

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA



DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA

CARACTERIZACIÓN DE LAS CORRIENTES
DE MAREA EN EL CANAL DE YUCATÁN

TESIS

Que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener
el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

FÁTIMA MACIEL CARRILLO GONZÁLEZ

Ensenada, Baja California, México, noviembre del 2001

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA



DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA

CARACTERIZACIÓN DE LAS CORRIENTES
DE MAREA EN EL CANAL DE YUCATÁN

TESIS

Que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener
el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

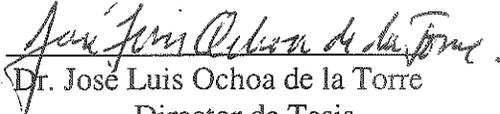
FÁTIMA MACIEL CARRILLO GONZÁLEZ

Ensenada, Baja California, México, noviembre del 2001

RESUMEN de la tesis de Fátima Maciel Carrillo González, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OCEANOGRAFÍA FÍSICA. Ensenada, Baja California, México, Noviembre del 2001.

CARACTERIZACIÓN DE LAS CORRIENTES DE MAREA EN EL CANAL DE YUCATÁN

Resumen aprobado por:


Dr. José Luis Ochoa de la Torre
Director de Tesis.

Se presenta un estudio de las corrientes de marea en la sección vertical del Canal de Yucatán y su relación con el nivel del mar del Golfo de México y Mar Caribe (GMyMC), para las componentes O_1 , K_1 , M_2 y S_2 . Los datos de corrientes corresponden a 197 series registradas de septiembre de 1999 a junio del 2000 (10 meses) con intervalo de muestreo de una hora. Utilizando el análisis armónico se confirma el dominio de las componentes diurnas O_1 y K_1 , con amplitudes típicas entre 5 y 10 cm/s. Estas son las dos más energéticas de 18 componentes diurnas de un total de 59 que el análisis permite estimar considerando el criterio convencional de Rayleigh. Las elipses de marea son de alta excentricidad, orientadas con la topografía del canal (hacia el norte). Las señales semidiurnas M_2 y S_2 son muy débiles, con amplitudes próximas y menores a 1 cm/s. Debido al ruido en frecuencias cercanas y a la longitud de los registros, los parámetros estimados de las corrientes semidiurnas son de baja confiabilidad, no así para la K_1 y O_1 . El porcentaje atribuible a la marea en la variabilidad total de las series de corrientes es mayor del lado cubano, especialmente en el fondo (44% a 250 m y 84% a 1250 m de profundidad). En los mapas cotidales y de amplitud del nivel medio del mar del GMyMC derivados a partir de datos de mareógrafos y altimetría satelital, se encuentra un punto anfidrómico virtual en la Península de Yucatán para la componente K_1 y se confirma la presencia de puntos anfidrómicos en las señales semidiurnas. El uso de las funciones de Proudman (modos normales de oscilación para una cuenca cerrada sin rotación) como base ortogonal para representar el nivel del mar, señalan que el modo más grave (cuyo período natural es de 16.3 horas) es la contribución dominante en las dos señales diurnas ($\approx 87\%$). Este modo exhibe una zona nodal, ligeramente al sur (≈ 75 Km) del Canal de Yucatán, que es consistente con máximos de corrientes y mínimos en elevación próximos al canal. Este mismo modo establece la poca dependencia de la marea diurna con el Océano Atlántico. Las corrientes inferidas a partir de las ecuaciones de movimiento, de los mapas de elevación y del forzamiento gravitacional son comparadas con las corrientes *in situ*, mostrando congruencia sólo en la componente O_1 .

Palabras Claves: Mareas, corrientes de marea y Canal de Yucatán.

ABSTRACT of the thesis of Fátima Maciel Carrillo González, presented as partial requirement for the degree of MASTER IN SCIENCE in PHYSICAL OCEANOGRAPHY. Ensenada, Baja California, México, November 2001.

CHARACTERIZATION OF THE TIDAL CURRENTS IN THE YUCATAN CHANNEL

This thesis presents an analysis of the tidal currents in the Yucatan Channel, the sea level tidal fluctuations within the Gulf of Mexico and the Caribbean Sea (GMyMC), and their relationship. Only the O_1 , K_1 , M_2 and S_2 tidal components are analyzed extensively. There are 197 hourly current meter time series comprising the period between September 1999 to June 2000 (10 months) and covering a complete vertical section of the channel. Conventional harmonic analysis confirms previous studies about the dominance of the diurnal components. It shows typical amplitudes from 5 to 10 cm/s for O_1 and K_1 , which are the most energetic among the 18 diurnal components and the full set of 59 components that, given the conventional Rayleigh criteria, the harmonic analysis offers. The tidal ellipses have high eccentricity oriented with the topography of the channel (in the north-south direction). The semidiurnal currents (M_2 and S_2) are very weak, with amplitudes close and smaller than 1 cm/s. Due to the noise in nearby frequencies and the length of the time series, the ellipse parameters for the semidiurnal currents are marginally reliable, not so for the K_1 and O_1 which are well resolved. The percentage in total current variability attributable to tides is greater on the Cuban side, especially at depth (44% at 250 m and 84% at 1250 m). Cotidal and amplitude maps derived from coastal stations and satellite altimetry show, in agreement with previous studies, a virtual amphidromic node within the Yucatan Peninsula for K_1 and amphidromic nodes for both M_2 and S_2 semidiurnal components. The use of the Proudman Functions (normal modes of a closed basin in the absence of rotation) as an orthonormal basis to express the sea level data, shows the gravest mode (whose natural period is 16.3 hours) to be the dominant contribution ($\approx 87\%$ of the variance) in the two diurnal harmonics. This mode exhibits a nodal zone slightly to the south (≈ 75 km) off Yucatan Channel in agreement with maximal in currents and minima in sea level next to the Channel. This same mode establishes the weak dependence of the GMyMC tide with the Atlantic Ocean. Tidal currents inferred from the sea level maps, the gravitational forcing and the linearized equations of motion are compared with *in situ* observations, showing agreement only for the O_1 component.

Key words: Tides, tidal-currents and Yucatan Channel.

Dedicatoria

A mi familia.

A mis amigos.

A los que hicieron especial cada momento.

Agradecimientos

A mi director de tesis Dr. José Luis Ochoa de la Torre, por su inmensa paciencia y apoyo incondicional durante el desarrollo de este trabajo.

Al Dr. Julio Candela por sus valiosas contribuciones y comentarios a la tesis.

A los miembros del comité Dr. Julio Candela, Dr. Julio Sheinbaum, Dr. Guido Marinone y Dr. Héctor Escamilla, sin dejar de mencionar al Dr. Antonio Badán, por sus acertados comentarios y sugerencias que enriquecieron este trabajo.

A todos los participantes del proyecto CANEK, que sin ellos no hubiera sido posible la realización del presente trabajo. Especialmente quiero mencionar a los compañeros del Departamento de Electrónica.

A todo el Departamento de Oceanografía Física del CICESE, en especial a Roberto Soto, a Lina, a Edit, a Tere, a Feli, a Manuel Figueroa, Nacho González, Joaquín García y Sergio Ramos.

Un sincero agradecimiento a todos mis compañeros y amigos, por los momentos compartidos, en especial menciono a Lucía, a Ana, a Gaby, a Gilberto, a Omar, a Pedro, a David, a Alejandro, a Mario Mendoza, a Juan Carlos Campos, a Laura, a Aarón, a Pepe, a Mike (Miguel Ángel) , a María Elena González, a María Elena, a Hilarión, a Sergio, a Jorge, a Edgardo, y los nunca olvidados Sergio Canales, Fermín, Alejandra y Claudia.

A las personas que me acompañaron más de cerca, por su apoyo, cariño y amistad.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo económico.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Índice

Página

Resumen	
Dedicatoria	
Agradecimientos	
Índice	
Índice de figuras	
Índice de tablas	
I Introducción	1
I.1 Antecedentes	2
I.1.1 La marea en el Océano Atlántico	2
I.1.2 Estudios en el Golfo de México y Mar Caribe	4
I.1.3 Investigaciones previas en el Canal de Yucatán	8
I.2 Región de estudio	9
I.2.1 Canal de Yucatán	9
I.2.2 Golfo de México y Mar Caribe	10
I.3 Observaciones Disponibles	11
I.3.1 Series de tiempo de corrientes	13
I.3.2 Constantes armónicas para el Golfo de México y Mar Caribe	16
I.4 Objetivos	15
I.5 Organización del Trabajo	15
II. Metodología	16
II.1 Análisis armónico	17
II.1.1 Serie escalar	17
II.1.2 Serie vectorial	19
II.2 Método de Interpolación	20
II.2.1 Mapeo Objetivo	21
III. Corrientes de marea en el Canal de Yucatán	22
III.1 Características generales de los datos	22
III.2 Elipses de marea en el canal de Yucatán	22
III.2.1 Mapas de elipses de marea	25
III.3 Análisis de error del ajuste armónico	25
III.3.1 Valor de la razón de señal a ruido (snr)	33
III.3.2 Simulación de la razón de señal a ruido	34
III.3.3 Mapas de razón de señal a ruido (snr)	38
III.4. Conclusiones	39

IV. Mapas cotidales y de amplitud para el Golfo de México y Mar Caribe	40
IV.1.1 Análisis preliminar de los datos	40
IV.1.2 Mapas cotidales y de amplitud mediante mapeo objetivo	41
IV.2 Proyección de las funciones de Proudman	46
IV.2.1 Funciones de Proudman	46
IV.2.2 Proyección de los datos sobre las Funciones de Proudman	47
IV.2.3 Mapas cotidales y de amplitud	54
IV.3 Conclusiones de la sección II	57
V. Velocidades inferidas a partir del mapa de elevaciones	60
V.1 Fundamento físico de la relación entre corrientes y elevación	60
V.2 Resultados	71
V.3 Conclusiones de la sección III	74
VI. Conclusiones Generales	75
VII. Comentarios finales	76
Literatura Citada	77
Notación	80
Anexo 1	81
Anexo 2	82

LISTA DE FIGURAS

	Página	
Fig. 1	Resultados de un modelo de simulación de la marea K_1 del Océano Mundial con 1° de resolución. La amplitud de la elevación en cm con líneas discontinuas. Las líneas sólidas son la fase en grados referidas al paso por el meridiano de Greenwich (Zahel, 2000).	3
Fig. 2	Resultados de un modelo de simulación de la marea M_2 del Océano Mundial con 1° de resolución. La amplitud de la elevación en cm con líneas discontinuas. Las líneas sólidas son la fase en grados referidas al paso por el meridiano de Greenwich (Zahel, 2000).	3
Fig. 3	Tipos de Marea en el Golfo de México y Mar Caribe. (Figura adaptada de The Oceanographic Atlas of the North Atlantic Ocean, Section 1: Tides and Currents)	4
Fig. 4	Mapa cotidal del Golfo de México para la componente K_1 , realizado por Grace (1932). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.	5
Fig. 5	Mapa cotidal del Mar Caribe para la componente K_1 , realizado por Grace (1932). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.	6
Fig. 6	Mapa cotidal del Golfo de México para la M_2 , realizado por Grace (1932). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.	7
Fig. 7	Mapa cotidal del Golfo de México para la M_2 , realizado por Kjerfve (1981). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.	8
Fig. 8	Ubicación de los anclajes [D_1 , D_2 , Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 , Y_5 y Y_6 nombrados de Oeste a Este] en el Canal de Yucatán y posición de los sensores de presión (D_1 y D_2 están sumamente próximos en la escala de este mapa y son los dos círculos sólidos).	9
Fig. 9	Batimetría del Golfo de México y Mar Caribe. Contornos de nivel a 200, 600, 2000, 3500 y 4000 m de profundidad.	10

	Página	
Fig. 10	Posicionamiento de los instrumentos. Corrientímetros (ADCPs y Aanderas) y sensores de presión, sobre el plano vertical del Canal del Yucatán.	11
Fig. 11	Clasificación por regiones del plano transversal del Canal de Yucatán.	12
Fig. 12	Mapa del GMyMC con la ubicación de los puntos de las constantes armónicas para la costa (• mareógrafos) y para el mar con profundidad mayor de 500 m (• altimetría).	14
Fig. 13	Series a 250 m de profundidad aproximadamente. Gráfica de la componente v y sobre esta la predicha por marea. Notas: v promedio, v' desviación estándar de v , V_m desviación estándar de la velocidad de marea y $V\%$ porcentaje de la variabilidad debida a la marea.	23
Fig. 14	Series a 1250 m de profundidad aproximadamente. Gráfica de la componente v , sobre esta la predicha por marea. Notas: v promedio, v' desviación estándar de v , V_m desviación estándar de la velocidad de marea y $V\%$ porcentaje de la variabilidad debida a la marea.	24
Fig. 15	Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente O_1 , A) Semieje Mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.	29
Fig. 16	Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente K_1 , A) Semieje Mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.	30
Fig. 17	Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente M_2 , A) Semieje Mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.	31
Fig. 18	Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente S_2 , A) Semieje Mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.	32
Fig. 19	Ejemplificación de una de las series consideradas para la simulación. Por claridad, sólo se muestra un intervalo de 500 horas, para la simulación del análisis se utilizan series de la misma longitud de los datos (aproximadamente 7200 horas).	35
Fig. 20	Comparación de los valores snr obtenidos con el programa tide.m (o) y el promedio del valor obtenido con la simulación <i>snrMC</i> (*).	37
Fig. 21	Contornos del valor de snr (razón de señal a ruido) para O_1 , K_1 , M_2 y S_2 .	38

- Fig. 22 Mapas cotidales [$^{\circ}\text{G}$] y de amplitud [cm] obtenidos mediante Mapeo Objetivo a la base de datos para las componentes diurnas. Pasar de una línea de fase a otra, significa una hora. 42
- Fig. 23 Mapas cotidales y de amplitud obtenidos mediante la interpolación objetiva de la base de datos para las componentes semidiurnas. Pasar de una línea de fase a otra, indica una hora. 43
- Fig. 24 Contribución de las funciones de Proudman a la EP correspondiente a cada armónico de marea. 48
- Fig. 25 Porcentaje de los modos más representativos para cada armónico. 49
- Fig. 26 a Estructura de las autofunciones Φ_n más energéticas. Los contornos son las líneas nodales. El primer modo es un plano homogéneo. Se muestran las zonas positivas y negativas. 50
- Fig. 26 b Estructura de las autofunciones Φ_n más energéticas en la reconstrucción de los mapas de elevación, se muestran las líneas nodales (contornos igual a cero). 51
- Fig. 27 Mapas de Amplitud y Cotidales a partir de la proyección de las funciones de Proudman (100 primeros modos). Líneas de amplitud cada 2 cm y líneas de fase cada 15° , que equivalen a una hora. 55
- Fig. 28 Mapas de Amplitud y Cotidales a partir de la proyección de las funciones de Proudman (100 primeros modos). Líneas de amplitud cada 2 cm y de fase cada 30° , que equivalen a una hora al pasar de una línea a otra. 56
- Fig. 29 Mapas cotidales en grados respecto a Greenwich (líneas aproximadamente cada 20 minutos) y de amplitud (en cm) de la marea de equilibrio (ξ_E) para las componentes diurnas. 60

	Página
Fig. 30 Mapas cotidales en grados respecto a Greenwich (líneas aproximadamente cada 10 minutos) y de amplitud (en cm) de la marea de equilibrio (ξ_E) para las componentes semidiurnas.	61
Fig. 31 Mapa con los puntos de ubicación de las constantes armónicas de la elevación ξ_o y de la marea de equilibrio ξ_E .	63
Fig. 32 Estructura de los términos $ \xi_o \cos(\psi)$, donde $ \xi_o $ es la amplitud y ψ la fase.	65
Fig. 33 Estructura de los términos $ \xi_o \sin(\psi)$, donde $ \xi_o $ es la amplitud y ψ la fase.	66
Fig. 34 Mapa de $ \xi_E \cos(\varphi)$ y $ \xi_E \sin(\varphi)$ donde $ \xi_E $ es la amplitud y φ la fase para las componentes diurnas.	67
Fig. 35 Mapa de $ \xi_E \cos(\varphi)$ y $ \xi_E \sin(\varphi)$ donde $ \xi_E $ es la amplitud y φ la fase para las componentes semidiurnas.	68
Fig. 36 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) para la componente diurna O_1 .	69
Fig. 37 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) para la componente diurna K_1 de la región centro.	71
Fig. 38 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) para la componente diurna M_2 de la región centro.	71
Fig. 39 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) para la componente diurna S_2 de la región centro.	71

LISTA DE TABLAS

	Página
Tabla I. Relación de series de corrientes utilizadas para el análisis.	12
Tabla II. Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente O_1 .	27
Tabla III. Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente K_1 .	27
Tabla IV. Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente M_2 .	28
Tabla V. Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente S_2 .	28
Tabla VI. Valores utilizados para formar la simulación de una realización y el resultado del ajuste del análisis armónico.	35
Tabla VII. Valores utilizados para formar la simulación de las 100 realizaciones y el promedio del ajuste de todas ellas.	36
Tabla VIII. Promedio de la amplitud obtenida a partir de los datos de altimetría (mar abierto).	40
Tabla IX. Promedio de la amplitud obtenida a partir de los datos de mareógrafos (costas).	40
Tabla X. Promedio de la amplitud y fase de la de los datos interpolados con mapeo objetivo.	44

Tabla XI.	Modos más representativos, período de relación y porcentaje.	53
Tabla XII.	Densidad de energía potencial (proporcional).	54
Tabla XIII.	Coefficientes de bondad para los mapas de $c\eta$ y $s\eta$.	55
Tabla XIV.	Gradientes adimensionales de los campos de elevación (ξ_o , ξ_B).	71
Tabla XV.	Velocidades medidas (considerando solo la capa superficial de 35 m) e inferidas para la región Centro.	72

CARACTERIZACIÓN DE LAS CORRIENTES DE MAREA EN EL CANAL DE YUCATÁN

I. Introducción

La zona que comunica el Mar Caribe con el Golfo de México se denomina aquí Canal de Yucatán. Esta es una región que despierta gran interés para los oceanógrafos, debido a que la corriente que atraviesa este lugar alimenta en mayor proporción la Corriente del Golfo, afectando la dinámica y circulación global. Además, éste es básicamente el único lugar de entrada de agua al Golfo de México y por donde las aguas profundas pueden salir (Maul *et al.* 1985).

La marea no es uno de los fenómenos más impactantes en el Canal, dado que las magnitudes de elevación de nivel del mar son muy pequeñas, tanto en las costas de la Península de Yucatán (México), como en las costas del extremo occidental de Cuba; los intervalos de variación en el nivel del mar para las componentes más energéticas de marea no exceden los 10 cm de amplitud. Kjerfve (1981) califica esta marea de rango microcotidal, que corresponde a variaciones de nivel del mar menores de 20 cm. Sin embargo, estas pequeñas elevaciones producen corrientes, que aunque sean débiles, como lo revelan antiguas mediciones directas en la zona (Donald y Molinari 1979, Maul *et al.*, 1985), generan transportes de agua relativamente grandes. Por ejemplo, una velocidad media de 1 cm/s en la sección transversal del Canal implica un transporte de a 2 Sv ($1 \text{ Sv} = 1 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$).

Este estudio es una contribución al proyecto CANEK, el cual tiene como objetivo estudiar los flujos en el Canal de Yucatán. A través de este proyecto se obtuvieron mediciones directas de corrientes, elevaciones y otras variables de interés en la zona, lo que hace posible entre variados temas a desarrollar, estudiar las corrientes de marea. Los registros de corrientes indican que las amplitudes de las señales senoidales para las principales componentes no son superiores a 19 cm/s. En el Canal de Yucatán las

corrientes semipermanentes (asociadas a bajas frecuencias) sostienen un transporte alrededor de 25 Sv. Por lo tanto, una señal de marea débil puede introducir ruido significativo en las estimaciones de transportes semipermanentes.

Las corrientes de marea en escalas globales tienden a ser principalmente barotrópicas; éste es el movimiento uniforme de toda la columna, sin variación de la corriente en la dirección vertical. De hecho, los modelos numéricos más usados para la simulación y estudios de marea son los denominados verticalmente integrados. En diversos estudios numéricos de la marea en el Golfo de México y Mar Caribe (GMyMC) se ha utilizado el Canal de Yucatán como una de las fronteras abiertas para los modelos numéricos, tomando en cuenta el comportamiento a partir de las mediciones de la elevación en ambos extremos del canal; por ejemplo en el trabajo de Salas de León *et al.* (1997) para el Golfo de México (GM).

I. 1. Antecedentes

I.1.1. La Marea en el Océano Atlántico

La marea global ha sido estudiada principalmente a partir de modelos de simulación, tal es el caso de los mapas cotidales y de amplitud obtenidos mediante esta técnica por Zahel *et al.* (2000) mostrados en las figuras 1 y 2 (componentes K_1 y M_2 , respectivamente). Sin embargo, los datos de altimetría han demostrado ser una opción más para el análisis de mareas (Ray, 1999), debido a que los resultados que se obtienen son comparables a las mediciones *in situ*. Sin embargo, ambas técnicas pueden ser deficientes en determinadas zonas por las características del lugar y el método; no obstante existen alternativas, reconstruir la dinámica del fenómeno utilizando una base de funciones que describan su comportamiento en determinado lugar, por ejemplo, las funciones de Proudman describen los modos libres de oscilación de una cuenca y se puede esperar que las mareas presenten un comportamiento asociado a esta oscilación. Este método ha dado buenos resultados para describir la marea en el Mar Mediterraneo (Sanchez *et al.* 1992).

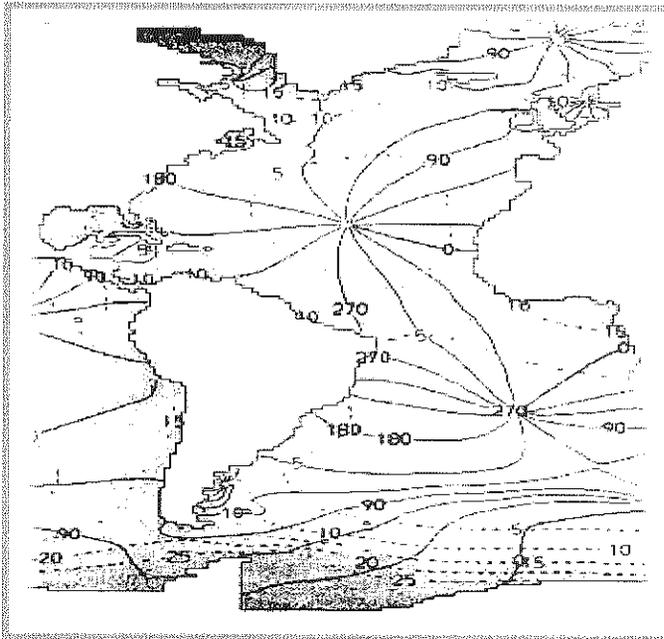


Fig. 1 Resultados de un modelo de simulación de la marea K_1 del Océano Mundial con 1° de resolución. La amplitud de la elevación en cm con líneas discontinuas. Las líneas sólidas son la fase en grados referidos al paso por el meridiano de Greenwich (Zahel *et al.*, 2000).

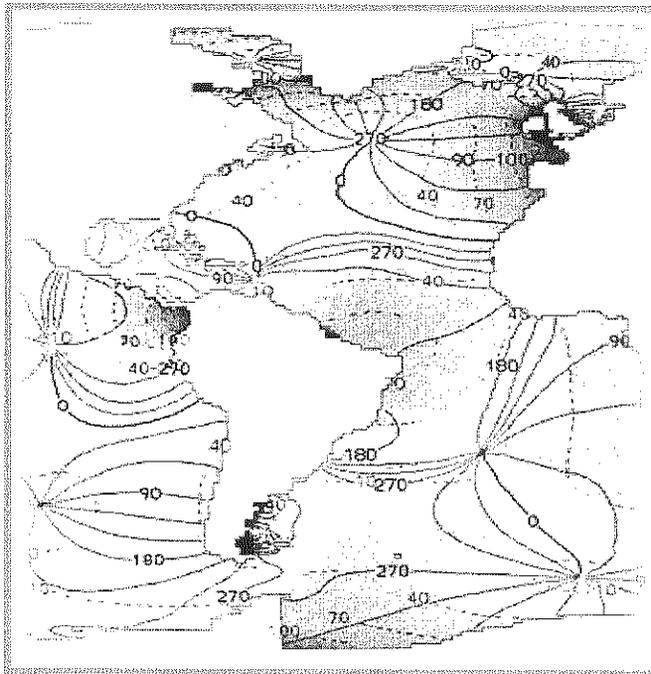


Fig. 2 Resultados de un modelo de simulación de la marea M_2 del Océano Mundial con 1° de resolución. La amplitud de la elevación en cm con líneas discontinuas. Las líneas sólidas son la fase en grados referidos al paso por el meridiano de Greenwich (Zahel *et al.*, 2000).

I.1.2. Estudios en el Golfo de México y Mar Caribe

Los *tipos de marea* clasificada por su frecuencia, puede ser diurna, semidiurna y mixta. La marea *diurna* consiste en un pleamar y un bajamar (máximo y mínimo del nivel del mar), durante un día de marea; un día de marea lunar tiene una duración de 24 Hrs. con 50 min. (ver anexo 2); La marea *semidiurna* consta de dos pleamares y dos bajamares prácticamente iguales en un día de marea lunar y la marea *mixta* comprende dos pleamares o dos bajamares marcadamente desiguales.

El tipo de marea que se presenta en las costas del Golfo de México es principalmente diurna y mixta. En el Mar Caribe las señales diurna y semidiurna son muy pequeñas y comparables entre sí, por lo que predomina la marea mixta. En la figura 3 se indica con el tono del contorno el tipo de marea y la magnitud máxima de amplitud de marea en metros.

Existen estimaciones de mapas cotidales y de amplitud para la principal componente diurna (K_1) y semidiurna (M_2) realizados a partir de observaciones por Grace (1932) para el Golfo de México y para el Mar Caribe por Kjerfve (1981). La información de los mapas al unirlos no coincide satisfactoriamente (especialmente en la estructura de las líneas de igual fase y las de amplitud) en la región del Canal de Yucatán.

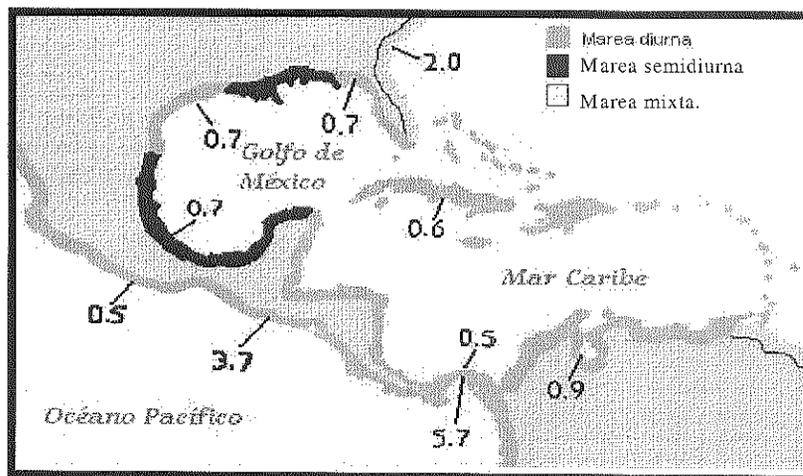


Fig. 3 Tipos de Marea en el Golfo de México y Mar Caribe. (Figura adaptada de The Oceanographic Atlas of the North Atlantic Ocean, Section 1: Tides and Currents)

La clasificación del tipo de marea se calcula con el número de forma (F) de Dietrich *et al.* (1963)

$$F = \frac{O_1 + K_1}{S_2 + M_2} \quad (1)$$

Si $0 \leq F \leq 0.25$ se tiene marea semidiurna.

Si $0.25 < F \leq 1.50$, se tiene marea mixta con dominancia semidiurna.

Si $1.50 < F \leq 0.33$, se tiene marea mixta con dominancia diurna.

Si $F > 3.00$, entonces se tiene marea de tipo diurna.

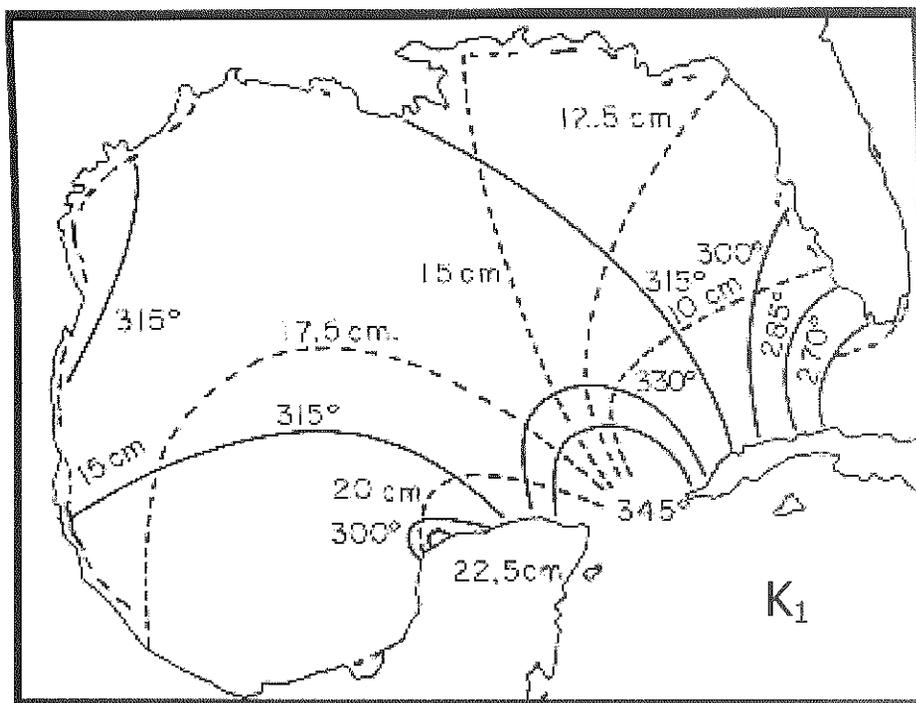


Fig. 4 Mapa cotidal del Golfo de México para la componente K_1 , realizado por Grace (1932). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.

Uno de los aspectos más característicos de estos mapas para la componente diurna (K_1) es que la onda de marea entra por el Estrecho de Florida y llega hasta el Canal de Yucatán (figura 4) donde se encuentra con la que viene del MC. La onda en el MC avanza

de sur a norte. La amplitud de la onda en Florida es de 7.5 cm y conforme avanza, incrementa su amplitud a lo largo de la costa del GM, hasta los 22.5 cm en Yucatán. En el MC la amplitud varía sólo entre 5 y 10 cm (figura5).

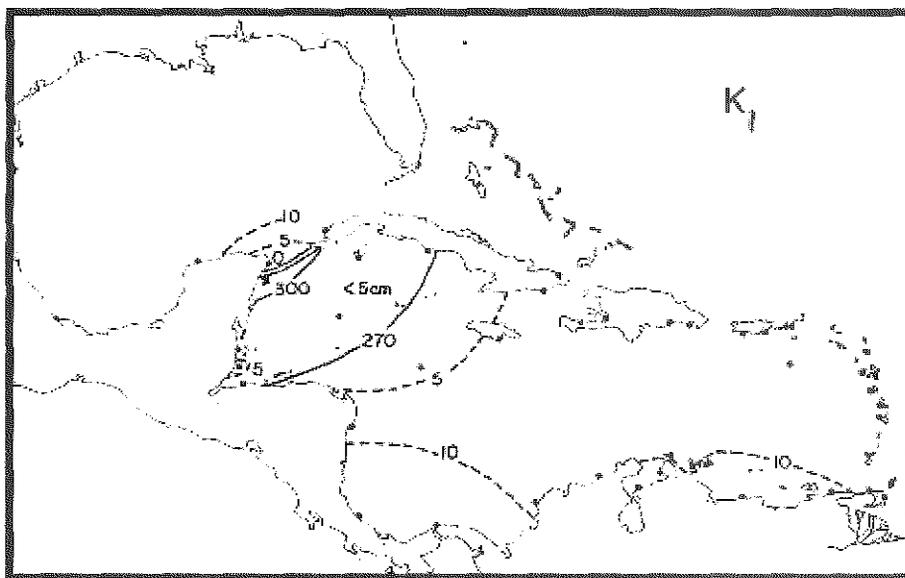


Fig. 5 Mapa cotidal del Mar Caribe para la componente K_1 , realizado por Grace (1932). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.

Los mapas cotidales de la componente M_2 muestran puntos anfodrómicos¹ (figura 6 y 7) en GMyMC. En la figura 6 se ve un punto anfodrómico en el Golfo de México que gira ciclónicamente (Grace 1932). Esto se confirma con cálculos de simulación numérica (Salas de León *et al* 1997; Martínez 1993). La figura 7 también muestra en el Mar Caribe un punto anfodrómico. Los mapas obtenidos con datos de altimetría actuales (Ray, 1999) corroboran la información de esta cartografía.

Las mareas en el GM son el resultado del forzamiento directo astronómico e indirectamente de las oscilaciones de marea en el Océano Atlántico, además se ha visto que en su respuesta a la marea semidiurna M_2 no presenta resonancia (Hansen *et al.*, 1974).

¹ Un *punto anfodrómico o nodal*, es el lugar donde la amplitud es cero y al alejarse de éste aumenta, además de que en este punto las líneas de igual fase coinciden. La onda de marea gira alrededor del punto.

Algunos estudios numéricos (Grijalva, 1971) y mediciones de presión en el fondo (Mofjeld y Wimbush, 1977) indican que las crestas de la onda de la marea M_2 son aproximadamente paralelas a las isolíneas de profundidad en la plataforma de Florida. En el caso de las componentes diurnas se ha encontrado que las amplitudes y fases son uniformes en todo el GM (Mofjeld y Wimbush, 1977). De ello resulta que el carácter de las fluctuaciones del nivel del mar sea predominantemente diurno en la región central de la cuenca y pase de diurno a semidiurno cerca de las costas, lo que concuerda con lo reportado por Martínez (1993).

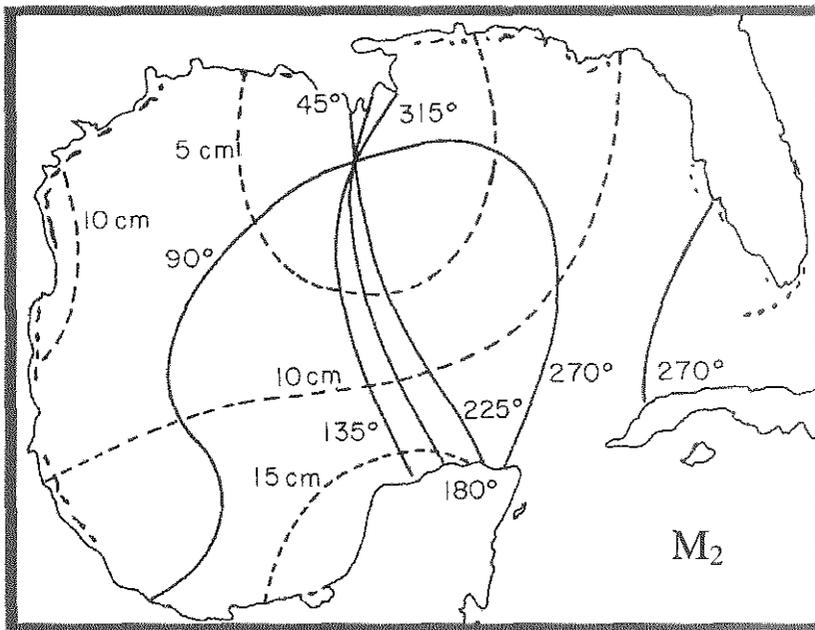


Fig. 6 Mapa cotidal del Golfo de México para la M_2 , realizado por Grace (1932). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.

El comportamiento de la marea en el MC es bastante complejo (figura 7), debido a que las amplitudes en este lugar son muy pequeñas y las condiciones críticas de escala sinóptica tanto meteorológicas como oceanográficas pueden enmascararla completamente; además de que cada una de las cuencas en la región (cuatro con profundidad mayor de 4000 m) tienen una respuesta individual al forzamiento astronómico (Kjerfve 1981).

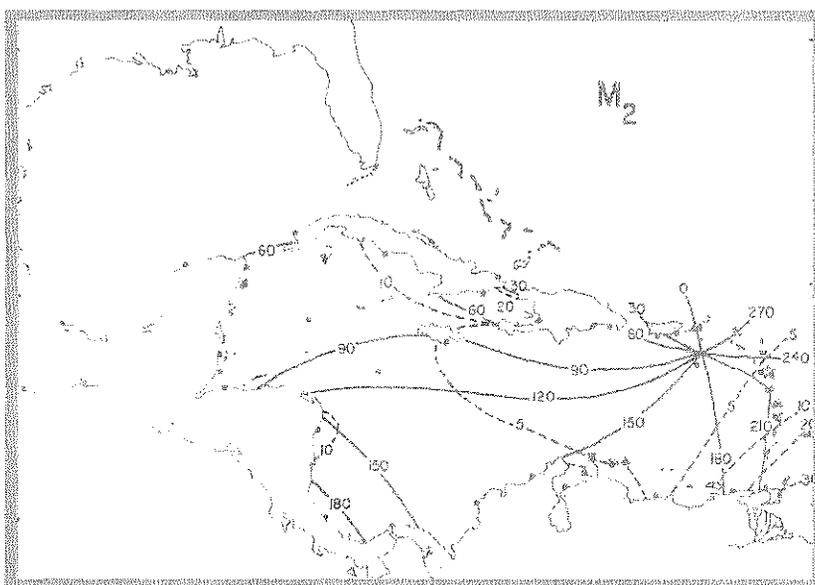


Fig. 7 Mapa cotidal del Golfo de México para la M_2 , realizado por Kjerfve (1981). Los contornos de amplitud se marcan con líneas discontinuas y los de fase con líneas continuas.

I.1.3. Estudios previos en el Canal de Yucatán.

Estudios realizados por Donald y Molinari (1979), a partir de las mediciones de un corrientímetro anclado en el fondo del canal, mostraron que las corrientes de marea son casi rectilíneas, con dirección paralela a lo largo de la topografía del canal. Reportaron que la corriente presenta una señal de marea predominantemente diurna, lo cual es consistente con las mediciones del proyecto CANEK en el Canal de Yucatán, como se hará notar específicamente en el capítulo III.

En el canal no existe una descripción detallada de la estructura de las corrientes de marea, como se hace notar en los antecedentes, siendo ésta una de las razones que motivaron la realización de este trabajo. El tener una señal precisa de estas corrientes permite eliminarla de aquellos análisis donde aparece como ruido, por citar alguno: las corrientes semipermanentes.

I.2. Región de estudio

I.2.1. Canal de Yucatán.

La zona de estudio se denomina Canal de Yucatán (figura 8). Ésta se localiza entre los $-86^{\circ}26'E$, $21^{\circ}35'N$ al $-85^{\circ}01'E$, $21^{\circ}48'N$. El Canal comunica el Golfo de México con el Mar Caribe; sus dimensiones son: 210 Km de ancho, medido de Cabo Catoche (México) a Cabo San Antonio (Cuba) y con una profundidad máxima de 2030 m, que es donde se encuentra el umbral. El área transversal es de 230 Km^2 aproximadamente.

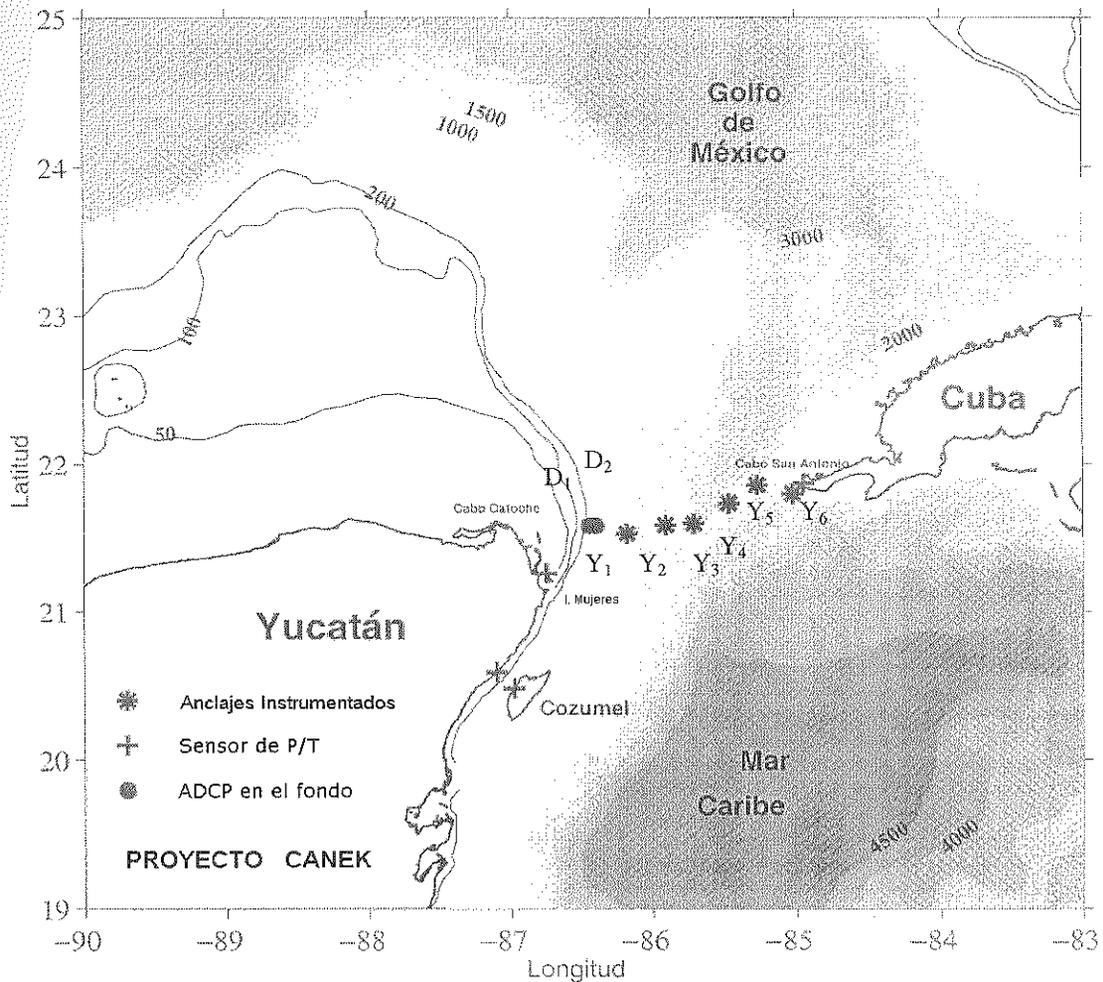


Fig. 8 Ubicación de los anclajes [D_1 , D_2 , Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 , Y_5 y Y_6 nombrados de Oeste a Este] en el Canal de Yucatán y posición de los sensores de presión (D_1 y D_2 están sumamente próximos en la escala de este mapa y son los dos círculos sólidos).

I.2.2. Golfo de México y Mar Caribe

El GMyMC forman una región oceánica semicerrada que tiene una dinámica compleja determinada por los intercambios de masa, vorticidad y momento a través de los estrechos que los comunican con el Océano Atlántico y por la morfología de sus cuencas, plataformas continentales y costas (Sheinbaum *et al* 1997).

La batimetría en el GMyMC (figura 9) presenta cuatro cuencas profundas que exceden los 4000 m; se enumeran de la siguiente manera :

- 1) Cuenca de Yucatán centrado en 20°N y -85° E,
- 2) Trinchera de Caimán en los 17°N y los -89° E,
- 3) Cuenca de Colombia a los 14°N y -75° E y
- 4) Cuenca de Venezuela a 16°N y -67° E.

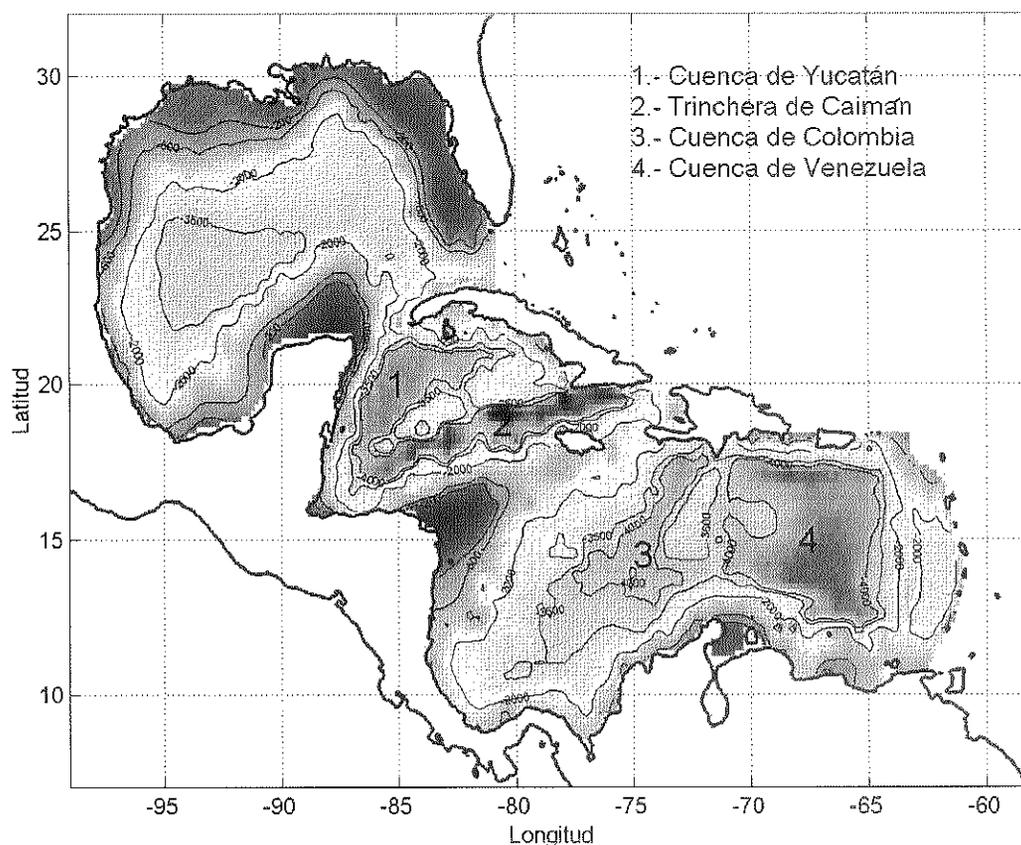


Fig. 9 Batimetría del Golfo de México y Mar Caribe. Contornos de nivel a 200, 600, 2000, 3500 y 4000 m de profundidad.

I.3. Observaciones Disponibles

I.3.1. Series de tiempo de corrientes

La infraestructura del proyecto CANEK permitió obtener mediciones directas de corrientes, elevación del nivel del mar y temperatura. Las series de tiempo tienen un período de observación de 10 meses (agosto de 1999 a junio del 2000), con un intervalo de muestreo de una hora. Los anclajes se colocaron a lo largo de la línea que une la península de Yucatán con Cuba (ver figura 8). La distribución de los instrumentos se hizo en 8 anclajes, llamados D₁, D₂, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄, Y₅ y Y₆. En la parte superior de cada anclaje se colocó un Perfilador de Corrientes Acústico Doppler (ADCP Acoustic Doppler Current Profiler), por lo que se contó con un total de 8 ADCPs, permitiendo hacer un muestreo en la capa superficial de aproximadamente 200 m. Asimismo, se instalaron 30 corrientímetros de rotor externo, tipo Aanderaa, distribuidos heterogéneamente cubriendo todo el plano vertical del Canal como se indica en la figura 10. Se cuenta además con dos sensores de presión colocados en los extremos del Canal.

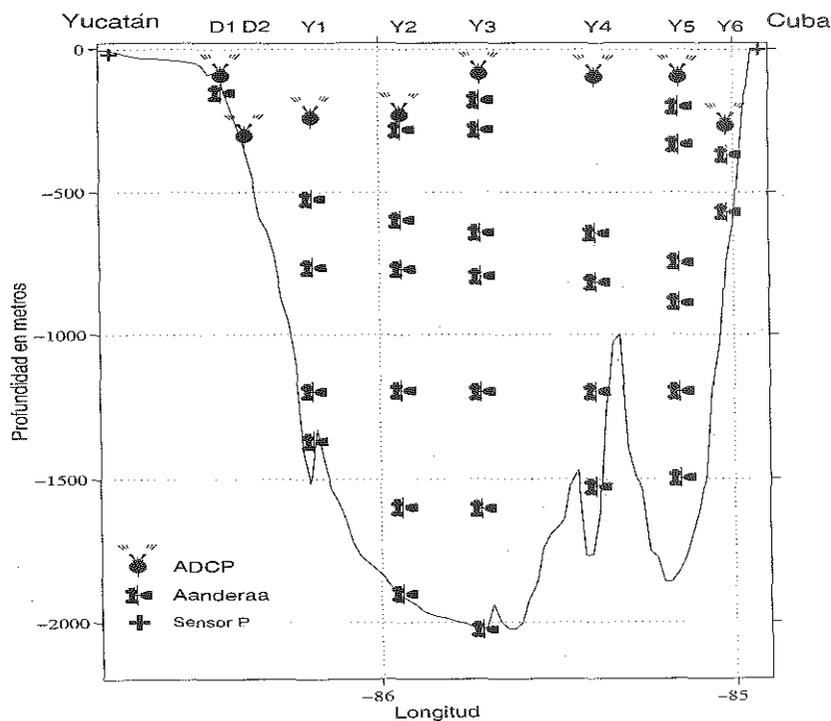


Fig. 10 Posicionamiento de los instrumentos. Corrientímetros (ADCPs y Aanderaas) y sensores de presión, sobre el plano vertical del Canal del Yucatán.

El perfilador acústico ADCP hace un muestreo de la velocidad en un conjunto de capas de agua²; el grosor de cada capa de medición se elige al configurar el aparato, aunque éstas se pueden promediar posteriormente. En este caso, el grosor final de cada capa fue de 8 m, con excepción para el instrumento del anclaje D₂, que fue de 10 m. El número de series (o bins) varía para cada ADCP; el total de bins fue de 167.

Tabla I. Relación de series de corrientes utilizadas para el análisis.

Anclajes	D ₁	D ₂	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Total de series
ADCP (Bin)	11	23	30	31	15	14	14	29	167
Aanderas	1	0	4	6	7	6	4	2	30
Total de series por anclaje	12	23	34	36	22	20	18	31	197

El corrientímetro Aanderaa mide la velocidad puntual, registra la rapidez promedio, de acuerdo al número de vueltas que realice el rotor externo, y la dirección de la corriente se obtiene por un compás magnético que se alinea a éste. Esto por medio de una aleta. Cada aparato reporta una serie. Todo el plano vertical del Canal fue cubierto por 197 series. La tabla I da una relación del número de series de corrientes y el tipo de la medición asociada a cada anclaje. La descripción con detalle de la posición (longitud y latitud), y profundidad de cada serie se encuentra en el anexo 1.

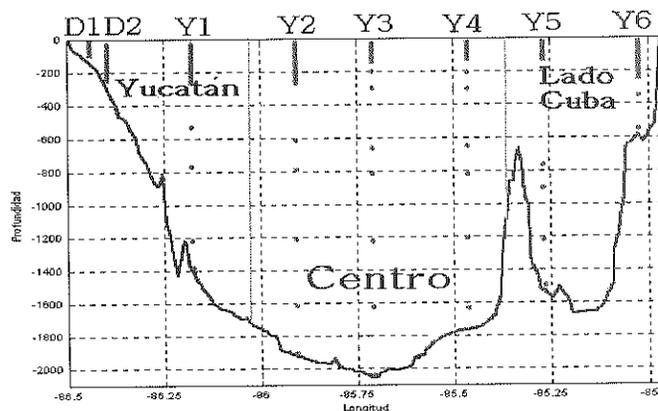


Fig. 11 Clasificación por regiones del plano transversal del Canal de Yucatán.

² Cada capa de agua con determinado grosor corresponde a un bin

Para catalogar las características de las corrientes, el Canal se divide en tres regiones (figura 11); es decir, los resultados de los anclajes se englobarán en: Extremo de Yucatán que comprende a D1, D2 y Y1 denominado "Yucatán", el Centro con Y2, Y3 y Y4 y lado de Cuba con Y5 y Y6.

I.3.2. Constantes armónicas para el GMyMC.

Diversas bases de datos correspondientes a constantes armónicas de marea para estaciones mareográficas y altimetría se combinaron para elaborar mapas cotidales y de amplitud para el GMyMC. Los datos de altimetría son cortesía del Dr. Richard D. Ray, quien labora en SGB (Space Geodesy Branch). La información de los puntos costeros se obtuvo de diversas fuentes; para las costas de México se tomaron de los archivos históricos de la Red Mareográfica UNAM y CICESE. Para Estados Unidos se obtuvieron de la dirección <http://co-ops.nos.noaa.gov/data> del CO-OPS (Oceanographic Products and Services), y de las Tablas de Constantes Armónicas de la Oficina Internacional Hidrográfica de Mónaco (Candela, comunicación personal), en la que también había datos para el MC, y el resto fue tomado de los archivos de la National Ocean Survey, NOAA (Kjerfve, 1981).

La información de localidades costeras (datos mareográficos) está distribuida heterogéneamente y los datos de altimetría (TOPEX-POSEIDON) dispuestos homogéneamente (con discretización de dos datos por cada grado de longitud y latitud) sólo en lugares donde el mar tiene profundidad mayor de 500 m.

Ahora bien, para trabajar con una base confiable, se tomó íntegramente la base de la red Mareográfica de México. Para Estados Unidos se utilizaron los datos de la CO-OPS y de la Tabla de Mónaco, eliminando los datos que se repetían o no presentaban una continuidad en la fase o amplitud. Por ejemplo, si entre dos puntos cercanos era muy similar la información de amplitud y fase, y entre ellos existía un dato con información muy diferente, éste se eliminaba; esto sucedió en cuatro puntos: dos en Key West, uno en

Florida y otro más en Venezuela). De las costas del Caribe se tenían solamente datos de la base global de Mónaco y de la NOAA. Con esta información se formó una tabla con la posición (longitud α , latitud β), profundidad h y constantes armónicas (amplitud y fase respecto a Greenwich) de las frecuencias más energéticas de marea diurna (O_1 y K_1) y semidiurna (M_2 y S_2) para 1246 puntos (figura 12).

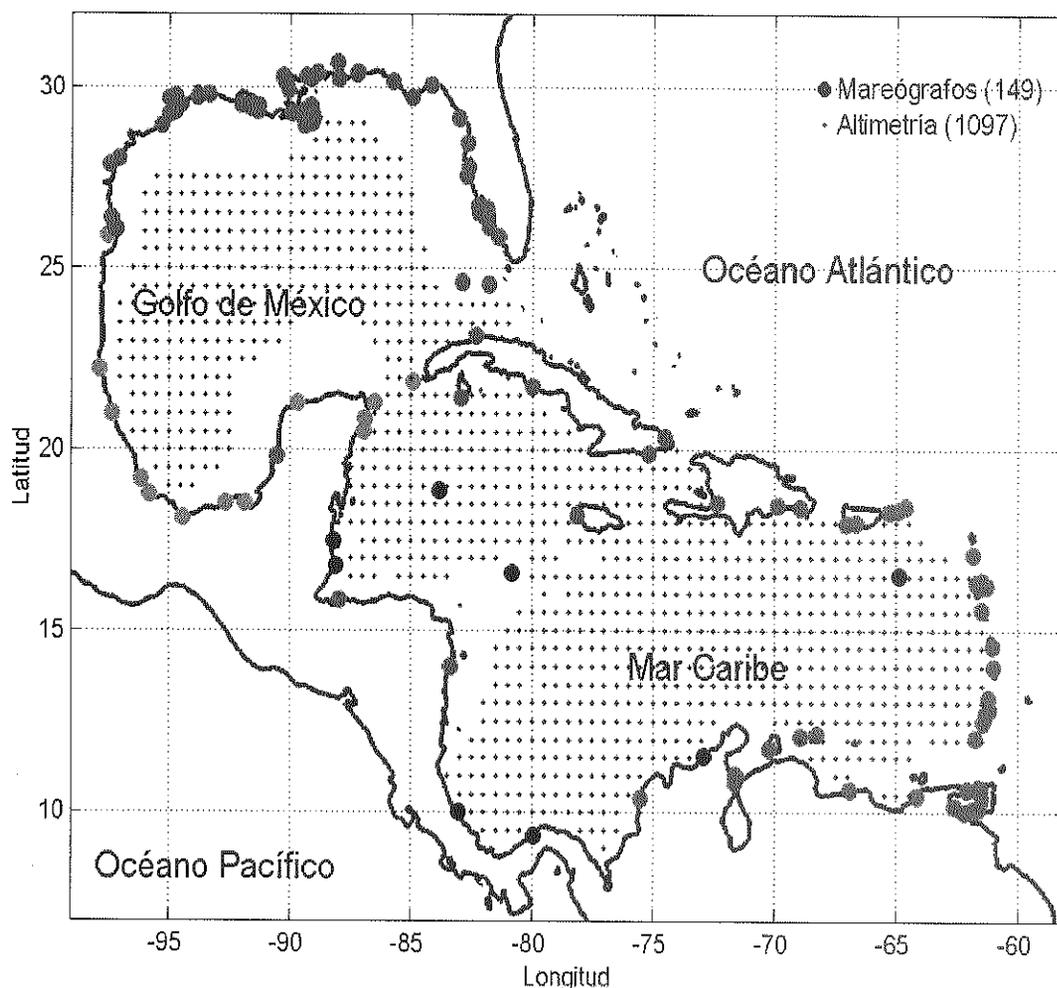


Fig. 12 Mapa del GMyMC con la ubicación de los puntos de las constantes armónicas para la costa (● mareógrafos) y para el mar con profundidad mayor de 500 m (• altimetría).

I.4. Objetivos

Los objetivos de este trabajo son:

- Determinar las características de las corrientes de marea en el plano vertical, transversal al Canal de Yucatán (mapas de las elipses de marea).
- Obtener los mapas cotidales y de amplitud para el Golfo de México y Mar Caribe a partir de datos y la expansión sobre las funciones de Proudman.
- Inferir las velocidades a partir de los mapas de elevación del Golfo de México y Mar Caribe y comparar sus características con las obtenidas de las mediciones

Cabe mencionar que sólo se trabajó con las componentes más energéticas; las dos diurnas O_1 y K_1 y dos semidiurnas M_2 y S_2 .

I.5. Organización del trabajo

Esta tesis se presenta en tres secciones principales, que corresponde a los capítulos III, IV y V, tituladas de la siguiente forma:

- III.- Descripción de las corrientes de marea en el Canal de Yucatán.
- IV.- Mapas cotidales y de amplitud para el GMyMC.
- V.- Velocidades inferidas del mapa de elevación comparadas con las obtenidas *in situ* para la región del Canal de Yucatán.

El primer capítulo habla de la región de estudio y de los datos utilizados y el segundo de la metodología y conceptos generales utilizados en el trabajo. En el tercero se desarrolla el tema principal del trabajo "Las corrientes de marea en el Canal de Yucatán". El cuarto describe el comportamiento de la marea en la elevación de la superficie del GMyMC. Con el fin de ver la relación de las observaciones y resultados en el capítulo III y IV, en el V se infieren velocidades a partir de los datos de elevación del GMyMC para comparar los resultados con los obtenidos en el capítulo III. Cada uno de los capítulos esta formado por su respectiva metodología (no incluida en el capítulo II), sus resultados, discusión y conclusiones. El capítulo VI son conclusiones generales.

II. Metodología y definición de términos

Llamamos marea a la suma de contribuciones senoides en el tiempo con períodos específicos, tanto del movimiento del nivel del mar como de las corrientes (ver anexo 2). Como se estableció, en esta tesis sólo se analizarán las componentes O_1 , K_1 , M_2 y S_2 .

Las mareas son la respuesta a los movimientos relativos del Sol, la Luna y la Tierra. La rotación de la Tierra en su eje, la traslación de la Luna alrededor de la Tierra, las trayectorias elípticas que describen los tres cuerpos, provocan que la distancia y la orientación entre éstos varíe en ciclos muy precisos y definidos, excitando así que la fuerza generadora de marea pueda expresarse como una suma de senoides o componentes armónicos. Las variaciones del nivel del mar y las corrientes provocadas por esos forzamientos son también expresables como sumas de los mismos armónicos.

La Luna es el cuerpo que ejerce mayor fuerza generadora de marea sobre las capas oceánicas, por lo que pequeñas variaciones de su posición se reflejan en las características de mareas para cada lugar. La amplitud es la más sensible a la declinación de la Luna (y en menor grado a la del Sol), haciéndola aumentar o disminuir. Además, la marea depende de otros factores, especialmente de la topografía del fondo.

Los cambios en el campo de viento y en la presión atmosférica pueden causar desviaciones en los niveles del mar predichos diariamente en base al registro histórico de éstos. Los vientos prolongados y cambios de presión atmosférica provocan corrientes, causando apilamiento o desalojo de grandes cantidades de agua, que cambian la elevación del nivel del mar. En las regiones costeras de América Central (al Norte de 12° N) los huracanes y las tormentas tropicales pueden ocasionar que el nivel del mar llegue a ser varias veces mayor que el nivel predicho de marea.

II.1. Análisis Armónico

El análisis armónico es un ajuste por cuadrados mínimos para determinar los coeficientes de la función senoidal en frecuencias determinadas. En nuestro caso, como se trata de marea, las frecuencias de los forzamientos astronómicos son muy específicas y podemos aplicar el método para obtener la amplitud y fase de cada componente.

Para calcular las constantes armónicas se utilizó el programa tide.m, que es una adaptación del programa clásico de Foreman (1977) a Matlab, hecho por los Drs. Steve Lenz y Bob Beardsley, de WHOI (Programa que se encuentra en la página electrónica SEAMAT, en la dirección http://www.ocgy.ubc.ca/~rich/t_tide/t_tide_v0.98.zip). Este programa realiza el análisis armónico por ajuste de cuadrados mínimos en senoides con frecuencias de mareas, ya sea para series de nivel del mar o corrientes, y lo realiza de la manera que se describe a continuación.

II.1.1. Serie escalar

El método supone que la serie, en este caso del nivel del mar $\eta_T(t)$, es la suma del promedio η_o y las funciones senoides de las constituyentes armónicas asociadas a frecuencias astronómicas $\eta_s(t)$ (Godin, 1972) y un residuo $r_\eta(t)$ incoherente al forzamiento de marea, de tal modo que puede ser expresado como

$$\eta_T(t) = \eta_o + \eta_s(t) + r_\eta(t). \quad (2)$$

Para realizar el ajuste, éste se puede escribir como

$$\eta_T(t) = \eta_o + \sum_{j=1}^J A_j \cos(\omega_j t - \psi_j) + r_\eta(t), \quad (3)$$

donde A_j es la amplitud, ω_j la frecuencia, ψ_j la fase respecto a Greenwich (el retraso referente al potencial máximo de ese armónico en el meridiano de Greenwich), j indica el

j -ésimo armónico y J es el número total de componentes³. El ajuste es el promedio η_o más la suma de senoides $\eta_s(t)$, que en lo sucesivo se nombrará $\eta(t)$.

Desarrollando el coseno de la ecuación (3)

$$\eta(t) = \eta_o + \sum_{j=1}^J (A_j \cos \psi_j \cos \omega_j t + A_j \sin \psi_j \sin \omega_j t), \quad (4)$$

renombrando

$$c\eta_j = A_j \cos \psi_j \quad \text{y} \quad s\eta_j = A_j \sin \psi_j, \quad (5 \text{ a, } 5 \text{ b})$$

la ecuación (2) es equivalente a

$$\eta_r = \eta_o(t) + \sum_{j=1}^J (c\eta_j \cos \omega_j t + s\eta_j \sin \omega_j t) + r_\eta(t). \quad (6)$$

La amplitud y la fase toman la forma

$$A_j = \sqrt{c\eta_j^2 + s\eta_j^2}, \quad (7)$$

$$\psi_j = \arctan \frac{s\eta_j}{c\eta_j}. \quad (8)$$

El problema consiste en la determinación de los coeficientes $c\eta_j$ y $s\eta_j$. Estos coeficientes pueden ser calculados mediante la minimización de la suma de los cuadrados del residual.

$$\sum r_\eta^2 = \sum [\eta_r(t) - \eta(t)]^2. \quad (9)$$

Se construye un sistema de ecuaciones al imponer la condición de mínimo a la derivada parcial de dicha suma, respecto de cada variable, i.e.

$$\frac{\partial \sum r_\eta^2}{\partial \eta_o} = \frac{\partial \sum r_\eta^2}{\partial c\eta_j} = \frac{\partial \sum r_\eta^2}{\partial s\eta_j} = 0. \quad (10)$$

³ Aquí $J = 59$ armónicos, pero sólo interesan cuatro, los correspondientes a dos diurnos (O_1 y K_1) y dos semidiurnos (M_2 y S_2).

Estas condiciones producen un sistema de ecuaciones con el mismo número de incógnitas. Una vez determinados los coeficientes $c\eta$ y $s\eta$, las amplitudes y fases de cada constituyente se calculan mediante las ecuaciones (7) y (8).

La fase de cada constituyente se expresa respecto al tiempo central del registro; por ello se toma por conveniencia un número impar de datos muestreados uniformemente (el intervalo de muestreo común es de 1 hora). Luego, la fase es trasladada para referenciarla al potencial de marea en Greenwich, en forma tal que 0°G significa que está en fase con el potencial de marea, no en el punto de observación, sino respecto al potencial de marea en Greenwich. En esta tesis la notación $^\circ\text{G}$ se refiere a esta convención.

II.1.2. Serie vectorial

El procedimiento para una serie vectorial es muy similar al método anterior. Reescribiendo la ecuación (2), con notación vectorial explícita, se tiene

$$(u, v)_T t = (u, v)_o + (u, v)t + r_{(u,v)}t, \quad (10)$$

donde u es la componente de la velocidad que se mueve de Oeste a Este y v de Sur a Norte. Por comodidad se escribe esta ecuación en términos de números complejos donde la parte real es u y la imaginaria v , de modo que

$$(u + iv)_T(t) = (u + iv)_o + (u + iv)_s(t) + r_{(u+iv)}(t). \quad (11)$$

La corriente para cada componente es descrita por la suma de dos vectores que rotan a una frecuencia ω_j ; para $\omega_j > 0$ el vector (u, v) gira en sentido contrario a las manecillas del reloj y para $\omega_j < 0$ gira en el sentido de las manecillas del reloj. Ambas completan un ciclo en un tiempo de un período $2\pi/\omega_j$ y además se aclara que $\omega_j = -\omega_j$. Esta suma de vectores describe una elipse, que en sus casos extremos es un círculo o un segmento de recta.

Por su forma de número complejo, y con base en lo anterior, la ecuación (11) la escribimos

$$(u + iv)_T = (u + iv)_o + \sum_{j=-J}^J \bar{w}_j \exp(i\omega_j t) + r_{u,v}(t), \quad (12)$$

donde \bar{w} tiene la forma

$$\bar{w}_j = |\bar{w}_j| \exp(ia_j) \quad \text{y} \quad \bar{w}_{-j} = |\bar{w}_{-j}| \exp(ia_{-j}), \quad (13a \text{ y } 13b)$$

o podemos escribirla en componentes de elipse

$$(u, v)(t) = \sum_{j=0}^J [M_j \cos(\omega_j t - \vartheta_j) + im_j \sin(\omega_j t - \vartheta_j)] \exp(i\theta_j), \quad (14)$$

donde $M_j = |w_j| + |w_{-j}|$ es el semieje mayor, $m_j = |w_j| - |w_{-j}|$ es el semieje menor, $\theta_j = (\frac{1}{2})(a_j + a_{-j})$ es la orientación del semieje mayor y $\vartheta_j = (\frac{1}{2})(a_j - a_{-j})$ es la fase de la j -ésima componente de elipse.

De la ecuación (12) derivamos para la corriente, y considerando $\omega_j = -\omega_{-j}$

$$w_j = \frac{1}{2} [U_j \exp(-i\varphi_j) + iV_j \exp(-i\phi_j)], \quad (15)$$

$$w_{-j} = \frac{1}{2} [U_j \exp(i\varphi_j) + iV_j \exp(i\phi_j)]. \quad (16)$$

Las expresiones anteriores son derivadas del desarrollo en armónicos de las componentes de corriente

$$u_T(t) = u_o + \sum_{j=1}^J U_j \exp(\omega_j t - \varphi_j) + r_u(t), \quad (17)$$

$$v_T(t) = v_o + \sum_{j=1}^J V_j \exp(\omega_j t - \phi_j) + r_v(t). \quad (18)$$

II.2. Presentación de la información

La información obtenida del análisis armónico de una *serie escalar* (como puede ser el registro de las variaciones de nivel del mar), son la amplitud A_j y fase ϕ_j para cada armónico considerado. Si se cuenta con series tomadas en diversos puntos de una región y utilizando algún método de interpolación, se obtienen:

- i) *Los mapas cotidales*, que muestran las líneas de igual fase; éstas indican los puntos donde los máximos (pueden ser de distinta altura) se alcanzan simultáneamente.
- y ii) *Los mapas de amplitud*, en los que se marca mediante contornos los lugares donde se alcanza la misma magnitud máxima.

Para una *serie vectorial* la presentación es diferente. La información para un punto se expresa con una elipse de marea, que es una curva trazada por la punta del vector de la corriente de marea en un ciclo de ésta. Hay una elipse para cada frecuencia o armónico en particular. Los elementos de la elipse que contienen toda la información extraída del análisis armónico son cuatro: el semieje mayor M_j , el semieje menor m_j , la inclinación θ_j y fase ϑ_j . Estos elementos de la elipse también se pueden graficar con contornos en un mapa.

II.2.1. Mapeo Objetivo

Para realizar una interpolación (o extrapolación) a una malla regular se utilizó el método de mapeo objetivo. Éste emplea un conjunto de observaciones disponibles, usualmente en posiciones irregularmente distribuidas, con o sin repetición, y el conocimiento de la covarianza entre dos puntos cualesquiera para realizar la interpolación (Davis, 1985). Así se estima el valor de la variable sobre una malla regular, a partir de la cual se pueden elaborar los mapas. El mapeo objetivo se usó sólo con el fin de hacer interpolación sin usar sus atributos de análisis de error.

III. Corrientes de marea en el Canal de Yucatán.

III.1. Características Generales de los Datos

Las corrientes asociadas directamente con fluctuaciones del nivel del mar y el forzamiento astronómico, son conocidas como corrientes de marea. La velocidad de la corriente se expresa en vectores (con dirección y magnitud), comúnmente en componentes ortogonales de velocidad (u , v). La componente de la velocidad norte – sur (v) en el Canal, posee mayor intensidad que la componente este – oeste (u).

Dado que la componente norte - sur es la más importante, se tomó inicialmente sólo v , antes de trabajar con las dos componentes de velocidad. Las características de esta componente se muestran mediante el análisis de seis series que se eligieron en puntos estratégicos; tres alrededor de los 250 m (figura 13) y tres cerca de los 1250 m de profundidad (figura 14); teniendo así dos puntos del lado de Yucatán, dos al centro y dos al extremo cubano, es decir un punto a cada profundidad.

Se grafica (en ambas figuras 13 y 14) la señal de la componente v y sobre la misma, con un gris más claro, la predicha por la marea a partir de todos los armónicos resolvibles⁴ según el criterio de Rayleigh, que es igual a 1. En el lado izquierdo se esquematiza el punto sobre plano del Canal donde se tomó la serie, y cuatro valores sobre el lado derecho de cada figura: el promedio de la velocidad (\bar{v}), la desviación estándar de la velocidad (v'), la desviación estándar de la marea (V_m) y el porcentaje de variabilidad debida a la marea ($V\%$), que se calcula a partir de

$$V_m \% = 100 * \left(\frac{\text{var}(v(t))}{\text{var}(v_T(t))} \right), \quad (19)$$

⁴ 59 Constituyentes de marea resolvibles, de acuerdo a la longitud de la serie.

donde var denota la varianza, que es el cuadrado de la desviación estándar⁵.

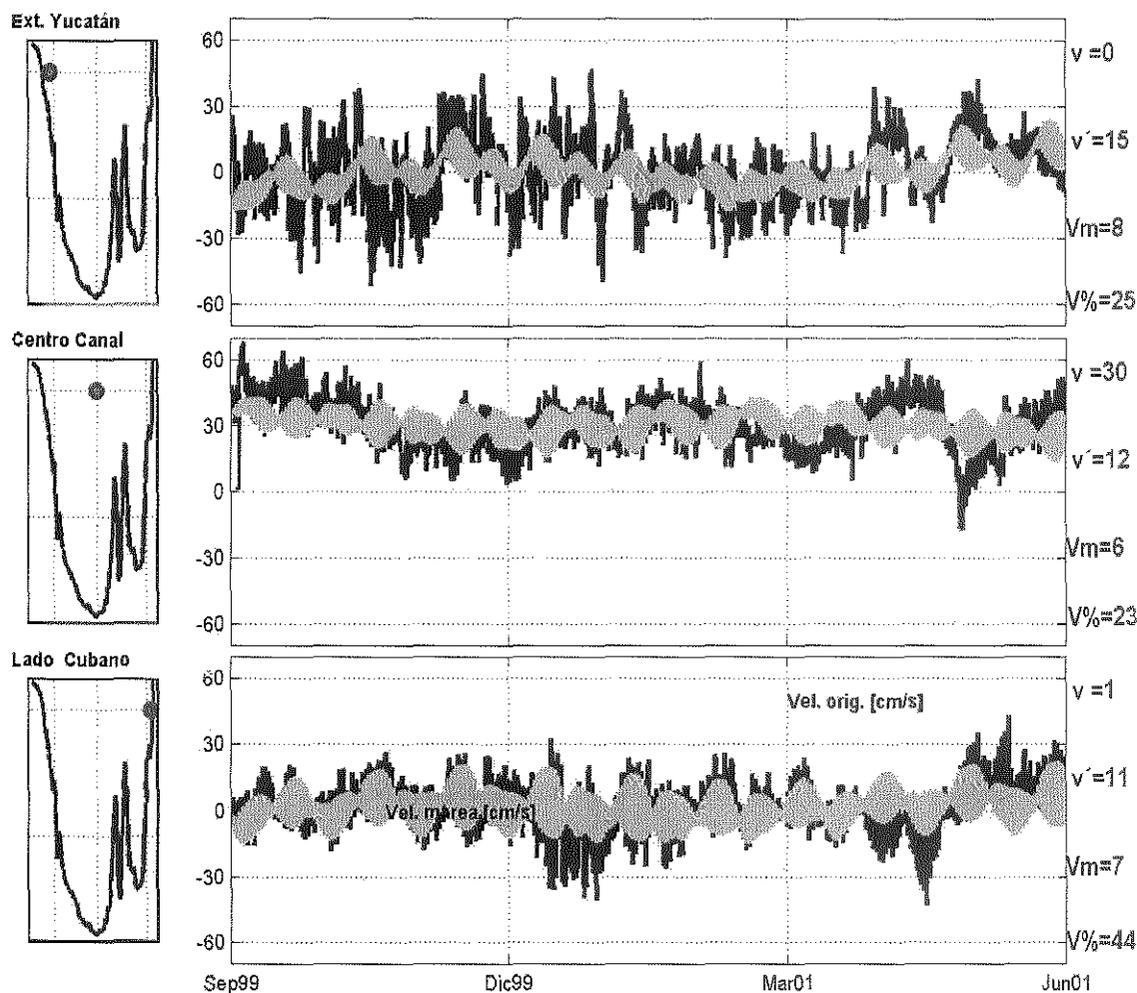


Fig. 13 Series a 250 m de profundidad aproximadamente. Gráfica de la componente v , sobrepuesta la predicha por marea. Notas: v promedio, v' desviación estándar de v , V_m desviación estándar de la velocidad de marea y $V\%$ porcentaje de la variabilidad debida a la marea.

⁵ $Varianza(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, donde n es el número de datos. En las series utilizadas en este trabajo $n \approx 6000 \gg 1$, por lo que la tendencia de este estimador de varianza es irrelevante.

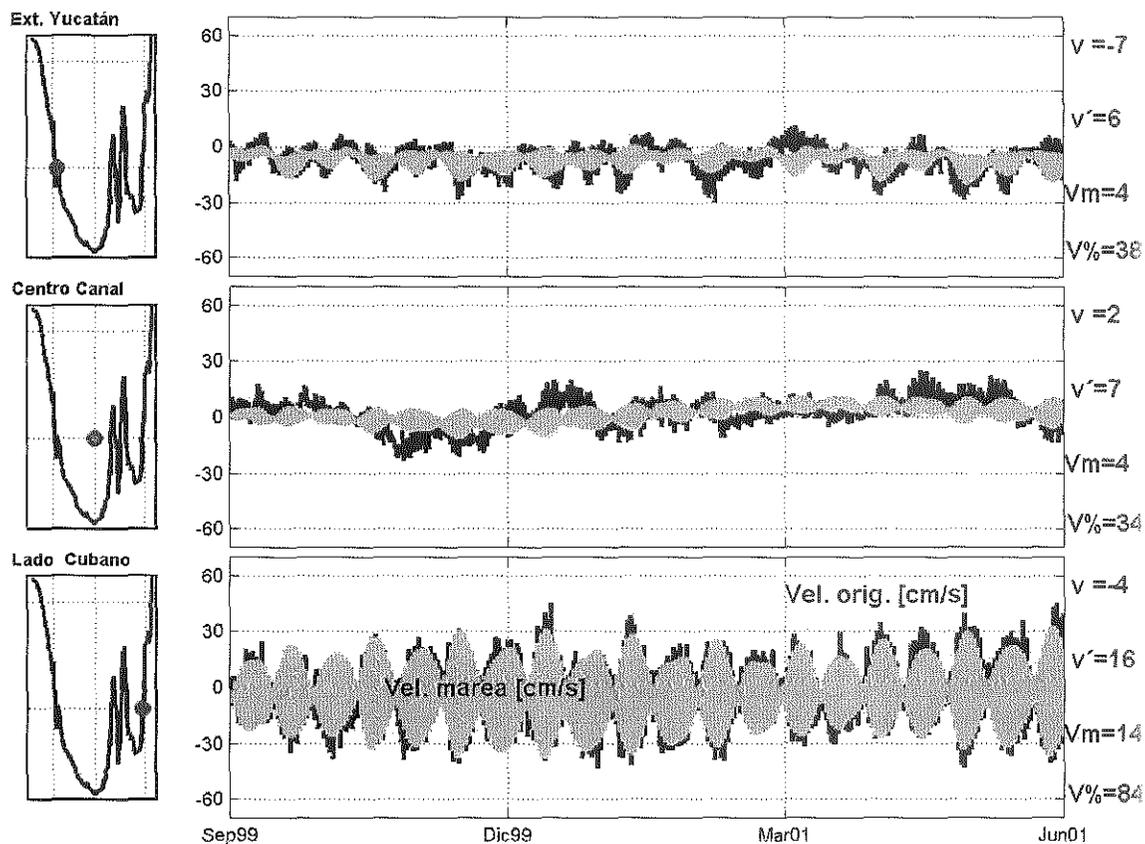


Fig. 14 Series a 1250 m de profundidad aproximadamente. Gráfica de la componente v , sobrepuesta la predicha por marea. Notas: v promedio, v' desviación estándar de v , V_m desviación estándar de la velocidad de marea y $V\%$ porcentaje de la variabilidad debida a la marea.

Existe una gran variabilidad de la velocidad v a los 250 m (aproximadamente); encontrando que el promedio es mínimo en los extremos del Canal (cero del lado de Yucatán y 1 cm/s para el lado cubano), y máximo en el centro (de 30 cm/s). La desviación estándar es alta, especialmente en Yucatán (15 cm/s), de lo cual la marea es responsable de un 25%. Ocurre lo mismo en el centro, tanto para v' como para $V\%$, donde esta última aumenta cerca del doble (44%) del lado Este.

Las corrientes alrededor de los 1250 m son menores en comparación a las que se encuentran alrededor de los 250 m (ver figura 13), a excepción del lado de Cuba. El promedio en ambos extremos del Canal es negativo; esto indica la existencia de

contracorrientes, es decir, agua que sale del Golfo de México; aunque en el centro la corriente es positiva y de magnitud pequeña (2 cm/s), comparada con la de superficie (30 cm/s). La variabilidad es pequeña en relación con superficie, no así el porcentaje debido a la marea que aumenta en general de superficie a fondo (del lado de Yucatán y centro es 38 y 34 % respectivamente), pero del extremo de Cuba es mucho mayor (84 %); es decir, la mayor parte de la variabilidad en la componente Sur Norte de la velocidad se atribuye a este fenómeno.

III.2. Elipses de Marea en el Canal de Yucatán

Los elementos de la elipse se obtuvieron a partir del análisis armónico de cada una de las series. Se identificaron las contribuciones de cada frecuencia de marea de las componentes O_1 , K_1 , M_2 y S_2 , respetando el criterio de Rayleigh⁶, al que comúnmente se le asigna valor de 1, aunque se puede especificar un valor diferente (Foreman, 1978). Si el número $|\omega_j - \omega_{j+1}| T$ es menor que el criterio de Rayleigh, esto indica que la longitud de la serie es insuficiente para resolver las características de esa frecuencia. En nuestro caso, la longitud de las series no es una limitante para determinar los parámetros de las cuatro componentes de interés. Sin embargo, la variabilidad en frecuencias próximas a las componentes semidiurnas, sí es una limitante, como se verá en la sección III.3.

Componente de marea	Símbolo	Período [Hrs.]
Principal Lunar	O_1	25.82
Luni - Solar	K_1	23.93
Principal Lunar	M_2	12.40
Principal Solar	S_2	12.00

⁶ El criterio de Rayleigh determina si una componente debe ser tomada en cuenta en el análisis armónico. Si ω_j es la frecuencia (ciclos/hora) de dicha componente, ω_{j+1} es la frecuencia consecutiva y T es la longitud de la serie a analizar (en horas), entonces las componentes estarán incluidas en el análisis solamente si $|\omega_j - \omega_{j+1}| T \geq \text{Rayleigh}$. Pueden usarse cualquier valor como número de Rayleigh (Foreman, 1978), aunque comúnmente este valor es igual a 1.

III.2.1 Mapas de Elipses de Marea

Una vez obtenidos los elementos de la elipse para cada una de las series, mediante la técnica de interpolación objetiva se graficó en contornos los elementos de elipse sobre todo el plano transversal para cada una de las componentes. Para reconocer sus valores numéricos, se presenta en las tablas II, III, IV y V, el promedio para cada región (de acuerdo a lo señalado en la sección I.3.1.), obtenido del promedio pesado de cada anclaje. El peso se escogió de acuerdo a la diferencia en metros de profundidad que había entre cada una de las series y la próxima inmediata superior.

En la figura 13 se muestran los elementos de la elipse para la componente diurna O_1 . El semieje mayor (M) es casi homogéneo con promedio de 5 cm/s en la región central y del lado de Yucatán, incrementando hacia Cuba a 10 cm/s, especialmente en el fondo, donde se registra el valor máximo de 17 cm/s (anclaje Y5, profundidad 1250 m). En una región más pequeña, en la capa superficial de 200 m del lado de Yucatán, existe un fuerte gradiente que aumenta hacia la superficie, en donde alcanza una magnitud de 15 cm/s (anclaje Y1, a 22 y 14 m de profundidad). Nótese que los dos valores máximos de M se encuentran en los límites, uno en la parte superior al Oeste y otro en la parte inferior al Este. El semieje menor m presenta valores entre -2 y 0 cm/s; pequeños en comparación con el semieje mayor, lo que indica que la elipse es casi un segmento de línea, su excentricidad⁷ es muy cercana a 1; el promedio de la inclinación indica que está orientada norte sur. La fase no define algún sentido de avance de la onda, debido a su estructura compleja, pero es importante indicar que en el extremo superficial del lado de Yucatán existe un fuerte gradiente en la fase.

En la figura 16 se tienen los elementos de elipse para la componente diurna K_1 . El semieje mayor de esta componente es el de mayor magnitud de los cuatro armónicos; el

⁷ Excentricidad $\varepsilon = \frac{1}{M} \sqrt{M^2 - m^2}$. Si $\varepsilon = 0$ se tiene un círculo y $\varepsilon \approx 1$ indica una recta.

promedio en el lado de Yucatán y el centro es de 5 cm/s, se incrementa hacia el extremo de Cuba (11 cm/s). En la profundidad de 1250 m aproximadamente se registra una intensidad de 20 cm/s (ver anexo 2). El promedio del semieje menor es de -1.05 cm/s para todo el Canal, de mayor intensidad en la superficie del extremo de Yucatán que del lado de Cuba, donde las elipses tienden a ser más angostas, aunque por el valor de la excentricidad indica que en todo el plano las elipses tienden a ser un segmento de recta, con una orientación al Norte. El comportamiento de la fase es similar al que se muestra para la componente O_1 .

Tabla II Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente O_1 .

Región	M [cm/s]	m [cm/s]	ϵ Excentricidad	θ Inclinación	ϑ Fase	SNR
<i>Yucatán</i>	5.22	-1.43	0.94	98	256	29
<i>Centro</i>	4.69	-0.92	0.95	110	307	95
<i>Lado Cuba</i>	9.97	-1.02	0.98	112	282	215
Promedio O_1	6.63	-1.12	0.96	106	280	113

Tabla III. Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente K_1 .

Región	M [cm/s]	m [cm/s]	ϵ Excentricidad	θ Inclinación	ϑ Fase	SNR
<i>Yucatán</i>	5.31	-1.64	0.92	92	252	31
<i>Centro</i>	4.62	-0.43	0.94	110	311	91
<i>Lado Cuba</i>	11.06	-1.08	0.99	111	287	277
Promedio K_1	7.00	-1.05	0.95	104	283	133

Las elipses de las componentes semidiurnas son de intensidades mucho más pequeñas que las diurnas y entre si muestran una distribución muy similar (probablemente debido a sus frecuencias cercanas, como igual pasa con la señal diurna). La figura 17 describe los elementos de la elipse para la M_2 . El semieje mayor es casi homogéneo en todo el Canal (promedio 1 cm/s), con un leve incremento hacia Cuba. El semieje menor es en promedio de -0.10 cm/s. Los cálculos de excentricidad para las componentes semidiurnas indican que también estas elipses son cercanas a rectas. Las elipses se encuentran orientadas hacia el Norte (promedio de inclinación 101°) con fase homogénea. La figura 18 corresponde a la componente S_2 . El semieje mayor (promedio 0.7 cm/s) es de

menor intensidad que para la componente M_2 y el semieje menor con valor promedio de 0.25 cm/s marca pequeñas elipses angostas orientadas al Norte. Para ninguna de las dos componentes se muestra una distribución uniforme de la fase.

Tabla IV Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente M_2 .

Región	M [cm/s]	m [cm/s]	ε Excentricidad	θ Inclinação	ϑ Fase	SNR
<i>Yucatán</i>	1.02	-0.06	0.90	98	199	3
<i>Centro</i>	0.60	-0.04	0.94	93	191	10
<i>Lado Cuba</i>	1.36	-0.21	0.95	112	165	16
Promedio M_2	0.99	-0.10	0.93	101	185	10

Tabla V Promedios pesados verticalmente de los elementos de elipse de la componente S_2 .

Región	M [cm/s]	m [cm/s]	ε Excentricidad	θ Inclinação	ϑ Fase	SNR
<i>Yucatán</i>	0.68	-0.09	0.96	102	127	2
<i>Centro</i>	0.44	-0.10	0.93	95	114	6
<i>Lado Cuba</i>	0.92	-0.21	0.90	106	81	7
Promedio S_2	0.70	0.01	0.93	101	107	5

Es importante resaltar que ante la suma de componentes, las partículas del agua no describen una elipse o más preciso en este caso, un segmento de recta (pues para todas las componentes la excentricidad es cercana a 1); es una combinación de todas las elipses.

Estos resultados coinciden con los obtenidos por Donald *et al.* (1979), quien dice que la señal diurna es más intensa que la semidiurna, y que las elipses de marea son angostas y están orientadas con la topografía del Canal, es decir, hacia el norte.

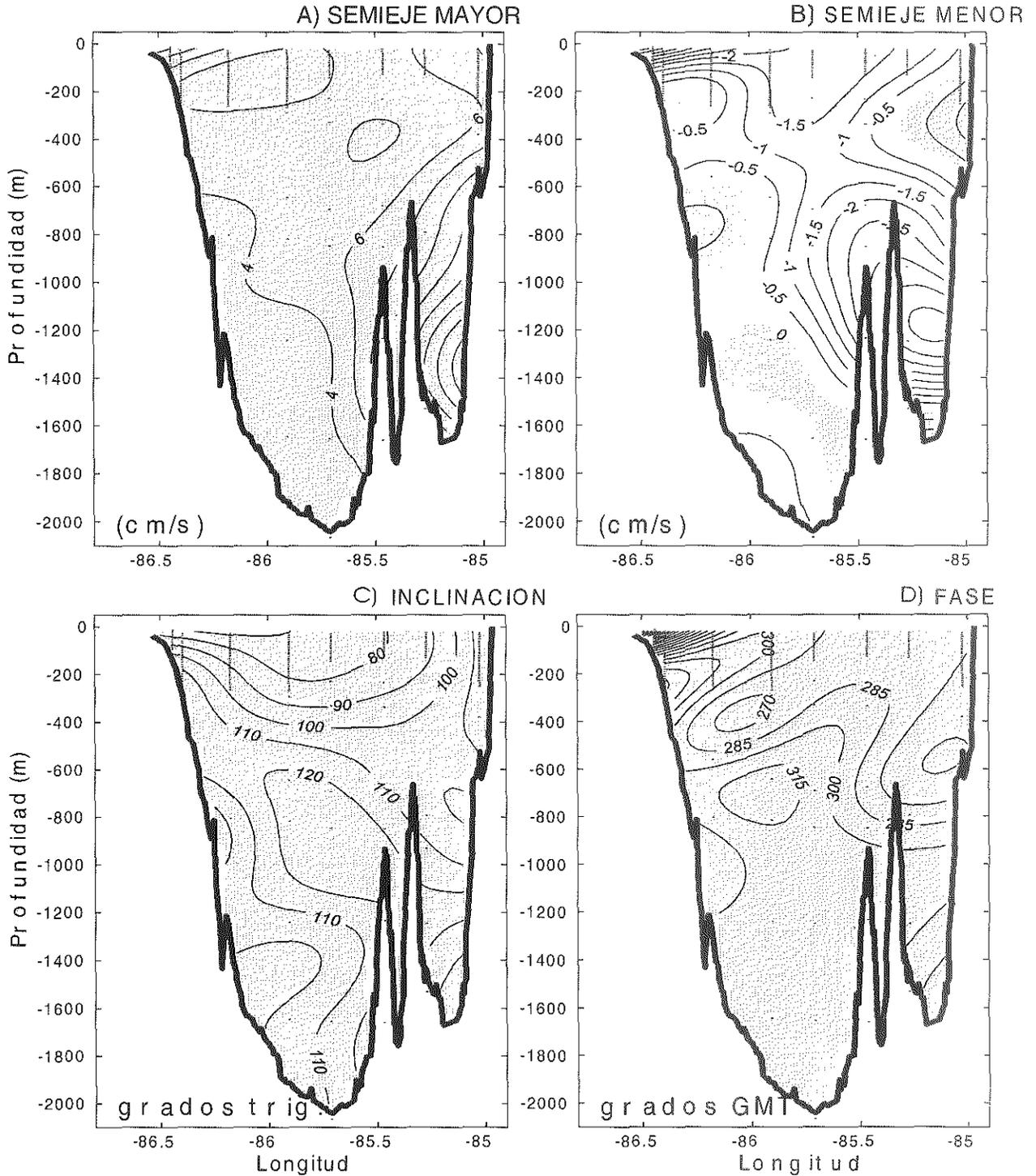
ELEMENTOS DE LA ELIPSE DE O₁

Figura 15 Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente O₁, A) Semieje mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.

ELEMENTOS DE LA ELIPSE DE K1

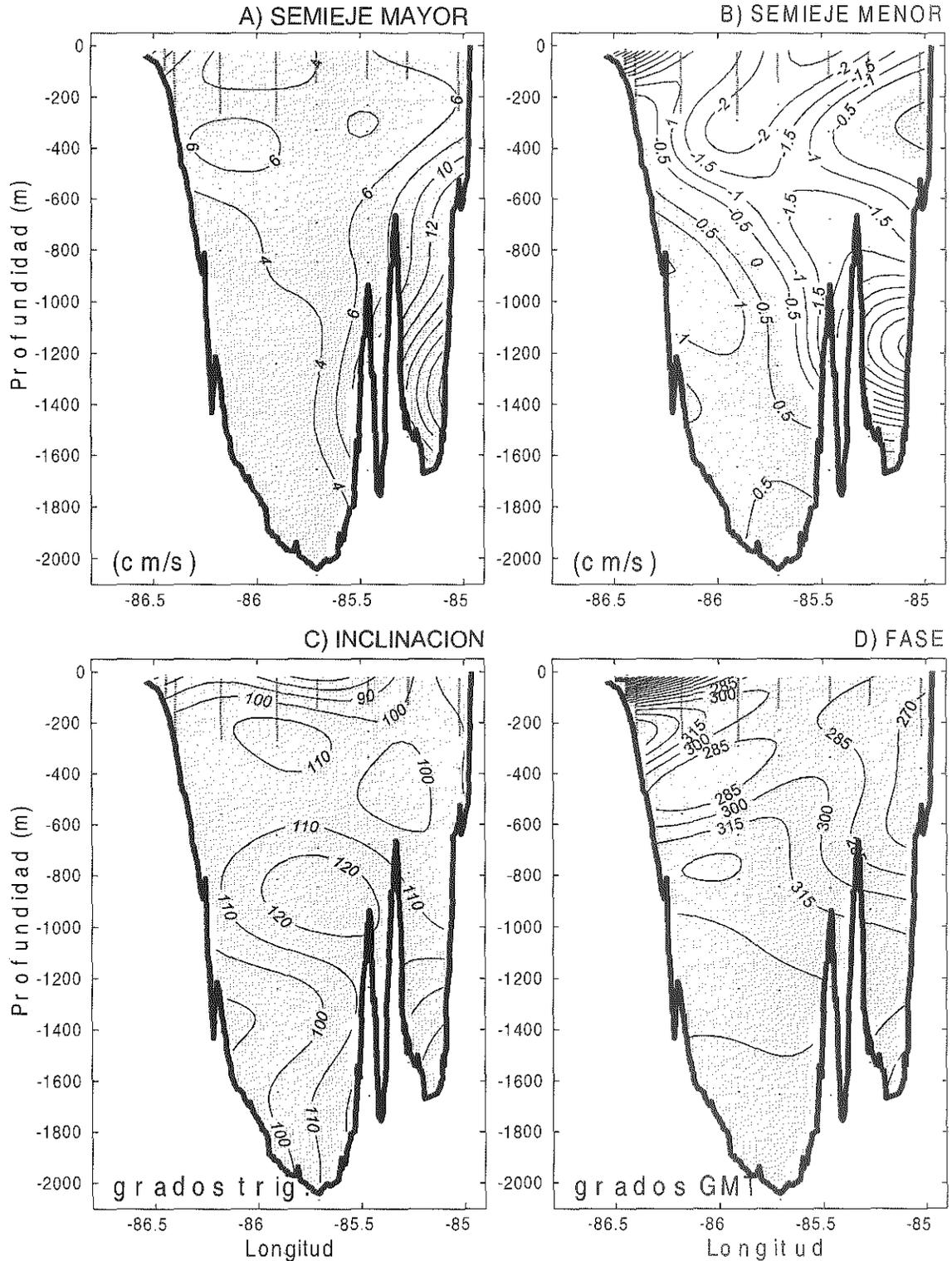
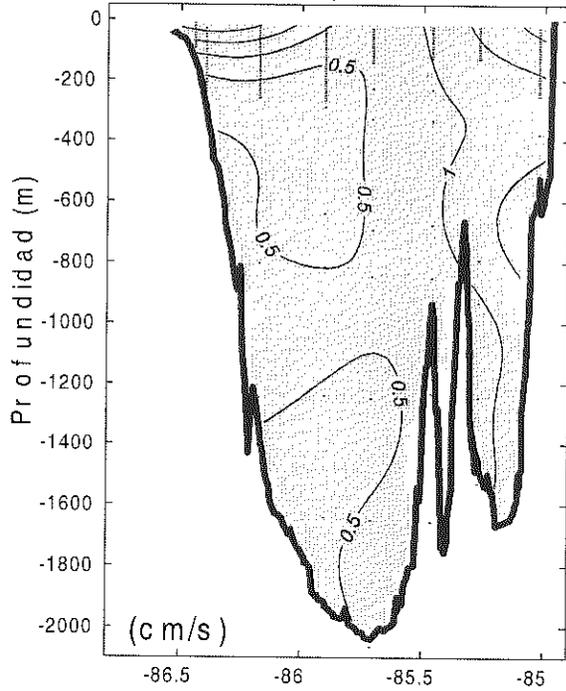


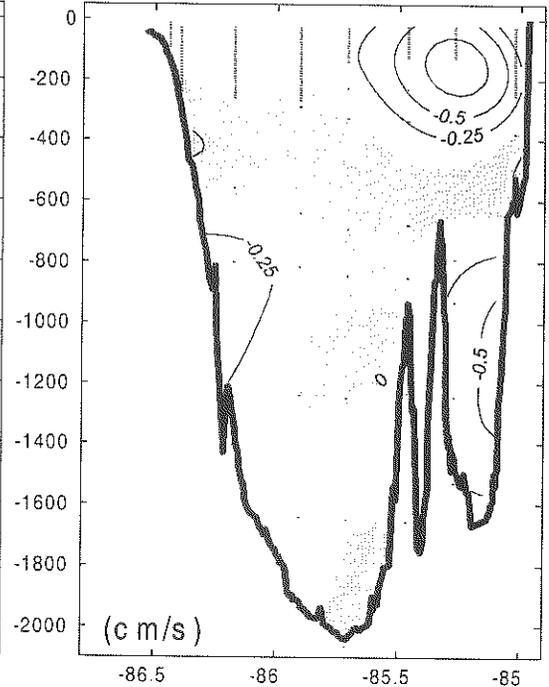
Figura 16 Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente K_1 , A) Semieje mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.

ELEMENTOS DE LA ELIPSE DE M2

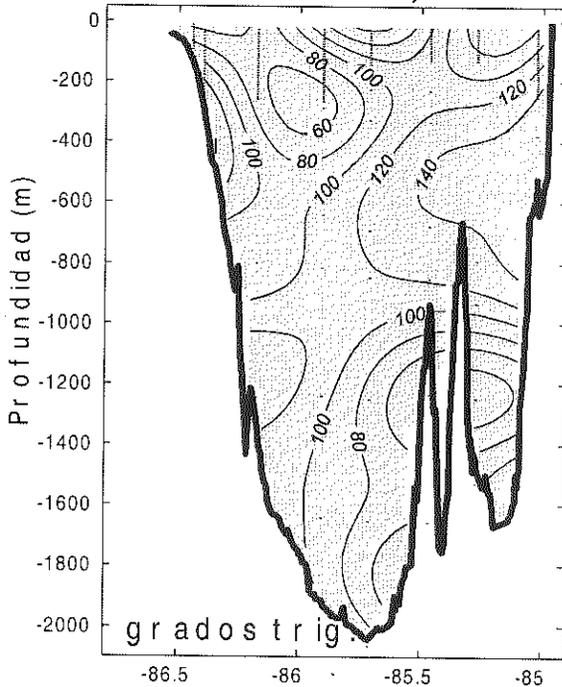
A) SEMIEJE MAYOR



B) SEMIEJE MENOR



C) INCLINACION



D) FASE

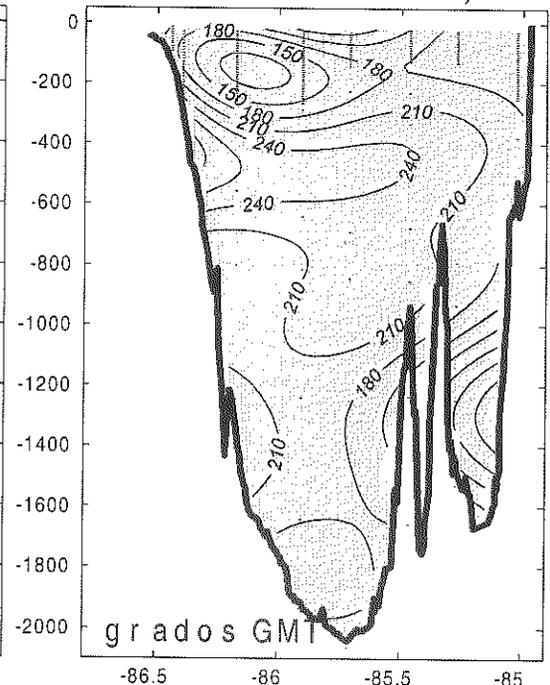


Figura 17 Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente M_2 , A) Semieje mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.

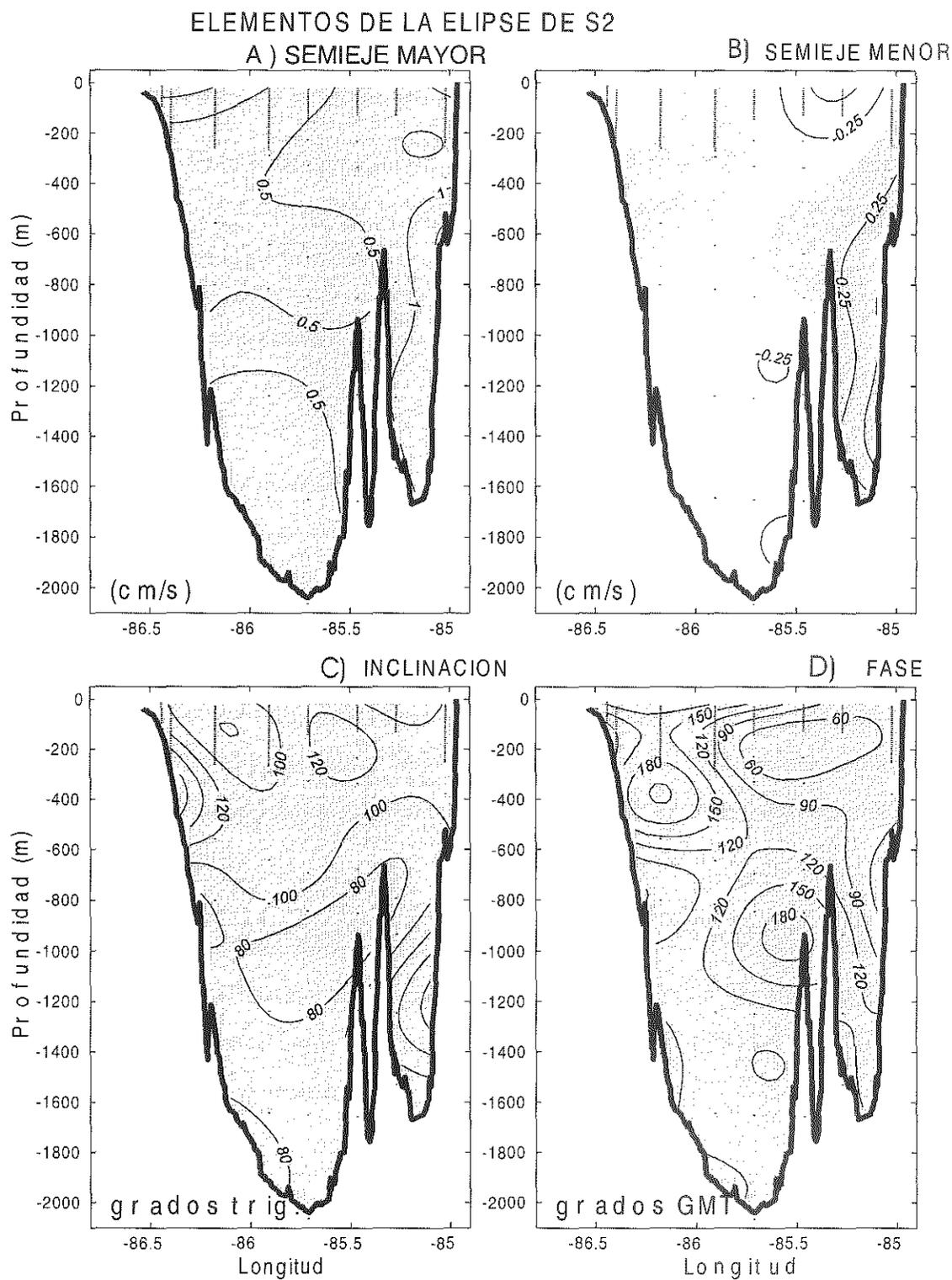


Figura 18 Mapas de contorno de los elementos de elipse para la componente S₂, A) Semieje mayor, B) Semieje menor, C) Inclinación y D) Fase.

III.3. Análisis de error del ajuste armónico

III.3.1. Valor de la razón de señal a ruido (snr)

En los resultados del programa tide.m (referido en la parte II.1), se reporta el snr (signal to noise ratio), que indica la razón de señal a ruido de cada componente, que se estima a partir del análisis armónico.

El snr se define como:

$$\text{snr} = \frac{(\text{Valor estimado})^2}{(\text{Error del valor estimado})^2} \quad (20)$$

Si el snr es bajo (cercano a la unidad), significa que el error en la estimación es grande. Caso contrario, sí el snr es grande (valores mucho mayores a la unidad), indica que el resultado está bien determinado. En principio, se tiene un valor de snr para cualquiera de los parámetros estimados, excepto para la fase (ya que sumado a un múltiplo entero de 360° tiene la misma interpretación geométrica). En nuestro caso, el programa t-tide.m calcula el valor de snr utilizando como *valor estimado* la amplitud (en caso de series de nivel del mar), o el semieje mayor (para corrientes) de cierta componente armónica, y la estimación del *error del valor estimado*, para evaluar qué tan bien está determinada esa componente armónica.

La evaluación del error se reporta usando un intervalo de confianza del 95%, es decir, se multiplica la desviación estandar por el factor de 1.96. Se aclara que para este procedimiento se supone que el parámetro tiene una distribución gaussiana. Comúnmente la desviación estándar se estima con

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})^2 \quad (21)$$

donotando N como el número de realizaciones, a_i el valor obtenido en cada realización y \bar{a} es la estimación más confiable con respecto al valor verdadero. Esta ecuación no puede

utilizarse en nuestro análisis, pues solamente tenemos una realización para cada punto, y la ecuación requiere de varias repeticiones para obtener: i) la media, que sería la estimación más confiable del valor verdadero, ii) el valor de S . Mientras se cuente con más repeticiones (i.e. realizaciones), serán más confiables tanto \bar{a} como S ; es decir, se aproximarán a μ y σ .

En el programa de Foreman se estima σ (i.e. se calcula S) de otra forma; se considera el promedio de la intensidad del espectro del residuo⁸, comprendido en bandas de frecuencias determinadas, circundantes a las frecuencias de marea (por ejemplo, diurnas y semidiurnas) y se multiplica por el ancho fundamental de banda df (i.e. $df=1/T$ donde T es la longitud del registro). Esto nos proporciona una estimación de la varianza σ^2 . Dicho de otra forma, la varianza es la amplitud que proviene del espectro estable de baja resolución del residuo. Es de esperarse que el espectro del ruido sea suave y por lo tanto la baja resolución sea aceptable. Al considerar $df=1/T$ se está suponiendo que el único ruido que contamina a cualquiera de los armónicos resueltos, que están separados por más de un df , seguirá el criterio de Rayleigh escogido, que es el contiguo en frecuencia en sólo ese ancho de banda.

III.3.2. Simulación de la razón de señal a ruido

Para entender y en cierto caso verificar el resultado de este cálculo de errores por tide.m, se recurrió al *Método de simulación de Monte Carlo*; el cual consiste en repetir la estimación de un parámetro en un número grande de simulaciones o series construidas con propiedades estadísticamente iguales de las que originalmente se extrae el parámetro deseado. Para simular el ruido en cada realización se utiliza un generador de números aleatorios gaussianos. La diferencia entre cada realización estriba en el ruido que se añade, pero en todas se tiene la misma "señal pura", y las características estadísticas del ruido son las mismas.

⁸ Residuo de la serie $r_{\bar{v}}(t)$ es el resultado de la serie original $\bar{v}(t)$ menos la señal predicha por marea ($v(t)$ de ajuste)

En nuestro caso se utilizó una señal de senoides con valores de amplitud y fase definidos, más ruido blanco de varianza específica. A esta suma se le aplica un análisis armónico para obtener el ajuste; así contamos con una señal de residuo y valores de amplitud y fase estimados. La figura 19 muestra el ejemplo de una sección de una serie de tiempo que se genera en una realización, en la cual, la señal consta de la suma de cuatro armónicos, mostrados en la tabla VI.

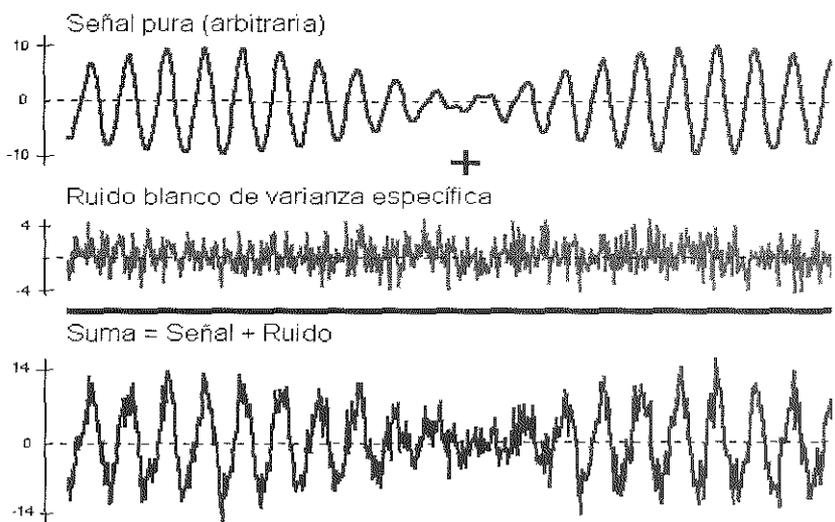


Fig. 19 Ejemplificación de una de las series consideradas para la simulación. Por claridad, sólo se muestra un intervalo de 500 horas. Para la simulación del análisis se utilizan series de la misma longitud de los datos (aproximadamente 7200 horas).

Tabla VI Valores utilizados para formar la simulación de una realización y el resultado del ajuste del análisis armónico. Se sumó ruido blanco con varianza 4.5.

Frecuencia	Señal Pura (Amp/fase)		Ajuste del Análisis	
<i>O1</i>	10.00	180	10.07	179
<i>K1</i>	8.00	285	7.94	286
<i>M2</i>	1.00	180	1.10	180
<i>S2</i>	0.80	185	0.67	192
	Valores verdaderos		Valores estimados	

Se generan 100 realizaciones con la misma señal pura y el mismo valor de varianza para el ruido aleatorio (el ruido es diferente en cada realización, no así su varianza), se hace el ajuste y se puede estimar la variabilidad en las amplitudes y fases.

Tabla VII Valores utilizados para formar la simulación de las 100 realizaciones y el promedio del ajuste de todas éstas.

Frecuencia	Señal Pura (amp / fase)		Promedio del ajuste de las 100 realizaciones con varianza de 4.5	
	<i>O1</i>	10.00	180	10.047
<i>K1</i>	8.00	285	7.98	285.9
<i>M2</i>	1.00	180	1.12	181.4
<i>S2</i>	0.80	185	0.75	190.6
	Valores verdaderos		Valores estimados	

De aquí se puede comparar con los resultados del programa de Foreman para el error, aplicado a cada una de las 100 realizaciones, por lo que se obtienen cien valores de snr, se calcula el promedio y se compara con la estimación $snrMC$, que se define como

$$snrMC = \frac{amp^2}{1.96 * S^2}, \quad (22)$$

donde $snrMC$ es el snr de nuestra simulación y S es el error estándar estimado. Para terminar el ejercicio, se generan 45 conjuntos de 100 realizaciones y se sigue el mismo procedimiento. Cada uno de estos conjuntos tiene un ruido aleatorio de varianza diferente. Se obtienen los valores de estimación para cada conjunto y se comparan con el promedio de snr arrojado por el programa tide.m al aplicarlo a cada realización (se tienen 100 valores de snr para cada conjunto, los cuales se promedian y se comparan con el valor calculado de la estimación, uno por cada conjunto). En la figura 20, puede verse que las estimaciones del snr con el método de Foreman y con el de Monte Carlo son muy similares. Por lo tanto, la estimación del snr del programa tide.m se considera razonable.

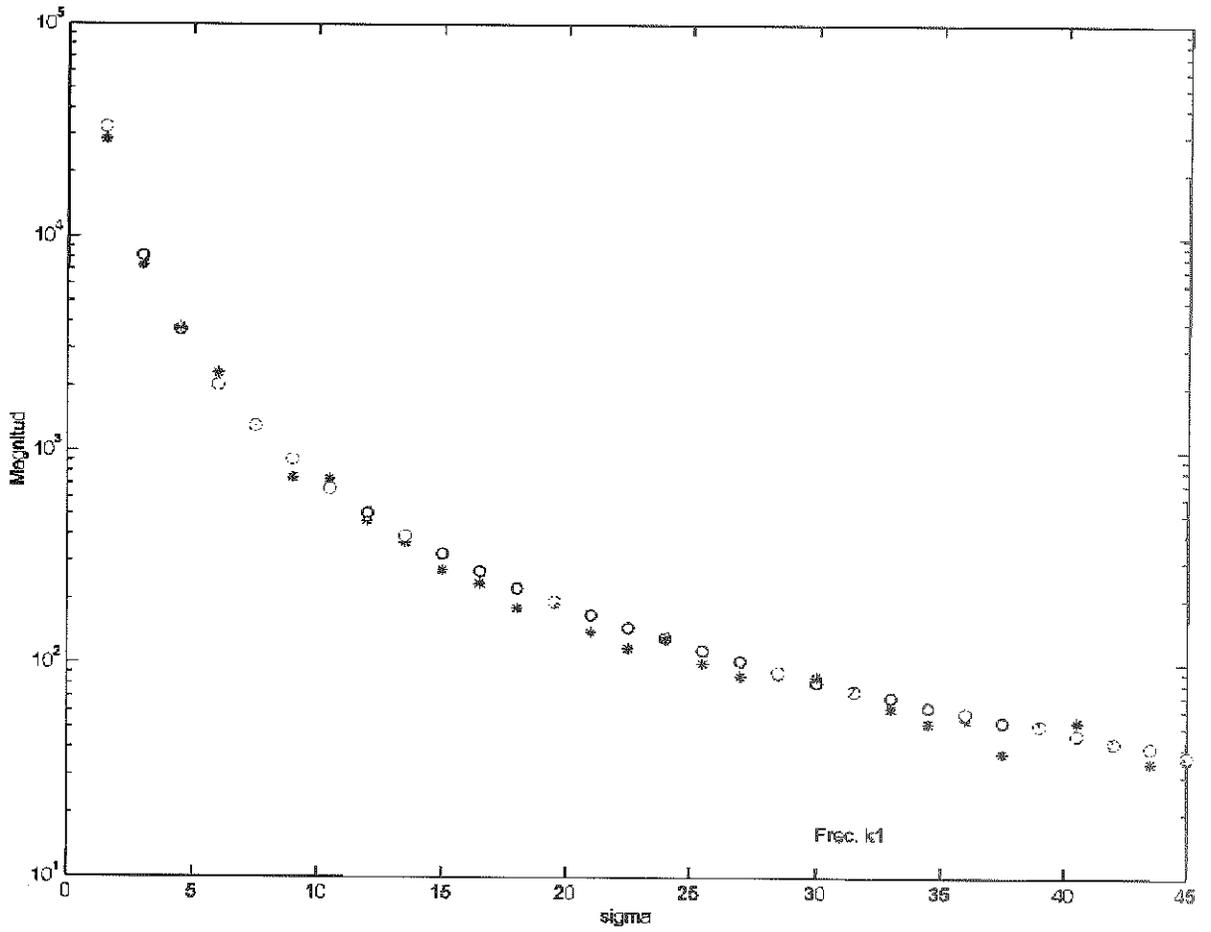


Fig. 20 Comparación de los valores snr obtenidos con el programa tide.m (o) y el promedio del valor obtenido con la simulación *snrMC* (*).

III. 3.3 Mapas de razón de señal a ruido

Se presentan los mapas de snr para cada componente (figura 21); la variable se interpola mediante mapeo objetivo.

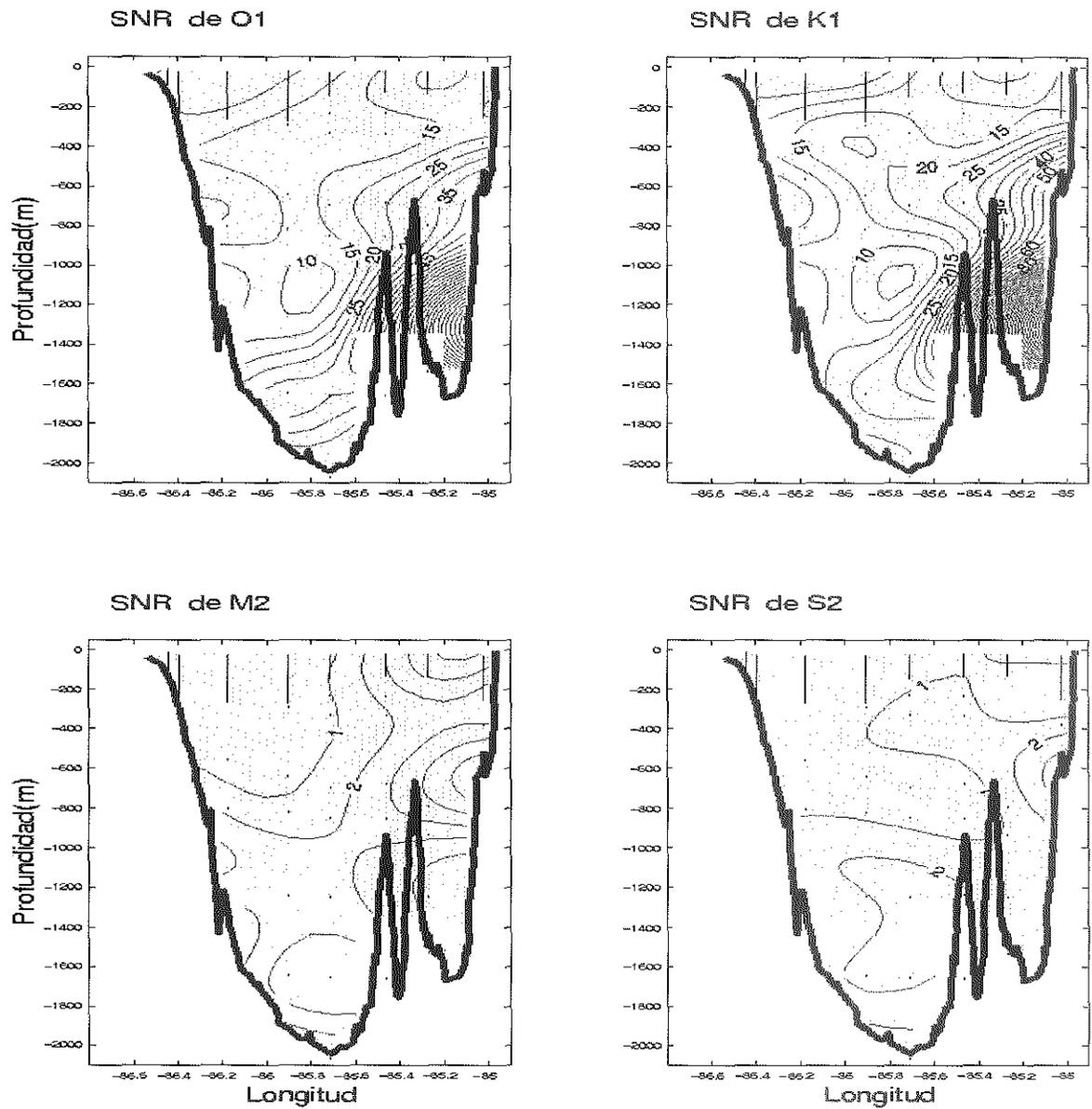


Fig. 21 Contornos del valor de snr (razón de señal a ruido) para O_1 , K_1 , M_2 y S_2 .

Las componentes diurnas (O_1 y K_1) presentan valores grandes de snr, lo que indica que el valor de la señal es mucho mayor que su error y su estimación es confiable. El snr de las componentes semidiurnas (M_2 y S_2) no rebasa el valor de 2 unidades, lo que significa que el valor reportado es apenas el doble del error, o de la misma magnitud si el snr es igual a 1. Por tanto la señal semidiurna no está bien determinada. Para mejorar su estimación se requeriría de series más largas.

III.4. Conclusiones del capítulo III

- ✓ Se confirma la presencia predominante de la señal diurna (O_1 y K_1) en las corrientes de marea, sus elementos de elipse están determinados con alta confiabilidad.
- ✓ Las elipses de marea son de alta excentricidad, orientadas al Norte-Noroeste, para todas las componentes.
- ✓ La señal semidiurna en la corriente de marea es muy pequeña y sus elementos de elipse tienen confiabilidad marginal.
- ✓ La señal de marea en las corrientes es más intensa en el lado cubano, especialmente en el fondo, donde la marea es responsable de más del 80% de la variabilidad.

IV. Mapas cotidales y de amplitud para el GMyMC.

IV.1. Análisis preliminar de los datos

Con el fin de caracterizar la marea en la zona del GMyMC, se hizo un promedio de la amplitud con los datos de altimetría (tabla VIII) y con los datos de los mareógrafos (tabla IX), analizando el Golfo de México (GM) y el Mar Caribe (MC) por separado.

Tabla VIII. Promedio de la amplitud obtenida a partir de los datos de altimetría (mar abierto).

Altimetría Amp[cm]	O_1	K_1	M_2	S_2
<i>Golfo de México</i>	14.46	14.16	5.18	1.88
<i>Mar Caribe</i>	4.71	7.00	6.02	1.35

Tabla IX. Promedio de la amplitud obtenida a partir de los datos de mareógrafos (costas).

Mareógrafos Amp[cm]	O_1	K_1	M_2	S_2
Golfo de México	11.84	12.49	10.91	4.00
Mar Caribe	5.79	7.92	16.17	3.73

La comparación de los resultados de las tablas VIII y IX permite inferir que las amplitudes para las componentes diurnas son menores en las costas que en mar abierto. Esto sólo ocurre en el GM, puesto que en el MC son prácticamente iguales. Por lo contrario, la señal semidiurna es mayor en los datos de los mareógrafos que en los datos de altimetría en ambas regiones.

Estos promedios están de acuerdo con la teoría desarrollada por Clarke y Battisti (1981) que explica el efecto que tienen las plataformas continentales amplias sobre la marea semidiurna. Sus resultados muestran que para las frecuencias semidiurnas hay una

amplificación de mar profundo hacia las costas sobre las plataformas continentales situadas en latitudes medias y bajas, pero esta amplificación no debe presentarse en las frecuencias diurnas. Este es el resultado de un modelo numérico global de marea de orden bajo, donde el talud continental siempre funciona como una pared impermeable para la marea diurna, pero no necesariamente para la semidiurna. Cuando la plataforma continental es lo suficientemente ancha, el talud no funciona como pared en el caso de las semidiurnas.

IV.2. Mapas cotidales y de amplitud mediante mapeo objetivo

A partir de las constantes armónicas y utilizando el método de Mapeo Objetivo se estimaron las amplitudes y fases sobre una malla uniforme con una discretización de aproximadamente 20 Km. Se utilizan 1246 observaciones que se interpolan a 10504 puntos de malla, para dar lugar a los mapas de las figuras 22 (componentes diurnas) y 23 (semidiurnas). Las escalas del mapeo objetivo fueron escogidas dada la discretización. Se usaron funciones gaussianas de correlación isotrópicas (sin dirección preferente) con escala de decaimiento de 2° y 0.3° y 20% y 5% de varianza de error.

En los mapas de la figura 22, se reconoce que la onda de marea presenta características similares para ambas componentes diurnas (O_1 y K_1). La fase es relativamente uniforme en todo el GM, lo que indica que el nivel del mar, sube y baja simultáneamente; este mismo comportamiento se observa en gran parte del MC, excepto sobre la Cuenca de Yucatán, donde existe un gradiente marcado en la fase, puesto que la onda pasa de Sureste a Noroeste en un tiempo aproximado de 8 horas.

Sobre el GM y MC no se identifica ningún punto anfidrómico, pero si seguimos la zona de mayor gradiente en las líneas de fase de la componente K_1 , nos lleva a la existencia de un punto anfidrómico virtual sobre la Península de Yucatán.

Los resultados mostrados hasta el momento son consistentes con los trabajos realizados en el GM por Mofjeld y Wimbush (1977).

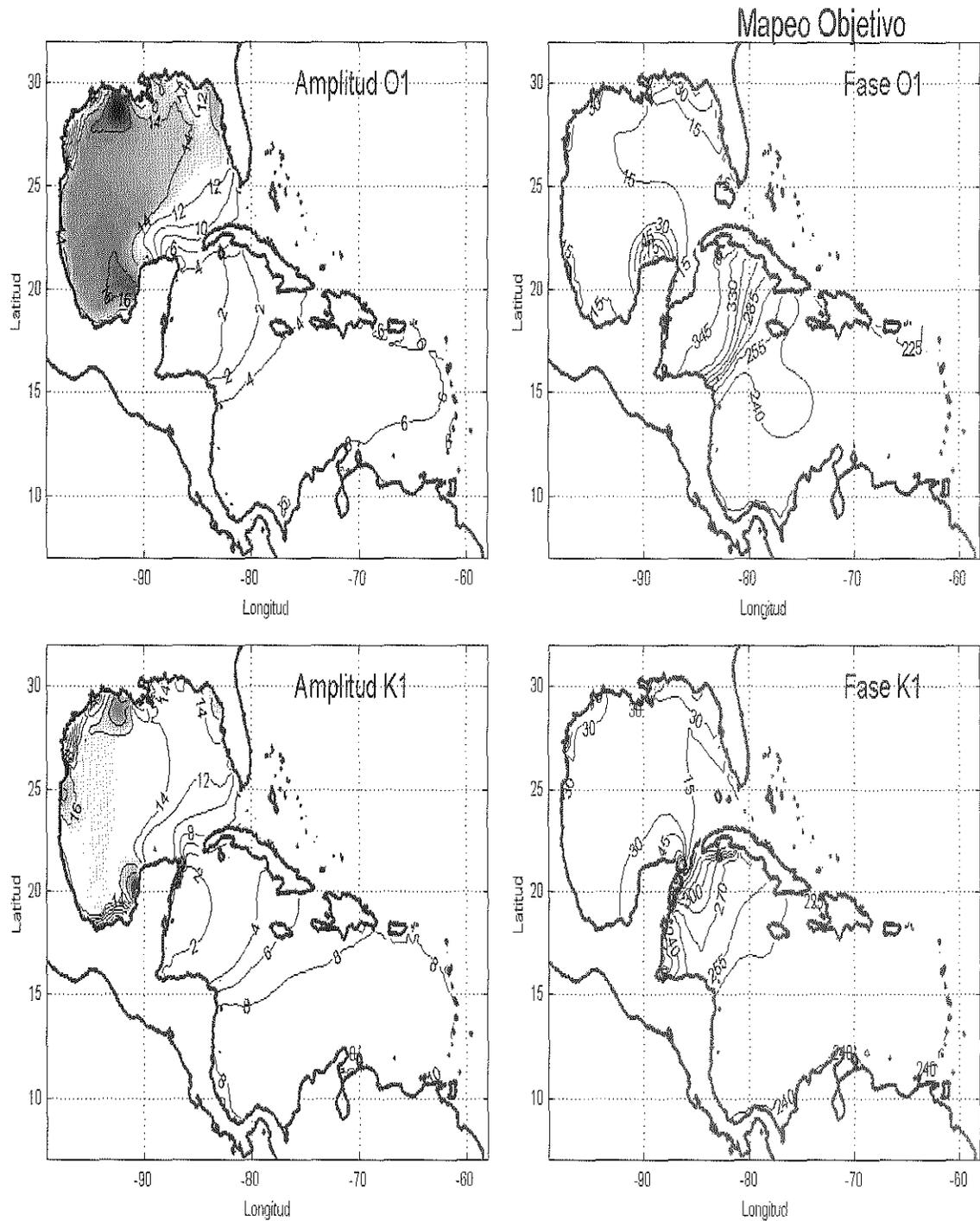


Fig. 22 Mapas cotidales y de amplitud obtenidos mediante Mapeo Objetivo a la base de datos para las componentes diurnas. Pasar de una línea de fase a otra, significa una hora.

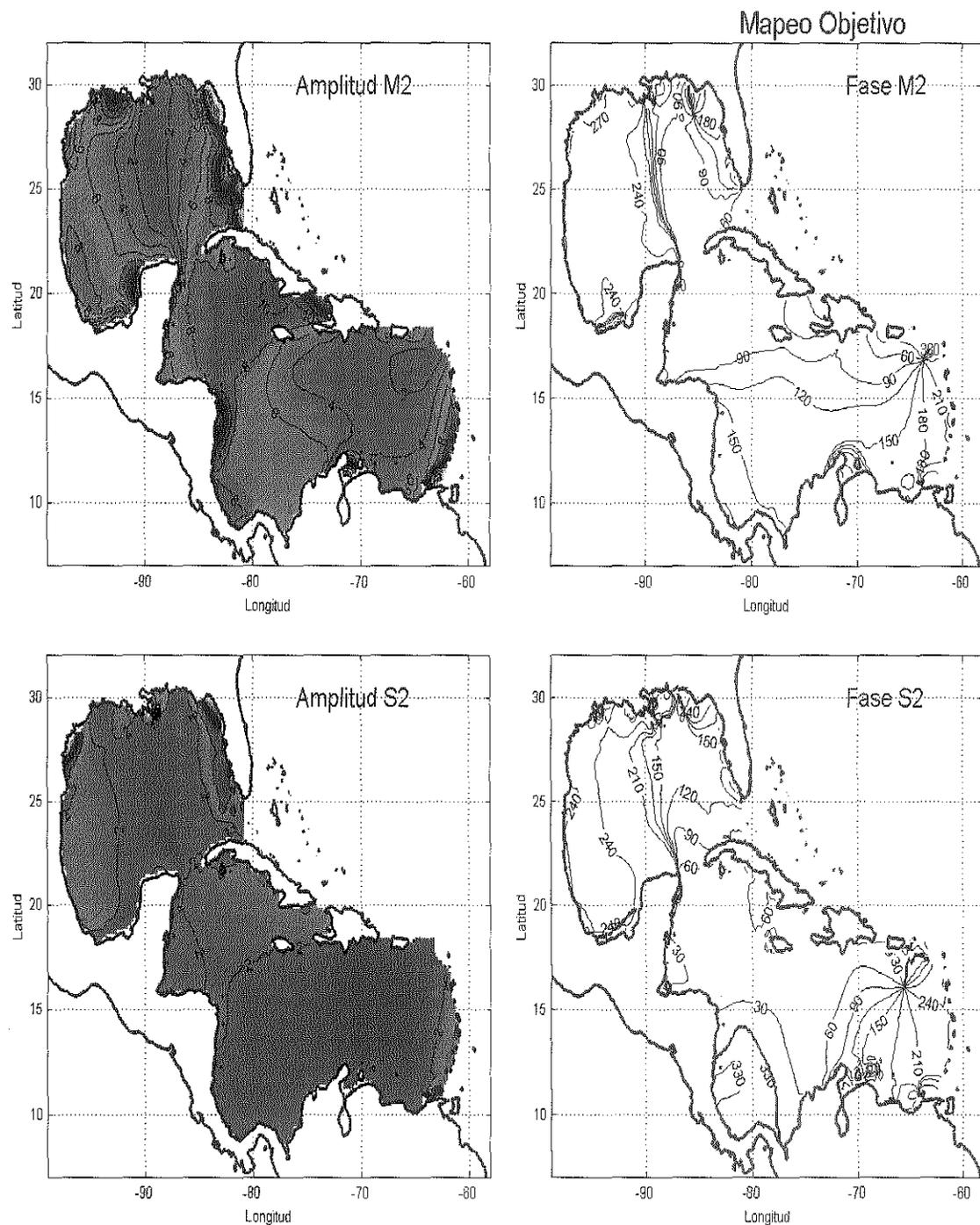


Fig. 23 Mapas cotidales y de amplitud obtenidos mediante la interpolación objetiva de la base de datos para las componentes semidiurnas. Pasar de una línea de fase a otra, indica una hora.

En la tabla X se puede notar que los promedios de amplitud obtenidos a partir de los datos interpolados y de la observación de los mapas, en general son mayores para el GM y disminuyen hacia el MC. Las amplitudes mínimas se presentan en el extremo noroeste del MC y aumentan considerablemente al cruzar el área del Canal de Yucatán, donde existe un fuerte gradiente en esta variable. Esto justifica los valores máximos en la corriente de marea diurna en esta región (Godin, 1988), tal y como se concluyó en la primera sección.

Tabla X Amplitud y fase promedio de la de los datos interpolados con mapeo objetivo.

<i>Datos Interpolados</i> <i>Amp[cm]/Fase[°G]</i>	O_1	K_1	M_2	S_2
Golfo de México	13.84 / 23	13.76 / 26	5.94 / 187	2.07 / 193
Mar Caribe	4.49 / 252	6.70 / 243	6.44 / 113	1.35 / 116

Los mapas para la señal semidiurna se muestran en la figura 23. Las amplitudes máximas para la componente M_2 se localizan en la plataforma de Florida y en las costas de Trinidad y Tobago (sureste del MC) alcanzando valores de 24 cm. En la Sonda de Campeche y lado Oeste de Venezuela se registran 18 cm de amplitud máxima mientras que para la componente S_2 en estos mismos lugares la amplitud máxima es de sólo 6 cm. Ambos mapas confirman la teoría de Clarke y Battisti (1981).

Las líneas de fase exhiben puntos anfodrómicos para cada región del GM y MC. El GM presenta dos puntos anfodrómicos, uno en la punta noroeste de la Península de Yucatán, cerca de la costa, localizado a los 21.5°N y -87.0°E , y otro a los 28.5°N y -85°E junto a la península de Florida (éste es más claro para la componente M_2), ambos con giro ciclónico (contra las manecillas del reloj). Los resultados coinciden con la simulación de marea en el GM de Monreal et al. (1985), que localizan ambos puntos (aunque sólo reportan para M_2). El cercano a Yucatán lo encuentra un poco más al noroeste, tal vez porque no consideran términos no lineales como lo afirma Martínez (1993), quien a partir de su estudio de simulación, reporta los mismos resultados que el presente trabajo, excepto

que el segundo punto anfodrómico (cercano a Florida) sólo lo reporta para la componente S_2 . En el MC el punto anfodrómico se encuentra alrededor de los 20°N y -63°E para M_2 y 16°N y -66°E para S_2 , con giro ciclónico en ambas componentes. Estos puntos anfodrómicos han sido reportados en el trabajo de Kjerfve (1981), el cual fue realizado a partir de observaciones.

Los valores de amplitud reportados por Kjerfve (1981) para el MC, coinciden solamente con el promedio de los datos de los mareógrafos, pues cuando se consideran también los de altimetría, resultan ser considerablemente menores las amplitudes de las componentes diurnas y mayores las de semidiurnas.

Cabe resaltar, que además de la coincidencia de resultados con trabajos en la zona, ya sea por simulación o mediante observaciones, también existe concordancia con los mapas de marea global (Zahel *et al* 2000 y Ray 1999) realizados con simulación y datos de altimetría.

Para encontrar una relación entre los mapas de amplitud y fase con los modos libres de oscilación de la cuenca, se realiza una proyección de los datos sobre las funciones de Proudman, las cuales se describen en la siguiente subsección.

IV.2. Proyección sobre las funciones de Proudman

IV.2.1. Funciones de Proudman

Las funciones de Proudman son los modos normales de oscilación de una cuenca cerrada sin rotación. A partir del sistema de ecuaciones de ondas largas linearizadas, hidrostáticas y barotrópicas

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -g \nabla \eta , \quad (23)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{u}) = 0 , \quad (24)$$

donde \vec{u} es el vector de velocidad uniforme en la vertical, η es la elevación de superficie, h la profundidad real y g la aceleración debido a la gravedad, se deduce

$$\nabla \cdot (h \nabla \eta) - \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 . \quad (25)$$

Para esta ecuación se propone una solución senoidal en el tiempo, por lo que usando la notación

$$\eta = \tilde{\eta} \exp(i\omega t) , \quad (26)$$

y sustituyendo se obtiene

$$\nabla \cdot (h \nabla \eta) + \lambda \eta = 0 , \quad (27)$$

donde $\lambda = \omega^2/g$.

Para el caso de una cuenca cerrada el vector velocidad debe ser paralelo a la frontera (condición de impenetrabilidad), por lo que dadas las ecuaciones (23) y (26), esta condición de frontera se traduce en

$$\nabla \eta \cdot \hat{n} = 0 \quad \text{en} \quad \partial D , \quad (28)$$

donde \hat{n} es el vector unitario perpendicular a la frontera ∂D .

La solución del sistema de ecuaciones (27) y (28) (cuando esta última condición se tiene en toda la frontera del dominio) resulta en un conjunto de autovalores y autofunciones. El operador $\nabla \cdot h \nabla$ de (27) se construye con una aproximación por diferencias finitas usando la profundidad h observada en el dominio; por lo tanto, la estructura de las autofunciones ϕ refleja el efecto de la batimetría real del GMyMC sobre los modos gravitacionales sin rotación.

Este conjunto de funciones forma una base ortogonal del espacio vectorial de funciones con segundas derivadas continuas, que cumplen la condición de frontera (28). De las ecuaciones anteriores, las frecuencias asociadas a cada modo satisfacen

$$\lambda_n = \frac{\omega_n^2}{g}, \quad (29)$$

donde λ_n , $\phi_n = \phi_n(x,y)$ son el autovalor y autofunción correspondientes al sistema de ecuaciones (27) y (28). La velocidad y elevación asociada a cada modo se definen mediante

$$\vec{u}_n = \frac{ig}{\omega_n} \nabla \Phi_n e^{i\omega_n t}, \quad (30)$$

$$\eta_n = \Phi_n e^{i\omega_n t}, \quad (31)$$

donde Φ_n son las llamadas funciones de Proudman.

Al trasladar estas ecuaciones a diferencias finitas, se produce un espacio vectorial de dimensiones igual al número de nodos de la malla que define la discretización. Este conjunto de funciones que ahora son vectores de un espacio de dimensión finita fue calculado por el Dr. Julio Candela para la cuenca del GMyMC, en una malla de 20 Km en dx e igual en dy. Se aclara que n va de 1 a 10504, que es el número de nodos de la malla (que cubre el dominio del GMyMC); por lo tanto, esto define la dimensión del espacio vectorial. Las figuras 26 y 27 indican el dominio y la frontera en el que estas funciones se calcularon.

IV.2.2. Proyección de los datos sobre las funciones de Proudman.

La base de funciones tiene una dimensión n , siendo $n = 10504$, aunque por simplicidad de cómputo, se cuenta sólo con las funciones asociadas a los primeros 100 modos (ordenados respecto al valor del autovalor, de menor a mayor). El primer modo de estos 100 corresponde al autovalor menor que en la práctica es nulo y representa una constante uniforme. El segundo modo corresponde a oscilaciones de 16.3 horas de período, el tercero a 8.7, y así sucesivamente (ver tabla XI).

Los datos consisten en la matriz de amplitud $A=A(x,y)$ y la de fase relativa a Greenwich $\psi=\psi(x,y)$, respectivamente para cada una de las componentes. A partir de éstas se evalúan los campos $c\eta = A\cos(\psi)$ y $s\eta = A\sin(\psi)$ (referidos en las ecuaciones 5a y 5b) relativos al mapa de elevación del GMyMC. Para expresar los datos en términos de las funciones de Proudman se realiza la siguiente expansión

$$c\eta(x, y) = \sum_{n=1}^N fc_n \Phi_n(x, y) \quad y \quad (32)$$

$$s\eta(x, y) = \sum_{n=1}^N fs_n \Phi_n(x, y), \quad (33)$$

donde fc y fs son determinados por el método de cuadrados mínimos. Todos los datos tienen el mismo peso; aquí no hay estimaciones de error asignadas a más fuentes.

Cada función de Proudman asociada a un modo n contribuye con cierto porcentaje a la energía potencial (EP) de marea asociada a cada componente, de acuerdo a la expresión

$$\% EP_n = 100 \times \frac{fc_n^2 + fs_n^2}{\sum_{n=1}^N (fc_n^2 + fs_n^2)}. \quad (34)$$

Estas contribuciones han sido evaluadas para cada función de cada componente de marea, lo cual se muestra en la figura 24.

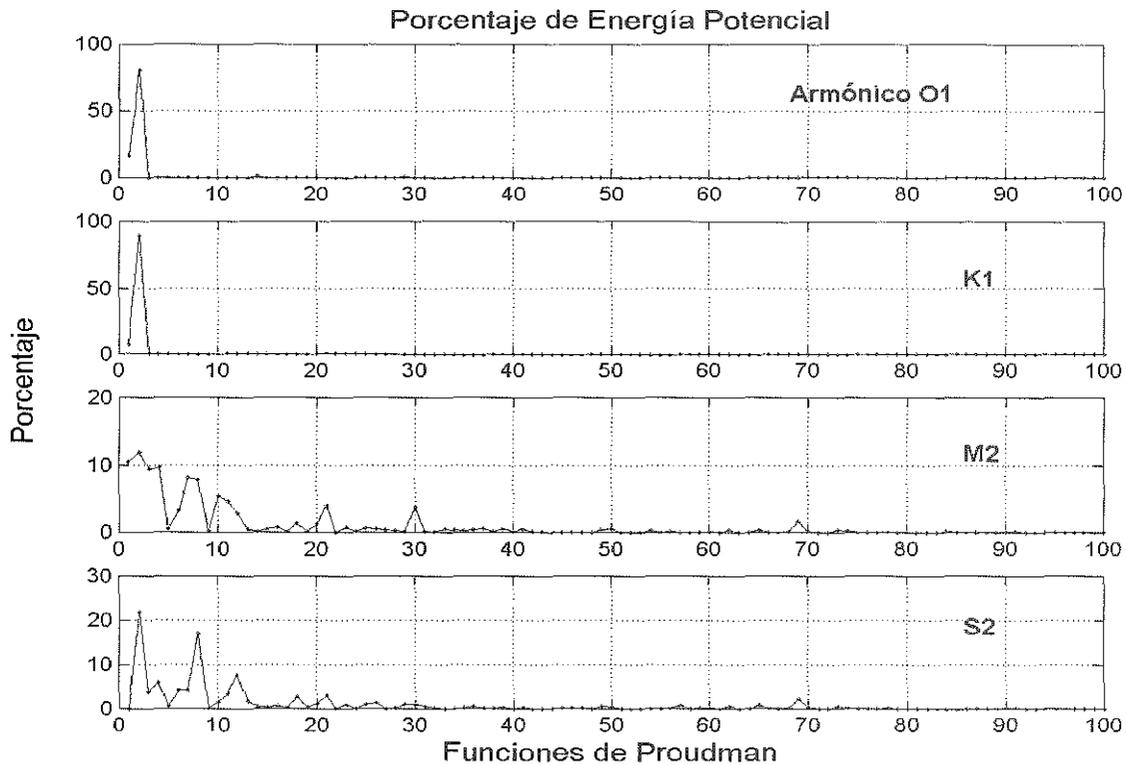


Fig. 24 Contribución de las funciones de Proudman a la EP correspondiente a cada armónico de marea.

De aquí se identifican los modos (o las autofunciones Φ_n) que aportan la mayor energía potencial, considerando sólo aquellos 12 modos que representen el mayor porcentaje de PE, respecto a todos los armónicos, los cuales son

$$\text{Conjunto } n = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 6 \ 7 \ 8 \ 10 \ 11 \ 20 \ 21 \ 69];$$

estos modos son los que aportan mayor información para la reconstrucción del mapa de elevaciones. En la figura 25 se presenta el porcentaje de E proporcionado por cada uno de los 12 modos considerados.

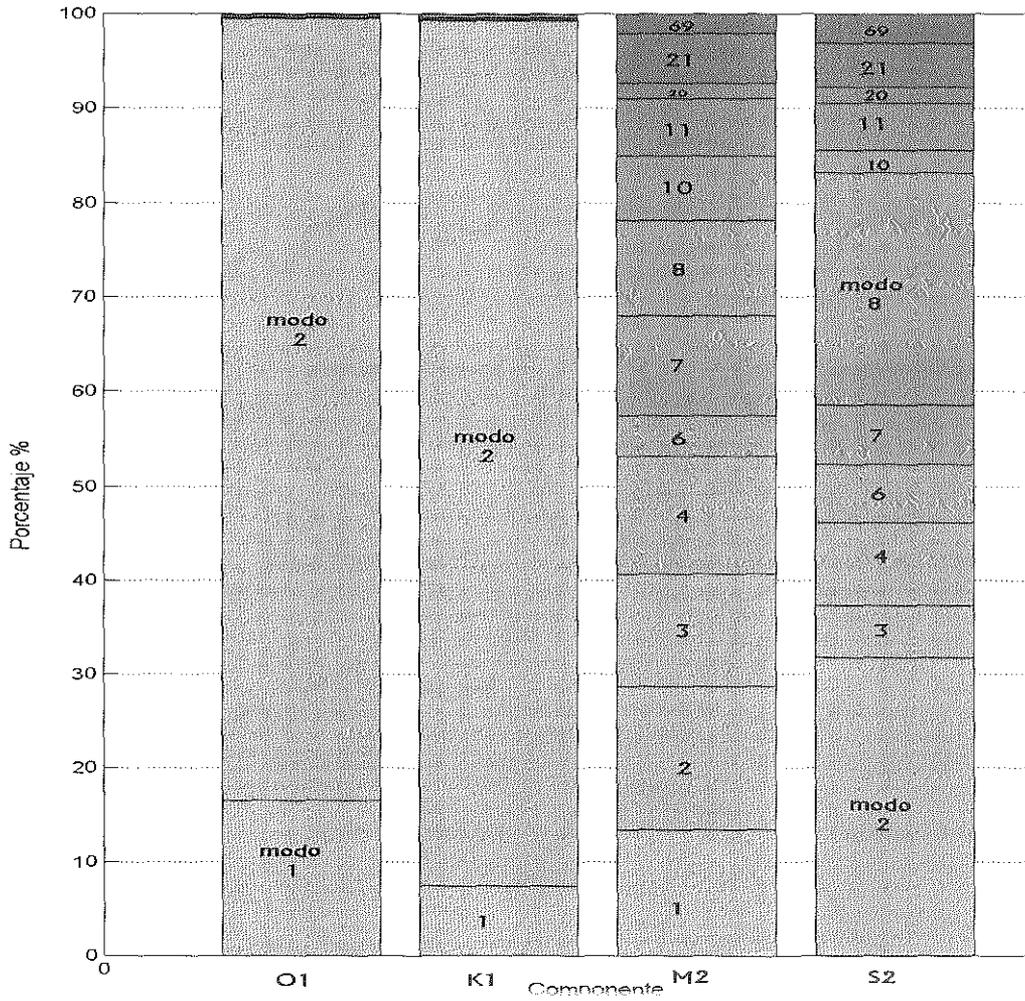


Fig. 25 Porcentaje de los modos más representativos para cada armónico.

Las figuras 26 a y 26 b presentan la estructura del conjunto de n funciones.

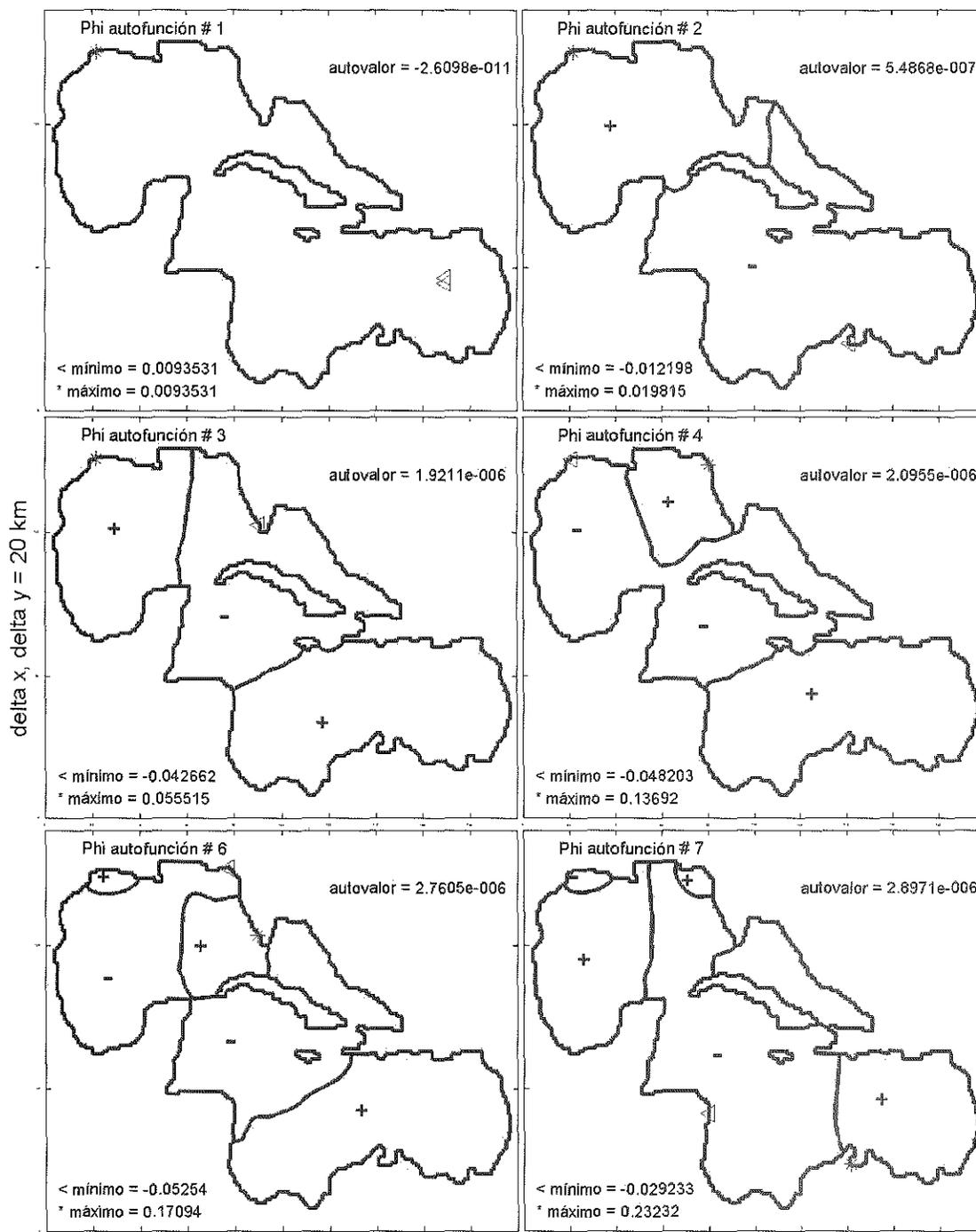


Fig. 26 a. Estructura de las autofunciones Φ_n más energéticas. Los contornos son las líneas nodales. El primer modo es un plano homogéneo. Se muestran las zonas positivas y negativas.

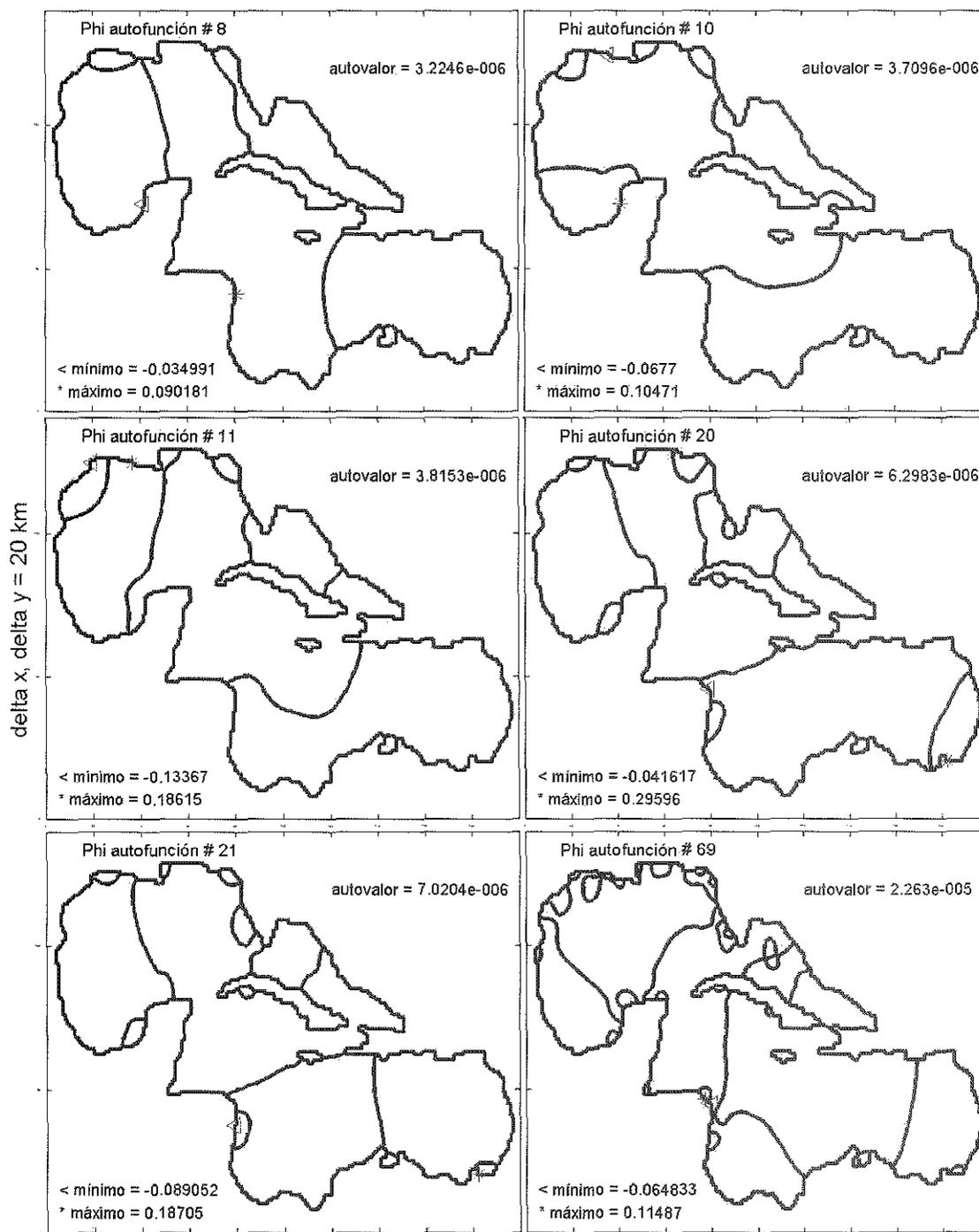


Fig. 26 b Estructura de las autofunciones Φ_n más energéticas en la reconstrucción de los mapas de elevación, se muestran las líneas nodales (contornos con valores iguales a cero).

La intención de utilizar las funciones de Proudman es buscar una mejor relación entre la marea y los modos normales de oscilación de la cuenca, y así encontrar una mejor interpretación de los campos de amplitud y fase. La ecuación (30) relaciona a cada modo con una frecuencia, la cual se describe en la tabla XI. Se presenta el autovalor y los porcentajes representativos correspondientes a cada modo.

Tabla XI Modos más representativos, período de relación y porcentaje.

Modo	Autovalor $1 \times 10^{-6} \text{ [m}^{-1}\text{]}$	Período [Horas]	Porcentaje %			
			O ₁	K ₁	M ₂	S ₂
1	Promedio 0.00	∞	16	7	13	0
2	0.55	16.3	83	92	15	31
3	1.92	8.7	0	0	12	6
4	2.10	8.4	0	0	12	9
6	2.76	7.3	0	0	4	6
7	2.90	7.1	0	0	11	6
8	3.22	6.7	0	0	10	24
10	3.71	6.3	0	0	7	2
11	3.82	6.2	0	0	6	5
20	6.30	4.8	0	0	2	2
21	7.02	4.6	0	0	5	5
69	22.63	2.5	0	0	2	3
Suma			99	99	99	99

Para confirmar si se están tomando los modos más representativos, se utiliza el *Teorema de Parserval*, que dice: *la energía total es la suma de la energía de todas las componentes*.

Si realizamos el procedimiento dos veces, en un caso tomando en cuenta los 100 modos (el total de modos con los que se cuenta) y en el otro sólo considerando los 12

modos indicados en la tabla XI, podemos determinar en base de la diferencia de EP entre ambas expansiones, si trabajando sólo 12 funciones es adecuada la expansión.

En la tabla XII se expresa la amplitud cuadrática media (m^2), proporcional a la densidad de energía potencial, salvo por una constante de proporcionalidad $\rho_o g/2$ (donde ρ_o es densidad), para que pueda ser expresada en Joules, es decir

$$EP = \frac{1}{2} \rho_o g \sum_{n=1}^N (f_c^2 + f_s^2). \quad (35)$$

Tabla XII Densidad de energía potencial (proporcional).

	Promedio de la amplitud cuadrática de los 100 primeros modos	Promedio de la amplitud cuadrática del conjunto de 12 modos	Diferencia
O1	90.35	87.11	3.24
K1	109.10	106.53	2.57
M2	51.31	39.79	11.52
S2	3.43	2.38	1.05

Los coeficientes de bondad (valores entre 1 y 0) indican qué tan bien se está reproduciendo el mapa original. Si el valor es cercano a uno, significa que se está generando el mapa en su totalidad (teóricamente el 1 denota que la expansión obtiene exactamente el mismo mapa, que resultaría de usar la base completa); si es cercano a cero nos dice que es muy mala la reconstrucción. La tabla XIII muestra los coeficientes de bondad para cada una de las componentes, y se hace la comparación si se utilizan los 100 modos o solamente 12.

Los resultados anteriores indican que la marea diurna tiene una proyección sustancial en la oscilación libre de la cuenca sin rotación, cuyo período es de 16.3 Hrs (i.e.

modo 2), y para las semidiurnas se requiere de un conjunto mayor de modos libres para representarlas adecuadamente.

Tabla XIII Coeficientes de bondad para los mapas de $c\eta$ y $s\eta$

Para la función:	F. coseno = $c\eta$	F. seno = $s\eta$	F. coseno = $c\eta$	F. seno = $s\eta$
	Con 100 primeros modos		Con 12 modos	
O1	0.9952	0.9840	0.9604	0.9450
K1	0.9905	0.9822	0.9638	0.9654
M2	0.8263	0.9369	0.5769	0.7689
S2	0.9048	0.8347	0.7755	0.4784

Para las componentes diurnas los modos más representativos son el 1 y el 2. El primero es el promedio y el segundo indica que la cuenca esta oscilando en el modo más simple. Cuando baja en un extremo (por ejemplo el GM), sube en el otro (MC) y luego sucede lo contrario. Se observa por la estructura de la autofunción 2, que el gradiente fuerte se encuentra en la parte Noroeste del MC, lo que coincide con la estructura de los mapas de la figura 22. De aquí se puede concluir que la marea diurna responde más a los modos propios de la cuenca y no a una cooscilación con la marea del Atlántico, como pasa en otras cuencas semicerradas como el Golfo de California (Marinone y Lavín, 1997).

En las componentes semidiurnas, las funciones Φ_n que se suman para reproducir estos mapas son más diversas, por lo que es difícil ver alguna relación con los mapas de la figura 23. Los modos más representativos son los que marcan un incremento cerca de las costas, especialmente sobre las plataformas, y que suavizan la parte de mar profundo.

IV.2.3. Mapas Cotidales y de amplitud a partir de la proyección de las funciones de Proudman

Los mapas de las componentes diurnas obtenidos de la proyección de las funciones de Proudman conservan las características principales descritas en los mapas de la figura 22, obtenidos mediante el mapeo objetivo. Para los mapas de amplitud la estructura es un poco más suave, conservándose la magnitud promedio. La magnitud máxima se presenta en las mismas zonas como en la plataforma de Florida, en New Orleans, en la Sonda de Campeche, en la plataforma de Nicaragua y en ambos extremos de Venezuela, especialmente para la componente K1. Los mapas cotidales pierden casi por completo su estructura en el GM y en una parte del MC, lo que indica que en estas regiones la marea es simultánea, excepto sobre la Cuenca de Yucatán, donde se muestra el avance de la onda de Sureste al Noroeste, atravesando esta zona en 8 o 9 horas aproximadamente.

Para las componentes semidiurnas (ver figura 28) se presentan más diferencias respecto a la figura 23. La estructura para las líneas de amplitud es más suave; pierden estructura para las zonas profundas y cerca de las plataformas presentan amplitudes mayores que los datos. En los mapas cotidales la marea se muestra casi simultánea y pierde los puntos anfodrómicos de cada una de las cuencas, especialmente en el del MC. Sólo queda un punto anfodrómico en el GM para la componente M_2 , desplazado un poco hacia el Norte. Tal vez la pérdida de los puntos anfodrómicos es la razón por la cual al construir las funciones de Proudman no se consideró rotación. En los mapas de las funciones Φ_n las más representativas (figura 26 b) son líneas verticales en el MC, por lo que no se pueden reproducir los puntos anfodrómicos en esta área.

Proyección en las Funciones de Proudman

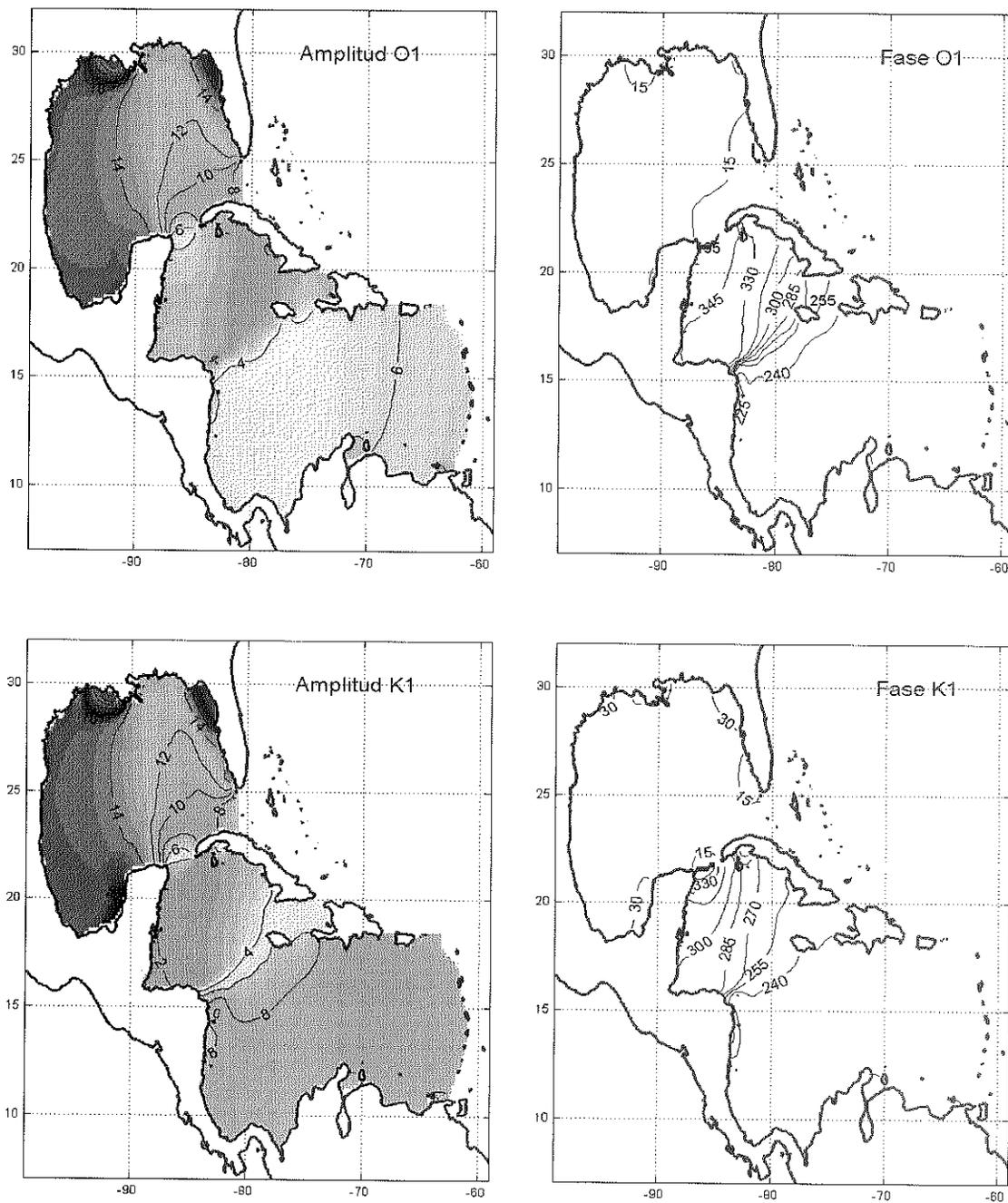


Fig. 27 Mapas de Amplitud y Cotidales a partir de la proyección de las funciones de Proudman (100 primeros modos). Líneas de amplitud cada 2 cm y líneas de fase cada 15°, que equivalen a una hora.

Proyección en las Funciones de Proudman

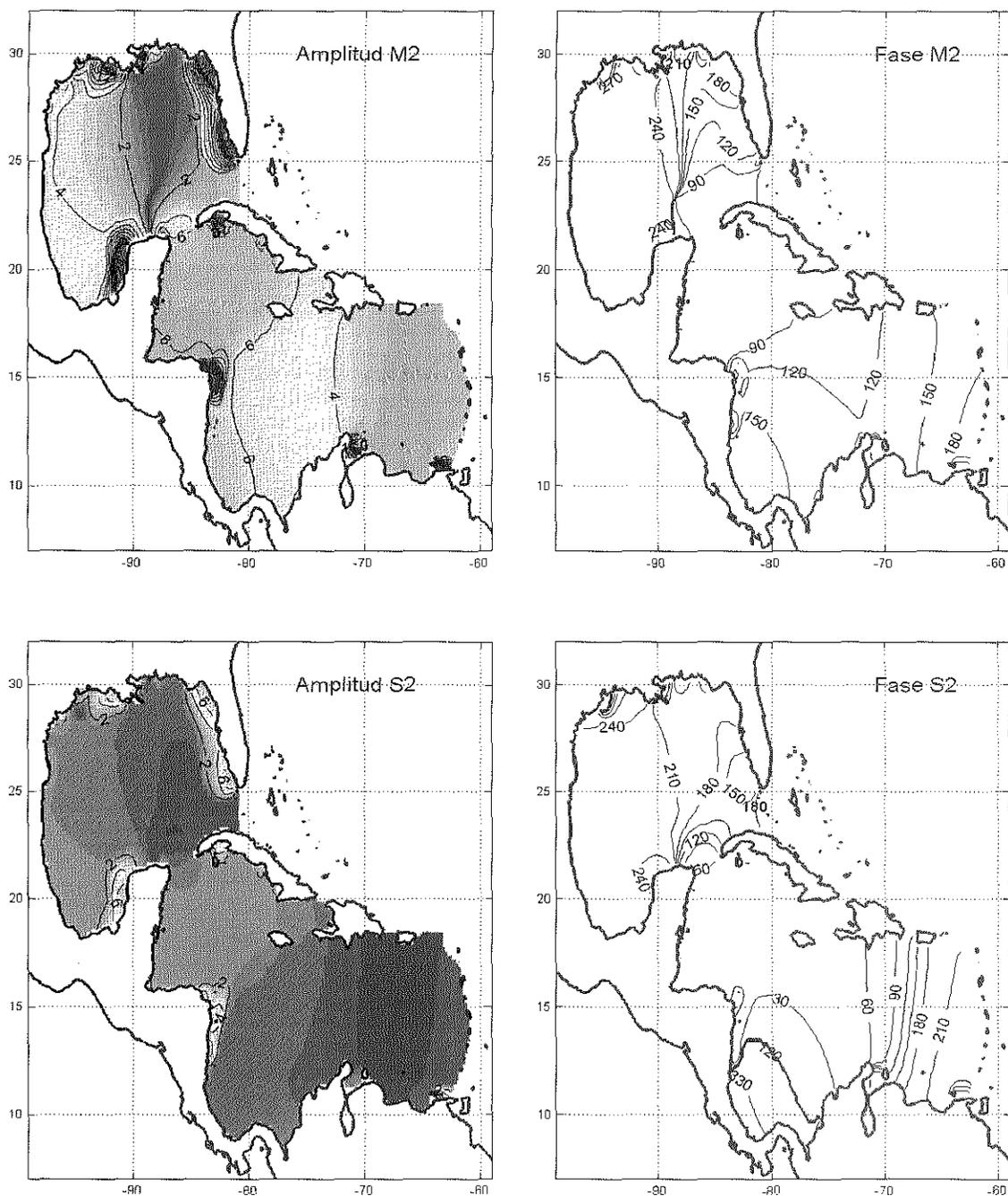


Fig. 28 Mapas de Amplitud y Cotidales a partir de la proyección de las funciones de Proudman -100 primeros modos-. Líneas de amplitud cada 2 cm y de fase cada 30°, que equivalen a una hora al pasar de una línea a otra.

Lo que se puede resaltar en esta sección es que las funciones de Proudman son una base eficiente para reproducir la marea, pues con un número pequeño de éstas se puede reproducir un gran porcentaje del campo total, especialmente para las componentes diurnas. La marcada presencia del modo 2, remarca el comportamiento de un sube y baja marcando el área en la Cuenca de Yucatán, que es donde las amplitudes son más pequeñas y donde existe el mayor gradiente en las líneas de fase. Es de resaltar que esto es evidencia de la independencia de la marea diurna con la marea del Atlántico; es decir, el forzamiento directo astronómico diurno logra su balance; excitando primordialmente un modo cuyo período libre es próximo a 16 horas, sin que la cooscilación en los puntos de comunicación con el Atlántico sean tan importantes.

IV.3. Conclusiones.

- ✓ Se identifica un punto anfidrómico virtual en la Península de Yucatán para la componente K_1 .
- ✓ Las funciones de Proudman son eficientes para representar la marea.
- ✓ El modo 2 de las funciones de Proudman indica mínimas amplitudes de la elevación en el Canal, las cuales están asociadas a máximas corrientes; esto es un nodo en la región cercana al Canal de Yucatán y se relaciona en gran medida con el comportamiento de la señal diurna en el sistema.
- ✓ Hay evidencia de poca dependencia de la marea diurna del GMyMC con la marea del Océano Atlántico y en mayor medida para la señal semidiurna.

V. Velocidades inferidas a partir del mapa de elevaciones

El objetivo de este capítulo es inferir las corrientes de marea en el Canal de Yucatán a partir de los mapas de elevación del nivel del mar del GMyMC, para luego comparar los resultados con las mediciones *in-situ*. Es decir, relacionar las constantes armónicas de elevación del capítulo IV con las características de las corrientes de marea descritas en el capítulo III.

V.1. Fundamento físico de la relación entre corrientes y elevación

El movimiento de marea no es puramente oceánico, la tierra sólida también tiene deformaciones considerables de marea. Las ecuaciones de movimiento en su aproximación linealizada, barotrópica (i.e. de ondas largas), son

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + F_x \quad , \quad (36)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + F_y \quad , \quad (37)$$

donde g es la gravedad, $f = 2\Omega \sin \beta$ es el parámetro de Coriolis (tomando en cuenta $\Omega = 2\pi / 1 \text{ día}$), β la latitud, F_x , F_y son las componentes de la fuerza disipativa, u es la componente zonal y v la componente meridional de la corriente (supuestas sin dependencia vertical) y η representa la suma de la elevación más el forzamiento gravitacional, que está dado por

$$\eta = a \xi_o - b \xi_E \quad , \quad (38)$$

donde, ξ_o es la elevación de la superficie del mar respecto a la tierra sólida (i.e. lo que mide el mareógrafo) y ξ_E es la marea de equilibrio (forzamiento). Una discusión completa de ξ_E se detalla en Hendershott (1977). Para nuestros propósitos habría que mencionar que ξ_E es la suma de forzamientos directos e indirectos gravitacionales por el movimiento de la tierra sólida y por la redistribución de masa tanto de la tierra sólida como del océano.

La ecuación (38) resulta de un conjunto integrodiferencial de ecuaciones que en su expresión explícita involucra una convolución de ξ_0 , es decir, ξ_E depende de ξ_0 . Sin embargo, aquí se utiliza en su forma simplificada (Kowalik, 1999), donde a y b son constantes que asimilan las correcciones debidas a la marea de la tierra y el océano. El valor de a según Kowalik et al. (1999) es 0.95; b tiene la forma

$$b = 1+k-h, \quad (39)$$

donde k y h denotan los números de Love¹. Estos son aproximadamente $k = 0.3$ y $h = 0.6$ (i.e. $b = 1 + k - h = 0.70$), que son el promedio sobre todos los constituyentes de marea. El potencial de marea directo, también llamado “marea de equilibrio” por algunos autores (i.e. Godín, 1988; Gill, 1982), es calculable en base a consideraciones astronómicas. Para su cálculo usamos el programa proporcionado por el Dr. R. Ray (SGB, USA), que es una modificación del programa de Cartwright *et al* (1973). Los mapas de elevación (cotidales y de amplitud) de la marea de equilibrio ξ_E se muestran en la figura 29 para componentes diurnas, y en la figura 30 para las semidiurnas.

El sistema de las ecuaciones (36) y (37) se resuelve respectivamente para cada componente, despreciando los términos disipativos (F_x , F_y), suponiendo la elevación y la corriente de forma senoidal, usando la siguiente notación:

$$\eta(\alpha, \beta) = c\eta \cos(\omega t) + s\eta \sin(\omega t), \quad (40)$$

$$(u, v)_{(\alpha, \beta)} = (cu, cv) \cos(\omega t) + (su, sv) \sin(\omega t), \quad (41)$$

donde cada uno de los campos $c\eta$, $s\eta$, cu , su , cv y sv dependen de la posición (longitud α y latitud β).

¹ Los números de Love se usan para hacer una corrección a la contribución del potencial de marea por los (pequeños) períodos libres de oscilación y por los modos normales de la tierra sólida, ambos relativos a los períodos de marea (Hendershott, 1977).

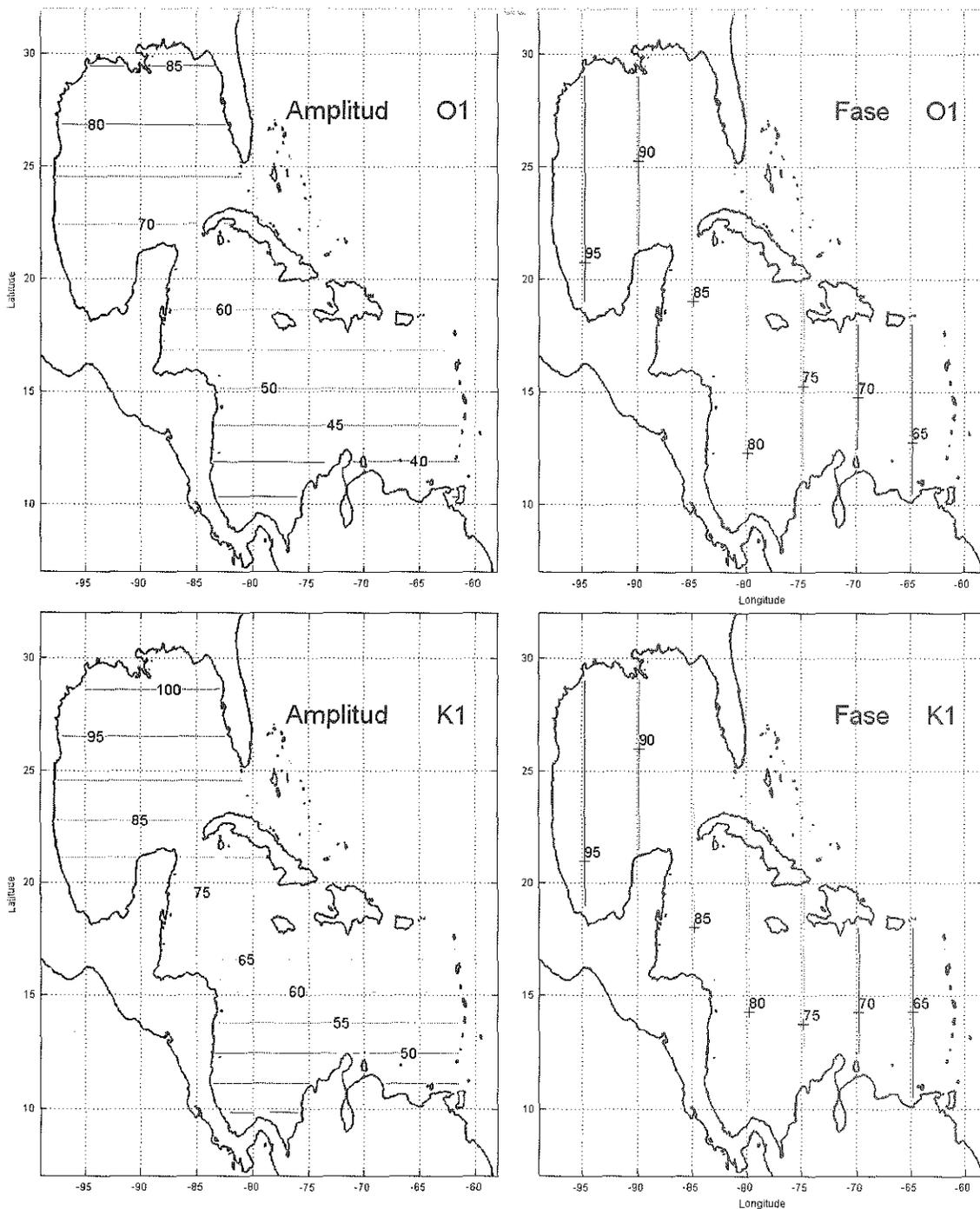


Fig. 29 Mapas cotidales en grados respecto a Greenwich (líneas aproximadamente cada 20 minutos) y de amplitud (en cm) de la marea de equilibrio (ξ_E) para las componentes diurnas.

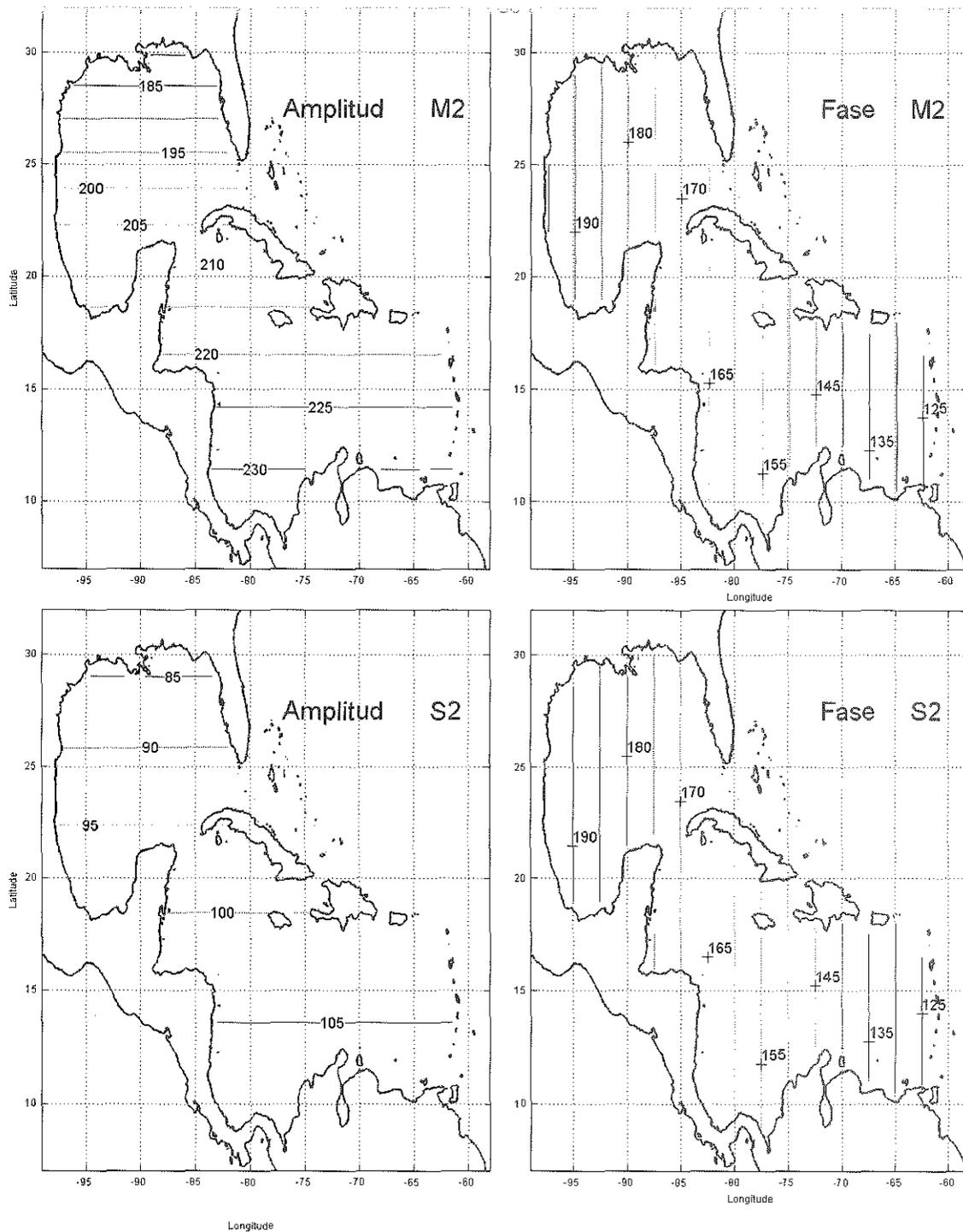


Fig. 30 Mapas cotidales en grados respecto a Greenwich (líneas aproximadamente cada 10 minutos) y de amplitud (en cm) de la marea de equilibrio (ξ_E) para las componentes semidiurnas.

Sustituyendo las ecuaciones (40) y (41) en el sistema de ecuaciones (36) y (37), llegamos a:

$$\left[-u_1\omega - fv_2 + g \frac{\partial s\eta}{\partial x} \right] \sin \omega t + \left[u_2\omega - fv_1 + g \frac{\partial c\eta}{\partial x} \right] \cos \omega t = 0 \quad (42)$$

y

$$\left[-v_1\omega + fu_2 + g \frac{\partial s\eta}{\partial y} \right] \sin \omega t + \left[v_2\omega + fu_1 + g \frac{\partial c\eta}{\partial y} \right] \cos \omega t = 0 \quad (43)$$

De aquí, podemos expresar la velocidad en función de los gradientes de la elevación ξ_o y de la marea de ξ_E (i.e. de $h = a \xi_o + b \xi_E$) como

$$u_1 = \frac{-g}{f^2 - \omega^2} \left[\omega \frac{\partial s\eta}{\partial x} + f \frac{\partial c\eta}{\partial y} \right], \quad (44 \text{ a})$$

$$u_2 = \frac{g}{f^2 - \omega^2} \left[\omega \frac{\partial c\eta}{\partial x} - f \frac{\partial s\eta}{\partial y} \right], \quad (44 \text{ b})$$

$$v_1 = \frac{g}{f^2 - \omega^2} \left[f \frac{\partial c\eta}{\partial x} - \omega \frac{\partial s\eta}{\partial y} \right] \text{ y} \quad (44 \text{ c})$$

$$v_2 = \frac{g}{f^2 - \omega^2} \left[f \frac{\partial s\eta}{\partial x} + \omega \frac{\partial c\eta}{\partial y} \right]. \quad (44 \text{ d})$$

Para utilizar el sistema de ecuaciones (44), debemos calcular los gradientes de $c\eta$ y $s\eta$, pues de estos se infieren directamente las velocidades. El mapa de la figura 12 muestra con puntos los lugares donde se conocen las constantes armónicas de elevación (inferidos a partir de los datos de mareógrafos y de altimetría ξ_o) y con círculos los puntos donde se

conoce la elevación de la marea de equilibrio ξ_E . A partir de ambos campos se calculan los gradientes correspondientes.

La obtención de los gradientes de elevación en cada uno de los mapas se puede realizar de varias maneras; por ejemplo, por diferencias finitas de puntos circundantes, o mediante el ajuste de un plano a un conjunto de puntos.

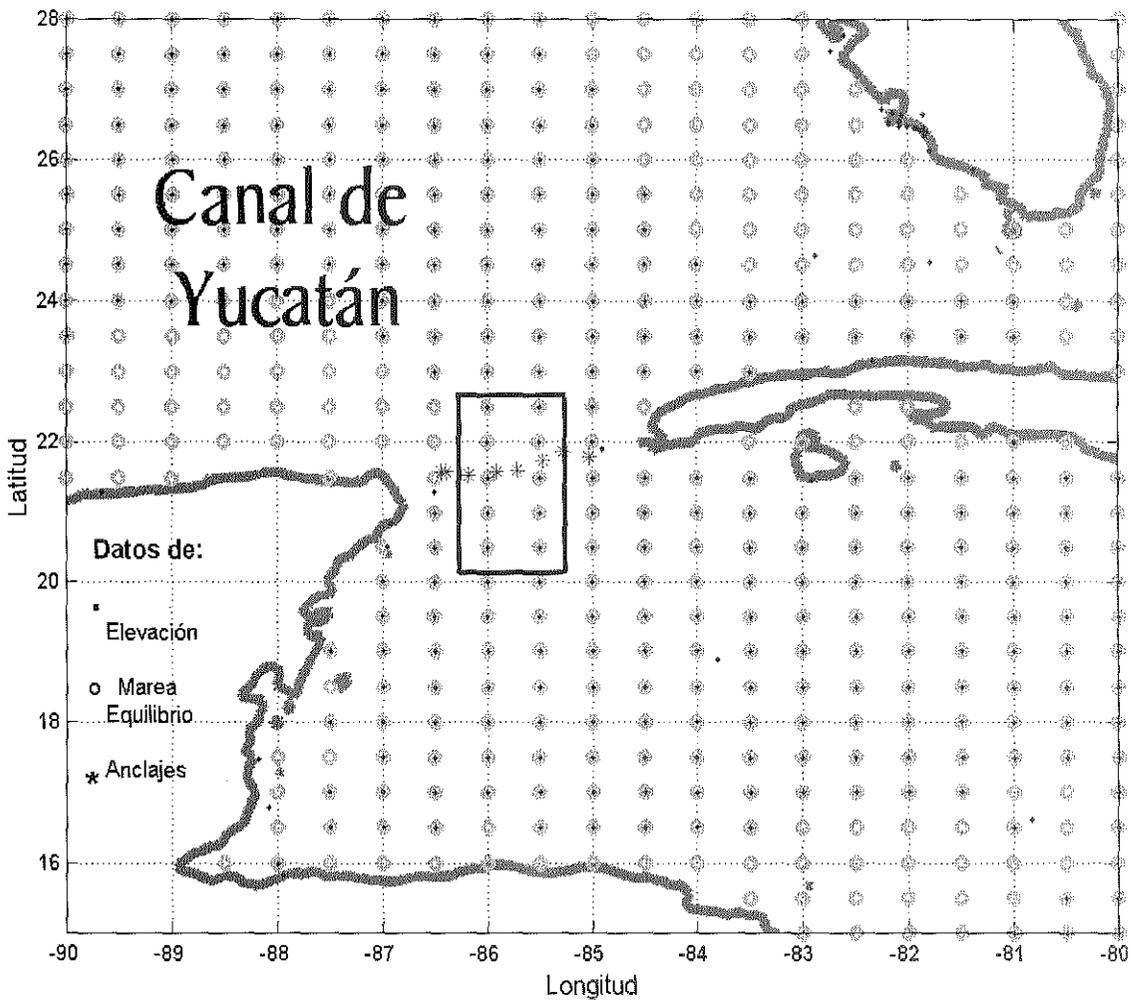


Fig. 31 Mapa con los puntos de ubicación de las constantes armónicas de la elevación ξ_o y de la marea de equilibrio ξ_E .

Aquí consideramos el ajuste de un plano que cubra cierta área del Canal de Yucatán. Por ejemplo, en la figura 31, dicha área está encerrada con un rectángulo.

Consideremos la ecuación

$$\eta = \eta_p + \frac{\partial \eta_1}{\partial x} (x - x_p) + \frac{\partial \eta_2}{\partial y} (y - y_p) , \quad (45)$$

donde el subíndice p indica el promedio. Mediante el método de cuadrados mínimos encontramos los coeficientes $\frac{\partial c\eta, \partial s\eta}{\partial x}$ y $\frac{\partial c\eta, \partial s\eta}{\partial y}$ que mejor describan los valores de η en el área descrita; $c\eta$ y $s\eta$ corresponden a la forma descrita en las ecuaciones (4a) y (4b).

Las contribuciones a los campos $c\eta$ y $s\eta$ para la marea ξ_o se muestran en las figuras 32 y 33, y para la marea de equilibrio ξ_E en las figuras 34 y 35.

Para evaluar los gradientes se toma por separado el campo de elevación del nivel del mar (ξ_o) y de la marea de equilibrio (ξ_E), y a partir de la ecuación (45) se obtienen los gradientes en la dirección x (longitud) y en la dirección y (latitud), para cada uno de los mapas.

Se calcularon los gradientes de varios planos, de diferentes tamaños y posiciones. Los planos grandes cubrían toda la región del Canal desde las costas de México a Cuba, mientras que los pequeños planos apenas cubrieran los puntos circundantes a los anclajes considerados. También se usaron planos recargados al Este o al Oeste, y se compararon las velocidades calculadas mediante la ecuación (44) con los resultados promedios de las distintas regiones (1. Extremo de Yucatán, 2. Centro y 3. Lado de Cuba) consideradas en el capítulo III. Los mejores resultados se obtuvieron al evaluar los gradientes utilizando un plano mediano (mostrado en la figura 30), que cubriera el área de los tres anclajes del centro (Y_2 , Y_3 y Y_4).

En la tabla XIV observamos que los gradientes para la elevación del mar y la marea de equilibrio son del mismo orden para las componentes diurnas, siendo más grandes los gradientes de la marea de equilibrio que los de la elevación en las componentes semidiurnas.

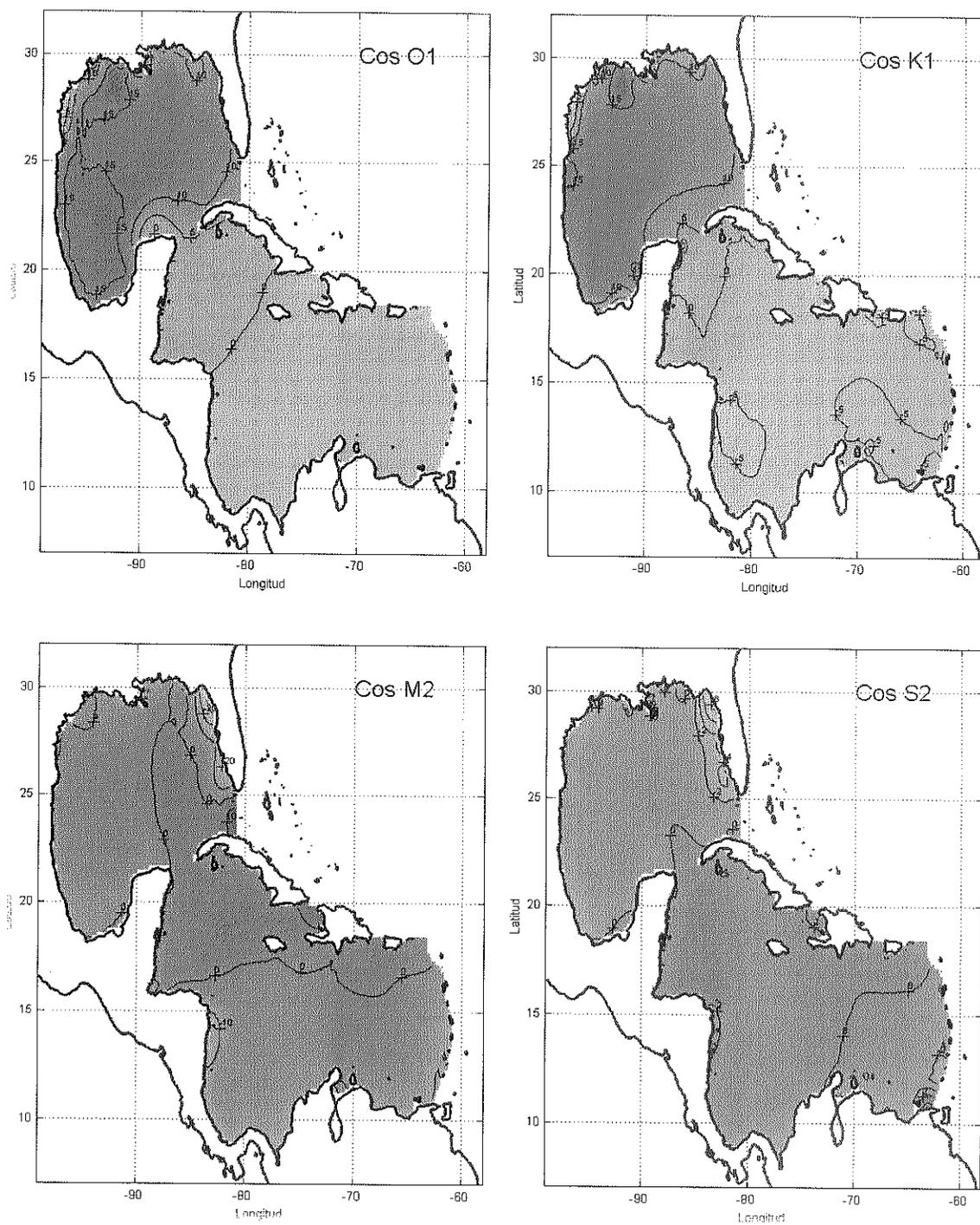


Fig. 32 Estructura de los términos $|\xi_0| \cos(\psi)$, donde $|\xi_0|$ es la amplitud y ψ la fase.

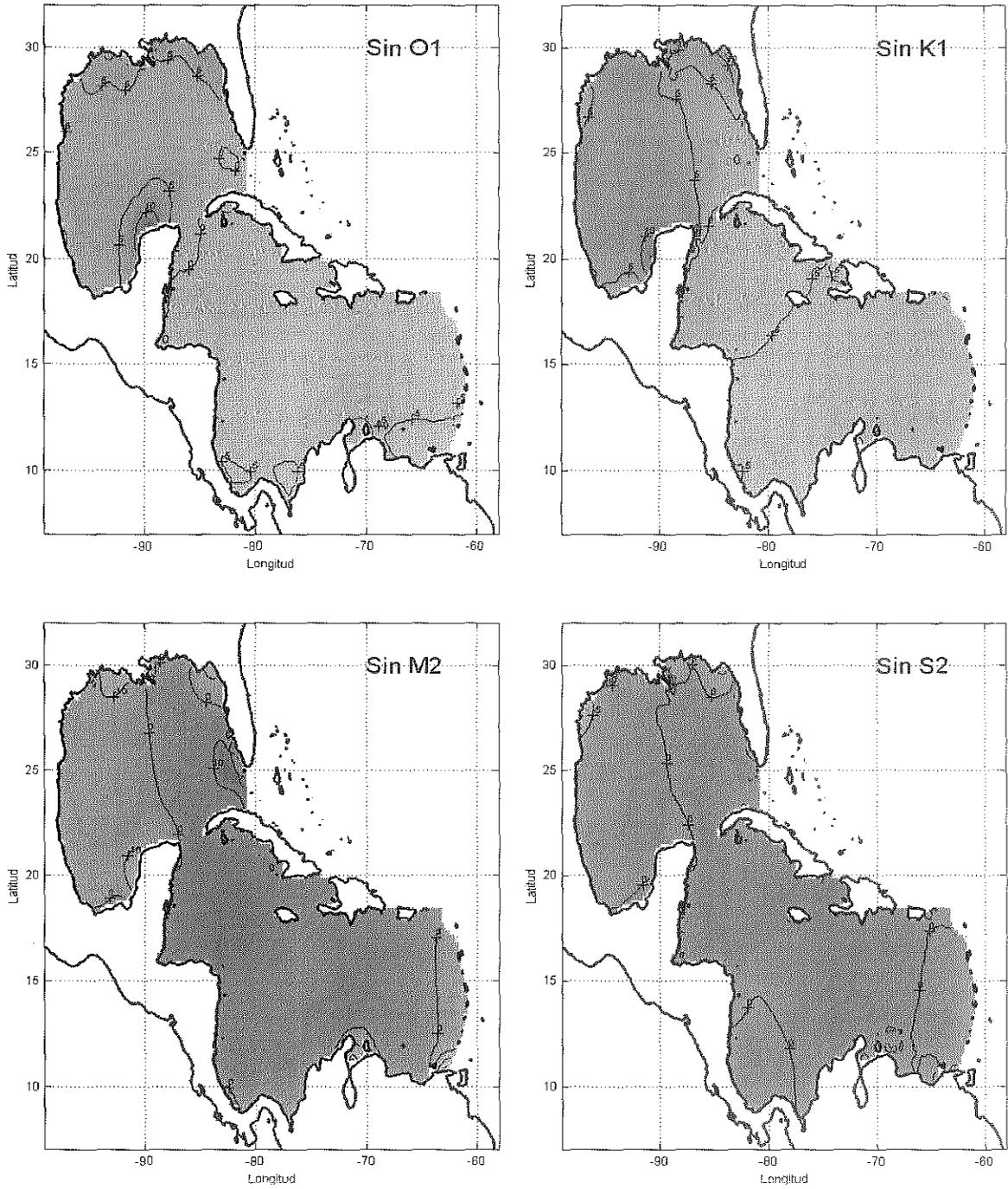


Fig. 33 Estructura de los términos $|\xi_0| \sin(\psi)$, donde $|\xi_0|$ es la amplitud y ψ la fase.

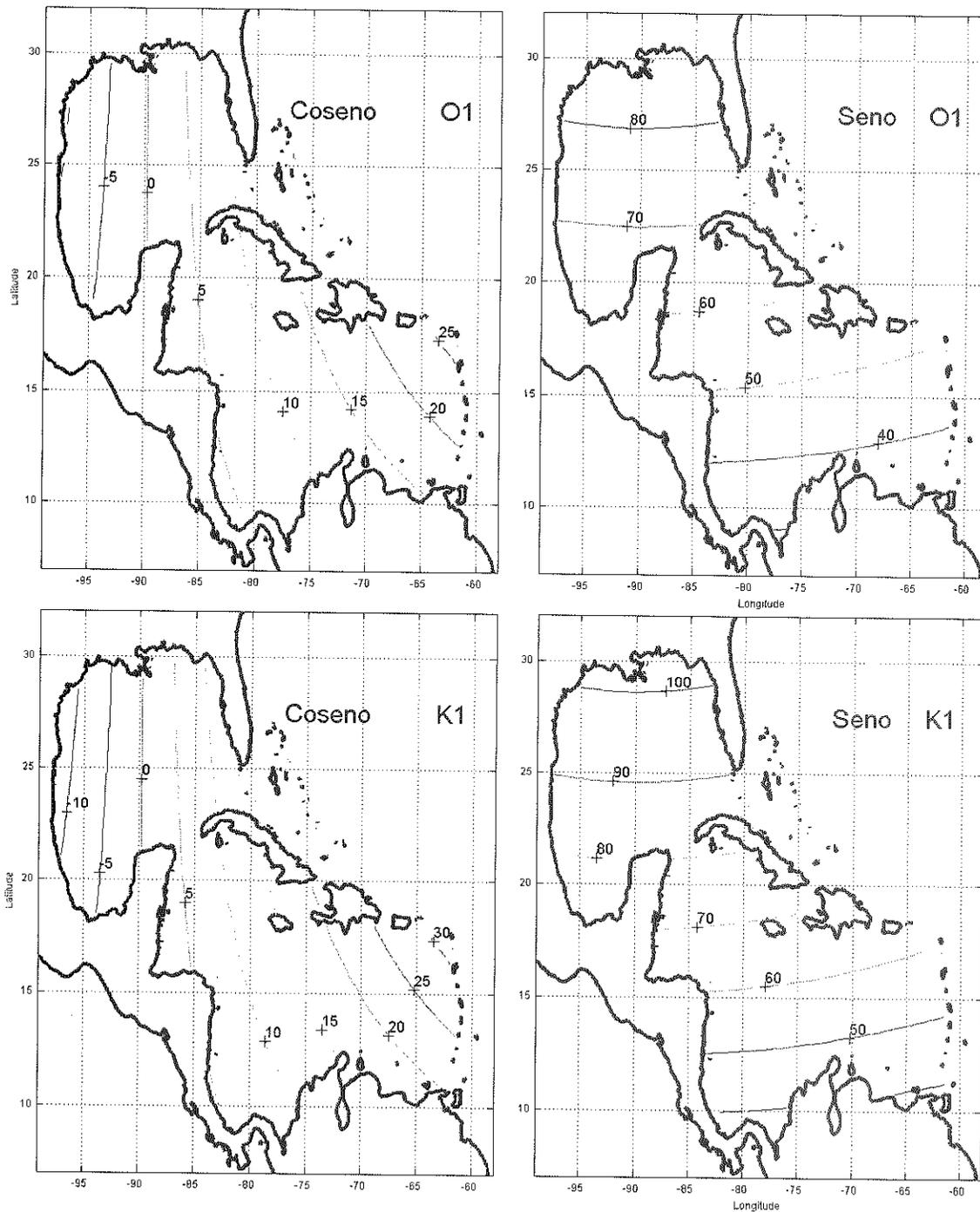


Fig. 34 Mapa de $|\xi_E| \cos(\varphi)$ y $|\xi_E| \sin(\varphi)$ donde $|\xi_E|$ es la amplitud y φ la fase para las componentes diurnas.

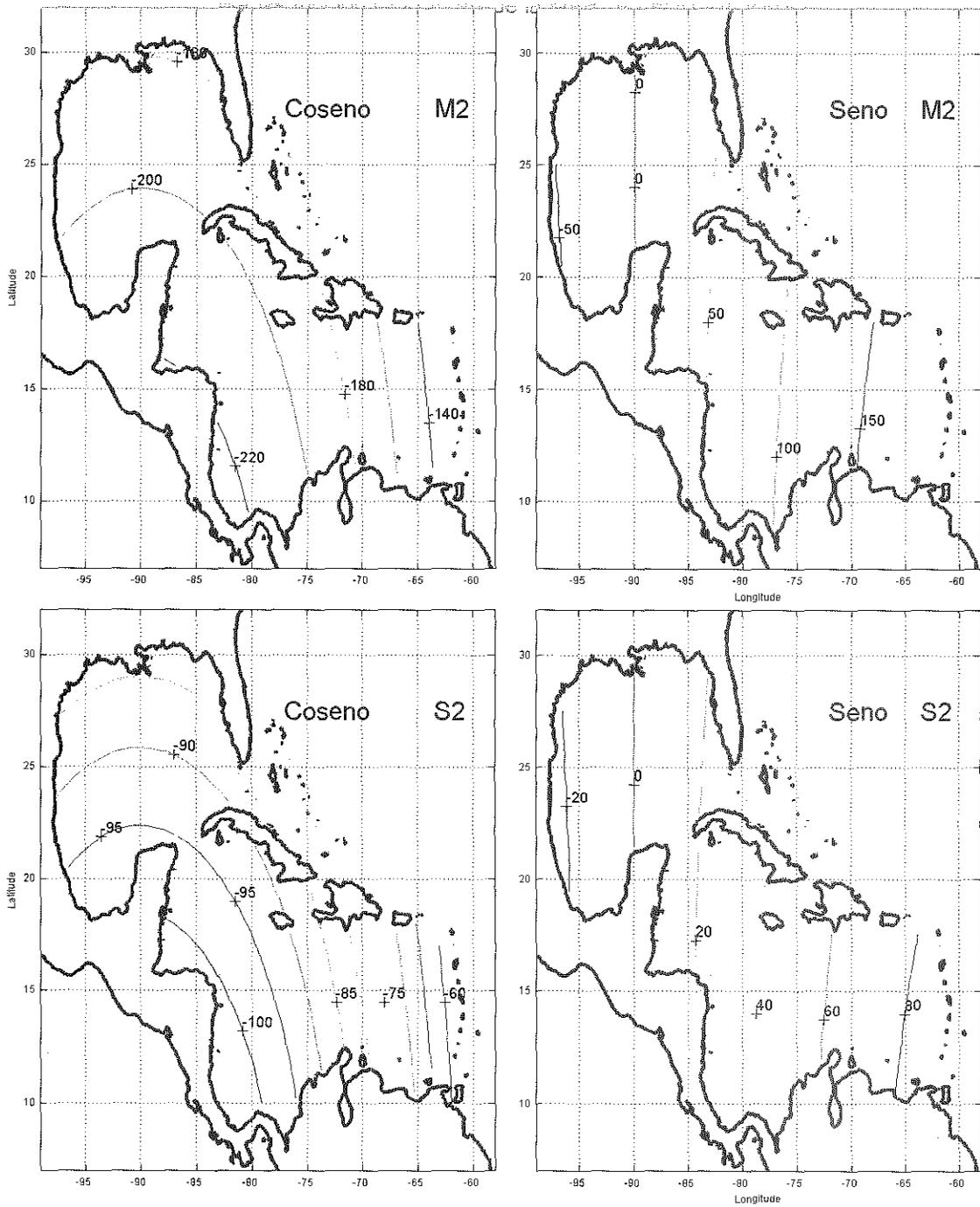


Fig. 35 Mapa de $|\xi_E| \cos(\varphi)$ y $|\xi_E| \sin(\varphi)$, donde $|\xi_E|$ es la amplitud y φ la fase para las componentes semidiurnas.

V.2 Resultados

Tabla XIV. Gradientes de los campos de elevación (ξ_o , ξ_E), divididos todos por 1×10^7 .

	$\frac{\partial \xi_{o1}}{\partial x}$	$\frac{\partial \xi_{o2}}{\partial x}$	$\frac{\partial \xi_{o1}}{\partial y}$	$\frac{\partial \xi_{o2}}{\partial y}$
	$\frac{\partial \xi_{E1}}{\partial x}$	$\frac{\partial \xi_{E2}}{\partial x}$	$\frac{\partial \xi_{E1}}{\partial y}$	$\frac{\partial \xi_{E2}}{\partial y}$
O1	0.164	-1.206	2.091	0.685
	1.151	-0.083	0.159	2.266
K1	0.352	-1.623	2.347	1.174
	1.378	-0.099	0.195	2.712
M2	0.340	0.854	0.019	-0.555
	1.003	6.905	2.568	-0.372
S2	-0.142	0.267	-0.433	0.030
	0.479	3.203	1.191	-0.177

Con esta información, y mediante la ecuación (38) y el sistema de ecuaciones (44) se puede inferir la velocidad asociada a los mapas de elevación, y así obtener los resultados para cada uno de los armónicos.

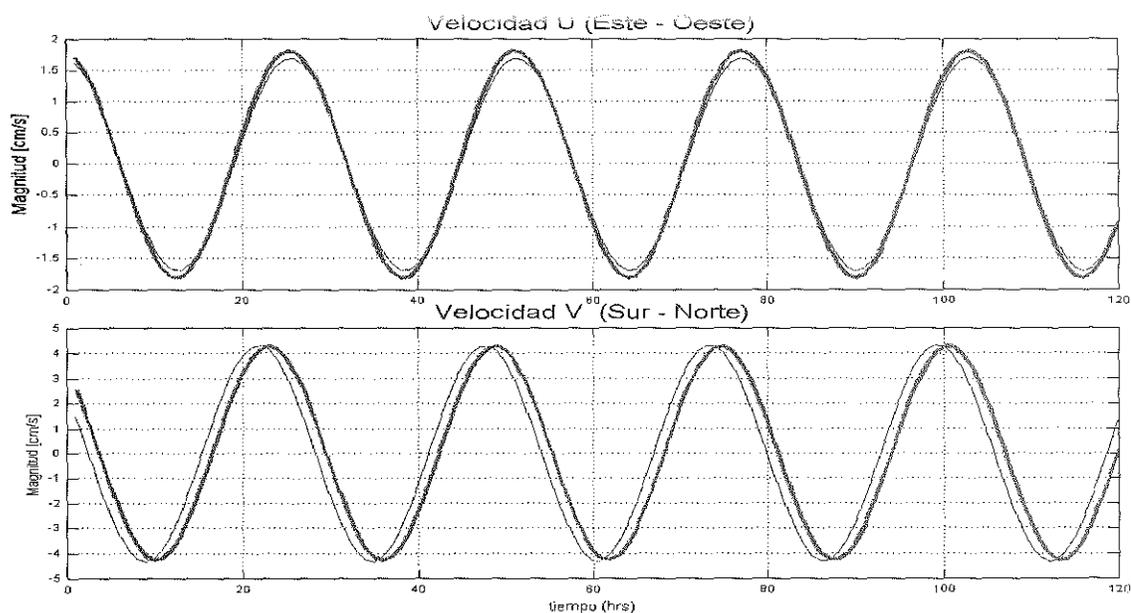


Fig. 36 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) para la componente diurna O_1 de la región centro.

Tabla XV. Velocidades medidas (considerando sólo la capa superficial de 35 m) e inferidas para la región Centro

Medición/ Inferida	Vel. U	Pha U	Vel. V	Pha V	Elev. ξ_0	Elev. ξ_E
O_1	1.8	354	4.3	321	6.4	68.2
	1.6	353	4.3	304		
K_1	2.4	0	4.8	326	5.5	81.4
	0.3	19	3.1	306		
M_2	0.3	12	0.5	274	7.3	206.4
	3.9	88	2.7	46		
S_2	0.1	88	0.3	38	1.9	195.8
	2.0	84	1.6	40		
	[cm/s]	[° G]	[cm/s]	[° G]	[cm]	[cm]

Los resultados de la tabla XV se graficaron y se pueden observar en las figuras 37, 38 y 39. Los mejores resultados se obtuvieron para la componente O_1 , debido a que esta componente es una de las más intensas y mejor determinadas. Se supone que aunque observacionalmente las velocidades de la componente K_1 son intensas y bien determinadas (como es el caso de O_1), el punto anfídromico virtual de la elevación próximo a los puntos de estimación no permite obtener valores razonables, ya que la máxima variación en amplitud y fase se da en esta zona. Para las componentes semidiurnas es muy mala la inferencia, especialmente en magnitud. De las observaciones (capítulo III), sabemos que estas frecuencias no están bien determinadas, debido a que la señal es muy débil; aunque es claro que debe ser una señal pequeña, pues el mapa de amplitud para el GMyMC (ver figura 23 del capítulo IV) es muy uniforme para toda la región, y sólo hay gradientes importantes de la fase sobre la cuenca de Yucatán y la Trinchera del Caimán. Por esta razón, los gradientes de la marea de equilibrio ξ_E son mucho más grandes que los de ξ_0 .

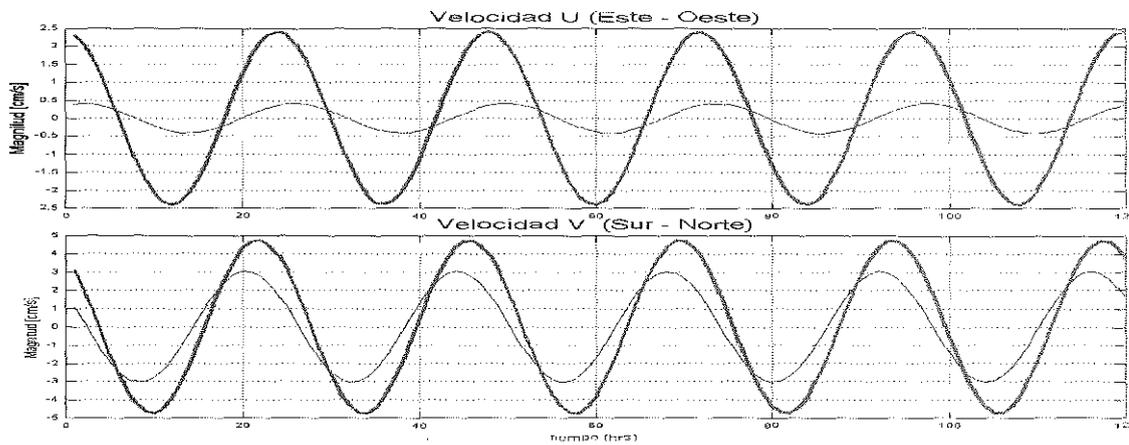


Fig. 37 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa), (región centro) para la componente diurna K_1 de la región centro.

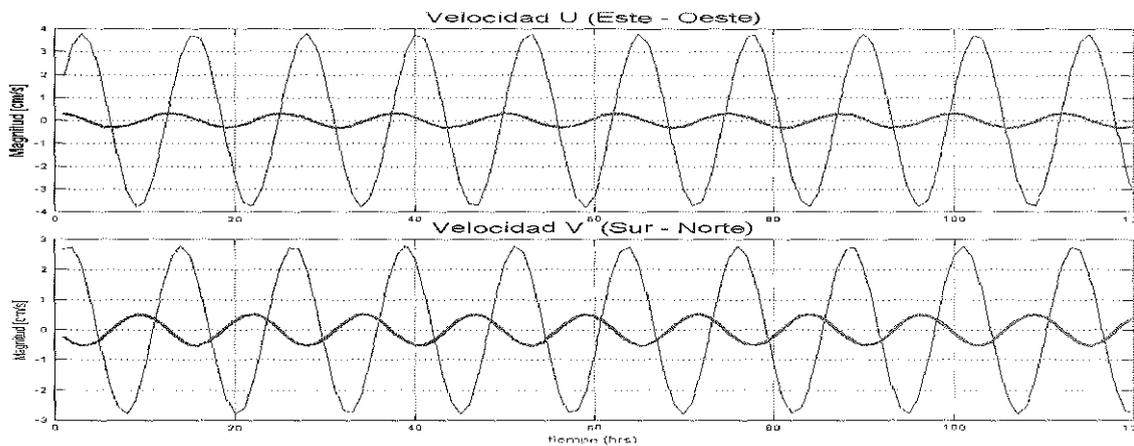


Fig. 38 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) (región centro) para la componente diurna M_2 de la región centro.

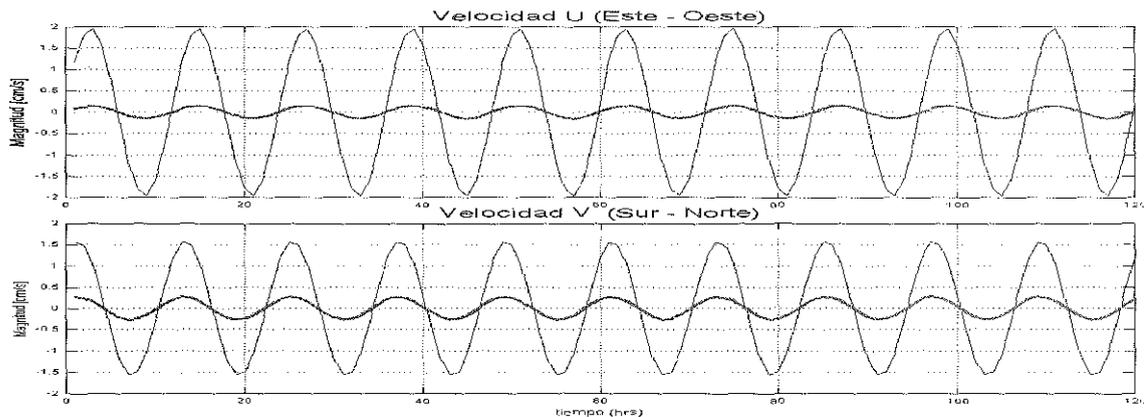


Fig. 39 Velocidad inferida (línea delgada) y velocidades medidas (línea gruesa) para la componente diurna S_2 de la región centro.

Es pertinente hacer notar que una aproximación típica es resolver la marea barotrópica (integrado verticalmente en toda la columna), lo cual no se hace aquí, pues hay mucha estructura en el Canal de Yucatán, por ello se considera sólo la parte superficial.

V.3. Conclusiones.

- ✓ Las velocidades que mejor se infieren son las localizadas en el centro del Canal, por ser más suave en su estructura y estar más alejados de los límites laterales del canal.
- ✓ Las velocidades que mejor se infieren son para la componente O_1 , debido a la estructura de los mapas de elevación para esta componente son homogéneos en el Canal de Yucatán, sin gradientes en la fase de la marea de elevación del mar.
- ✓ La señal de corriente semidiurna no se infiere aceptablemente, probablemente porque las corrientes no están bien determinadas (ver distribución snr en el capítulo III).

VI. Conclusiones generales

- ✓ Se confirma la presencia dominante de la señal diurna en las corrientes de marea.
- ✓ En el plano vertical del Canal de Yucatán las corrientes de marea son más intensas en el lado Cubano, especialmente en el fondo (para todas las componentes analizadas).
- ✓ Las elipses de marea tienden a ser segmentos de recta, orientadas con la topografía del canal (90° - 110° respecto E).
- ✓ Se identifica un punto anfidrómico virtual en la Península de Yucatán para la componente K_1 .
- ✓ Las funciones de Proudman son eficientes para representar la marea.
- ✓ El modo 2 de las funciones de Proudman indica corrientes máximas próximas al Canal y amplitudes mínimas de la elevación, asociado a la señal diurna.
- ✓ Las velocidades que mejor se infieren son las localizadas en la región central del Canal, especialmente para O_1 .

VII. Comentarios finales

El objetivo de la tesis fue caracterizar las corrientes de marea en el Canal de Yucatán, y verificar su consistencia en la aproximación lineal de la dinámica del nivel del mar en el GMyMC.

Dentro de los principales resultados, se tiene que en el Canal de Yucatán las corrientes son máximas para las componentes diurnas (O_1 y K_1) y su amplitud en la elevación del nivel del mar es apenas perceptible, tal vez esto se deba a que existe un punto anfifrómico virtual para la señal diurna cerca del Canal (se observa claro en la componente K_1). Caso contrario a lo que sucede en la señal semidiurna (M_2 y S_2), en donde las amplitudes de las variaciones del nivel del mar son máximas y las corrientes muy débiles, quizás por que los puntos anfifrómicos están muy alejados del Canal, ya que uno de estos, se encuentra en el Golfo de México, al norte de la Península de Yucatán y el otro en la parte Sureste del Mar Caribe.

Al realizar el balance dinámico lineal entre las corrientes de marea y la elevación, sólo se encontró consistencia para la componente O_1 ; las causas probables por las que no se infirieron aceptablemente el resto de las componentes son mencionadas en las discusiones. Sin embargo, es importante saber con precisión por qué la teoría del balance dinámico lineal no fue adecuada y encontrar la forma completa (o quizá correcta) de aplicarla adecuadamente. Posiblemente sea necesario considerar con más rigor las correcciones al campo de la marea de equilibrio, o tomar en cuenta más términos en las ecuaciones.

La intensificación de la señal de marea hacia el Este del Canal, especialmente en la parte profunda, da lugar a la gran pregunta sin resolver; ¿a qué se debe esta intensificación? Tal vez, para resolver esta incógnita, se deberá realizar el cálculo de las mareas internas forzadas por la marea barotrópica, de manera que esos cálculos nos indiquen dónde hacer más mediciones para poder responder esta pregunta.

Literatura Citada

- Cartwright y Edden, 1973 .Geophysic Journal Research Astr Soc., 33, 253-264.
- Clarke A.J. y D.S. Battisti, 1981. The effect of continental shelves on tides. Deep Sea Research, 28A, (7), 665 - 682.
- Davis, R E. 1985. Objctive mapping by least squares fitting. Journal of Geophysical Research, 90, (C3), 4773-4777.
- Dietrich G., 1963, General Oceanography an Introduction, Interscience Publischers. Tercera edición. Berlin, 588 pp.
- Donald, V. H. y R. L. Molinari. 1979. Deep currents in the Yucatan Strait. Journal of Geophysical Research. 84, (C1), 359-362.
- Foreman, M.G. 1978. Manual for tidal currents analysis and prediction. Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay. Sidney, B.C. Pacific Marine Science Report 78-6.
- Gill, A. E., 1982. Atmosphere – Ocean Dynamics. Academic Press, Orland, Florida, 662.
- Godin, G. 1972, The Analysis of Tides, University of Toronto Press, 264.
- Godin, G. 1988. Tides. CICESE, Ensenada, Baja California. Primera edición. 290.
- Grace, S.F. 1932. The principal diurnal constituent of tidal motion in the Gulf of Mexico. Mon. Not. R. Astr. Soc. Geophys. Suppl., 3 (2): 70 – 83.
- Grijalva, N., 1971. The M2 tide in the Gulf of Mexico. Geofis. Int. 2, 103-125.
- Hansen, K. S., 1974. Calculations of modes for the American mediterranean seas. University of Chicago Technical Report No. 26. 71

- Hendershott, M.C. 1977, Numerical Models of Ocean Tides. E.D. Goldberg, M.C. Cave, J.J. O'Brien, J.H. Stede, The Sea, Ideas and Observations on Progress in the Study of the Sea. Edition 1. A Wiley-Interscience Publication. New York Wiley.
- Kjerfve, B, 1981. Tides of the Caribbean Sea, Journal of Geophysical Research, 86, (C5), 4243-4247.
- Kowalik, Z. 1999. Trapped motion around the Pribilof Islands in the Bering Sea. J. Geophysical Research, 104, (C11), 25,667-25,684.
- Marinone S.G. y M.F. Lavín, 1993. Mareas y corrientes residuales en el Golfo de California. Miguel F. Lavín. Monografía No.3 Contribuciones a la Oceanografía en México. UGM. Ensenada, B.C., 113-140.
- Martínez L. B., 1993. Circulación barotrópica y dispersión de contaminantes en el Golfo de México. Tesis de maestría en el CICESE.
- Maul, G.A., D.A. Mayer y S.R. Baig. 1985. Comparisons between a continuous 3-year current meter observation at the sill of the Yucatan Strait, satellite measurements of Gulf Loop current area and regional sea level. Journal of Geophysical Research, 90, (C5). 9089-9096.
- Mofjeld, H. O., y M. Wimbush, 1977. Bottom pressure observations in the Gulf of México and Caribbean Sea, Deep Sea Res., 24, 987-1004.
- Monreal, A. y Salas de León, D., 1985. Barotropic and Baroclinic Modes in the Gulf Mexico. Trabajo presentado en las jornadas sobre estudios en oceanología organizado por el Centro de Oceanografía y el Comité Nacional de Oceanología de Bélgica. Bruselas, Bélgica. Marzo 1985.

- Ray, R. D. 1999. A Global Ocean Tide Model From TOPEX/POSEIDON Altimetry: GOT99.2 Goddard Space Flight, Greenbelt, MD. NASA/TM-1999-209478.
- Sánchez B.V., R.D. Ray y D.E. Cartwright, 1992, A Proudman-function expansion of the M_2 tide in the Mediterranean Sea from satellite altimetry and coastal gauges. *Oceanologica Acta*, 15, (4), 325-337
- Salas de León, D. y A. Monreal, 1997, Mareas y circulación residual en el Golfo de México. Miguel F. Lavín. Monografía No. 3, Contribuciones a la Oceanografía Física en México. UGM, Ensenada, B.C., 201-223.
- Sheinbaum, J., J. Zavala y J. Candela, 1997. Modelación numérica del Golfo de México y Mar Caribe. Monografía No. 3, Contribuciones a la Oceanografía Física en México, UGM, Ensenada, B.C. 243-264.
- The Oceanographic Atlas of the North Atlantic Ocean, Section 1; Tides and Currents, H. M. Publication No. 700 (Washington, DC: U.S. Naval Oceanographic Office, 1968)
- The Open University, 1993, Waves, tides and shallow-water processes, editado en asociación The Open University y Pergamon Press, New York, USA. Reimpresión de la primera edición. 187pp.
- Zahel, W., J. H. Gaviño y U. Seiler, 2000. Balances de energía y momento angular de un modelo global de mareas con asimilación de datos. *GEOS*, 20, (4), 400-413.

Notación

$u(t)$	Serie horaria de la componente de velocidad Este - Oeste.
$v(t)$	Serie horaria de la componente de velocidad Norte - Sur.
$\eta(t)$	Serie horaria de la elevación del mar.
r_η	Serie residuo, diferencia de la serie original menos el ajuste.
O_1, K_1, M_2, S_2	Constituyentes de marea (ver Tabla I)
ω_j	Frecuencia en ciclos/hora de los constituyentes ($j = 1$ a 4 , cada uno respectivamente para O_1 , K_1 , M_2 y S_2).
$(\psi, \varphi, \phi)_j$	Fase de retraso respecto a Greenwich (η , u y v , respectivamente) en $^\circ$.
$(A, U, V)_j$	Amplitud de marea (η , u y v , respectivamente)-Constante armónica- .
M_j	Semieje mayor de la elipse de marea .
m_j	Semieje menor (si $m > 0$ el sentido de rotación es ciclónico).
θ_j	Ángulo de inclinación del M_j respecto al Este, positivo contra las manecillas del reloj.
ϑ_j	Fase con respecto a Greenwich de la elipse de marea.
(α, β)	Longitud y latitud (punto geográfico) ($^\circ E$, $^\circ N$).
η	Profundidad (variable).
T	Longitud de la serie horaria.
$P(t)$	Potencial de marea.
E	Energía Potencial de marea.
Φ	Función de Proudman.

Anexo 1.

RELACION DE SERIES DE DATOS

Anclaje	D1		D2		Y1		Y2		Y3		Y4		Y5		Y6	
Posición [°W, °N]	-86.44	21.58	-86.40	21.58	-86.18	21.53	-85.91	21.59	-85.71	21.60	-85.47	21.73	-85.27	21.86	-85.02	21.80
Datos Bin ADCP	Prof. [m]															
1	-94		1	-250	1	-261	1	-268	1	-143	1	-128	1	-130	1	-252
2	-86		2	-240	2	-253	2	-260	2	-135	2	-120	2	-122	2	-244
3	-78		3	-230	3	-245	3	-252	3	-127	3	-112	3	-114	3	-236
4	-70		4	-220	4	-237	4	-244	4	-119	4	-104	4	-106	4	-228
5	-62		5	-210	5	-229	5	-236	5	-111	5	-96	5	-98	5	-220
6	-54		6	-200	6	-221	6	-228	6	-103	6	-88	6	-90	6	-212
7	-46		7	-190	7	-213	7	-220	7	-95	7	-80	7	-82	7	-204
8	-38		8	-180	8	-205	8	-212	8	-87	8	-72	8	-74	8	-196
9	-30		9	-170	9	-197	9	-204	9	-79	9	-64	9	-66	9	-188
10	-22		10	-160	10	-189	10	-196	10	-71	10	-56	10	-58	10	-180
11	-14		11	-150	11	-181	11	-188	11	-63	11	-48	11	-50	11	-172
			12	-140	12	-173	12	-180	12	-55	12	-40	12	-42	12	-164
			13	-130	13	-165	13	-172	13	-47	13	-32	13	-34	13	-156
			14	-120	14	-157	14	-164	14	-39	14	-24	14	-26	14	-148
			15	-110	15	-149	15	-156	15	-31					15	-140
			16	-100	16	-141	16	-148							16	-132
			17	-90	17	-133	17	-140							17	-124
			18	-80	18	-125	18	-132							18	-116
			19	-70	19	-117	19	-124							19	-108
			20	-60	20	-109	20	-116							20	-100
			21	-50	21	-101	21	-108							21	-92
			22	-40	22	-93	22	-100							22	-84
			23	-30	23	-85	23	-92							23	-76
					24	-77	24	-84							24	-68
					25	-69	25	-76							25	-60
					26	-61	26	-68							26	-52
					27	-53	27	-60							27	-44
					28	-45	28	-52							28	-36
					29	-37	29	-44							29	-28
					30	-29	30	-36								
					31	-28	31	-28								
Aandera	1	-120			1	-560	1	-291	1	-229	1	-234	1	-793	1	-380
					2	-803	2	-644	2	-331	2	-336	2	-935	2	-583
					3	-1246	3	-817	3	-695	3	-680	3	-1248		
					4	-1409	4	-1241	4	-847	4	-852	4	-1531		
							5	-1644	5	-1251	5	-1236				
							6	-1937	6	-1654	6	-1659				
							7	-2067	7	-2067						
Total de Bin's		11		23		30		31		15		14		14		29
Total Aandera		1		0		4		6		7		6		4		2
Total Anclaje		<u>12</u>		<u>23</u>		<u>34</u>		<u>37</u>		<u>22</u>		<u>20</u>		<u>18</u>		<u>31</u>
Total	197															

Anexo 2

Las mareas

Newton en el siglo XVII fue el primero en hacer una ilustración satisfactoria del fenómeno de mareas, incluyendo las oscilaciones de período semidiurno. Las mareas se originan por la diferencia entre la fuerza de gravedad (F_g) de la Luna (o el Sol) y la fuerza centrífuga (F_c) en un punto sobre la Tierra. La fuerza resultante (F_r) de la suma vectorial entre las fuerzas ya mencionadas se le llama *fuerza generadora de marea*. Ver figura 40.

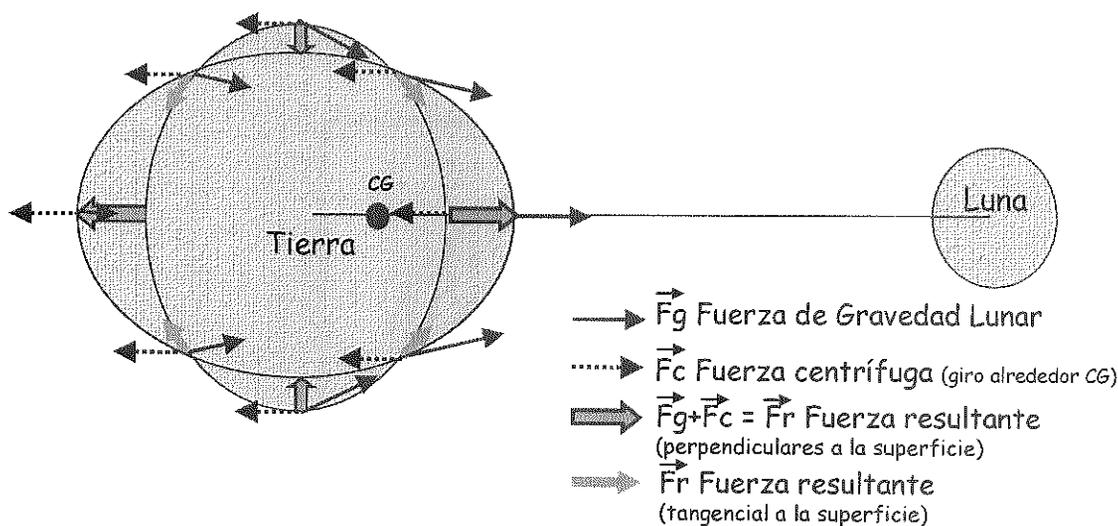


Fig. 40 Esquema de la fuerza generadora de marea (fuerza resultante).

La fuerza de gravedad de la Luna (o el Sol) depende de la distancia del satélite a un punto sobre la Tierra. Por esta razón la magnitud en todos los puntos terrestres no es la misma, siendo mayor en los puntos más cercanos a la Luna (recordando que la F_g es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación). Por otro lado, la *fuerza centrífuga* que sufre el sistema Tierra-Luna al girar respecto a su centro de gravedad CG (con período de 27.3 días) es constante en todos los puntos de la Tierra, pues gira alrededor de CG sin rotar y siempre muestra caras distintas al CG ; por ello todos los puntos de la Tierra trazan un giro de idéntico radio en torno al citado centro de gravedad.

Cada punto tiene la misma velocidad angular ($2\pi/27.3$ días) y radio. Esto nos lleva a que todos los puntos sobre la Tierra experimentan la misma aceleración.

Anteriormente se mencionó que la fuerza centrífuga es la misma para cualquier punto sobre la Tierra, no así la fuerza gravitacional, la cual varía en cada punto. Esto ocasiona que la fuerza generadora de marea varíe en intensidad y dirección sobre la superficie terrestre. Dado que la componente vertical máxima de la F_r es muy pequeña comparada con la gravedad terrestre (9×10^6 veces menor), su efecto en el océano puede ser considerado nulo, de tal manera que la componente horizontal es la que da origen a las corrientes de marea, provocando así las variaciones en el nivel del mar (ver figura 41).

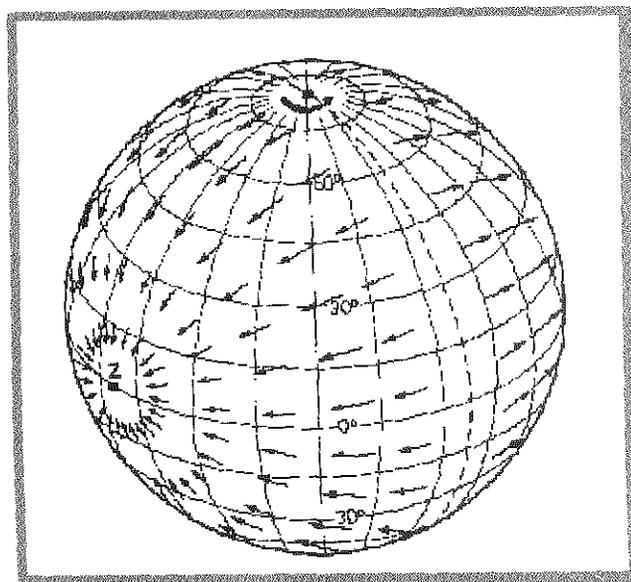


Fig. 41 Componente tangencial de la F_r a la superficie de la Tierra.

Si suponemos una Tierra sin continentes, la F_r deformaría la masa de agua, dándole la forma de un elipsoide alineado con el eje del sistema Tierra-Luna. Al girar nuestro planeta sobre si mismo, un observador situado en la superficie terrestre pasaría por dos máximos, asociados a los extremos del elipsoide, y por dos mínimos, de forma que observaría una marea semidiurna. Esta oscilación de un océano sin límite es la *marea de*

equilibrio. La combinación de los elipsoides generados por la Luna y el Sol es la responsable del ciclo de mareas vivas y muertas (figura 42).

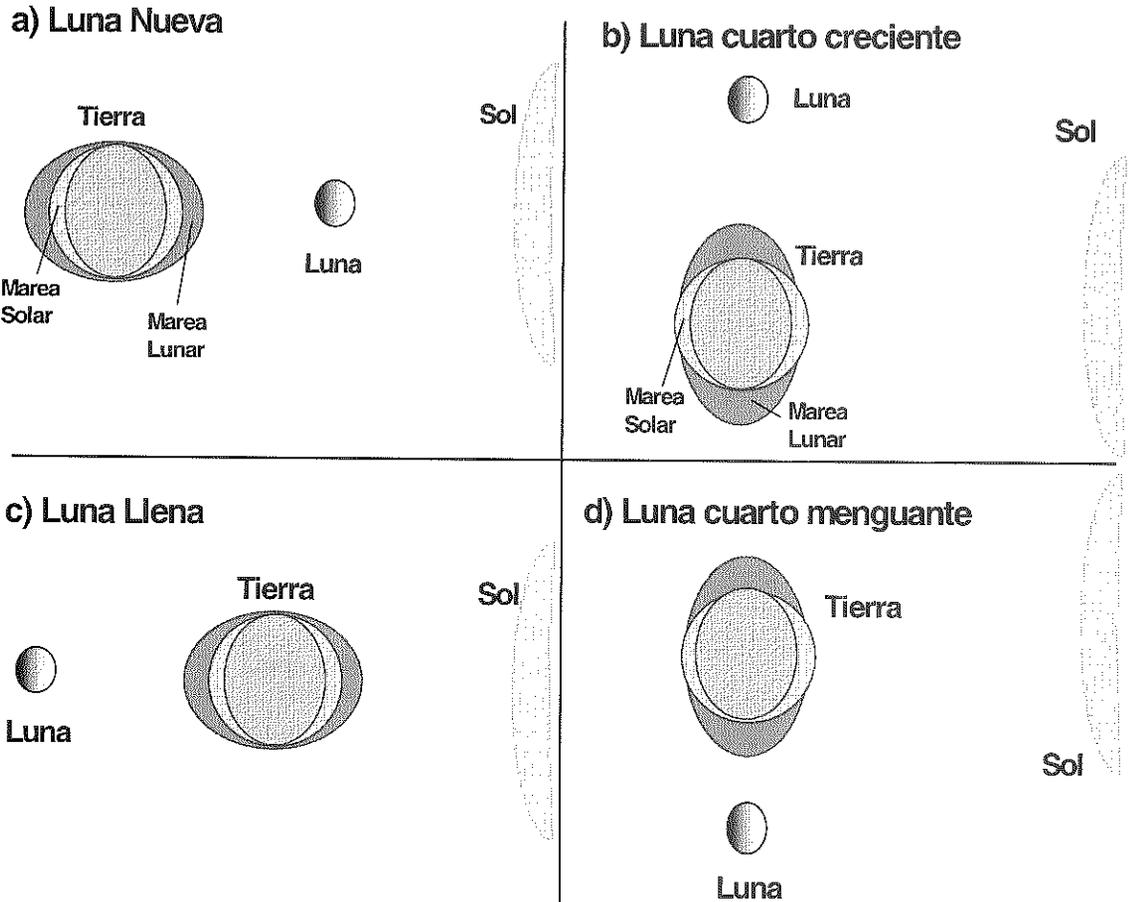


Fig. 42 Formación del ciclo de mareas vivas (incisos a) y c)) y mareas muertas (incisos b) y d)) a partir de la combinación de las mareas de equilibrio del Sol y la Luna. Durante las mareas vivas los elipsoides se encuentran alineados, generando una marea alta igual a la suma de los máximos.

La distancia del Sol a la Tierra es mayor que la distancia entre la Luna y la Tierra, lo cual hace que la fuerza gravitacional del Sol (y por tanto su fuerza generadora de marea) es de alrededor del 46% de la Fr de la Luna. Otros cuerpos celestiales no ejercen una fuerza de marea significativa.

Si la órbita de la Luna y la Tierra en torno a su centro de masas común fuese circular y su plano coincidiera con el del ecuador de la Tierra, las oscilaciones se podrían describir en función de un único componente armónico, denominado M_2 , de período 12 horas y 25 minutos. En el caso de incluir al Sol girando en el mismo plano, se genera el armónico S_2 , con un período asociado de 12 hrs., ver figura 43.

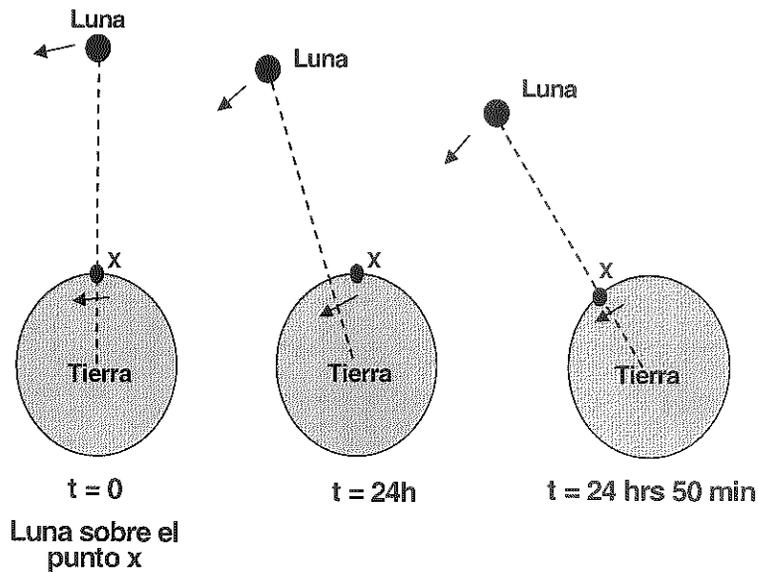


Fig. 43 Relación entre un día solar de 24 horas y un día lunar de 24 horas con 50 minutos, como se observa con un punto sobre el Polo Norte.

El hecho de que el plano de rotación de la Luna y el ecuador de la Tierra no coincidan provoca que los dos máximos por los que atraviesa un punto de la superficie no sean idénticos, generando una desigualdad diurna. Podemos imaginar que existe un astro virtual que origina esta perturbación, y es el origen de un armónico diurno, como el K_1 , con período de 24 hrs. Al existir multitud de variables que influyen en la forma del elipsoide y que sufren cambios continuos, como la distancia de la Tierra al Sol o la Luna, se necesitan una gran cantidad de armónicos (y por lo tanto de cuerpos celestes virtuales) para explicar la oscilación periódica del nivel de mar denominada marea.

La línea que pasa por los centros de la Tierra y la Luna fluctúa cíclicamente respecto al plano del ecuador con un ángulo máximo de 28° en un período de 27.2 días a

este ángulo se le denomina *declinación de la Luna*. Cuando la Luna tiene un ángulo de inclinación muy grande, también lo tiene el plano de los dos bultos de marea. A una determinada latitud, un bulto es mayor que el otro, particularmente en latitudes medias (trópicos). Por lo tanto, la altura alcanzada por una marea semidiurna (i.e. dos veces por día) mostrará una desigualdad diurna (i.e. una diaria).

En la máxima declinación de la Luna (28°) sobre uno de los Trópicos (latitud de 23°) ocurre la más grande variación diurna. A este tipo de marea se le llama *marea del trópico*. En forma análoga, cuando ocurre el mínimo (cero) de la declinación (la Luna se encuentra alineada con el ecuador), no hay variaciones diurnas y la marea es llamada *marea ecuatorial* (ver figura 44).

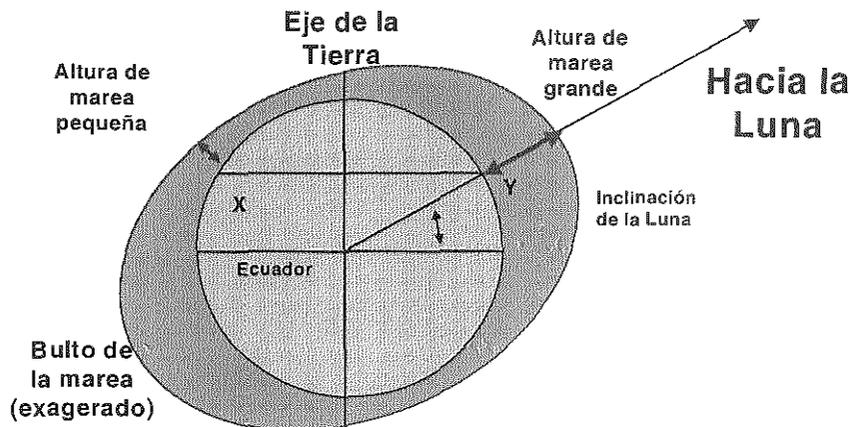


Fig. 44 Desigualdades de la marea en latitudes medias, debida a la inclinación de la línea que comunica con el centro de la Luna.

Para mayores detalles, se puede examinar el capítulo II del libro *Waves, tides and shallow-water processes* editado por The Open University (1993).