnel, que es un método utilizado por Voelz (2011). Una rutina de propagación básica en la aproximación de Fresnel es

$$U_2(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} \{ U_1(x, y) \} H(f_x, f_y) \}, \quad (43)$$

donde se utiliza la función de transferencia

$$H(f_x, f_y) = e^{ikz} \exp \left[-i\pi\lambda z (f_x^2 + f_y^2) \right]. \quad (44)$$

Siguiendo lo anterior, en vez de utilizar el método de propagación con la aproximación de Fresnel, se puede optar por emplear una función de transferencia asociada al método del espectro angular

$$H(f_x, f_y) = \exp \left[ikz \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right]. \quad (45)$$

En este trabajo se eligió el formalismo del espectro angular respecto al cálculo directo de la integral de Fresnel debido a los tiempos de ejecución de los cálculos. En el cálculo directo de la integral de Fresnel, para distancias muy cercanas a la función de transmitancia se requiere mayor tiempo de cálculo para un

solo plano de propagación. Lo anterior se debe a que en el cálculo directo se realiza el cálculo numérico de una integral bidimensional, mientras que en el segundo emplea el algoritmo de la FFT, aprovechando las herramientas de la óptica de Fourier. Si bien no se realizó un estudio comparativo exhaustivo sobre la velocidad de cálculo entre el cálculo directo de la integral de Fresnel y el uso de funciones de transferencia y óptica de Fourier, sí se verificó que ambos métodos obtuvieran los mismos resultados, de modo que se optó por este último por la eficiencia que presenta en el tiempo de cómputo —ex.gr., lo que en el cálculo directo puede tomar hasta 30 minutos, en el método de este trabajo toma menos de 15 segundos—.

En el artículo de Mas et al. (2003a) se realiza un análisis de sistemas convergentes relacionando la distancia de convergencia y algunos métodos para propagar campos de luz. Estos métodos son el del cálculo directo de la integral de Fresnel, el del espectro angular y el de la transformada fraccional de Fourier (*FTR, Fractional Fourier Transform*). Para propósitos del problema de la propagación de la luz dentro del ojo humano resulta conveniente utilizar el método del espectro angular, cuyo algoritmo consiste en calcular la transformada de Fourier del campo de entrada, propagar su espectro y calcular la transformada inversa de Fourier del resultado de esta propagación. Tal como se muestra en la ecuación (43).

El cálculo de patrones cercanos a la función de transmitancia es posible siempre y cuando se obedezca la siguiente relación, que surge de la aplicación de la condición de Nyquist

$$z \leq \frac{L^2}{\lambda N}, \quad (46)$$

donde z es la distancia de propagación del plano fuente al plano de observación, L es el largo del plano fuente, λ es la longitud de onda y N el número de muestras. Se ve, pues, que la distancia de propagación tiene una relación directa entre la selección del tamaño del plano fuente y el número de elementos que se seleccionen para la matriz que contiene la distribución de este plano.

Otra ventaja del espectro angular es que dado que se puede propagar a distancias muy pequeñas, el patrón de difracción no cambia sustancialmente, de modo que es posible conservar la misma cantidad de muestras que se eligió para el plano fuente (Mas et al., 2003a).

6.2.1. Código numérico de propagación

A continuación se presentarán las rutinas de *MATLAB* que se utilizaron para simular la propagación de la luz. Estos programas se encuentran enlistados en el *Anexo* al final de este trabajo.

El programa 1 es una función que tiene como argumentos de entrada el campo inicial u_1 que surge de la interacción entre el campo incidente y la función de transmitancia, la longitud L del plano fuente, la longitud de onda λ y la distancia de propagación z . Como resultado, esta función devuelve las coordenadas espaciales en el plano de observación y la distribución de la amplitud compleja u_2 . Para esto, se determina la dimensión del arreglo bidimensional de entrada, con lo que se obtiene el intervalo de muestreo; luego, se genera un arreglo de frecuencias para utilizarse en la función de transferencia del espectro angular; posteriormente se calcula la transformada de Fourier del campo u_1 . En ambos casos, se utiliza la función de *MATLAB* *fftshift*() cuyo fin es el ordenamiento adecuado de los cuadrantes que componen el arreglo bidimensional, desplegando ulteriormente los resultados esperados tras multiplicar la transformada de Fourier del campo u_1 y la función de transferencia H . Después, para obtener la distribución de amplitud compleja en el plano de observación, se calcula la transformada inversa de Fourier del mencionado producto.

El programa 2 es una función que recibe como argumento de entrada los mismos parámetros de entrada que el programa 1. Un parámetro adicional sería el número de planos n que se van a utilizar para simular la propagación de la luz. Esta función devuelve las coordenadas espaciales en el último plano de la propagación. Además, calcula la distribución del campo en el plano n de propagación y se regresa en la variable *campoFinal*, que representa el campo de observación tras realizar las propagaciones intermedias entre el plano fuente y el plano de observación. Este mismo campo sirve como campo incidente para aquellos sistemas ópticos donde se utilizan más de una función de transmitancia. Por su parte, *perfilCampo* es un arreglo que contiene las distribuciones de amplitud compleja de los n planos propagados. En este caso, se desea visualizar la propagación en la dirección del eje óptico del sistema.

El programa 3 es una simulación de la propagación de la luz en el modelo de Emsley. Se definen las coordenadas del plano fuente, con base en el número de muestras M y la longitud de la malla de este plano L . Luego se genera la función de transmitancia de la córnea, que está presentada en el programa 6 del anexo. Después se calcula el campo transmitido y se propaga de la córnea a la retina con los programas 1 y 2 —en los próximos casos donde se mencione que se calcula la propagación, en todos ellos se utilizan los programas 1 y 2—. Al final del programa se generan las imágenes correspondientes a la propagación en dos y tres dimensiones.

El programa 4 es una simulación de la propagación de la luz en el modelo de Gullstrand-Emsley. Se definen parámetros generales similares a los del programa 3. Después se genera la función de transmitancia de la córnea con el programa 8. Posteriormente se calcula el campo transmitido, por ejemplo, asumiendo que se incide con una onda esférica —que se obtiene con el programa 7— para luego propagarlo de la córnea a la superficie anterior del cristalino. Se toma como campo incidente al campo final de esta propagación, que en combinación con la función de transmitancia del cristalino —calculada con el programa 9—, produce el campo transmitido que se utiliza en la propagación de la superficie posterior del cristalino a la retina. Por último, se forman las imágenes en dos y tres dimensiones.

El programa 5 es una simulación de la propagación de la luz con base en el modelo del cristalino de Kasprzak. Este programa es un tanto más complejo que los programas 3 y 4, en el sentido de que se utiliza un modelo matemático más sofisticado para modelar al cristalino. De hecho, la primera parte del programa tiene como fin principal el calcular el perfil del cristalino, con el que se puede obtener una imagen tridimensional del mismo, capaz de reproducir cristalinios reales con base en los parámetros relacionados con la curvatura de las superficies del cristalino que se muestran en este programa. También se modela una córnea esférica que incluye el parámetro de asfericidad Q . Una vez calculado el cristalino y la córnea esférica se procede a seguir el algoritmo que se utiliza en los programas 3 y 4: se calcula la función de transmitancia de la córnea, se propaga de la córnea al cristalino, se calcula la función de transmitancia del cristalino y se propaga del cristalino a la retina. Al final se muestran las imágenes en dos y tres dimensiones de la propagación.

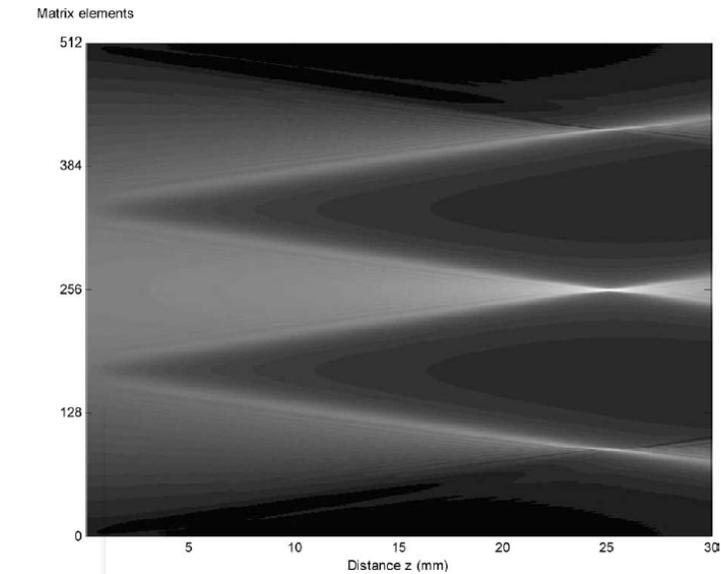
Los programas 6-10 son funciones que se utilizan en los programas mencionados anteriormente, según el caso.

6.2.2. Límites de validez del código numérico

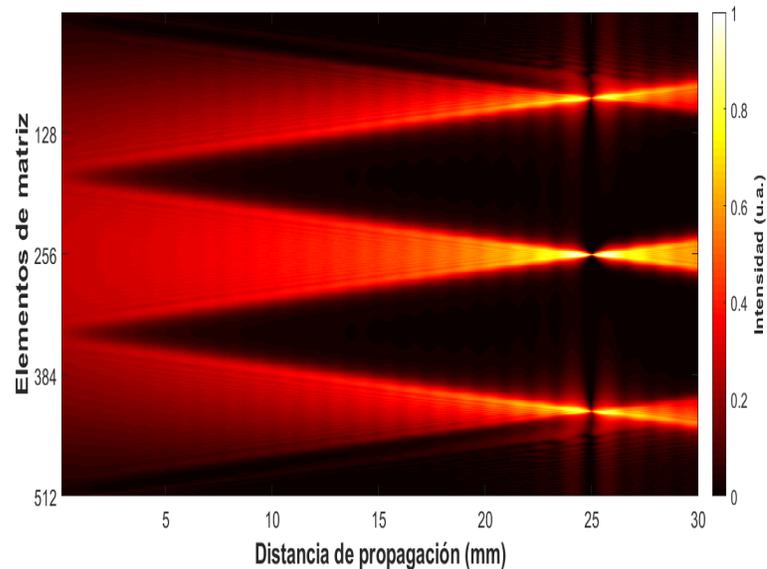
Para obtener patrones de difracción sin *aliasing*, conviene definir el parámetro f_1 , el cual es equivalente a la ecuación (46). Este parámetro f_1 , siguiendo a Mas et al. (2003a), se relaciona con la distancia de convergencia del sistema óptico, algo que se denota con z_c . Conviene analizar dos casos: (1) $z_c < f_1$ y (2) $z_c > f_1$.

En el primer caso, $z_c < f_1$, se puede observar en la figura 44 la visualización de la propagación de un haz gaussiano en un sistema convergente. Son claros los efectos del *aliasing*, esto es, el campo de luz se repite dos veces más. Aquí se presentan los resultados que se muestran en el artículo de Mas et al. (2003a) y una imagen que se obtuvo con el método de propagación de este trabajo. Naturalmente, existen diferencias

entre las imágenes dado que se utilizaron distintos programas para propagar, sin embargo, sí se utilizan los mismos parámetros, sobre todo aquellos concernientes con la dimensión del plano fuente y el número de muestras, los cuales son cruciales para determinar el parámetro f_1 ; además de que en ambos casos se utiliza como base el método del espectro angular.

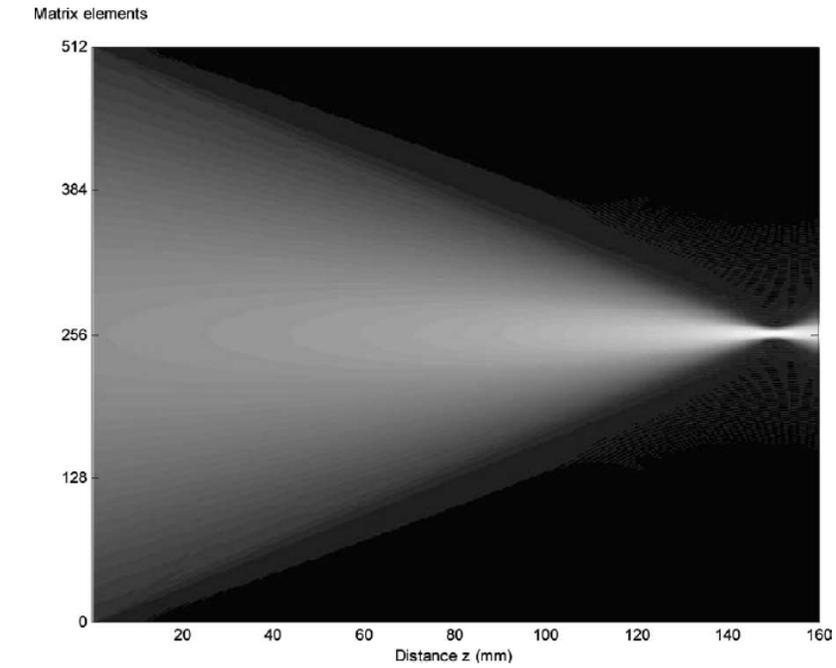


(a)

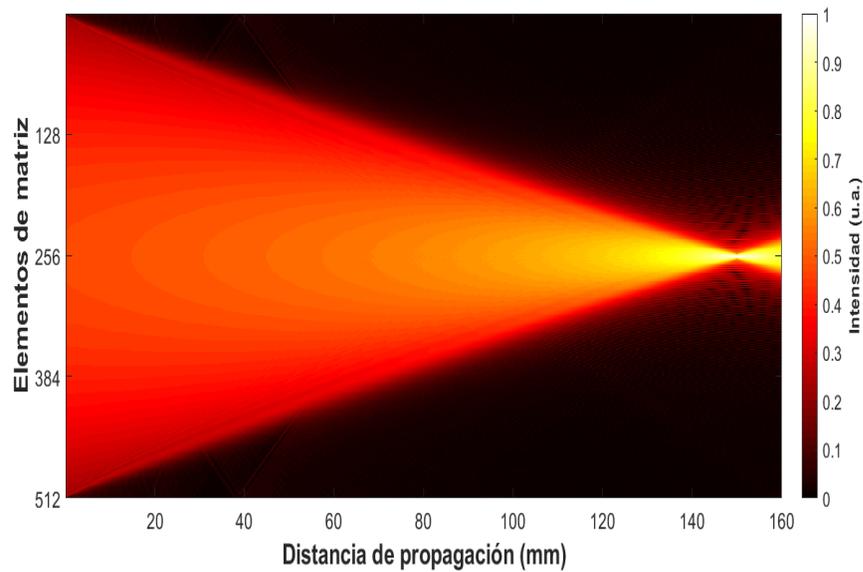


(b)

Figura 44. Visualización del efecto de aliasing en la propagación de un haz gaussiano en un sistema convergente utilizando la propagación del espectro angular para $z_c < f_1$. $M = 512$, $L = 5$ mm, $z_c = 25$ mm, $f_1 = 77.14$ mm (a) Se muestra el resultado que está en el artículo de Mas et al. (2003a). (b) Se muestra el resultado propio, con el código de propagación basado en los programas 1-3.



(a)



(b)

Figura 45. Visualización de la propagación de un haz gaussiano en un sistema convergente utilizando la propagación del espectro angular para $z_c > f_1$. $M = 512$, $L = 5$ mm, $z_c = 150$ mm, $f_1 = 77.14$ mm (a) Se muestra el resultado que está en el artículo de Mas et al. (2003a). (b) Se muestra el resultado propio, con el código de propagación basado en los programas 1-3.

En el segundo caso, $z_c > f_1$, mostrado en la figura 45, se puede identificar que el haz de propagación se encuentra debidamente representado, sin rasgos de *aliasing*. Esto indica que se puede propagar desde

distancias muy cercanas a la función de transmitancia hasta la distancia z_c . Al igual que en la figura 44, en la figura 45 se muestran los resultados de Mas et al. (2003a) y los resultados propios.

Por consiguiente, este método tiene validez para el siguiente intervalo

$$z \leq f_1 \leq z_c. \quad (47)$$

Con lo anterior, se pueden obtener patrones de difracción desde una distancia muy cercana al objeto de difracción hasta la distancia de convergencia del sistema, de modo que el espectro angular es una herramienta adecuada para el cálculo de distribuciones de amplitud compleja en el rango del campo cercano. Más allá de la distancia de convergencia, la distribución de los patrones no es muy confiable, de acuerdo con Mas et al. (2003a).

Prueba del modelo numérico con un axicón

Un axicón es un elemento óptico que produce una línea de luz a partir de la incidencia de un haz monocromático uniforme. Fue presentado por primera vez en 1954 por McLeod. Se emplean en pinzas ópticas, tomografía de coherencia óptica y para producir imágenes en el campo de la medicina y la industria. Existen diversos tipos de axicones: axicón de Fresnel, rejillas de difracción circulares y axicones refractivos, por ejemplo. Cuando un axicón es iluminado por un frente de onda plano y uniforme genera un haz Bessel. En caso de que el haz incidente no fuera uniforme, ex. gr., un haz gaussiano, este produciría un haz Bessel-Gauss (Anguiano-Morales et al., 2008).

En la figura 46 se muestra la incidencia de un frente de onda plano sobre un axicón refractivo, el cual causa efectos de interferencia que generan un patrón que permanece invariante en una determinada región. La forma del patrón de luz del diseño del axicón. En este caso el haz generado es un haz Bessel, que se caracteriza por una sección transversal cuyo perfil son unos anillos concéntricos. El artículo de Mcgloin and Dholakia (2005) habla sobre estos haces "no difrangentés" dando un panorama general sobre cómo generar experimentalmente haces de este tipo.

Ahora, para probar el método de propagación de este trabajo, se simuló la propagación de la luz tras pasar por un axicón refractivo. La función de transmitancia de un axicón refractivo positivo, siguiendo a Zhai et al. (2020), está dada por

$$t(r) = \begin{cases} \exp(-ik(n-1)r \tan \theta) & (r \leq D/2) \\ 0 & (r > D/2) \end{cases}, \quad (48)$$

donde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $k = 2\pi/\lambda$, θ es el ángulo refractivo formado entre la superficie cónica y la superficie plana, n es el índice de refracción del axicón y D el diámetro del axicón.

La figura 47 se obtuvo utilizando los parámetros indicados en el artículo de Zhai et al. (2020): $D = 25.4$ mm, $\theta = 0.008$ rad, $n = 1.51637$, $\lambda = 650$ nm y se propagó a una distancia de 1200 mm. Con base en lo anterior, se obtuvieron resultados similares a los que se presentan en el trabajo citado, donde Zhai et al. (2020) realizaron una comparación entre la distribución del haz Bessel generado por un modulador espacial de luz (SLM, por sus siglas en inglés) y un axicón refractivo positivo.

Para ejecutar esta propagación se utilizaron como parámetros $M = 5120$, $n = 250$, $L = 58.8$ mm y $z = 1200$ mm. Cabe recordar que M denota el número de muestras en la dirección x y y .

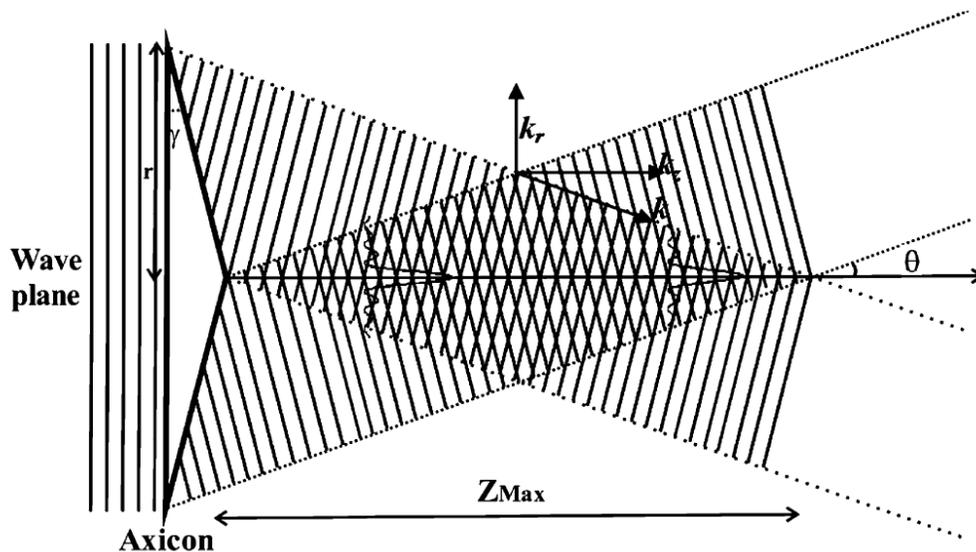


Figura 46. Vista lateral de la generación de un haz Bessel mediante un axicón. Tomado de Anguiano-Morales et al. (2008)

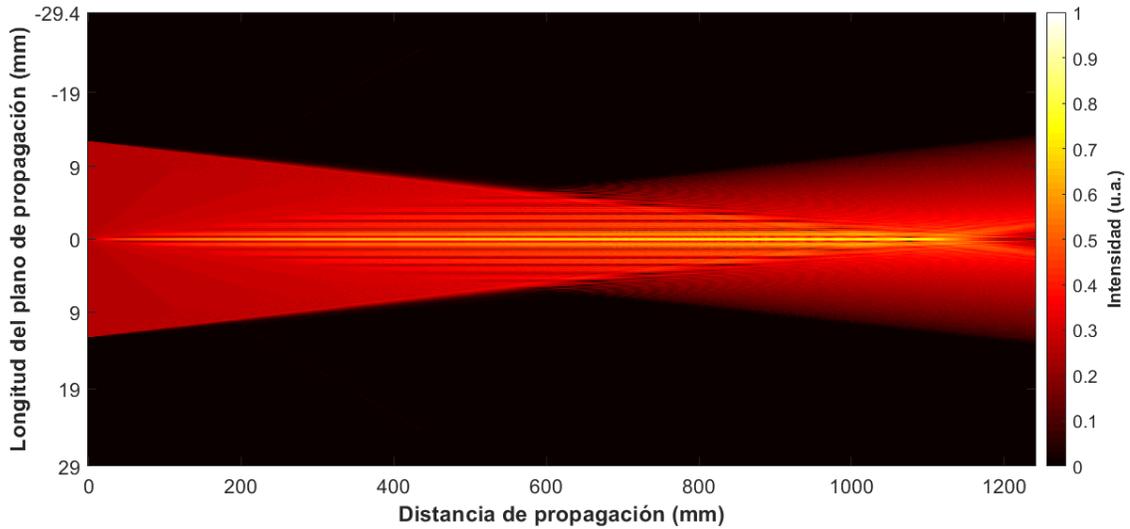


Figura 47. Vista lateral de la generación de un haz Bessel mediante un axicón usando el método descrito en este trabajo. Los parámetros utilizados son $M = 5120$, $n = 250$, $L = 58.8$ mm, $z = 1200$ mm.

6.3. Propagación en el modelo de Emsley

Ahora se presenta la implementación del código de propagación realizado en el presente trabajo a un modelo del ojo humano. Se inició con el más sencillo, a saber, el modelo reducido de Emsley. Sin embargo, se recordarán algunos parámetros sencillos para facilitar la lectura y el seguimiento. El radio de curvatura asociada a la córnea es de 5.55 mm y el índice de refracción dentro del ojo es de 4/3. Esto da como consecuencia un poder refractivo de 60 D. Por otro lado, la longitud del ojo de Emsley es de 22.22 mm.

La función de transmitancia asociada a la córnea de este modelo está dada por

$$t_c(x, y) = \exp \left[-i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2) \right], \quad (49)$$

donde x y y son las coordenadas del plano donde se ubica la función de transmitancia, k es el vector de onda y f es la distancia focal de la córnea. Esta última está definida como

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (50)$$

A la ecuación (50) se le conoce como la *ecuación del fabricante de lentes* —en este caso, para una lente delgada—. Dado que el modelo de Emsley cuenta con una superficie refractiva, la distancia focal

depende del radio de curvatura y del índice de refracción.

La imagen de la figura 48 muestra la propagación de la luz en el modelo de Emsley. Se incidió con una onda plana y se utilizó una pupila de 3 mm de diámetro. Los parámetros que se utilizaron en el programa de propagación son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm y $\lambda = 632$ nm. Para garantizar que el patrón no sufra *aliasing* al propagarse con el espectro angular, se debe de asegurar que $L > 2D$, donde D es el diámetro de la pupila. Cabe resaltar que se está simulando un caso ideal: se incide con una onda plana, en una superficie esférica, además de suponer que el medio en que se propaga el campo es homogéneo.

En las figuras 49 y 50 se muestra la propagación en este mismo modelo tras incidir con una onda esférica, proveniente de una fuente puntual cuyo origen se puede seleccionar para simular el radio del frente de onda. El campo de la onda esférica fue modelado como

$$U_{esf}(x, y) = \frac{e^{ikR}}{R} \exp \left[i \frac{k}{2R} (x^2 + y^2) \right], \quad (51)$$

donde R indica la distancia entre la fuente puntual y el frente de onda esférico. Esta expresión del campo de la onda esférica está basada en la que aparece en la obra de Schmidt (2010), en el capítulo primero. El campo que se utilizó en la propagación surge del producto del campo incidente por la función de transmitancia

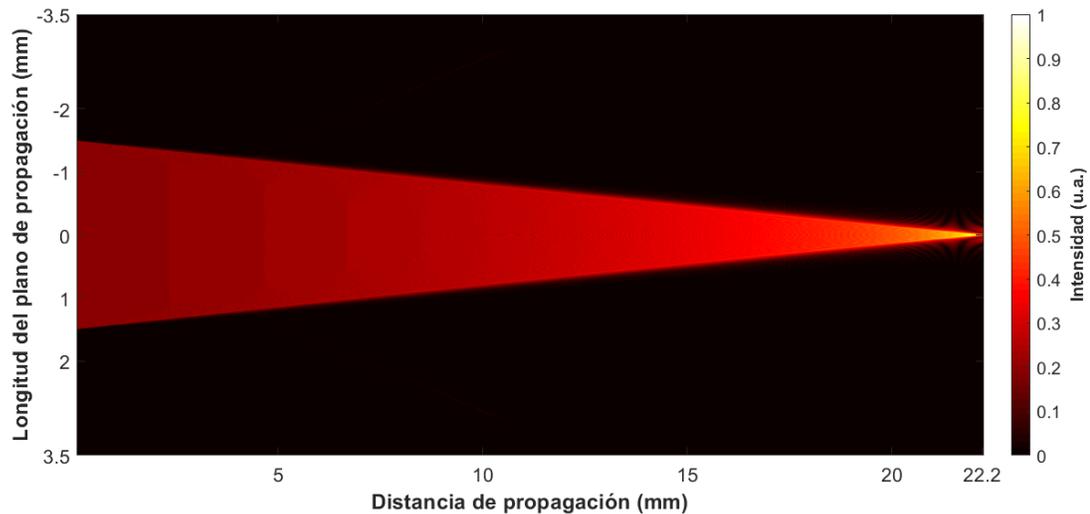


Figura 48. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda plana. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm y $\lambda = 632$ nm.

$$U_1(x, y) = t_c(x, y)U_{esf}(x, y). \quad (52)$$

La expresión (52) se basa en el análisis que realiza Goodman (2005) y que es un procedimiento convencional para obtener el campo transmitido por un objeto difrangible al iluminarlo con una determinada distribución de amplitud compleja. Nótese cómo en ambos casos el haz no se enfoca en el plano de la retina, que en el modelo de Emsley está a 22.22 mm respecto al polo anterior. Para la fuente puntual que está más cercana al ojo, en la retina se forma una imagen desenfocada, como lo predice la teoría clásica de formación de imágenes (Malacara, 2015). Por otro lado, para la fuente puntual más alejada el haz es más convergente y, por consiguiente, forma en la retina una imagen mejor definida. Un ojo real compensa esto a través del mecanismo de acomodación, algo que no es posible con el modelo de Emsley debido a la falta de un cristalino o lente que auxilie a la córnea en función de la distancia del objeto de interés. En la figura 51 se observa la propagación de la luz bajo las condiciones que corresponden a las de la figura 50, solo que aquí se puede visualizar la propagación tridimensional. Cada plano es una matriz de 4096×4096 píxeles. Para formar la imagen se unieron 500 planos, esto es, se realizaron 500 propagaciones. Esto es computacionalmente costoso. Una forma de reducir la potencia computacional requerida es mediante el uso de algoritmos de interpolación. En los casos explorados, las matrices originales de 4096×4096 píxeles fueron reducidas a matrices de 256×256 . Con base en lo anterior, se construyó una matriz tridimensional de $256 \times 256 \times 256$. La figura 51 muestra el resultado obtenido. Esta manera de visualizar el cubo de datos fue posible gracias a la función *slice* () incluida en MATLAB.

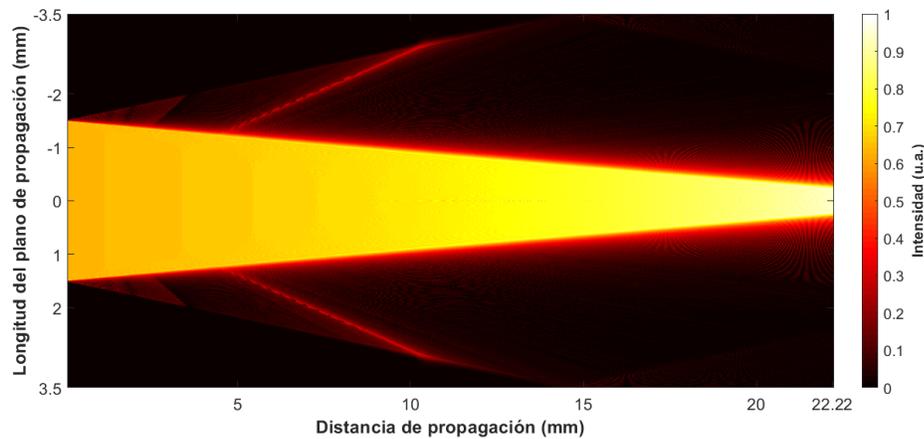


Figura 49. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda esférica, cuya fuente se ubica a $R = 100$ mm de la córnea en el eje óptico del sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm, $\lambda = 632$ nm.

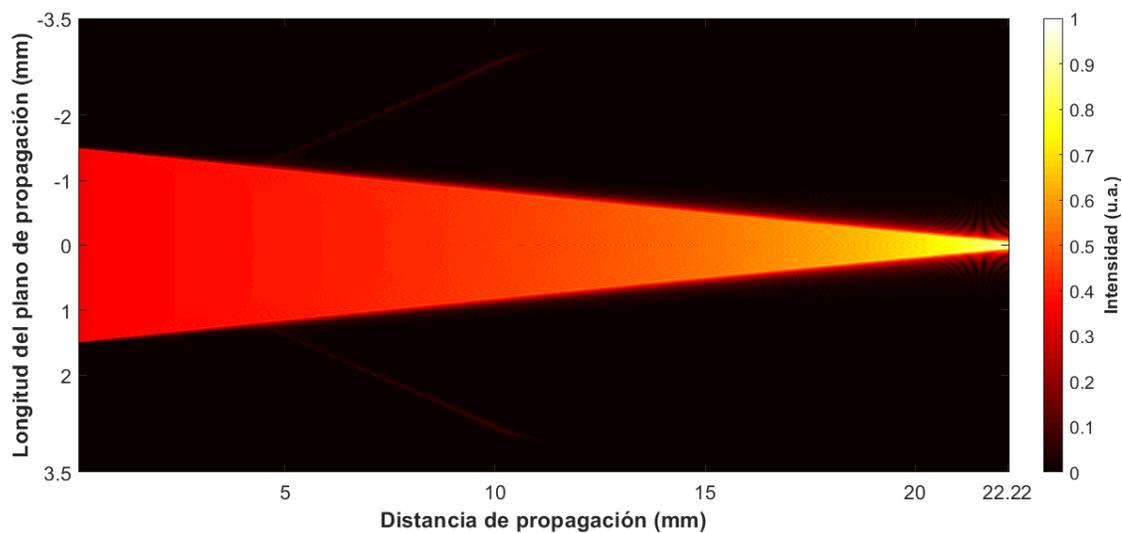


Figura 50. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda esférica, cuya fuente se ubica a $R = 500$ mm de la córnea en el eje óptico del sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 500$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm, $\lambda = 632$ nm.

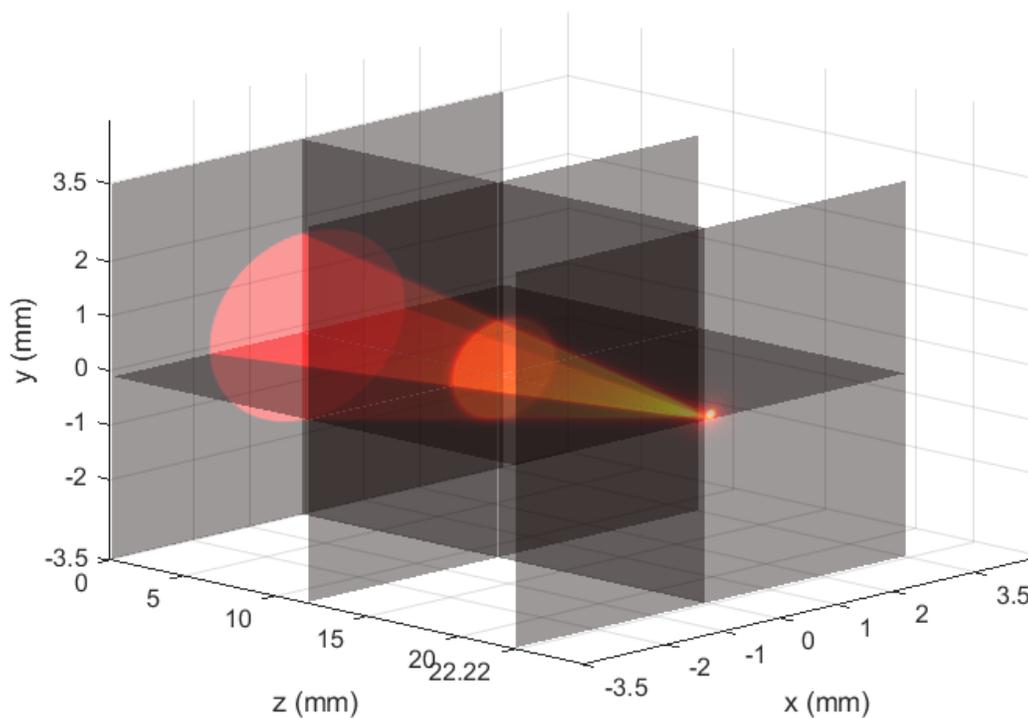


Figura 51. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Emsley tras incidir con una onda esférica, cuya fuente se ubica a $R = 500$ mm de la córnea en el eje óptico del sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $z = 22.22$ mm, $\lambda = 632$ nm.

6.4. Propagación en el modelo de Gullstrand-Emsley

Para esta simulación, se utilizaron los parámetros propios del modelo de Gullstrand-Emsley. El índice de refracción del humor acuoso n_a y del humor vítreo n_v es de $4/3$, mientras que el del cristalino n_L es 1.416. El radio de curvatura de la superficie corneal es 7.8 mm.

Este modelo requiere de dos funciones de transmitancia: una asociada a la córnea y otra al cristalino. En ambos casos se utiliza la ecuación (49), solo que cambia el parámetro $1/f$ asociado con la distancia focal. Para el caso de la córnea se utiliza la ecuación (50), de manera análoga al tratamiento que se realizó en el modelo de Emsley. Por su parte, para modelar el cristalino de Gullstrand-Emsley se utilizó la *ecuación de la lente gruesa*, dada por

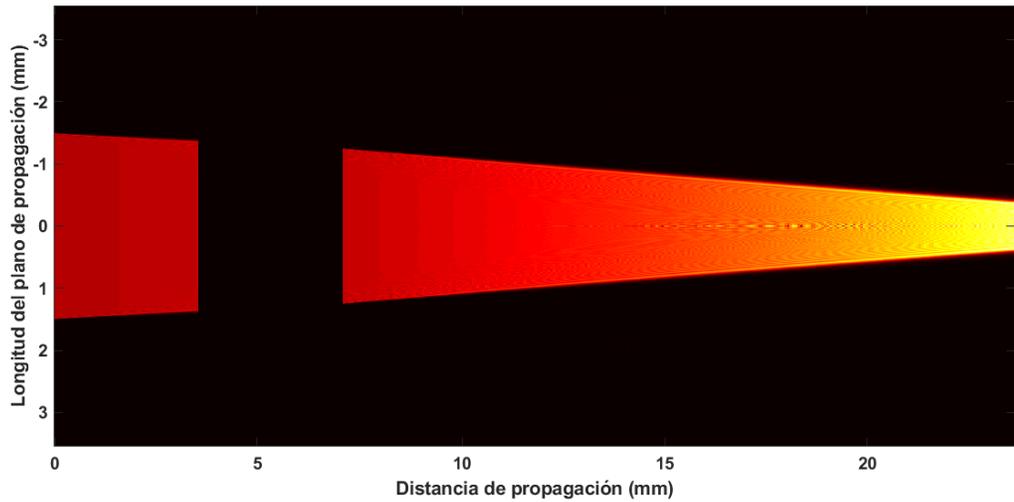
$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 \frac{d}{n_L}, \quad (53)$$

donde P es la potencia dióptrica total del cristalino, P_1 y P_2 es la potencia dióptrica de la primera y segunda superficie del cristalino, respectivamente, y d es el grosor del cristalino en la dirección del eje óptico. La potencia refractiva de ambas superficies está dada por la ecuación (1). El grosor del cristalino en este modelo depende del estado de acomodación, si está relajado este grosor es de 3.6 mm y si está acomodado es de 4 mm. Los radios de curvatura de las superficies del cristalino también varían según el estado de acomodación. Para la simulación del ojo relajado se tiene que el radio de curvatura de la superficie anterior del cristalino es $R_1 = 10$ mm y el de la superficie posterior es $R_2 = 6$ mm. Por convención, se toma como positivo el radio de curvatura, bajo el supuesto de que la luz se propaga de izquierda a derecha, cuando esta se topa con una superficie convexa; mientras que si entra en contacto con una superficie cóncava, el radio de curvatura es negativo (Goodman, 2005).

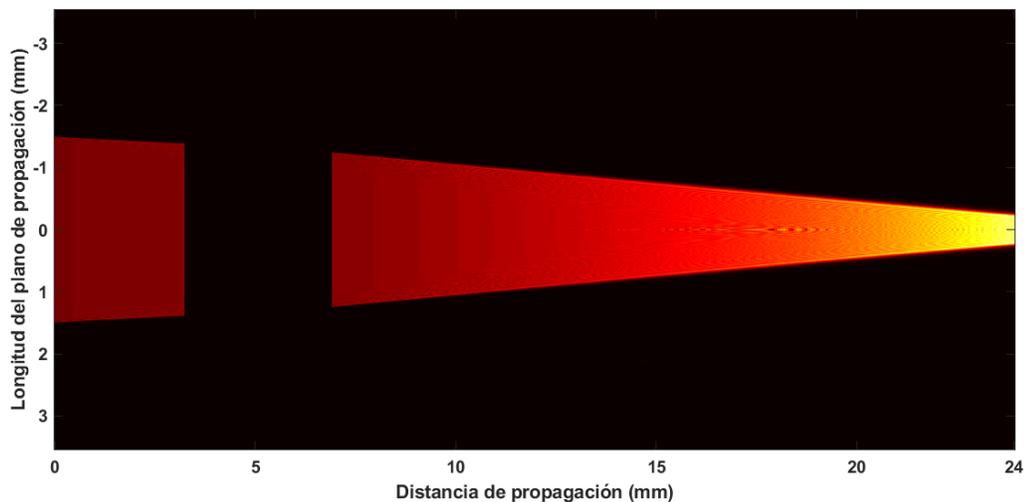
Se realizaron dos propagaciones para simular al ojo relajado de Gullstrand-Emsley. De acuerdo con este modelo, la distancia entre la córnea y la superficie anterior del cristalino es de 3.6 mm, por lo que la primera distancia de propagación es de $z_1 = 3.6$ mm. Por su parte, la segunda propagación, que es desde la superficie posterior del cristalino hasta el plano de la retina, ubicado en el polo posterior del globo ocular, es de $z_2 = 16.6962$ mm. Si se suma el grosor del cristalino (3.6 mm), respecto al eje óptico, con las distancias de propagación anteriores, se tiene la distancia axial del modelo de Gullstrand-Emsley: 23.8962 mm.

Para simular al ojo acomodado de Gullstrand-Emsley se siguieron los parámetros sugeridos en Artal

(2017). En este caso, los radios de curvatura de las superficies del cristalino se modifican, así como su grosor, que es algo que ocurre en un ojo real. Estos radios de curvatura son $R_1 = R_2 = 5$ mm, mientras que el grosor del cristalino acomodado de Gullstrand-Emsley es de 4 mm. Esta modificación del grosor del cristalino afecta la distancia entre la córnea y la superficie anterior del cristalino, reduciéndola a 3.2 mm. Por lo que la primera distancia que se propagó en la simulación del ojo acomodado fue $z_1 = 3.2$ mm. La segunda propagación cubre la misma distancia que en el modelo del ojo relajado.

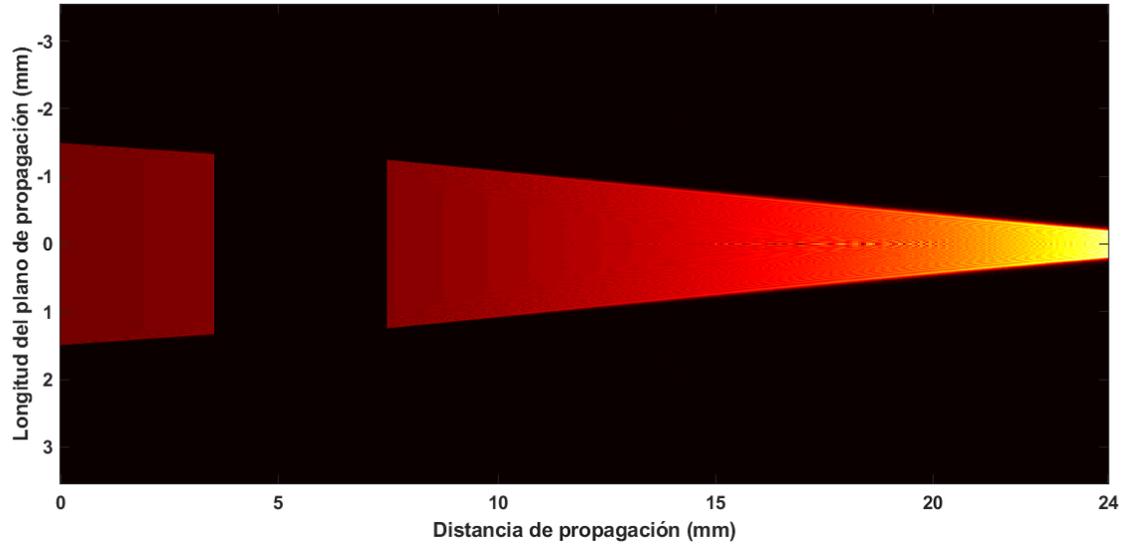


(a)

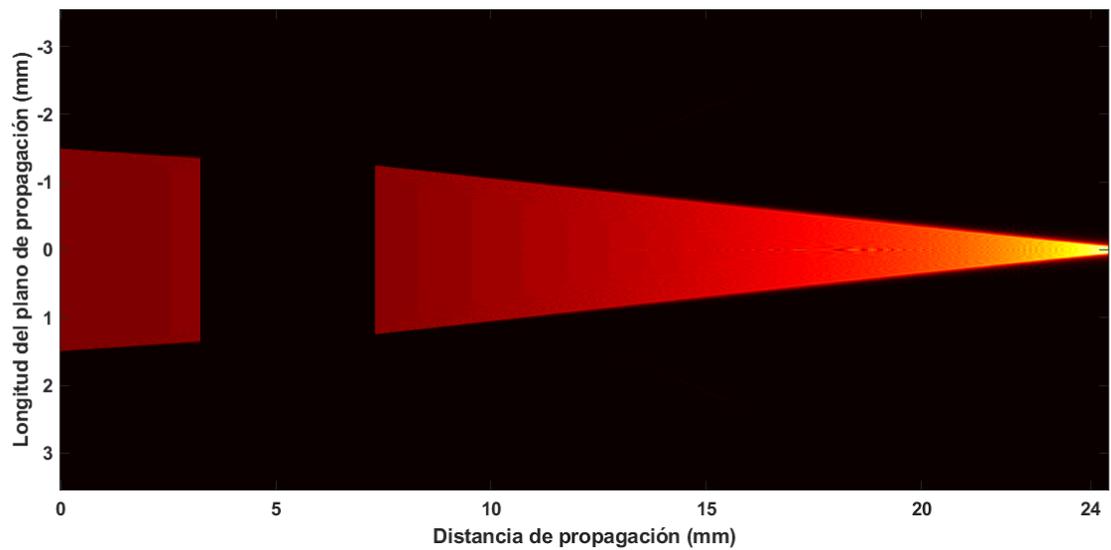


(b)

Figura 52. Visualización de la propagación de la luz en el modelo del Gullstrand-Emsley. Una onda esférica divergente, proveniente de una fuente puntual a 50 mm de la córnea, incide sobre el sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $\lambda = 632$ nm. (a) Ojo relajado: $z_1 = 3.6$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm. (b) Ojo acomodado: $z_1 = 3.2$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm.



(a)

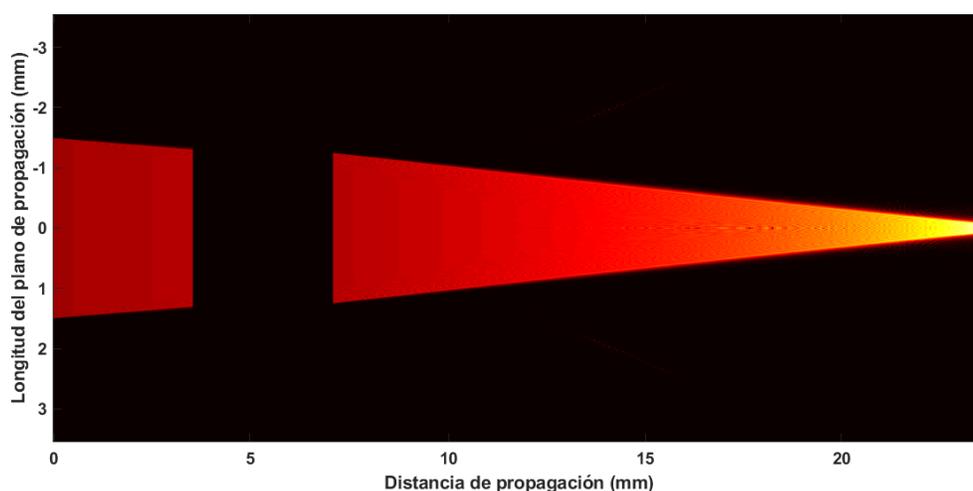


(b)

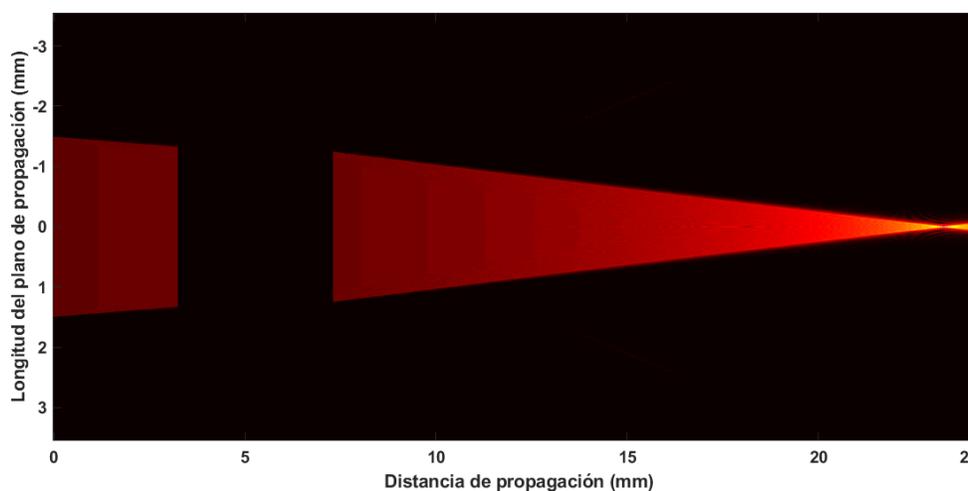
Figura 53. Visualización de la propagación de la luz en el modelo del Gullstrand-Emsley. Una onda esférica divergente, proveniente de una fuente puntual a 100 mm de la córnea, incide sobre el sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $\lambda = 632$ nm. (a) Ojo relajado: $z_1 = 3.6$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm. (b) Ojo acomodado: $z_1 = 3.2$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm.

De las figuras 52 a la 54 se observa la propagación en el modelo de Gullstrand-Emsley en las versiones del ojo relajado y acomodado. En todas las propagaciones el campo de iluminación corresponde al de una onda esférica. En el pie de figura se menciona la ubicación de la fuente puntual de donde procede esta onda esférica. En todos los casos está ubicada en el eje óptico. Nótese cómo en la simulación de

los casos relajado y acomodado, el haz se enfoca en diferentes distancias. Fisiológicamente hablando, la acomodación es un mecanismo controlado por el músculo ciliar, el cual permite al ojo enfocar objetos cercanos, aumentando el poder refractivo del mismo. En la simulación se visualiza que el haz del ojo acomodado se enfoca antes que el del ojo relajado. En la figura 54b el haz del ojo acomodado no converge en el plano de la retina, mientras que en la figura 54a sí lo hace. En un ojo real, el músculo ciliar se ajusta varias veces hasta lograr el enfoque idóneo. Lo anterior bajo el supuesto de que el ojo sea emétrope.



(a)



(b)

Figura 54. Visualización de la propagación de la luz en el modelo del Gullstrand-Emsley. Una onda esférica divergente, proveniente de una fuente puntual a 300 mm de la córnea, incide sobre el sistema. Los parámetros utilizados son $M = 4096$, $n = 256$, $L = 7$ mm, $\lambda = 632$ nm. (a) Ojo relajado: $z_1 = 3.6$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm. (b) Ojo acomodado: $z_1 = 3.2$ mm y $z_2 = 16.6962$ mm.

En estas figuras se puede notar que existe una región en negro. Esto se debe a que es el espacio que ocupa el cristalino. Los efectos de esta lente sobre la luz fueron concentrados en la función de transmitancia del cristalino de Gullstrand-Emsley, siendo esta última ubicada en el punto donde se encuentra el ápice de la superficie posterior del cristalino. Cabe resaltar que por cada propagación se utilizaron 256 planos. Sin embargo, para respetar la proporción de distancias entre las propagaciones córnea-cristalino y cristalino-retina, se realizó en el primer caso una interpolación, reduciendo el número de planos. Mientras que para la región en negro se agregó una matriz con ceros, con un número de elementos proporcional al grosor del cristalino.

6.5. Propagación en el modelo de Kasprzak

En este apartado se aborda un modelo que se aleja de los modelos paraxiales, recordando que estos se caracterizan por tener superficies esféricas, como se mencionó más arriba. Para simular las propagaciones se utilizó un procedimiento análogo a las que se realizaron con los modelos de Emsley y de Gullstrand-Emsley, esto es, se tiene una función de transmitancia para la córnea y otra para el cristalino de Kasprzak.

Para la córnea se usó como modelo una superficie esférica dada por

$$z = \frac{(x^2 + y^2)}{R + \sqrt{R^2 - (1 + Q)(x^2 + y^2)}}, \quad (54)$$

donde z representa el eje óptico, R es el radio de curvatura y Q es la asfericidad de la superficie — $Q < 0$ es una superficie hiperbólica, $Q = 0$ es una superficie esférica y $Q > 0$ una superficie elipsoidal—. Este elipsoide oblató se achata sobre los polos, extendiéndose a lo largo del eje óptico, mientras que el elipsoide se achata en la dirección del eje óptico (Artal, 2017). Lo anterior se puede observar en la figura 55. La ecuación (54) permite aproximarse a la asfericidad que posee una córnea de un ojo real. De acuerdo con Atchison and Smith (2002), la córnea tiende a aplanarse conforme la superficie se aleja del centro. Esta asfericidad contribuye a reducir la aberración esférica, sin embargo, no la elimina. Otra posible razón de este aplanamiento es posibilitar la unión de la córnea con el resto del globo ocular.

La función de transmitancia de esta córnea esférica se puede modelar como Goodman (2005)

$$t_c(x, y) = e^{ik\Delta_0} e^{-ik(n_c-1)z}, \quad (55)$$

Aquí Δ_0 es el grosor de la córnea, n_c es el índice de refracción de la córnea y z está dada por la ecuación (54).

Por otro lado, el perfil del cristalino está dado como viene en la sección de los modelos del ojo del presente escrito, donde se resalta la ecuación (9) como base para la elaboración del modelo. Siguiendo a Kasprzak (2000) y Pérez et al. (2005b), se escribió un programa que reproduce este modelo —ver programa 5—. Los parámetros utilizados fueron $d = 1.73 \text{ mm} + 0.013 \text{ mm} \cdot \text{edad}$, $R_a = 16.815 \text{ mm} - 0.015 \text{ mm} \cdot \text{edad}$, $R_p = 8.718 \text{ mm} - 0.015 \text{ mm} \cdot \text{edad}$, $p_a = 0.929$, $p_p = 0.764$, $m = 6.11$, $s_a = 1.62$ y $s_p = 1.65$. Para un individuo de 30 años, los primeros tres parámetros quedan como $d = 2.12 \text{ mm}$, $R_a = 13.695 \text{ mm}$ y $R_p = 8.268 \text{ mm}$. En la figura 56 se muestra una imagen del cristalino basado en el modelo de Kasprzak en tres dimensiones.

El camino óptico que sigue la luz al pasar por el cristalino, siguiendo a Pérez et al. (2005b), está dado por

$$Crist(\varphi) = n_a[d - \rho(\pi - \varphi)\cos\varphi] + n_c[\rho(\pi - \varphi) + \rho(\varphi)]\cos\varphi + n_v[d - \rho(\varphi)\cos\varphi]. \quad (56)$$

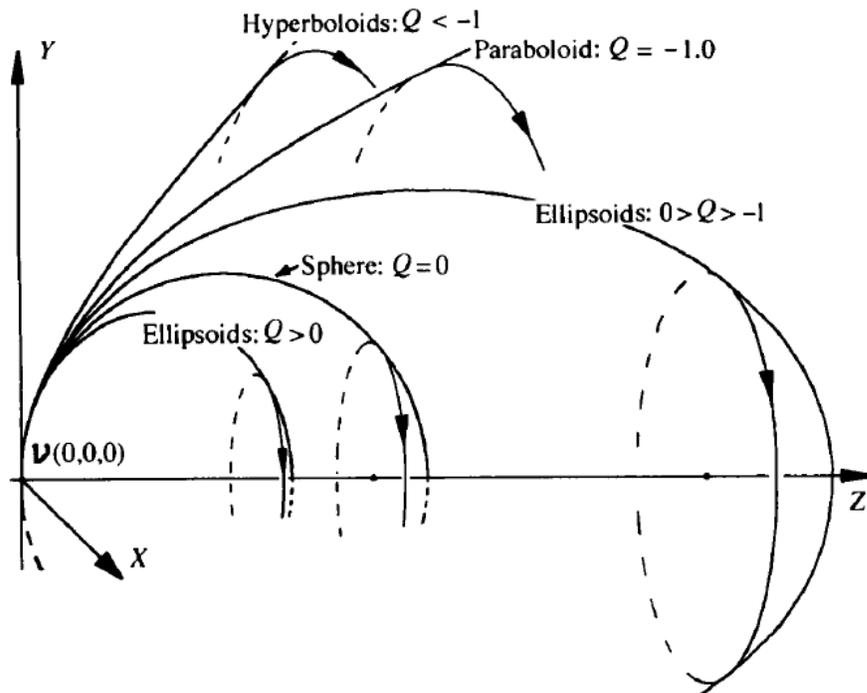
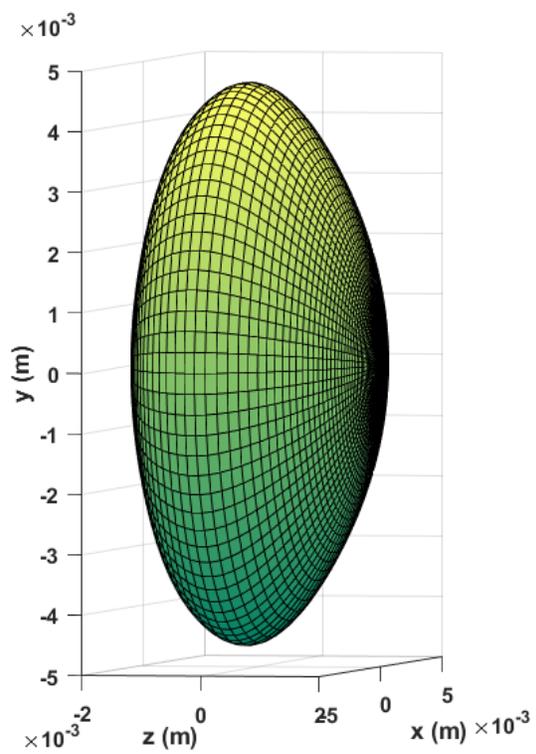
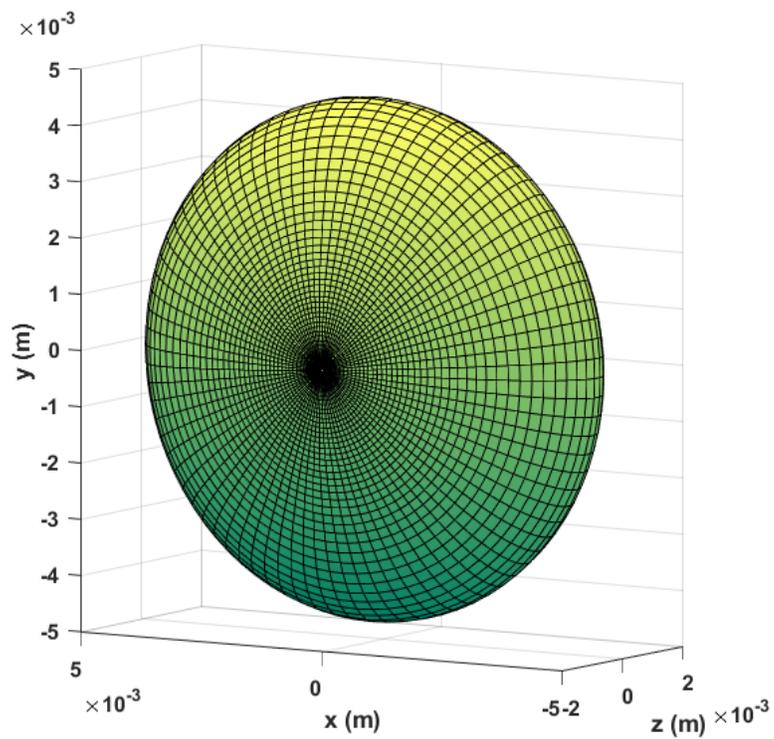


Figura 55. Efectos de la asfericidad Q en la figura de la conicoide. Tomado de Atchison and Charman (2011).



(a)



(b)

Figura 56. Cristalino elaborado en MATLAB con base en el modelo de Kasprzak (a) Vista sagital (b) Vista frontal.

En el programa de MATLAB que se realizó para calcular la ecuación (56) se pasó de coordenadas cilíndricas a cartesianas, lo anterior para garantizar la construcción de la malla bidimensional asociada a la función de transmitancia del cristalino. Una aportación de este trabajo fue la adaptación de esta función de transmitancia para utilizarse en el algoritmo desarrollado, la cual se puede consultar en el programa 5 del anexo. Esta función de transmitancia es

$$t_{Crist}(x, y) = e^{-ikn_aCrist(x,y)}. \quad (57)$$

Con las funciones de transmitancia para la córnea esférica y para el cristalino de Kasprzak se realizó la simulación de la propagación en este sistema.

Los parámetros asociados a la córnea fueron $R = 6.6 \text{ mm} - 0.005 \text{ mm} \cdot \text{edad}$, $Q = -0.1 - 0.007 \cdot \text{edad}$, $L = 8.2 \text{ mm}$, $M = 4096$ y $n = 256$. Para un individuo de 30 años se tiene que $Q = -0.31$ y $R = 6.45 \text{ mm}$.

La distancia de la primera propagación es $z_1 = 4 \text{ mm}$, siguiendo los parámetros de Pérez et al. (2005a). Se tomó la distancia de 4 mm entre el polo anterior y la superficie anterior del cristalino. Por otro lado, la distancia $z_2 = 18 \text{ mm}$ corresponde a la distancia entre el cristalino y la córnea.

En la figura 57 se visualiza la propagación tridimensional en el modelo de Kasprzak con los parámetros mencionados anteriormente. Al igual que en el caso del modelo de Gullstrand-Emsley, se dejó una sección en negro en el cono de propagación, la cual es proporcional al espacio que ocupa el cristalino de Kasprzak.

Este modelo es significativamente más complejo y sofisticado que los otros dos simulados. Tiene el potencial de incorporar datos biométricos, de manera que se pueden simular córneas y cristalinios de sujetos particulares. Para obtener los datos biométricos relacionados con la córnea se suele emplear la topografía corneal. Una de las fortalezas del cristalino de Kasprzak es que este modelo es capaz de predecir aberraciones esféricas y MTF que coinciden con datos experimentales, de acuerdo con Pérez et al. (2005b). El uso combinado de datos reales de ojos, junto con el formalismo de propagación utilizado en este trabajo y la implementación de este modelo de Kasprzak permite una simulación realista de la propagación de la luz dentro del ojo humano.

En la siguiente sección se incluirán aberraciones a las córneas de los modelos anteriores, de modo que se visualicen sus efectos en la propagación y en la imagen resultante en el plano de observación.

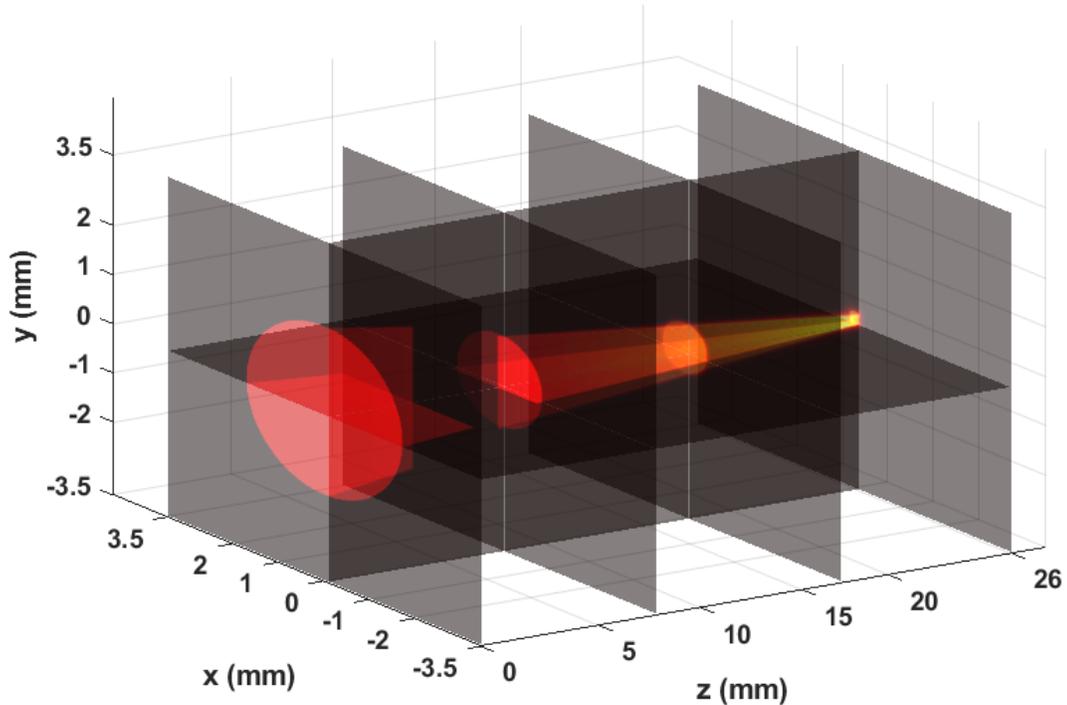


Figura 57. Visualización de la propagación de la luz en el modelo con córnea esférica y cristalino de Kasprzak.

6.6. Simulación de aberraciones mediante polinomios de Zernike

La luz que proviene de un objeto puede considerarse como un continuo de fuentes puntuales. En el contexto de la óptica geométrica, cada una de estas fuentes emite rayos en todas las direcciones. Los rayos que parten de un punto y pasan por un sistema óptico con aberraciones se enfocan en un punto distinto del que se enfocarían en un sistema óptico ideal. Por otra parte, para la óptica ondulatoria, cada fuente puntual emite una onda esférica divergente, la cual llega a la pupila de entrada del sistema óptico. Para redirigir la luz a un punto del plano focal, el sistema óptico introduce un retraso de fase al frente de onda esférico divergente, convirtiéndolo en un frente de onda esférico convergente. Con esto, una aberración se entiende como cualquier desviación del retraso de fase que impide que los rayos provenientes de un objeto se enfoquen en el plano de la imagen como en el caso ideal. La luz puede experimentar diversos tipos de aberraciones pero la descripción exhaustiva de estos efectos rebasa los alcances de este trabajo. No obstante, se abordará brevemente una formulación matemática comúnmente empleada para modelar estas aberraciones en términos de polinomios. Para expresar aberraciones arbitrarias de un frente de onda se utiliza la expansión polinomial, conocida como *aberraciones de Seidel*,

$$W(r, \theta) = A_0 + A_1 r \cos \theta + A_2 r \sin \theta + A_3 r^2 + A_4 r^2 \cos(2\theta) + A_5 r^2 \sin(2\theta) + \dots, \quad (58)$$

donde r es una coordenada polar normalizada de la pupila. Algunos de los términos de esta expansión polinomial están clasificados como se muestra en la tabla 1. Los coeficientes A_i dependen del ángulo de propagación del campo, pero por simplicidad, cuando se realizan simulaciones, de acuerdo con Schmidt (2010), se suelen tomar como constantes. Esta expansión polinomial es conveniente por su simplicidad y que se puede utilizar directamente a través del trazo de rayos, sin embargo, el problema ocurre cuando se empieza a tratar con aberraciones más complejas.

6.6.1. Polinomios de Zernike

A la función $W(r, \theta)$ se le conoce como *función de aberración*. La función de aberración de un sistema con una pupila de salida circular puede ser expandida en un conjunto de polinomios normalizados, conocidos como *polinomios de Zernike*, los cuales son ortogonales sobre un círculo unitario de la forma

$$W(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n c_{nm} Z_n^m(r, \theta), \quad (59)$$

donde c_{nm} son coeficientes de expansión que dependen de la localización del objeto puntual y n y m son enteros positivos, tal que $m \leq n$ (Mahajan, 2007). Siguiendo la convención de Noll (1976), los polinomios están definidos como

$$Z_n^m(r, \theta) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) G^m(\theta). \quad (60)$$

Por conveniencia, se expresa a $Z_n^m(r, \theta)$ con solo un índice $Z_i(r, \theta)$. A $R_n^m(r)$ y a $G^m(\theta)$ se les conoce como factor radial y azimutal, respectivamente. Su expresión matemática puede consultarse en Schmidt (2010). Entonces, cualquier frente de onda $W(r, \theta)$ puede ser escrito como una serie de Zernike con coeficientes a_i dados por

$$W(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i Z_i(r, \theta). \quad (61)$$

Tabla 1. Algunos términos de las aberraciones de Seidel y sus nombres. Tomado de Schmidt (2010).

Término	Nombre
A_0	Pistón
$A_1 r \cos \theta + A_2 r \sin \theta$	Tilt
$A_3 r^2$	Desenfoque
$A_4 r^2 \cos(2\theta) + A_5 r^2 \sin(2\theta)$	Astigmatismo
$A_6 r^3 \cos \theta + A_7 r^3 \sin \theta$	Coma
$A_8 r^4$	Aberración esférica

A continuación se mostrará la simulación y aplicación de estos polinomios normalizados en los modelos que se analizaron en el presente escrito.

6.6.2. Simulación de aberraciones en los modelos del ojo

Para estas simulaciones, el cambio de fase se introduce tras la interacción del frente de onda con la superficie corneal. Se utilizó una rutina de MATLAB con la que se pueden generar combinaciones lineales de los primeros 64 polinomios de Zernike, de acuerdo con el trabajo de Negrete-Regagnon (1995). Con esta rutina se pueden combinar al gusto estos polinomios, modificando el peso de los coeficientes en la suma, de manera que genera una fase asociada a un frente de onda. El programa utiliza un índice para determinar el tipo de aberración que se desea simular, como se puede ver en la ecuación (61).

Como referencia, en la obra de Schmidt (2010), en la tabla 5.2 se mencionan los primeros 32 polinomios de Zernike. Una vez obtenido el frente de onda $W(x, y)$, la fase asociada se puede expresar como $\phi = 2\pi W(x, y)$, lo anterior siguiendo a Schmidt (2010). De modo que al combinar esta fase con el cambio de fase que introduce la función de transmitancia, tenemos que

$$t_c(x, y) = \tau_c(x, y) e^{i2\pi W(x, y)}, \quad (62)$$

donde $\tau_c(x, y)$ es la función de transmitancia asociada a la córnea sin aberraciones. Entonces, el campo transmitido no es más que el producto del campo incidente por la función de transmitancia, dada por la ecuación (62).

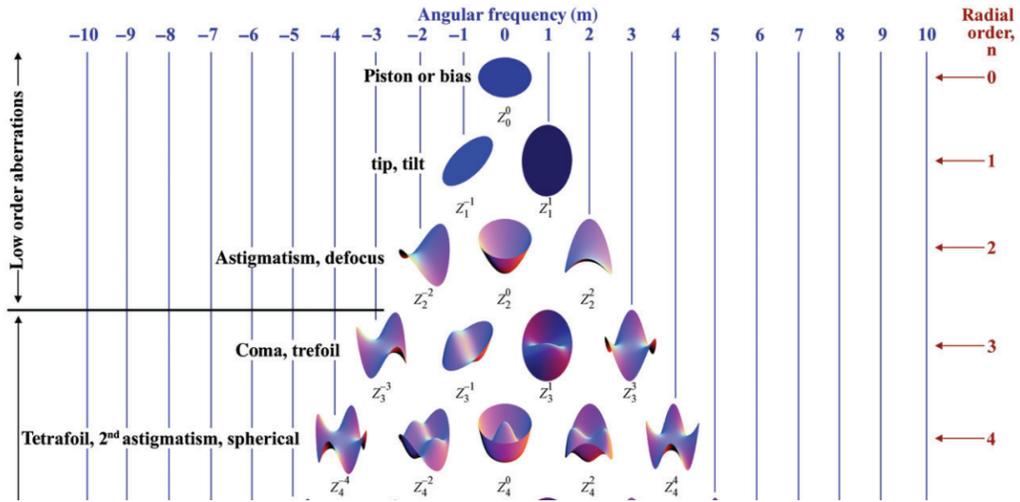
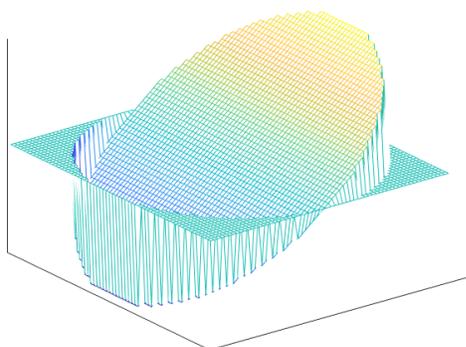


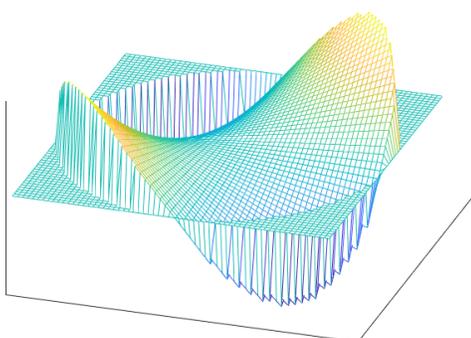
Figura 58. Formas asociadas a algunos polinomios de Zernike hasta el cuarto orden. Tomado de Lakshminarayanan and Flece (2011).

En la figura 58 se muestran algunas superficies asociadas a algunos polinomios de Zernike. En el artículo de Lakshminarayanan and Flece (2011) viene una tabla que tiene hasta diez órdenes. Esta permite observar el efecto que la frecuencia angular y el orden radial tienen en la fase de estas aberraciones.

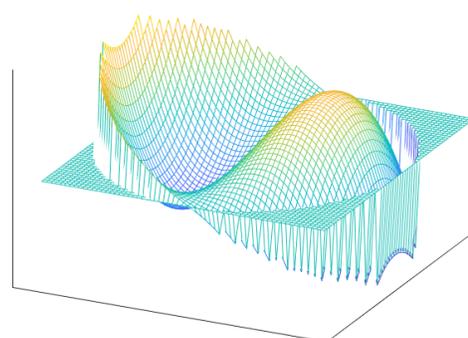
En este trabajo se simuló aberraciones de orden menor, sin embargo, es posible dentro de los límites computacionales incluir aberraciones de orden superior o cualquier combinación de estos polinomios. Por otra parte, en la figura 59 se observan unas superficies asociadas a los polinomios de Zernike con los nombres de las aberraciones correspondientes. En este caso se presentan tip, astigmatismo, coma, trefoil y aberración esférica. En la figura 60 se muestran las imágenes resultantes en el plano del modelo de Emsley. Este plano se encuentra ubicado en el polo posterior del ojo, esto es, a 22.22 mm del plano corneal. Se realizó un acercamiento al plano final de la propagación para observar la imagen con mayor detalle. En la figura 60b se observa el efecto de tip, provocando una desviación del campo de luz respecto al eje de simetría, en este caso, desplazándolo hacia la derecha. En las figuras 60c a 60e se tiene el efecto de las aberraciones astigmatismo, coma y trefoil. En la figura 61 se simula la propagación de un campo de luz aberrado por una córnea con astigmatismo. Esta simulación se realizó en el modelo de Emsley utilizando el código de propagación elaborado en este trabajo. En el plano retinal se puede observar cómo se forma un patrón circular con una serie de haces que forman una cruz, que es algo característico de esta aberración. Aquellos que sufren de este error refractivo podrán constatar que algunas fuentes de luz, si no es que todas, se observan como si emanaran haces cruzados de ellas, probablemente por la interpretación fisiológica que el cerebro realiza una vez que el campo de luz entra en contacto con la retina y sus respectivos fotorreceptores.



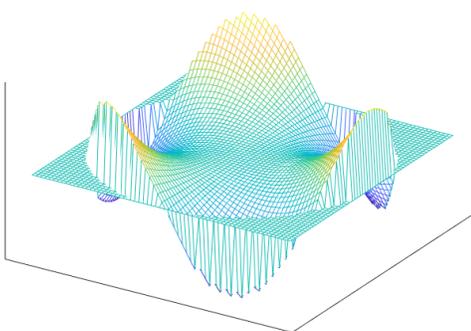
(a)



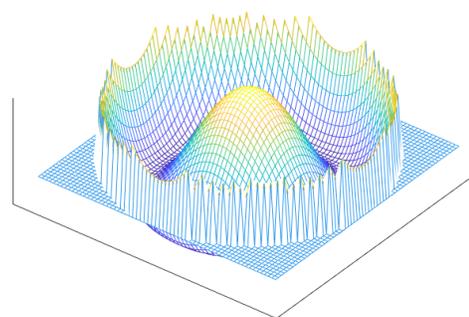
(b)



(c)



(d)



(e)

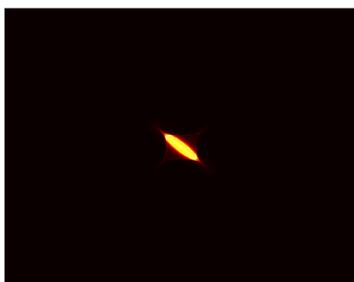
Figura 59. Superficies de algunos polinomios de Zernike que fueron modeladas en MATLAB. Estos corresponden a las siguientes aberraciones: (a) Tip. (b) Astigmatismo. (c) Coma. (d) Trefoil. (e) Aberración esférica.



(a)



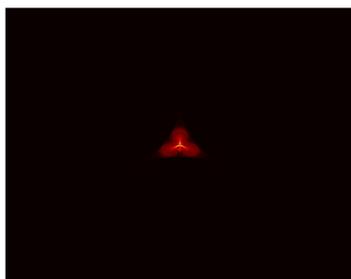
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 60. Imágenes resultantes tras propagar la luz en el modelo de Emsley. La onda incidente es una onda esférica proveniente de una fuente puntual ubicada a 600 mm de la córnea. En (a) se tiene la imagen libre de aberraciones, mientras que las restantes fueron afectadas por las siguientes: (b) Tip. (c) Astigmatismo. (d) Coma. (e) Trefoil.

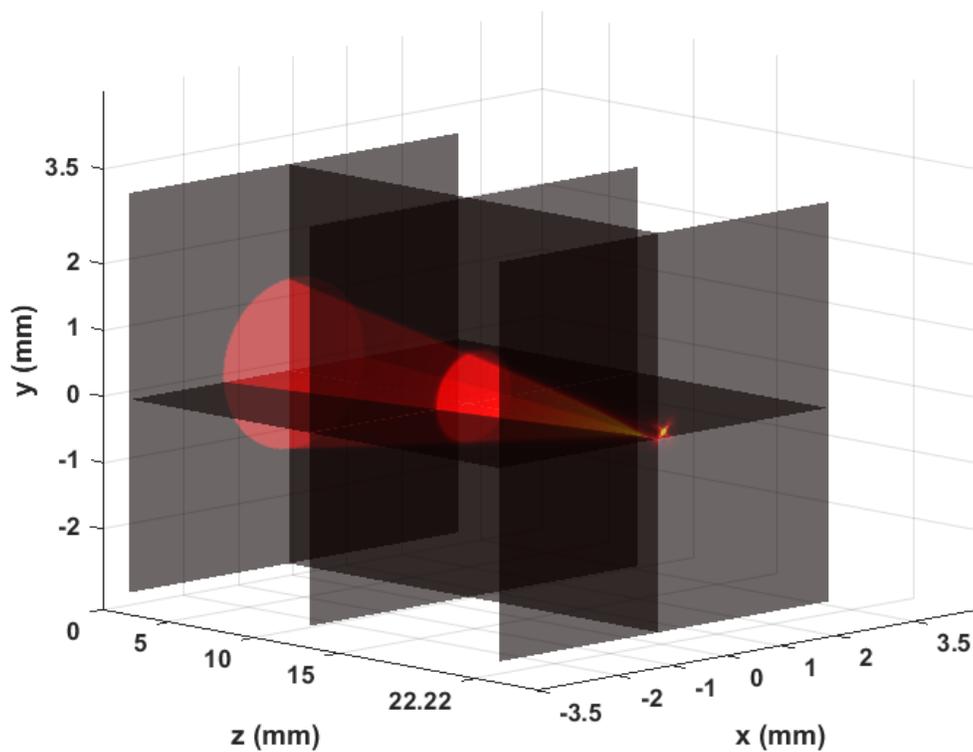


Figura 61. Visualización de la propagación de la luz con una córnea con astigmatismo en el modelo de Emsley.

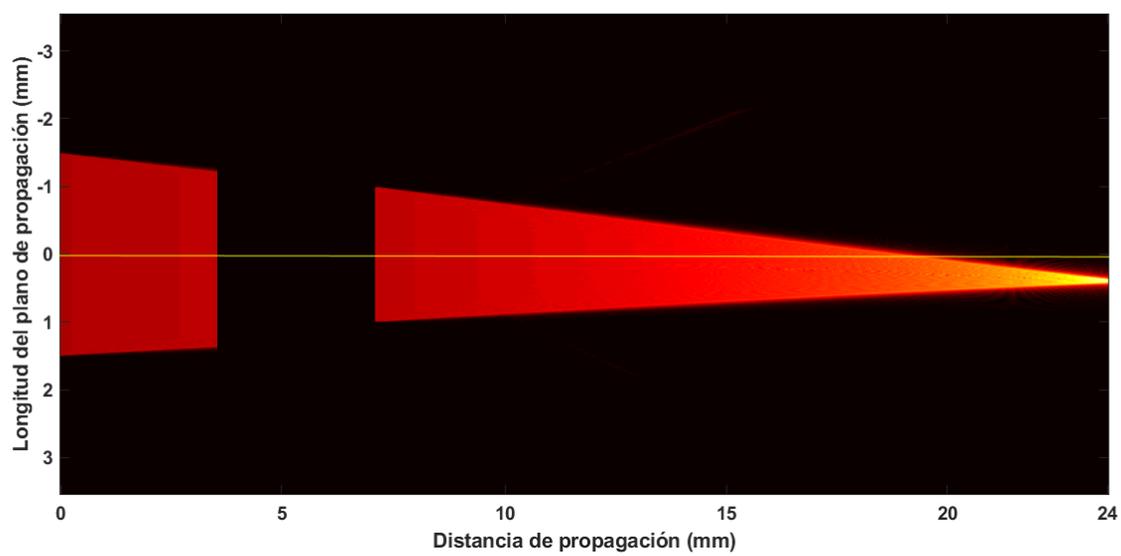


Figura 62. Visualización de la propagación de la luz con una córnea con aberración tilt (tercer polinomio de Zernike), en el modelo de Gullstrand-Emsley.

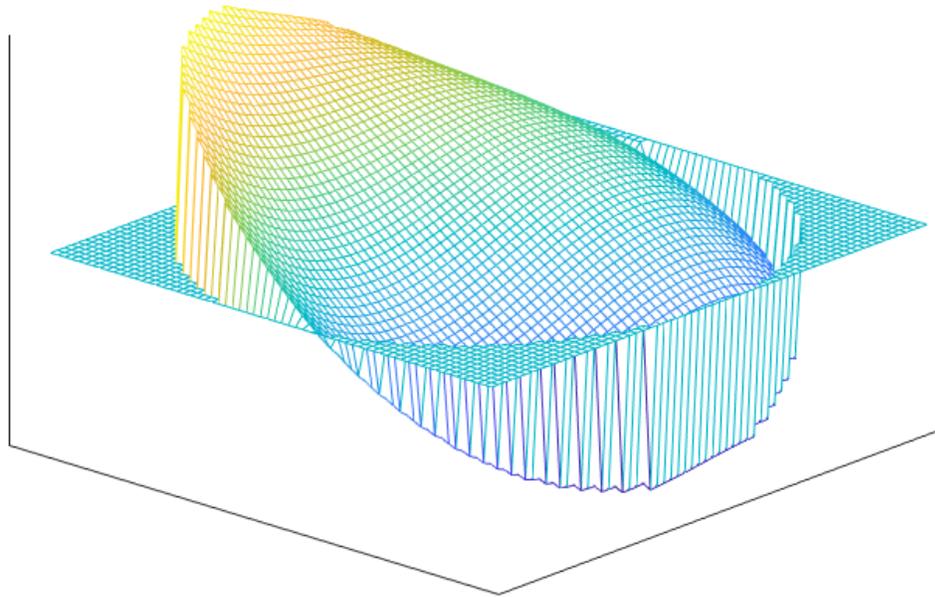


Figura 63. Fase resultante tras sumar tres polinomios de Zernike: tip, astigmatismo y coma.

Otro ejemplo de estas aberraciones se obtuvo con el modelo de Gullstrand-Emsley en su versión relajada. Para esto, se aplicó la aberración de tilt, la cual, como se ve en la figura 62, genera una desviación del haz, provocando que se enfoque fuera del eje óptico. En esta figura se trazó una línea amarilla que representa al eje óptico para facilitar la visualización de esta desviación. La siguiente simulación es una combinación de tres aberraciones: tip, astigmatismo y coma. En la figura 63 se observa la fase resultante tras sumar tres polinomios de Zernike, correspondientes a las aberraciones antes mencionadas. En la figura 64 se observa la imagen en el plano final de la propagación en el modelo de Kasprzak con esta combinación de aberraciones. Nótese cómo la imagen no se forma en el centro del plano retinal, lo cual se puede visualizar tridimensionalmente en la figura 65.

En esta sección se comprobó que con este método se pueden simular aberraciones a través de polinomios de Zernike, de manera que se pueden emplear, en combinación con el uso de datos biométricos, para modelar de manera realista la propagación de la luz en ojos particulares.



Figura 64. Imagen en el plano final de la propagación en el modelo de Kasprzak con la combinación de las aberraciones tip, astigmatismo y coma.

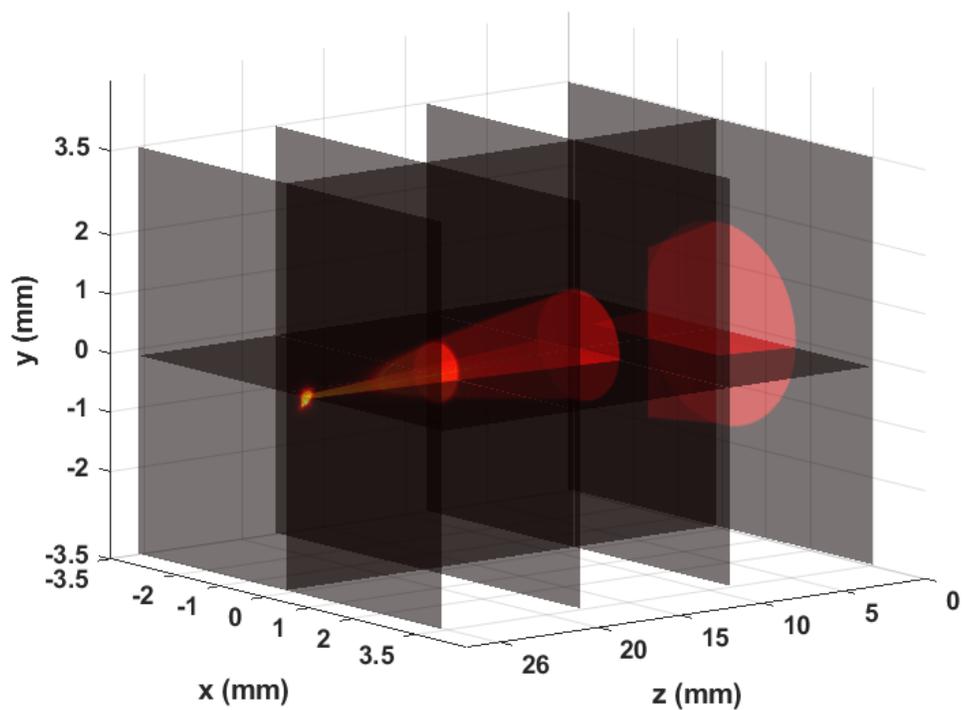


Figura 65. Visualización de la propagación de la luz en el modelo de Kasprzak con las aberraciones tip, astigmatismo y coma.

Capítulo 7. Conclusiones

Como se ha mostrado, la óptica de la visión es un campo amplio que toca varias áreas del conocimiento: anatomía, fisiología, historia de la ciencia, matemáticas y física. En este apartado se mostrarán las conclusiones de este trabajo y las preguntas que han quedado abiertas.

En este trabajo se realizó una revisión sobre la anatomía, fisiología y óptica del ojo humano con el fin de tener una fuente de consulta que motive a acercarse al estudio del ojo como un sistema óptico. La idea fundamental detrás de esto es dejar un precedente para realizar investigación en torno a la óptica visual en el Departamento de Óptica del CICESE. Esto nos llevó a comprender la dificultad de elaborar modelos funcionales del ojo, valorando así el esfuerzo histórico de aquellos que se han aventurado a formular un modelo propio. Aún en nuestros días, resulta innegable la necesidad de contar con modelos para el ojo que sean funcionales, prácticos y capaces de ser utilizados en el área clínica y médica. Con trabajo interdisciplinario es posible desarrollar modelos cada vez más sofisticados, precisos y eficaces para contribuir al diagnóstico, prevención y tratamiento de enfermedades relacionadas con el ojo. Por supuesto, no se puede realizar un modelo matemático preciso sobre el ojo si se ignoran las peculiaridades biológicas del mismo.

El uso de óptica ondulatoria —esencialmente óptica de Fourier— permite considerar a la luz como una señal bidimensional que llega al ojo. Esta señal se ve modificada al interactuar con la córnea y el cristalino y han habido pocos reportes que formulen el problema como uno de propagación de Fresnel. Parte del interés de este trabajo ha sido visualizar la propagación tridimensional bajo la formulación del espectro angular en tres modelos: Emsley, Gullstrand-Emsley y uno basado en el cristalino de Kasprzak. La implementación de esta simulación fue hecha con rutinas de MATLAB propias y el código de propagación está basado en el uso de funciones de transferencia asociadas a las superficies refractivas y los métodos empleados en la óptica de Fourier.

Uno de los principales retos de esta investigación fue realizar una adecuada representación de los diversos elementos ópticos en funciones de transmitancia capaces de modelar al sistema óptico en cuestión. Esto fue retador sobre todo para el último modelo, el basado en el cristalino de Kasprzak, donde hubo que adaptar este modelo como función de transmitancia para emplearlo en el código de propagación que se desarrolló. Otro aporte digno de mención utilizando esta estrategia se refiere a la velocidad de ejecución del cálculo utilizando una computadora común.

Al utilizar métodos de óptica de Fourier, esencialmente el espectro angular, se pudo realizar el cálculo del campo propagado mediante el uso de funciones de transferencia en cuestión de solo segundos. Si bien la

simulación de la propagación para un solo plano puede tomar segundos, la visualización de una imagen tridimensional, dependiendo del número de planos, puede tomar de 15 a 30 minutos —según el modelo del ojo a simular—. El método para formar estas imágenes está inspirado en el trabajo realizado por Rico (2020). Aquí el principal reto fue el de incorporar dos o más funciones de transmitancia en la propagación. Una vez superado este problema es posible introducir cualquier número de funciones de transmitancia, creando la posibilidad de introducir elementos correctivos para las aberraciones del sistema —lentes oftálmicos y/o lentes intraoculares—. Como ejemplo de este último caso se introdujeron aberraciones de fase a través de polinomios de Zernike, observando cómo estas afectan la propagación de la luz dentro del ojo.

Se comprobó la importancia de operar dentro de los límites de validez que se determinaron en el capítulo 6, siendo relevante la adecuada selección de la longitud del plano de propagación, del número de elementos de la matriz del plano fuente y de la distancia de propagación. Es conveniente, con base en la experiencia de esta investigación, trabajar con el mismo número de elementos de matriz, independientemente de la distancia a la que se encuentre el plano de observación respecto al plano de la función de transmitancia. Sin embargo, se sugiere trabajar con matrices con un número de elementos mayor o igual a 4096 elementos por dirección. Esto contribuye a tener una señal bidimensional bien muestreada, posibilitando una adecuada visualización de la propagación del campo de luz. Es de considerarse que con el método de propagación empleado en este trabajo se puede acercar bastante el primer plano de observación a la función de transmitancia. Una de las razones por las que se necesita un alto número de elementos de matriz se debe al detalle asociado a las altas frecuencias, las cuales se van perdiendo conforme se propaga el campo.

En este trabajo se utilizaron fuentes puntuales ubicadas en el eje óptico, por lo que las imágenes simuladas se restringen a este caso. Algo que queda pendiente es variar la posición de las fuentes puntuales, de modo que estas se encuentren fuera del eje óptico. Ahora, como sistema formador de imágenes en la retina, se sugiere explorar mediante el análisis de la PSF, MTF y la razón de Strehl —que se entiende como la razón de la PSF del sistema en el eje óptico y la PSF libre de aberraciones, lo cual da una métrica muy útil para determinar el desempeño óptico del sistema en cuestión—, si los modelos empleados concuerdan con resultados experimentales. Este análisis permitiría determinar la calidad óptica del sistema. La herramienta podría ser utilizada con datos biométricos individuales para la córnea y el cristalino de sujetos con parámetros diferentes. De esta manera se podría poner a prueba la herramienta con datos biométricos sobre la córnea y el cristalino de sujetos con diversos parámetros: edad, ojos afáquicos —esto es, sin cristalino—, ojos con condiciones pre y postoperatoria, etc.

Otra de las ventajas de la herramienta desarrollada en este trabajo es que no solo se puede analizar la distribución del campo en el plano retinal, sino en cualquier región de interés dentro del ojo. Esto podría incorporar métodos para estudiar la propagación y el esparcimiento a través de medios no homogéneos.

Como se mencionó anteriormente, una de las maneras más empleadas en la literatura para simular la propagación de la luz dentro del ojo humano es mediante algoritmos de trazo de rayos. En este trabajo se presentó una propuesta alternativa: una implementación basada en óptica ondulatoria. Sin embargo, algo que quedó pendiente fue el explorar a través de un estudio comparativo las ventajas y desventajas de este último método respecto al trazo de rayos. Quizás esto permitiría dar respuesta a la pregunta de cuáles son las posibles razones por las que el formalismo de la óptica ondulatoria no sea popular dentro de la literatura relacionada con la óptica visual.

Este cristalino se expuso en la sección de modelos del ojo en esta tesis. Resulta una propuesta novedosa en el área de la óptica visual dado que permite simular el índice de refracción gradiente del cristalino y la geometría del mismo con tan solo variar un parámetro que está dentro de una función analítica. Dado que en este trabajo se pudo implementar el modelo de Kasprzak, se sugiere la posibilidad de calcular la función de transmitancia asociada al modelo de Jaimes-Nájera et al. (2020) y estudiar la propagación y la calidad de la imagen resultante.

Literatura citada

- Anguiano-Morales, M., Martínez, A., Iturbe-Castillo, D., and Chávez-Cerda, S. (2008). Different field distributions obtained with an axicon and an amplitude mask. *Optics Communications*, 281(3):401–407.
- Artal, P. (2014). Optics of the eye and its impact in vision: a tutorial. *Advances in Optics and Photonics*, 6(3):340–367.
- Artal, P. (2017). *Handbook of Visual Optics. Fundamentals and Eye Optics.*, volume I. CRC Press, Boca Raton.
- Atchison, D. (2017). Schematic eyes. In Artal, P., editor, *Handbook of Visual Optics*, volume I, pages 235–248. CRC Press, Florida.
- Atchison, D. and Smith, G. (2002). *Optics of the Human Eye*. Elsevier, Edinburgh.
- Atchison, D. A. and Charman, W. N. (2011). Thomas Young's Investigations in Gradient-Index Optics. *Optometry and Vision Science*, 88(5):E580–E584.
- Atchison, D. A. and Thibos, L. N. (2016). Optical models of the human eye. *Clinical and Experimental Optometry*, 99(2):99–106.
- Bedggood, P. A., Ashman, R., Smith, G., Metha, A. B., Cheng, H., Barnett, J. K., Vilupuru, A. S., Marsack, J. D., Kasthurirangan, S., Applegate, R. A., and Roorda, A. (2000). Multiconjugate adaptive optics applied to an anatomically accurate human eye model. *Ophthalmic Physiol. Opt*, 17(18):8019–8030.
- Boettner, E. A. and Wolter, . R. (1964). Transmission of the ocular media. *Investigative Ophthalmology*, 1(6):776–783.
- Born, M. and Wolf, E. (1970). *Principles of Optics*. Pergamon Press, New York, 4th ed.
- Brown, N. (1974). The Change in Lens Curvature with Age. *Exp. Eye Res*, 19:175–183.
- Charman, N. (2010). Optics of the Eye. In Bass, M., editor, *Handbook of Optics*, volume III, pages 1–65. McGraw-Hill, New York, 3rd ed.
- Coudrillier, B., Pijanka, J., Jefferys, J., Sorensen, T., Quigley, H. A., Boote, C., and Nguyen, T. D. (2015). Collagen Structure and Mechanical Properties of the Human Sclera: Analysis for the Effects of Age. *Journal of Biomechanical Engineering*, 137(4):1–14.
- Curcio, C. A., Sloan, K. R., Kalina, R. E., Hendrickson, A. E., Cac, O., and Science, C. (1990). Human Photoreceptor Topography. *The Journal of Comparative Neurology*, 292:497–523.
- DelMonte, D. W. and Kim, T. (2011). Anatomy and physiology of the cornea. *Journal of Cataract and Refractive Surgery*, 37(3):588–598.
- Descartes, R. (2011). Tratado del hombre. In *Descartes*, pages 673–736. Gredos, Madrid.
- Emsley, H. (1936). *Visual Optics*. Hatton Press Ltd, London.
- Espinosa, J., Mas, D., Hernández, C., Pérez, J., Vázquez, C., Miret, J. J., Doménech, B., Rouarch, J., and Illueca, C. (2006). Cálculo de patrones de luz mediante la integral de Fresnel y su aplicación al estudio del ojo humano. *Opt. Pura Apl*, 39(3):217–224.
- Fink, W. and Micol, D. (2006). simEye: computer-based simulation of visual perception under various eye defects using Zernike polynomials. *Journal of Biomedical Optics*, 11(5):1–12.

- Fowles, G. (1975). *Introduction to Modern Optics*. Dover Publications, New York, 2nd ed.
- Geisler, W. and Banks, M. (2010). Visual Performance. In Bass, M., editor, *Handbook of Optics*, volume III. McGraw-Hill, New York, 3rd ed.
- Geroski, D. H., Matsuda, M., Yee, R. W., and Edelhauser, H. F. (1985). Pump Function of the Human Corneal Endothelium: Effects of Age and Cornea Guttata. *Ophthalmology*, 92(6):759–763.
- Gómez-Correa, J. E., Balderas-Mata, S. E., Pierscionek, B. K., and Chávez-Cerda, S. (2015). Composite modified Luneburg model of human eye lens. *Optics Letters*, 40(17):3990–3993.
- Goodman, J. (2005). *Introduction to Fourier Optics*. Roberts & Company, Englewood, 3rd ed.
- Gross, H. (2008). Human Eye. In *Handbook of Optical Systems*, volume IV. Wiley-vch.
- Guyton, A. and Hall, J. (2011). *Tratado de fisiología médica*. Elsevier, Barcelona, 12da ed.
- Hildebrand, G. D. and Fielder, A. R. (2011). Anatomy and physiology of the retina. In *Pediatric Retina*, pages 39–65. Springer Berlin Heidelberg.
- Illueca, C., Mas, D., Perez, J., Pons, A. M., and Artigas, J. M. (2001). Refractive analysis of the human cornea through propagated fields. *Journal of Modern Optics*, 48(5):811–829.
- Jaimes-Nájera, A., Gómez-Correa, J. E., Coello, V., Pierscionek, B. K., and Chávez-Cerda, S. (2020). Single function crystalline lens capable of mimicking ciliary body accommodation. *Biomedical Optics Express*, 11(7):3699–3716.
- Jones, C. E., Atchison, D. A., Meder, R., and Pope, J. M. (2005). Refractive index distribution and optical properties of the isolated human lens measured using magnetic resonance imaging (MRI). *Vision Research*, 45(18):2352–2366.
- Jüttner, M. (2004). Physiological Optics. In Brown, T., editor, *The Optics Encyclopedia*, volume IV, pages 2511–2550. Wiley-vch, Berlin.
- Kaschke, M., Donnerhacke, K., and Rill, M. (2014). Optics of the Human Eye. In *Optical Devices in Ophthalmology and Optometry*. Wiley-vch, New York.
- Kasprzak, H. T. (2000). New approximation for the whole profile of the human crystalline lens. *Ophthal. Physiol. Opt*, 20(1):31–43.
- Kiely, P. M., Smith, G., and Carney, L. G. (1982). The mean shape of the human cornea. *Optica Acta*, 29(8):1027–1040.
- Lakshminarayanan, V. and Flece, A. (2011). Zernike polynomials: A guide. *Journal of Modern Optics*, 58(7):545–561.
- Le Goff, M. M. and Bishop, P. N. (2008). Adult vitreous structure and postnatal changes. In *Eye*, volume 22, pages 1214–1222. Nature Publishing Group.
- Le Grand, Y. and El Hage, S. (1980). *Physiological Optics*. Springer, New York.
- Liou, H.-L. and Brennan, N. A. (1997). Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(8):1684–1695.
- Liu, Y. J., Wang, Z. Q., Song, L. P., and Mu, G. G. (2005). An anatomically accurate eye model with a shell-structure lens. *Optik*, 116(6):241–246.

- Lotmar, W. (1971). Theoretical Eye Model with Aspherics. *Journal of the Optical Society of America*, 61(11):1522–1529.
- Lowe, R. F. and Clark, B. A. (1973). Posterior corneal curvature: Correlations in normal eyes and in eyes involved with primary angle-closure glaucoma. *British Journal of Ophthalmology*, 57(7):464–470.
- Mahajan, V. (2007). Zernike Polynomial and Wavefront Fitting. In Malacara, D., editor, *Optical Shop Testing*, chapter 13, pages 498–546. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 3rd ed.
- Malacara, D. (2015). *Óptica básica*. FCE, México.
- Mas, D., Espinosa, J., Pérez, J., and Illueca, C. (2006). Scale corrections for faster evaluation of convergent Fresnel patterns. *Journal of Modern Optics*, 53(3):259–266.
- Mas, D., Garcia, J., Ferreira, C., Bernardo, L. M., and Marinho, F. (1999). Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation. *Optics Communications*, 164:233–245.
- Mas, D., Pérez, J., Hernández, C., Vázquez, C., Miret, J. J., and Illueca, C. (2003a). Fast numerical calculation of Fresnel patterns in convergent systems. *Optics Communications*, 227(4-6):245–258.
- Mas, D., Perez, J., Vazquez, C., Hernandez, C., and Illueca, C. (2003b). Near-field light distributions propagated from human corneas: determination of relevant patterns. *Journal of Modern Optics*, 50(9):1335–1352.
- McGloin, D. and Dholakia, K. (2005). Bessel beams: Diffraction in a new light. *Contemporary Physics*, 46(1):15–28.
- Michael, R. and Bron, A. J. (2011). The ageing lens and cataract: A model of normal and pathological ageing. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 366(1568):1278–1292.
- Navarro, R., Palos, F., and González, L. (2007). Adaptive model of the gradient index of the human lens. I. Formulation and model of aging ex vivo lenses. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(8):2175–2185.
- Navarro, R., Santamaria, J., and Bescós, J. (1985). Accommodation-dependent model of the human eye with aspherics. *J Opt Soc Am A*, 2(8):1273–1281.
- Negrete-Regagnon, P. (1995). *Bispectral imaging in astronomy*. PhD thesis, University of London, London.
- Noll, R. J. (1976). Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(3):207–211.
- Patel, S., Marshall, J., and Fitzke, F. W. (1993). Shape and Radius of Posterior Corneal Surface. *Journal of Refractive Surgery*, 9(3):173–181.
- Patel, S. and Tutchenko, L. (2019). The refractive index of the human cornea: A review. *Contact Lens and Anterior Eye*, 42(5):575–580.
- Pedrotti, F. L., Pedrotti, L. M., and Pedrotti, L. S. (2017). *Introduction to Optics*. Cambridge University Press.
- Pérez, J., Mas, D., Illueca, C., Miret, J. J., Vázquez, C., and Hernández, C. (2005a). Complete algorithm for the calculation light patterns inside the ocular media. *Journal of Modern Optics*, 52(8):1161–1176.
- Pérez, J., Mas, D., Miret, J. J., Vázquez, C., Hernández, C., and Illueca, C. (2005b). Fresnel-based analysis of Kasprzak's crystalline model: Statistical results and individual predictions. *Optik*, 116(2):49–57.

- Polans, J., Jaeken, B., McNabb, R. P., Artal, P., and Izatt, J. A. (2015). Wide-field optical model of the human eye with asymmetrically tilted and decentered lens that reproduces measured ocular aberrations. *Optica*, 2(2):124.
- Pons, A. M., Lorente, A., Illueca, C., Mas, D., and Artigas, J. M. (1999). Fresnel diffraction in a theoretical eye: A fractional Fourier transform approach. *Journal of Modern Optics*, 46(6):1043–1050.
- Prum, B. E., Lim, M. C., Mansberger, S. L., Stein, J. D., Moroi, S. E., Gedde, S. J., Herndon, L. W., Rosenberg, L. F., and Williams, R. D. (2016). Primary Open-Angle Glaucoma Suspect. *Ophthalmology*, 123(1):P112–P151.
- Quiroz, F. (2007a). *Tratado de anatomía humana*, volume I. Porrúa, Ciudad de México, 41ra ed.
- Quiroz, F. (2007b). *Tratado de anatomía humana*, volume III. Porrúa, Ciudad de México, 41ra ed.
- Rama, M. A., Pérez, M. V., Bao, C., Flores-Arias, M. T., and Gómez-Reino, C. (2005). Gradient-index crystalline lens model: A new method for determining the paraxial properties by the axial and field rays. *Optics Communications*, 249(4-6):595–609.
- Rico, V. (2020). *A method to produce arbitrary axial fields of light by means of diffractive optical elements*. PhD thesis, CICESE, Ensenada.
- Rosen, A. M., Denham, D. B., Fernandez, V., Borja, D., Ho, A., Manns, F., Parel, J. M., and Augusteyn, R. C. (2006). In vitro dimensions and curvatures of human lenses. *Vision Research*, 46(6-7):1002–1009.
- Rouvière, H. and Delmas, A. (2006). *Anatomía humana. Descriptiva, topográfica y funcional.*, volume I. Elsevier, Barcelona, 11ra ed.
- Ruan, X., Liu, Z., Luo, L., and Liu, Y. (2020). The Structure of the Lens and Its Associations with the Visual Quality. *BMJ Open Ophthalmology*, 5(1):1–7.
- Schmidt, J. D. (2010). *Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB*. SPIE, Washington.
- Schubert, H. and Kincaid, M. (2018). 1 Anatomy of the Vitreous, Retina, and Choroid. In Scott, I. U., Regillo, C. D., Flynn, H. W., and Brown, G. C., editors, *Vitreoretinal Disease*. Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
- Smith, W. (2000). The Eye. In *Modern Optical Engineering*, pages 125–140. McGraw-Hill, New York, 3rd ed.
- Southall, J. (1924). *An Introduction to Physiological Optics*. Oxford Press, UK.
- Stenstrom, S. and Wolff, D. (1948). Investigation of the Variation and the Correlation of the Optical Elements of Human Eyes. *Optometry and Vision Science*, 25(8):388–397.
- Tomeo-Reyes, I. (2015). *Robust Iris Recognition using Decision Fusion and Degradation Modelling*. PhD thesis, Queensland University of Technology.
- Voelz, D. (2011). *Computational Fourier Optics*. SPIE, Washington.
- Wade, N. J. (2006). Image, eye, and retina. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(5):1129–1249.
- Wei, Q., Patkar, S., and Pai, D. K. (2014). Fast ray-tracing of human eye optics on Graphics Processing Units. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 114(3):302–314.

- Winn, B., Whitaker, D., Elliot D B, and Phillips, N. J. (1994). Factors affecting light-adapted pupil size in normal human subjects. *Invest Ophthalmol Vis Sci*, 45(3):1132–1137.
- Zhai, Z., Cheng, Z., Lv, Q., and Wang, X. (2020). Tunable axicons generated by spatial light modulator with high-level phase computer-generated holograms. *Applied Sciences (Switzerland)*, 10(15):1–11.

Anexo

En este anexo se enlistan los principales programas desarrollados para llevar a cabo las simulaciones numéricas de este trabajo.

Programa 1. PropEspectroAngularTF.m

PropEspectroAngularTF.m es una función que calcula el campo en el plano de observación ubicado a una distancia z del plano fuente. Este programa utiliza como base la función de transferencia que está en la ecuación (45) de esta tesis. Luego, calcula la ecuación (43), dando como resultado el campo en el plano de observación.

```
function[x,y,u2] = PropEspectroAngularTF(u1,L,lambda,z)

% PROPESTROANGULARTF calcula el campo u2 en el plano de observación
% ubicado a una distancia z del plano fuente donde esta el campo u1.
% [X,Y,U2] = PROPESTROANGULARTF(U1,L,LAMBDA,Z)

% X es la malla horizontal en el plano de observación.
% Y es la malla vertical en el plano de observación.
% U2 es el campo en el plano de observación.
% U1 es el campo en el plano fuente. Este arreglo es bidimensional.
% L es la longitud del plano fuente y del plano de observación.
% LAMBDA es la longitud de onda.
% Z es la distancia de propagación.

% Función para propagar campos de luz con el formalismo del espectro angular
% basado en el programa de Voelz (2011), "Computational Fourier Optics"
% PropTF.m. Se modificó la función de transferencia H de la propagación de
% Fresnel para utilizar la función de transferencia H asociada al
% espectro angular.

[M,N] = size(u1);           % Se determina el número de elementos.
                           % del arreglo bidimensional u1.
dx = L/M;                  % Intervalo de muestreo.
k = 2*pi/lambda;          % Número de onda.

% Arreglo de frecuencias.
fx = -1/(2*dx):1/L:1/(2*dx)-1/L;
[FX,FY] = meshgrid(fx,fx);

% Función de transferencia H.
H = exp(1i*k.*z.*sqrt(1 - (lambda*FX).^2 - (lambda*FY).^2));
                           % (cfr. Goodman (2005), p. 61, fórmula 3-74).
H = fftshift(H);

x = lambda.*FX.*z;
y = lambda.*FY.*z;

U1 = fft2(fftshift(u1));   % Transformada de Fourier bidimensional del campo u1
U2 = H.*U1;                % Se multiplica la Función de transferencia H por la
                           % transformada de Fourier bidimensional del
                           % campo u1.

u2 = ifftshift(ifft2(U2)); % Transformada inversa de Fourier bidimensional.
                           % Se calcula el campo u2 en el plano de
                           % observación.
```

Programa 2. PropCampoLuz.m

PropCampoLuz.m es una función que propaga el campo desde el plano fuente hasta la distancia z. Esta distancia de propagación está segmentada en un arreglo que sirve como argumento de entrada para esta función. Se calcula la intensidad del campo en el plano de observación y se va guardando en otro arreglo para su visualización bidimensional y tridimensional. Otro argumento relevante es el número de planos que se van a guardar para generar la imagen tridimensional. Se sugiere generar un cubo de datos con 256 elementos por dimensión. Naturalmente, se puede explorar el uso de una mayor cantidad de planos, pero esto implicaría un gasto computacional mayor.

```
function [X,Y,campoLente,perfilCampo,evolucionEspacial] = ...
    PropCampoLuz(u1,L,lambda,z,n,X1,Y1)

% PROPCAMPOLUZ propaga el campo u1 desde el plano fuente hasta la distancia
% z. Esta distancia de propagación está segmentada en un arreglo z que sirve
% como argumento de entrada para esta función.

% [X,Y,CAMPOLENTE,PERFILCAMPO,EVOLUCIONESPAECIAL] = PROPCAMPOLUZ(U1,L,LAMBDA,Z,N,X1,Y1)

% X es la malla horizontal en el plano de observación.
% Y es la malla vertical en el plano de observación.
% CAMPOLENTE es el campo en el plano de observación tras realizar las
% propagaciones intermedias entre el plano fuente y de observación. La
% distribución de amplitud compleja de este campo sirve como campo incidente
% ante la presencia de algun elemento difrangible.
% PERFILCAMPO es un arreglo donde se guardan las distribuciones de
% amplitud compleja de los N planos propagados.
% EVOLUCIONESPAECIAL contiene la propagación tridimensional del campo de
% luz.

% U1 es el campo en el plano fuente.
% L es la longitud del plano fuente y de observación.
% LAMBDA es la longitud de onda.
% Z es la distancia de propagación.
% N es el número de planos que se van a utilizar para simular la
% propagación.
% X1 es la malla horizontal en el plano fuente.
% Y1 es la malla vertical en el plano fuente.

evolucionEspacial = [ ];

for l = 1:n

    % Propagación con el método del espectro angular.
    [x,y,u2] = PropEspectroAngularTF(u1,L,lambda,z(l));

    % Calculamos la intensidad en el n-ésimo plano de observación.
    Int = abs(u2).^2;

    % Se determina la perspectiva para visualizar la propagación de
    % la luz.
    VistaLateral = permute(Int,[1 3 2]);

    % Se genera el arreglo para guardar la propagación
    % bidimensional.
    perfil = VistaLateral(:,:,round(size(VistaLateral,3)/2));
    perfilCampo(:,l) = perfil;

    % Número de elementos para la interpolación.
    ninterp = 256;

    % Interpolación y se genera el arreglo para guardar
    % la propagación tridimensional.
    [X2,Y2] = meshgrid(linspace(-4e-3,4e-3,ninterp));
    Int = interp2(X1,Y1,Int,X2,Y2);
end
```

```
    evolucionEspacial(:, :, 1) = Int;

    % Visualizacion de la propagacion desde una perspectiva
    % frontal.
    figure(1)
    % imagesc(log10(abs(Int+1e-1))), axis image, colormap jet
    imagesc(abs(Int)), axis image, colormap jet
    title(['z = ', num2str(z(1))])
end
    evolucionEspacial = permute(evolucionEspacial, [2 1 3]);
    campoLente = u2;
    X = x;
    Y = y;
```

Programa 3. EmsleyProp.m

EmsleyProp.m es un programa que simula la propagación de la luz basada en el modelo reducido de Emsley. Para simular un frente de onda esférico se utilizó la ecuación (51), mientras que para la función de transmitancia de la córnea de Emsley se emplearon las ecuaciones (49) y (50). Para calcular el campo transmitido, por su parte, se aplicó la ecuación (52).

```

%% Propagación en el modelo de Emsley.

clc

% constantes del programa

mm = 1e-3;           % Milímetro
nm = 1e-9;           % Nanómetro

%% ----- Inicio del programa -----%

L = 7*mm;            % Longitud de la malla del plano de la fuente.
M = 512*8;           % Número de muestras.
dx1 = L/M;           % Intervalo de muestreo del plano de la fuente.
x1 = -L/2:dx1:L/2-dx1; % Coordenadas de la fuente en x.
y1 = x1;             % Coordenadas de la fuente en y.
lambda = 632*nm;     % Longitud de onda.
k = 2*pi/lambda;     % Número de onda.

% A continuación realizamos la simulación de la propagación de la luz con
% el modelo esquemático de Emsley, el cual solo consta de una superficie
% refractiva.

%% -----Superficie asociada a la córnea -----%

f = 16.666*mm;       % Distancia focal de la córnea
radio = 2*mm;        % Radio de la córnea (no confundir con radio de curvatura,
                    % el cual se encuentra implícito en la distancia focal).
                    % En este caso utilizaremos una córnea de 4 mm de
                    % diámetro.

% Generamos malla del plano fuente.
[X1,Y1] = meshgrid(x1,y1);

% Función de transmitancia de la córnea
[TR] = LenteEsferica(lambda,X1,Y1,f,radio);

%% ----- Generación del campo transmitido -----%
% Parámetros para generar una onda esférica
R = 600*mm;
OndaEsf = OndaEsferica(X1,Y1,R,k);

radio = 0.2*mm;
r1=sqrt(X1.^2+Y1.^2);
ap1 = r1<(radio);
matzeros = toeplitz(mod(1:M,2));
prueba = ap1.*matzeros;

% Simulación considerando aberraciones con polinomios de Zernike.
% fase = FaseZernike(M);
% r = sqrt(X1.^2+Y1.^2);
% ap = r<(radio);
% Phase = fase;
% fase = exp(1i*2*pi*fase);
% fase = ap.*fase;

% Campos transmitidos.
%u1 = TR;           % Campo transmitido tras incidir con una onda
                    % plana.
%u1 = TR.*OndaEsf; % Onda esférica.

```

```

%u1 = TR.*OndaEsf.*fase; % Onda esférica y córnea con aberraciones.
u1 = prueba;

%% ----- Propagación del campo -----%

n = 256; % Número de planos para la visualización lateral.

% Distancia de propagación de la córnea a la retina.
z1 = linspace(.1*mm,22.22*mm,n);

ne = 4/3; % Índice de refracción en el ojo de Emsley.
lambda = lambda/ne; % Longitud de onda en el ojo de Emsley.

[X,Y,campoLente,perfilCampo,evolucionEspacial] = ...
    PropCampoLuz(u1,L,lambda,z1,n,X1,Y1);

%% Visualización tridimensional

% Planos elegidos a visualizar en cada dimensión.
sx = [1,128,256];
sy = 128;
sz = 128;
evolucionEspacial = permute(evolucionEspacial,[1 3 2]);

slice(log10(evolucionEspacial + 1e-1),sx,sy,sz)
shading interp
alpha 0.5
colormap hot

%% Visualización bidimensional

% Im2D = imagesc(log10(abs(perfilCampo + 0.6e-1)));
% Im2D = Im2D.CData;
% Im2D = (Im2D - min(Im2D(:)));
% Im2D = Im2D/max(Im2D(:));
%
% imagesc(22.3*mm,linspace(-L/2,L/2,M),Im2D)
% colormap hot,
%
% xlabel('Distancia de propagación (mm)')
% ylabel('Longitud del plano de propagación (mm)')
% ylabel(colorbar,'Intensidad (u.a.)')

```

Programa 4. GullstrandEmsleyProp.m

GullstrandEmsleyProp.m es un programa que simula la propagación de la luz en el modelo esquemático de Gullstrand-Emsley. Para simular la función de transmitancia de la córnea se utilizó la ecuación (49). Por otro lado, para la función de transmitancia del cristalino se usó la ecuación (53). Para el cálculo de los campos transmitidos, tanto de la córnea como del cristalino, se aplicó la ecuación (52).

```

%% Propagación en el modelo de Gullstrand-Emsley

clc

% constantes del programa

mm = 1e-3;           % Milímetro.
nm = 1e-9;           % Nanómetro.

%% ----- Inicio del programa ----- %%

L = 7.1*mm;
M = 512*8;           % Número de muestras
dx1 = L/M;           % Intervalo de muestreo del plano fuente.
x1 = -L/2:dx1:L/2-dx1; % Coordenadas en la dirección x del plano fuente.
y1 = x1;             % Coordenadas en la dirección y del plano fuente.

lambda = 633*nm;     % Longitud de onda.
k = 2*pi/lambda;     % Número de onda.

%% ----- Córnea ----- %%

tic

radio = 1.5*mm;      % Radio de la sección transversal de la córnea.
R1 = 7.8*mm;        % Radio de curvatura de la córnea.

% Generamos malla del plano fuente.
[X1,Y1] = meshgrid(x1,y1);

% Índices de refracción del modelo de Gullstrand-Emsley.
nc = 4/3;            % Índice de refracción de la córnea.
nL = 1.416;          % Índice de refracción del cristalino o lente.
nv = 4/3;            % Índice de refracción del humor vítreo.

% Función de transmitancia de la córnea.
[DeltaXY] = Cornea(X1,Y1,R1,radio,nc,lambda);
TRCornea = DeltaXY;

%% ----- Generación del campo transmitido de la córnea -----%%

% Parámetros para generar una onda esférica
R = 800*mm;          % Radio de la onda esférica
OndaEsf = OndaEsferica(X1,Y1,R,k);

% Simulación considerando aberraciones con polinomios de Zernike.
% fase = FaseZernike(M);
% r = sqrt(X1.^2+Y1.^2);
% ap = r<(radio);
% Phase = fase;
% fase = exp(1i*2*pi*fase);
% fase = ap.*fase;

% Campos transmitidos de la córnea.
%u1 = TRCornea;      % Campo transmitido tras incidir con una onda
                    % plana.
u1 = TRCornea.*OndaEsf; % Onda esférica.
%u1 = TRCornea.*OndaEsf.*fase; % Onda esférica y córnea con aberraciones.

%% ----- Propagación córnea-cristalino -----%%

```



```

% Redimensión de la primera propagación.
Prop1 = imresize(sliceNumerical1,[M,55]);      % Relajado.
%Prop1 = imresize(sliceNumerical1,[M,49]);     % Acomodado.

% Espacio que ocupa el cristalino en este modelo.
EPP = zeros(M,55);      % Relajado.
%EPP = zeros(M,61);    % Acomodado.

Prop2D = [Prop1,EPP,sliceNumerical2];

%Visualización de la propagación bidimensional.
Im2D = imagesc(log10(abs(Prop2D + 1e-1)));
Im2D = Im2D.CData;
Im2D = (Im2D - min(Im2D(:)));
Im2D = Im2D/max(Im2D(:));
imagesc(24*mm,linspace(-L/2,L/2,M),Im2D)
colormap hot,

xlabel('Distancia de propagación (m)')
ylabel('Longitud del plano de propagación (m)')
xlabel(colorbar,'Intensidad (u.a.)')

%% ----- Formación de la imagen tridimensional----- %%

% Espacio que ocupa el cristalino en este modelo.
EPP = zeros(n,n,55); %Relajado.
%EPP = zeros(n,n,61); %Acomodado.
EPP = permute(EPP,[1 3 2]);

% Se acomodan los cubos de datos para poderlos combinar.Es necesario que
% la primera y la tercera dimensión tengan la misma cantidad de elementos
% para realizar esta combinación.
evolucionEspacial1 = permute(evolucionEspacial1,[1 3 2]);
evolucionEspacial2 = permute(evolucionEspacial2,[1 3 2]);

% Redimensión de la primera propagación.
Prop13D = imresize3(evolucionEspacial1,[n,55,n]); %Relajado.
%Prop13D = imresize3(evolucionEspacial1,[n,61,n]); %Acomodado.

Prop3D = [Prop13D,EPP,evolucionEspacial2];

% Visualización de la propagación tridimensional.

% Se seleccionan los planos a mostrar en cada dirección.
sx = [1,128,256,366];
sy = 128;
sz = 128;

cont = slice(log10(Prop3D + 1e-1),sx,sy,sz);
shading interp
alpha 0.5
colormap hot

```

Programa 5. PropKasprzak.m

PropKasprzak.m es un programa que presenta un modelo basado en una córnea esférica y el cristalino de Kasprzak. La córnea esférica está modelada conforme a la ecuación (54). La función de transmitancia de esta córnea se calculó con la ecuación (55). Por su parte, el cristalino de Kasprzak se basa en las ecuaciones (5) a la (9), que están en la sección de modelos del ojo humano. Estas expresiones sirvieron como base para calcular la función de transmitancia de este cristalino, tomando como referencia las ecuaciones (56) y (57).

```

%% Propagación en un modelo basado en el cristalino de Kasprzak

clc

% Constantes del programa

mm = 1e-3;
nm = 1e-9;
lambda = 632.8*nm; % Longitud de onda.

%% ----- Inicio del programa ----- %%

L = 8.2*mm; % Longitud del plano fuente.
M = 512*8 +1; % Número de muestras.
dx1 = L/M; % Intervalo de muestreo.
x1 = -L/2:dx1:L/2-dx1; % Coordenadas en la dirección x del plano fuente.
y1 = x1; % Coordenadas en la dirección y del plano fuente.

% ----- Modelo del cristalino de Kasprzak ----- %

% -pi <= theta <= pi es un vector fila.
% -pi/2 <= phi <= pi/2 es un vector columna.

% Definición de parámetros
n = 512*8;
theta = (-n:2:n)/n*pi;
phi = (-n:2:n)/n*pi/2;
phi = phi + pi/2;

cosphi = cos(phi); cosphi(1) = 0; cosphi(n+1) = 0;
sinphi = sin(phi); sinphi(1) = 0; sinphi(n+1) = 0;

sintheta = sin(theta); sintheta(1) = 0; sintheta(n+1) = 0;
costheta = cos(theta); costheta(1) = 0; costheta(n+1) = 0;

edad = 30;

%Distancia axial entre el origen y las superficies del cristalino
d = 1.73*mm + 0.013*mm*edad;

% Radio de curvatura de la superficie anterior
Ra = 16.815*mm - 0.104*mm*edad;

% Radio de curvatura de la superficie posterior
Rp = 8.718*mm - 0.015*mm*edad;

% Parámetros relacionados con la forma de la curvatura. Ver capítulo 4 de
% esta tesis.
pa = 0.929;
pp = 0.764;
m = 6.11;
sa = 1.62;
sp = 1.65;

% d = 2*mm;
% Ra = 10.2*mm;

```

```

% Rp = 6*mm;
% pa = 1;
% pp = 1;
% m = 8.11;
% sa = 1.68;
% sp = 1.715;

% d = 2*mm;
% Ra = 10.02*mm;
% Rp = 6.56*mm;
% pa = 1;
% pp = 1;
% m = 6;
% sa = 1.75;
% sp= 1.68;

% Coeficientes a y b, dados por las ecuaciones (7) y (8).
aa = (d.*Ra.*(Ra - d).*pa)./(3*(Ra - d).*(2*Ra - d) - Ra^2);
ap = (d.*Rp.*(Rp - d).*pa)./(3*(Rp - d).*(2*Rp - d) - Rp^2);
ba = 1/Ra*sqrt((3*(Ra - d).*(2*Ra - d) - Ra^2)/pa);
bp = 1/Rp*sqrt((3*(Rp - d).*(2*Rp - d) - Rp^2)/pp);

% Perfiles del cristalino, ecuaciones (5), (6) y (9).
rop = (ap/2).*(cosh(bp.*phi) - 1).*(tanh(m.*(sp - phi)) + 1) + d;
roa = (aa/2).*(cosh((pi - phi).*ba) - 1).*(1 - tanh(m.*(sa - phi))) + d;
ro = rop + roa - d;

% Perfil del cristalino con corrimiento de ?.
ropi = (ap/2).*(cosh(bp.*(pi - phi)) - 1).*(tanh(m.*(sp - (pi - phi))) + 1) + d;
roapi = (aa/2).*(cosh((pi - (pi - phi)).*ba) - 1).*(1 - tanh(m.*(sa - (pi - phi)))) + d;
ropi = ropi + roapi - d;

% Parametrización del cristalino de Kasprzak.
Xp = ro.*sinphi.*cos(theta);
Yp = ro.*sinphi.*sintheta;
z = ro.*cos(phi).*ones(1,n+1);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% ----- Córnea esférica ----- %%

% Malla del plano fuente.
[X1,Y1] = meshgrid(x1,y1);

% Índices de refracción utilizados en este modelo.
na = 1.3375;          % Índice de refracción del humor acuoso.
nv = 1.336;          % Índice de refracción del humor vítreo.
nc = 1.461;          % Índice de refracción del cristalino.

% Q es el parámetro de asfericidad.
%Q = 0.2; % Q = 0 (Esfera), Q<1 (Oblato), Q>1 (Prolato)
Q = -0.1 - 0.007*edad;
%Q = 0;

% Radio de curvatura.
R = 6.6*mm - 0.005*edad*mm;
%R = 7.3*mm;

k = 2*pi/lambda;      % Número de onda

% Modelo de la córnea esférica.
Cornea = (X1.^2 + Y1.^2)./(R + sqrt(R^2 - (1 + Q)*(X1.^2 + Y1.^2)));

% ----- Función de transmitancia de la córnea esférica ----- %

Delta0 = 0.5*mm;      % Grosor de la córnea.
f = 1/R;              % Distancia focal.
radio = 2*mm;
r1=sqrt(X1.^2+Y1.^2);
ap1 = r1<(radio);

% Función de transmitancia.
TRCornea = ap1.*exp(1i*k*Delta0).*exp(-1i*k*(na-1).*Cornea);

%% ----- Generación del campo transmitido por la córnea ----- %

```

```

% Parámetros para generar una onda esférica
Resf = 800*mm;           % Radio de la onda esférica
OndaEsf = OndaEsferica(X1,Y1,Resf,k);

% -----
% Simulación considerando aberraciones con polinomios de Zernike.
% fase = FaseZernike(M);
% Phase = fase;
% fase = exp(1i*2*pi*fase);
% fase = ap.*fase;
% -----

% Campos transmitidos de la córnea.
%u1 = TRCornea;           % Campo transmitido tras incidir con una onda
                           % plana.
u1 = TRCornea.*OndaEsf;   % Onda esférica.
%u1 = TRCornea.*OndaEsf.*fase; % Onda esférica y córnea con aberraciones.

%% ----- Propagación córnea-cristalino ----- %%

N = 256;                 % Número de planos de propagación.
z1 = linspace(.1*mm,4*mm,N); % Distancia de propagación de la córnea a la retina.
lambdaAcuoso = lambda/na; % Longitud de onda en el medio de propagación.
[X,Y,campoLente,perfilCampo,evolucionEspacial] = ...
    PropCampoLuz(u1,L,lambdaAcuoso,z1,N,X1,Y1);

CampoAntesCris = campoLente; % Campo final de la primera propagación.
Prop1 = perfilCampo;         % Perfil bidimensional de la primera propagación.
evolucionEspacial1 = evolucionEspacial; % Propagación tridimensional.

%% ----- Cristalino de Kasprzak y campo transmitido ----- %%

% Se crean arreglos equiespaciados para generar la función de transmitancia
% del cristalino de Kasprzak.
Xp = linspace(min(Xp(:)),max(Xp(:)),n+1);
Yp = linspace(min(Yp(:)),max(Yp(:)),n+1);
z = linspace(min(z(:)),max(z(:)),n+1);

% Malla asociada al cristalino de Kasprzak.
[Xp,Yp] = meshgrid(Xp,Yp);

% Función de transmitancia.
CrisKasprzak = (na.*(d - ropi.*(sqrt(Xp.^2 + Yp.^2))) + nc.*((ropi + ro)...
    .*sqrt((Xp.^2 + Yp.^2))) + nv.*(d - ro.*sqrt((Xp.^2 + Yp.^2)))).*ones(1,n+1);
TRCK = exp(-1i.*2.*pi.*na./lambda.*CrisKasprzak);
r2=sqrt(Xp.^2+Yp.^2);
ap2 = r2<(radio);
TRCK = ap2.*TRCK;

u2 = TRCK.*CampoAntesCris; % Campo transmitido del cristalino.

%% ----- Propagación cristalino-retina -----%%

z2 = linspace(.1*mm,18*mm,N); % Distancia de propagación.
lambdaVitreo = lambda/nv;
[X,Y,campoLente,perfilCampo,evolucionEspacial] = ...
    PropCampoLuz(u2,L,lambdaVitreo,z2,N,X1,Y1);

CampoRetina = campoLente; % Campo final de la propagación.
Prop2 = perfilCampo; % Perfil bidimensional de la propagación.
evolucionEspacial2 = evolucionEspacial; % Propagación tridimensional.

%% Modelo 3D de Kasprzak
% Cris = surf(z,Xp,Yp);
% daspect([1 1 1])

%% Imagen bidimensional de la propagación en este modelo

% Número de pixeles por mm. Esto se utiliza como factor de conversión para
% determinar el número de pixeles adecuado para mantener la proporción
% entre las propagaciones.
% Pixmm = N/18;
%
% % Redimensión de la primera propagación.

```

```

% Prop1 = imresize(Prop1,[M,round(4*Pixmm)]);
%
% % Espacio que ocupa el cristalino en este modelo.
% EPP = zeros(M,round(2*d*Pixmm/mm));
% Prop2D = [Prop1,EPP,Prop2];
%
% %Visualización de la propagación bidimensional.
% Im2D = imagesc(log10(abs(Prop2D + 1e-1)));
% Im2D = Im2D.CData;
% Im2D = (Im2D - min(Im2D(:)));
% Im2D = Im2D/max(Im2D(:));
% imagesc(24*mm,linspace(-L/2,L/2,M),Im2D)
% colormap hot,
%
% xlabel('Distancia de propagación (m)')
% ylabel('Longitud del plano de propagación (m)')
% ylabel(colorbar,'Intensidad (u.a.)')

%% Imagen tridimensional de la propagación

% Espacio que ocupa el cristalino en este modelo.
EPP3D = zeros(N,N,round(2*d*Pixmm/mm));

% Se acomodan los cubos de datos para poderlos combinar.Es necesario que
% la primera y la tercera dimensión tengan la misma cantidad de elementos
% para realizar esta combinación.
evolucionespacial1 = permute(evolucionEspacial1,[1 3 2]);
evolucionespacial2 = permute(evolucionEspacial2,[1 3 2]);
EPP3D = permute(EPP3D,[1 3 2]);

% Redimensión de la primera propagación.
Prop13D = imresize3(evolucionespacial1,[N,round(2*d*Pixmm/mm),N]);

Prop3D = [Prop13D,EPP3D,evolucionespacial2];

sx = [1,128,256,376];
sy = 128;
sz = 128;

cont = slice(log10(Prop3D + 1e-1),sx,sy,sz);
shading interp
alpha 0.5
colormap hot

```

Programa 6. LenteEsferica.m

LenteEsferica.m es una función que calcula la función de transmitancia de una lente esférica, representada en la ecuación (49). Esta se puede utilizar para simular una superficie refractiva, como la córnea del modelo de Emsley y de Gullstrand-Emsley.

```
function [TR] = LenteEsferica(lambda,XMat,YMat,f,radio)

%LENTEESFERICA es una función que calcula la función de transmitancia para
%una lente esférica.

% [TR] = LENTEESFERICA(LAMBDA,XMAT,YMAT,F,RADIO)
% LAMBDA es la longitud de onda.
% XMAT y YMAT son las coordenadas del plano fuente en un arreglo bidimensional.
% F es la distancia focal de la lente, de aquí se puede determinar el radio
% de curvatura de las superficies de la lente empleando la ecuación del
% fabricante de lentes, como se muestra en Goodman (2005), p. 100, ec
% (5-9).

r = sqrt(XMat.^2+YMat.^2);           % Radio de la lente esférica.
ap = r<(radio);                     % Se calcula la pupila circular.
TR = ap.*exp(-1i*pi*r.^2/(lambda*f)); % Se calcula la función de
                                     % transmitancia de la lente
                                     % que está delimitada por la pupila
                                     % circular ap.
```

Programa 7. OndaEsferica.m

OndaEsferica.m es una función que calcula el campo de una onda esférica con un radio R respecto a la fuente puntual. Esto se calcula con la ecuación (51).

```
function OndaEsf = OndaEsferica(XMat,YMat,R,k)

%ONDAESFERICA es una función que calcula el campo de una onda esférica con
%un radio R respecto a la fuente puntual.

%LENTEESFERICA es una función que calcula la función de transmitancia para
%una lente esférica.

% ONDAESF = LENTEESFERICA(XMAT,YMAT,R,K)
% XMAT y YMAT son las coordenadas del plano fuente en un arreglo bidimensional.
% R es la distancia radial entre el frente de onda esférico y la fuente
% puntual.
% K es el número de onda.

OndaEsf = exp(1i*k*R)/R.*exp(((1i*k)/(2*R)).*(XMat.^2 + YMat.^2));
```

Programa 8. Cornea.m

Cornea.m es un programa que calcula la función de transmitancia de una córnea modelada como una superficie esférica.

```
function [DeltaXY] = Cornea(XMat,YMat,R,radio,nc,lambda)

% CORNEA es una función que calcula la función de transmitancia para una
% córnea esférica.

% [DELTA XY] = CORNEA(XMAT,YMAT,R,RADIO,NC,LAMBDA)
% XMAT y YMAT son las coordenadas del plano fuente en un arreglo bidimensional.
% R es el radio de curvatura de la córnea.
% RADIO es el radio de la sección transversal de la córnea.
% NC es el índice de refracción de la córnea.
% LAMBDA es la longitud de onda.

r=sqrt(XMat.^2+YMat.^2);
ap = r<(radio);
f = 20e-3; % Distancia focal de la córnea.
DeltaXY = ap.*exp(-1i*pi*r.^2/(lambda*f));
%k = 2*pi/lambda;
%DeltaXY = ap.*exp(1i*k*nc*Delta0).*exp(-1i*k*(nc-1)*r.^2/(2*R));
```

Programa 9. Cristalino.m

Cristalino.m es una función que calcula la función de transmitancia del cristalino del modelo de Gullstrand-Emsley, siendo modelado como una lente gruesa, empleando la ecuación (53).

```
function [DeltaCris] = Cristalino(XMat,YMat,R1,R2,d,radio,nc,nL,nv,lambda)

% CRISTALINO es una función que calcula la función de transmitancia del
% cristalino de Gullstrand-Emsley, modelado como una lente gruesa esférica.

% [DELTA CRIS] = CRISTALINO(XMAT,YMAT,R1,R2,D,RADIO,NC,NL,NV,LAMBDA)
% XMAT y YMAT son las coordenadas del plano fuente en un arreglo bidimensional.
% R1 es el radio de curvatura de la superficie anterior.
% R2 es el radio de curvatura de la superficie posterior.
% D es el grosor axial del cristalino.
% RADIO es el radio de la sección transversal del cristalino.
% NC es el índice de refracción de la córnea y del humor acuoso.
% NL es el índice de refracción del cristalino.
% NV es el índice de refracción del humor vítreo.
% LAMBDA es la longitud de onda.

r=sqrt(XMat.^2+YMat.^2);
ap = r<(radio);
k = 2*pi/lambda;
D1 = (nL - nc)/(R1); % Poder refractivo de la primera superficie.
D2 = -(nv - nL)/(R2); % Poder refractivo de la segunda superficie.
D = D1 + D2 - D1*D2*(d/nL); % D = 1/f, ecuación de la lente gruesa
DeltaCris= ap.*exp(-1i*pi*D*r.^2/(lambda));
```

Programa 10. Axicon.m

Axicon.m es una función que calcula la función de transmitancia de un axicón refractivo, empleando la ecuación (48).

```
function [TR] = Axicon(XMat,YMat,lambda,ang,nRefr,radio)

% AXICON es una función que calcula la función de transmitancia de un
% axicón refractivo.

% [TR] = AXICON(XMAT,YMAT,LAMBDA,ANG,NREFR,RADIO)
% XMAT y YMAT son las coordenadas del plano fuente en un arreglo bidimensional.
% LAMBDA es la longitud de onda.
% ANG es el ángulo del axicón.
% NREFR es el índice de refracción del axicón.
% RADIO es el radio de la sección transversal del axicón.

k = 2*pi/lambda;
r = sqrt(XMat.^2+YMat.^2);
ap = r<(radio);
TR = ap.*exp(-1i*k*(nRefr - 1).*r.*tan(ang));
```