

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA



DIVISION DE OCEANOLOGIA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFIA FISICA

CARACTERIZACION DINAMICA Y
ENERGETICA DE LA MAREA EN EL
GOLFO DE CALIFORNIA

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para
obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta;

GERARDO MANUEL GARCIA SILVA

Ensenada, Baja California, Mexico. Octubre de 1999.

RESUMEN de la tesis de Gerardo Manuel García Silva, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OCEANOGRAFÍA FÍSICA. Ensenada, Baja California, México. Octubre de 1999.

CARACTERIZACIÓN DINÁMICA Y ENERGÉTICA DE LA MAREA EN EL GOLFO DE CALIFORNIA

Resumen aprobado por:

Dr. Silvio Guido Marinone Moschetto
Director de tesis

Se estudió numéricamente el comportamiento dinámico y energético de la marea en el Golfo de California a partir de sus principales componentes. Se escogieron tres casos: el primero incluyó la componente M_2 ; el segundo, las dos principales componentes semidiurnas y el tercero, las siete componentes más importantes de la marea en el golfo. Los resultados muestran que el modelado de la marea fue satisfactorio para todas las componentes y para todos los casos. Se probó que pequeñas variaciones del coeficiente de fricción produjeron errores importantes en el ajuste de la marea. El comportamiento dinámico y energético de la marea no cambió al variar el coeficiente de fricción ni al incluir más componentes. Las fuerzas más importantes que mantienen el balance de momento en todo el golfo son el gradiente de presión, Coriolis y la fricción. En la región norte las fuerzas más importantes son el gradiente de presión y la fricción, mientras que en el sur del golfo las fuerzas más importantes están en el balance geostrófico. La advección también es importante en la región norte y en el archipiélago de las grandes islas. Las regiones donde se disipa la mayor parte de la energía proveniente de la marea son la región norte y el archipiélago de las grandes islas, principalmente en el Alto Golfo, en Bahía Adair, en el Canal de Ballenas y en los umbrales de San Lorenzo y San Esteban. La inclusión de más componentes introdujo una mayor cantidad de momento y energía al golfo, parte de este momento y energía fue transferido al promedio y parte a frecuencias bajas. Los resultados muestran que la variación del coeficiente de fricción no afectó el comportamiento de la marea en el golfo, pero sí la estimación de la energía que se disipa en promedio dentro de él.

Palabras clave: mareas, momento, energía, Golfo de California.

ABSTRACT of the thesis of Gerardo Manuel García Silva, presented as partial requirement to obtain the degree of MASTER OF SCIENCE in PHYSICAL OCEANOGRAPHY. Ensenada, Baja California, México. October 1999.

TIDAL DYNAMICS AND ENERGY BUDGET IN THE GULF OF CALIFORNIA

The tidal dynamics and energetic behaviour in the Gulf of California was studied with their principal constituents. Three cases were chosen: the first included the M_2 constituent; the second, the two principal semidiurnal constituents and the third, the seven most important tidal constituents in the gulf. The results shown that the tide was successfully modeled for all constituents and for all cases. It was proved that small changes in the friction coefficient produce important errors in the tidal adjustment. The tidal dynamics and energetic behaviour did not change while varying the friction coefficient even when more constituents were included. The most important forces that maintain the momentum balance in the gulf are the pressure gradient, Coriolis and friction. In the northern gulf the most important forces are the pressure gradient and friction, while in the southern gulf the most important forces are in geostrophic balance. Advection is also important in the northern gulf and in the large islands archipelago. The regions where most of the tidal energy is dissipated are the northern gulf and the large islands archipelago, specially in the Upper Gulf, Adair Bay, Ballenas Channel and San Lorenzo and San Esteban sills. The inclusion of more constituents introduced more momentum and energy to the gulf, part of this momentum and energy were transferred to the mean field and part to the low-frequency field. The results shown that changes in the friction coefficient did not affect the tidal behaviour in the gulf, nevertheless the tidal energy dissipation that is estimated inside the gulf is affected.

Key words: tides, momentum, energy, Gulf of California.

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA

DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA

CARACTERIZACIÓN DINÁMICA Y ENERGÉTICA DE LA MAREA EN EL
GOLFO DE CALIFORNIA

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener
el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

GERARDO MANUEL GARCÍA SILVA

Ensenada, Baja California, México. Octubre de 1999.

DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo a mi familia: Nico, Mary, Octavio, Eduardo, Marcela, Nicolás y Fernando. Los quiero mucho a todos.

AGRADECIMIENTOS

A mi director de tesis, Dr. Guido Marinone, por su apoyo y paciencia durante todo este tiempo.

A los miembros del comité de tesis, Drs. Ma. Luisa Argote, Francisco Esparza y Pedro Ripa, por sus comentarios y sugerencias que enriquecieron este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo económico.

A todo el departamento de Oceanografía Física del CICESE, en especial a Mike, Manuel Figueroa, Emilio Beier, Roberto Soto y Lina Zuñiga.

A Sylvia Camacho Lara por toda la ayuda que me brindó para realizar este trabajo.

Un sincero agradecimiento a todos mis compañeros y amigos del departamento por todos los momentos compartidos, en especial a Mike, Juan Carlos Leal, Cuauhtémoc, Luis Plata, Yoyo, Rolando, Orlando, Juan Carlos Campos, Juan Dworak, Josefina, Javier, Ana, Rafael, Emilio Palacios, Emilio Beier, Federico, Rigo, Héctor y Roberto Soto.

A Katia por todo su apoyo, cariño y amistad.

Índice General

I	Introducción	1
I.1	Características de la marea	2
I.2	Antecedentes	4
I.3	Objetivo	6
I.4	Organización del trabajo	6
II	Metodología	7
II.1	El modelo	7
II.2	Ecuaciones para el diagnóstico	8
II.3	Simulaciones	10
III	Mareas	12
III.1	Ajuste	12
III.2	Distribución de amplitudes y fases	14
III.3	Discusión	17
IV	Balance de momento	24
IV.1	Resultados	24
IV.2	Discusión	36
V	Balance energético	38
V.1	Resultados	38
V.2	Discusión	48
VI	Conclusiones	50
	Literatura Citada	52

Índice de Figuras

1	Localización del Golfo de California. Los números del 1 al 13 son las estaciones mareográficas usadas para calibrar el modelo (ver Tabla IV). Los números romanos muestran las áreas en que fue dividido el golfo. Se muestra la ubicación de diferentes regiones mencionadas en el texto: (a) Alto Golfo, (b) Bahía Adair, (c) Cuenca del Delfín, (d) Canal de Ballenas, (e) zona de umbrales y (f) sur del golfo.	2
2	Discretización del golfo y su batimetría (m).	8
3	Error obtenido en función del C_d para la M_2 para todos los casos. Se muestran los errores obtenidos por otros autores con otros coeficientes.	13
4	Amplitudes y fases modeladas en el Golfo de California para las componentes semidiurnas del caso <i>Todos</i> . Las amplitudes están en centímetros y las fases en grados con respecto a Greenwich. El incremento de los contornos de las amplitudes es de 10 cm para la M_2 y S_2 y 2 cm para la N_2 y K_2 (para la M_2 y S_2 , el incremento es de 2 cm para los contornos menores al de 20 cm). El incremento de los contornos de las fases es de 10°. La línea gruesa en las fases corresponde a 360°.	15
5	Amplitudes y fases modeladas en el Golfo de California para las componentes diurnas del caso <i>Todos</i> . Las amplitudes están en centímetros y las fases en grados con respecto a Greenwich. El incremento de los contornos de las amplitudes es de 2 cm para la O_1 y K_1 y 0.5 cm para la P_1 . El incremento de los contornos de las fases es de 2°.	16
6	Serie de tiempo de los campos residuales de las ecuaciones de momento para tres puntos de malla (caso <i>Todos</i>). Las unidades están en cm s^{-2}	25
7	Serie de tiempo de los campos de marea de las ecuaciones de momento para tres puntos de malla (caso <i>Todos</i>). Las unidades están en cm s^{-2}	26

8	Series de tiempo de los campos residuales de las ecuaciones de momento para el caso <i>Todos</i> . Las series están integradas en las áreas I y II y en todo el golfo. Las líneas rectas en el área I y en todo el golfo en v son el gradiente de presión y la fricción del caso <i>M2</i> . Las unidades están en cm s^{-2}	28
9	Series de tiempo de los campos de marea de las ecuaciones de momento para el caso <i>Todos</i> . Las series están integradas en las áreas I y II y en todo el golfo. Las unidades están en cm s^{-2}	29
10	Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de momento en u para el caso <i>Todos</i> . Las unidades están en cm s^{-2}	30
11	Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de momento en v para el caso <i>Todos</i> . Las unidades están en cm s^{-2}	31
12	Suma (S_u, S_v), norma (N_u, N_v) y error ($\varepsilon_u, \varepsilon_v$) lateral del balance de momento para el caso <i>Todos</i> . Las unidades de las sumas y normas están en cm s^{-2} . Notar que la escala de los errores oscila entre -1 y 1.	33
13	Series de tiempo de los campos residuales de la disipación de energía por fricción de fondo y del flujo de energía para las áreas I y II y todo el golfo. Se muestran los resultados para todos los casos. Las unidades están en Watts.	39
14	Series de tiempo de la disipación de energía por fricción de fondo, del flujo de energía y de la disipación viscosa para el caso <i>Todos</i> . Se muestran los campos de marea y residuales. Las unidades están en Watts.	40
15	Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de energía para el caso <i>Todos</i> . Las unidades están en Watts.	42
16	Promedios temporales de los campos residuales de la disipación de energía por fricción de fondo, del flujo de energía y de la disipación viscosa para el caso <i>M2</i> y su diferencia con el caso <i>Todos</i> . Las unidades están en Watts.	43

- 17 Arriba: Integración lateral de los promedios temporales de los campos residuales de la disipación de energía por fricción de fondo, del flujo de energía y de la disipación viscosa para todos los casos. Las unidades están en Watts. Abajo: Suma (S_E), norma (N_E) y error (ε_E) lateral del balance energético para el caso *Todos*. Las unidades de S_E y N_E están en Watts. Notar que la escala de ε_E oscila entre -1 y 1. 44

Índice de Tablas

I	Componentes incluidas en los casos y duración de las simulaciones en días.	11
II	Coeficientes de fricción óptimos que se obtuvieron para cada caso y experimentos que se llevaron a cabo.	11
III	Errores obtenidos para las componentes de los casos realizados. Las unidades de e_A y rcm están en centímetros y las de e_F en grados.	14
IV	Amplitudes y fases observadas (O y θ) y modeladas (M y ϕ) para la M_2 en el Golfo de California (caso <i>Todos</i>). Las amplitudes están en centímetros y las fases en grados con respecto a Greenwich.	18
V	<i>Idem</i> que la Tabla IV pero para la S_2 .	18
VI	<i>Idem</i> que la Tabla IV pero para la N_2 .	19
VII	<i>Idem</i> que la Tabla IV pero para la K_2 .	19
VIII	<i>Idem</i> que la Tabla IV pero para la O_1 .	20
IX	<i>Idem</i> que la Tabla IV pero para la P_1 .	20
X	<i>Idem</i> que la Tabla IV pero para la K_1 .	21
XI	Promedio ($\bar{x}$) y desviación estándar (σ) de las diferencias de amplitudes y fases entre las estaciones para todos los casos. Los promedios de las amplitudes están en centímetros y las desviaciones estándar de las fases en grados.	21
XII	Errores en las amplitudes (cm) y fases (grados) obtenidos por otros autores para la componente M_2 . Se muestra el C_d , el número de estaciones con las cuales se realizó el ajuste y el tipo de modelo que se utilizó en cada trabajo. Los asteriscos indican los trabajos que utilizaron una parametrización lineal de la fricción; las cruces, los trabajos que a partir de las observaciones del interior del golfo obtuvieron el forzamiento en la boca y los círculos, los trabajos que interpolaron las observaciones cercanas a la boca para obtener el forzamiento en ella.	22
XIII	Promedios temporales de los campos residuales de las ecuaciones de momento para el caso <i>Todos</i> . Los promedios están integrados en las áreas en que fue dividido el golfo. Las unidades están en $10^{-2} \text{ cm s}^{-2}$.	34

XIV Promedios temporales de los campos residuales de las ecuaciones de momento para todos los casos (C_{a3}). Los promedios están integrados en todo el golfo. Las unidades están en 10^{-2} cm s $^{-2}$	35
XV Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de energía para el caso <i>Todos</i> . Los promedios están integrados en las áreas en que fue dividido el golfo. E_c es la energía cinética y E_p la potencial. Las unidades de E_c y E_p están en 10^{14} Joules y las de D_f , $\nabla \cdot \mathbf{Q}$ y D_v en 10^9 Watts.	46
XVI Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de energía para todas las simulaciones. Los promedios están integrados en todo el golfo. Se usan las mismas unidades de la Tabla XV.	47
XVII Estimaciones de D_f que han reportado otros autores para la M_2 . Las unidades están en GW.	48

CARACTERIZACIÓN DINÁMICA Y ENERGÉTICA DE LA MAREA EN EL GOLFO DE CALIFORNIA

I Introducción

El Golfo de California es un mar marginal ubicado al noroeste de la República Mexicana (Figura 1). Está limitado al este por los estados de Sonora y Sinaloa y al oeste por la península de Baja California. Mide aproximadamente 180 km de ancho y 1100 km de largo y presenta una profundidad máxima de 3600 m en la boca.

La marea en el Golfo de California ha sido ampliamente estudiada a través de observaciones o investigaciones numéricas. La componente más energética de la marea es la M_2 y debido a esto, la mayoría de las investigaciones sobre la marea que se han realizado en el golfo han incluido a esta componente. Algunas características por las cuales la M_2 ha provocado gran interés son: genera corrientes de gran magnitud en algunas regiones del golfo (Badan-Dangon *et al.* 1991), su amplitud puede alcanzar hasta 2 m en la región norte (Marinone, 1997) y disipa cerca del 90 % de la energía proveniente de las componentes semidiurnas (Filloux, 1973).

Aunque la M_2 es la componente más importante, la interacción de los principales constituyentes eleva la amplitud de la marea total en la región norte hasta 5 m, además de que introduce una mayor cantidad de energía al golfo, la cual es transferida a frecuencias altas y bajas provocando que la disipación de energía por fricción de fondo aumente considerablemente (Marinone, 1997); sin embargo, aunque estas características son importantes, son pocos los estudios numéricos que han incluido otras componentes conjuntamente. Estas son algunas razones que motivaron la realización de este trabajo, donde se pretende realizar un balance dinámico y energético de la marea debido a sus principales componentes.

A continuación se hace una breve descripción de las características de la marea y

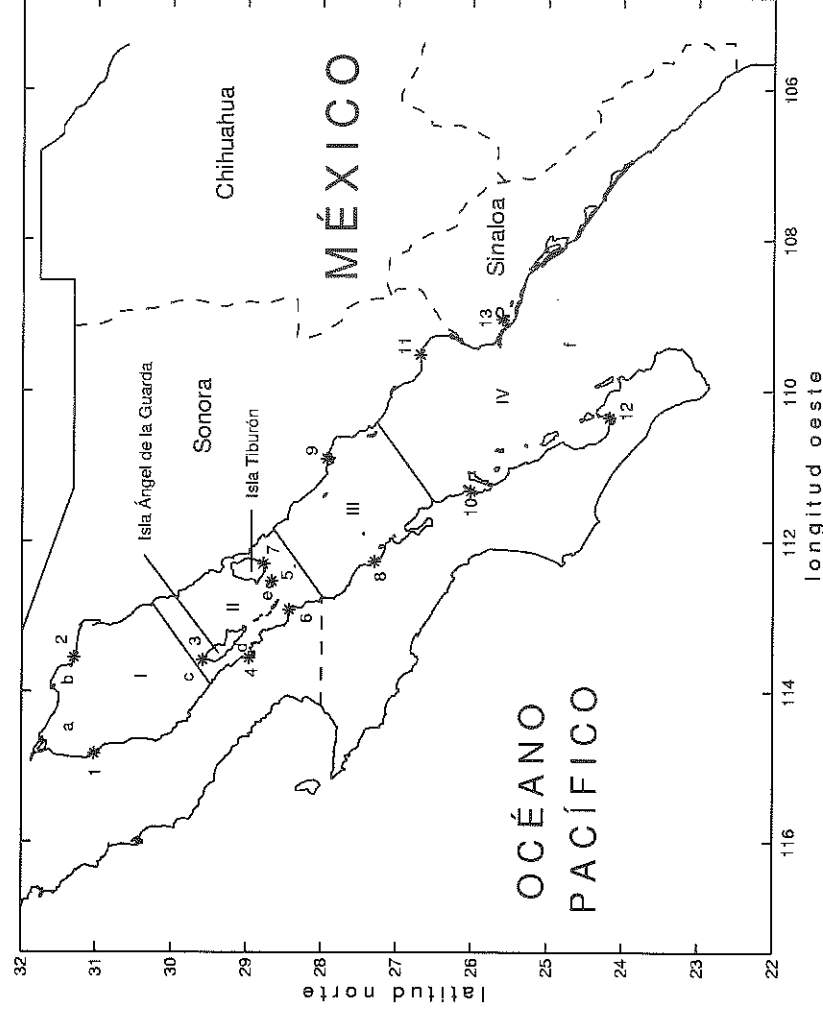


Figura 1: Localización del Golfo de California. Los números del 1 al 13 son las estaciones mareográficas usadas para calibrar el modelo (ver Tabla IV). Los números romanos muestran las áreas en que fue dividido el golfo. Se muestra la ubicación de diferentes regiones mencionadas en el texto: (a) Alto Golfo, (b) Bahía Adair, (c) Cuenca del Delfín, (d) Canal de Ballenas, (e) zona de umbrales y (f) sur del golfo.

de los estudios más relacionados con este trabajo.

I.1 Características de la marea

En el Golfo de California la principal componente de marea es la M_2 y básicamente se produce como una cooscilación con la marea del Océano Pacífico (Hendershott y Speranza, 1971). La mayor parte de la energía proveniente de la marea se disipa en la región norte del golfo debido a la fricción con el fondo. La gran disipación de energía que existe en esta región da como resultado la presencia de un punto anfdrómico virtual

ubicado dentro de la península.

En el golfo el comportamiento de la marea semidiurna y diurna es diferente. La amplitud de las componentes semidiurnas en la parte central del golfo decrece casi dos terceras partes de su valor original en la boca, para posteriormente incrementarse considerablemente hacia la cabeza; en cambio, las amplitudes de las componentes diurnas se incrementan uniformemente hacia la cabeza, pero menos de dos veces del valor de su amplitud en la boca. De esta forma la marea semidiurna presenta un cambio de fase en la parte central del golfo, mientras que la diurna prácticamente está en fase a lo largo de él (Filloux, 1973).

La marea cuando se propaga interactúa con la topografía y produce una circulación residual (Zimmerman, 1978; Robinson, 1983). Las corrientes residuales pueden ser producidas por el esfuerzo del viento sobre la superficie del mar, por gradientes de densidad o por la rectificación de la marea. Las corrientes residuales son importantes porque realizan el transporte neto de propiedades del agua, tales como sales, contaminantes, material suspendido, etc. Aunque las corrientes residuales generadas por la marea generalmente son más débiles que las ocasionadas por el esfuerzo del viento, pueden contribuir más a la distribución y transporte de estas propiedades, por lo que las corrientes generadas por el viento suelen ser intermitentes y direccionalmente inconsistentes (Robinson, 1983).

En el Golfo de California la circulación residual ha sido estudiada recientemente por Marinone (1997), Argote *et al.* (1998) y Carbajal y Backhaus (1998). En estos estudios se ha encontrado que la circulación residual generada por la marea es importante en la región norte y en la zona de las grandes islas (islas Tiburón y Ángel de la Guarda). En la región norte la circulación residual está bien definida y alineada a las isóbatas, en cambio, en la zona de las grandes islas la circulación es más desorganizada, principalmente en los canales. Las magnitudes de velocidad de las corrientes residuales en la región norte son de 1 a 2 cm s⁻¹, mientras que en el Canal de Ballenas

llegan a sobrepasar los 20 cm s^{-1} . En el golfo las fuerzas que mantienen las corrientes residuales generadas por la marea son el arrastre del fondo, la advección y la rotación de la Tierra. En este trabajo las corrientes residuales se definen como la parte del flujo que queda después de que las corrientes de marea han sido filtradas. Se componen de un promedio y de una fluctuación.

I.2 Antecedentes

Los estudios numéricos sobre la marea en el Golfo de California abarcan desde modelos unidimensionales hasta tridimensionales. Ripa y Velázquez (1993) utilizaron un modelo numérico unidimensional y trabajaron con las principales componentes diurnas y semidiurnas. Para cada componente obtuvieron un buen ajuste con respecto a las observaciones y debido a que el modelo que utilizaron fue lineal, trabajaron con cada armónico en forma separada.

Argote *et al.* (1995) utilizaron un modelo bidimensional no lineal y trabajaron únicamente con la M_2 . Concluyeron que la disipación de energía ocurre básicamente en cuatro regiones: en la cabeza del golfo, en Bahía Adair, al norte y sur del Canal de Ballenas y en los umbrales de San Lorenzo y San Esteban, áreas donde precisamente se presentan fuertes corrientes de marea e intensa mezcla vertical.

Marinone (1997) estudió la circulación residual en el Golfo de California. Utilizó un modelo numérico bidimensional no lineal y forzó en la frontera abierta con las siete componentes de marea más importantes del golfo. Sus resultados muestran que la interacción de todas las componentes produce corrientes residuales del mismo orden que las que produce únicamente la M_2 , debido a que la mayor parte de la energía adicional que entra al golfo se transfiere a frecuencias altas y bajas y no tanto al promedio; al incluir varias componentes simultáneamente, las interacciones no lineales producen fluctuaciones, siendo la más importante la variación quincenal generada por la M_2 y la S_2 . Concluyó que para obtener una buena aproximación de la circulación

residual del golfo es suficiente modelar con la M_2 , mientras que la inclusión de la S_2 es necesaria para obtener las fluctuaciones.

Carbajal y Backhaus (1998) realizaron un balance energético en el golfo pero sólo con las dos principales componentes semidiurnas, la M_2 y la S_2 . Concluyeron que la mayor parte de la energía se disipa en la región del Delta del Río Colorado, en el Canal de Ballenas y en el Umbral de Salsipuedes. Al igual que Marinone (1997), sus resultados también muestran que la disipación de energía en conjunto de la M_2 y la S_2 es mayor que la suma lineal de la disipación de cada una de ellas simuladas en forma separada, por lo que las interacciones no lineales entre las componentes producen una mayor disipación.

En todos los estudios mencionados se han realizado estimaciones de la disipación de energía que producen las principales componentes de marea. Stock (1976) y Zavala (1993) modelaron la marea en el golfo utilizando diferentes parametrizaciones de la fricción. Sus resultados muestran que la disipación de energía y su distribución espacial son sensibles al término de fricción usado.

Como sabemos, los resultados de los trabajos numéricos se comparan con las observaciones y se procura reducir el error al máximo, es decir, se ajustan los valores modelados con los observados para que la diferencia entre ellos sea mínima. Existen varias formas de tratar de ajustar los resultados de un modelo a las observaciones. Una forma de hacer este ajuste es calibrando el modelo con el coeficiente de fricción, es decir, se varía el coeficiente hasta obtener el mejor ajuste con respecto a las observaciones (e.g., Argote *et al.* 1995; Marinone, 1997). Otra forma de hacer este ajuste es obteniendo cómo debe ser el flujo en la boca, es decir, en base a las observaciones de marea que se tienen a lo largo del golfo se determina el flujo óptimo en la boca con el cual se debe forzar el modelo (e.g., Zavala, 1996; Beier, 1999). En este trabajo, se varió el coeficiente de fricción hasta obtener el mejor ajuste con respecto a las observaciones y se obtuvieron errores en las amplitudes y fases menores que en la mayoría de los

trabajos previos, como se verá más adelante.

I.3 Objetivo

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento dinámico y energético de la marea debido a sus principales componentes. Como se mencionó anteriormente, la mayoría de los estudios sobre la marea y su disipación se han enfocado a la M_2 , a pesar de que la interacción de otras componentes es importante. En este trabajo se pretende profundizar sobre este tema. De manera particular, se quiere determinar la influencia de la variación del coeficiente de fricción en la disipación de energía que se produce debido a la fricción del fondo.

I.4 Organización del trabajo

El trabajo está organizado de la siguiente forma. En el capítulo II se describe brevemente el modelo numérico utilizado, las ecuaciones para el diagnóstico y los experimentos que se llevaron a cabo. En el capítulo III se describe el ajuste que se obtuvo al simular la marea y se presentan los resultados de sus principales componentes. En el capítulo IV se presentan los resultados del balance de momento y se describe su evolución temporal y su distribución espacial. En el capítulo V se presentan los resultados del balance energético y de igual forma, se describen temporal y espacialmente. Al final de los capítulos III, IV y V se hace una breve discusión sobre cada uno y finalmente en el capítulo VI se presentan las conclusiones más importantes de este trabajo.

II Metodología

II.1 El modelo

Para obtener la evolución temporal de los campos de velocidad y de elevación, se utilizó un modelo numérico bidimensional desarrollado por Crean (1978). Este modelo ya ha sido utilizado en el Golfo de California y reproduce exitosamente las observaciones de marea (Marinone, 1997). Una descripción completa del modelo se puede encontrar en Crean *et al.* (1988).

Las ecuaciones de momento y continuidad usadas en el modelo son

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{H} \right) - fV + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} + C_d U \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{H^2} - \nu \nabla^2 U = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{UV}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{H} \right) + fU + gH \frac{\partial \eta}{\partial y} + C_d V \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{H^2} - \nu \nabla^2 V = 0, \quad (2)$$

y

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} H) = 0, \quad (3)$$

donde (x, y) son las coordenadas cartesianas transversal y longitudinal al golfo; t es el tiempo; $H = \eta + h$ es la profundidad total, η y h son la elevación de la superficie y la profundidad de la columna de agua con respecto al nivel medio del mar; $\vec{v}$ es el vector de velocidad con componentes (u, v) ; (U, V) son las componentes horizontales de transporte (uH, vH) ; $f = 2\Omega \sin(\varphi)$ es el parámetro de Coriolis ($f = 7.1816 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$); C_d es el coeficiente de fricción; ν es el coeficiente de viscosidad de remolino ($\nu = 100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) y g es la aceleración debida a la gravedad ($g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$).

Las ecuaciones del modelo se resuelven explícitamente por el método de diferencias finitas y el paso de tiempo usado ($\Delta t = 22.5 \text{ s}$) satisface el criterio de Courant-Friedrichs-Lewy (Courant *et al.*, 1928). El tamaño de malla usado fue de 6.48×6.48

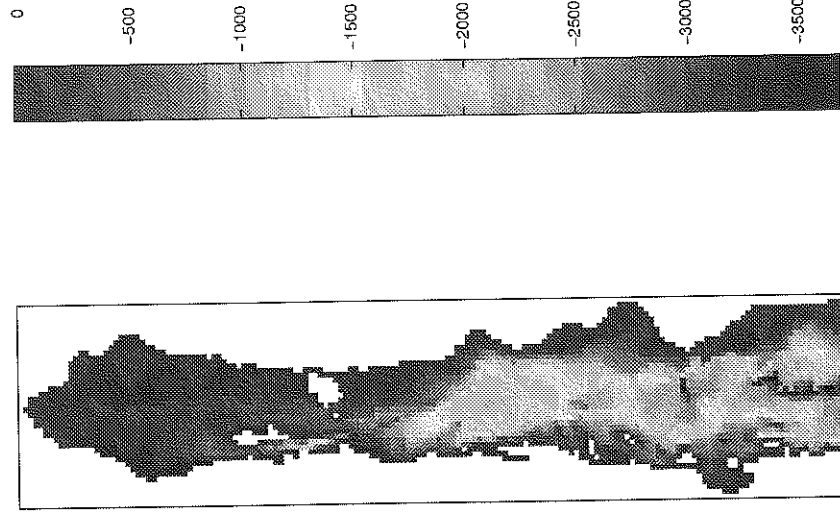


Figura 2: Discretización del golfo y su batimetría (m).

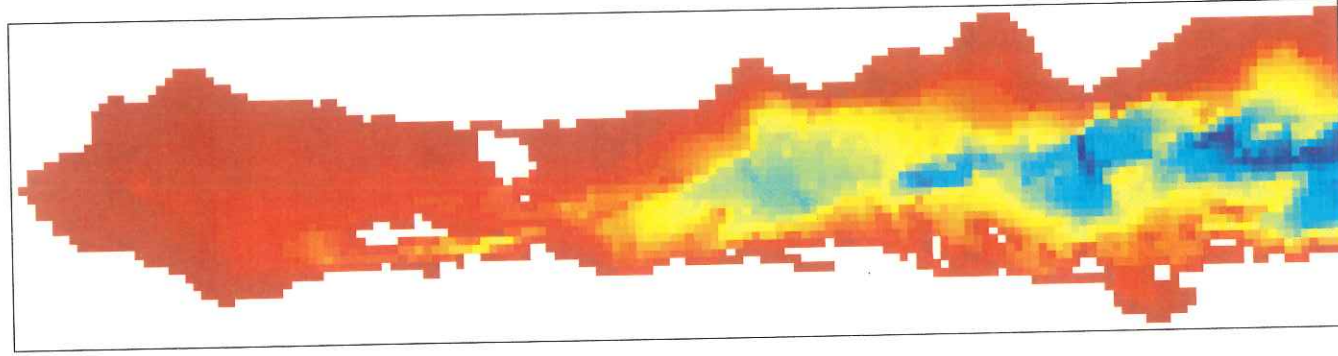
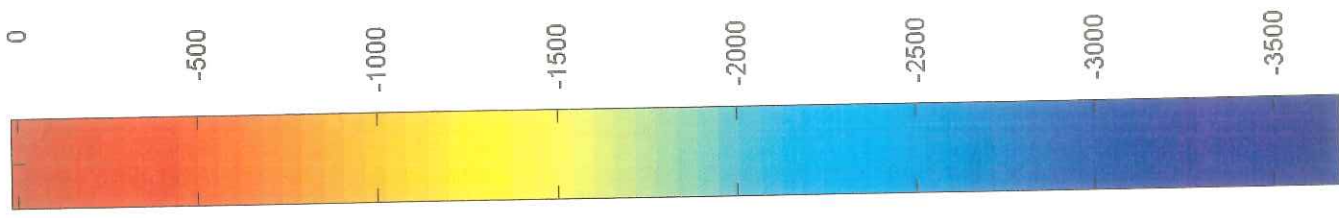
km. La Figura 2 muestra la discretización del golfo y su batimetría. El modelo es forzado en la boca del golfo, especificando los valores de elevación de la superficie del mar para todos los tiempos a partir de observaciones de la marea.

II.2 Ecuaciones para el diagnóstico

Una vez obtenidos los campos de velocidad (u, v) y de elevación (η), se evaluaron cada uno de los términos de las ecuaciones de momento y energía en cada paso de tiempo.

Las ecuaciones que se utilizaron fueron

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} + fv - g \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_d u \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{H} + \nu \nabla^2 u, \quad (4)$$



$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - f u - g \frac{\partial \eta}{\partial y} - C_d v \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{H} + \nu \nabla^2 v, \quad (5)$$

y

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\vec{v} \nabla H). \quad (6)$$

Multiplicando (4) por Hu , (5) por Hv y (6) por $g\eta$ y sumando, se obtiene la ecuación de energía

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -D_f - \nabla \cdot \mathbf{Q} + D_v, \quad (7)$$

donde

$$E = \frac{1}{2} [(u^2 + v^2)(\eta + h) + g\eta^2] \quad (8)$$

es la energía mecánica (cinética más potencial),

$$D_f = C_d (u^2 + v^2)^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

es la disipación de energía por fricción de fondo,

$$\mathbf{Q} = \vec{v}(\eta + h) \left[\frac{(u^2 + v^2)}{2} + g\eta \right] \quad (10)$$

es el vector flujo de energía y

$$D_v = \nu (\eta + h) (u \nabla^2 u + v \nabla^2 v) \quad (11)$$

es la disipación viscosa.

Integrando (7) en toda el área del golfo se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle E \rangle = - \langle D_f \rangle - \langle F \rangle + \langle D_v \rangle \quad (12)$$

donde $\langle \dots \rangle = \int \dots dA$. El flujo en la frontera abierta es $F = \int \mathbf{Q} \cdot \hat{n} dS$, donde $\hat{n}$ es un vector normal y dS es un elemento de longitud a través de la frontera. Los términos de las ecuaciones (4), (5) y (7) fueron los que se evaluaron.

II.3 Simulaciones

Para estudiar el comportamiento dinámico y energético de la marea en el Golfo de California se escogieron tres casos, cada uno de los cuales incluyó diferentes componentes de marea. El primer caso incluyó únicamente la M_2 (caso $M2$); el segundo, las dos principales componentes semidiurnas (caso MS) y el tercero, las siete componentes más importantes de la marea en el golfo (caso *Todos*). Para resolver las diferentes componentes por análisis armónico, la duración de las simulaciones fue de 90 días para los dos primeros casos y 370 días para el último. La Tabla I muestra las componentes incluidas en los casos y la duración de las simulaciones.

Para cada caso se varió el C_d hasta obtener el mejor ajuste entre los resultados del modelo y las observaciones. Como una medida del error o del mejor ajuste, se utilizó la raíz cuadrática media (rcm) definida como

$$rcm = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [O_i^2 + M_i^2 - 2O_i M_i \cos(\phi_i - \theta_i)]} \quad (13)$$

donde O y M son las amplitudes observadas y modeladas, θ y ϕ son las fases observadas y modeladas y N es el número de estaciones mareográficas usadas para calibrar el modelo (13). La ubicación de las estaciones se muestra en la Figura 1.

Tabla I: Componentes incluídas en los casos y duración de las simulaciones en días.

Caso	Componente	Duración
<i>M2</i>	M_2	90
<i>MS</i>	M_2, S_2	90
<i>Todos</i>	$M_2, S_2, N_2, K_2, O_1, P_1, K_1$	370

Tabla II: Coeficientes de fricción óptimos que se obtuvieron para cada caso y experimentos que se llevaron a cabo.

Caso	C_d óptimo	Experimentos
<i>M2</i>	$C_{d1} = 0.0108$	C_{d2} C_{d3}
<i>MS</i>	$C_{d2} = 0.0081$	C_{d1} C_{d3}
<i>Todos</i>	$C_{d3} = 0.0079$	C_{d1} C_{d2}

Para cada componente de cada caso se obtuvo una rcm , siendo el mejor ajuste cuando el promedio de todas las rcm de cada caso fue el mínimo. La Tabla II muestra el C_d óptimo con el que se obtuvo el mejor ajuste para cada caso.

Para determinar la influencia de la variación del C_d en el balance energético, se diseñaron seis experimentos más, en los cuales se repite la simulación de cada caso con el C_d óptimo de los otros dos (ver Tabla II). En adelante, cuando se mencionen los diferentes casos se hace referencia a cada uno de ellos con su C_d óptimo, a menos que se especifique lo contrario. La mayoría de los resultados que se presentan en este trabajo pertenecen al caso *Todos*, debido a que es el que incluyó más componentes.

Para mostrar los resultados de una forma más clara, el Golfo de California fue dividido en cuatro áreas: la primera comprende la región norte (I), la segunda la zona de las grandes islas (II), la tercera la región central (III) y la cuarta la región sur (IV). En adelante, la zona de las grandes islas será mencionada en el texto como archipiélago. De igual forma, para mostrar los resultados de manera puntual, se escogieron tres puntos de malla, los cuales se encuentran en el Alto Golfo (punto a), en el Canal de Ballenas (punto d) y en el sur del golfo (punto f). En la Figura 1 se muestra la división del golfo y la ubicación de los tres puntos de malla.

III Mareas

III.1 Ajuste

La Figura 3 muestra para la M_2 , el valor de la rcm en función del C_d . Para todos los casos se puede apreciar que pequeñas variaciones del C_d óptimo producen que la rcm aumente. Es importante notar que el valor mínimo de la rcm fue similar entre los casos, sólo que para los casos $M2$ y MS , que incluyeron menos componentes, se necesitó un C_d mayor que el del caso *Todos*. Por lo tanto, para todos los casos el ajuste de la M_2 fue similar, sólo que con diferente C_d . Los asteriscos indican la rcm que se obtiene con el C_d óptimo de cada caso. Sólo para el caso $M2$ el asterisco coincide con el valor mínimo de la rcm . En la figura también se muestran los errores que obtuvieron otros autores, de los cuales sólo Beier (1999) obtuvo un mejor ajuste que el de este trabajo. Argote *et al.* (1995), Marinone (1997), Carbajal y Backhaus (1998) y Beier (1999) utilizaron coeficientes de fricción menores que los de este trabajo, mientras que Zavala (1996) utilizó una parametrización lineal de la fricción. La rcm de Beier (1999) fue calculada a partir de los resultados de la Figura 14 de su trabajo.

Para cada componente de cada simulación se calculó el error en las amplitudes (e_A) y el error en las fases (e_F) de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$e_A = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (O_i - M_i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

y

$$e_F = \left(\frac{\sum_{i=1}^N O_i^2 (\theta_i - \phi_i)^2}{\sum_{i=1}^N O_i^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

donde el error en las amplitudes se calculó a partir de la diferencia entre las observaciones y los resultados del modelo, mientras que en las fases el error se calculó a partir

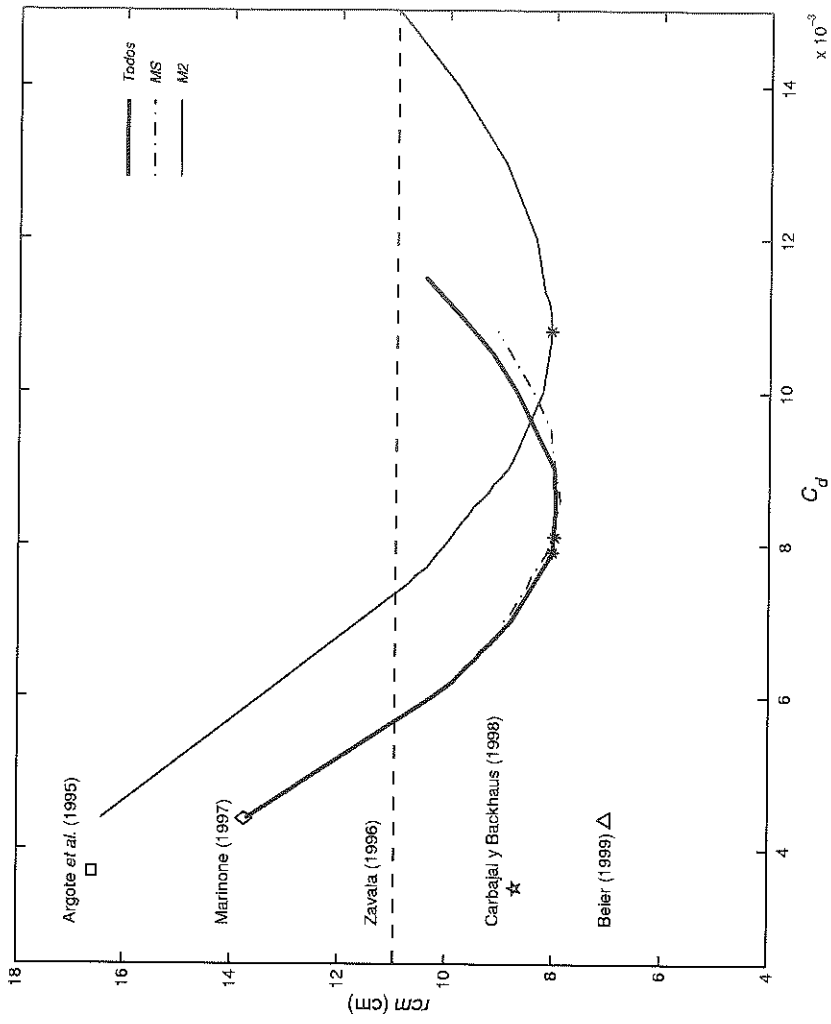


Figura 3: Error obtenido en función del C_d para la M_2 para todos los casos. Se muestran los errores obtenidos por otros autores con otros coeficientes.

de su diferencia, pero pesada por los valores de las amplitudes observadas. La Tabla III muestra los errores obtenidos para cada componente de cada caso. La presentación de los resultados de la Tabla III es equivalente al orden del contenido de la Tabla II. En todos los casos, los resultados obtenidos con los coeficientes C_{d2} y C_{d3} son muy parecidos, debido a que la diferencia entre los coeficientes es pequeña. Al igual que la r_{cm} , los valores de e_A y e_F entre los casos son parecidos para una misma componente. Por ejemplo, para la M_2 el valor de e_A oscila entre 2.5 y 2.8 cm, mientras que el de e_F oscila entre 5.6 y 5.7 grados (ver columnas 3 y 4 de la Tabla III). De igual forma, para la S_2 , los valores son muy similares. Por lo tanto, para la M_2 y S_2 se obtiene un ajuste muy similar entre los casos.

Tabla III: Errores obtenidos para las componentes de los casos realizados. Las unidades de e_A y rcm están en centímetros y las de e_F en grados.

Caso	Componente	e_A	e_F	rcm	e_A	e_F	rcm	e_A	e_F	rcm
M_2	M_2	2.8	5.6	8.1	2.9	7.1	9.9	2.9	7.2	10.1
MS	M_2	2.5	5.7	8.0	2.9	6.3	9.1	2.5	5.8	8.1
MS	S_2	2.1	6.8	5.9	2.8	7.9	7.2	2.1	6.9	5.9
$Todos$	M_2	2.5	5.7	8.0	3.0	6.6	9.5	2.5	5.7	8.0
$Todos$	S_2	2.1	6.9	5.9	2.8	7.8	7.1	2.1	6.9	5.9
$Todos$	N_2	0.6	5.5	2.0	1.0	9.9	3.6	0.6	5.7	2.1
$Todos$	K_2	0.5	8.5	1.9	0.7	9.1	2.1	0.5	8.4	1.9
$Todos$	O_1	1.1	4.5	2.2	1.1	5.4	2.4	1.1	4.6	2.2
$Todos$	P_1	0.7	5.5	1.3	0.7	6.7	1.5	0.7	5.6	1.4
$Todos$	K_1	1.4	4.1	3.0	1.4	5.0	3.3	1.4	4.1	3.0

III.2 Distribución de amplitudes y fases

Una vez realizado el ajuste de la marea, se obtuvieron los mapas cotidiales de las componentes de cada uno de los casos. Las Figuras 4 y 5 muestran la distribución de amplitudes y fases para las componentes del caso *Todos*. En la Figura 4 se observa que la amplitud de las componentes semidiurnas disminuye en la región central del golfo y aumenta considerablemente hacia la cabeza. Las fases nos indican que la marea semidiurna no es máxima en todo el golfo al mismo tiempo. Para todas las componentes se puede observar que el punto anfdrómico está desplazado hacia la península. El comportamiento de estas componentes en el golfo es similar al de una onda estacionaria, donde el punto anfdrómico equivale al nodo de la onda y los extremos del golfo a los antinodos. Por el contrario, en la Figura 5 se observa que la amplitud de las componentes diurnas crece monotónicamente hacia la cabeza del golfo. Como el periodo de estos armónicos es mucho mayor que el periodo normal de oscilación del golfo (~ 13.4 horas), el nivel del mar dentro del golfo sube y baja al mismo tiempo que la marea del Océano Pacífico. Los mapas mostrados en las Figuras 4 y 5 coinciden con los reportados a partir de observaciones (e.g., Filloux, 1973; Morales y Gutiérrez, 1989) y de modelos numéricos similares (e.g., Argote *et. al.*, 1995; Marinone, 1997).

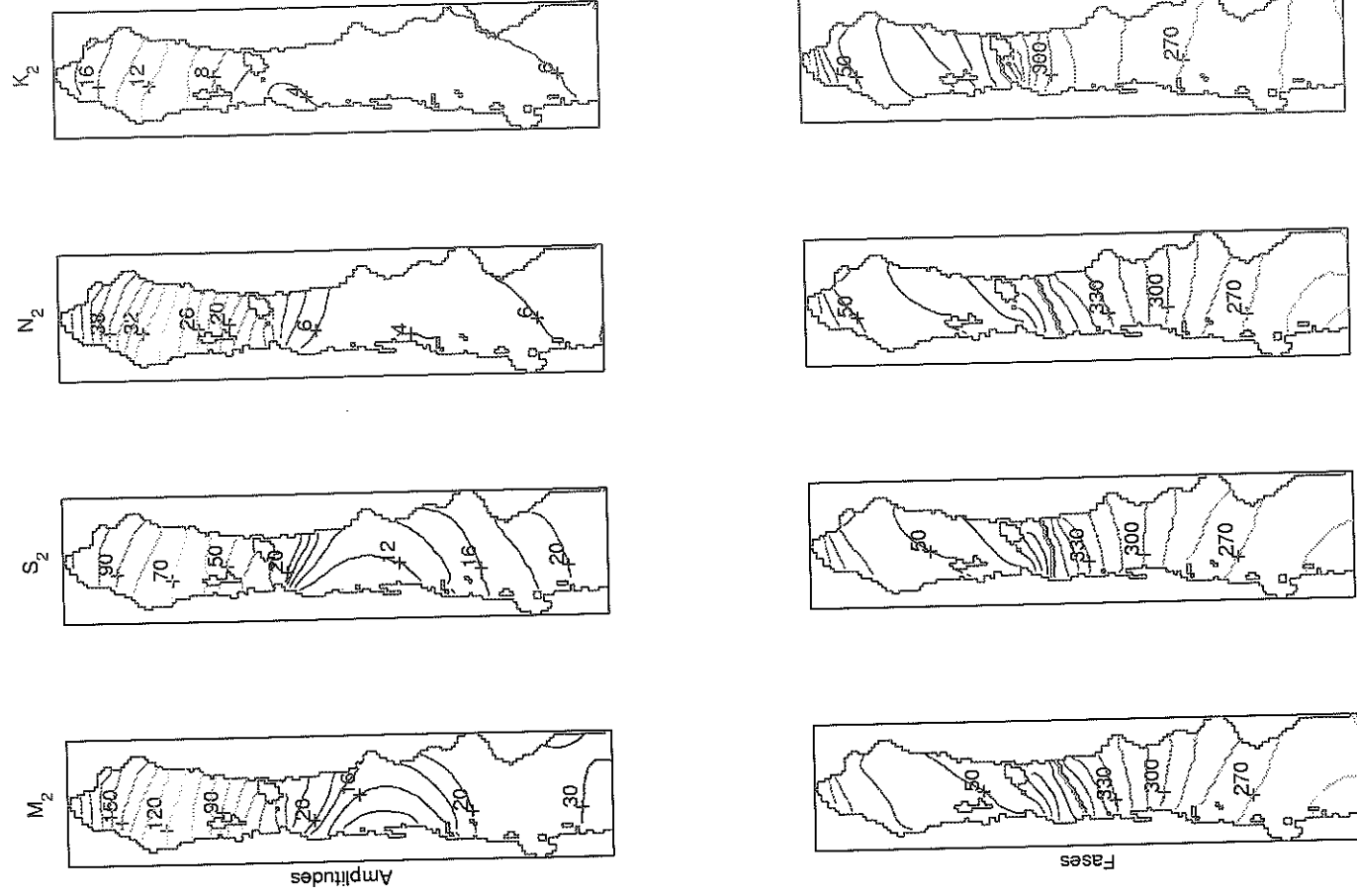


Figura 4: Amplitudes y fases modeladas en el Golfo de California para las componentes semidiurnas del caso *Todos*. Las amplitudes están en centímetros y las fases en grados con respecto a Greenwich. El incremento de los contornos de las amplitudes es de 10 cm para la M_2 y S_2 y 2 cm para la N_2 y K_2 (para la M_2 y S_2 , el incremento es de 2 cm para los contornos menores al de 20 cm). El incremento de los contornos de las fases es de 10°. La línea gruesa en las fases corresponde a 360°.

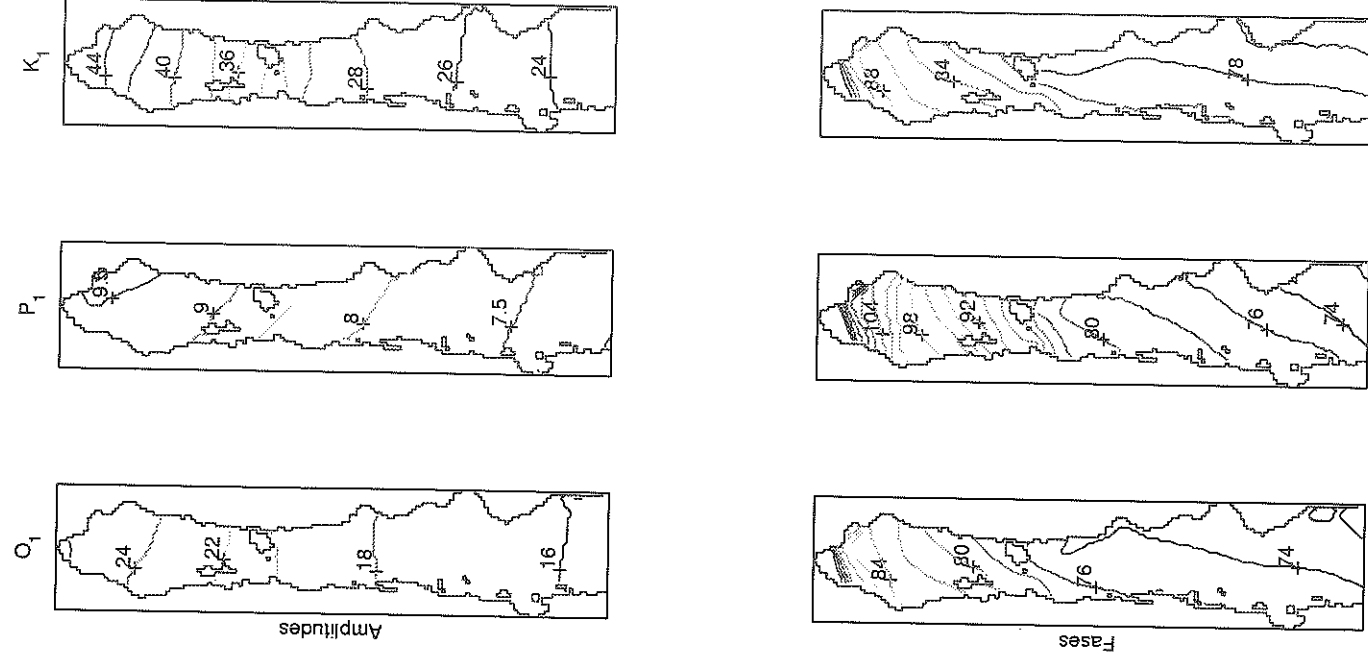


Figura 5: Amplitudes y fases modeladas en el Golfo de California para las componentes diurnas del caso *Todos*. Las amplitudes están en centímetros y las fases en grados con respecto a Greenwich. El incremento de los contornos de las amplitudes es de 2 cm para la Q_1 y K_1 y 0.5 cm para la P_1 . El incremento de los contornos de las fases es de 2° .

De la Tabla IV a la Tabla X se muestran las amplitudes y fases modeladas y observadas para las componentes del caso *Todos*. Los resultados se muestran en las estaciones mareográficas utilizadas para calibrar el modelo (ver Figura 1 para la ubicación de las estaciones). En las tablas se puede apreciar que en general, las diferencias entre los valores modelados y observados son pequeñas, excepto en Topolobampo en donde la diferencia de las fases fue más significativa.

En la Tabla XI se muestra el promedio de las diferencias entre las estaciones ($\bar{x}$) y su desviación estándar (σ) para todos los casos. Para las amplitudes, el promedio y la desviación estándar fue pequeño para la mayoría de las componentes, excepto el promedio de la M_2 y la desviación estándar de la M_2 y S_2 , probablemente porque estas componentes son las que presentan mayor amplitud en el golfo. Para las fases, los promedios fueron pequeños para todas las componentes excepto para la N_2 , en cambio, la desviación estándar fue mayor para todas las componentes semidiurnas debido a que éstas presentan un cambio de fase en la parte central del golfo, mientras que las diurnas prácticamente están en fase a lo largo de él. Los promedios y desviaciones estándar de la M_2 y S_2 son similares entre los casos. Aún así, con los casos *MS* y *Todos* se obtuvieron los mejores ajustes para la M_2 y S_2 , respectivamente.

III.3 Discusión

En este trabajo se considera que el modelado de la marea en el golfo fue satisfactorio para todas las componentes. La Tabla XII muestra los errores obtenidos en otros trabajos para la M_2 . Los asteriscos indican los trabajos que utilizaron una parametrización lineal de la fricción, las cruces, los trabajos que obtuvieron el forzamiento en la boca a partir de observaciones del interior del golfo y los círculos, los trabajos que interpolaron las observaciones de estaciones cercanas a la boca para obtener el forzamiento en ella. Los trabajos que no presentan asterisco utilizaron una parametrización cuadrática de la fricción. El número de estaciones y el C_d utilizados por cada autor no es el mismo y

Tabla IV: Amplitudes y fases observadas (O y θ) y modeladas (M y ϕ) para la M_2 en el Golfo de California (caso *Todos*). Las amplitudes están en centímetros y las fases en grados con respecto a Greenwich.

Estación	O	θ	M	ϕ	$M - O$	$\phi - \theta$
1 San Felipe	164.5	64.9	168.0	71.4	3.5	6.5
2 Puerto Peñasco	157.0	58.6	159.0	58.9	2.0	0.3
3 Puerto Refugio	100.6	59.1	105.0	58.1	4.4	-1.0
4 Bahía de los Ángeles	65.6	58.7	71.7	57.3	6.1	-1.4
5 Isla Esteban	36.7	43.7	41.5	37.5	4.8	-6.2
6 San Francisquito	42.4	56.2	40.6	51.2	-1.8	-5.0
7 Isla Tiburón	36.5	24.4	39.4	26.1	2.9	1.7
8 Santa Rosalía	9.2	354.1	11.6	347.0	2.4	-7.1
9 Guaymas	13.5	315.8	16.6	322.0	3.1	6.2
10 Loreto	14.5	275.8	15.4	281.0	0.9	5.2
11 Yavaros	20.4	296.3	22.1	287.0	1.7	-9.3
12 La Paz	23.7	274.9	27.5	270.0	3.8	-4.9
13 Topolobampo	29.3	297.9	24.7	263.0	-4.6	-34.9

Tabla V: *Idem* que la Tabla IV pero para la S_2 .

Estación	O	θ	M	ϕ	$M - O$	$\phi - \theta$
1 San Felipe	99.2	64.6	93.2	72.2	-6.0	7.6
2 Puerto Peñasco	93.9	59.0	88.5	58.5	-5.4	-0.5
3 Puerto Refugio	56.4	59.8	57.3	56.2	0.9	-3.6
4 Bahía de los Ángeles	35.0	58.8	37.7	53.9	2.7	-4.9
5 Isla Esteban	18.6	34.7	21.0	28.4	2.4	-6.3
6 San Francisquito	19.2	52.0	19.8	43.9	0.6	-8.1
7 Isla Tiburón	18.1	11.6	20.5	15.1	2.4	3.5
8 Santa Rosalía	5.5	303.5	8.4	314.0	3.0	10.5
9 Guaymas	10.7	289.2	12.4	302.0	1.7	12.8
10 Loreto	12.6	264.8	13.0	274.0	0.4	9.2
11 Yavaros	15.6	287.2	16.7	279.0	1.1	-8.2
12 La Paz	17.9	272.0	19.6	267.0	1.7	-5.0
13 Topolobampo	20.9	294.5	18.2	262.0	-2.7	-32.5

Tabla VI: *Idem* que la Tabla IV pero para la N₂.

Estación	O	θ	M	ϕ	M - O	$\phi - \theta$
1 San Felipe	42.0	58.5	42.3	59.7	0.3	1.2
2 Puerto Peñasco	40.5	51.1	40.2	47.0	-0.3	-4.1
3 Puerto Refugio	27.2	47.6	27.3	44.9	0.1	-2.7
4 Bahía de los Ángeles	18.8	50.8	19.1	43.3	0.3	-7.5
5 Isla Esteban	10.8	30.9	11.8	24.1	1.1	-6.8
6 San Francisquito	11.8	46.9	11.5	36.4	-0.3	-10.5
7 Isla Tiburón	10.7	17.1	11.3	14.2	0.6	-2.9
8 Santa Rosalía	3.3	5.7	4.2	350.0	0.9	-15.7
9 Guaymas	3.5	332.2	5.0	326.0	1.4	-6.2
10 Loreto	3.0	284.3	3.6	292.0	0.6	7.7
11 Yavaros	4.5	308.9	5.4	291.0	0.9	-17.9
12 La Paz	5.0	273.6	6.3	269.0	1.3	-4.6
13 Topolobampo	6.5	300.1	5.4	262.0	-1.1	-38.1

Tabla VII: *Idem* que la Tabla IV pero para la K₂.

Estación	O	θ	M	ϕ	M - O	$\phi - \theta$
1 San Felipe	26.4	59.2	26.1	69.6	-0.3	10.4
2 Puerto Peñasco	25.6	58.0	24.8	55.7	-0.8	-2.3
3 Puerto Refugio	14.6	55.8	16.0	52.9	1.4	-2.9
4 Bahía de los Ángeles	9.7	55.9	10.5	50.1	0.8	-5.8
5 Isla Esteban	5.2	28.7	6.0	23.3	0.8	-5.4
6 San Francisquito	5.7	50.0	5.5	38.8	-0.2	-11.2
7 Isla Tiburón	5.0	5.2	5.8	10.1	0.8	4.9
8 Santa Rosalía	1.9	294.0	2.6	311.0	0.7	17.0
9 Guaymas	3.2	287.4	3.7	300.0	0.5	12.6
10 Loreto	3.8	259.8	3.9	273.0	0.1	13.2
11 Yavaros	5.1	284.0	4.9	277.0	-0.2	-7.0
12 La Paz	5.9	268.0	5.7	265.0	-0.2	-3.0
13 Topolobampo	6.6	290.3	5.2	260.0	-1.4	-30.3

Tabla VIII: *Idem* que la Tabla IV pero para la O_1 .

Estación	O	θ	M	ϕ	$M - O$	$\phi - \theta$
1 San Felipe	26.3	77.8	24.6	85.6	-1.7	7.8
2 Puerto Peñasco	27.5	74.5	24.4	79.8	-3.1	5.3
3 Puerto Refugio	25.4	75.2	22.7	78.8	-2.7	3.5
4 Bahía de los Ángeles	22.0	75.8	21.3	78.6	-0.7	2.8
5 Isla Esteban	20.9	74.1	19.9	75.2	-1.0	1.1
6 San Francisquito	22.1	75.8	19.9	78.2	-2.2	2.4
7 Isla Tiburón	20.5	72.4	19.7	73.5	-0.8	1.1
8 Santa Rosalía	19.6	75.2	18.2	75.4	-1.4	0.2
9 Guaymas	18.7	71.8	18.0	73.4	-0.7	1.6
10 Loreto	18.1	74.8	17.3	75.6	-0.8	0.8
11 Yavaros	17.2	71.2	17.2	72.6	0.0	1.4
12 La Paz	17.0	81.0	16.3	72.3	-0.7	-8.7
13 Topolobampo	17.1	82.9	16.5	75.6	-0.6	-7.3

Tabla IX: *Idem* que la Tabla IV pero para la P_1 .

Estación	O	θ	M	ϕ	$M - O$	$\phi - \theta$
1 San Felipe	13.0	81.3	12.2	89.5	-0.8	8.2
2 Puerto Peñasco	13.4	76.5	12.1	82.9	-1.3	6.4
3 Puerto Refugio	13.7	77.4	11.1	81.0	-2.6	3.6
4 Bahía de los Ángeles	10.8	77.3	10.3	80.3	-0.4	3.0
5 Isla Esteban	10.1	75.8	9.6	76.2	-0.6	0.4
6 San Francisquito	10.5	77.1	9.6	79.6	-0.9	2.5
7 Isla Tiburón	9.7	74.9	9.4	74.3	-0.3	-0.6
8 Santa Rosalía	8.8	77.0	8.6	76.0	-0.2	-1.0
9 Guaymas	8.9	72.3	8.5	73.7	-0.5	1.4
10 Loreto	8.5	76.7	8.1	76.1	-0.4	-0.6
11 Yavaros	8.2	73.2	8.0	72.7	-0.1	-0.5
12 La Paz	8.0	83.2	7.6	72.3	-0.4	-10.9
13 Topolobampo	8.1	89.3	7.6	75.9	-0.4	-13.4

Tabla X: *Idem* que la Tabla IV pero para la K_1 .

	Estación	O	θ	M	ϕ	$M - O$	$\phi - \theta$
1	San Felipe	41.6	82.0	39.5	89.2	-2.1	7.2
2	Puerto Peñasco	43.4	79.4	39.0	83.2	-4.4	3.8
3	Puerto Refugio	36.8	80.0	35.6	82.7	-1.2	2.8
4	Bahía de los Ángeles	33.8	80.1	33.1	82.6	-0.7	2.5
5	Isla Esteban	31.9	78.2	30.5	78.9	-1.4	0.7
6	San Francisquito	34.6	79.5	30.6	82.0	-4.0	2.5
7	Isla Tiburón	30.6	77.7	30.1	77.1	-0.5	-0.6
8	Santa Rosalía	28.9	79.9	27.5	79.5	-1.4	-0.4
9	Guaymas	27.9	75.7	27.0	77.2	-0.9	1.5
10	Loreto	26.3	79.0	25.8	79.7	-0.5	0.7
11	Yavaros	25.4	76.2	25.6	76.3	0.2	0.1
12	La Paz	25.0	84.1	24.1	76.0	-0.9	-8.1
13	Topolobampo	25.3	87.2	24.3	79.7	-1.0	-7.5

Tabla XI: Promedio ($\bar{x}$) y desviación estándar (σ) de las diferencias de amplitudes y fases entre las estaciones para todos los casos. Los promedios de las amplitudes están en centímetros y las desviaciones estándar de las fases en grados.

Caso	Componente	$\bar{x} (M - O)$	$\sigma (M - O)$	$\bar{x} (\phi - \theta)$	$\sigma (\phi - \theta)$
M_2	M_2	2.7	3.0	-4.3	10.7
MS	M_2	2.1	2.8	-3.8	10.7
MS	S_2	0.3	3.1	-2.3	12.0
<i>Todos</i>	M_2	2.2	2.8	-3.8	10.7
<i>Todos</i>	S_2	0.2	3.0	-2.0	11.8
<i>Todos</i>	N_2	0.4	0.7	-8.3	11.1
<i>Todos</i>	K_2	0.2	0.8	-0.8	12.7
<i>Todos</i>	O_1	-1.3	0.9	0.9	4.5
<i>Todos</i>	P_1	-0.7	0.7	-0.1	6.0
<i>Todos</i>	K_1	-1.4	1.3	0.4	4.2

Tabla XII: Errores en las amplitudes (cm) y fases (grados) obtenidos por otros autores para la componente M_2 . Se muestra el C_d , el número de estaciones con las cuales se realizó el ajuste y el tipo de modelo que se utilizó en cada trabajo. Los asteriscos indican los trabajos que utilizaron una parametrización lineal de la fricción; las cruces, los trabajos que a partir de las observaciones del interior del golfo obtuvieron el forzamiento en la boca y los círculos, los trabajos que interpolaron las observaciones cercanas a la boca para obtener el forzamiento en ella.

Autor	C_d	N	e_A	e_F	modelo	Forzamiento
Ripa y Velázquez (1993)*	0.000017 s ⁻¹	19	5.7	4.2	1 D	+
Zavala (1993)*	0.0018 m s ⁻¹	19	5.8	4.3	1 D	+
Zavala (1993)	0.0037	19	3.3	5.7	2 D	+
Argote <i>et al.</i> (1995)	0.0037	12	2.7	9.6	2 D	o
Zavala (1996)*	0.0008 m s ⁻¹	19	4.0	7.9	2 D	+
Marinone (1997)	0.0044	14	3.3	10.1	2 D	o
Carbajal y Backhaus (1998)	0.0035	9	2.4	5.9	2 D	o
Beier (1999)	0.0044	19	2.8	4.9	2 D	+
Presente trabajo (M_2)	0.0108	13	2.8	5.6	2 D	o
Presente trabajo (<i>Todos</i>)	0.0079	13	2.5	5.7	2 D	o

en la mayoría de los trabajos se utilizaron modelos bidimensionales (2 D). Los errores de Beier (1999) fueron extraídos de la Figura 14 de su trabajo.

En la Tabla XII se puede observar que los errores de los diferentes trabajos son similares. Los errores en las amplitudes oscilan entre 2.4 y 5.8 cm mientras que en las fases oscilan entre 4.2 y 10.1 grados. Argote *et al.* 1995 calibraron su modelo hasta obtener el mejor ajuste en las estaciones del norte del golfo (San Felipe, Puerto Peñasco y Bahía de los Ángeles), debido a que la región norte era el área de su mayor interés. En este trabajo se considera que es importante que el ajuste se obtenga a partir de todas las estaciones, porque los resultados que se obtienen en la región norte son reflejo de la dinámica que existe en el resto del golfo. Los errores de este trabajo son menores que los de Marinone (1997); en ambos trabajos se utilizó el mismo modelo sólo que Marinone (1997) usó un C_d mucho menor. Los errores de este trabajo son parecidos a los de Carbajal y Backhaus (1998), sólo que ellos únicamente compararon sus resultados con 9 estaciones. Ripa y Velázquez (1993) y Zavala (1993) utilizaron

modelos unidimensionales (1 D) y obtuvieron errores en las fases menores que en los demás trabajos, pero sus errores en las amplitudes fueron mayores que en todos ellos.

De los trabajos que forzaron en la boca del golfo a partir de observaciones de su interior, se puede considerar que Beier (1999) fue el que mejor ajuste obtuvo. El utilizó el mismo C_d que usó Marinone (1997) y se podría esperar que su error mejorase si usara algún C_d de este trabajo. Beier (1999) probó que pequeñas variaciones en el forzamiento en la boca producen errores globales importantes en la predicción de mareas. En este trabajo se probó que la variación del C_d también produce errores similares. Los errores de este trabajo muestran que se obtuvo un buen ajuste de la marea en el Golfo de California y que este ajuste fue similar entre los casos para las componentes M_2 y S_2 .

IV Balance de momento

IV.1 Resultados

Para identificar a las fuerzas más importantes de la marea en el golfo, todos los términos de las ecuaciones de momento fueron evaluados, filtrados y promediados en el tiempo. El filtro que se utilizó remueve los movimientos con periodos menores de dos días, lo cual es suficiente para eliminar las frecuencias altas. Más información sobre el filtro se puede encontrar en Marinone (1997). Los campos instantáneos de los términos son los campos totales, los campos filtrados son los campos residuales y los campos de marea se obtuvieron a partir de la diferencia de los campos totales y residuales.

La Figura 6 muestra las series de tiempo de los términos de las ecuaciones (4) y (5) para los puntos a, d y f (ver Figura 1 para la ubicación de los puntos). Se muestran los campos residuales para el caso *Todos*. En el Alto Golfo, en la dirección transversal (en adelante dirección u) no existe un balance claro entre los términos, pero principalmente se da entre el gradiente de presión, Coriolis y la fricción, en cambio, en la dirección longitudinal (en adelante dirección v) hay un balance bien definido entre el gradiente de presión y la fricción. En el Canal de Ballenas, Coriolis y la advección balancean al gradiente de presión, a la viscosidad y a la fricción en u , mientras que en v Coriolis y la advección están en balance con el gradiente de presión. En el sur del golfo el balance principal es geostrófico en ambas direcciones. Las series de tiempo de esta figura son señales de frecuencia baja producidas por las interacciones no lineales de las componentes de marea.

Para comparar cómo es el balance de marea con respecto al residual, la Figura 7 muestra las series de tiempo de los campos de marea para los mismos puntos que la figura anterior. En el Alto Golfo, el gradiente de presión es balanceado por Coriolis y la fricción en u y únicamente por la fricción en v . En el Canal de Ballenas y en el sur del golfo el balance es geostrófico en u , mientras que en v el gradiente de presión no

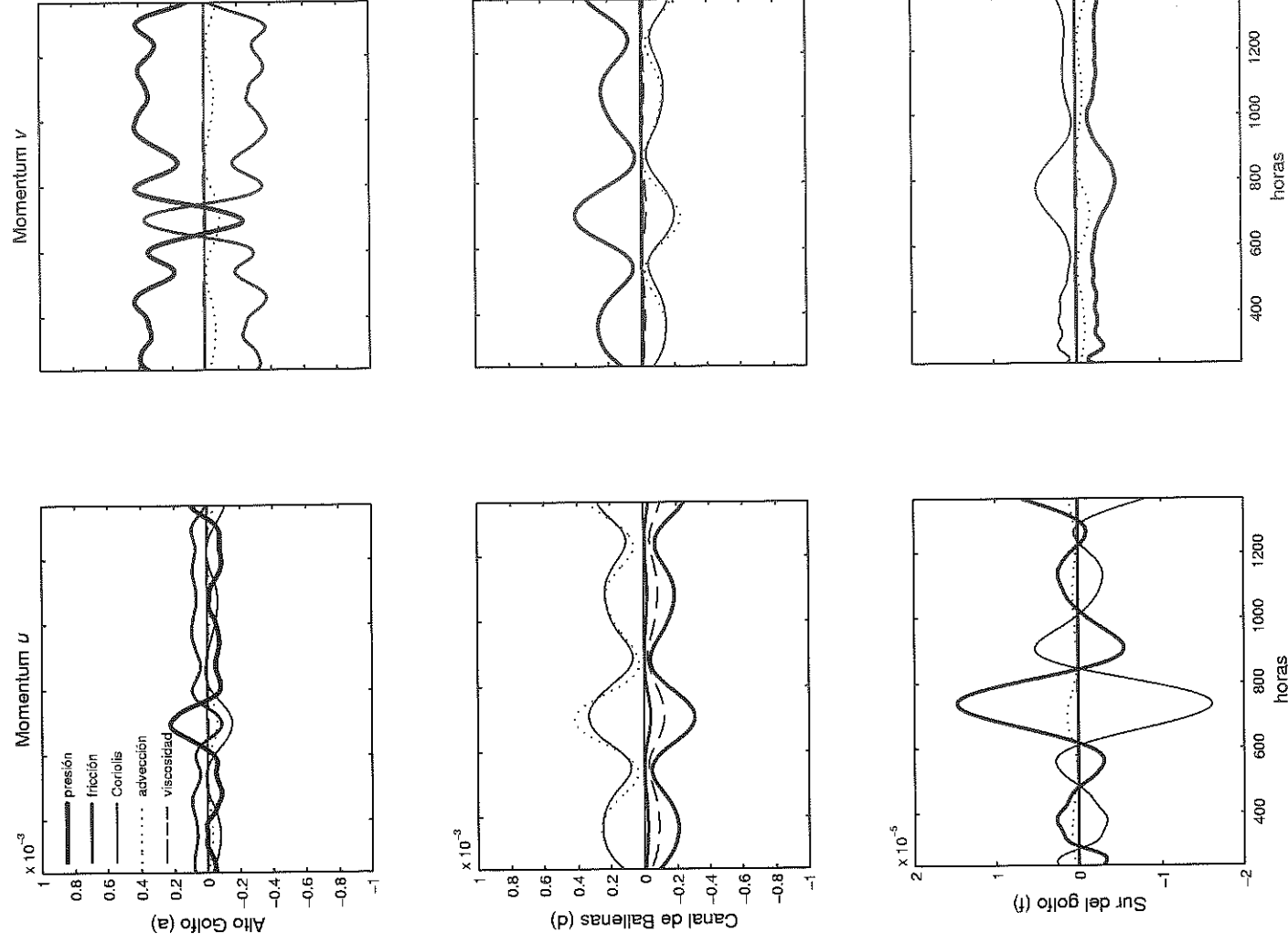


Figura 6: Series de tiempo de los campos residuales de las ecuaciones de momento para tres puntos de malla (caso *Todos*). Las unidades están en cm s^{-2} .

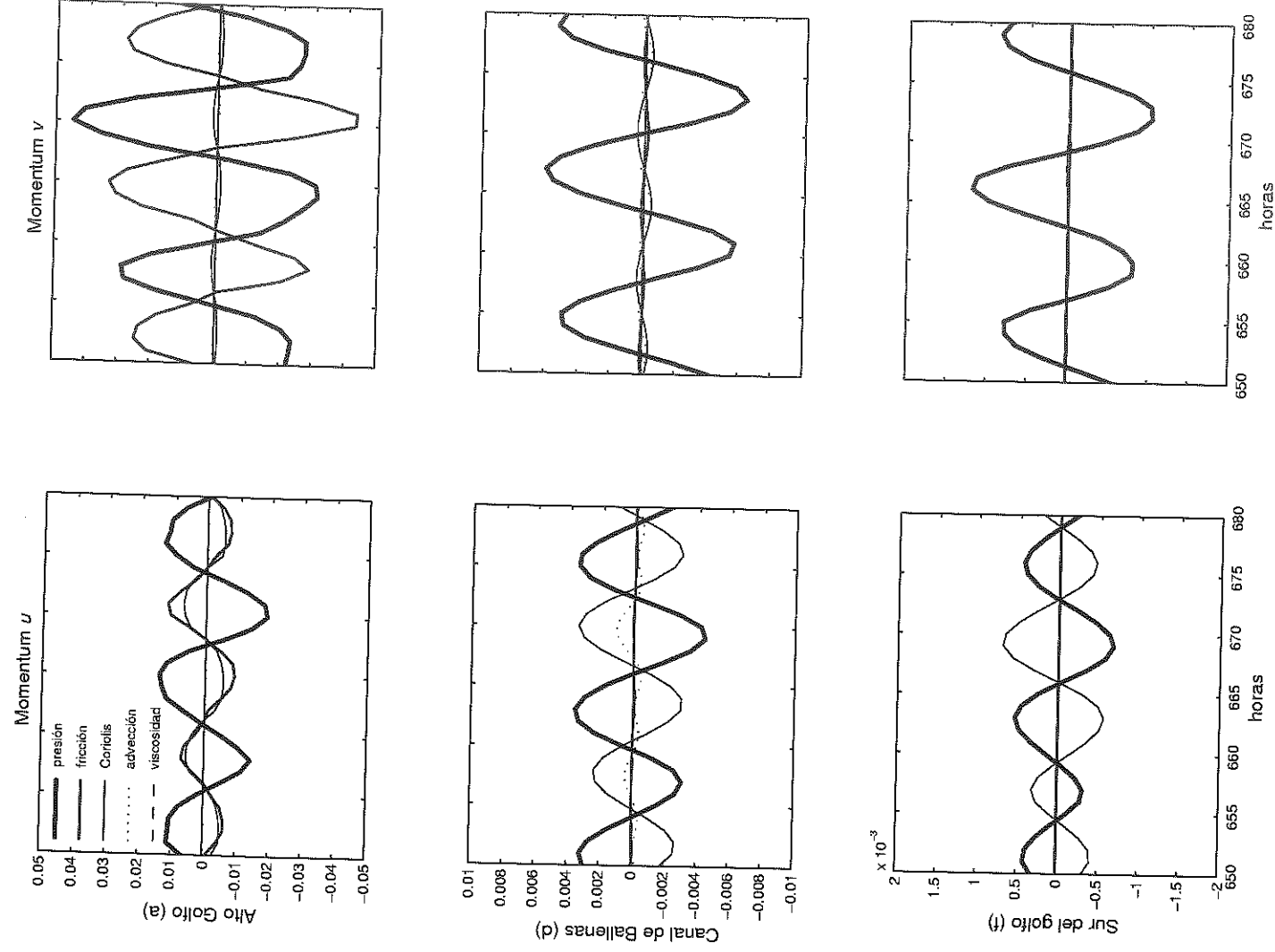


Figura 7: Series de tiempo de los campos de marea de las ecuaciones de momento para tres puntos de malla (caso *Todos*). Las unidades están en cm s^{-2} .

está balanceado por ninguna fuerza (el término que está en balance con el gradiente de presión es $\frac{\partial v}{\partial t}$). Note que los campos de marea son 1 o 2 órdenes de magnitud mayor que los campos residuales y que las escalas en el tiempo no son las mismas.

La Figura 8 muestra las mismas series de tiempo de la Figura 6 pero integradas en las áreas I y II y en todo el golfo. En el área I en u , el gradiente de presión balancea a Coriolis y a la fricción, mientras en v , el gradiente de presión y la advección balancean a la fricción. En el área II la advección es importante en u pero no en v , en cambio la fricción no es importante en u pero sí en v . Coriolis es importante en ambas direcciones. En u el gradiente de presión está balanceado con Coriolis y la advección, en cambio en v está balanceado con Coriolis y la fricción. Para todo el golfo se observa que hay un balance geostrófico en u , mientras en v el balance es prácticamente el mismo que el del área I. Para comparar estas series con respecto a las de otro caso, las líneas rectas en el área I y en todo el golfo en v son el gradiente de presión y la fricción del campo residual del caso $M2$. Cuando se incluye sólo una componente en el forzamiento lo que se observa es el promedio del campo residual y no fluctuaciones de frecuencia baja.

La Figura 9 muestra las mismas series de tiempo de la Figura 7 pero integradas en las áreas I y II y en todo el golfo. En u el balance es geostrófico para todas las regiones y en v el gradiente de presión no está balanceado completamente por ninguna fuerza en ninguna región (la fricción es importante en la región norte y en todo el golfo). Como el forzamiento en la boca del golfo se da únicamente a través del gradiente de presión, el nivel del mar en el golfo sube y baja continuamente, por lo que este término está en balance con $\frac{\partial v}{\partial t}$.

Las Figuras 10 y 11 muestran los promedios temporales de los términos de las ecuaciones de momento para u y v , respectivamente (S_u y S_v son la suma de fuerzas, es decir, $S_u = \frac{\partial u}{\partial t}$ y $S_v = \frac{\partial v}{\partial t}$). Se muestran los campos residuales para el caso *Todos*. En estas figuras se pueden apreciar claramente las regiones donde los términos son importantes. Tanto para u como para v las regiones de mayor actividad o donde las

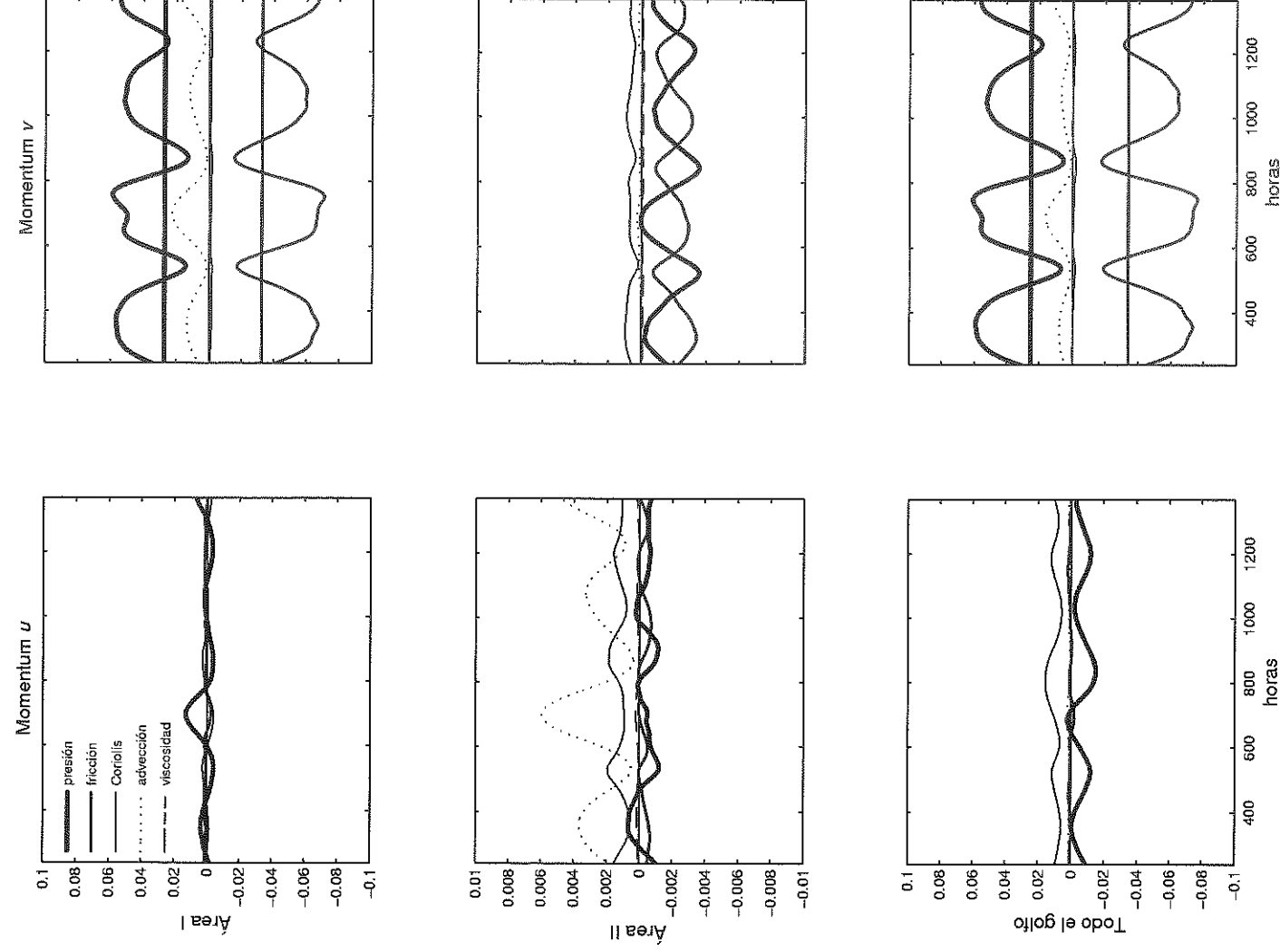


Figura 8: Series de tiempo de los campos residuales de las ecuaciones de momento para el caso *Todos*. Las series están integradas en las áreas I y II y en todo el golfo. Las líneas rectas en el área I y en todo el golfo en v son el gradiente de presión y la fricción del caso $M2$. Las unidades están en cm s^{-2} .

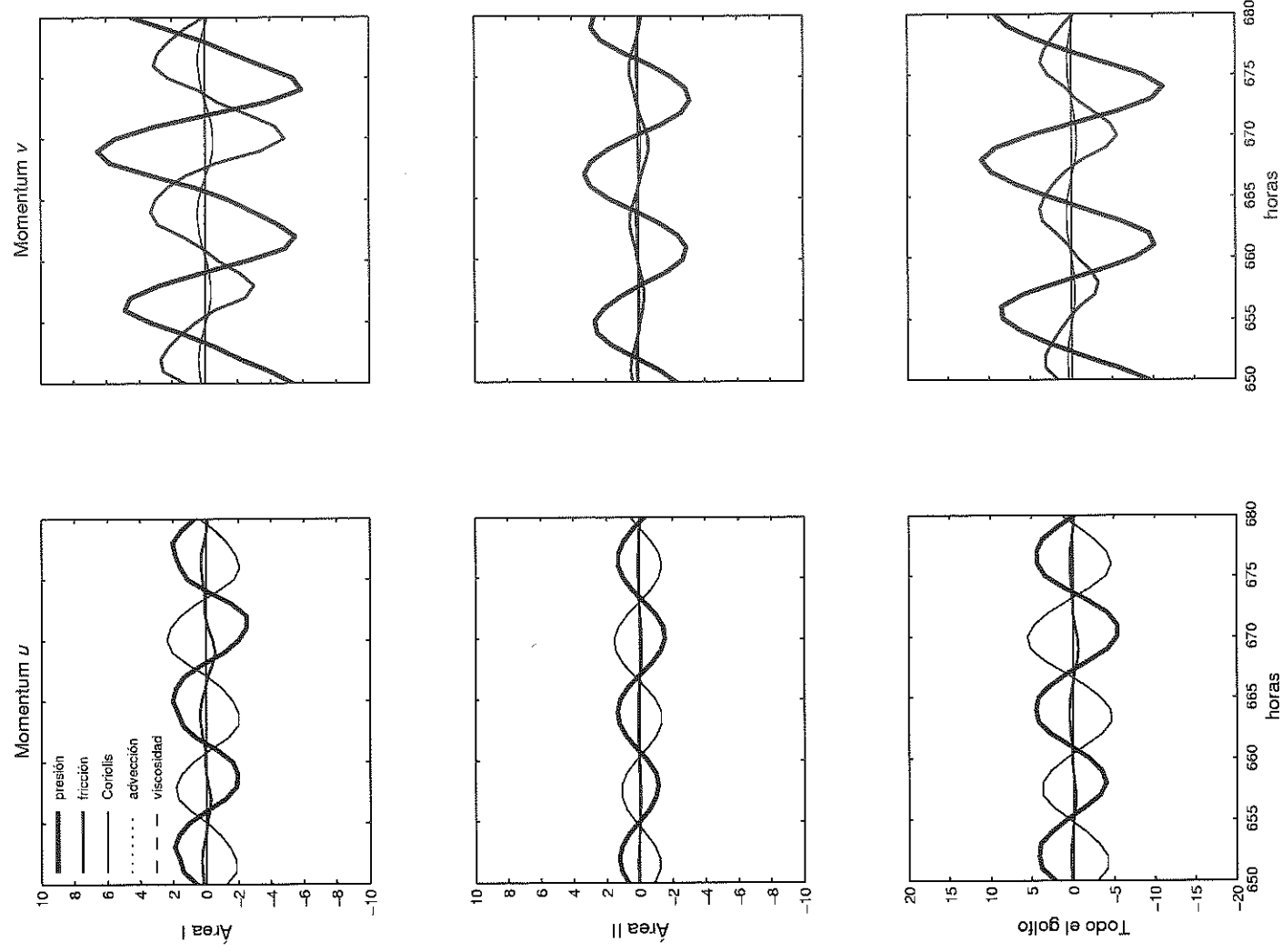


Figura 9: Series de tiempo de los campos de marea de las ecuaciones de momento para el caso *Todos*. Las series están integradas en las áreas I y II y en todo el golfo. Las unidades están en cm s^{-2} .

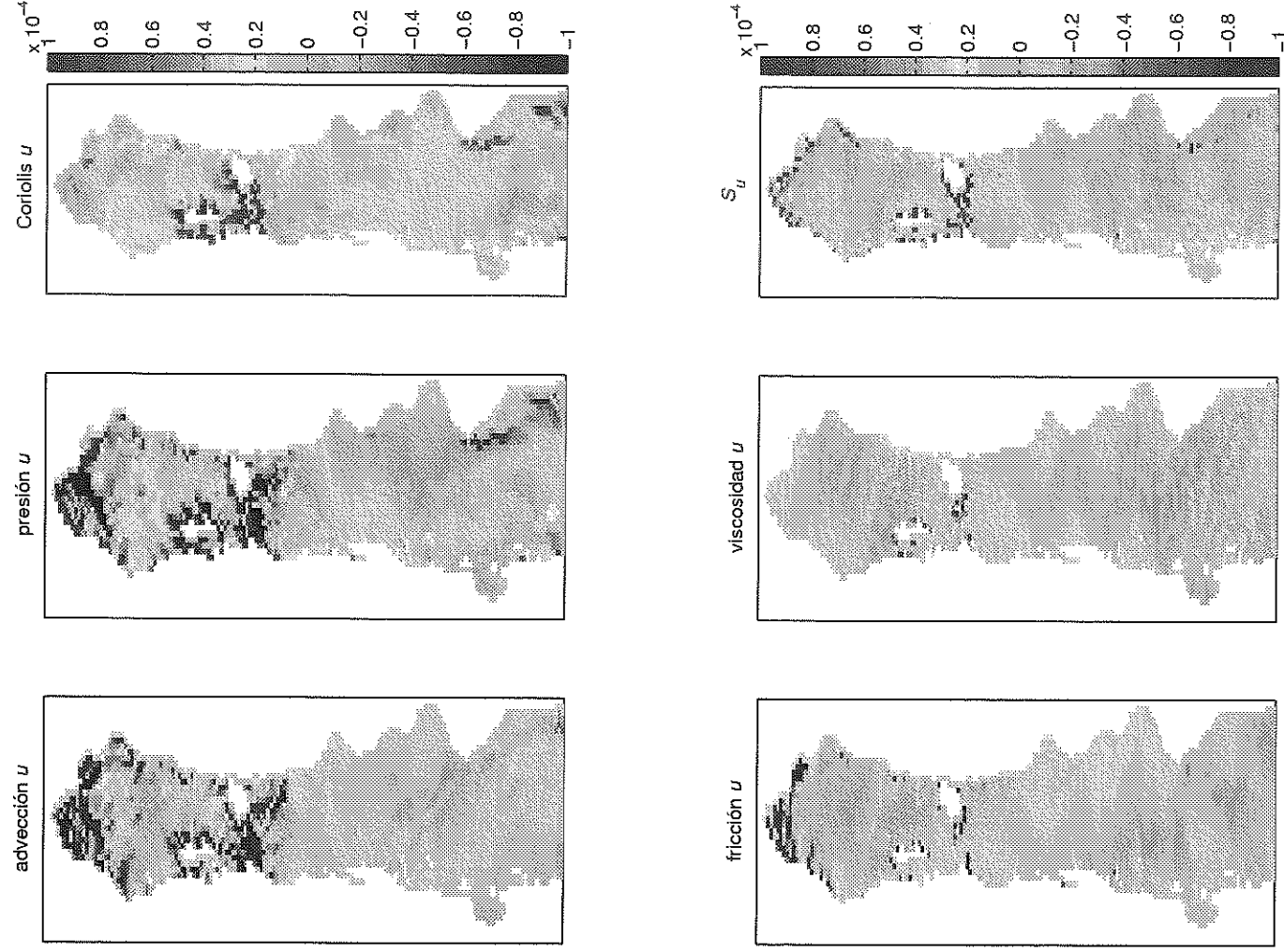
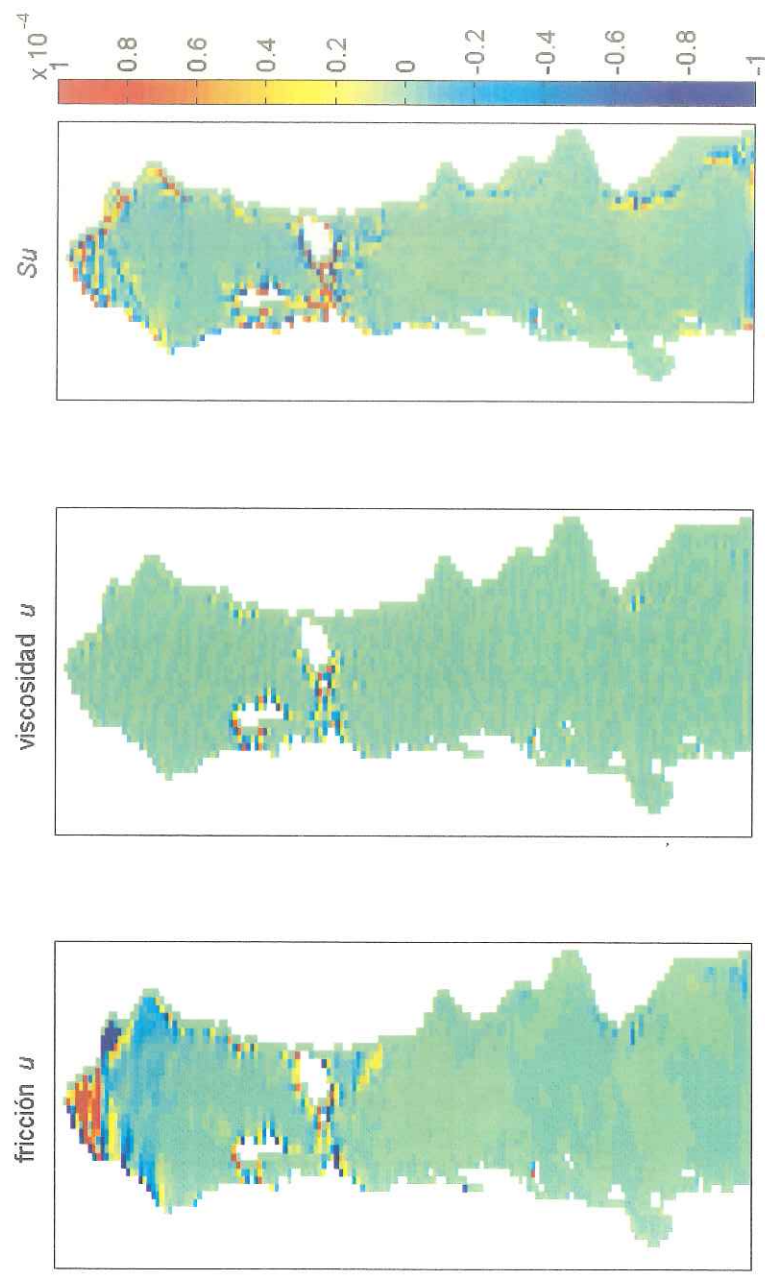
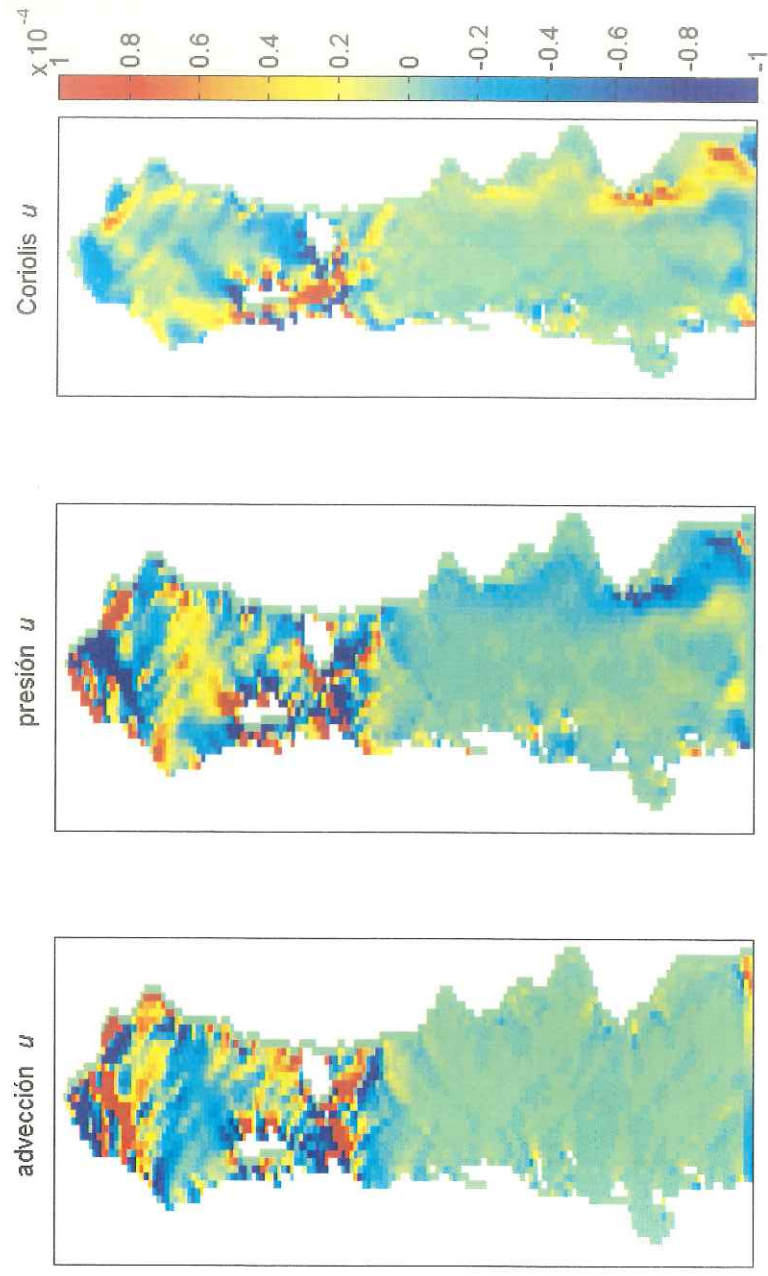


Figura 10: Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de momento en u para el caso *Todos*. Las unidades están en cm s^{-2} .



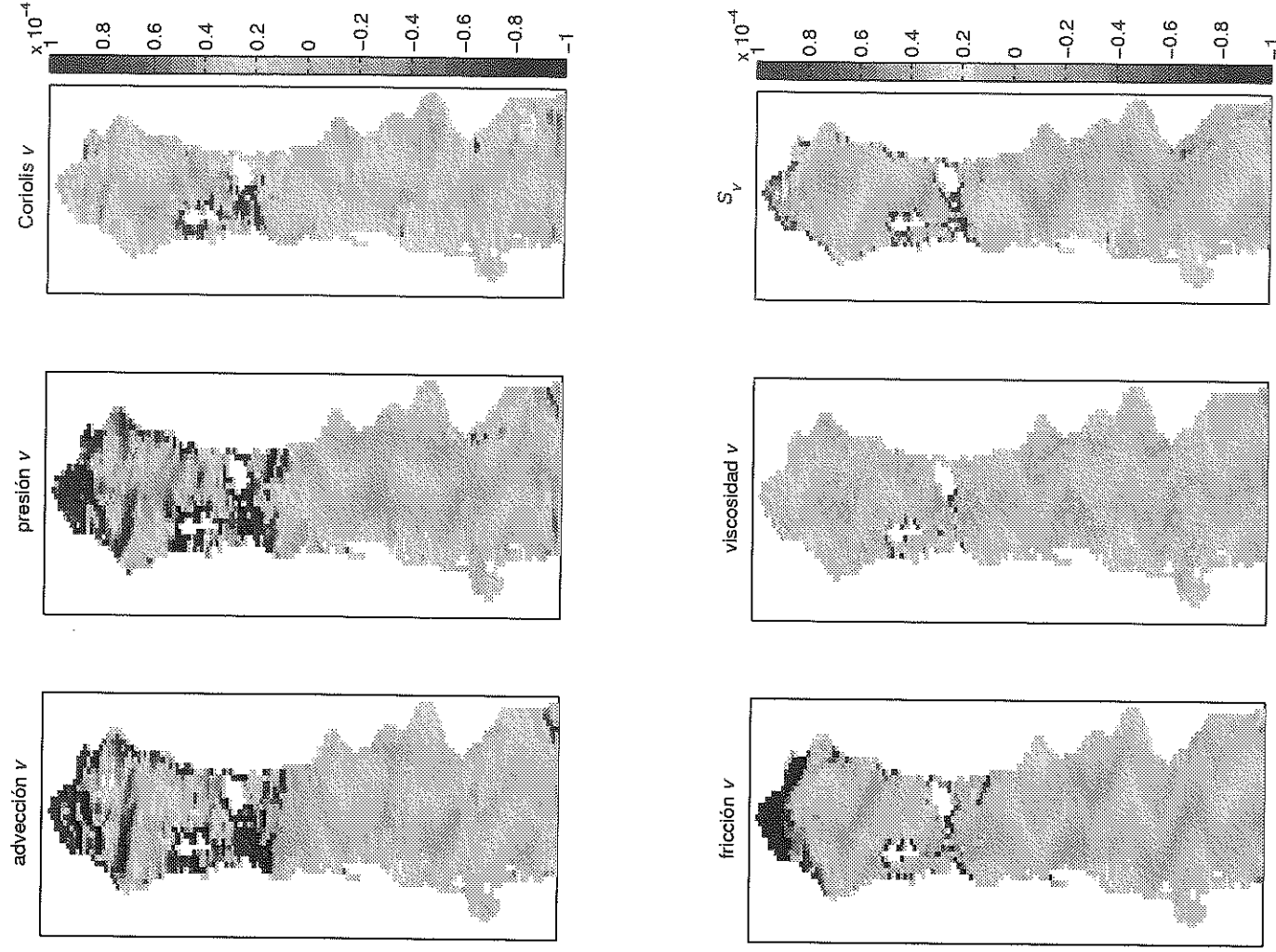
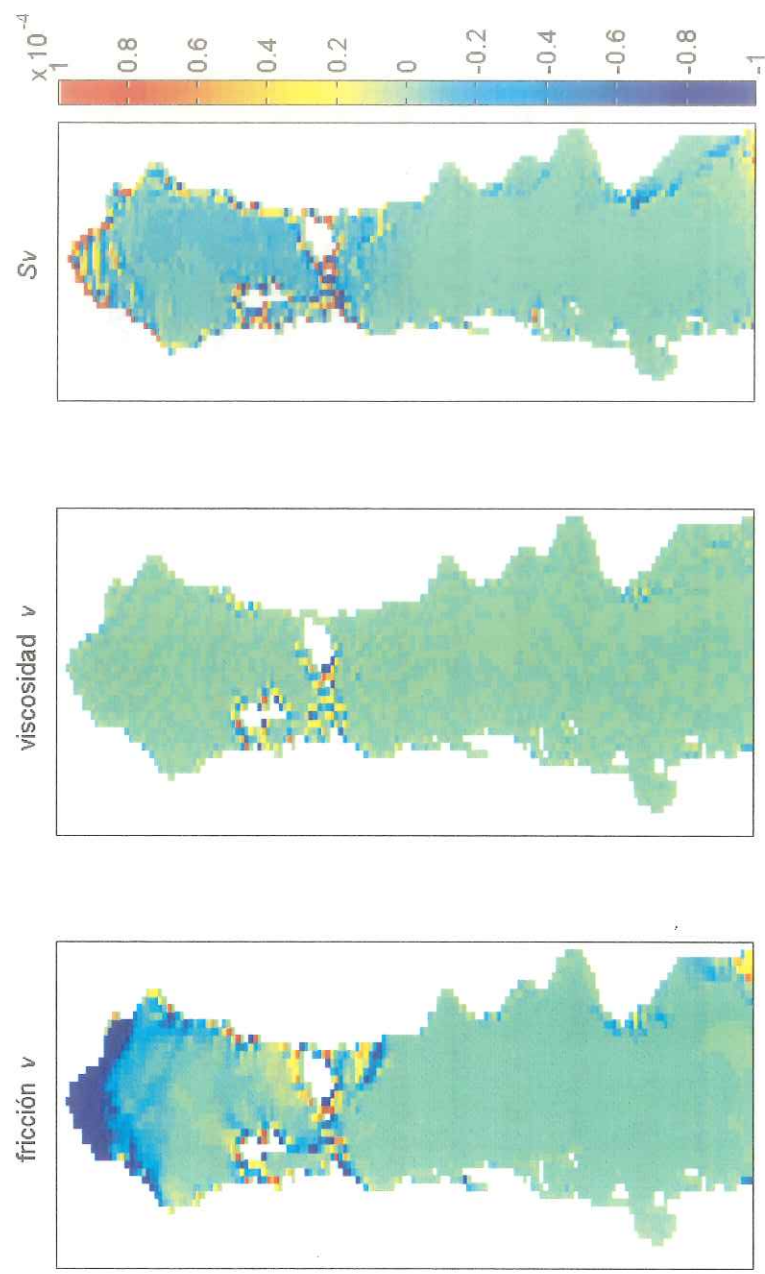
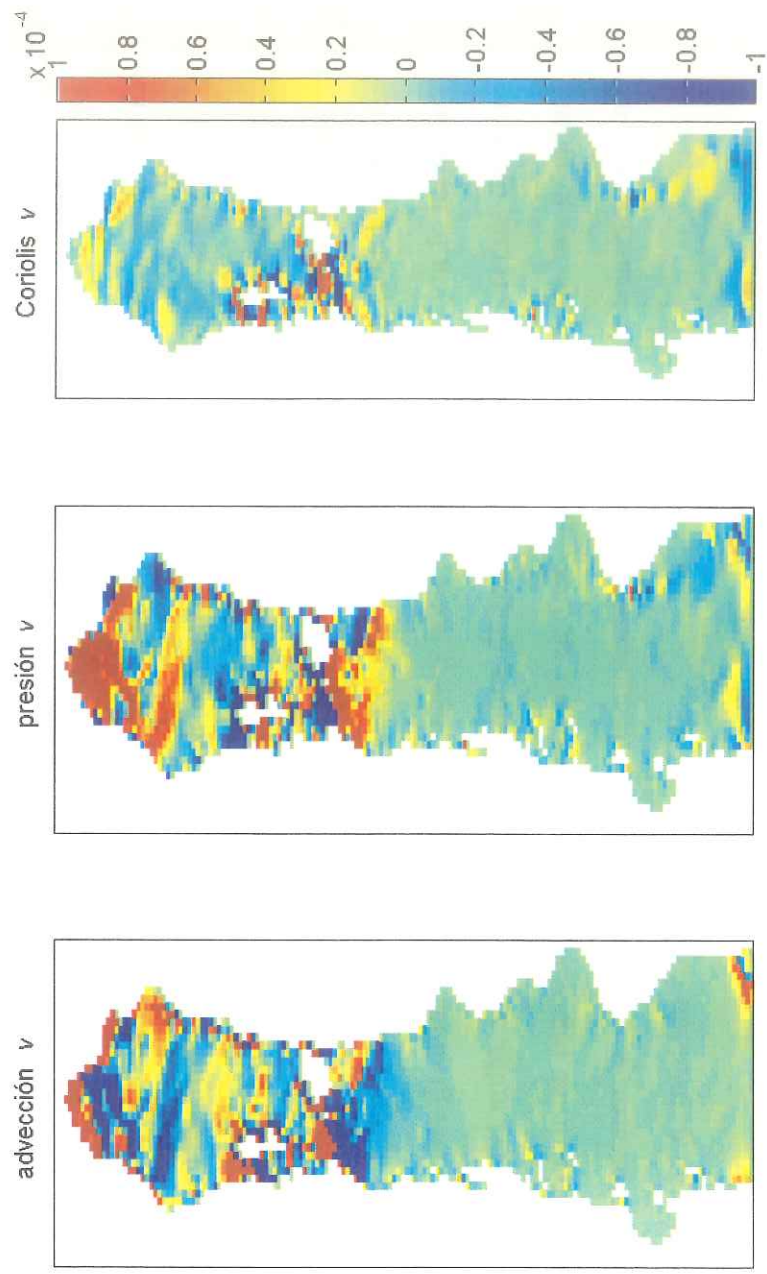


Figura 11: Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de momento en v para el caso *Todos*. Las unidades están en cm s^{-2} .



fuerzas son mayores son el Alto Golfo y el archipiélago. En ambas direcciones se puede apreciar que los términos están en balance unos con otros. Por ejemplo, en el Alto Golfo en la dirección v , la fricción está en balance con el gradiente de presión y la advección, mientras que en la zona de los umbrales la advección y el gradiente de presión están en balance. En ambas direcciones se puede apreciar que en el sur del golfo el balance es geostrófico y que la viscosidad sólo es importante en el archipiélago. S_u y S_v son grandes principalmente la región norte, en el archipiélago y a lo largo de la costa del golfo. Como S_u y S_v son la suma de fuerzas, el que sean diferentes de cero nos indican las regiones donde se presentan errores. Para comparar qué tan grandes son estos errores asociados al balance de momento, se calculó el error relativo ε en la dirección u , definido como

$$\varepsilon_u = \frac{S_u}{N_u}, \quad (16)$$

donde

$$N_u = \left| u \frac{\partial u}{\partial x} \right| + \left| v \frac{\partial u}{\partial y} \right| + |fv| + \left| g \frac{\partial \eta}{\partial x} \right| + \left| C_d u \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{H} \right| + |\nu \nabla^2 u| \quad (17)$$

es una norma. De igual forma se calculó el error relativo ε en la dirección v .

En la Figura 12 se muestra la suma (S_u , S_v), norma (N_u , N_v) y error (ε_u , ε_v) lateral del balance de momento para el caso *Todos*. En ambas direcciones la suma lateral y la norma son grandes en la región norte y en el archipiélago. Se puede apreciar que N_v es mucho mayor que N_u , lo que indica que en v existe una mayor cantidad de momento que en u . En u los errores más grandes se presentaron en las áreas I y II, mientras que en v en las áreas II, III y IV. En u el error fue más consistente a lo largo del golfo que en v , donde el error fue menor en la región de mayor norma. Los promedios temporales más grandes del balance de momento se presentaron en la dirección v . En

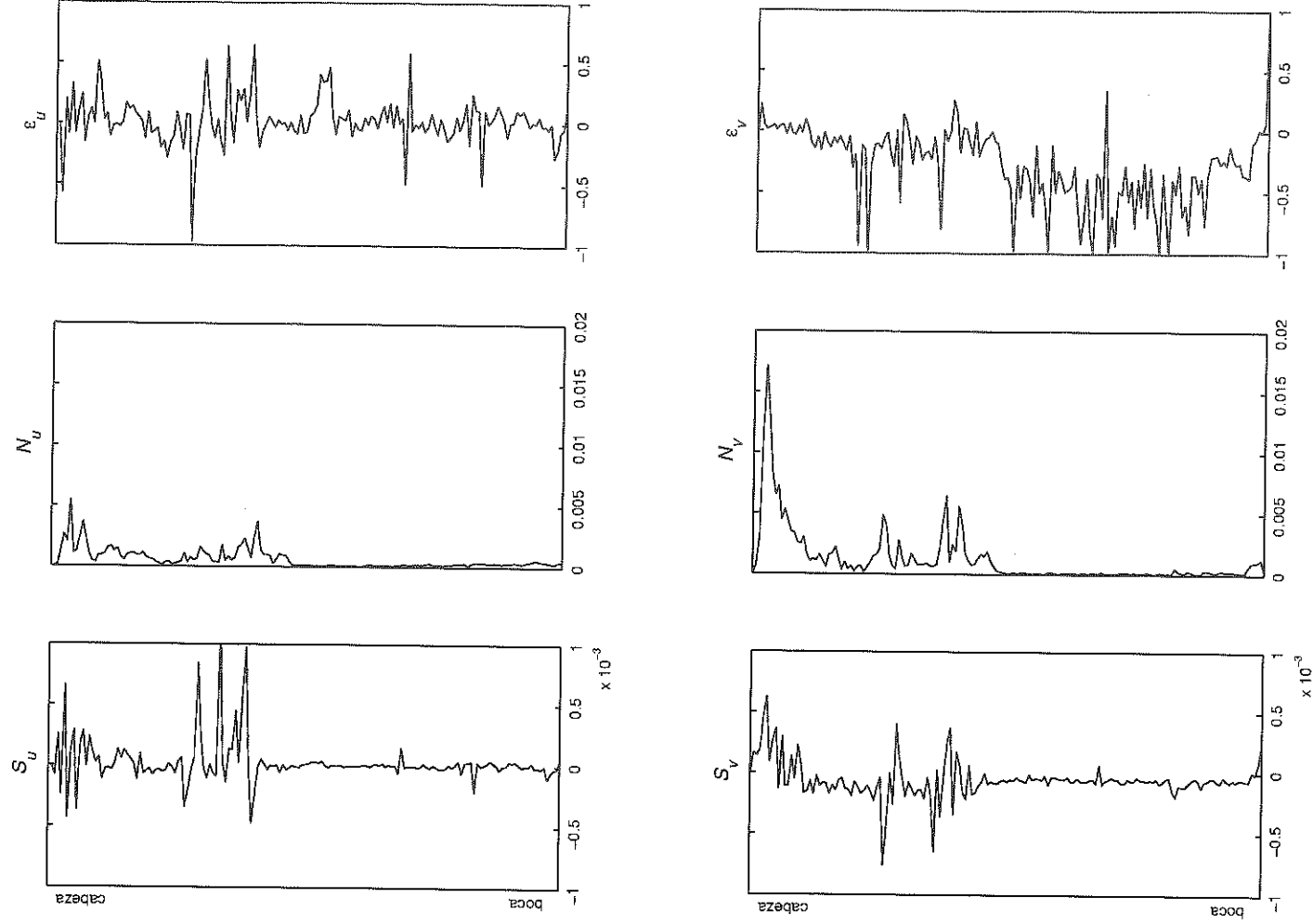


Figura 12: Suma (S_u , S_v), norma (N_u , N_v) y error (ε_u , ε_v) lateral del balance de momento para el caso *Todos*. Las unidades de las sumas y normas están en cm s^{-2} . Notar que la escala de los errores oscila entre -1 y 1.

Tabla XIII: Promedios temporales de los campos residuales de las ecuaciones de momento para el caso *Todos*. Los promedios están integrados en las áreas en que fue dividido el golfo. Las unidades están en 10^{-2} cm s $^{-2}$.

momento u	advección	presión	Coriolis	fricción	viscosidad	ε
I	-0.02	0.03	0.02	0.07	0.00	0.75
II	0.24	-0.04	0.12	-0.03	0.01	0.71
III	-0.18	0.02	0.15	0.02	0.00	0.03
IV	0.07	-0.76	0.72	-0.02	0.00	0.00
Total	0.11	-0.75	1.02	0.04	0.01	0.22
momento v						
I	0.87	4.02	-0.13	-4.77	0.00	0.00
II	0.01	-0.17	0.07	-0.21	-0.01	-0.68
III	-0.50	0.32	0.08	-0.09	0.00	-0.18
IV	0.20	-0.35	-0.09	-0.08	0.00	-0.45
Total	0.58	3.82	-0.08	-5.14	-0.01	-0.09

esta dirección se obtuvieron los errores más pequeños y más grandes de todo el balance.

Los valores de ε_u en el área I son mayores que los de ε_v en esa misma área, pero los promedios temporales de los términos de la ecuación en u son mucho menores que los de v , como lo muestra la norma.

La Tabla XIII muestra los promedios temporales de los campos residuales de los términos de las ecuaciones de momento para el caso *Todos*. Los promedios están integrados en las áreas en que fue dividido el golfo. A continuación se describen brevemente:

Área I. En la dirección u no se aprecia ningún balance, en cambio en la dirección v el gradiente de presión y la advección están en balance con la fricción y Coriolis. En esta área es donde se obtuvo el mayor error en u , aunque los promedios en esta dirección son dos órdenes de magnitud menor que los de v , donde el error es cero. La fricción es el término más grande en ambas direcciones.

Área II. En esta región se obtuvieron los errores más grandes de todo el balance. Con los promedios no se puede apreciar claramente ningún balance en ninguna dirección.

Área III. En la dirección u se puede apreciar que la advección está en balance con Coriolis, mientras en v la advección y la presión están en un balance principal. En u

Tabla XIV: Promedios temporales de los campos residuales de las ecuaciones de momento para todos los casos (C_{ds}). Los promedios están integrados en todo el golfo. Las unidades están en 10^{-2} cm s $^{-2}$.

momento u	advección	presión	Coriolis	fricción	viscosidad	norma	ε
<i>M2</i>	0.10	-0.92	0.99	0.19	0.01	2.21	0.16
<i>MS</i>	0.10	-0.83	0.98	0.18	0.01	2.09	0.21
<i>Todos</i>	0.11	-0.75	1.02	0.04	0.01	1.92	0.22
momento v							
<i>M2</i>	0.37	3.25	-0.06	-3.93	-0.02	7.63	-0.05
<i>MS</i>	0.48	3.03	-0.06	-3.87	-0.02	7.45	-0.06
<i>Todos</i>	0.58	3.82	-0.08	-5.14	-0.01	9.63	-0.09

el error fue mucho más pequeño que en v .

Área IV. En la dirección u el balance es geostrófico, en cambio en v no existe un balance bien definido, aunque la advección y el gradiente de presión son los términos más grandes. En u el error fue cero y en v fue mucho mayor.

Área Total. En la dirección u el balance es geostrófico mientras que en v el gradiente de presión y la advección están en balance con la fricción. En u el error fue mayor que en v , aunque los promedios temporales de u son menores que los de v . Coriolis y fricción son los términos más grandes en u y v , respectivamente. Se puede observar que la mayoría de los promedios en u son más pequeños que los de v , debido a que la marea en el Golfo de California se propaga predominantemente en la dirección longitudinal al golfo.

Para comparar el tamaño de los términos de las ecuaciones de momento al aumentar el número de componentes de marea, la Tabla XIV muestra los promedios temporales de los campos residuales para todos los casos (C_{ds}). Los promedios están integrados en todo el golfo. En u los promedios de advección, Coriolis y viscosidad prácticamente no presentaron cambios entre los casos, mientras que los promedios de presión y fricción disminuyeron al aumentar el número de componentes. En v los promedios de advección, presión y fricción fueron los que aumentaron notoriamente entre los casos. El error en u

y en v fue menor para el caso $M2$ que para los otros casos. La mayoría de los promedios del caso $M2$ son mayores o iguales que los promedios del caso MS , lo que indica que no necesariamente los promedios tienen que aumentar al incrementarse el número de componentes. Lo anterior se puede observar en la norma, la cual nos muestra que no aumentó significativamente la cantidad de momento en el golfo al incrementar el número de componentes. Sólo la norma del caso *Todos* en la dirección v no disminuyó con respecto a la norma del caso $M2$, debido a que el incremento de componentes fue considerable del caso $M2$ (1) al caso *Todos* (7). Por lo tanto, no toda la energía adicional que entra al golfo al incrementar el número de componentes de marea se transfiere al promedio, sino gran parte de esta energía se transfiere a frecuencias bajas, como se observó en la Figura 8. Marinone (1997) mostró resultados similares pero para las corrientes residuales de la región norte del golfo. En su caso, la rcm de las magnitudes de velocidad de las corrientes no disminuyó al aumentar el número de componentes, pero tampoco aumentó considerablemente. El comportamiento de los resultados de la Tabla XIV es independiente del C_d utilizado.

IV.2 Discusión

El balance de momento (residual y de marea) fue muy similar entre los casos y no presentó cambios significativos al variar el C_d .

En el balance residual, los términos más grandes en todo el golfo se encuentran en el área I y son la fricción y el gradiente de presión. La advección es importante en la región norte y en el archipiélago, mientras que en el sur del golfo se observa un balance geostrófico, el cual se aprecia más claramente en la dirección u . Los resultados obtenidos en el área I son similares a los que Marinone (1997) reporta para la misma región. En general, cuando se incluyeron más componentes en una simulación no se transfirió más momento al promedio pero sí a las fluctuaciones. En este trabajo se considera aceptable este balance a pesar de los errores obtenidos. En u los errores son

mayores que en v , pero los términos de u son mucho más pequeños que los de v .

En el balance de marea se observó un balance geostrófico a lo largo del golfo en la dirección u , mientras que en v el gradiente de presión es el término más grande, el cual es semibalaceado por la fricción en el área I y en todo el golfo. El término que está en balance con el gradiente de presión es $\frac{\partial v}{\partial t}$.

Una forma sencilla de explicar porqué el gradiente de presión, Coriolis y la fricción son los términos más importantes de todo el balance de momento es la siguiente: como el forzamiento en la boca del golfo se hizo a través del gradiente de presión, este término siempre fue parte del balance principal y por lo tanto, es la fuerza motora de la marea en el golfo. Las condiciones de resonancia que se dan en el golfo y la disminución de la profundidad que existe hacia la cabeza, provocan que las amplitudes de la marea se incrementen considerablemente en la región norte. Como consecuencia, existe un gran intervalo de marea en esta región, que se traduce en una gran cantidad de energía potencial, esta energía se convierte a energía cinética y parte de ella se disipa debido a la fricción con el fondo. Como el movimiento de la marea en el golfo se da principalmente en la dirección longitudinal, la fricción es importante en esta dirección. En la dirección u la fricción no es tan importante como en v y Coriolis (fv) adquiere importancia, principalmente en el sur del golfo. Por estas razones los términos que están en balance con el gradiente de presión son Coriolis y la fricción, en u y v respectivamente.

Finalmente, en los promedios se obtienen errores grandes en el balance, pero esto se debe básicamente a que se están promediando términos que tienen fluctuaciones muy grandes (las fluctuaciones de los campos de marea son 1 o 2 órdenes de magnitud mayor que las fluctuaciones de los residuales); la cancelación de los términos residuales es grande y el promedio resultante es varios órdenes de magnitud menor que los campos de marea, por lo tanto, los inbalances se reflejan como un error grande.

V Balance energético

V.1 Resultados

Al igual que cada uno de los términos de las ecuaciones de momento, los términos de la ecuación de energía fueron evaluados, filtrados y promediados en el tiempo. De la misma forma que en el balance de momento, los campos de marea se obtuvieron restando a los campos totales los campos residuales, es decir, $E' = E^t - E$, $D_f' = D_f^t - D_f$, $\nabla \cdot \mathbf{Q}' = \nabla \cdot \mathbf{Q}^t - \nabla \cdot \mathbf{Q}$ y $D_v' = D_v^t - D_v$. Los superíndices "comilla" y "te" ($'$, t) indican los campos de marea y totales, respectivamente.

La Figura 13 muestra la evolución temporal de $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$ para todos los casos ($\langle D_v \rangle$ no se muestra debido a que es despreciable con respecto a $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$). Los resultados están integrados en las áreas I y II y en todo el golfo. Para todos los casos y en todas las regiones se puede apreciar el excelente balance que existe entre $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$. También se puede observar que el área I es más energética que el área II. Cuando se incluyen simultáneamente varias componentes en una simulación surgen fluctuaciones debido a las interacciones no lineales. Para el caso *MS* se observa claramente una fluctuación quincenal y para el caso *Todos* una fluctuación quincenal y una mensual. Para el caso *M2* no se presentó ninguna fluctuación debido a que este caso sólo incluyó una componente. Mientras más componentes se incluyen en una simulación, más grande es la fluctuación y por lo tanto, hay más transferencia de energía a frecuencias bajas. Estas series de tiempo son similares a las que Marinone (1997) muestra para todo el golfo.

La Figura 14 muestra la evolución temporal de $\langle D_f' \rangle$, $\langle D_f \rangle$, F' , F , $\langle D_v' \rangle$ y $\langle D_v \rangle$ para el caso *Todos*. Se puede apreciar que los campos residuales siguen la secuencia de los campos de marea, es decir, son del mismo orden. En esta figura se pueden apreciar las fluctuaciones tanto para los campos de marea como para los residuales. Es importante notar que la escala de la disipación viscosa es mucho menor, por lo que la pérdida de

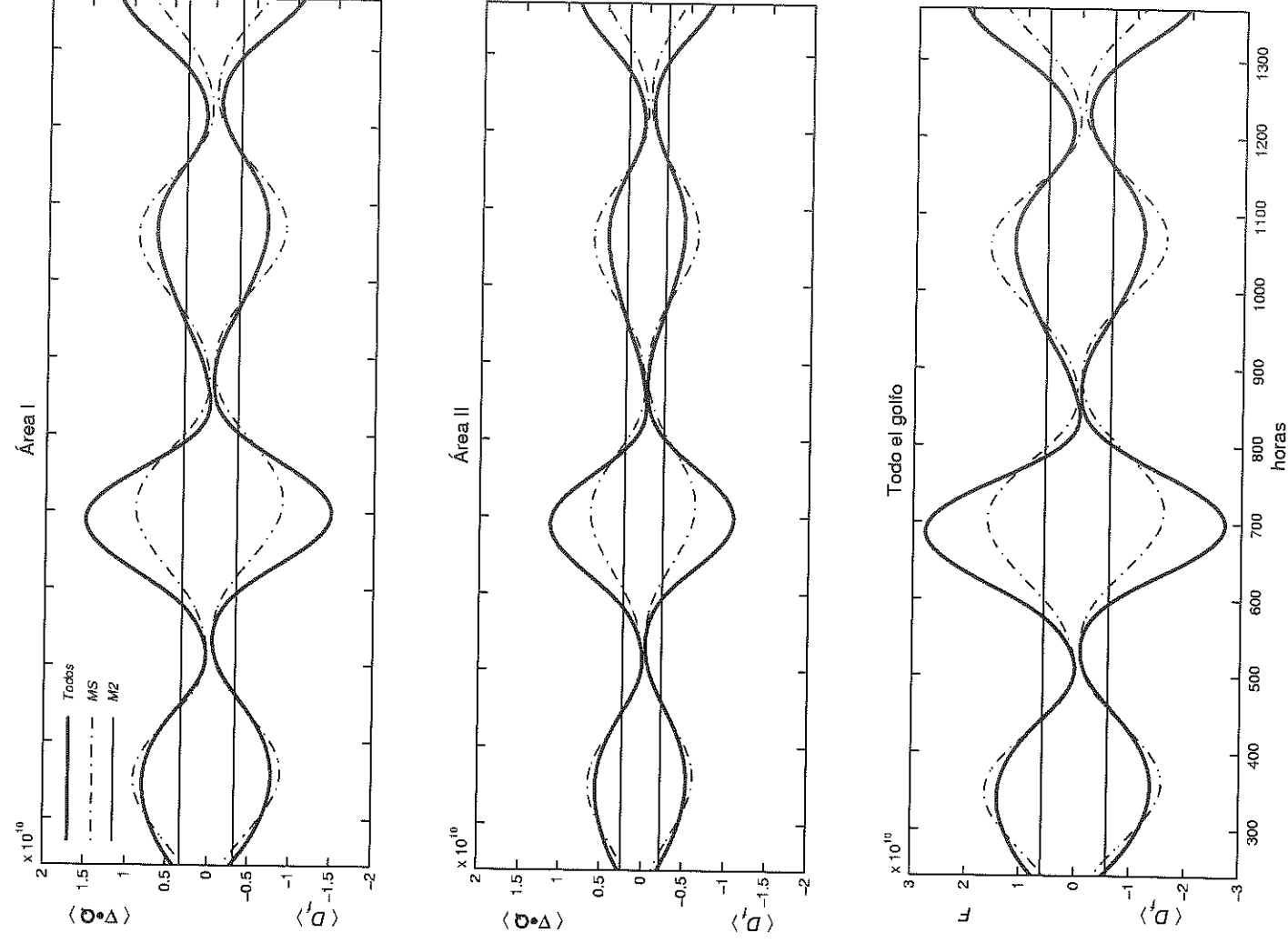


Figura 13: Series de tiempo de los campos residuales de la disipación de energía por fricción de fondo y del flujo de energía para las áreas I y II y todo el golfo. Se muestran los resultados para todos los casos. Las unidades están en Watts.

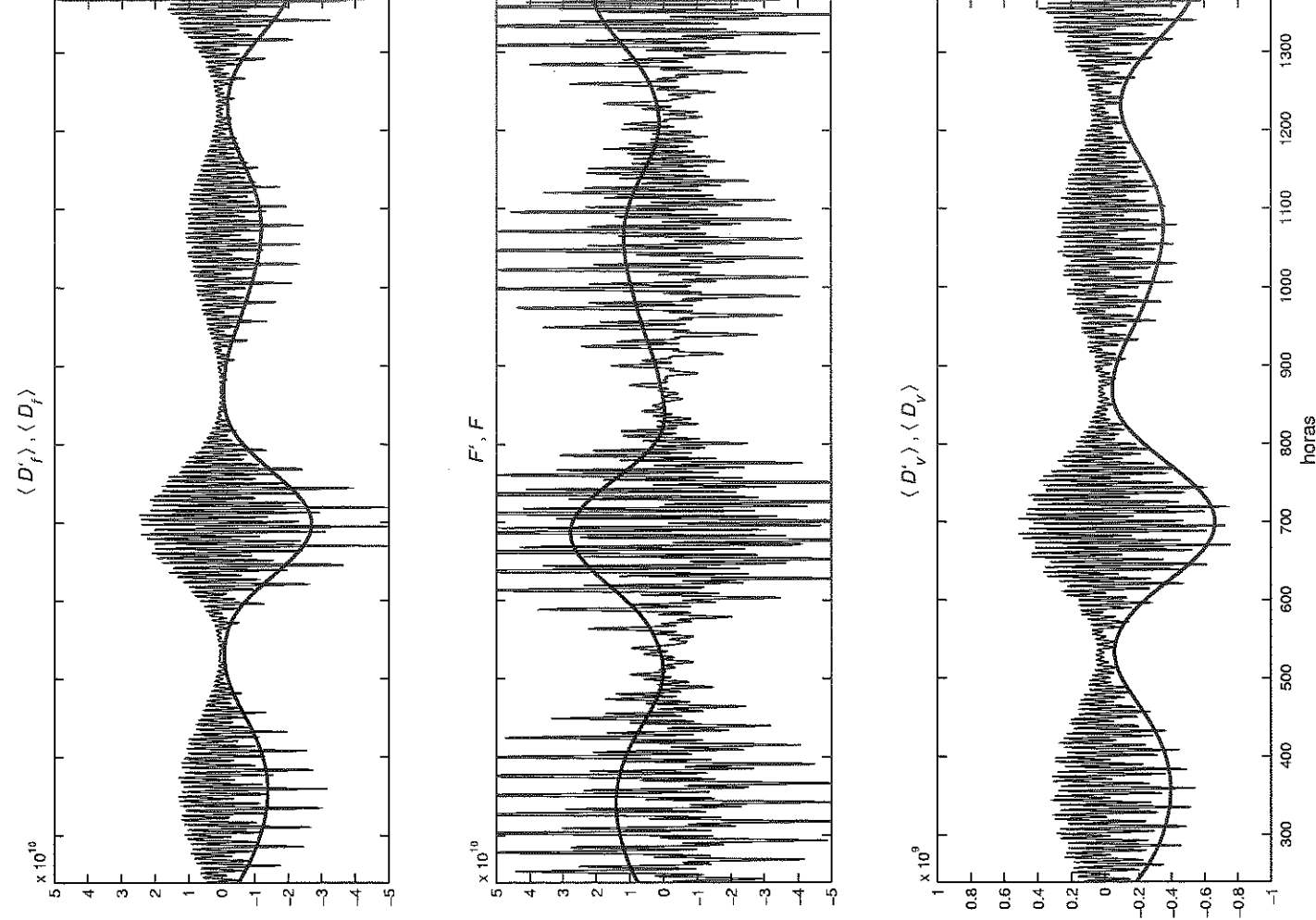


Figura 14: Series de tiempo de la disipación de energía por fricción de fondo, del flujo de energía y de la disipación viscosa para el caso *Todos*. Se muestran los campos de marea y residuales. Las unidades están en Watts.

energía que se da por esta vía es mínima.

La Figura 15 muestra la distribución espacial de los promedios temporales de D_f , $\nabla \cdot \mathbf{Q}$, D_v y S_E para el caso *Todos* (S_E es la suma de términos de la ecuación de energía, es decir, $S_E = \frac{\partial E}{\partial t}$). Al igual que en la Figura 13, se puede observar el balance que existe entre D_f y $\nabla \cdot \mathbf{Q}$ en todo el golfo. D_f es importante en la región norte y en el archipiélago, principalmente en el Alto Golfo, en Bahía Adair, en el Canal de Ballenas y alrededor de los umbrales de San Lorenzo y San Esteban. En la Cuenca del Delfín D_f es pequeño debido a que es la región de mayor profundidad del área I. D_v únicamente es importante en el archipiélago, donde las corrientes de marea son fuertes y los flujos se aceleran debido a la presencia de las islas. S_E nos indica que el balance energético fue bueno en todo el golfo excepto en el archipiélago. La distribución espacial de D_f es similar a la reportada por Argote *et al.* (1995) y Carbajal y Backhaus (1998). En la Figura 1 se muestra la ubicación del Alto Golfo, de Bahía Adair, de la Cuenca del Delfín y de la zona de los umbrales de San Lorenzo y San Esteban.

Para determinar si la inclusión de más componentes fue importante en la distribución espacial del balance energético, la Figura 16 muestra la distribución espacial de D_f , $\nabla \cdot \mathbf{Q}$ y D_v para el caso *M2* y su diferencia con el caso *Todos*. La diferencia entre los casos muestra que gran parte de la energía la disipa la M_2 . La inclusión de más componentes no cambió notablemente la distribución espacial del balance energético, sólo aumentó la cantidad de energía que entró al golfo (comparar Figuras 15 y 16). Otra forma de apreciar el efecto de haber incluido más componentes se observa en la Figura 17 (arriba). En ella se muestra la integración lateral de los términos de la ecuación de energía para todos los casos. Se puede observar que la inclusión de más componentes incrementó la cantidad de energía en el golfo. La vista lateral nos muestra claramente las regiones donde se disipa la mayor parte de la energía así como el excelente balance que existe entre $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$. $\langle D_v \rangle$ sólo es importante en el archipiélago (notar que la escala de $\langle D_v \rangle$ es un orden de magnitud menor). Nuevamente, la estructura lateral

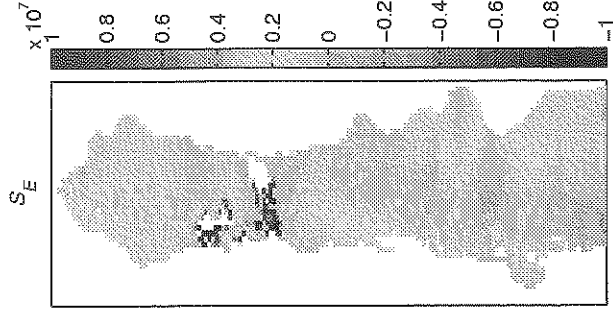
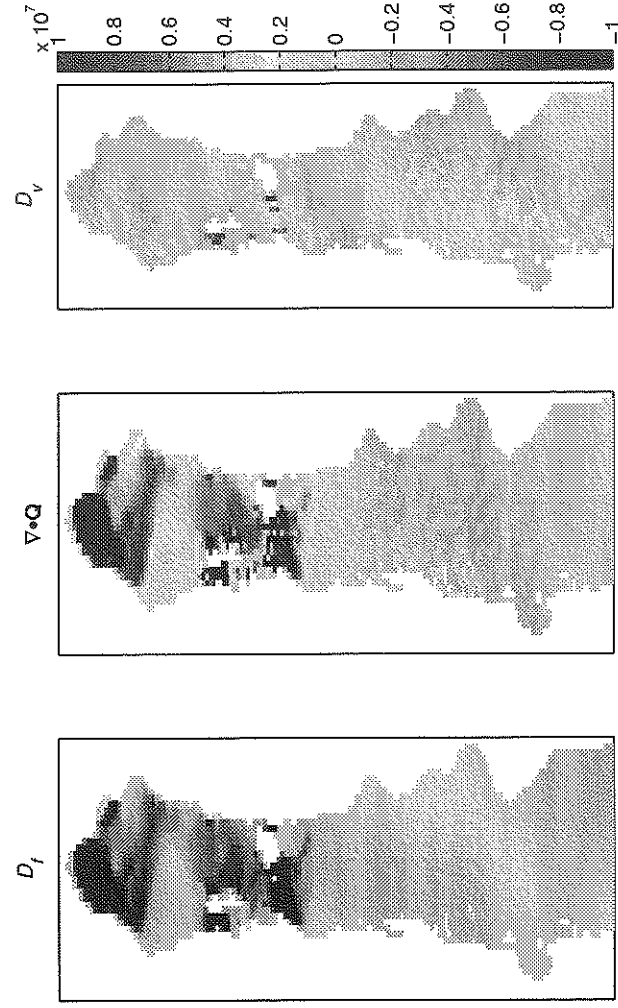
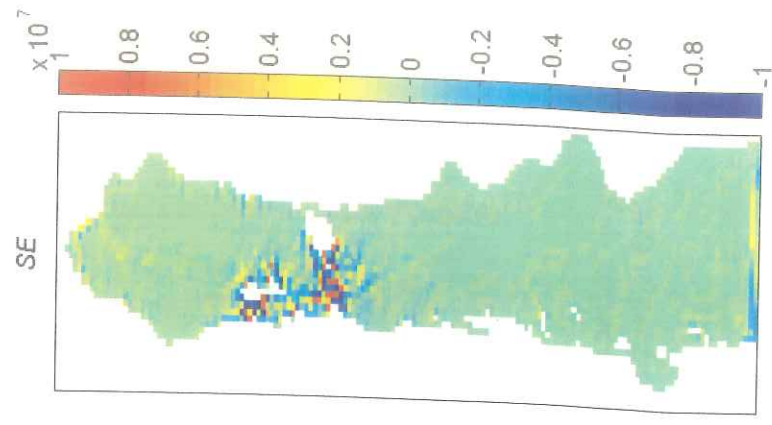
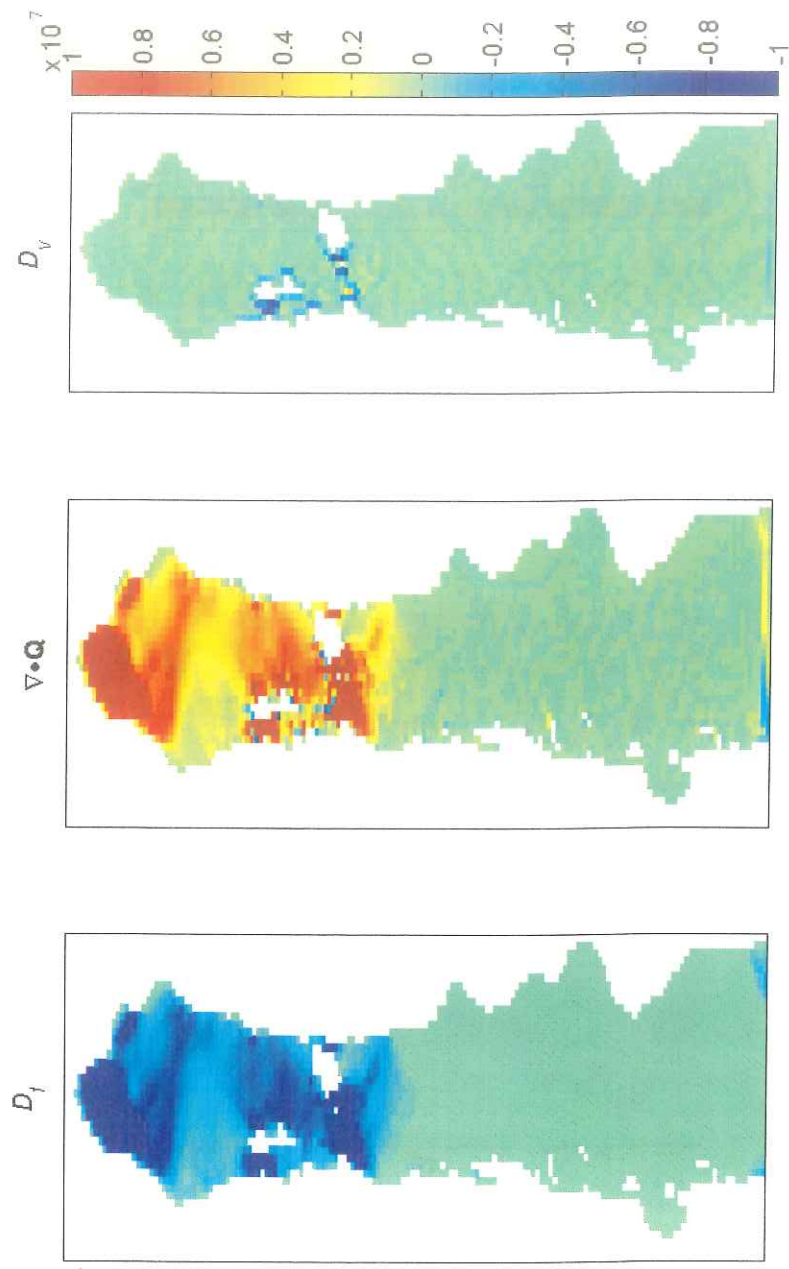


Figura 15: Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de energía para el caso *Todos*. Las unidades están en Watts.



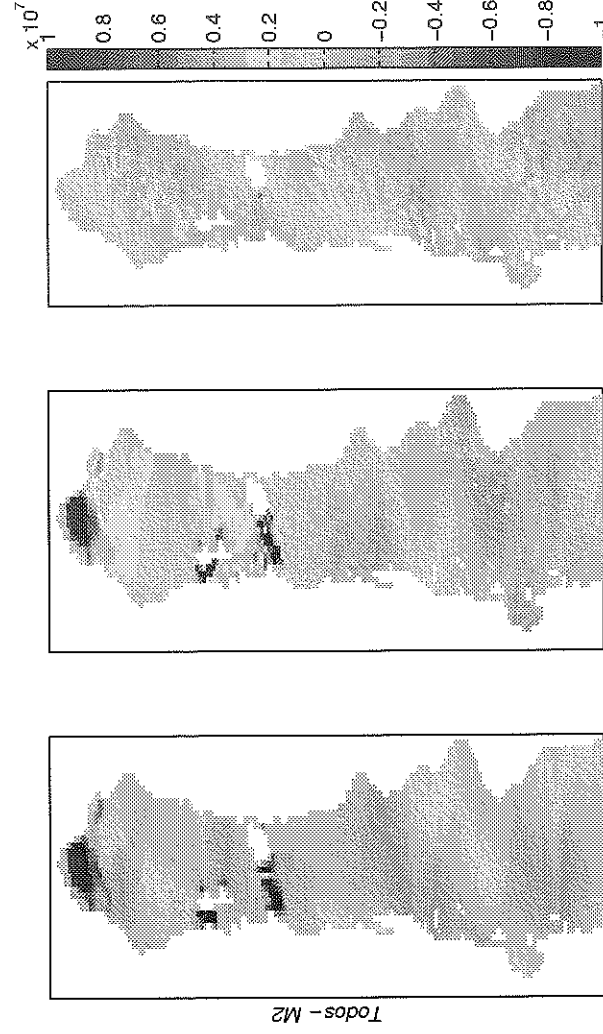
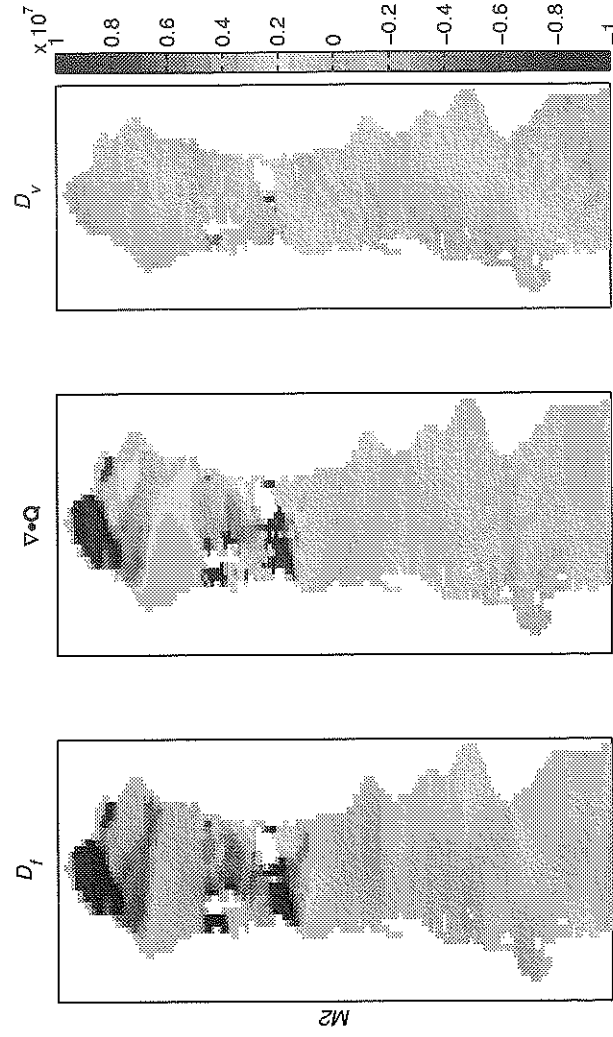
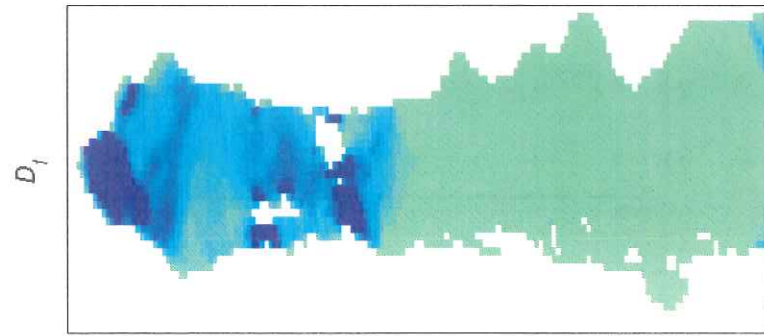
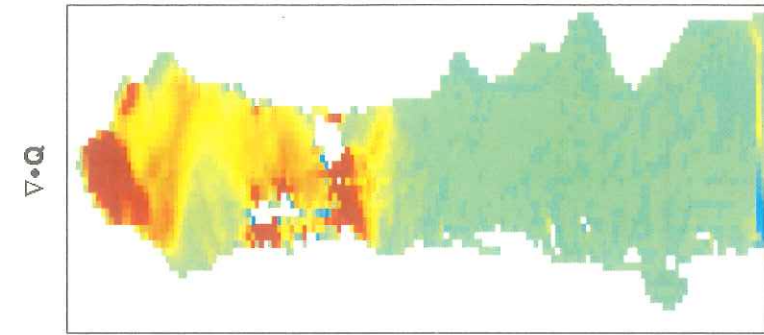
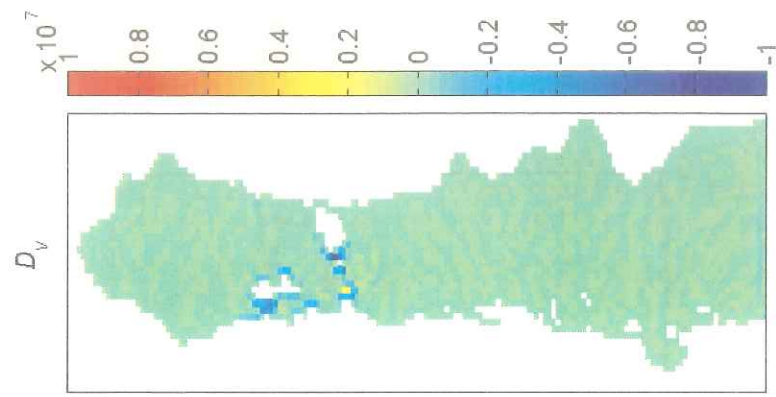
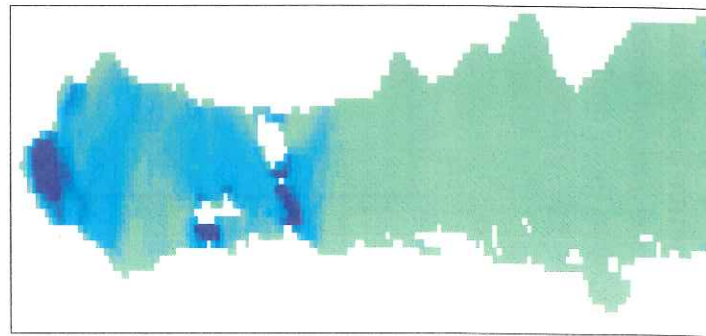
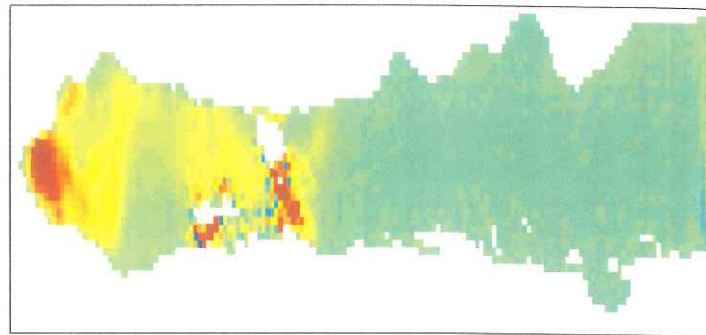
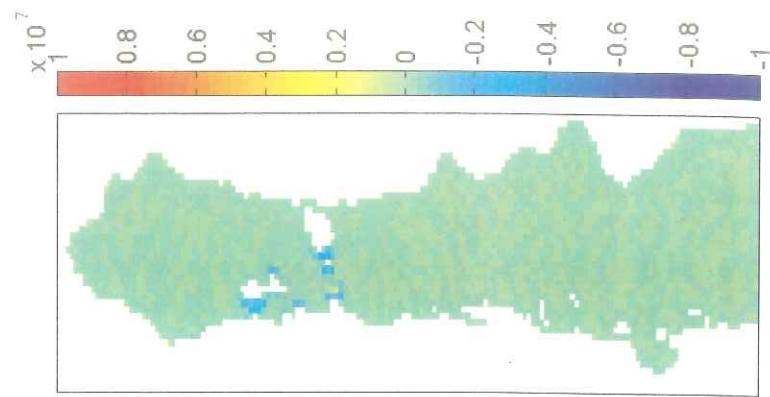


Figura 16: Promedios temporales de los campos residuales de la disipación de energía por fricción de fondo, del flujo de energía y de la disipación viscosa para el caso $M2$ y su diferencia con el caso $Todos$. Las unidades están en Watts.



M_2



M_2 - Todos

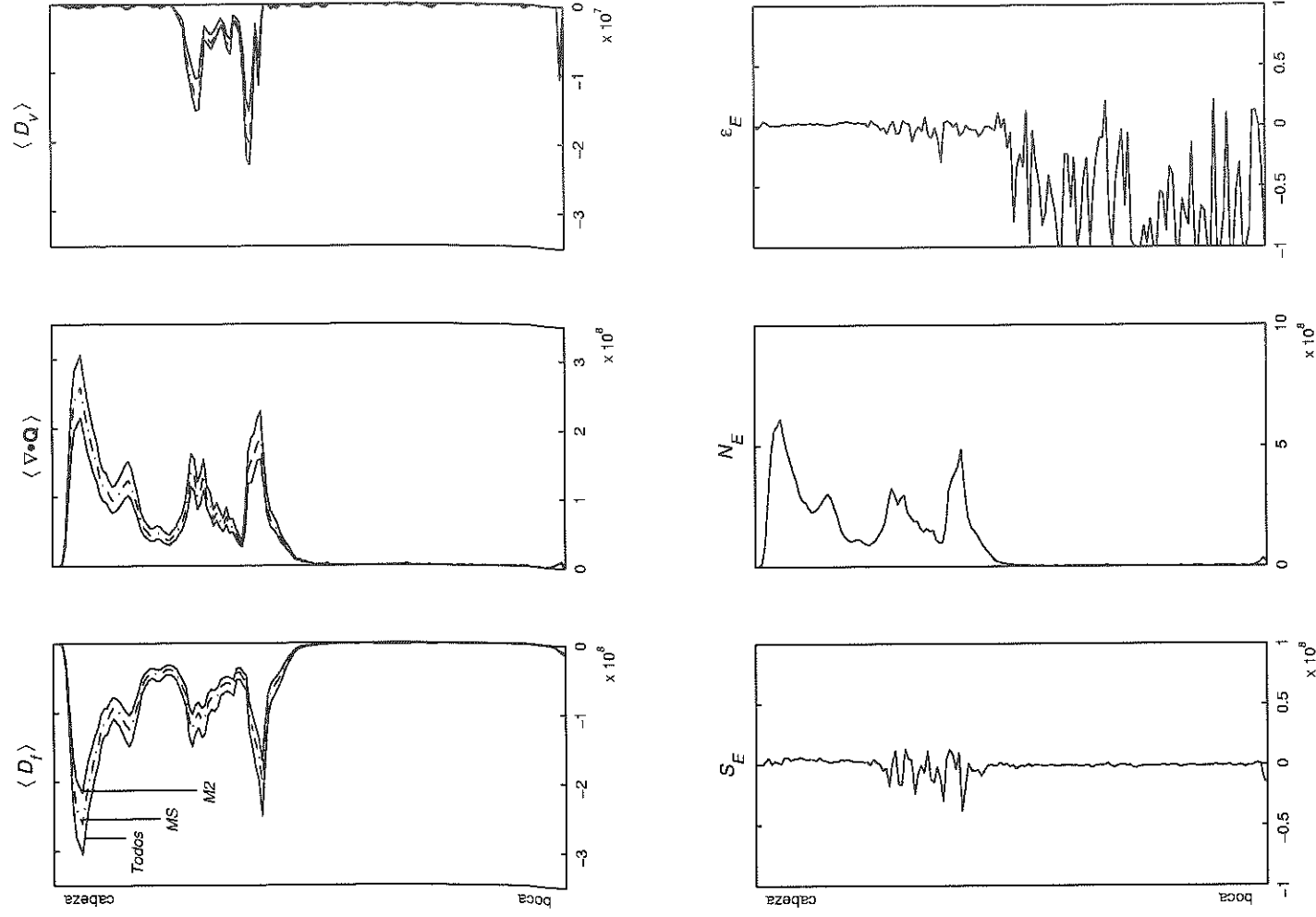


Figura 17: Arriba: Integración lateral de los promedios temporales de los campos residuales de la disipación de energía por fricción de fondo, del flujo de energía y de la disipación viscosa para todos los casos. Las unidades están en Watts. Abajo: Suma (S_E), norma (N_E) y error (ε_E) lateral del balance energético para el caso *Todos*. Las unidades de S_E y N_E están en Watts. Notar que la escala de ε_E oscila entre -1 y 1.

de $\langle D_f \rangle$ para todos los casos coincide con la reportada por Argote *et al.* (1995) para la M_2 .

De igual forma que en el balance de momento, se calculó el error relativo del balance energético ε_E definido como

$$\varepsilon_E = \frac{S_E}{N_E}, \quad (18)$$

donde

$$N_E = |D_f| + |\nabla \cdot \mathbf{Q}| + |D_v| \quad (19)$$

es una norma.

La Figura 17 (abajo) muestra la suma (S_E), norma (N_E) y error (ε_E) lateral del balance energético para el caso *Todos*. S_E nos muestra que se obtuvo un buen balance energético en la mayor parte del golfo. Al igual que en la Figura 15, se puede observar que en el área II los valores de S_E son mayores que en el resto del golfo. N_E nos muestra que efectivamente en las áreas I y II es donde hay más energía y ε_E nos indica que en las áreas III y IV es donde se presentan los errores más grandes, aunque precisamente en esas regiones las normas son las más pequeñas.

La Tabla XV muestra los promedios temporales de los términos de la ecuación de energía para el caso *Todos*. Los promedios están integrados en las áreas en que fue dividido el golfo. Como se ha mencionado, existe un buen balance entre $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$ en todo el golfo. En todas las áreas, $\langle D_v \rangle$ es pequeño con respecto a $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$. En el área II se obtuvo el mayor promedio de la energía cinética ($\langle E_c \rangle$) debido a que en el archipiélago se presentan fuertes corrientes de marea, en cambio, en el área I se presentó el mayor promedio de la energía potencial ($\langle E_p \rangle$) debido a que en la región norte se presenta el mayor intervalo de marea del golfo. Aunque el error

Tabla XV: Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de energía para el caso *Todos*. Los promedios están integrados en las áreas en que fue dividido el golfo. E_c es la energía cinética y E_p la potencial. Las unidades de E_c y E_p están en 10^{14} Joules y las de D_f , $\nabla \cdot \mathbf{Q}$ y D_v en 10^9 Watts.

Área	$\langle E_c \rangle$	$\langle E_p \rangle$	$\langle D_f \rangle$	$\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$	$\langle D_v \rangle$	ε_E
I	0.63	2.44	-4.74	4.88	-0.01	0.01
II	1.68	0.45	-3.31	3.39	-0.23	-0.02
III	0.57	0.12	-0.30	0.27	0.00	-0.06
IV	0.66	0.38	-0.09	0.03	-0.02	-0.54
Total	3.54	3.39	-8.45	8.58	-0.26	-0.01

integrado en todo el golfo fue pequeño, en el área IV fue donde se obtuvo el mayor error. Es importante señalar que los promedios de $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$ del área IV son por lo menos dos órdenes de magnitud menor que los promedios de $\langle D_f \rangle$ y $\langle \nabla \cdot \mathbf{Q} \rangle$ del área I y II, donde los errores fueron los más pequeños. Los errores más grandes del balance energético se presentaron en las áreas III y IV, que son las regiones de mayor profundidad y de menor norma.

En la Tabla XV también se puede apreciar que la energía total disipada es de -8.71 GW, mientras que la energía total que fluye a través de la frontera abierta es de 8.58 GW. Aunque la energía que entra al golfo es ligeramente menor que la energía que se disipa dentro de él, los resultados se consideran satisfactorios si se toma en cuenta el esquema de diferencias finitas empleado en la ecuación de energía. Por ejemplo, la disipación por fricción de fondo en un punto fue calculada usando las velocidades de cuatro puntos de malla, mientras que el término de fricción en las ecuaciones originales involucró velocidades de 12 puntos de malla (Crean *et al.*, 1988). En este trabajo, también se realizó el balance energético a partir de las ecuaciones (4), (5) y (6) y se obtuvo que la distribución espacial no presentó cambios, no así los promedios. Por ejemplo, para el caso *Todos* se obtuvo un valor de $\langle D_f \rangle = -8.51$ GW, mientras que con la ecuación de energía este valor fue de -8.45 GW.

La Tabla XVI muestra los promedios temporales de los términos de la ecuación de

Tabla XVI: Promedios temporales de los campos residuales de la ecuación de energía para todas las simulaciones. Los promedios están integrados en todo el golfo. Se usan las mismas unidades de la Tabla XV.

Caso	C_d	$\langle E_c \rangle$	$\langle E_p \rangle$	$\langle D_f \rangle$	F	$\langle D_v \rangle$	ϵ_E
<i>M2</i>	C_{d1}	2.47	2.04	-5.87	5.97	-0.18	-0.01
<i>M2</i>	C_{d2}	2.52	2.07	-4.72	4.80	-0.18	-0.01
<i>M2</i>	C_{d3}	2.52	2.07	-4.62	4.71	-0.18	-0.01
<i>MS</i>	C_{d1}	2.97	2.48	-8.59	8.73	-0.21	0.00
<i>MS</i>	C_{d2}	3.04	2.52	-7.03	7.17	-0.23	-0.01
<i>MS</i>	C_{d3}	3.04	2.52	-6.90	7.04	-0.23	-0.01
<i>Todos</i>	C_{d1}	3.44	3.34	-10.43	10.55	-0.25	-0.01
<i>Todos</i>	C_{d2}	3.53	3.38	-8.60	8.73	-0.26	-0.01
<i>Todos</i>	C_{d3}	3.54	3.39	-8.45	8.58	-0.26	-0.01

energía integrados en todo el golfo para todas las simulaciones. La variación del C_d no afectó la distribución espacial de los términos pero sí los promedios. Por ejemplo, para el caso *M2* (C_{d3}) se obtuvo un valor de $\langle D_f \rangle = -4.62$ GW mientras que con el C_{d1} , con el cual se obtuvo el mejor ajuste para este caso, la disipación aumentó 27 % ($\langle D_f \rangle = -5.87$ GW). Este incremento podría haberse esperado debido a que el C_{d1} es mayor que el C_{d3} , sin embargo, la cantidad de energía que se disipa no es función lineal del C_d y estas estimaciones no eran conocidas. De igual forma, la disipación de energía en el golfo aumenta si se incrementa el número de componentes en una simulación. Por ejemplo, el valor de $\langle D_f \rangle$ para el caso *Todos* (C_{d3}) es 83 % mayor que el valor de $\langle D_f \rangle$ del caso *M2* (C_{d3}). Para un mismo caso los promedios de $\langle E_c \rangle$, $\langle E_p \rangle$ y $\langle D_v \rangle$ fueron consistentes al cambiar el C_d . Para todas las simulaciones los errores fueron mínimos.

En este trabajo se simuló a la S_2 sólo con el C_{d2} y se obtuvo un valor de $\langle D_f \rangle = -0.91$ GW (supongamos que es el caso *S2*). Con el C_{d2} por ejemplo, si sumamos linealmente la disipación de los casos *M2* y *S2* tenemos que $|\langle D_f \rangle_{M2} + \langle D_f \rangle_{S2}| < |\langle D_f \rangle_{MS}|$. Lo anterior muestra que las interacciones no lineales entre diferentes componentes de marea incrementan la energía que entra al golfo y por lo tanto, la disipación. Marinone (1997) y Carbajal y Backhaus (1998) han reportado resultados similares.

Tabla XVII: Estimaciones de D_f que han reportado otros autores para la M_2 . Las unidades están en GW.

Autor	$\langle D_f \rangle$
Heiskanen [citado por Filloux (1973)]	-25.00
Miller (1966)	-40.00
Hendershott y Speranza (1971)	-10.00 a -20.00
Filloux (1973)	-4.35
Stock y Filloux (1975)	-4.60
Stock (1976)	-4.53 a -4.93
De León (1988)	-3.20 a -5.90
Ripa y Velázquez (1993)	-8.50
Zavala (1993)	-2.72 a -8.27
Argote <i>et al.</i> (1995)	-3.92
Zavala (1996)	-1.60
Marinone (1997)	-3.13
Carbajal y Backhaus (1998)	-2.34
Presente trabajo	-4.62 a -5.87

V.2 Discusión

En la mayoría de los trabajos sobre la marea en el Golfo de California se han realizado estimaciones de la energía que se disipa dentro de él. La Tabla XVII resume las estimaciones de $\langle D_f \rangle$ que han reportado otros autores para la M_2 . No se pretende determinar el trabajo que realizó la mejor estimación, debido a que éstas se hicieron de diferentes formas, ya sea a partir de observaciones o de modelos numéricos. Las estimaciones de $\langle D_f \rangle$ de este trabajo se consideran razonables de acuerdo a los errores que se obtuvieron en el ajuste de la marea.

Carbajal y Backhaus (1998) calcularon $\langle D_v \rangle$ y obtuvieron que fue un medio de $\langle D_f \rangle$. En este trabajo $\langle D_v \rangle$ siempre fue un orden de magnitud menor que $\langle D_f \rangle$ y sólo fue importante en el archipiélago. Por estas razones se considera que el valor de $\langle D_v \rangle$ obtenido por ellos sobreestima la pérdida de energía que se da por esta vía.

La marea astronómica en el Golfo de California es despreciable con respecto a la marea del Océano Pacífico (Filloux, 1973; Ripa y Velázquez, 1993); sin embargo,

aunque este forzamiento no afecta considerablemente las elevaciones de la marea, sí puede influir fuertemente en el flujo de energía que entra a través de la frontera abierta, dependiendo de la diferencia de fase entre el forzamiento astronómico y oceánico (Stock y Filloux, 1975). Carbajal y Backhaus (1998) realizaron experimentos incluyendo el forzamiento astronómico y mencionaron que el flujo de energía que entra al golfo por esta vía siempre fue dos órdenes de magnitud menor que el flujo de energía que entra a través de la frontera abierta. En este trabajo no se incluyó el efecto de la marea astronómica.

El potencial de marea, la marea terrestre y la carga de marea afectan la elevación de la marea y el balance energético de ella a nivel mundial (Hendershott, 1972; Gordeev *et al.* 1977; Platzman, 1985); los dos primeros efectos están asociados a la elasticidad de la Tierra y el último, a la deformación que sufre la Tierra debido a la redistribución de la masa oceánica de la marea. Con una estimación más precisa de la elevación de la marea se obtiene un valor más real de la energía que se disipa en una determinada región. Foreman *et al.* (1993) calcularon estos efectos en la costa norte de British Columbia y obtuvieron que las amplitudes de la M_2 y K_1 aumentaron únicamente un 2.5 % y menos de un 1 %, respectivamente; en cambio, Lozano y Candela (1995) calcularon el efecto de la marea terrestre en el Mar Mediterráneo y señalaron que las amplitudes de la M_2 se redujeron aproximadamente un 30 %. Los efectos del potencial de marea, de la marea terrestre y de la carga de marea no se incluyeron en este trabajo. Determinar el papel que juegan en el Golfo de California requiere de una futura investigación.

La disipación de la energía de la marea es un tema de gran interés no sólo en la Oceanografía sino en otras ramas de la ciencia tales como la Astronomía o la Geofísica, debido a que la disipación total que ocurre a nivel mundial repercute en la órbita de la Luna y en la desaceleración de la Tierra (Lambeck, 1975, 1977). La mayor parte de esta disipación se presenta en mares marginales o someros donde la marea tiene gran actividad, como en el Golfo de California (Miller, 1966; Filloux, 1973).

VI Conclusiones

La marea en el Golfo de California se reprodujo satisfactoriamente para todos los casos que se trataron en este trabajo. Para la M_2 y S_2 el ajuste fue similar entre los casos. En este trabajo se demostró que la variación del coeficiente de fricción produce errores importantes en el ajuste de la marea. Modelar la marea en el golfo sólo con la M_2 es suficiente, incluir más componentes depende del interés de la investigación.

Las fuerzas más importantes de todo el balance de momento (residual y de marea) son el gradiente de presión, Coriolis y la fricción. En el balance residual, las fuerzas más grandes se encuentran en la región norte en la dirección longitudinal y son el gradiente de presión, la fricción y la advección. En el archipiélago, la fuerza más importante en la dirección transversal es la advección, mientras que en la dirección longitudinal es la fricción. En el sur del golfo en ambas direcciones las fuerzas dominantes están en balance geostrófico principalmente. En el balance de marea en la dirección transversal el balance principalmente es geostrófico en todo el golfo, mientras que en la dirección longitudinal el gradiente de presión es la fuerza más importante, el cual es balanceado en parte por la fricción y en parte por el cambio de v en el tiempo ($\frac{\partial v}{\partial t}$).

Las regiones en donde se disipa la mayor parte de la energía de la marea son la región norte y el archipiélago, principalmente en el Alto Golfo, en Bahía Adair, en el Canal de Ballenas y en los umbrales de San Lorenzo y San Esteban. Aproximadamente el 54 % de la energía total se disipa en la región norte mientras que el 41 % se disipa en el archipiélago. La pérdida de energía por viscosidad es mucho menor que la pérdida de energía por fricción de fondo.

Introducir más componentes de marea en una simulación no altera significativamente la distribución espacial de los balances de momento y energía, pero sí aumenta la cantidad de energía que entra al golfo y por lo tanto, la transferencia de momento y energía a frecuencias bajas (e.g., mareas de largos periodos como la M_f o la M_m).

Finalmente, en el modelado de la marea fue importante realizar un buen ajuste a través del coeficiente de fricción. Su variación no afectó la dinámica de la marea, pero sí la cantidad de energía que se disipa en promedio dentro del golfo.

Literatura Citada

- Argote, M. L., Amador, A., Lavín, M. F. & Hunter, J. R. (1995). Tidal dissipation and stratification in the Gulf of California, *J. Geophys. Res.* **100**: 16,103-16,118.
- Argote, M. L., Lavín, M. F. & Amador, A. (1998). Barotropic eulerian residual circulation in the Gulf of California due to the M_2 tide and wind stress, *Atmósfera* **11**: 173-197.
- Badan-Dangon, A., Hendershott, M. C. & Lavín, M. F. (1991). Underway Doppler Current Profiles in the Gulf of California, *Eos, Trans., Am. Geophys. Union* **72**: 209, 217-218.
- Beier, E. (1999). Estudio de la marea y la circulación estacional en el Golfo de California mediante un modelo de dos capas heterogéneas, Tesis de Doctorado, 136 pp., Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Ensenada, Baja California, México.
- Carbajal, N. & Backhaus, J. (1998). Simulation of tides, residual flow and energy budget in the Gulf of California, *Oceanol. Acta* **21**: 429-446.
- Courant, R., Friedrichs, K. & Lewy, H. (1928). Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik, *Math. Ann.* **100**: 32-74.
- Crean, P. (1978). *A Numerical Model of Barotropic Mixed Tides Between Vancouver Island and the Mainland and its Relation to Studies of the Estuarine Circulation. In: Hydrodynamics of Estuaries and Fjords*, J. Nihoul (Ed.), Elsevier, New York, pp. 283-314.
- Crean, P., Murty, T. & Stronach, J. (1988). *Mathematical Modeling of Tides and Estuarine Circulation. In: Lecture Notes on Coastal and Estuarine Studies*, Springer-Verlag, 30: XV, 471 pp.

- De León, A. (1988). Modelos unidimensionales de la marea en el Golfo de California, Tesis de Licenciatura, 81 pp., Universidad Autónoma de Baja California, Ensenada, Baja California, México.
- Filloux, J. H. (1973). Tidal Patterns and Energy Balance in the Gulf of California, *Nature* **243**: 217-221.
- Foreman, M. G. G., Henry, R. F., Walters, R. A. & Ballantyne, V. A. (1993). A Finite Element Model for Tides and Resonance Along the North Coast of British Columbia, *J. Geophys. Res.* **98**: 2509-2531.
- Gordeev, R. G., Kagan, B. A. & Polyakov, E. V. (1977). The Effects of Loading and Self-Attraction on Global Ocean Tides: The Model and the Results of a Numerical Experiment, *J. Phys. Oceanogr.* **7**: 161-170.
- Hendershott, M. C. (1972). The Effects of Solid Earth Deformation on Global Ocean Tides, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **29**: 389-402.
- Hendershott, M. C. & Speranza, A. (1971). Co-oscillating tides in long, narrow bays; the Taylor problem revisited, *Deep Sea Res.* **18**: 959-980.
- Lambeck, K. (1975). Effects of Tidal Dissipation in the Oceans on the Moon's Orbit and the Earth's Rotation, *J. Geophys. Res.* **80**: 2917-2925.
- Lambeck, K. (1977). Tidal Dissipation in the Oceans: Astronomical, Geophysical and Oceanographic Consequences, *Philos. Trans. R. Soc. London* **287**: 545-594.
- Lozano, C. & Candela, J. (1995). The M_2 Tide in the Mediterranean Sea: Dynamic Analysis and Data Assimilation, *Oceanol. Acta* **18**: 419-441.
- Marinone, S. G. (1997). Tidal residual currents in the Gulf of California: Is the M_2 tidal constituent sufficient to induce them?, *J. Geophys. Res.* **102**: 8611-8623.

- Miller, G. (1966). The Flux of Tidal Energy out of the Deep Oceans, *J. Geophys. Res.* **71**: 2485-2489.
- Morales, R. & Gutiérrez, G. (1989). Mareas en el Golfo de California, *Geofis. Int.* **28**: 25-46.
- Platzman, G. W. (1985). The Role of the Earth Tides in the Balance of Tidal Energy, *J. Geophys. Res.* **90**: 1789-1793.
- Ripa, P. & Velázquez, G. (1993). Modelo unidimensional de la marea en el Golfo de California, *Geofis. Int.* **32**: 41-56.
- Robinson, I. S. (1983). *Tidally Induced Residual Flows. In: Physical Oceanography of Coastal and Shelf Seas*, B. Johns (Ed.), Elsevier, New York, pp. 321-356.
- Stock, G. G. (1976). Modeling Tides and Tidal Dissipation in the Gulf of California, Tesis de Doctorado, 133 pp., Scripps Institution of Oceanography, University of California, San Diego.
- Stock, G. G. & Filloux, J. H. (1975). Direct Gravitational Driving and Tidal Energy Balance in Elongated Gulfs, *J. Phys. Oceanogr.* **5**: 376-379.
- Zavala, J. (1993). Parametrización de la fricción lineal de fondo para el Golfo de California mediante la comparación de dos modelos de marea, Tesis de Licenciatura, 40 pp., Universidad Autónoma de Baja California, Ensenada, Baja California, México.
- Zavala, J. (1996). Estudio sobre la propagación de modos en un canal con aplicación a la marea en el Golfo de California, Tesis de Maestría, 68 pp., Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Ensenada, Baja California, México.

- Zimmerman, J. T. F. (1978). Topographic Generation of Residual Circulation by Oscillatory (Tidal) Current, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 11: 35-47.