

La investigación reportada en esta tesis es parte de los programas de investigación del CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California).

La investigación fue financiada por el CONAHCYT (Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías).

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México). El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo o titular de los Derechos de Autor.

CICESE © 2024, Todos los Derechos Reservados, CICESE

# Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California



---

## Doctorado en Ciencias en Oceanografía Física

---

### Análisis del efecto del oleaje en la medición y dinámica de las corrientes superficiales del océano

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Doctor en Ciencias

Presenta:

**Carlos Francisco Herrera Vázquez**

Ensenada, Baja California, México

2024

Tesis defendida por

**Carlos Francisco Herrera Vázquez**

y aprobada por el siguiente Comité

---

Dr. Nicolas Gilles Rasclé

Codirector de tesis

---

Dr. José Pedro Osuna Cañedo

Codirector de tesis

Dr Julio Sheinbaum Pardo

Dr. Luis Zavala Sansón

Dr. Héctor García Nava



---

Dra. María Tereza Cavazos Pérez

Coordinadora del Posgrado en Oceanografía Física

---

Dra. Ana Denise Re Araujo

Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Carlos Francisco Herrera Vázquez como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Oceanografía Física.

### **Análisis del efecto del oleaje en la medición y dinámica de las corrientes superficiales del océano**

Resumen aprobado por:

---

Dr. Nicolas Gilles Rasclé

Codirector de tesis

---

Dr. José Pedro Osuna Cañedo

Codirector de tesis

Este estudio considera el efecto del oleaje en la dinámica de las corrientes superficiales del océano y su objetivo principal es esclarecer el efecto del oleaje en la medición de corrientes superficiales realizadas por un corrientómetro instalado en una boya cuya posición responde a la presencia del oleaje. Para esto se realizó un análisis teórico utilizando un modelo simplificado y se exploraron condiciones tanto ideales como realistas de medición, considerando la posición de la boya y el estado del mar. El análisis reveló que el movimiento inducido por las olas genera un muestreo no uniforme del campo de corriente cercano a la superficie, produciendo diferencias o “errores” en la estimación del promedio temporal de las mediciones de las corrientes. Los resultados considerando las velocidades orbitales producidas por el oleaje y una corriente horizontal uniforme con corte vertical tipo Ekman, mostraron que el error está relacionado con el desarrollo del oleaje, la magnitud de las velocidades cercanas a la superficie y el movimiento del sensor. Específicamente, la presencia del oleaje induce errores significativos en las mediciones de corrientes, especialmente en profundidades por debajo del valle de las olas y por encima de la profundidad e–folding de la deriva de Stokes, la cual corresponde a la profundidad hasta donde el efecto del oleaje es importante. La magnitud de este error depende principalmente del movimiento inducido por las olas en la boya. Considerando que sólo las olas de baja frecuencia son importantes y están limitadas por la frecuencia máxima del tercer momento del espectro (i.e., el espectro de la deriva de Stokes) el análisis identificó que el efecto de los movimientos inducidos por el oleaje en la estimación de la corriente superficial promedio puede separarse en tres rangos con respecto a la frecuencia: promedio euleriano, promedio que sigue las olas y un caso intermedio que denominamos “promedio ondulante”, que no es ni euleriano ni lagrangiano. Las condiciones idealizadas del movimiento de la boya demostraron que las corrientes medidas presentarían un error significativo hasta 10 metros de profundidad, reflejando un error relativo promedio de aproximadamente  $-50\%$  al  $-20\%$ , lo cual indica que las mediciones capturan entre el  $50\%$  y el  $80\%$  de la deriva de Stokes. A pesar de que la frecuencia de corte se confirmó como una aproximación válida para evaluar el error de medición de las corrientes superficiales causado por los movimientos del oleaje en la boya, se resaltó la importancia de considerar condiciones de movimiento realistas en el análisis. En conjunto, este trabajo proporciona información esencial para interpretar las mediciones in–situ de corrientes superficiales, estableciendo una metodología para estimar el error en la medición de corrientes superficiales efectuadas por boyas en movimiento, lo que permitirá mejorar los cálculos realizados con este tipo de observaciones.

**Palabras clave:** Oleaje, Sesgo en la medición de corrientes, Deriva de Stokes, Mediciones con boyas, Corrientes superficiales, Corriente de Ekman

Abstract of the thesis presented by Carlos Francisco Herrera Vázquez as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Physical Oceanography.

**Analysis of the impact of waves on the measurement and the dynamics of ocean surface currents.**

Abstract approved by:

---

PhD. Nicolas Gilles Rascle

Thesis Co-Director

---

PhD. José Pedro Osuna Cañedo

Thesis Co-Director

This study considers the effect of waves on the dynamics of ocean surface currents, and its main objective is to clarify the impact of waves on the measurement of surface currents made by a current meter installed on a buoy whose position responds to the presence of waves. For this purpose, a theoretical analysis was performed using a simplified model, exploring both ideal and realistic measurement conditions were explored, considering the position of the buoy and the sea state. The analysis revealed that wave-induced motion generates a non-uniform sampling of the near-surface current field, producing differences or *errors* in estimating the time-averaged current measurements. Results considering wave-produced orbital velocities and a uniform horizontal current with Ekman-type vertical shear showed that the error is related to the development of the wave, the magnitude of the near-surface velocities, and the movement of the sensor. Specifically, waves induce significant errors in current measurements, especially at depths below the wave valley and above the e-folding depth of the Stokes drift, corresponding to the depth to which the wave effect is significant. The magnitude of this error depends mainly on the wave-induced motion at the buoy. Considering that only low-frequency waves are important and are limited by the maximum frequency of the third moment of the spectrum (i.e., the Stokes drift spectrum), the analysis identified that the effect of wave-induced motions on the average surface current estimate can be separated into three ranges with respect to frequency: Eulerian averaging, wave following averaging and an intermediate case that we call "wavelet averaging" which is neither Eulerian nor Lagrangian. Idealized buoy motion conditions showed that the measured currents would exhibit significant error down to 10 m depth, reflecting an average relative error of approximately  $-50\%$  to  $-20\%$  indicating that the measurements capture between  $50\%$  and  $80\%$  of Stokes drift. Although the cutoff frequency was confirmed as a valid approximation for assessing surface current measurement error caused by wave motions at the buoy, the importance of considering realistic motion conditions in the analysis was highlighted. Overall, this work provides essential information for interpreting in-situ measurements of surface currents, establishing a methodology for estimating the measurement error of surface currents by moving buoys, which will improve the calculations made with this type of observation.

**Keywords: Wave, Wave-bias, Stokes-drift, Buoy measurements, Surface-current, Ekman-current**

## **Dedicatoria**

**A mi familia y amigos, que siempre han creído en mí**

## Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, gracias por brindarme el apoyo en el desarrollo de esta tesis. También, al Departamento de Oceanografía Física y sus investigadores y técnicos, quienes con dedicación y vocación comparten su conocimiento para que podamos ser mejores estudiantes y personas.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), agradezco el respaldo económico para realizar mis estudios de doctorado mediante la beca No. 610869.

A mis directores de tesis, Nicolás Rascle y Pedro Osuna, les agradezco su paciencia, amistad y apoyo. Fue un camino largo y complicado, pero siempre me brindaron los comentarios y consejos necesarios para mejorar.

A los miembros del comité de tesis, el Dr. Luis Zavala Sansón, Dr. Julio Sheinbaum Pardo, y Dr. Héctor García Nava, por sus atinados comentarios y su apoyo en los avances y desarrollo de la tesis.

A Paco Ocampo, quien desempeñó un papel importante en el desarrollo de este trabajo, le agradezco su amistad y apoyo. Especialmente, quiero expresar mi gratitud por haberme introducido y enseñado sobre el mundo del oleaje durante la maestría, lo cual se volvió fundamental en mi formación académica a lo largo de los años.

Al grupo de oleaje y sus integrantes, tanto actuales como pasados, agradezco por ser una parte importante de la familia que creé en el CICESE. Ha sido un placer crecer académicamente a su lado.

A mis compañeros del posgrado, en particular aquellos con quienes he formado amistades que trascienden más allá del CICESE.

A mis amigos del grupo ciclista "Los Pedales", quienes me han acompañado en muchas aventuras a lo largo de estos años.

A Lupita Pacheco y Amaranta Ruíz, agradezco su amistad y apoyo en los trámites administrativos. Son excelentes profesionales y un ejemplo de cómo llevar a cabo las cosas correctamente. También, mi agradecimiento se extiende a los demás miembros administrativos que me han respaldado durante este proceso, así como al personal intendente y de seguridad, y al parque vehicular, quienes con su trabajo facilitan nuestra estancia en el CICESE.

Quiero expresar mi agradecimiento por el apoyo y la disponibilidad de los datos de la BOMM por parte del proyecto CIGoM (SENER-CONACYT No. 201441).

# Tabla de contenido

	Página
Resumen en español .....	ii
Resumen en inglés .....	iii
Dedicatoria .....	iv
Agradecimientos .....	v
Lista de figuras .....	ix
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	
1.1. Antecedentes .....	2
1.1.1. Estimación del error en las corrientes superficiales medidas en presencia del oleaje .....	3
1.1.2. Medición del perfil vertical de las corrientes superficiales ante la presencia de oleaje .....	8
1.1.3. Efecto del oleaje en las corrientes de Ekman .....	10
1.1.4. Incorporación del efecto del oleaje en los modelos numéricos .....	12
1.1.4.1. Efecto del oleaje en las corrientes y la mezcla superficial .....	13
1.2. Objetivos .....	14
1.2.1. Objetivo general .....	14
1.2.2. Objetivos específicos .....	15
<b>Capítulo 2. Estimación del error en la medición de corrientes por boyas en movimiento</b>	
2.1. Introducción .....	17
2.2. Métodos .....	19
2.2.1. Corriente promedio euleriana, cuasi-euleriana y ondulante .....	19
2.2.2. Análisis teórico del sesgo en la medición de corrientes en el caso de una onda monocromática .....	22
2.2.3. Desplazamientos verticales .....	22
2.2.3.1. Desplazamientos verticales y horizontales .....	25
2.2.4. Interpretación física: caso A - velocidades orbitales del oleaje .....	28
2.2.5. Interpretación física: Caso B: corriente permanente con corte vertical .....	32
2.2.6. Modelo del campo de velocidad .....	33
2.2.6.1. Espectro del oleaje en desarrollo .....	33
2.2.6.2. Estimación espectral de la deriva de Stokes .....	34
2.2.6.3. Campo de velocidades orbitales: modelo de fase aleatoria a partir de un espectro realista de oleaje en desarrollo .....	35
2.2.6.4. Campo de corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman .....	37
2.2.6.5. Respuesta de la boya al movimiento inducido por el oleaje .....	38
2.3. Resultados: Perfiles promedio de velocidad .....	39
2.3.1. Promedio en el tiempo del campo de velocidades orbitales del oleaje .....	39
2.3.2. Promedio temporal del campo de corriente permanente y con un perfil vertical del tipo Ekman .....	41
2.3.3. Promedio temporal del campo de velocidad total .....	42

2.4.	Discusión: error en el promedio de la medición de la corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman . . . . .	42
2.4.1.	Error como función del estado del mar . . . . .	43
2.4.2.	Error en función del tipo del movimiento de la boya o línea de anclaje . . . . .	43
2.4.3.	Cuantificación del error . . . . .	45
2.5.	Conclusiones . . . . .	48

### **Capítulo 3. Estimación del error en la medición de corrientes con sensores instalados en una boya en movimiento a partir de mediciones in-situ**

3.1.	Determinación del estado del mar a partir de mediciones realizadas con la BOMM . . . . .	51
3.1.1.	Caracterización del movimiento de una boya . . . . .	51
3.1.1.1.	Orientación . . . . .	52
3.1.1.2.	Posición . . . . .	53
3.1.2.	Estimación del espectro del oleaje . . . . .	53
3.1.2.1.	Sensores y variables . . . . .	54
3.1.3.	Espectros de oleaje y del movimiento . . . . .	56
3.2.	Resultados: Estimación del campo de corrientes y deriva de Stokes . . . . .	59
3.2.1.	Deriva de Stokes . . . . .	60
3.2.2.	Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje . . . . .	60
3.2.2.1.	Condiciones idealizadas del movimiento de una boya . . . . .	61
3.2.2.2.	Condiciones del movimiento observadas en la BOMM . . . . .	63
3.2.3.	Conclusiones . . . . .	66

### **Capítulo 4. Conclusiones**

4.1.	Perspectivas . . . . .	69
------	------------------------	----

<b>Literatura citada</b>	. . . . .	<b>71</b>
--------------------------	-----------	-----------

# Lista de figuras

Figura	Página
1. Definición de los símbolos utilizados en el texto. $V_x$ , $V_z$ representan las componentes horizontales y verticales de $V$ , la velocidad de las partículas de agua, $V'_x$ , $V'_z$ representan las componentes horizontales y verticales de $V'$ , la velocidad del correntómetro. Se considera que el correntómetro está en el punto A. Esquema tomado de Collar et al. (1983) . . . . .	6
2. Perfil vertical de corriente superficial obtenido a partir de observaciones. Las magnitudes de las corrientes presentadas en los paneles corresponden a distintas profundidades: (a) hasta 10 m, (b) hasta 1 m, (c) hasta 0.05 m. Tomado de Laxague et al. (2018). . . . .	9
3. Balance entre la difusión y disipación de energía cinética turbulenta. Los colores representan la escala de rugosidad en la superficie; se indica la profundidad de la capa donde tiene un efecto importante el oleaje (wave-enhanced layer), y donde domina la producción por corte (shear layer). Para la Figura se utilizaron los valores presentados en el trabajo de Craig & Banner (1994), donde: $u = 9[m/s]$ , $u_* = 0.011[m/s]$ , $\alpha = 100$ , $B = 16.6$ , $S_q = 0.2$ y $S_m = 0.39$ . . . . .	11
4. Representación esquemática de (a) el campo de velocidades orbitales $\mathbf{u}^w(\mathbf{x}, t)$ y la corriente permanente $U(\mathbf{x}, t)$ en presencia de olas $\eta(\mathbf{x}, t)$ , y sus respectivos promedios temporales $M^w$ y $\langle U \rangle$ bajo una descripción (b) euleriana y (c) lagrangiana. El eje vertical en cada figura está indicado hasta una profundidad $z = -\lambda/2$ (con $\lambda$ siendo la longitud de onda). . . . .	19
5. Perfiles verticales del promedio temporal del campo de la componente horizontal de la velocidad orbital del oleaje que se han generado mediante el modelo descrito en la sección 2.2.6, teniendo en cuenta diversos movimientos de un correntómetro instalado en una boya o línea de anclaje. La línea negra muestra el resultado obtenido al realizar un promedio euleriano (sensor sin movimiento). La línea roja corresponde a la medición que se obtendría con un correntómetro instalado en una boya, donde el oleaje induce únicamente desplazamientos verticales. La línea azul representa el perfil de la deriva de Stokes, obtenido al considerar que el oleaje induce desplazamientos horizontales y verticales en un correntómetro instalado en una boya. . . . .	21
6. Casos A1 a A5 correspondientes a los diferentes análisis aplicados a una onda monocromática. La línea negra representa la trayectoria descrita por un correntómetro para una profundidad dada, representada por el eje izquierdo (negro). La línea cian con círculos azules y la línea roja con triángulos rojos representan el campo promedio de velocidad (en m/s) correspondiente a la solución analítica y solución numérica que se obtiene a partir del modelo numérico presentado en la sección 2.2.6, respectivamente. Ambas líneas están referidas al eje derecho (rojo) y se superponen porque son idénticas. La región sombreada indica profundidades por encima de las crestas de las olas. En todos los casos, se considera una amplitud de ola de 1.5 metros y un período de 10 segundos bajo condiciones de aguas profundas. En el caso A5 se empleó un perfil de inclinación con propósitos ilustrativos, expresado como $f(z) = 1 + (1/nm)z$ , donde $nm$ representa la profundidad sin movimiento, fijada en 20 m. . . . .	31
7. Diagramas en función de la velocidad del viento y fetch de: la edad del oleaje $c_p/u_{10}$ (panel superior izquierdo), deriva de Stokes en la superficie (panel superior derecho), período asociado al pico espectral (panel inferior izquierdo) y la altura significativa del oleaje (panel inferior derecho). . . . .	34

8. Representación del campo de velocidades orbitales basado en el modelo propuesto, considerando una velocidad del viento de 4 m/s y un fetch de 32 km. Los paneles superior e inferior corresponden al marco en coordenadas fijas y al que sigue la superficie libre descritas calculadas a partir del modelo de superposición de ondas a partir de la ecuación (78), respectivamente. . . . . 37
9. Promedio del campo de corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman en el marco que sigue la superficie libre descrita por las olas. Las velocidades se presentan normalizadas por la velocidad del viento  $u_{10}$  (m/s) utilizada en el espectro DHH, expresado en porcentajes. La barra de colores corresponde al fetch (km) utilizada en cada caso. . . 38
10. Perfiles del campo promedio de velocidades orbitales del oleaje y un campo de corriente permanente con perfil vertical tipo Ekman. Se consideran mediciones en dos configuraciones extremas del sensor, un sensor inmóvil (promedio euleriano) y un sensor que sigue la superficie libre descrita por la presencia del oleaje. La velocidad del viento se estableció en 4 m/s y fetch en 32 km. Para el cálculo de la corriente de Ekman se utilizó el modelo propuesto por Craig & Banner (1994), y se consideró el modelo del campo de velocidad descrito en la sección 2.2.6 . . . . . 40
11. Perfiles del promedio del campo de velocidades. (a) Campo de velocidades orbitales  $U^W$ . (b) Campo de corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman  $U^{Ek}$ . (c) Corriente total  $U^{Ek} + U^W$ . En cada gráfico, la línea punteada negra representa el promedio que sigue las olas, mientras que la línea negra representa el promedio euleriano. El rango de colores corresponde a casos intermedios, con el movimiento del sensor siguiendo solo las olas de baja frecuencia ( $f < f_{cut}$ ) como se describe en la sección 2.2.6.5. La velocidad del viento se consideró de 15 m/s y el fetch de 100 km. . . . . 40
12. Perfiles del promedio temporal de la corriente del tipo Ekman bajo condiciones de oleaje con poco desarrollo (fetch de 10 km, viento de izquierda a derecha,  $u_{10} = 5, 10, 15$  [m/s]). El promedio euleriano es representado por la línea punteada negra, y el promedio de las corrientes medidas por un sensor que sigue el oleaje es representado por la línea punteada roja. La barra de colores indica la frecuencia de corte en el movimiento del sensor inducido por el oleaje. . . . . 41
13. Perfiles del promedio temporal de la corriente del tipo Ekman bajo condiciones de oleaje desarrollado (fetch de 10 000 km el cual corresponde a un caso extremo que se aproximaría a un caso de oleaje desarrollado, viento de izquierda a derecha,  $u_{10} = 5, 10, 15$  [m/s]). El promedio euleriano es representado por la línea punteada negra, y el promedio de las corrientes medidas por un sensor que sigue el oleaje es representado por la línea punteada roja. La barra de colores indica la frecuencia de corte en el movimiento del sensor inducido por el oleaje. . . . . 42
14. Perfil vertical del momento del oleaje (izquierda) y la corriente tipo Ekman (centro) en función de  $z$  y la edad del oleaje. (derecha) Representación de la relación entre la deriva de Stokes en la superficie y la edad del oleaje con respecto al viento [m/s] y el fetch [km]. 43

15. Perfiles del promedio temporal de las velocidades orbitales del oleaje (fila superior) y de la corriente con perfil vertical tipo Ekman (fila inferior). Las columnas representan los cinco casos del movimiento de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. Se consideran la gama de movimientos del sensor, que corresponde al sistema de referencia euleriano hasta el sistema de referencia de que sigue las olas al variar  $f_{cut}$ . En el panel derecho se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia,  $f^3 E(f)$ , y la barra de colores representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada con la frecuencia asociada con el pico espectral de la deriva de Stokes,  $f_{3p}$ . El viento se consideró como  $u_{10} = 15$  m/s y el fetch de 5.6 km, con lo que se representa un estado del mar en desarrollo (edad del oleaje  $c_p/u_{10} = 0.31$ ). . . . . 45
16. Perfiles del promedio temporal de las velocidades orbitales del oleaje (fila superior) y de la corriente con perfil vertical tipo Ekman (fila inferior). Las columnas representan los cinco casos del movimiento de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. Se consideran la gama de movimientos del sensor, que corresponde al sistema de referencia euleriano hasta el sistema de referencia de que sigue las olas al variar  $f_{cut}$ . En el panel derecho se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia,  $f^3 E(f)$ , y la barra de colores representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada con la frecuencia asociada con el pico espectral de la deriva de Stokes,  $f_{3p}$ . El viento se consideró como  $9$  m s<sup>-1</sup> y el fetch de 1000 km, el cual corresponde a un estado del mar de oleaje completamente desarrollado (edad del oleaje  $c_p/u_{10} = 1.22$ ). . . . . 46
17. Perfiles del error de la medición  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  en relación con la deriva de Stokes. Las columnas representan los cinco casos diferentes de movimientos de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. En cada gráfico, se consideran diferentes movimientos del sensor, desde euleriano hasta el que sigue las olas, variando la frecuencia máxima de las olas a la que responde el sensor. El panel de extra derecha se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia  $f^3 E(f)$ , y la barra de color representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada por la frecuencia asociada al pico espectral del espectro de la deriva de Stokes  $f_{3p}$ . Las condiciones corresponden a las de la Figura 15, es decir, para un estado del mar con poco desarrollo. . . . . 47
18. Perfiles del error de la medición  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  en relación con la deriva de Stokes. Las columnas representan los cinco casos diferentes de movimientos de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. En cada gráfico, se consideran diferentes movimientos del sensor, desde euleriano hasta el que sigue las olas, variando la frecuencia máxima de las olas a la que responde el sensor. El panel de extrema derecha se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia,  $f^3 E(f)$ , y la barra de color representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada por la frecuencia asociada al pico espectral del espectro de la deriva de Stokes,  $f_{3p}$ . Las condiciones corresponden a las de la Figura 16, es decir, para olas completamente desarrolladas. . . . . 48
19. Boya oceanográfica y de meteorología marina. Fuente: TDoS@CICESE <sup>1</sup> . . . . . 50

20. Representación esquemática de la estructura de la BOMM, que se divide en tres secciones principales. La sección inferior, llamada la base de la BOMM, con una longitud de 4.46m, alberga el sistema de referencia de posicionamiento y rumbo (a) y el sistema inercial del movimiento (b). La sección central, conocida como candelabro, está formada por cinco tubos que conforman los vértices de un pentágono, con cuatro de ellos coloreados en amarillo y uno en rojo, que sirve como referencia para el norte de la BOMM. En esta sección se ubica el sistema de alambres de capacitancia (c), los cuales miden la profundidad de la columna de agua. La sección superior corresponde a la parte no sumergida de la boya, donde se instalan sensores para medir parámetros atmosféricos que no se utilizaron en este estudio. . . . . 56
21. Espectros del oleaje (línea negra) y del desplazamiento vertical de la BOMM (línea azul), donde la línea roja indica la frecuencia correspondiente al pico más energético del espectro del oleaje ( $f_p$ ). Estos espectros fueron generados a partir de mediciones registradas en intervalos de 10 minutos durante las 06:30 horas (panel izquierdo), 14:00 horas (panel central) y 23:50 horas (panel derecho) del día 13 de septiembre de; 2018. . . . . 57
22. Espectros del desplazamiento horizontal y vertical de la BOMM (línea roja y azul, respectivamente). Estos espectros fueron generados a partir de mediciones registradas en intervalos de 10 minutos durante las 06:30 horas (panel izquierdo), 14:00 horas (panel central) y 23:50 horas (panel derecho) del día 13 de septiembre del 2018. . . . . 58
23. Trayectoria de la posición correspondiente al centro de flotación en reposo de la BOMM, cuando se consideran desplazamientos horizontales y verticales con la misma amplitud, siguiendo la trayectoria orbital debido a la presencia del oleaje (izquierda), y la trayectoria considerando los desplazamientos presentados en las mediciones in-situ (derecha), lo que corresponde a desplazamientos horizontales mayores que los verticales. Los colores representan el tiempo de cada medición con respecto al periodo de registro de 10 minutos seleccionado. . . . . 59
24. Perfil de la deriva de Stokes correspondiente a los periodos de medición  $t_0, t_1$  y  $t_2$ , calculados a partir de los espectros del oleaje mostrados en la Figura 21. . . . . 60
25. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje (izquierda), el cual fue reconstruido utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta desplazamientos horizontales y verticales iguales, y que el oleaje con frecuencias menores a  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimientos en la BOMM. Error relativo a la deriva de Stokes  $U_{BOMM}^{rel}$  (derecha) , calculado según la ecuación (80). El perfil vertical de la deriva de Stokes se obtuvo a partir del espectro del oleaje, como se describe en la sección 2.2.6.2. Para el desarrollo se partió de las condiciones de oleaje presentes durante los periodos de medición  $t_0$  (línea negra),  $t_1$  (línea roja) y  $t_2$  (línea azul). . . . . 61
26. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje (izquierda), el cual fue reconstruido utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales observados en las mediciones, y al considerar que el oleaje con frecuencias menores a  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimientos en la BOMM. Error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ) (derecha), calculado según la ecuación (80). El perfil vertical de la deriva de Stokes se obtuvo a partir del espectro del oleaje, como se describe en la sección 2.2.6.2. Para el desarrollo se partió de las condiciones de oleaje presentes durante los periodos de medición  $t_0$  (línea negra),  $t_1$  (línea roja) y  $t_2$  (línea azul). 64

27. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje (izquierda), el cual fue reconstruido utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales registrados por la BOMM. Error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ) (derecha), calculado según la ecuación (80). El perfil vertical de la deriva de Stokes se obtuvo a partir del espectro del oleaje, como se describe en la sección 2.2.6.2. Para el desarrollo se partió de las condiciones de oleaje presentes durante los periodos de medición  $t_0$  (línea negra),  $t_1$  (línea roja) y  $t_2$  (línea azul). . . . . 66

# Lista de tablas

Tabla	Página
1. Resumen de las características de los casos estudiados considerando ondas monocromáticas. Se presenta el desplazamiento horizontal ( $\delta x$ ) y vertical ( $\delta z$ ) de un correntómetro y el promedio temporal de la medición que se obtendría por el correntómetro $\langle u \rangle_t$ . En el caso del estudio A5, $f(z)$ representa una función lineal que determina la inclinación que puede presentar la flotación de una boya. . . . .	32

# Capítulo 1. Introducción

---

En el estudio de las condiciones del estado del mar, las características de la superficie del océano, así como la capa límite adyacente a la superficie, son de gran importancia ya que representan la conexión del sistema océano-atmósfera. Estas características, tienen que ser consideradas en el desarrollo de modelos para el pronóstico de oleaje y de corrientes, así como de modelos de circulación general del océano, cuyas aplicaciones van desde la navegación marina, hasta la dispersión de contaminantes, entre otras.

El conocimiento de los procesos dinámicos en la superficie del océano no solo contribuye significativamente al modelado de las condiciones del estado del mar, sino que también juega un papel crucial en la predicción de fenómenos relacionados, desde la circulación general del océano hasta la dispersión de contaminantes. Bajo condiciones específicas del estado del mar, el oleaje puede influir en las características de la capa superior del océano. El oleaje no sólo modifica la magnitud de las corrientes superficiales, sino también su perfil vertical y dirección a través de la deriva de Stokes y la inyección de energía cinética turbulenta generada por el rompimiento de las olas.

A pesar de contar con un entendimiento detallado de los procesos en la superficie y los primeros metros de profundidad del océano, resulta necesario profundizar en la comprensión del vínculo entre el oleaje, los procesos turbulentos y el corte de las corrientes cerca de la superficie (Kudryavtsev et al., 2008). Este vínculo cobra relevancia en estudios recientes que abordan la deriva de partículas en la superficie del océano. Por ejemplo, investigaciones como las de Fraser et al. (2018) y Beron-Vera et al. (2016) han avanzado en la predicción de este fenómeno al incorporar tres elementos fundamentales: las corrientes superficiales de modelos de circulación general del océano (por ejemplo, HyCOM, ROMS, NEMO), la deriva de Stokes generada por el oleaje de modelos espectrales de oleaje como WW3, y en ocasiones, una deriva adicional inducida por el viento, la cual se representa como una fracción de hasta un 3% de la rapidez del viento.

Junto con la importancia del oleaje en la dinámica de la superficie del océano, la correcta medición de las corrientes superficiales es un tema de interés en la comunidad científica. La presencia del oleaje puede influir en las mediciones de corrientes superficiales en el océano. Cuando se emplean correntómetros ubicados en boyas o líneas de anclaje, cuya posición se modifica en respuesta al oleaje, las mediciones de corrientes superficiales pueden incluir una porción de la deriva de Stokes (Pollard, 1973; Collar et al., 1983; Santala & Terray, 1992). Además, la estimación de la corriente superficial a partir de las mediciones de sensores remotos, dependiendo del método de medición empleado, puede incorporar la deriva de Stokes (Dussol et al., 2022). Al incluir una deriva superficial inducida por el viento, se puede estar incorporando o enmascarando el efecto de la deriva de Stokes en la superficie. Por lo tanto, es crucial poseer un

conocimiento preciso del efecto del oleaje en la observación de las corrientes, tanto para la interpretación de las mediciones como para establecer el marco de referencia en que se realizó la medición.

Con el presente trabajo se propone esclarecer el efecto del oleaje en la medición de corrientes cuando este induce movimientos horizontales y verticales en una boya o línea de anclaje destinada a realizar mediciones de corrientes superficiales. Para abordar este propósito, resulta fundamental comprender: (1) el tipo de corrientes superficiales implicadas en la interacción entre olas y corrientes, (2) los diversos marcos de referencia de medición, y (3) la deriva de Stokes.

## **Motivación del estudio**

Existe una cantidad reducida de trabajos donde se estudia el efecto del movimiento que induce el oleaje en una boya al momento de medir corrientes superficiales. Las aproximaciones conocidas no representan el comportamiento real de los movimientos inducidos por el oleaje en una boya. Al no considerar dichos movimientos durante las mediciones, se genera un error en la estimación de la corriente superficial promedio, que luego se utiliza en diversos estudios, provocando discrepancias en los resultados. Por lo tanto, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo afecta el movimiento inducido por el oleaje en una boya o línea de anclaje la medición de corrientes superficiales?

Para abordar esta pregunta, se realizará un análisis teórico y numérico del problema, considerando casos idealizados y mediciones en campo. Se planteará la metodología para obtener parámetros del oleaje a partir de mediciones de corrientes realizadas por correntómetros instalados en boyas, las características del oleaje y el movimiento de la boya.

Se espera identificar el error que produce el movimiento de la boya en el cálculo de la corriente superficial promedio. Esto nos permitirá obtener una descripción correcta del perfil vertical de las corrientes y la deriva de Stokes, todo esto analizado desde una descripción desde un marco de referencia euleriano y lagrangiano de las corrientes cerca de la superficie.

### **1.1. Antecedentes**

Las corrientes en la superficie del océano se originan principalmente debido a dos factores: en primer lugar, aquellas generadas por la transferencia de momento entre el sistema océano-atmósfera, y en

segundo lugar, las velocidades relacionadas con la presencia del oleaje, ocasionadas por la perturbación de la superficie libre. Estas dos velocidades coexisten en la superficie del océano e interactúan entre sí, por lo que resulta crucial estudiarlas en conjunto para comprender completamente su comportamiento. Para los fines de este trabajo, se identifican dos desafíos significativos en el estudio de las corrientes superficiales: por un lado, la medición de corrientes superficiales mediante sensores en movimiento, y por otro lado, la implementación en modelo numéricos del efecto del oleaje en las corrientes superficiales.

### 1.1.1. Estimación del error en las corrientes superficiales medidas en presencia del oleaje

La medición de corrientes en el océano ha sido un reto para la comunidad científica en las últimas décadas. En la década de los años 60 se habían identificado claramente los desafíos instrumentales asociados, tales como la frecuencia de muestreo, la precisión y el ruido inherente a las mediciones, así como la contaminación por el movimiento que induce el oleaje en las boyas donde se realizan las mediciones, entre otros (Webster, 1970).

En este contexto, con el propósito de interpretar las mediciones de corrientes superficiales realizadas por correntómetros instalados en boyas, Pollard (1973) realizó un análisis considerando un correntómetro que se desplaza verticalmente y que sigue perfectamente las olas.

Para lograr esto, describió la elevación de la superficie del océano mediante una función monocromática dada por  $\eta = a \sin(kx - \omega t)$ , y el campo de velocidad,  $u$ , asociado a esta onda monocromática obtenida través de la teoría lineal del oleaje considerando aguas profundas, de manera que  $u = a\omega \sin(kx - \omega t)e^{-kz}$ . Además, en su análisis, consideró las coordenadas  $x_0$  y  $z_0$  como las posiciones promedio de un correntómetro. De esta manera, la posición del correntómetro la definió como una función del tiempo, donde  $x_0$  y  $z_0$  representan las coordenadas de dicha posición promedio, tal que

$$[x, z](t) = [x_0, z_0 - a \sin(kx_0 - \omega t)]. \quad (1)$$

Al considerar que el correntómetro es capaz de medir en cada instante la velocidad orbital del oleaje, la medición del campo de velocidad como función del tiempo está dada como:

$$u = a\omega \sin(kx_0 - \omega t)e^{-kz_0 + ak \sin(kx_0 - \omega t)}. \quad (2)$$

Si se considera que la ola tiene pendiente infinitesimal, tal que  $ak \ll 1$ , al realizar un promedio temporal

en un periodo de onda, la velocidad promedio  $\langle u \rangle_t$  estaría dada como:

$$\langle u \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u dt = \frac{1}{2} a^2 \omega k e^{-2kz_0}. \quad (3)$$

El resultado obtenido en la ecuación (3) representa el error que se obtendría en la medición de corrientes superficiales bajo las condiciones mencionadas. El desarrollo matemático es idéntico al que da origen a la deriva de Stokes  $u_s$  (Holthuijsen, 2007), donde

$$u_s = a^2 \omega k e^{-2kz_0}. \quad (4)$$

Tanto la deriva de Stokes como el error obtenido en la medición de corrientes están relacionados con el momento del oleaje  $M^W$  (Holthuijsen, 2007), de modo que

$$M^W = \int_0^{\infty} \langle u \rangle_t dz = \int_0^{\infty} u_s dz = \frac{1}{2} a^2 \omega. \quad (5)$$

Por otra parte, para analizar el efecto de incluir desplazamientos horizontales y verticales, Pollard consideró en la componente horizontal un desplazamiento del sensor como función del tiempo,  $x_e$ , con respecto a su posición promedio,  $x_0$ . De tal manera que la posición del sensor está dada como:

$$[x, z](t) = [x_0 + x_e, z_0 - a \sin(kx_0 + kx_e - \omega t)], \quad (6)$$

y la velocidad medida por el sensor esta dada como:

$$u = a\omega \sin(kx_0 + kx_e - \omega t) e^{-kz_0 + ak \sin(kx_0 + kx_e - \omega t)} + \frac{dx_e}{dt}. \quad (7)$$

En la ecuación (7), el término  $\frac{dx_e}{dt}$  representa la velocidad de desplazamiento del sensor. Si se considera que el sensor forma parte de un anclaje, el promedio de su desplazamiento es cero. Si el sensor no se encuentra anclado, su velocidad de desplazamiento coincidirá con la de las partículas del fluido. Para un enfoque más realista, Pollard consideró que el sensor oscila en la componente horizontal siguiendo la trayectoria descrita por las partículas del fluido, aunque no necesariamente con la misma amplitud que el oleaje, sino con una amplitud  $x_m$ . Por lo tanto,  $x_e$  puede aproximarse como:

$$x_e = x_m \cos(kx_0 - \omega t). \quad (8)$$

De tal manera que al considerar  $ka \ll 1$  y  $kx_m \ll 1$ , y realizando un promedio temporal se obtiene

$$\langle u \rangle_t = \frac{1}{2} a \omega k e^{-kx_0} (a + x_m). \quad (9)$$

En el caso en que  $x_m$  sea igual a  $a$ , el error en la medición de corrientes superficiales corresponderá a la deriva de Stokes. Además, al considerar desplazamientos horizontales como se describe en la ecuación (8), el error no se puede relacionar directamente con el momento del oleaje. Al analizar mediciones de acelerómetros instalados en un anclaje a 11 metros de profundidad, Pollard describe que los desplazamientos horizontales son en promedio un 25% mayores que los desplazamientos verticales. Estos resultados proporcionaron una estimación del error presente en las mediciones de corrientes superficiales debido al movimiento inducido por el oleaje en una boya. Sin embargo, el análisis realizado se limitó a una onda monocromática, dejando pendiente la cuantificación de este error al considerar una representación más realista del oleaje.

Una década más tarde, Collar et al. (1983) profundizaron en el análisis de las mediciones obtenidas cerca de la superficie por un correntómetro instalado en una boya que sigue al oleaje. Para esto realizaron un análisis considerando que el correntómetro sigue la línea de corriente a una profundidad promedio  $z_0$ , descrita a partir de la elevación de la superficie libre, tal que

$$\eta = a \sin(kx_0 - \omega t) e^{-kz_0}, \quad (10)$$

donde  $z$  es la dirección positiva del eje  $z$  conforme se incrementa la profundidad. Las componentes de velocidad horizontal y vertical están dadas como:

$$u = a \omega \sin(kx_0 - \omega t) e^{-kz}, \quad (11)$$

$$w = a \omega \cos(kx_0 - \omega t) e^{-kz}. \quad (12)$$

Ahora bien, si la posición promedio del correntómetro está dada por  $x_0$  y  $z_0$ , entonces  $x$ ,  $z$  son una función del tiempo, tal que

$$[x, z](t) = \{x_0 + x_e(t), z_0 + z[x(t), t]\}. \quad (13)$$

Si se considera que el correntómetro sigue un movimiento orbital,  $x_e(t)$  puede ser expresada como una

función armónica, tal que

$$[x, z](t) = \{x_0 + a \cos(kx_0 - \omega t)e^{-kz_0}, z_0 - a \sin[(kx_0 - \omega t) + ake^{-kz_0} \cos(kx_0 - \omega t)] e^{-kz}\}, \quad (14)$$

y si definimos  $\theta = kx - \omega t$ , podemos expresar (14)

$$[x, z](t) = \left\{x_0 + ae^{-kz_0} \cos \theta, z_0 - a \sin(\theta + ake^{-kz_0} \cos \theta) e^{-kz}\right\}. \quad (15)$$

A partir de la ecuación (15), se identifica que la trayectoria del correntómetro no describirá una trayectoria circular.

Por otra parte, la velocidad orbital que se puede medir siguiendo una línea de corriente esta dada como:

$$V_p = V_x \cos \phi + V_z \sin \phi, \quad (16)$$

mientras que la velocidad medida tangencialmente a lo largo de la línea de corriente por el correntómetro, está dada como

$$V_{cm} = V'_x \cos \phi + V'_z \sin \phi, \quad (17)$$

donde  $V_x$  y  $V_z$  corresponden a las componentes horizontal y vertical de la velocidad de las partículas de agua, y  $V'_x$  y  $V'_z$  corresponde a las componentes de la velocidad medida por el correntómetro. En la Figura 1, se describen las variables planteadas en la descripción del trabajo de Collar et al. (1983).

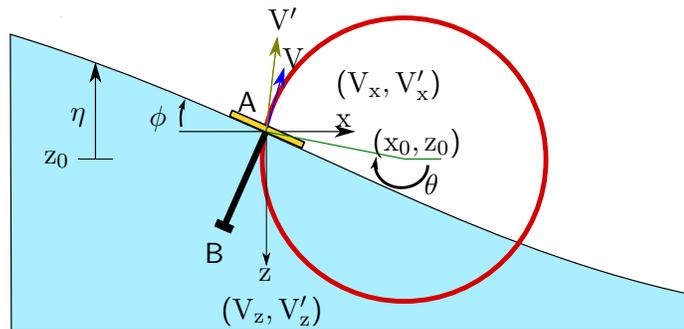


Figura 1. Definición de los símbolos utilizados en el texto.  $V_x$ ,  $V_z$  representan las componentes horizontales y verticales de  $V$ , la velocidad de las partículas de agua,  $V'_x$ ,  $V'_z$  representan las componentes horizontales y verticales de  $V'$ , la velocidad del correntómetro. Se considera que el correntómetro está en el punto A. Esquema tomado de Collar et al. (1983)

La medición del flujo estará dada como:

$$V_p - V_{cm} = (V_x \cos \phi + V_z \sin \phi) + (V'_x \cos \phi + V'_z \sin \phi), \quad (18)$$

donde

$$\begin{aligned}\tan \phi &= -\frac{\partial \eta}{\partial x} = -ak \cos(kx - \omega t) e^{-kz_0} \\ &= a \cos(\theta + ak e^{-kz_0} \cos \theta) e^{-kz}.\end{aligned}\quad (19)$$

El promedio de la velocidad tangencial de una partícula de fluido está dado como

$$\langle V_p \rangle_t = \frac{a^2 \omega k e^{-2kz_0}}{2}, \quad (20)$$

el cual corresponde a la mitad de la deriva de Stokes. Este resultado es interesante debido a que cuando se resuelve  $V_z$  a lo largo de una línea de corriente, esta contribuye completamente a  $\langle V_p \rangle_t$ , tal que

$$\int V_z \sin \phi = \frac{a^2 \omega k e^{-2kz_0}}{2}. \quad (21)$$

Este resultado no cambia si se consideran trayectorias circulares. De tal manera que se puede considerar

$$V_{cm} = a \omega e^{kz_0} \sin(\theta + \phi). \quad (22)$$

De tal manera que integrando (22) sobre un periodo de onda se obtiene

$$\begin{aligned}\langle V_{cm} \rangle_t &= \int a \omega e^{kz_0} \sin(\theta + \phi) d\theta \\ &= -\frac{a^2 \omega k e^{-2kz_0}}{2}.\end{aligned}\quad (23)$$

La corriente medida por un sensor, el cual mide tangencialmente una línea de corriente, se expresa como  $\langle V_p \rangle_t - \langle V_{cm} \rangle_t = a^2 \omega k e^{-2kz_0}$ , lo cual corresponde a la deriva de Stokes.

En su trabajo, Collar et al. (1983) analizaron el efecto de considerar las dimensiones de una boya en la que se monta un correntómetro, y ellos identificaron que la boya actúa como un filtro pasa baja en frecuencia. Encuentran que las características de la medición dependen de la profundidad de la medición, así como la razón entre el diámetro de una boya,  $D$ , con la longitud de onda de la ola,  $\lambda$ .

Estos resultados fueron analizados en laboratorio y confirmaron experimentalmente con los resultados de Pollard (1973). Como parte de sus conclusiones, indican la importancia de considerar estos resultados para corregir las mediciones de corrientes cerca de la superficie y la relación que se obtiene con respecto a la deriva de Stokes, sin embargo se debe poner atención en las dimensiones de una boya y la profundidad

en la que se realizan las mediciones, y queda pendiente el análisis al considerar mediciones realizadas en mar abierto.

Años después, Santala & Terray (1992) propusieron y validaron una técnica para generar estimaciones precisas del corte del perfil vertical de velocidades a partir de mediciones realizadas por una boya que sigue el movimiento de las olas. En su trabajo, detallan los tipos de mediciones posibles, incluyendo mediciones eulerianas, lagrangianas y, específicamente, se centran en las mediciones que denominan cuasi-lagrangianas, las cuales son obtenidas por un sensor que sigue el movimiento de las olas. Basándose en investigaciones anteriores, sabiendo que el error en la medición de las corrientes está relacionado con la deriva de Stokes en la superficie del agua, proponen y desarrollan una metodología para corregir estas mediciones obtenidas por la boya que sigue el movimiento de las olas.

Los resultados analíticos obtenidos fueron validados tanto numéricamente como a través de experimentos de laboratorio. Dentro de su investigación, Santala & Terray corroboraron con mediciones en laboratorio los resultados analíticos obtenidos por Pollard (1973). La corrección no solo se basa en los registros de movimiento de la boya que sigue el movimiento de las olas, sino que también se puede lograr mediante la función de transferencia que describe el comportamiento de la boya para un determinado oleaje.

### **1.1.2. Medición del perfil vertical de las corrientes superficiales ante la presencia de oleaje**

Uno de los primeros estudios donde se realizaron mediciones con el fin de identificar el efecto del oleaje, es el llevado a cabo en la década de los años 60 por Stewart & Grant (1962), donde se llevaron a cabo mediciones del espectro de energía cinética y la disipación de energía cinética turbulenta cerca de la superficie en presencia de oleaje. A partir de este estudio, se sugiere que la mayor parte de la disipación del oleaje se concentra muy cerca de la superficie, y se observó que la turbulencia está principalmente asociada con el corte vertical de las corrientes generadas por el viento, más que con el oleaje. A profundidades mayores que 10 metros, no se observó una conexión entre el oleaje y la disipación de energía cinética turbulenta. Es importante señalar que este estudio tuvo limitaciones, ya que las mediciones más cercanas a la superficie fueron realizadas a 1 metro de profundidad, con un oleaje de altura de 0.5 metros.

Recientemente, con el objetivo de identificar las características del perfil vertical de las corrientes superficiales, Laxague et al. (2018) realizaron una campaña de mediciones de corrientes superficiales en el océano abierto; con estas, lograron reconstruir el perfil vertical de las corrientes con alta resolución

en los primeros metros de profundidad. En su trabajo, identificaron que el promedio de la corriente en el primer centímetro profundidad es hasta cuatro veces superior al promedio de los primeros 10 metros (Figura 2); así como una diferente dirección promedio entre ambos.

Para su investigación, Laxague et al. reconstruyeron el perfil de velocidad hasta una profundidad de 10 metros utilizando mediciones registradas por diversos sensores, como derivadores superficiales, una cámara polarimétrica, ADCP's, y estimaciones de la deriva de Stokes, entre otros. La Figura 2(a) muestra el perfil de velocidad reconstruido, y se presentan con diferentes marcadores las mediciones realizadas por los distintos sensores. Con el propósito de examinar el comportamiento en proximidad a la superficie, los paneles (b) y (c) en la Figura 2 muestran un acercamiento del perfil a 1 metro y 5 centímetros, respectivamente. El área sombreada en el panel (c) representa los percentiles 5 y 95 de las mediciones efectuadas por la cámara polarimétrica y el ADCP.

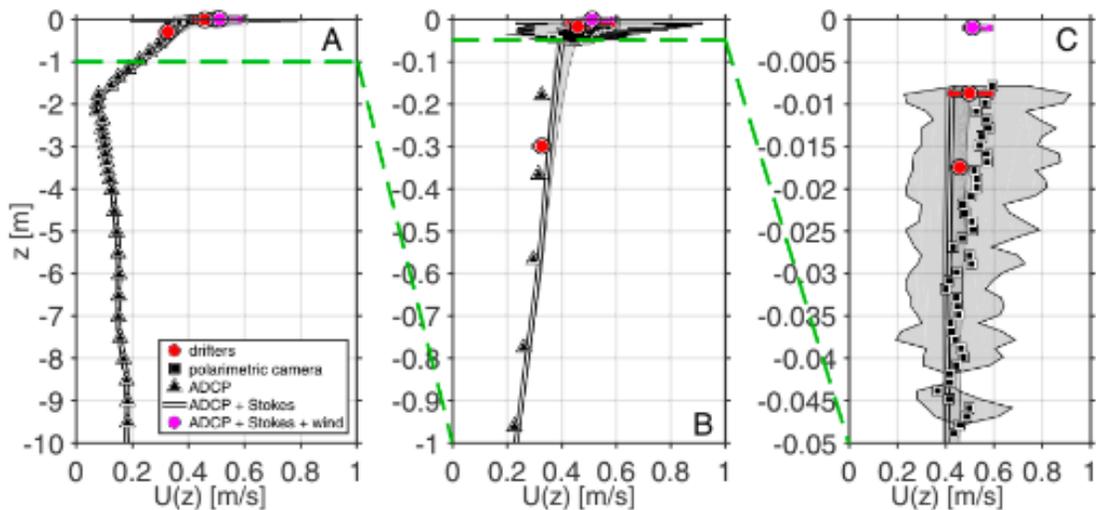


Figura 2. Perfil vertical de corriente superficial obtenido a partir de observaciones. Las magnitudes de las corrientes presentadas en los paneles corresponden a distintas profundidades: (a) hasta 10 m, (b) hasta 1 m, (c) hasta 0.05 m. Tomado de Laxague et al. (2018).

De acuerdo con Laxague et al., uno de los principales desafíos al realizar experimentos de campo radica en la medición de propiedades cuyo orden de magnitud se asemeja al error inherente de los sensores. En las últimas décadas, el progreso tecnológico ha permitido mejorar la calidad de los sensores, aumentando la frecuencia de muestreo y reduciendo el error instrumental. A pesar de estos avances, sigue siendo crucial llevar a cabo un análisis exhaustivo de las mediciones, prestando especial atención al significado físico de las propiedades medidas para reconstruir el perfil de velocidad a partir de diferentes métodos, las suposiciones realizadas y la propagación de errores en el desarrollo matemático aplicado al estimar el perfil de la deriva de Stokes.

### 1.1.3. Efecto del oleaje en las corrientes de Ekman

Para incorporar el efecto del oleaje en las corrientes de Ekman, Craig & Banner (1994) realizaron un análisis del efecto de producción de energía cinética turbulenta en la capa superficial del océano debido al rompimiento del oleaje. En su trabajo, consideraron el modelo clásico de Ekman (24), que presenta una dependencia únicamente con respecto a la coordenada  $z$ .

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left( A \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \right) = -\hat{k}f \times \mathbf{u}. \quad (24)$$

En la ecuación (24),  $\mathbf{u}$  representa las componentes horizontales de la corriente de Ekman, donde  $z$  corresponde a la coordenada vertical,  $\hat{k}$  es el vector unitario en la dirección vertical,  $f$  es el parámetro de Coriolis, y  $A$  denota la viscosidad turbulenta. La viscosidad turbulenta se determina mediante el esquema de cerradura 2.5 propuesto por Mellor & Yamada (1982).

En este esquema, se incorporan 2.5 ecuaciones de cierre para describir la evolución de las variables turbulentas. Este modelo considera una ecuación de transporte para la longitud de mezcla turbulenta y una ecuación de transporte para la varianza de la escala de turbulencia. Además, integra una ecuación de cierre para la producción de turbulencia. La inclusión de estas ecuaciones adicionales posibilita una representación más detallada y precisa de la estructura de la turbulencia en comparación con modelos más simples. Por lo tanto,

$$A = lqS_M,$$

donde  $l(z)$  es la escala de longitud turbulenta, definida como

$$l = \begin{cases} \kappa(z_0 - z) & -(H - z_\emptyset + z_{\emptyset H})/2 \leq z \leq 0 \\ \kappa(H + z_{\emptyset H} + z) & -H \leq z \leq -(H - z_\emptyset + z_{\emptyset H}) \end{cases}$$

Donde  $z_\emptyset$  y  $z_{\emptyset H}$  representan la rugosidad de las fronteras superior e inferior, respectivamente, y se consideran invariantes en el tiempo.  $H$  corresponde a la profundidad de la columna de agua, mientras que  $\kappa$  representa la constante de von Kármán, la cual tiene un valor de  $\kappa = 0.4$

$q$  es la escala de velocidad turbulenta, definida como  $q^2 \equiv 2b$ , donde  $b$ , corresponde a la densidad de energía cinética turbulenta.

$S_M$  generalmente es expresado como una función algebraica del número de Richardson.

La ecuación para la energía cinética turbulenta está dada como:

$$\underbrace{\frac{\partial b}{\partial t}}_{[1]} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left( lq S_q \frac{\partial b}{\partial z} \right)}_{[2]} = \underbrace{lq S_M \left( \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right)}_{[3]} - \underbrace{\frac{2qb}{Bl}}_{[4]} \quad (25)$$

con respecto a la densidad de la energía cinética turbulenta, los elementos de la ecuación (25) corresponden a: [1] el cambio local, [2] la difusión vertical, [3] la producción por corte, y [4] la disipación. De acuerdo al trabajo de Mellor & Yamada (1982), los valores apropiados de  $S_M$ ,  $S_q$  y  $B$  se establecen como constantes, tal que  $[S_M, S_q, B] = [0.39, 0.2, 16.6]$ .

Con el modelo planteado, Craig & Banner (1994) analizaron el balance entre la producción por corte y la disipación de la densidad de energía cinética turbulenta, así como el equilibrio entre la difusión y la disipación de la misma. Identificaron que la difusión juega un papel importante muy cerca de la superficie; lejos de ésta, domina la producción por corte (correspondiente al perfil logarítmico impuesto por la ley de la pared), y además analizaron cómo se modifica el perfil vertical debido a la variación de la rugosidad en la superficie.

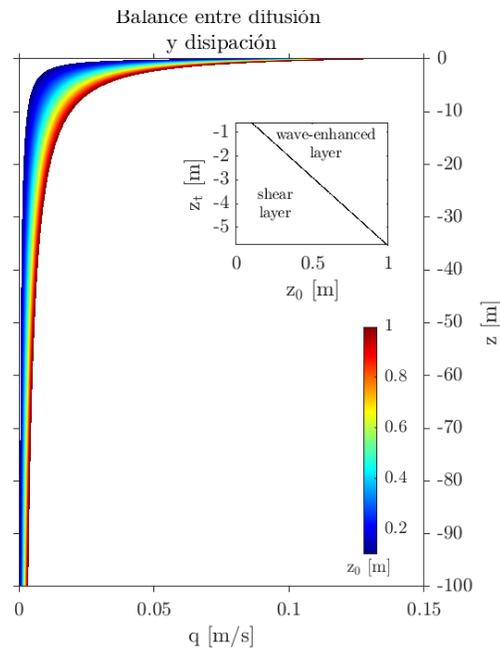


Figura 3. Balance entre la difusión y disipación de energía cinética turbulenta. Los colores representan la escala de rugosidad en la superficie; se indica la profundidad de la capa donde tiene un efecto importante el oleaje (wave-enhanced layer), y donde domina la producción por corte (shear layer). Para la Figura se utilizaron los valores presentados en el trabajo de Craig & Banner (1994), donde:  $u = 9[m/s]$ ,  $u_* = 0.011[m/s]$ ,  $\alpha = 100$ ,  $B = 16.6$ ,  $S_q = 0.2$  y  $S_m = 0.39$ .

En la Figura 3 se presenta la variación del perfil vertical de la escala de velocidad turbulenta en función de la rugosidad en la superficie. Este perfil resulta de un equilibrio entre la difusión y la disipación de la

energía cinética turbulenta. Se observa que valores menores de rugosidad generan un perfil con un mayor corte cerca de la superficie. Además, se ilustra cómo varía la capa donde tiene un efecto importante el oleaje (wave-enhanced layer), y donde domina la producción por corte (shear layer), en relación con la rugosidad en la superficie.

Cuando analizaron los resultados del modelo, Craig & Banner identificaron un corte vertical de las corrientes muy intenso cerca de la superficie y lograron identificar una profundidad de transición dependiente de la rugosidad de la superficie (como se muestra en recuadro de la Figura 3) y un parámetro representativo de la edad del oleaje tal que, en profundidades menores dominan los efectos del oleaje y en profundidades mayores domina la producción por corte. A pesar de que los resultados obtenidos permiten identificar el efecto del oleaje en las corrientes de Ekman, los autores no proponen una descripción definitiva de la dinámica cerca de la superficie en el océano.

#### 1.1.4. Incorporación del efecto del oleaje en los modelos numéricos

En los modelos numéricos de gran escala, el efecto del oleaje puede incorporarse tanto de manera directa como indirecta. La incorporación directa implica el uso de modelos numéricos de oleaje (por ejemplo WW3), para calcular la deriva de Stokes y luego incluirlo en el cálculo de las corrientes superficiales. Este enfoque ha posibilitado la determinación, considerando diversas condiciones, de la trayectoria de trazadores en la superficie del océano (Fraser et al., 2018).

De manera indirecta, el efecto del oleaje en las corrientes superficiales se parametriza a través de un porcentaje de la velocidad del viento ( $u_{aire}$ ). Por ejemplo, Beron-Vera et al. (2016) propone la siguiente relación:  $\dot{x} = u + \alpha u_{aire}$ , donde  $\dot{x}$  corresponde a la derivada temporal de la posición, y  $\alpha$  es un valor pequeño comúnmente en el rango de 0.05 a 0.03.

La manera en que se incorpora el efecto del oleaje origina diferencias significativas en las corrientes superficiales (Fraser et al., 2018). Además, es crucial ejercer cautela al agregar el efecto del oleaje en los modelos numéricos, ya que existe la posibilidad de incluir el mismo proceso físico más de una vez. Por ejemplo, la deriva de Stokes del oleaje podría estar implícita en parametrizaciones de la mezcla vertical, en la parametrización del coeficiente de arrastre atmosférico o en el coeficiente  $\alpha$  de la deriva adicional mencionada aquí. Estas consideraciones físicas resaltan la necesidad de contar con más mediciones de corrientes superficiales donde se mida de manera simultánea las características del oleaje.

Además de lo mencionado, hay diversas metodologías para incorporar el efecto del oleaje en las simu-

laciones numéricas, todas con el objetivo de capturar la evolución completa del flujo de momento en el océano. Entre estas aproximaciones, se destaca el promedio lagrangiano generalizado (GLM), originalmente propuesto por Andrews & McIntyre (1978), donde se propone que la velocidad lagrangiana,  $\overline{u}^L$ , está dada como la suma de la velocidad cuasi-euleriana,  $\hat{\mathbf{u}}$ , más el pseudo-momento del oleaje,  $\mathbf{P}$  (Raschle et al., 2006; Ardhuin et al., 2008). De acuerdo con Ardhuin et al. (2008), tanto el pseudo-momento del oleaje como la deriva de Stokes muestran valores numéricos similares; sin embargo, difieren debido a un término asociado al corte vertical de la corriente euleriana.

#### 1.1.4.1. Efecto del oleaje en las corrientes y la mezcla superficial

Raschle et al. (2006) analizaron el efecto de las olas en la dinámica cerca de la superficie (deriva y mezcla). Para esto plantearon un modelo basado en el promedio lagrangiano generalizado, que separa el momento en un pseudo-momento del oleaje y un momento cuasi-euleriano. Los movimientos del flujo medio y del oleaje son promediados con un promedio lagrangiano, tal que el momento medio es separado en una parte que corresponde al flujo medio y otra al oleaje. Mientras que el momento vertical promedio del oleaje es cero, el momento horizontal promedio,  $\rho_w \mathbf{u}$ , es separado en un promedio cuasi-Euleriano,  $\rho_w \hat{\mathbf{u}}$ , y la deriva de Stokes,  $\mathbf{u}_s$ , de forma que

$$\mathbf{U} = \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{u}_s. \quad (26)$$

Raschle et al. (2006) resolvieron la conservación de momento considerando las ecuaciones del promedio lagrangiano generalizado, despreciando las modulaciones de las propiedades turbulentas en la escala de la fase de las olas, y considerando que las propiedades de velocidad y turbulencia de las olas son uniformes horizontalmente, tal que:

$$\underbrace{\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial t}}_{[1]} = \underbrace{-\hat{k}f \times (\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{u}_s)}_{[2]} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \overline{\hat{\mathbf{u}}' \hat{w}'}}_{[3]} - \underbrace{\mathbf{T}^{ds}(z)}_{[4]} \quad (27)$$

donde:

[1] Cambio local de la velocidad cuasi-euleriana.

[2] Efectos de rotación.

- Efecto de Coriolis:  $\hat{k}f \times \hat{\mathbf{u}}$
- Efecto de Stokes-Coriolis (fuerza de Hasselmann):  $\hat{k}f \times \mathbf{u}_s$

[3] Corte vertical de los esfuerzos de Reynolds, y

[4] Distribución vertical de la disipación del momento del oleaje  $\tau_{ds}$ , tal que

$$\tau_{ds} = \rho_0 \int_{-H}^0 T^{ds} dz. \quad (28)$$

Donde  $\tau_{ds}$  está definida a partir del término fuente relacionado con la disipación de la energía del espectro oleaje ( $S_{ds}$ ) ante la presencia de corrientes variables, con rapidez de fase  $c_p$ , como

$$\tau_{ds} = \int_0^\infty \frac{S_{ds}}{c_p} df. \quad (29)$$

Además, en la ecuación de evolución de la energía cinética turbulenta propuesta por Craig & Banner (1994), se incluyó el término de la fuente de energía cinética turbulenta inducida por el oleaje ( $\varphi^{ds}(z)$ ).

Ellos mencionan que el campo del oleaje influye en el promedio cuasi-euleriano por medio de dos formas: el efecto de Stokes-Coriolis, que corresponde a la fuerza resultante de considerar la deriva de Stokes en un medio en rotación, la cual produce un flujo de retorno euleriano que compensa el transporte debido a la deriva de Stokes, y el incremento de la mezcla cerca de la superficie asociado a la presencia del oleaje.

Rasche et al. (2006) concluyeron que la deriva en la superficie y la mezcla cerca de la superficie del océano no pueden ser bien entendidas si no se considera el efecto de las olas en ellas. Sin embargo también se requieren experimentos simultáneos donde se estudien las corrientes generadas por el viento así como el campo del oleaje, ya que la medición de corrientes ante la presencia del oleaje puede generar diferencias (en algunas ocasiones significativas) entre los resultados reportados por diversos autores.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo general

- Analizar el efecto del oleaje en la medición de corrientes superficiales del océano a partir de mediciones realizadas por un correntómetro instalado en una boya oceanográfica en movimiento.

### 1.2.2. Objetivos específicos

- Identificar el efecto del oleaje en las mediciones de corrientes de deriva y mezcla cerca de la superficie, y analizar cómo se modifican las corrientes superficiales ante la presencia de oleaje (bajo un enfoque lagrangiano y euleriano).
- Obtener una representación de la deriva de Stokes generada por el oleaje y del corte vertical de las corrientes muy cerca de la superficie a partir de mediciones con una boya oceanográfica en movimiento.

## Capítulo 2. Estimación del error en la medición de corrientes por boyas en movimiento

---

### Objetivo particular 1

- **Identificar el efecto del oleaje en las corrientes de deriva y mezcla cerca de la superficie, y analizar cómo se modifican las corrientes superficiales ante la presencia de oleaje (bajo un enfoque lagrangiano y euleriano).**

Este objetivo dio origen al artículo **On the Measurement of Ocean Near-Surface Current from a Moving Buoy**, publicado en el Journal of Marine Science and Engineering (<https://doi.org/10.3390/jmse11081534>).

### Resumen

En este trabajo se aborda el estudio del error que se produce al medir corrientes superficiales con un correntómetro montado sobre una boya o una línea de anclaje cuyos movimientos horizontales y verticales responden a la presencia del oleaje. El error se define con respecto a un marco de referencia euleriano donde se considera que el sensor permanece inmóvil. En primer lugar, presentamos el tema con un análisis teórico idealizado para el caso de una onda monocromática. Este análisis nos permite estudiar movimientos particulares del sensor o de la línea de anclaje. En segundo lugar, se implementa un modelo numérico realista para reconstruir el campo de corriente con alta resolución cerca de la superficie. En el modelo numérico, las velocidades orbitales del oleaje se generan mediante un modelo de fase aleatoria, y también se incorpora una corriente del tipo Ekman, uniforme en la horizontal pero con corte vertical.

Los resultados indican que el error en la medición de las corrientes depende en gran medida del movimiento inducido por las olas en el sensor. La magnitud del error es proporcional al momento del oleaje o deriva de Stokes, y está influenciada por el estado de desarrollo del oleaje y la magnitud de la corriente generada por el viento. Para analizar el error obtenido en la medición de las corrientes, consideramos que la boya solo responde a un rango de olas de baja frecuencia; hasta una frecuencia máxima la cual se referencia a la frecuencia del pico espectral del tercer momento del espectro (es decir, el espectro de la deriva de Stokes). Esto nos permite clasificar el promedio temporal en tres rangos con respecto a

la frecuencia máxima: cuando el promedio tiende a (1) promedio euleriano, (2) el promedio siguiendo la superficie, y (3) un caso intermedio de promedio ondulatorio, en el que no se pueden generalizar los resultados.

El error de la medición es más significativo en la región situada por encima de los valles de las olas. Sin embargo, también es considerable en la región confinada por debajo de los valles de las olas y hasta la profundidad e-folding de la deriva de Stokes. Este error es especialmente relevante en condiciones de olas desarrolladas y energéticas (con alturas significativas mayores a  $H_s > 3$  m), donde la deriva de Stokes en la superficie puede alcanzar valores superiores a 0.1 m/s. Es importante mencionar que en ciertos movimientos de una boya o línea de anclaje, el error puede superar el valor de la deriva de Stokes para una profundidad dada.

Estos resultados ofrecen una mejor interpretación de las mediciones in-situ de las corrientes cercanas a la superficie, obtenidas con diversos dispositivos.

## 2.1. Introducción

Las observaciones de las características de la superficie del océano son necesarias para comprender los procesos dinámicos que tienen lugar dentro de la capa límite marina, incluidas las corrientes de deriva superficial generadas por el viento y el oleaje, las cuales son esenciales para la transferencia de propiedades entre el océano y la atmósfera. Se han realizado mediciones in-situ para satisfacer estas necesidades con diferentes tipos de boyas (Graber et al., 2000; Laxague et al., 2018) equipadas con sensores apropiados para estudiar las características de la capa superficial del océano. Sin embargo, las mediciones de velocidades realizadas por correntómetros instalados en boyas suelen analizarse en un marco fijo sin tener en cuenta el movimiento inducido por el oleaje en las boyas (Seim & Edwards, 2007; Röhrs et al., 2023). En el caso de la medición de velocidades superficiales, la presencia del oleaje induce un corte vertical muy intenso cerca de la superficie que, junto con el movimiento del sensor, introduce errores que deben ser analizados rigurosamente (Röhrs et al., 2023).

Pollard (1973) identificó analíticamente que cuando un correntómetro se desplaza verticalmente y sigue perfectamente las elevaciones de la superficie del mar (promedio siguiendo el oleaje), este movimiento induce un error en la velocidad promedio, el cual es proporcional a la mitad de la deriva de Stokes. Llamó a ese error el sesgo en las corrientes medidas en presencia del oleaje (wave-bias). Collar et al. (1983) validaron los resultados previos con datos de laboratorio y analizaron el sesgo en las corrientes superficiales medidas en presencia del oleaje cuando los correntómetros se montan en boyas de dimensión

finita. Santala & Terray (1992) propusieron una técnica para obtener mediciones del perfil vertical de las velocidades cuando las mediciones se realizan con un correntómetro que sigue las olas. Realizaron el estudio utilizando un modelo numérico y observaciones de campo, donde identificaron la necesidad de medir la posición del correntómetro. Aunque investigaron los casos extremos de los movimientos de la boya, los cuales corresponden tanto a una boya fija como a otra que sigue a las olas, no se ha llevado a cabo un análisis de errores para los casos intermedios, en los que el movimiento de la boya responde sólo a escalas de oleaje específicas.

La comunidad científica ha trabajado durante algunas décadas la corrección de las velocidades de las corrientes medidas con un sensor cuyo movimiento responde a la presencia del oleaje. Sin embargo, no existían sensores que permitieran realizar mediciones cerca de la superficie con buena precisión y alta frecuencia de muestreo. En la última década, el tema ha recobrado interés con el surgimiento de vehículos submarinos autónomos y el desarrollo de nuevas tecnologías. Amador et al. (2017) identificaron que la corriente medida por vehículos autónomos se ve afectada, entre otros factores, por el movimiento de estos vehículos, la presencia de oleaje y las corrientes medias. Por otro lado, existe una creciente necesidad de validar y comparar las corrientes medidas por diferentes técnicas. Estas técnicas incluyen mediciones remotas desde un avión o radares montados en satélites, radares de banda X y comparaciones con mediciones obtenidas con ADCP anclados y montados en boyas.

En este trabajo se estudia numéricamente el error de la medición de corrientes cuando un correntómetro está montado sobre una boya cuyos desplazamientos horizontales y verticales son inducidos por la presencia de oleaje. La sección 2.2 ha sido separada en subsecciones para describir el problema de forma exhaustiva. En primer lugar, se presenta una visión general del marco de referencia utilizado para describir las mediciones realizadas desde boyas en movimiento. A continuación, se muestra el desarrollo analítico de las medidas obtenidas por un correntómetro cuyos desplazamientos siguen perfectamente la superficie del mar en presencia de las velocidades orbitales del oleaje (sesgo en la medición de las velocidades orbitales del oleaje) o de una corriente media con corte vertical (sesgo en la medición de una corriente media). Además, se describe la implementación de un modelo que reproduce el campo de velocidades con una alta resolución en la vertical (en los primeros metros de la superficie) a partir de un espectro de oleaje. Esto permite estudiar las corrientes medidas por una boya móvil en condiciones realistas. En la sección 2.3 se analizan las corrientes de varios estados de mar desde un marco euleriano y ondulatorio. La sección 2.4 identifica el error en la medida de las corrientes superficiales considerando varios rangos del movimiento de la boya.

## 2.2. Métodos

### 2.2.1. Corriente promedio euleriana, cuasi-euleriana y ondulante

En general, se distinguen dos formas de medir las velocidades de los fluidos, las descripciones euleriana y lagrangiana (por ejemplo, Andrews & McIntyre (1978)). Las mediciones realizadas según la descripción euleriana se toman en lugares fijos, mientras que en la descripción lagrangiana, la velocidad se mide siguiendo un determinado volumen de fluido.

La medición de velocidades cerca de la superficie libre del océano en presencia de olas (Figura 4a) plantea desafíos significativos debido a dos aspectos importantes. Por un lado, los correntómetros suelen estar instalados en boyas que experimentan movimientos inducidos por el oleaje. Esto implica que las mediciones no pueden considerarse de naturaleza estrictamente euleriana ni lagrangiana. Por otro lado, las olas producen velocidades orbitales,  $\mathbf{u}^w(\mathbf{x}, t) = (u^w, v^w, w^w)$ , que al promediarse en el tiempo pueden contribuir en las mediciones ya que la magnitud de estas velocidades orbitales es proporcional a la pendiente,  $ak$ , de la ola (donde  $a$  es la amplitud de la ola y  $k$  el número de onda).

En la descripción euleriana, el perfil del promedio de la velocidad (promedio euleriano) está definido en  $-h < z \leq \eta$  (donde  $h$  es el fondo del océano y  $\eta$  es la superficie libre), mientras que en la descripción lagrangiana, el perfil del promedio de la velocidad (promedio lagrangiano) está definido en  $-h < z \leq 0$  (donde  $z = 0$  es el nivel medio del mar, Figura 4).

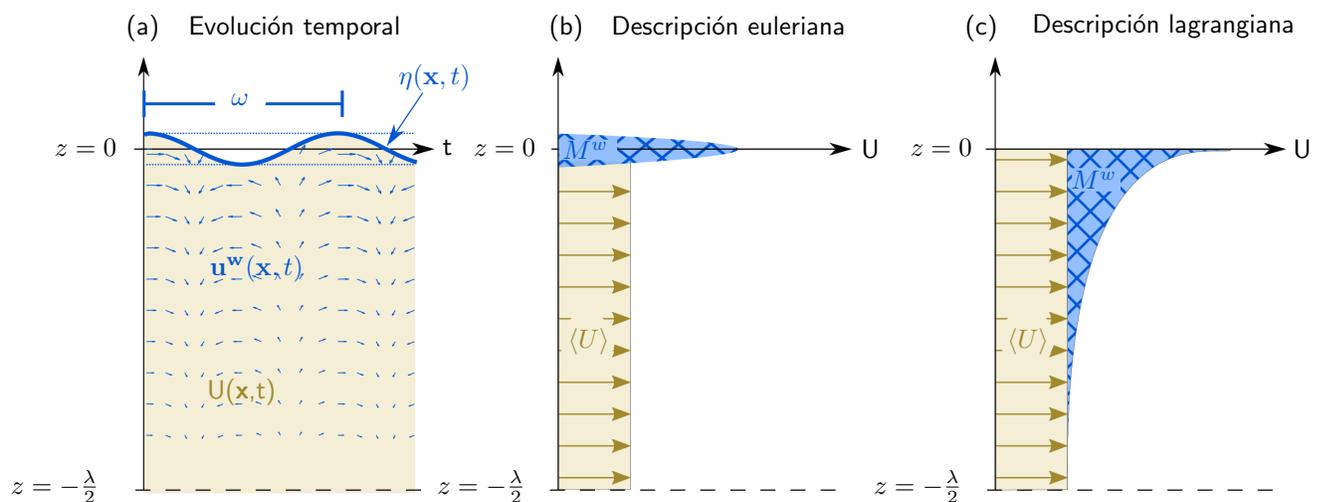


Figura 4. Representación esquemática de (a) el campo de velocidades orbitales  $\mathbf{u}^w(\mathbf{x}, t)$  y la corriente permanente  $U(\mathbf{x}, t)$  en presencia de olas  $\eta(\mathbf{x}, t)$ , y sus respectivos promedios temporales  $M^w$  y  $\langle U \rangle$  bajo una descripción (b) euleriana y (c) lagrangiana. El eje vertical en cada figura está indicado hasta una profundidad  $z = -\lambda/2$  (con  $\lambda$  siendo la longitud de onda).

En relación con las velocidades orbitales del oleaje, el promedio de estas velocidades se conoce como el momento del oleaje  $M^w$ , también denominado transporte de masa del oleaje o transporte de Stokes. La representación del momento varía según el marco o descripción que se considere, como se ilustra en la Figura 4b,c). Cuando se aplica un promedio euleriano, el momento del oleaje  $M^w$  únicamente se presenta entre las crestas y los valles de las olas (Figura 4b). La distribución vertical de  $M^w$  sigue un perfil parabólico, como se representa también en la Figura 5 mediante la línea negra. La razón física es la ausencia y presencia de agua durante el paso de las olas. Por lo tanto, las mediciones de las corrientes superficiales en esta descripción suelen analizarse sólo por debajo de los valles de las olas. Cuando se realiza un promedio lagrangiano, el momento del oleaje se distribuye verticalmente, con los valores más altos en la superficie  $z = 0$ , como se muestra en la Figura 4c.

Consideremos ahora que en el ambiente existe una corriente permanente (estacionaria y horizontalmente homogénea) con un corte en la vertical del tipo  $\mathbf{U} = (u(z), v = 0, w = 0)$ . La velocidad promedio tanto lagrangiana como euleriana son equivalentes si no hay oleaje. Sin embargo, en presencia del oleaje, el promedio de dicha corriente permanente, se modificará debido a la perturbación de la superficie libre  $\eta$ .

Si las velocidades superficiales se miden desde una plataforma que permanece fija en el espacio, el promedio temporal de las velocidades corresponderá al promedio euleriano. Sin embargo, si el oleaje induce desplazamientos horizontales y verticales, se capturará una cierta velocidad asociada con una parte del momento del oleaje. El promedio temporal de estas mediciones no corresponde ni al promedio euleriano ni al promedio lagrangiano. Por lo tanto, en general, dicho promedio se definirá como un promedio ondulante. Un caso particular del promedio ondulante se presenta cuando las mediciones se llevan a cabo siguiendo las elevaciones de la superficie libre, es decir, el promedio de las corrientes medidas por un sensor que sigue el oleaje. En este marco de referencia, los resultados obtenidos son congruentes con las investigaciones realizadas por Pollard (1973), Collar et al. (1983), y Santala & Terray (1992).

Independientemente del marco de referencia en que se realicen las mediciones, es útil expresar los promedios de las corrientes superficiales en un marco de referencia euleriano, principalmente porque esas mediciones pueden ser utilizadas en los modelos numéricos y en su validación. Por otra parte, para representar mediciones lagrangianas en modelos numéricos eulerianos, Andrews & McIntyre (1978) propusieron el concepto del promedio lagrangiano generalizado (GLM por sus siglas en inglés). El GLM consiste en calcular el promedio espacial en un volumen de fluido perturbado con respecto a la posición de referencia, de forma que se obtiene.

$$\bar{u}^L(\mathbf{x}, t) = \overline{u(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}, t)}, \quad (30)$$

donde  $\mathbf{x}$  y  $\delta x$  corresponden a la posición espacial de un volumen de fluido, y la perturbación que presenta con respecto a su estado inicial, respectivamente. Según Andrews & McIntyre (1978) y años después Ardhuin et al. (2008), el promedio lagrangiano generalizado puede expresarse como una componente promedio cuasi-euleriana modificada por la presencia del oleaje ( $\hat{u}$ ) más el pseudo-momento del oleaje ( $P$ ), resultando la siguiente expresión,

$$\bar{u}^L(z) = \hat{u}(z) + P. \quad (31)$$

En el caso particular en que las velocidades superficiales se miden siguiendo la trayectoria de las partículas del fluido descrito por la teoría lineal del oleaje, el promedio de estas velocidades corresponderá a la deriva de Stokes (4), como se representa en la Figura 5 para el caso de la componente horizontal de las velocidades orbitales al considerar una onda monocromática.

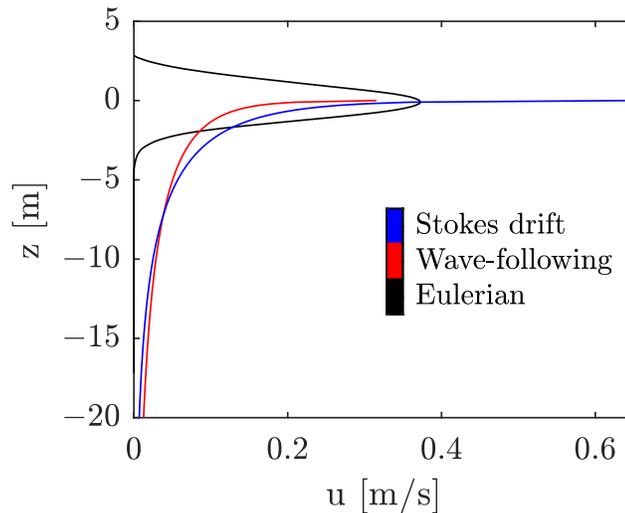


Figura 5. Perfiles verticales del promedio temporal del campo de la componente horizontal de la velocidad orbital del oleaje que se han generado mediante el modelo descrito en la sección 2.2.6, teniendo en cuenta diversos movimientos de un correntómetro instalado en una boya o línea de anclaje. La línea negra muestra el resultado obtenido al realizar un promedio euleriano (sensor sin movimiento). La línea roja corresponde a la medición que se obtendría con un correntómetro instalado en una boya, donde el oleaje induce únicamente desplazamientos verticales. La línea azul representa el perfil de la deriva de Stokes, obtenido al considerar que el oleaje induce desplazamientos horizontales y verticales en un correntómetro instalado en una boya.

En la Figura 5 se muestran diferentes perfiles promedio de la componente horizontal de la velocidad orbital del oleaje para ilustrar los promedios referidos en esta sección. La línea negra corresponde al promedio euleriano, la línea roja muestra el promedio del campo de velocidades cuando un sensor se mueve verticalmente siguiendo las elevaciones de la superficie libre (3), y la línea azul corresponde a la medición que se obtendría por un sensor moviéndose horizontal y verticalmente siguiendo la trayectoria de las velocidades orbitales, lo que equivale a la deriva de Stokes (4).

### 2.2.2. Análisis teórico del sesgo en la medición de corrientes en el caso de una onda monocromática

En esta sección se parte de considerar una corriente horizontal en el océano  $u(x, z, t)$ , donde la presencia del oleaje modifica la frontera superior. Por simplicidad, solo consideramos una dimensión horizontal  $x$ , ignorando la dimensión  $y$  cuya contribución se añadirá de forma similar. La medición obtenida por un correntómetro puede expresarse como  $u(x(t), z(t), t)$  siendo  $x(t), z(t)$  la posición del sensor, y el campo promedio de la corriente dependerá del marco de referencia considerado, así como de la distribución horizontal y vertical de la corriente. En el caso general,  $x(t) = x_0 + \delta x(t)$  y  $z(t) = z_0 + \delta z(t)$ . Al evaluar un promedio euleriano, la posición es fija en el espacio,  $X = x_0$  y  $Z = z_0$ . En el caso concreto de una boya que sigue las olas,  $\delta x(t) = -a \sin(kx - \omega t) \exp\{kz_0\}$  y  $\delta z(t) = a \cos(kx - \omega t) \exp\{kz_0\}$ , donde  $a$  es la amplitud de la ola,  $k$  el número de onda y  $\omega$  la frecuencia angular. Como se obtendrá más adelante, en tal caso aparece un sesgo en el promedio temporal del campo de velocidad por la presencia del oleaje (Pollard, 1973).

El desarrollo analítico para calcular el sesgo en el promedio temporal del campo de velocidades por la presencia del oleaje está bien descrito en la bibliografía (Pollard, 1973; Collar et al., 1983; Santala & Terray, 1992, entre otros). Cuando se considera únicamente a la dimensión vertical,  $z$ , es posible calcular este sesgo al suponer una pequeña perturbación  $\delta z$  respecto a la posición promedio del sensor  $z_0$  y utilizando una expansión en serie de Taylor de las velocidades orbitales del oleaje. Se sabe que la componente horizontal de las velocidades orbitales del oleaje está en fase con las elevaciones de la superficie de las olas.

En la siguiente sección, se presentará un desarrollo analítico para obtener el promedio temporal de campos de velocidad considerando un sensor que se desplaza bajo ciertas características de fase o cuadratura con respecto a la superficie libre. Este desarrollo abarca diferentes configuraciones de medición, incluyendo la presencia de velocidades orbitales del oleaje, corriente superficial promedio, y diferentes tipos de desplazamientos de los sensores.

### 2.2.3. Desplazamientos verticales

Comenzamos considerando únicamente los desplazamientos verticales del sensor, sin desplazamiento horizontal. En presencia de un desplazamiento vertical  $\delta z_0$  en torno a una posición media  $z_0$ , la perturbación en la medición de un campo de velocidad horizontal,  $u = u(x, z(t), t)$ , puede aproximarse mediante una

expansión en serie de Taylor de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} u(x, z(t), t) &= u(x, z_0 + \delta z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta z^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial z_0^n} u(x, z_0, t) \\ &= u(x, z_0, t) + \delta z u'(x, z_0, t) + \frac{\delta z^2}{2} u''(x, z_0, t) + O(\delta z^3), \end{aligned} \quad (32)$$

donde los valores primados corresponden a las derivadas parciales de  $u$  con respecto a  $z$ . Al aplicar un promedio temporal a la ecuación (32), obtenemos:

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = \langle u(x, z_0, t) \rangle_t + \langle \delta z u'(x, z_0, t) \rangle_t + \left\langle \frac{\delta z^2}{2} u''(x, z_0, t) \right\rangle_t + O(\delta z^3)_t, \quad (33)$$

con el promedio temporal ( $\langle \rangle_t$ ), el cual se define como:

$$\langle \rangle_t = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} () dt.$$

A continuación, consideramos que el campo de velocidad  $u$  puede separarse en una componente que contiene las variaciones horizontales y temporales, y otra componente que contiene la variación vertical, de la siguiente manera:

$$u(x, z(t), t) = F(x, t)G(z). \quad (34)$$

Al aplicar un promedio temporal a la ecuación (34), obtenemos:

$$\begin{aligned} \langle u(x, z(t), t) \rangle_t &= \langle F(x, t)G(z_0) \rangle_t + \langle \delta z F(x, t)G'(z_0) \rangle_t + \left\langle \frac{\delta z^2}{2} F(x, t)G''(z_0) \right\rangle_t + O(\delta z^3) \\ &= G(z_0)\langle F(x, t) \rangle_t + G'(z_0)\langle \delta z F(x, t) \rangle_t + G''(z_0)\left\langle \frac{\delta z^2}{2} F(x, t) \right\rangle_t + O(\delta z^3). \end{aligned} \quad (35)$$

A partir de la ecuación (35), podemos considerar dos casos particulares en función de la fase entre las componentes que contienen variaciones horizontales y las que contienen variaciones temporales. Caso A, cuando está en fase con respecto a  $\delta z$ , y caso B cuando no lo está.

### **Caso A: Velocidades orbitales (perturbación en la superficie en fase con el campo de velocidad)**

En este caso, consideramos que  $F(x, t)$  es proporcional a  $\delta z$  y que  $\delta z$  corresponde a una función periódica (es decir,  $F(x, t)$  está en fase con  $\delta z$ ), de manera que  $F(x, t) = \alpha \delta z$ , donde  $\alpha$  es una constante de proporcionalidad. En el caso de las velocidades orbitales del oleaje,  $\alpha = \omega$ , y tiene dimensiones de  $s^{-1}$ .

Por lo tanto,

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = G(z_0) \langle \alpha \delta z \rangle_t + G'(z_0) \langle \alpha \delta z^2 \rangle_t + G''(z_0) \left\langle \frac{\alpha \delta z^3}{2} \right\rangle_t + O(\delta z^4). \quad (36)$$

Debido a la periodicidad de  $\delta z$ , los términos en la ecuación (36) que incluyen  $(\delta z^n)$  para valores impares de  $n$  son cero cuando se realiza el promedio temporal. Por lo tanto,

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = G'(z_0) \langle \alpha \delta z^2 \rangle_t + O(\delta z^4). \quad (37)$$

Manteniendo los términos hasta el segundo orden, obtenemos

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = G'(z_0) \langle \alpha \delta z^2 \rangle_t. \quad (38)$$

Finalmente, si consideramos que  $\alpha$  no depende del tiempo y recordamos que  $\delta z$  es una función periódica alrededor de 0,  $\langle \delta z^2 \rangle_t$  corresponderá a la varianza de  $\delta z$ , con lo cual

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = \alpha G'(z_0) \text{Var}(\delta z). \quad (39)$$

### Caso B: Corriente permanente (perturbación en desfase con el campo de velocidad)

Ahora, consideraremos el caso particular en que  $F(x, t)$  varía mucho más lentamente que las variaciones verticales relacionadas con las olas ( $\delta z$ ), entonces podemos considerar que  $F(x, t)$  es un campo de velocidad permanente  $F(x)$  y la ecuación (35) se reduce a

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = F(x)G(z_0) + F(x)G'(z_0) \langle \delta z \rangle_t + F(x)G''(z_0) \left\langle \frac{\delta z^2}{2} \right\rangle_t + O(\delta z^3). \quad (40)$$

Además, si  $\delta z$  corresponde a una función periódica de amplitud pequeña alrededor de un valor promedio de 0, obtenemos que

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = F(x)G(z_0) + F(x)G''(z_0) \left\langle \frac{\delta z^2}{2} \right\rangle_t + O(\delta z^3). \quad (41)$$

Considerando la aproximación de segundo orden de la ecuación (41), el promedio temporal de la medición del campo de velocidad dependerá de la trayectoria que sigue el sensor cuando está en fase con la

perturbación en la superficie. Por lo tanto, se obtiene

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = F(x)G(z_0) + F(x)G''(z_0) \left\langle \frac{\delta z^2}{2} \right\rangle_t, \quad (42)$$

o

$$\langle u(x, z(t), t) \rangle_t = F(x)G(z_0) + F(x)G''(z_0) \frac{\text{Var}(\delta z)}{2}. \quad (43)$$

A partir de (39) y (43), es importante recordar que las primeras y segundas derivadas con respecto a la coordenada vertical de una función que representa un campo de velocidad, están relacionadas con el corte vertical y la curvatura del perfil de velocidad, respectivamente.

### 2.2.3.1. Desplazamientos verticales y horizontales

Ahora consideraremos las mediciones de un campo de velocidades cuando el sensor presenta desplazamientos horizontales  $\delta x$  junto con desplazamientos verticales  $\delta z$ . Para ésto utilizamos la expansión de la serie de Taylor de varias variables que, de acuerdo con (Arfken et al., 2002), está dada por la relación:

$$u(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) = u(x_1 + \delta x_1, \dots, x_n + \delta x_n) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \left[ \sum_{k=1}^n \delta x_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right]^j f(x_1, \dots, x_n), \quad (44)$$

donde  $\delta x_n = \hat{x}_n - x_n$ , y corresponden a las diferentes dimensiones de un campo  $u$ . Considerando un campo de velocidad  $u = u(x(t), z(t), t)$ , al realizar una expansión de Taylor alrededor de  $x, z$  tal que  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (x, z)$ , y  $(\delta x, \delta z) = (\hat{x} - x_0, \hat{z} - z_0)$ , obtenemos:

$$\begin{aligned} u(x(t), z(t), t) &= u(x_0 + \delta x, z_0 + \delta z, t) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \left[ \delta x \frac{\partial}{\partial x_0} + \delta z \frac{\partial}{\partial z_0} \right]^j u(x_0, z_0, t) \\ &= u(x_0, z_0, t) + \left[ \delta x \frac{\partial}{\partial x_0} + \delta z \frac{\partial}{\partial z_0} \right] u(x_0, z_0, t) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ \delta x^2 \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + 2\delta x \delta z \frac{\partial}{\partial x_0} \frac{\partial}{\partial z_0} + \delta z^2 \frac{\partial^2}{\partial z_0^2} \right] u(x_0, z_0, t) + O(\delta x^3, \delta z^3). \end{aligned} \quad (45)$$

Si consideramos  $u(x(t), z(t), t) = F(x, t)G(z)$ , y usamos la notación  $f_x(x) = \frac{\partial}{\partial x} f(x)$ , la ecuación (45) la podemos reescribir como:

$$\begin{aligned} u(x(t), z(t), t) &= F(x_0, t)G(z_0) + \delta x F_{x_0}(x_0, t)G(z_0) + \delta z F(x_0, t)G_{z_0}(z_0) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ \delta x^2 F_{x_0 x_0}(x_0, t)G(z_0) + 2\delta x \delta z F_{x_0}(x_0, t)G_{z_0}(z_0) + \delta z^2 F(x_0, t)G_{z_0 z_0}(z_0) \right] \\ &\quad + O(\delta x^3, \delta z^3). \end{aligned} \quad (46)$$

Siguiendo el mismo razonamiento que en el caso unidimensional de la sección anterior, ahora podemos considerar dos hipótesis particulares basadas en la ecuación (46).

### Caso A: Velocidades orbitales (perturbaciones en fase y en cuadratura con el campo de velocidades)

Primero consideramos que  $F(x, t) = \alpha_0 \delta z$ , y que  $\delta x$  está en cuadratura con  $\delta z$  (desfase de  $\pi/2$ ), donde  $\delta z$  es una función del tiempo y se representa como una función similar a una onda alrededor de  $z_0$ . Bajo estas consideraciones, tenemos la siguiente relación para las derivadas  $n$  del campo  $F(x)$ :

$$\frac{\partial_n}{\partial x_0^n} F(x_0, t) = \begin{cases} \alpha_n \delta z & \text{para } n \text{ par} \\ \beta_n \delta x & \text{para } n \text{ impar} \end{cases}$$

Por lo tanto, obtenemos:

$$u(x(t), z(t), t) = \alpha_0 \delta z G(z_0) + \delta x \beta_1 \delta x G(z_0) + \delta z \alpha_0 \delta z G_{z_0}(z_0) + \frac{1}{2} [\delta x^2 \alpha_2 \delta z G(z_0) + 2 \delta x \delta z \beta_1 \delta x G_{z_0}(z_0) + \delta z^2 \alpha_0 \delta z G_{z_0 z_0}(z_0)] + O(\delta x^3, \delta z^3), \quad (47)$$

$$u(x(t), z(t), t) = \alpha_0 \delta z G(z_0) + \beta_1 \delta x^2 G(z_0) + \alpha_0 \delta z^2 G_{z_0}(z_0) + \frac{1}{2} [\delta x^2 \alpha_2 \delta z G(z_0) + 2 \delta x^2 \delta z \beta_1 G_{z_0}(z_0) + \delta z^3 \alpha_0 G_{z_0 z_0}(z_0)] + O(\delta x^3, \delta z^3), \quad (48)$$

$$\delta x^2 \delta z = \delta z - \delta z^3,$$

$$u(x(t), z(t), t) = \alpha_0 \delta z G(z_0) + \beta_1 \delta x^2 G(z_0) + \alpha_0 \delta z^2 G_{z_0}(z_0) + \frac{1}{2} [(\alpha_2 G(z_0) + 2 \beta_1 G_{z_0}(z_0)) (\delta z - \delta z^3) + \alpha_0 \delta z^3 G_{z_0 z_0}(z_0)] + O(\delta x^3, \delta z^3), \quad (49)$$

Debido a que  $\delta x$  y  $\delta z$  corresponden a funciones periódicas en cuadratura, al realizar el promedio temporal de (48), los términos que contienen  $\delta_x^m, \delta_z^n$  o  $\delta_x^m, \delta_z^n$  con  $m, n$  impares o con una combinación impar de  $m + n$  serán nulos. Por lo tanto, tenemos:

$$\langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = G(z_0) \langle \beta_1 \delta x^2 \rangle_t + G_{z_0}(z_0) \langle \alpha_0 \delta z^2 \rangle_t + O(\delta x^3, \delta z^3). \quad (50)$$

Considerando solo una aproximación a segundo orden en  $\delta_z$ , y recordando que  $\delta z$  corresponde a una función periódica alrededor de 0, tenemos:

$$\langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = G(z_0) \langle \beta_1 \delta z^2 \rangle_t + G_{z_0}(z_0) \langle \alpha_0 \delta z^2 \rangle_t. \quad (51)$$

$$\langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = G(z_0)\text{Var}(\beta_1 \delta x) + G_{z_0}(z_0)\text{Var}(\alpha_0 \delta z). \quad (52)$$

Cuando se considera que el campo de velocidad corresponde a la componente horizontal y vertical de las velocidades orbitales del oleaje y  $\delta x, \delta z$  corresponden a la trayectoria seguida por las partículas de fluido, la expresión obtenida en (52) corresponde a la deriva de Stokes descrita por Arduin et al. (2008).

### Caso B: perfil vertical de corriente permanente (perturbaciones en fase o fuera de fase con el campo de velocidad)

Si  $\delta z$  está en cuadratura con  $\delta x$ , y consideramos que el campo de velocidad no varía mucho durante el tiempo de promediado, tenemos  $u(x, z, t) \approx u(x, z)$ , y  $\delta x$  no se puede expresar como una función de  $\delta z$ . Entonces, la ecuación (46) se reduce a

$$\begin{aligned} u(x(t), z(t)) = & F(x_0)G(z_0) + \delta x F_{x_0}(x_0)G(z_0) + \delta z F(x_0)G_{z_0}(z_0) + \frac{1}{2} [\delta x^2 F_{x_0 x_0}(x_0)G(z_0) \\ & + 2\delta x \delta z F_{x_0}(x_0)G_{z_0}(z_0) + \delta z^2 F(x_0)G_{z_0 z_0}(z_0)] + O(\delta x^3, \delta z^3). \end{aligned} \quad (53)$$

Después de promediar temporalmente, obtenemos

$$\begin{aligned} \langle u(x(t), z(t)) \rangle_t = & F(x_0)G(z_0) + \frac{1}{2} [F_{x_0 x_0}(x_0)G(z_0) \langle \delta x^2 \rangle_t + 2\delta x \delta z F_{x_0}(x_0)G_{z_0}(z_0) \\ & + F(x_0)G_{z_0 z_0}(z_0) \langle \delta z^2 \rangle_t] + O(\delta x^3, \delta z^3), \end{aligned} \quad (54)$$

y recordando que los términos  $(\delta_x^n, \delta_z^n)$  promediarán a cero cuando  $n$  es impar, obtenemos

$$\begin{aligned} \langle u(x(t), z(t)) \rangle_t = & F(x_0)G(z_0) + F_{x_0 x_0}(x_0)G(z_0) \left\langle \frac{\delta x^2}{2} \right\rangle_t + F(x_0)G_{z_0 z_0}(z_0) \left\langle \frac{\delta z^2}{2} \right\rangle_t \\ & + O(\delta x^3, \delta z^3). \end{aligned} \quad (55)$$

A partir de las ecuaciones (50) y (55) y considerando el segundo orden en  $\delta_z$ , podemos obtener:

$$\langle u(x(t), z(t)) \rangle_t = F(x_0)G(z_0) + F_{x_0 x_0}(x_0)G(z_0) \left\langle \frac{\delta x^2}{2} \right\rangle_t + F(x_0)G_{z_0 z_0}(z_0) \left\langle \frac{\delta z^2}{2} \right\rangle_t, \quad (56)$$

recordando que las funciones  $\delta x$  y  $\delta z$  son periódicas alrededor de  $x_0$  y  $z_0$  respectivamente, lo que significa que

$$\langle u(x(t), z(t)) \rangle_t = F(x_0)G(z_0) + F_{x_0 x_0}(x_0)G(z_0) \frac{\text{Var}(\delta x)}{2} + F(x_0)G_{z_0 z_0}(z_0) \frac{\text{Var}(\delta z)}{2}. \quad (57)$$

Comparando los resultados obtenidos en (43) y (57), identificamos que al igual que en el caso unidimensional, la aproximación de segundo orden sólo incorpora el efecto de la curvatura del perfil vertical

de velocidad en la dirección horizontal.

#### 2.2.4. Interpretación física: caso A - velocidades orbitales del oleaje

El desarrollo matemático anterior puede aplicarse a cualquier campo de velocidad, cumpliendo las hipótesis de los diferentes casos. Ahora abordaremos su aplicación para medir la corriente cercana a la superficie cuando un sensor se monta en una boya en movimiento. En esta sección, nos enfocamos en el efecto de las velocidades orbitales ( $u$ ) generadas por una onda monocromática ( $\eta$ ) con la que se describe las elevaciones de la superficie como:

$$\eta = a \cos(kx - \omega t). \quad (58)$$

$$u = \omega \eta \exp(kz) = a\omega \cos(kx - \omega t) e^{kz}. \quad (59)$$

donde  $u$  puede separarse como:

$$\begin{aligned} F(x, t) &= a\omega \cos(kx - \omega t), \\ G(z) &= e^{kz}, \end{aligned} \quad (60)$$

donde se considerarán diferentes tipos de desplazamientos del sensor  $\delta x$  y  $\delta z$  con respecto a una posición de referencia  $x_0$  y  $z_0$ , respectivamente

(a) Caso A1: desplazamiento vertical de un correntómetro sin variación vertical

En primer lugar, consideramos que el sensor no tiene desplazamientos horizontales ( $\delta x = 0$ ) y que el desplazamiento vertical periódico alrededor de  $z_0$  está dado por  $\eta$ . Esto corresponde a un correntómetro unido a una boya o línea de anclaje que se movería verticalmente siguiendo el movimiento de su flotador en la superficie (Figura 6a). A partir de la ecuación (38), tenemos:

$$\delta z = \eta \quad \Rightarrow \quad \langle u(x, z(t), t) \rangle_t = \frac{1}{2} a^2 \omega k e^{kz_0} \quad (61)$$

La ecuación (61) corresponde al sesgo en la medición de corrientes en presencia del oleaje, obtenido por Pollard (1973) y Collar et al. (1983). Como se muestra en la Figura 6a, el promedio de la medición de la corriente está relacionado a la deriva de Stokes, presentando un valor que corresponde a la mitad de la

deriva de Stokes en la superficie y un decaimiento menos pronunciado con la profundidad, la cual está dada por la ecuación (4).

(b) Caso A2: desplazamiento vertical y horizontal de un correntómetro, sin variación vertical

Ahora consideraremos que las pequeñas perturbaciones  $\delta z$  y  $\delta x$  pueden tener dependencia espacial y temporal, de tal manera que  $\delta z(x, z, t)$  y  $\delta x(x, z, t)$ . En el caso de una onda monocromática,  $\delta z$  y  $\delta x$  representan los desplazamientos verticales y horizontales que se producen por la trayectoria orbital de la ola. Esto corresponde a un correntómetro unido a una línea de anclaje que se mueve horizontal y verticalmente siguiendo su flotador en la superficie. De acuerdo con la teoría lineal del oleaje en aguas profundas, el flotador (y por lo tanto el correntómetro) describiría trayectorias circulares en toda la columna de agua (Figura 6b). A partir de la ecuación (52), tenemos:

$$\left. \begin{aligned} \delta z &= \eta = a \cos(kx - \omega t). \\ \delta x &= -a \sin(kx - \omega t). \end{aligned} \right\} \Rightarrow \langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = a^2 \omega k e^{kz_0} \quad (62)$$

A diferencia del caso A1, en este caso el promedio de la velocidad medida en la superficie corresponderá a la deriva de Stokes. Su decaimiento con la profundidad es menos pronunciado que la deriva de Stokes, lo cual es similar al caso A1.

(c) Caso A3: Desplazamiento vertical y horizontal de un correntómetro, con variación vertical exponencial

Aquí, consideramos que los desplazamientos verticales y horizontales en la posición de un correntómetro a lo largo de la columna de agua siguen las trayectorias orbitales, con una atenuación con respecto a la superficie conforme aumenta la profundidad, igual a  $e^{kz}$  (Figura 6c). Este caso correspondería a la medición obtenida por un sensor montado en una boya, que seguiría perfectamente la trayectoria que describen las velocidades orbitales del oleaje en la profundidad de muestreo. A partir de la ecuación (52), tenemos

$$\left. \begin{aligned} \delta z &= a \cos(kx - \omega t) e^{kz}. \\ \delta x &= -a \sin(kx - \omega t) e^{kz}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = a^2 \omega k e^{2kz_0} \quad (63)$$

La ecuación (63) concuerda con los resultados de Collar et al. (1983) donde, si consideramos un conjunto de correntómetros que se mueven vertical y horizontalmente, siguiendo trayectorias circulares determinadas por las velocidades orbitales del oleaje, el sesgo en la medición de corrientes superficiales por la

presencia del oleaje corresponde a la deriva de Stokes (Figura 6c). En el presente caso, la medición corresponde a la deriva de Stokes.

(d) Caso A4: desplazamiento horizontal y vertical de un correntómetro con diferente trayectoria vertical

En este caso consideramos una boya que sigue las olas, a la cual se le instalan un conjunto de correntómetros que son libres de moverse horizontalmente siguiendo las trayectorias orbitales inducidas por la presencia del oleaje ( $\delta x = -a \sin(kx - \omega t) \exp(kz)$ ), pero el desplazamiento vertical está restringido por las elevaciones de la superficie del mar ( $\delta z = \eta$ ). Para este caso, utilizando (52) obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} \delta z &= a \cos(kx - \omega t) \\ \delta x &= -a \sin(kx - \omega t) \exp(kz) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = \frac{1}{2} a^2 \omega k [e^{2kz_0} + e^{kz_0}] \quad (64)$$

La trayectoria de un correntómetro ubicado en la superficie describirá un círculo perfecto. Sin embargo, a medida que se aumenta la profundidad, la trayectoria circular se convierte en una elipse con el eje mayor dado por la amplitud de la ola y el eje menor dado por la componente horizontal de las trayectorias orbitales inducidas por las olas (Figura 6d). El promedio de las velocidades medidas con los correntómetros corresponden a la deriva de Stokes en la superficie; sin embargo, debido a la restricción en el desplazamiento vertical, la amplitud del desplazamiento horizontal disminuye al aumentar la profundidad, pero el desplazamiento vertical prevalece. Por lo tanto, el caso presente corresponde a una combinación de los casos A1 y A3.

(e) Caso A5: medición realizada con un correntómetro instalado en una boya con inclinación

Para obtener la medición que se obtendría con un correntómetro instalado en una boya con una inclinación específica con respecto a la vertical, consideraremos una variación del caso A4. De manera similar a los casos anteriores  $\delta z = \eta$ , pero  $\delta x$  por debajo de la superficie no está influenciado por la trayectoria inducida por las olas, sino que en su lugar está restringido a un perfil impuesto y para fines prácticos se representa mediante una función lineal (Figura 6e). Por lo tanto:

$$\left. \begin{aligned} \delta z &= a \cos(kx - \omega t). \\ \delta x &= -a \sin(kx - \omega t) f(z). \end{aligned} \right\} \Rightarrow \langle u(x(t), z(t), t) \rangle_t = \frac{1}{2} a^2 \omega k e^{kz_0} [f(z) + 1] \quad (65)$$

La trayectoria descrita por el correntómetro en la superficie corresponde a un círculo perfecto (similar a los

casos 2–4). En la vertical, las trayectorias horizontales disminuyen de manera lineal con la profundidad y se presenta una profundidad sin movimiento que depende de las características de la función que describe la inclinación. El promedio del campo de velocidad muestreado por un correntómetro en la superficie corresponde a la deriva de Stokes del oleaje. Justo en la profundidad sin movimiento, la velocidad promedio registrada por un medidor de corriente es la misma que se obtiene en el caso A1 (Figura 6e).

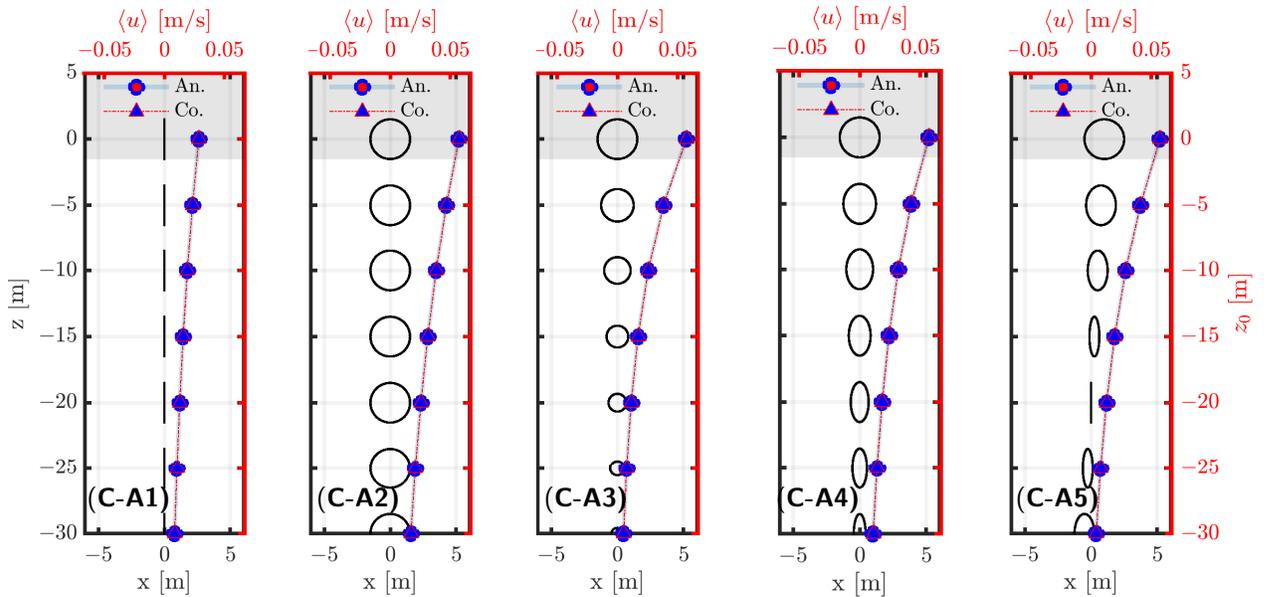


Figura 6. Casos A1 a A5 correspondientes a los diferentes análisis aplicados a una onda monocromática. La línea negra representa la trayectoria descrita por un correntómetro para una profundidad dada, representada por el eje izquierdo (negro). La línea cian con círculos azules y la línea roja con triángulos rojos representan el campo promedio de velocidad (en m/s) correspondiente a la solución analítica y solución numérica que se obtiene a partir del modelo numérico presentado en la sección 2.2.6, respectivamente. Ambas líneas están referidas al eje derecho (rojo) y se superponen porque son idénticas. La región sombreada indica profundidades por encima de las crestas de las olas. En todos los casos, se considera una amplitud de ola de 1.5 metros y un período de 10 segundos bajo condiciones de aguas profundas. En el caso A5 se empleó un perfil de inclinación con propósitos ilustrativos, expresado como  $f(z) = 1 + (1/nm)z$ , donde  $nm$  representa la profundidad sin movimiento, fijada en 20 m.

Es importante tener en cuenta que, en el caso de ondas monocromáticas estudiado en esta sección, un medidor de corriente nunca se elevaría por encima del nivel del agua y siempre permanecería dentro del agua, a pesar de que la profundidad promedio de las mediciones sea mayor que la del valle de las olas (región sombreada en la Figura 6). Si consideráramos mediciones eulerianas o mediciones realizadas desde boyas con dimensiones finitas, surgiría el problema de que un medidor de corriente saliera del agua, como se tratará más adelante.

Los casos presentados en esta sección se resumen en la tabla 1, con trayectoria de correntómetro  $\delta x$  y  $\delta z$ , y la forma de la corriente promedio.

Tabla 1. Resumen de las características de los casos estudiados considerando ondas monocromáticas. Se presenta el desplazamiento horizontal ( $\delta x$ ) y vertical ( $\delta z$ ) de un correntómetro y el promedio temporal de la medición que se obtendría por el correntómetro  $\langle u \rangle_t$ . En el caso del estudio A5,  $f(z)$  representa una función lineal que determina la inclinación que puede presentar la flotación de una boya.

	$\delta x$	$\delta z$	$\langle u \rangle_t$
(a) Caso A1	0	$a \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$	$\frac{1}{2} a^2 \omega k \exp\{kz_0\}$
(b) Caso A2	$-a \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$	$a \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$	$a^2 \omega k \exp\{kz_0\}$
(c) Caso A3	$-a \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \exp\{kz\}$	$a \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \exp\{kz\}$	$a^2 \omega k \exp\{2kz_0\}$
(d) Caso A4	$-a \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \exp\{kz\}$	$a \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$	$\frac{1}{2} a^2 \omega k [\exp\{2kz_0\} + \exp\{kz_0\}]$
(e) Caso A5	$-a \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) f(z)$	$a \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$	$\frac{1}{2} a^2 \omega k \exp\{kz_0\} [1 + f(z_0)]$

### 2.2.5. Interpretación física: Caso B: corriente permanente con corte vertical

En los resultados anteriores, analizamos casos específicos de un campo de velocidad horizontal del tipo  $u = u(x, z, t)$ , donde solo se consideraba la componente horizontal de las velocidades orbitales del oleaje. Esta componente tiene la característica de estar en fase con la superficie. Si consideramos que la posición de un correntómetro presenta desplazamientos horizontales y verticales asociados con la presencia del oleaje, pero el campo de velocidad no tiene variaciones horizontales significativas, o dichas variaciones son mucho más pequeñas en comparación con los desplazamientos asociados a las velocidades orbitales ( $F(x) \ll \delta x$ ), entonces la ecuación (57) se reduce a la ecuación (52), y obtendríamos el mismo resultado que en el caso 1b.

En este caso, consideramos un campo de velocidad que no está en fase con las olas, independiente del tiempo y de las coordenadas  $x$  y  $y$ , pero que presenta un corte vertical  $u = u(z)$ . Si realizamos mediciones utilizando con un correntómetro montado en una boya que responde a las velocidades orbitales del oleaje en la superficie, a partir de (42) obtenemos:

$$\left. \begin{array}{l} \delta z = a \cos(kx - \omega t) \\ F(x, t) = 1 \\ G(z) = f(z) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \langle u(z(t)) \rangle_t = f(z_0) + f''(z_0) \left\langle \frac{\eta^2}{2} \right\rangle_t \\ \langle u(z(t)) \rangle_t = f(z_0) + \frac{1}{4} a^2 f''(z_0) \end{array} \quad (66)$$

Al examinar la ecuación (66), se puede distinguir que en este caso particular, la diferencia entre realizar un promedio euleriano y un promedio ondulante del campo de velocidad, está relacionado con la segunda derivada en la vertical de  $f(z_0)$ , la cual está relacionada con la curvatura presente en el perfil vertical de dicho campo.

## 2.2.6. Modelo del campo de velocidad

En esta sección se desean evaluar los diferentes sesgos en la medición de corrientes por la presencia del oleaje, presentados en la sección 2.2.4. Para este propósito, se construye el campo de velocidad en el océano considerando un modelo para un viento específico  $u_{10}$  y la longitud de un área sobre la cual actúa el viento para generar olas (fetch),  $\chi$ . El campo de velocidad se construye en un marco que sigue la superficie libre,  $\eta(t)$ , en cada instante. Esto permite generar una malla de resolución muy fina cerca de la superficie, que posteriormente se interpola a una malla de coordenadas verticales fijas.

El campo de velocidad contiene velocidades orbitales del oleaje calculadas a partir de un modelo que representa el oleaje generado por el viento, además de una corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman.

### 2.2.6.1. Espectro del oleaje en desarrollo

En el modelo, se calcula el espectro del oleaje siguiendo el enfoque de Donelan et al. (1985), denominado a partir de aquí como DHH, y considerando un viento y fetch constantes.

$$S(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^4 \omega_p} \exp \left[ -\frac{5}{4} \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^4 \right] \cdot \gamma^\Gamma, \quad (67)$$

donde  $\Gamma$  está dada como

$$\Gamma = \exp \left\{ \left\{ -\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2 \omega_p^2} \right\} \right\},$$

donde  $\omega_p$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ , y  $\sigma$  son la frecuencia asociada al pico espectral ( $2\pi f_p$ ), el parámetro del rango de equilibrio, el factor de crecimiento y el parámetro que representa el ancho del pico espectral, respectivamente.

De acuerdo con Donelan et al. (1985), las características espectrales están relacionadas con el fetch y la intensidad del viento de la siguiente manera:

$$\alpha = 0.006 \left( \frac{u_{10}}{c_p} \right)^{0.55}; \quad 0.83 < \frac{u_{10}}{c_p} < 5, \quad (68)$$

$$\sigma = 0.08 \left[ 1 + \frac{4}{\left( \frac{u_{10}}{c_p} \right)^3} \right]; \quad 0.83 < \frac{u_{10}}{c_p} < 5, \quad (69)$$

$$\gamma = \begin{cases} 1.7, & 0.83 < \frac{u_{10}}{c_p} < 1, \\ 1.7 + 6 \log \left( \frac{u_{10}}{c_p} \right), & 0.83 < \frac{u_{10}}{c_p} < 1, \end{cases} \quad (70)$$

$$\frac{u_{10}}{c_p} = 11.6\tilde{\chi}^{-0.23}, \quad (71)$$

donde  $c_p$  corresponde a la rapidez de fase,  $\tilde{\chi}$  representa al fetch adimensional, definido como  $\tilde{\chi} = \frac{\chi g}{u_{10}^2}$ , y la frecuencia angular asociada al pico espectral, la cual está dado por:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{0.54g^{-0.77}u_{10}^{0.54}\chi^{0.23}}. \quad (72)$$

### 2.2.6.2. Estimación espectral de la deriva de Stokes

En este trabajo, exploramos un caso particular donde se consideran condiciones de aguas profundas, y en el cual todas las olas se propagan en una dirección, dando lugar a la versión unidireccional de la deriva de Stokes. A partir del espectro de frecuencias del oleaje, el perfil de la deriva de Stokes en su versión unidireccional, se calcula de la siguiente manera:

$$u_s(z) = \frac{16\pi^3}{g} \int_0^\infty f^3 S(f) e^{\frac{8\pi^2 f^2}{g} z} df, \quad (73)$$

donde se considera la condición de aguas profundas en la relación de dispersión del oleaje. Esta expresión es coherente con lo presentado en trabajos anteriores, como los de Kenyon (1969) y Webb & Fox-Kemper (2011), entre otros. Sin embargo, es importante tener presente que Donelan et al. (1985) identificaron que esta versión tiende a sobreestimar la deriva de Stokes debido a la variabilidad direccional del oleaje. No obstante, para fines prácticos nos referiremos a la deriva de Stokes en términos de su versión unidireccional.

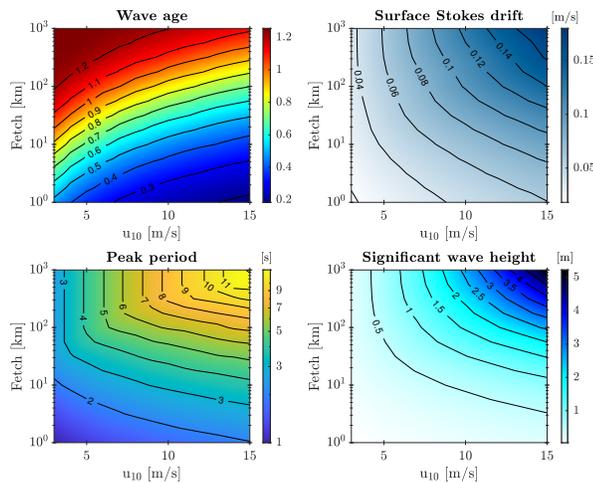


Figura 7. Diagramas en función de la velocidad del viento y fetch de: la edad del oleaje  $c_p/u_{10}$  (panel superior izquierdo), deriva de Stokes en la superficie (panel superior derecho), período asociado al pico espectral (panel inferior izquierdo) y la altura significativa del oleaje (panel inferior derecho).

Para tener en cuenta condiciones realistas del oleaje, se realizaron experimentos con una amplia gama de vientos y fetch. Para cada caso, se calcularon varios parámetros del oleaje, incluyendo la edad del oleaje,  $c_p/u_{10}$ , la frecuencia asociada al pico espectral  $f_p$ , la altura significativa del oleaje,  $H_s$ , y la deriva de Stokes (Figura 7).

### 2.2.6.3. Campo de velocidades orbitales: modelo de fase aleatoria a partir de un espectro realista de oleaje en desarrollo

Las elevaciones de la superficie libre asociada al espectro de oleaje se generó mediante un modelo de fase aleatoria. Para cada banda de energía del espectro DHH, se calcula la amplitud y se aplican las condiciones de aguas profundas en la relación de dispersión del oleaje. En consecuencia, las elevaciones totales de la superficie libre ( $\eta_{tot}$ ) se expresa como:

$$\eta_{tot}(x, t) = \sum_{i=1}^N \eta_i = \sum_{i=1}^N a_i \cos(k_i x - \omega_i t - \phi_i). \quad (74)$$

En (74), el índice de la sumatoria está relacionado con el número de frecuencias del espectro de energía,  $\phi$  representa una fase aleatoria con valores entre  $-\pi$  y  $\pi$ , la amplitud  $a$  se calcula a partir del espectro de energía del oleaje como función de la frecuencia, tal que

$$a(f) = 4\sqrt{S(f)\Delta f}, \quad (75)$$

y la frecuencia angular se calcula a partir de la relación de dispersión del oleaje en aguas profundas

$$\omega^2 = gk. \quad (76)$$

El campo de velocidad  $u_{tot}$ , generado a partir de la presencia de olas irregulares, se calcula numéricamente mediante una versión modificada del modelo de corrientes propuesto por Donelan et al. (1992). El modelo considera la superposición lineal de olas que se propagan libremente, de modo que las olas más cortas viajan sobre las más largas y la suma de las componentes determinan las elevaciones totales de la superficie. Cada ola incorporada satisface la condición de pendientes infinitesimales de la teoría lineal del oleaje, lo que nos permite aplicar las condiciones de frontera correspondientes de la teoría lineal del oleaje, de manera que  $u(z = \eta) \rightarrow u(z = 0)$ . La modificación del modelo de Donelan et al. (1992) se debe a la suposición de que cada ola se propaga libremente sobre la superficie descrita por las demás olas. Por lo tanto, no se considera acoplamiento entre olas cortas y largas (no hay función de transferencia de

modulación entre olas cortas y largas (Longuet-Higgins, 1969)). Además, el modelo resuelve directamente el campo de velocidad orbital en un marco de referencia que sigue la superficie libre descrita por las olas, en lugar de resolver el sistema de ecuaciones en un sistema coordinado euleriano como propone Donelan et al. (1992). Al hacerlo de esta manera, la malla generada puede incluir una resolución vertical más fina cerca de la superficie, reduciendo así el tiempo del procesamiento numérico.

Para lograr esto, consideramos la velocidad orbital de una onda monocromática cuyo dominio está dado por:

$$u(x, z, t) = \begin{cases} a\omega e^{kz} \cos(kx - \omega t) & z \leq \eta; \\ 0 & z > \eta. \end{cases} \quad (77)$$

Las olas generadas por el modelo de fase aleatoria forman  $\eta_{tot}$ . Posteriormente, al considerar el modelo de superposición, se obtiene lo siguiente:

$$u_{tot}(x, z, t) = \sum_{i=1}^N \omega_i e^{k_i d_i} \eta_i, \quad (78)$$

donde  $d_i = z - (\eta_{tot} - \eta_i)$ .

Dado que cada ola satisface la condición de pendientes infinitesimales y se requiere obtener la contribución de cada una con respecto al campo total de velocidades orbitales en relación a  $\eta_{tot}$ , es conveniente superponer las velocidades orbitales de cada ola en una malla regular, de modo que  $z = 0$  corresponda a  $\eta_{tot}$  en la superficie; esto permite aumentar la resolución vertical muy cerca de la superficie (es decir,  $z = 0$ ). Para este propósito, definimos  $x = x_0 + \delta x(t)$  y  $z = z_0 + \delta z(t)$ , de tal manera que:

$$u(x_0, z_0, t) = a\omega e^{kz} \cos(kx - \omega t). \quad (79)$$

Finalmente, para reconstruir el campo total de velocidad,  $u_{tot}$  (ecuación (78)), correspondiente al campo en coordenadas fijas, se lleva a cabo una interpolación en la coordenada vertical del campo de velocidad, considerando  $z = z_0 + \eta_{tot}$ .

Para ilustrar el campo de velocidad obtenido utilizando el modelo propuesto, la Figura 8 muestra los primeros 60 segundos de un caso modelado del campo de velocidades orbitales bajo dos representaciones: coordenadas fijas (superior) y coordenadas siguiendo el oleaje (inferior). El campo de velocidad se calculó a partir del modelo de superposición de ondas a partir de la ecuación (78).

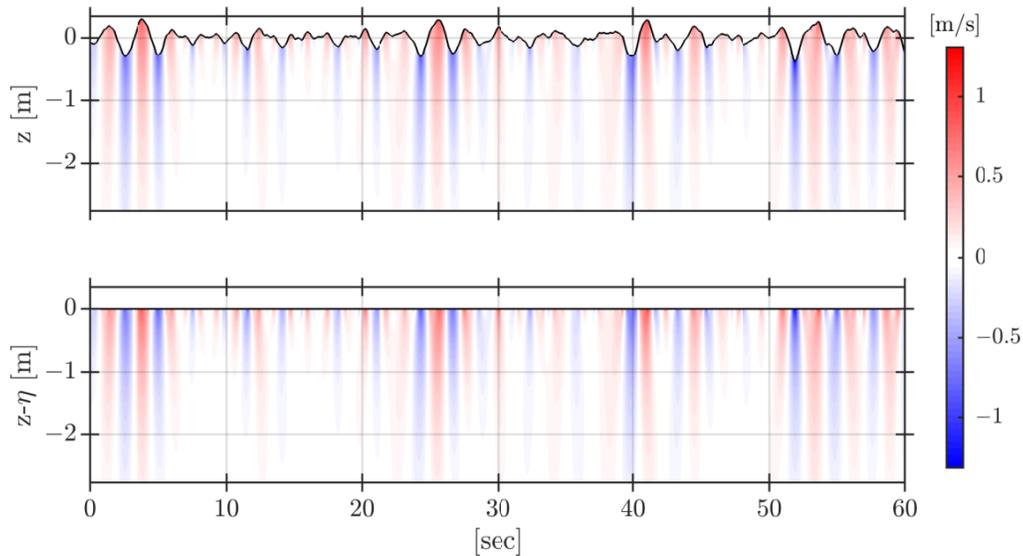


Figura 8. Representación del campo de velocidades orbitales basado en el modelo propuesto, considerando una velocidad del viento de 4 m/s y un fetch de 32 km. Los paneles superior e inferior corresponden al marco en coordenadas fijas y al que sigue la superficie libre descritas calculadas a partir del modelo de superposición de ondas a partir de la ecuación (78), respectivamente.

#### 2.2.6.4. Campo de corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman

Además de las velocidades orbitales del oleaje, se incorpora una corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman, la cual se calcula a partir del modelo no estratificado propuesto por Craig & Banner (1994) (descrito en la sección 1.1.3). En este enfoque, se consideran condiciones de viento y oleaje constantes en condiciones limitadas por el fetch. En el modelo de Craig & Banner (1994), el parámetro de rugosidad de la superficie  $z_\theta$  se calculó a partir de la parametrización propuesta por Terray et al. (1999), que establece que  $z_\theta = 1.6 H_s$  con el fin de describir la mezcla vertical. Este campo de velocidad se mantiene constante en el tiempo, sobre el marco que sigue la superficie descrita por las olas. En la Figura 9 se muestran ejemplos de corrientes cercanas a la superficie.

Al incorporar la corriente permanente del tipo Ekman de esta manera, nos aseguramos de que su perfil vertical corresponda al promedio en el marco de referencia que sigue al oleaje. Posteriormente, consideraremos cómo se modifica este perfil cuando se mide en un marco de referencia diferente (por ejemplo, en un marco fijo).

Aunque la presencia de una corriente con corte vertical puede afectar la dinámica del oleaje (Longuet-Higgins & Phillips, 1962; Kirby & Chen, 1989) por simplicidad, consideramos que ambos campos de velocidad son independientes y, por lo tanto, ignoramos este efecto.

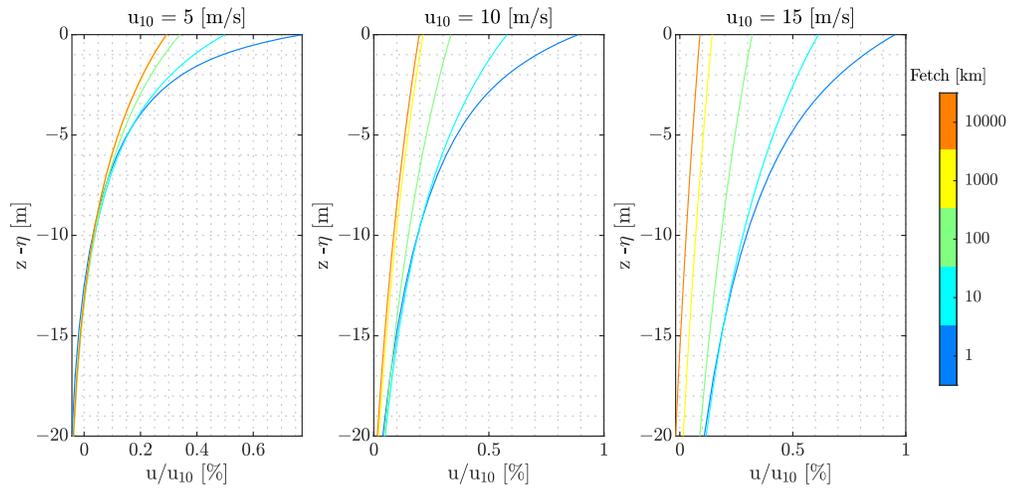


Figura 9. Promedio del campo de corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman en el marco que sigue la superficie libre descrita por las olas. Las velocidades se presentan normalizadas por la velocidad del viento  $u_{10}$  (m/s) utilizada en el espectro DHH, expresado en porcentajes. La barra de colores corresponde al fetch (km) utilizada en cada caso.

### 2.2.6.5. Respuesta de la boya al movimiento inducido por el oleaje

Como se discutió anteriormente, el promedio temporal de la velocidad medida por un sensor montado en una boya depende en gran medida del movimiento de la boya misma. Ese movimiento podría no seguir perfectamente el movimiento de la superficie del mar. Las dimensiones, la flotación, el tamaño, el anclaje y la posible acumulación de vegetación marina determinarán la respuesta de la boya al movimiento inducido por un rango específico de olas.

Para obtener una descripción simple del movimiento de la boya ante la presencia de un estado del mar en particular se aplicó un filtro pasa baja frecuencias al espectro DHH con respecto a una frecuencia de corte determinada como  $f_{cut}$ . Luego, con el espectro resultante, se reconstruye la trayectoria del centro de flotación de la boya en reposo utilizando un modelo con las mismas fases aleatorias. Con ésto obtuvimos una descripción idealizada en la que la boya presenta desplazamientos únicamente por el rango de olas de baja frecuencia hasta las olas con una frecuencia inferior a  $f_{cut}$ .

Es posible representar variaciones del movimiento de la boya inducido por el oleaje al modificar los valores de  $f_{cut}$ . Los casos extremos del movimiento corresponden al considerar un marco de referencia en coordenadas fijas (una boya que permanece quieta), representados con  $f_{cut} \rightarrow 0$ , y un marco de referencia que sigue perfectamente la superficie libre (su movimiento responde completamente al oleaje presente), representados con  $f_{cut} \sim f_{max}$ , donde  $f_{max}$  denota la frecuencia máxima utilizada para construir el espectro. Sin embargo, se explorarán diversos valores de  $f_{cut}$  que varían en función de la respuesta específica de la boya al movimiento del oleaje.

## 2.3. Resultados: Perfiles promedio de velocidad

Los campos de velocidad generados en la sección 2.2.6, ahora se promedian en el tiempo. Este promedio se puede realizar considerando diferentes tipos de movimientos del sensor. A efectos de análisis, los casos extremos de movimiento del sensor se referirán con los subíndices E y WF para promedios eulerianos y que siguen la superficie libre descrita por el oleaje, respectivamente. Los casos intermedios, que corresponden al caso general de promedio ondulante, se referirán con el subíndice  $f_{cut}$ , que es la frecuencia máxima de las olas que inducen de movimiento en una boya o línea de anclaje. El promedio en el tiempo de la componente horizontal del campo de velocidad orbital se llamará  $U^W$ . El promedio en el tiempo de la corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman se llamará  $U^{Ek}$ . En esta sección, nos centraremos en describir el error al calcular las corrientes promedio cuando solo se consideran los desplazamientos horizontales inducidos por las olas en una boya o línea de anclaje.

### 2.3.1. Promedio en el tiempo del campo de velocidades orbitales del oleaje

Comencemos considerando primero el promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje, sin corriente del tipo Ekman.

En el caso de una ola monocromática, con el promedio euleriano se estima un transporte de masa (transporte de Stokes) con un perfil vertical parabólico, como se discutió anteriormente. Cuando se considera que el estado del mar es irregular, el transporte de Stokes presenta una modificación al perfil parabólico, ya que el perfil de las velocidades promedio corresponde a la suma de todas las olas consideradas en el modelo de fase aleatoria con diferentes números de onda. Esto se ilustra en la Figura 10, donde la línea negra representa  $U_E^W$ . Por otro lado, si consideramos que el correntómetro sigue la superficie libre, obtenemos el promedio que sigue la superficie libre debido a la presencia del oleaje  $U_{SF}^W$ , mostrado como una línea roja en la Figura 10, el cual corresponde al promedio de las componentes de las olas resueltas individualmente con el modelo de fase aleatoria. Esta solución representa correctamente los resultados analíticos obtenidos en el caso A1 mediante la ecuación (61).

Si consideramos la medición de un sensor montado en una boya o línea de anclaje que no sigue perfectamente la superficie, habrá una falta de mediciones cuando el sensor salga del agua, por lo que el transporte de Stokes no se muestreará perfectamente. El perfil promedio corresponde a una transición entre los promedios que siguen las olas y el promedio euleriano, como se muestra en la Figura 11. Esa Figura presenta los resultados del promedio del campo de velocidad para un oleaje generado por un

viento de 15 m/s y un fetch de 100 km, lo que corresponde a un oleaje en desarrollo con edad del oleaje  $c_p/u_{10} \sim 1$ .

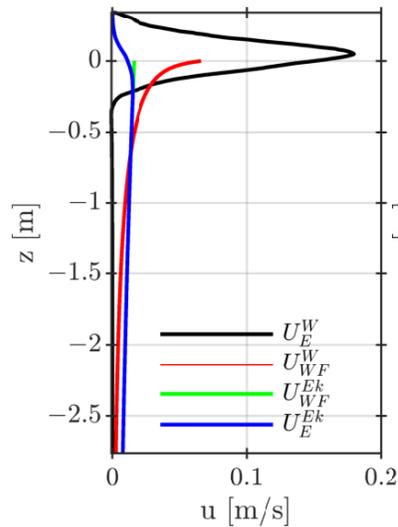


Figura 10. Perfiles del campo promedio de velocidades orbitales del oleaje y un campo de corriente permanente con perfil vertical tipo Ekman. Se consideran mediciones en dos configuraciones extremas del sensor, un sensor inmóvil (promedio euleriano) y un sensor que sigue la superficie libre descrita por la presencia del oleaje. La velocidad del viento se estableció en 4 m/s y fetch en 32 km. Para el cálculo de la corriente de Ekman se utilizó el modelo propuesto por Craig & Banner (1994), y se consideró el modelo del campo de velocidad descrito en la sección 2.2.6

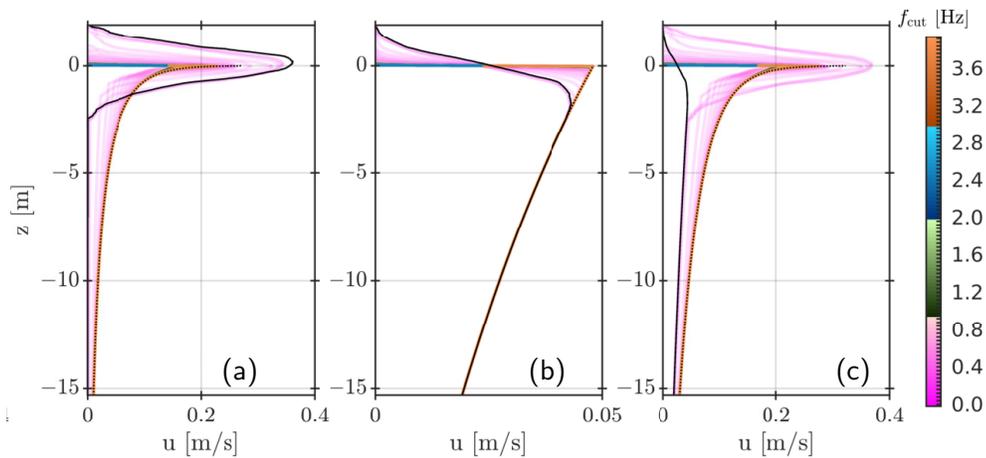


Figura 11. Perfiles del promedio del campo de velocidades. (a) Campo de velocidades orbitales  $U^W$ . (b) Campo de corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman  $U^{Ek}$ . (c) Corriente total  $U^{Ek} + U^W$ . En cada gráfico, la línea punteada negra representa el promedio que sigue las olas, mientras que la línea negra representa el promedio euleriano. El rango de colores corresponde a casos intermedios, con el movimiento del sensor siguiendo solo las olas de baja frecuencia ( $f < f_{cut}$ ) como se describe en la sección 2.2.6.5. La velocidad del viento se consideró de 15 m/s y el fetch de 100 km.

En la Figura 11a, la línea negra corresponde al promedio euleriano del campo de velocidades orbitales, y la línea punteada negra corresponde al promedio que sigue las olas, es decir, el promedio que se obtiene

con un sensor montado en una línea de anclaje, cuya boya se mueve verticalmente y sigue perfectamente la superficie libre. Las líneas de colores corresponden a casos intermedios, donde el sensor solo se mueve con olas de relativamente baja frecuencia con ( $f < f_{\text{cut}}$ ).

### 2.3.2. Promedio temporal del campo de corriente permanente y con un perfil vertical del tipo Ekman

Ahora, se analiza la medición que se obtiene por un sensor del campo de la corriente permanente del tipo Ekman (sección 2.2.6.4), teniendo en cuenta los desplazamientos inducidos por las olas en el sensor ( $\delta x, \delta z$ ). Para este análisis, consideraremos un caso hipotético en el que no se presenta una velocidad orbital del oleaje, centrándonos así en la contribución de la corriente de Ekman.

En la Figura 10, la línea azul representa el promedio euleriano de la corriente tipo Ekman, mientras que la línea verde corresponde al promedio que sigue las olas. La diferencia principal se observa entre las crestas y los valles de las olas, mientras tienden a ser similares por debajo de los valles (típicamente para  $z < -H_s$ ). Esto se debe a que los perfiles de corriente de Ekman, no presentan una curvatura lo suficientemente grande como para generar un efecto de segundo orden en el promedio temporal, como se indica en la hipótesis B, en la ecuación (43). Por lo tanto, por debajo de los valles de las olas, el promedio ondulante se aproxima al promedio euleriano.

Al analizar las Figuras 7 y 9, se identificó que en los casos con menor fetch y mayor velocidad del viento, el perfil de corriente promedio presenta velocidades más intensas cerca de la superficie y una curvatura diferente. Para identificar el error que causa la curvatura en la corriente promedio, examinaremos dos regímenes de oleaje: oleaje con poco desarrollo y oleaje desarrollado (ver Figuras 12 y 13, respectivamente).

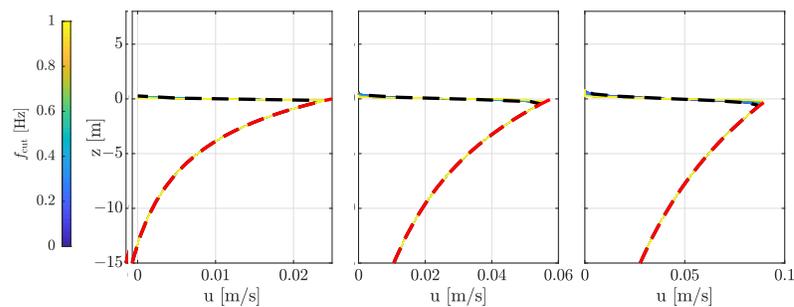


Figura 12. Perfiles del promedio temporal de la corriente del tipo Ekman bajo condiciones de oleaje con poco desarrollo (fetch de 10 km, viento de izquierda a derecha,  $u_{10} = 5, 10, 15$  [m/s]). El promedio euleriano es representado por la línea punteada negra, y el promedio de las corrientes medidas por un sensor que sigue el oleaje es representado por la línea punteada roja. La barra de colores indica la frecuencia de corte en el movimiento del sensor inducido por el oleaje.

Con respecto a las mediciones de la corriente con perfil vertical del tipo Ekman, independientemente del tipo de ola que induzca movimiento en una boya o línea de anclaje donde se instala un medidor de corriente, el promedio realizado a las mediciones obtenidas en el marco de referencia que sigue la superficie libre descrita por el oleaje, no presentarán una diferencia significativa en comparación con el promedio de las mediciones realizadas en un marco de referencia euleriano.

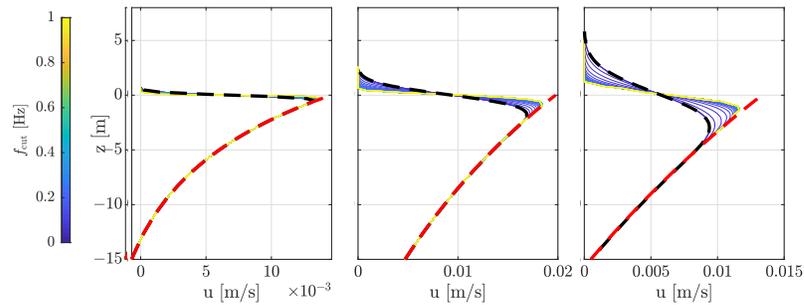


Figura 13. Perfiles del promedio temporal de la corriente del tipo Ekman bajo condiciones de oleaje desarrollado (fetch de 10 000 km el cual corresponde a un caso extremo que se aproximaría a un caso de oleaje desarrollado, viento de izquierda a derecha,  $u_{10} = 5, 10, 15$  [m/s]). El promedio euleriano es representado por la línea punteada negra, y el promedio de las corrientes medidas por un sensor que sigue el oleaje es representado por la línea punteada roja. La barra de colores indica la frecuencia de corte en el movimiento del sensor inducido por el oleaje.

### 2.3.3. Promedio temporal del campo de velocidad total

Se analizó el campo de velocidad total, que corresponde a la suma de  $U_{Ek}$  y  $U^W$ , para identificar cómo se modifica la velocidad promedio medida por un sensor instalado en una boya o en una línea de anclaje, teniendo en cuenta el movimiento inducido por las olas. En la Figura 11c, se presenta el caso en el que la velocidad del viento se establece en 15 m/s y el fetch en 100 km. La línea roja corresponde a  $U_{SF}^W + U_{SF}^{Ek}$  y nos permite determinar cómo se modifica el promedio de las mediciones en cada caso, mientras que la línea punteada negra representa  $U_E^{Ek}$  como referencia. El error obtenido por debajo de los valles dependerá únicamente de las velocidades orbitales promedio. Cuando el movimiento inducido por las olas en una boya o línea de anclaje, donde se instalan los medidores de corriente, corresponde a olas con frecuencias mayores que 1 Hz, el sesgo en la medición de la corriente por la presencia del oleaje es de la misma magnitud que la corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman.

## 2.4. Discusión: error en el promedio de la medición de la corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman

A partir de los resultados de los perfiles promedio de velocidad presentados en la sección 2.3, se identificó que el error en la medición de la velocidad cerca de la superficie depende del estado de desarrollo del

oleaje y de la magnitud de la corriente permanente con perfil vertical tipo Ekman en comparación con el promedio de las velocidades orbitales. En esta sección, se presenta un análisis más detallado.

### 2.4.1. Error como función del estado del mar

En general, se establece una relación directa entre el momento y la edad del oleaje, y una relación inversa entre la magnitud de la corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman y la edad del oleaje, como se ilustra en la Figura 14. Sin embargo, es crucial tener en cuenta otros factores, ya que la misma edad del oleaje puede ocurrir para diferentes rangos de viento y fetch, como se muestra en el diagrama de estado (Figura 7). Por lo tanto, es necesario realizar un análisis más detallado.

De acuerdo con los resultados teóricos obtenidos en la sección 2.2.2, en la superficie, el sesgo en la medición de las velocidades orbitales por la presencia del oleaje es proporcional a la deriva de Stokes. La deriva de Stokes en superficie se comparó con la edad del oleaje, las condiciones de viento y fetch en las que ocurren estos casos, como se representa en la Figura 14.

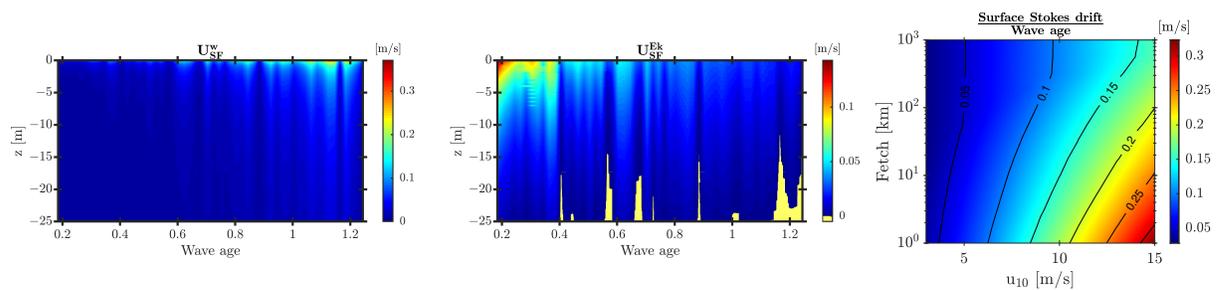


Figura 14. Perfil vertical del momento del oleaje (izquierda) y la corriente tipo Ekman (centro) en función de  $z$  y la edad del oleaje. (derecha) Representación de la relación entre la deriva de Stokes en la superficie y la edad del oleaje con respecto al viento [m/s] y el fetch [km].

### 2.4.2. Error en función del tipo del movimiento de la boya o línea de anclaje

Las características del perfil de velocidad promedio no solo están determinadas por el movimiento inducido por las olas en una boya y su línea de anclaje, sino que también la magnitud del error obtenido en las mediciones está relacionada con la energía y el desarrollo del oleaje. La magnitud de la deriva de Stokes está determinada principalmente por el oleaje de alta frecuencia en el espectro, que a su vez está influenciado por el viento y el fetch (ver Figura 7).

Debido a las diversas variables que definen el perfil de la deriva de Stokes y la corriente tipo Ekman, resulta complejo establecer un comportamiento general de las características que generan dichos campos

de velocidad. Para abordar esto, se definió nueva frecuencia característica,  $f_{3p}$ , correspondiente a la frecuencia asociada al pico de máxima energía del tercer momento del espectro,  $E(f)f^3$ . En el caso unidireccional considerado en este trabajo, el tercer momento del espectro es proporcional a la deriva de Stokes (ver ecuación (4)). Por lo tanto,  $f_{3p}$  representa la frecuencia de las olas que más contribuyen a la deriva de Stokes y es significativamente mayor que la frecuencia asociada al pico de máxima energía del espectro,  $f_p$ , que representa las olas que contribuyen más a la altura significativa del oleaje,  $H_s$ .

En las Figuras 15 y 16 se muestran los perfiles de velocidad promedio obtenidos bajo la presencia de campos de oleaje con poco desarrollo y un campo de oleaje completamente desarrollado, respectivamente. Al igual que en la sección anterior, se presentan por separado el campo de velocidad orbital y el campo de corriente tipo Ekman (panel superior e inferior, respectivamente). Las columnas muestran los cinco casos diferentes del movimiento de la boya o línea de anclaje, como se describe en la sección 2.2.4 (líneas de anclaje que se mueven vertical y/o horizontal y/o oblicuamente). En cada gráfica, los colores representan la frecuencia máxima de las olas,  $f_{cut}$ , a la que responde el movimiento del sensor, desde un marco de referencia euleriano hasta siguiendo la superficie libre que describe el oleaje. La frecuencia  $f_{cut}$  se ha normalizado por la frecuencia asociada con el pico de máxima energía del espectro,  $f_{3p}$ .

Independientemente del tipo del movimiento de la línea de anclaje (desplazamientos verticales y/o horizontales y/o oblicuos), se identifica que el comportamiento general del promedio temporal del campo de velocidad depende de la frecuencia normalizada  $f_{cut}/f_{3p}$ , tal que:

$$\begin{array}{l|l} f_{cut}/f_{3p} \leq 1 & \text{Tiende al promedio euleriano.} \\ 1 < f_{cut}/f_{3p} \leq 2 & \text{Región de transición.} \\ 2 < f_{cut}/f_{3p} & \text{Tiende al promedio ondulatorio.} \end{array}$$

En relación con la magnitud del promedio de una corriente tipo Ekman, se identifica que las diferencias se observan principalmente en la región confinada entre  $\pm H_s$ , como era de esperar debido a la ausencia de mediciones. Por lo tanto, las mediciones realizadas en esta región son las más afectadas por el tipo de movimiento del sensor, sin embargo no pueden ser tomadas en cuenta desde un enfoque euleriano.

En los últimos años, la precisión en la medición de velocidades superficiales con diferentes tipos de medidores de corriente (ADCP, ADV) ha aumentado considerablemente, con una precisión mínima en el rango de 2 a 5 mm/s. En lo que respecta al campo de velocidad asociado a las velocidades orbitales del oleaje, el movimiento de un correntómetro induce errores que se pueden observar en las mediciones.

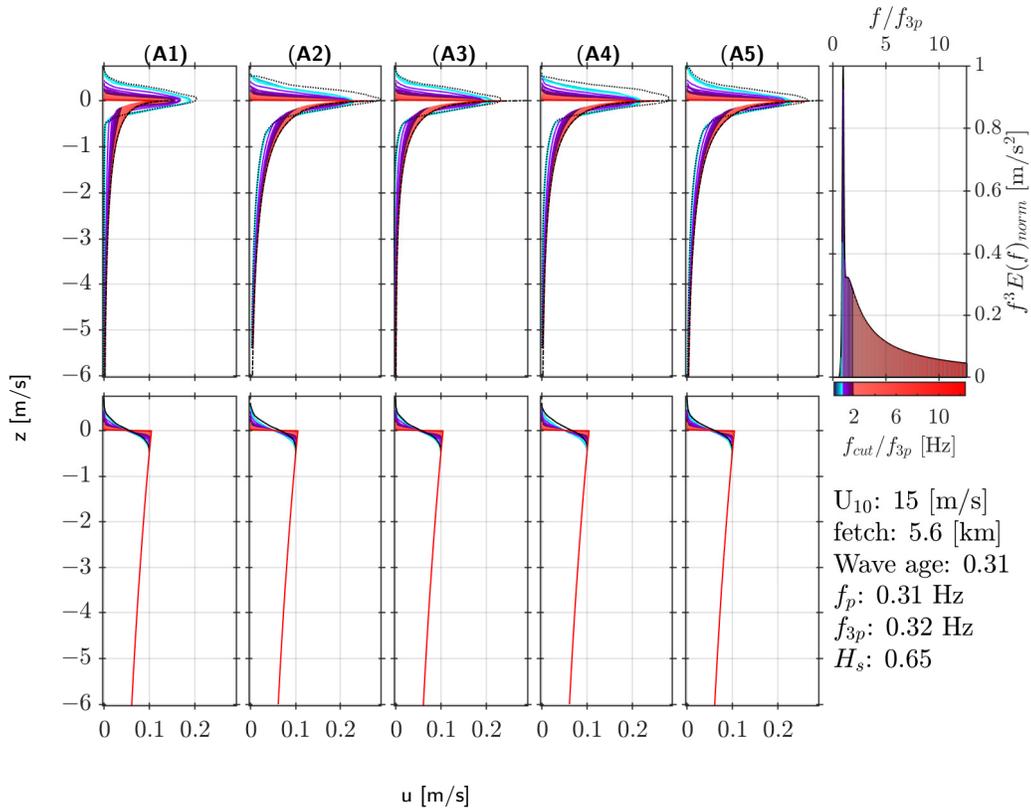


Figura 15. Perfiles del promedio temporal de las velocidades orbitales del oleaje (fila superior) y de la corriente con perfil vertical tipo Ekman (fila inferior). Las columnas representan los cinco casos del movimiento de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. Se consideran la gama de movimientos del sensor, que corresponde al sistema de referencia euleriano hasta el sistema de referencia de que sigue las olas al variar  $f_{cut}$ . En el panel derecho se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia,  $f^3 E(f)$ , y la barra de colores representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada con la frecuencia asociada con el pico espectral de la deriva de Stokes,  $f_{3p}$ . El viento se consideró como  $u_{10} = 15$  m/s y el fetch de 5.6 km, con lo que se representa un estado del mar en desarrollo (edad del oleaje  $c_p/u_{10} = 0.31$ ).

Es imposible mencionar una profundidad en la que el error en la medición de la velocidad sea o no considerable ya que esto dependerá de varios factores, tales como el estado de desarrollo y la energía del oleaje, la profundidad a la que se instala un sensor y el tipo de movimiento que presenta la boya, como se menciona en esta sección.

### 2.4.3. Cuantificación del error

Como se observa en las Figuras 15 y 16, el promedio de la velocidad depende en gran medida del tipo de respuesta ante el movimiento de la línea de anclaje a las olas. En los casos idealizados que consideran una ola monocromática, se mencionó que el promedio euleriano de las velocidades orbitales está confinado entre las crestas y los el valle de las olas (casos A1 y A3 de la sección 2.2.4). Es importante mencionar que las variaciones en la posición del medidor de corriente (casos A2, A4 y A5) producen magnitudes mayores en el promedio de la velocidad, debido principalmente a que las trayectorias en la superficie afecta las mediciones en toda la columna de agua. Obtenemos el perfil completo de la deriva de Stokes cuando

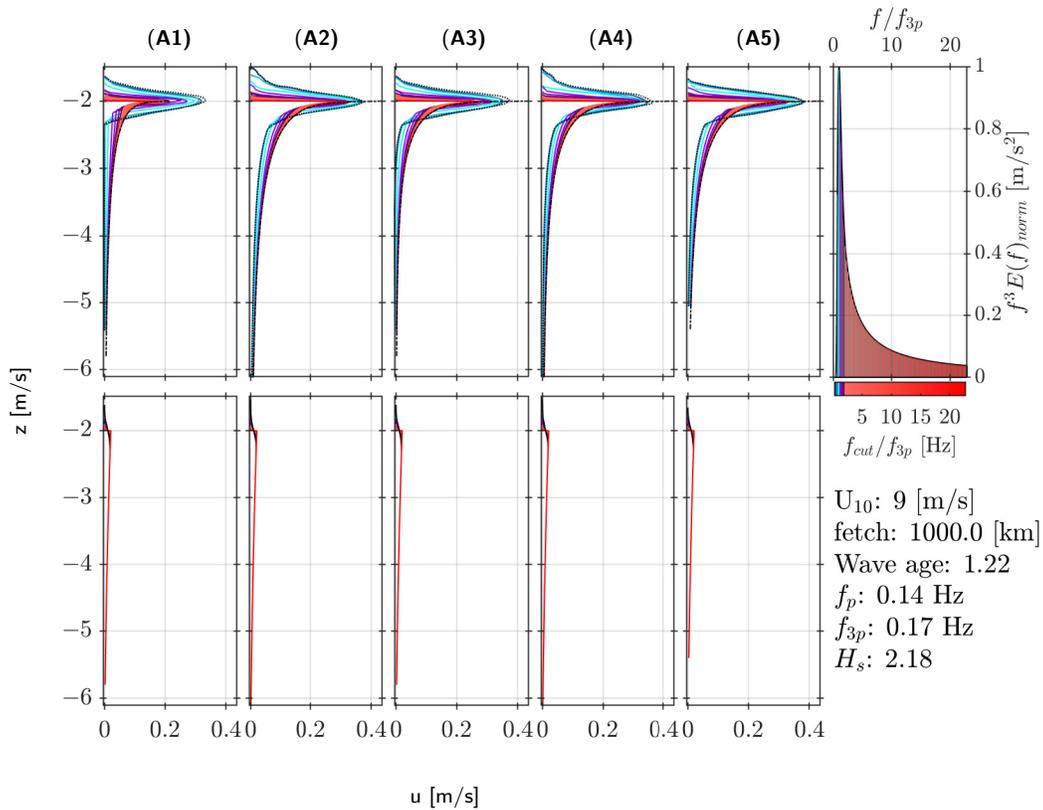


Figura 16. Perfiles del promedio temporal de las velocidades orbitales del oleaje (fila superior) y de la corriente con perfil vertical tipo Ekman (fila inferior). Las columnas representan los cinco casos del movimiento de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. Se consideran la gama de movimientos del sensor, que corresponde al sistema de referencia euleriano hasta el sistema de referencia de que sigue las olas al variar  $f_{cut}$ . En el panel derecho se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia,  $f^3 E(f)$ , y la barra de colores representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada con la frecuencia asociada con el pico espectral de la deriva de Stokes,  $f_{3p}$ . El viento se consideró como  $9 \text{ m s}^{-1}$  y el fetch de 1000 km, el cual corresponde a un estado del mar de oleaje completamente desarrollado (edad del oleaje  $c_p/u_{10} = 1.22$ ).

consideramos un sistema que sigue perfectamente las trayectorias orbitales inducidas por el oleaje, como en el caso A3.

Para cuantificar el error en la medición de la velocidad promedio en el tiempo, consideramos la diferencia relativa entre la deriva de Stokes y el promedio en el tiempo del campo de velocidad orbital  $U_{f_{cut}}^W$  y definimos el error relativo como:

$$U_{f_{cut}}^{rel}(z) = \frac{U_{f_{cut}}^w(z) - u_s(z)}{u_s(z)} * 100. \quad (80)$$

Al considerar los diferentes tipos de movimientos del sensor y la línea de anclaje analizados en este estudio, debemos centrarnos en la región por debajo del valle de las olas, pero a una profundidad donde la magnitud de la deriva de Stokes es significativa. Es necesario evitar las profundidades donde la deriva de Stokes tiende a cero, ya que ésto podría dar lugar a datos no confiables o inválidos. Por lo tanto, consideraremos casos en los que la profundidad e–folding de la deriva de Stokes,  $D_s$ , es relevante, tal

que:

$$D_s = -\frac{1}{2} \frac{1}{\bar{k}}, \quad (81)$$

donde  $\bar{k}$  corresponde a la inversa de una escala de profundidad, en este caso tomada como el número de onda asociado al pico espectral. A medida que se incrementa el desarrollo del oleaje, las mediciones más cercanas a la superficie deben descartarse.

El error relativo  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  indica que el perfil promedio obtenido al considerar cada rango del movimiento y la frecuencia máxima de las olas a la que responde una boya o una línea de anclaje difiere en un cierto porcentaje de la deriva de Stokes a una profundidad dada. Un valor de  $U_{f_{cut}}^{rel} = 0$  indica que la medición tomada corresponde a la deriva de Stokes a una profundidad dada, mientras que  $U_{f_{cut}}^{rel} \sim -100$  corresponde a una medición de corriente donde la magnitud es cercana a cero.

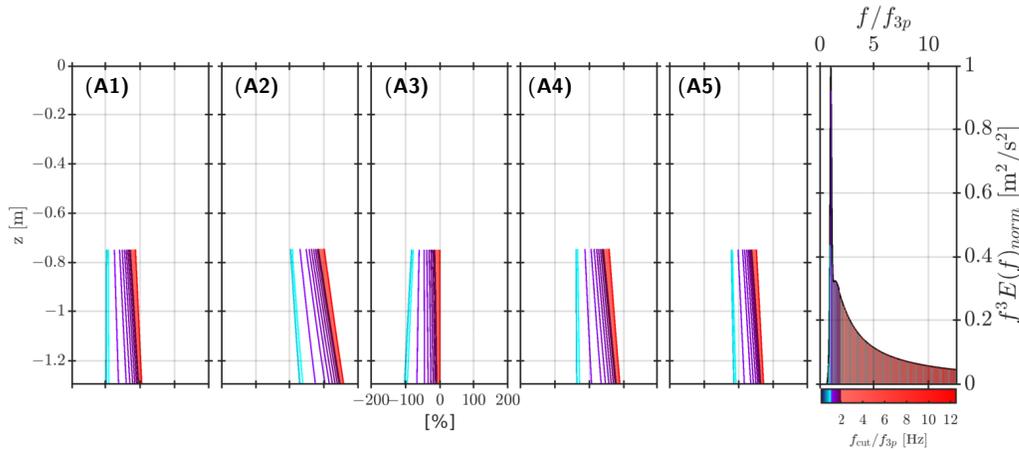


Figura 17. Perfiles del error de la medición  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  en relación con la deriva de Stokes. Las columnas representan los cinco casos diferentes de movimientos de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. En cada gráfico, se consideran diferentes movimientos del sensor, desde euleriano hasta el que sigue las olas, variando la frecuencia máxima de las olas a la que responde el sensor. El panel de extra derecha se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia  $f^3 E(f)$ , y la barra de color representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada por la frecuencia asociada al pico espectral del espectro de la deriva de Stokes  $f_{3p}$ . Las condiciones corresponden a las de la Figura 15, es decir, para un estado del mar con poco desarrollo.

Para analizar el error relativo a la deriva de Stokes, consideramos los casos descritos previamente en las Figuras 15 y 16. Las Figuras 17 y 18 muestran los errores correspondientes para oleaje con poco desarrollo y completamente desarrollado, respectivamente. En todos los casos analizados, cuando consideramos el promedio siguiendo las olas en el caso A3, estamos capturando completamente la deriva de Stokes. Independientemente del grado de desarrollo del oleaje, el tipo de movimiento que tiene una boya o línea de anclaje determinará cómo capturamos la deriva de Stokes a una profundidad dada; sin embargo, el desarrollo del oleaje determina la magnitud que se está capturando.

De las Figuras 15 y 16, podemos identificar que al analizar  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  en relación con la profundidad de

decaimiento exponencial de la deriva de Stokes, existe una distribución similar del error independientemente del grado de desarrollo del oleaje, y esto varía principalmente según el tipo de movimiento inducido por las olas en una boya o línea de anclaje. Dado que el error es relevante a profundidades por debajo de las los valles de las olas hasta la profundidad de decaimiento e–folding de la deriva de Stokes,  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  es relevante en condiciones de oleaje bien desarrollado y energético.

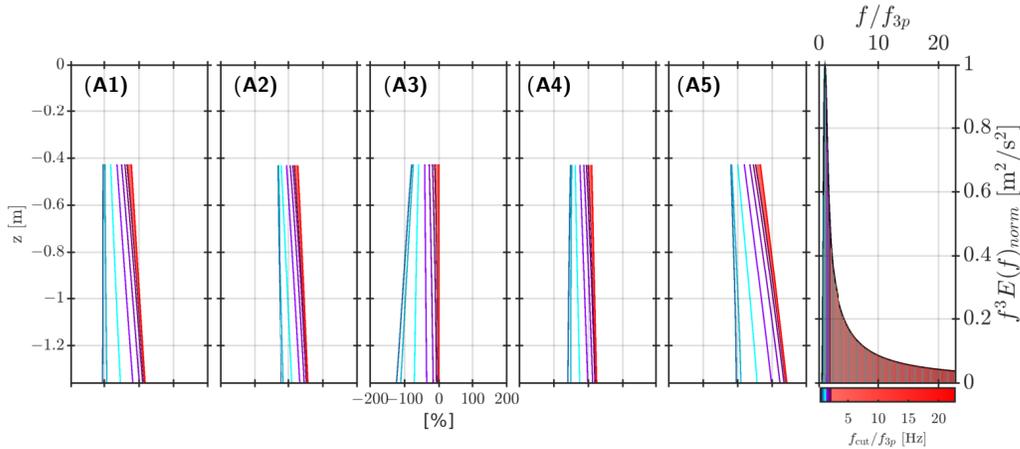


Figura 18. Perfiles del error de la medición  $U_{f_{cut}}^{rel}(z)$  en relación con la deriva de Stokes. Las columnas representan los cinco casos diferentes de movimientos de la línea de anclaje descritos en la sección 2.2.4. En cada gráfico, se consideran diferentes movimientos del sensor, desde euleriano hasta el que sigue las olas, variando la frecuencia máxima de las olas a la que responde el sensor. El panel de extrema derecha se muestra el tercer momento del espectro de frecuencia,  $f^3 E(f)$ , y la barra de color representa la frecuencia  $f_{cut}$  normalizada por la frecuencia asociada al pico espectral del espectro de la deriva de Stokes,  $f_{3p}$ . Las condiciones corresponden a las de la Figura 16, es decir, para olas completamente desarrolladas.

Bajo estas condiciones, donde la deriva de Stokes en la superficie puede alcanzar valores superiores a 0.1 m/s, se debe tener en cuenta que, para ciertos movimientos de la línea de anclaje, el error de la medición puede superar el valor de la deriva de Stokes a la profundidad del sensor.

## 2.5. Conclusiones

En este trabajo, se investigó la medición de la corriente cercana a la superficie cuando se realiza con un sensor que se mueve con las olas. El movimiento del sensor induce un muestreo no uniforme en espacio y tiempo del campo de corriente cercano a la superficie, que puede generar variaciones (diferencias o 'errores') en la estimación del promedio temporal.

Se consideraron dos componentes del campo de corriente: las velocidades orbitales del oleaje más una corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman. Se exploraron diferentes tipos de movimientos del sensor o de la línea de anclaje, incluyendo movimientos verticales y horizontales. También se tuvo en cuenta el tamaño finito del sensor o de la boya, lo cual podría dar lugar a un filtrado de la respuesta

a las olas cortas. Se investigaron casos simples con olas monocromáticas de manera analítica, mientras que casos más realistas se estudiaron numéricamente.

Se identificó que la diferencia entre las mediciones que siguen perfectamente el oleaje, en coordenadas fijas, y las de una boya que responde a las olas de baja frecuencia puede ser considerable bajo ciertas condiciones. Esto depende de la relación entre el desarrollo del oleaje, la magnitud de las velocidades cercanas a la superficie, el decaimiento vertical de su perfil promedio, así como del movimiento del sensor.

El promedio debajo de los valles de las olas de una corriente permanente con perfil vertical del tipo Ekman medida en una boya o línea de anclaje, en la que se inducen movimientos por las olas, independientemente del movimiento o respuesta específica del oleaje, no requiere la consideración de errores inducidos por las olas. Sin embargo, las velocidades orbitales del oleaje producen un error en la corriente promedio que puede tener una magnitud similar a la corriente permanente tipo Ekman; esto es especialmente cierto cuando una boya o línea de anclaje responde a olas con frecuencias superiores a 1 Hz.

Identificamos que analizar los movimientos inducidos por las olas en una boya o línea de anclaje donde se instala un medidor de corriente, con respecto a la frecuencia del máxima energía del tercer momento del espectro, nos permite clasificar la corriente superficial promedio en tres rangos: (1) promedio euleriano, (2) promedio que sigue las olas, y (3) caso intermedio de promedio ondulante.

Al obtener mediciones de corrientes superficiales en presencia de olas, resulta crucial analizar la profundidad del sensor en relación con la profundidad de decaimiento e-folding de la deriva de Stokes. Este análisis nos permite determinar si el error en la corriente promedio es significativo en comparación con la deriva de Stokes. A partir de este análisis, podemos determinar la importancia de los errores en la corriente promedio respecto a la deriva de Stokes examinando el tipo de movimiento inducido por las olas en una boya o línea de anclaje. Estos resultados pueden ayudar en la interpretación de las mediciones in-situ de corrientes cercanas a la superficie obtenidas con varios dispositivos.

## Capítulo 3. Estimación del error en la medición de corrientes con sensores instalados en una boya en movimiento a partir de mediciones *in-situ*

---

### Objetivo particular 2

- **Obtener una representación de la deriva de Stokes del oleaje y del corte vertical de las corrientes muy cerca de la superficie a partir de mediciones con una boya oceanográfica en movimiento.**

En esta sección, se presenta el análisis del error en la medición de las corrientes cercanas a la superficie del mar cuando se utilizan sensores instalados en una boya en movimiento, considerando condiciones realistas del estado del mar. Estas condiciones realistas se han obtenido mediante mediciones *in-situ* utilizando una boya oceanográfica y de meteorología marina (BOMM<sup>1</sup>, Ocampo-Torres et al. 2020) diseñada, desarrollada e instalada como parte del Consorcio de Investigación del Golfo de México (CIGoM, Herguera et al. 2023) por el Grupo de Oleaje del CICESE (GdO-CICESE) en colaboración con la Secretaría de Marina-Armada de México (SEMAR).



Figura 19. Boya oceanográfica y de meteorología marina. Fuente: TDoS@CICESE <sup>1</sup>

La BOMM (Figura 19), es una boya tipo ASIS (Air-Sea Interaction Spar), que fue diseñada y equipada con sensores con alta frecuencia de muestreo que permiten la medición de las principales variables que determinan las características físicas de la capa marina (Graber et al., 2000). Este tipo de boyas se ha utilizado como éxito en experimentos en el mar, por ejemplo en el Golfo de Tehuantepec (Ocampo-Torres

<sup>1</sup><https://cigom.org/noticias/se-instala-e-inicia-pruebas-la-primer-boya-oceanografica-bomm-construida-en-cicese/>

et al., 2011) y en el mar de Filipinas (Drennan et al., 2014). Esto permite el análisis de diversas variables atmosféricas y oceánicas, así como el cálculo de diversos flujos turbulentos.

Para abordar este objetivo, analizaremos las mediciones de la BOMM realizadas en la región de Perdido, en el Golfo de México, durante el segundo semestre del 2018. Nos centraremos específicamente en las mediciones efectuadas durante 13 de septiembre de 2018, que coinciden con la presencia del frente frío número 1 de la temporada 2018-2019. La presencia de frentes fríos favorece vientos intensos con dirección predominante de norte a sur. Ante dichas condiciones, fue posible identificar el desarrollo de un sistema de oleaje generado localmente que nos permitió aplicar la metodología descrita en el capítulo 2 y comparar los resultados obtenidos en el mismo capítulo.

Posterior a la llegada del frente frío, se observó una ausencia de datos en las mediciones de la boya, lo que impidió llevar a cabo un análisis a lo largo de un período más extenso. Esta falta de datos se atribuye principalmente a la insuficiente producción de energía eléctrica por parte de los paneles solares, los cuales no pueden funcionar adecuadamente en días nublados. Esta condición de nubosidad es una característica predominante durante la presencia de sistemas frontales en la región.

En este capítulo, primero se describe la metodología para obtener el estado del mar a partir de las mediciones realizadas con la BOMM (sección 3.1) utilizando diversas metodologías para su procesamiento y control de calidad. En la sección 3.2 se estima el campo de corrientes, donde se consideran diversos tipos de desplazamiento de la boya como respuesta a la presencia del oleaje, así como la deriva de Stokes. Con los distintos tipos de desplazamiento de una boya, se determinará la importancia del movimiento de la boya en la medición de corrientes superficiales.

### **3.1. Determinación del estado del mar a partir de mediciones realizadas con la BOMM**

Para obtener el estado del mar a partir de las mediciones con una boya en movimiento, es necesario trasladar las mediciones realizadas con sensores instalados en la boya, de un marco de referencia en constante movimiento (debido al oleaje), a un marco de referencia inercial (Graber et al., 2000).

#### **3.1.1. Caracterización del movimiento de una boya**

La BOMM cuenta con una unidad de referencia del movimiento que combina giroscopios y acelerómetros. Estos dispositivos permiten registrar los seis grados de libertad del movimiento que contempla tres

desplazamientos lineales (en los ejes  $x,y,z$ ) que determinan la posición y tres angulares expresados en ángulos de Euler  $(\phi, \theta, \psi)$ , donde  $\phi$  es el ángulo de cabeceo (roll),  $\theta$  es el ángulo de inclinación (pitch) y  $\psi$  es el ángulo de giro con respecto al eje vertical de la boya (yaw).

### 3.1.1.1. Orientación

A pesar de que los 3 grados de libertad que determinan la orientación de la boya pueden ser representados en ángulos de Euler, resulta útil expresarlos por medio de cuaterniones. Estos últimos ofrecen una representación compacta y robusta al rotar un sistema, además de requerir menos recursos computacionales en comparación con la rotación de los ángulos de Euler utilizando matrices de rotación. Matemáticamente, los cuaterniones son una extensión de los números reales similar a la de los números complejos, solo que en este caso se incorporan tres unidades imaginarias diferentes en lugar de una, con propiedades matemáticas bien definidas (Bernardes & Viollet, 2022);

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}. \quad (82)$$

Los ángulos de Euler pueden ser expresados en cuaterniones a través de la siguiente relación:

$$\begin{aligned} q_0 &= \cos\left(\frac{\phi - \psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ q_1 &= \cos\left(\frac{\phi - \psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ q_2 &= \sin\left(\frac{\phi - \psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ q_3 &= \sin\left(\frac{\phi - \psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

La posición de los sensores y las mediciones llevadas a cabo en la boya están vinculadas al marco de referencia de la boya. Este marco de referencia se ve principalmente afectado por los movimientos de la boya inducidos por el oleaje y las corrientes superficiales. Para conocer la posición en espacio donde se midió una propiedad específica  $\mathbf{e}(e_x, e_y, e_z)$  en un marco de referencia en coordenadas fijas, debemos considerar los 6 grados de libertad del movimiento.

Para orientar  $\mathbf{e}(e_x, e_y, e_z)$  del marco de referencia de la boya, al marco de referencia de coordenadas fijas, tenemos dos opciones (Diebel, 2006; Bernardes & Viollet, 2022):

- (1) Construir la matriz de rotación del sistema, la cual se define mediante la ecuación (83). Posterior-

mente, llevar a cabo la multiplicación matricial  $\mathbf{e}_{rot} = \mathbf{e} \cdot Q_{rot}$ .

$$Q_{rot} = \begin{bmatrix} 1 - 2s(q_2^2 + q_3^2) & 2s(q_1q_2 - q_0q_3) & 2s(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2s(q_1q_2 + q_0q_3) & 1 - 2s(q_1^2 + q_3^2) & 2s(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2s(q_1q_3 - q_0q_2) & 2s(q_2q_3 + q_0q_1) & 1 - 2s(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (83)$$

(2) Expresar  $\mathbf{e}(e_x, e_y, e_z)$  en forma de cuaternión, tal que:

$$\mathbf{q}_e = 0 + (e_x\mathbf{i} + e_y\mathbf{j} + e_z\mathbf{k}) \quad (84)$$

Y multiplicar entre cuaterniones, tal que:

$$q_{e_{rot}} = qq'e' \quad (85)$$

donde  $\mathbf{q}' = \text{inv}(\mathbf{q}) = q_0 - (q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k})$ .

Considerando (84), podemos recuperar  $\mathbf{e}_{rot}$  como los últimos 3 elementos del cuaternión  $q_{e_{rot}}$ .

### 3.1.1.2. Posición

Una vez que ya se tiene  $\mathbf{e}_{rot}$ , resulta necesario considerar los desplazamientos lineales  $\mathbf{x}_e(x, y, z)$ ; de tal forma que la posición que tiene  $\mathbf{e}$  en el marco de referencia de coordenadas fijas estará dada como,

$$\mathbf{e}_{fix} = \mathbf{x}_e(x, y, z) + \mathbf{e}_{rot}(x, y, z). \quad (86)$$

Con esto, sabemos la posición precisa en dónde se coloca un sensor o dónde se mide una propiedad, y se puede realizar un análisis de las mediciones realizadas por los diversos sensores.

### 3.1.2. Estimación del espectro del oleaje

La BOMM está equipada con un sistema de alambres de capacitancia que permite identificar cuando se produce la transición entre un medio líquido y uno gaseoso. En otras palabras, mediante la información proporcionada por la unidad de referencia del movimiento y los alambres de capacitancia, se logra identificar (1) la elevaciones de la superficie libre del mar y (2) el desplazamiento de la boya con

respecto a la superficie libre. A partir de ambas mediciones simultaneas, se obtiene la respuesta de la boya ante el oleaje.

Para abordar el problema, partimos del hecho que existen diferentes métodos para estimar el espectro del oleaje, sin embargo, la forma más directa de calcularlo es a partir de la densidad espectral de la varianza de las elevaciones de la superficie del mar. Para un caso unidireccional, el espectro del oleaje se calcula a partir de la serie temporal de las elevaciones de la superficie libre  $\eta(t)$ , la cual está dada como

$$S(f) = |\mathcal{F}\{\eta(t)\}|^2, \quad (87)$$

donde  $\mathcal{F}\{\eta(t)\}$  corresponde a la transformada de Fourier de  $\eta(t)$  en su caso discreto.

De manera análoga, podemos calcular el espectro de la serie temporal del desplazamiento vertical de la boya con respecto a su línea de flotación en reposo denominada como  $z_{\text{boya}}(t)$ , tal que

$$Z_{\text{boya}}(f) = |\mathcal{F}\{z_{\text{boya}}(t)\}|^2. \quad (88)$$

Para nuestro planteamiento consideramos que, en ausencia de deriva superficial, cualquier movimiento que presenta la BOMM se debe al movimiento inducido por la presencia del oleaje.

### 3.1.2.1. Sensores y variables

Para estimar el espectro unidireccional del oleaje, se requieren únicamente las mediciones de la unidad de referencia del movimiento y los alambres de capacitancia. Debido a la configuración de los sensores en la BOMM, es necesario aplicar métodos para determinar los 6 grados de libertad del movimiento de la boya, incluida la orientación magnética para determinar el ángulo de giro ( $\psi$ ) y referenciar correctamente al norte magnético terrestre. Es crucial describir con detalle los sensores considerados y sus características específicas, incluyendo su ubicación con respecto al centro de flotación de la boya y la frecuencia de muestreo durante las mediciones.

#### (a) Unidad de referencia del movimiento: Ekinox-A

Es un sistema de referencia de posicionamiento y rumbo que integra giroscopios y acelerómetros de alta precisión. Este sistema ha sido configurado con una frecuencia de muestreo de 100 Hz. Las mediciones

están referenciadas a la posición específica en la que se ha instalado el sensor en la boya. Este sensor se encuentra ubicado dentro de un cilindro en la parte inferior, cerca del eje vertical de la boya en estado de reposo (Figura 20, circunferencia roja). Las mediciones del ángulo de giro ( $\psi$ ) están referenciadas a una dirección denominada como norte de la BOMM.

### **(b) Sistema inercial del movimiento incorporado en un correntómetro: Nortek – Signature**

El sistema inercial del movimiento incorporado en el correntómetro cuenta con giroscopio, acelerómetro y magnetómetro, por lo que la orientación del ángulo de giro ya está referenciada al norte magnético terrestre. Este sistema se configuró con una frecuencia de muestreo de 1 Hz. En la boya, está localizado a una profundidad cercana a la unidad de referencia de posicionamiento y está orientado con el norte de la boya (Figura 20, circunferencia azul).

### **(c) Sistema de alambres de capacitancia: WaveStaff**

El sistema está compuesto por seis alambres de capacitancia dispuestos en un arreglo en forma de pentágono dentro de la estructura de la BOMM (ver Figura 20). Estos alambres se instalaron para medir las elevaciones de la superficie libre. Cada alambre proporciona una medición correspondiente a la profundidad ( $A_i$ , como se muestra en la Figura 20) de la columna de agua desde una distancia vertical de 4.46 metros con respecto al sistema de referencia de posicionamiento, hasta alcanzar la superficie libre. La configuración del sistema de alambres se estableció para realizar mediciones con una frecuencia de muestreo de 20 Hz.

Debido a que se dispone de una medición con alta frecuencia del ángulo de giro obtenida con la unidad de referencia del movimiento ( $\psi_{nb}$ ), la cual tiene como referencia el norte de la BOMM, y de una medición de baja frecuencia del ángulo de giro realizada con el sistema inercial del movimiento, referenciada al norte magnético terrestre ( $\psi_{nm}$ ), se logró corregir la discrepancia entre ambos ángulos. Para llevar a cabo esta corrección, se utilizó la información de alta frecuencia de la medición de  $\psi_{nb}$  y la dirección de  $\psi_{nm}$ .

Con este procedimiento, ahora se dispone de una medición del ángulo de giro con alta frecuencia orientado al norte magnético de la tierra.

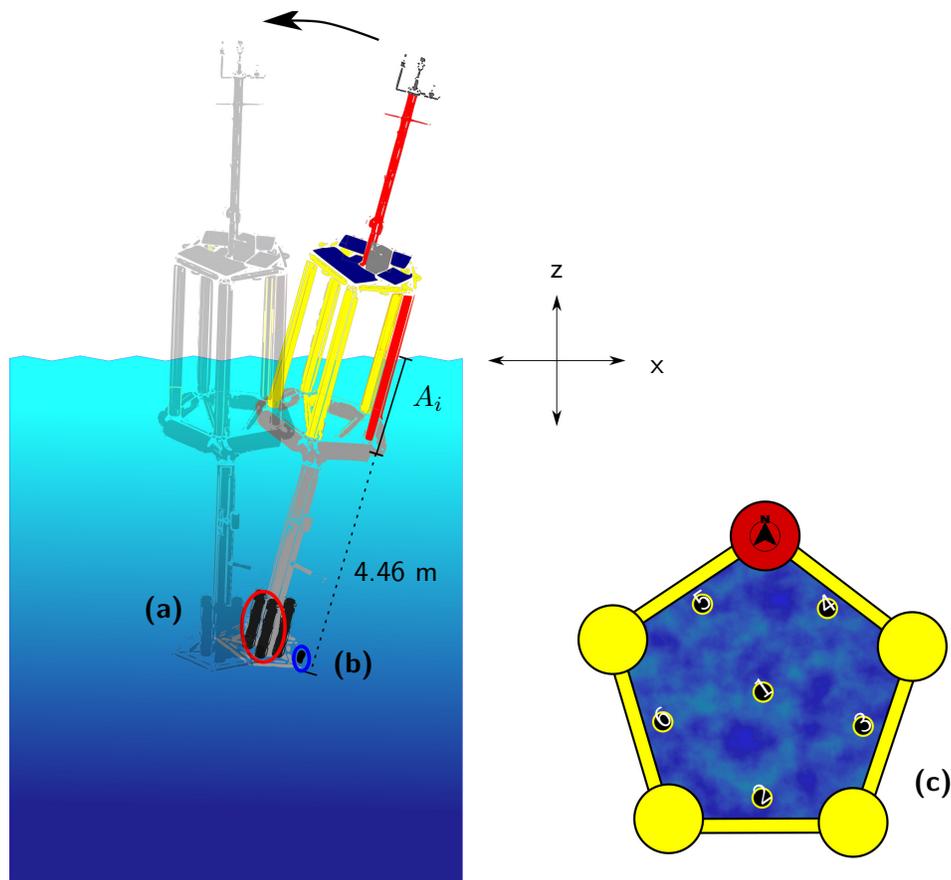


Figura 20. Representación esquemática de la estructura de la BOMM, que se divide en tres secciones principales. La sección inferior, llamada la base de la BOMM, con una longitud de 4.46m, alberga el sistema de referencia de posicionamiento y rumbo (a) y el sistema inercial del movimiento (b). La sección central, conocida como candelabro, está formada por cinco tubos que conforman los vértices de un pentágono, con cuatro de ellos coloreados en amarillo y uno en rojo, que sirve como referencia para el norte de la BOMM. En esta sección se ubica el sistema de alambres de capacitancia (c), los cuales miden la profundidad de la columna de agua. La sección superior corresponde a la parte no sumergida de la boya, donde se instalan sensores para medir parámetros atmosféricos que no se utilizaron en este estudio.

### 3.1.3. Espectros de oleaje y del movimiento

A continuación, se presentan los espectros del oleaje y del movimiento inducido por este en la boya. Para el cálculo de dichos espectros, se identificaron registros con duración de 10 minutos, durante los cuales los desplazamientos horizontales estuvieron principalmente vinculados a la presencia del oleaje. La elección de este intervalo asegura que las mediciones se llevaran a cabo en condiciones estacionarias o ergódicas, y busca minimizar el desplazamiento de la boya con respecto a su posición inicial, así como reducir los cambios en su dirección, los cuales podrían ser causados por la presencia de corrientes intensas.

En la Figura 21, se presentan ejemplos del espectro del oleaje (línea negra) y del desplazamiento vertical de la BOMM (línea azul). Para descripciones posteriores, las mediciones realizadas el 13 de septiembre del 2018, a las 06:30, 14:00 y 23:50 horas serán designadas como  $t_0$ ,  $t_1$  y  $t_2$ , respectivamente. Los espectros

fueron calculados tras identificar las elevaciones de la superficie utilizando las mediciones del sistema de alambres de capacitancia, las mediciones del sistema inercial de movimiento y rumbo registradas en la BOMM.

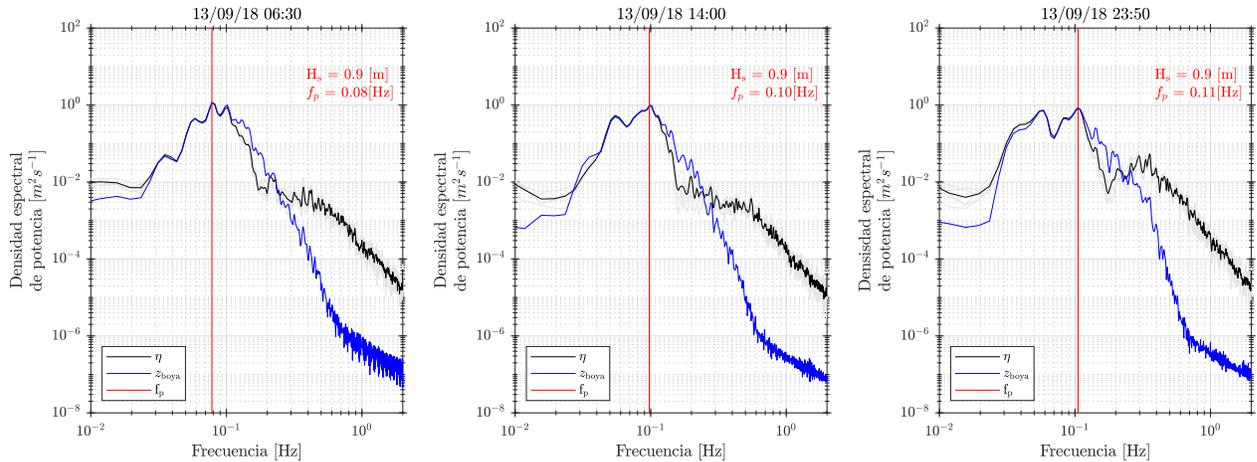


Figura 21. Espectros del oleaje (línea negra) y del desplazamiento vertical de la BOMM (línea azul), donde la línea roja indica la frecuencia correspondiente al pico más energético del espectro del oleaje ( $f_p$ ). Estos espectros fueron generados a partir de mediciones registradas en intervalos de 10 minutos durante las 06:30 horas (panel izquierdo), 14:00 horas (panel central) y 23:50 horas (panel derecho) del día 13 de septiembre de; 2018.

La altura significativa del oleaje es la misma en los tres espectros presentados en la Figura 21. Sin embargo, resulta interesante la presencia de un lóbulo en el espectro, correspondiente a un máximo relativo, localizado en la región de las frecuencias altas (i.e., 0.3 Hz). Este lóbulo presentó un aumento en la densidad de energía espectral con el tiempo, lo que corresponde con el desarrollo de un sistema de oleaje durante las mediciones.

A partir de los espectros, se pueden identificar características importantes:

- Los movimientos inducidos en la BOMM generalmente son causados por oleaje con frecuencia aproximadamente de  $2 \times 10^{-1}$  Hz a  $3 \times 10^{-1}$  Hz.
- Ya que la boya no responde a las olas con frecuencias altas, podemos anticipar que al utilizar un correntómetro instalado en la BOMM, no se podrá medir el momento del oleaje relacionado con las olas cortas observadas.
- El desplazamiento vertical de la BOMM puede presentar una energía espectral mayor que la del espectro del oleaje, especialmente en la región de frecuencias ligeramente superiores a la frecuencia asociada al pico espectral del oleaje. Esto sugiere una posible respuesta debida a la flotabilidad e inercia de la BOMM, generando una resonancia o respuesta no lineal en sus desplazamientos debido a la presencia del oleaje.

Ahora, también se consideran los desplazamientos horizontales de la BOMM, para lo cual se calculó el espectro de la varianza de su desplazamiento horizontal ( $x_e$ ). En la Figura 22, se presenta la densidad espectral de las componentes  $x_e$  y  $z_e$ . Ambos espectros muestran una señal que responde a las olas dominantes; además, presentan comportamientos similares en la región de las frecuencias intermedias (es decir,  $1 \times 10^{-1} \text{ Hz} < f < 4 \times 10^{-1} \text{ Hz}$ ), esto indica que el oleaje con estas frecuencias induce desplazamientos similares en la boya. El espectro correspondiente a los desplazamientos horizontales presenta mayor energía en las regiones de frecuencias bajas y altas (es decir, para olas largas con frecuencia inferiores a  $10^{-1} \text{ Hz}$  y para ondas cortas con frecuencia superior a  $4 \times 10^{-1} \text{ Hz}$ ). Por lo tanto, las oscilaciones de los desplazamientos horizontales son mayores que los correspondientes a los desplazamientos verticales, tanto para olas cortas como para largas.

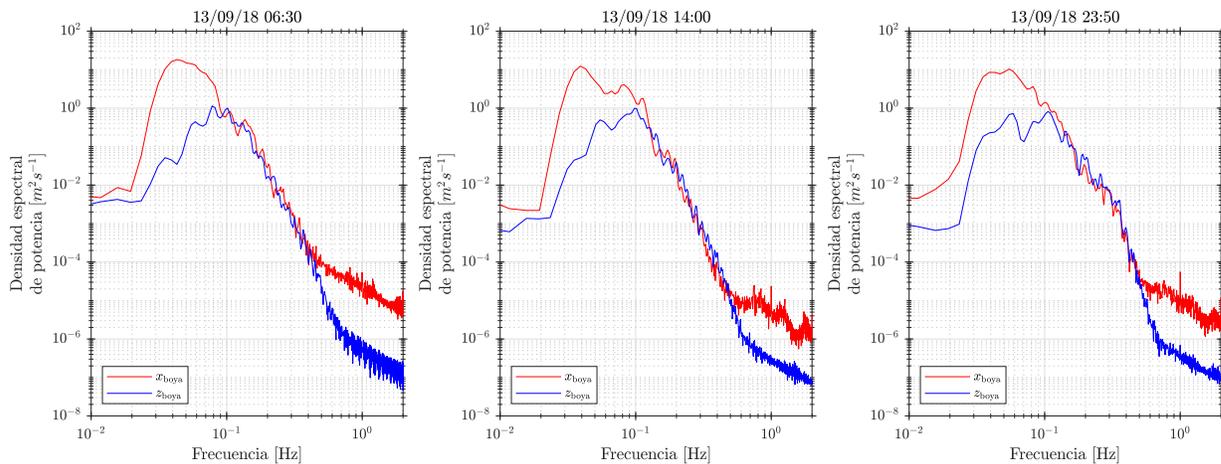


Figura 22. Espectros del desplazamiento horizontal y vertical de la BOMM (línea roja y azul, respectivamente). Estos espectros fueron generados a partir de mediciones registradas en intervalos de 10 minutos durante las 06:30 horas (panel izquierdo), 14:00 horas (panel central) y 23:50 horas (panel derecho) del día 13 de septiembre del 2018.

El hecho de que las oscilaciones horizontales sean mayores que los desplazamientos verticales podría resultar poco intuitivo o esperado, ya que inicialmente esperábamos que el anclaje de la BOMM, con su boya 'tether', atenuara más los movimientos horizontales que los verticales. Sin embargo, es importante considerar que los movimientos verticales de una boya están fuertemente limitados por sus características de flotabilidad, mientras que los movimientos horizontales pueden ser influenciados por diversos factores adicionales, como la inercia y la presencia de corrientes. Esta tendencia ha sido observada por otros investigadores, como Pollard (1973), quien señaló que en una boya situada a 11 metros de profundidad, los desplazamientos horizontales fueron en promedio un 25 % mayores que los desplazamientos verticales.

Si consideramos que la boya sigue exactamente una trayectoria orbital debido a la presencia del oleaje, la posición correspondiente al centro de flotación en reposo de la BOMM describiría en promedio trayectorias

circulares, como se muestra en el panel izquierdo de la Figura 23. Sin embargo, al tener en cuenta la posición descrita por la BOMM a partir de las mediciones, debido a las diferencias presentes en los espectros de la varianza de los desplazamientos horizontales y verticales, la trayectoria correspondiente al centro de flotación en reposo de la boya tendrá un desplazamiento horizontal mayor que el desplazamiento vertical, como se presenta en el panel derecho de la Figura 23.

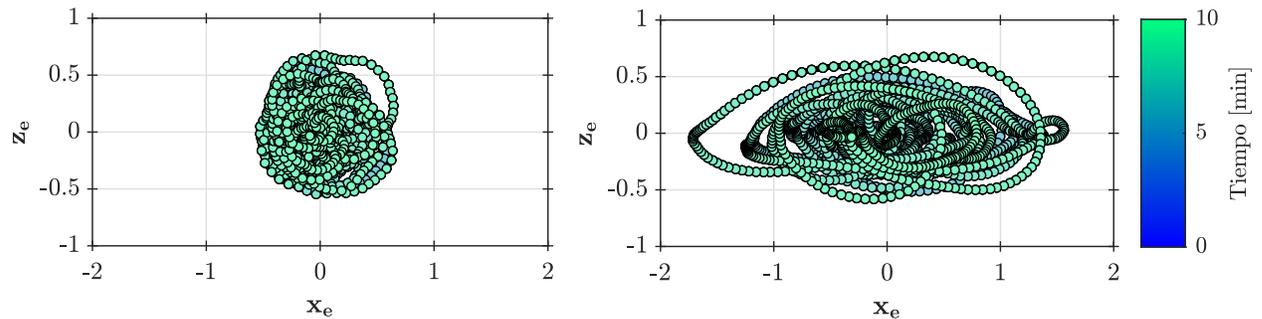


Figura 23. Trayectoria de la posición correspondiente al centro de flotación en reposo de la BOMM, cuando se consideran desplazamientos horizontales y verticales con la misma amplitud, siguiendo la trayectoria orbital debido a la presencia del oleaje (izquierda), y la trayectoria considerando los desplazamientos presentados en las mediciones in-situ (derecha), lo que corresponde a desplazamientos horizontales mayores que los verticales. Los colores representan el tiempo de cada medición con respecto al periodo de registro de 10 minutos seleccionado.

### 3.2. Resultados: Estimación del campo de corrientes y deriva de Stokes

En esta sección, se empleó el modelo numérico para la estimación de corrientes presentado en la sección 2.2.6. Se consideran también los espectros de oleaje y de los desplazamientos horizontales y verticales obtenidos a partir de las mediciones de la BOMM (Figura 21 y 22). De esta manera, se reconstruyó el campo de corrientes y se estimaron las mediciones que se registrarían por un correntómetro instalado en la BOMM.

Se consideró el escenario idealizado donde los desplazamientos horizontales de la BOMM son exactamente iguales a los desplazamientos verticales. Este caso, corresponde al caso A2 (según se describe en la sección 2.2.4), donde se considera que la boya se desplaza horizontal y verticalmente debido a las trayectorias orbitales del oleaje. Posteriormente, examinaremos los desplazamientos horizontales y verticales que se presentan en las condiciones medidas en campo por los sensores del movimiento instalados en la BOMM.

Este enfoque nos permitirá aprovechar la información espectral capturada por la boya para obtener una representación realista de las corrientes y las velocidades orbitales asociadas al oleaje. Este análisis contribuirá a una comprensión más completa y detallada de la interacción entre la boya y el patrón de oleaje, proporcionando una mejor estimación de las mediciones de corrientes superficiales realizadas.

### 3.2.1. Deriva de Stokes

A partir de los espectros del oleaje registrado durante las mediciones, se estimó el perfil de la deriva de Stokes a partir de la formulación descrita en la sección 2.2.6.2. En la Figura 24, se presentan los perfiles de la deriva de Stokes correspondientes a los casos mostrados en la Figura 21. Como se mencionó anteriormente, durante este intervalo se estaba desarrollando un sistema de oleaje generado localmente. A pesar de que la altura significativa del oleaje durante el periodo en cuestión se mantiene constante, se observan diferencias considerable en los perfiles de la deriva de Stokes cerca de la superficie. Estas diferencias se explican debido a que, según se indica en la ecuación (73), en el cálculo de la deriva de Stokes, el espectro de energía es pesado por  $f^3$ , lo cual tendrá un efecto notable en las frecuencias altas del espectro del oleaje. En estas frecuencias, mayores valores de energía se resultarán en una deriva de Stokes más pronunciada cerca de la superficie.

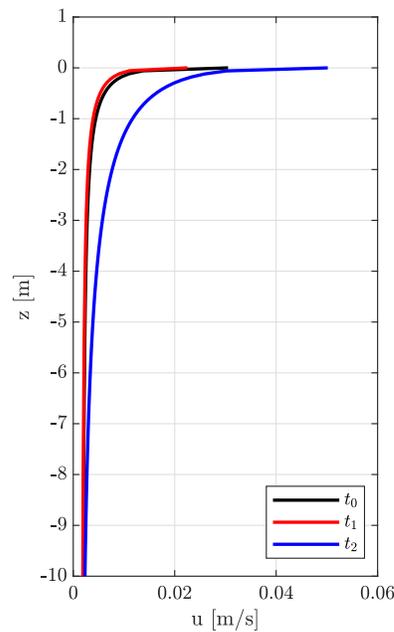


Figura 24. Perfil de la deriva de Stokes correspondiente a los periodos de medición  $t_0$ ,  $t_1$  y  $t_2$ , calculados a partir de los espectros del oleaje mostrados en la Figura 21.

### 3.2.2. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje

Debido a que consideramos un modelo de fase aleatoria para reconstruir las elevaciones de la superficie libre y el cálculo del campo de velocidades orbitales, y para tratar de errores en los resultados debido a la aleatoriedad de la fase, se realizó un ensamble de cuarenta repeticiones. Estas repeticiones permite obtener un conjunto amplio de datos y según el teorema del límite central (Bonamente, 2013), estimar

el perfil promedio de la velocidad a partir del promedio del ensamble.

### 3.2.2.1. Condiciones idealizadas del movimiento de una boya

A continuación se presenta el escenario idealizado donde los desplazamientos horizontales de la BOMM son exactamente iguales a los desplazamientos verticales, además consideraremos que los movimientos inducidos en la BOMM son causados únicamente por las olas con frecuencia menor que  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz.

Al realizar un análisis similar al planteado en la sección 2.3.1, se obtiene el perfil del promedio de las velocidades orbitales del oleaje bajo las condiciones del movimiento mencionadas anteriormente (panel izquierdo de la Figura 25). Como se mencionó en la sección 2.3.1, bajo estas condiciones del movimiento se produce un submuestreo del campo de velocidades orbitales. Bajo este enfoque idealizado del movimiento, los perfiles promedio del campo de velocidad en  $t_0$  y  $t_1$  son similares, mientras que el perfil correspondiente a  $t_2$  tiene una magnitud mayor. Aunque es clara la diferencia entre la magnitudes que presentan los perfiles de velocidad, resulta necesario conocer la porción de la deriva de Stokes que se muestrea en cada caso cuando se considera que los desplazamientos horizontales de una boya son exactamente iguales a los desplazamientos verticales.

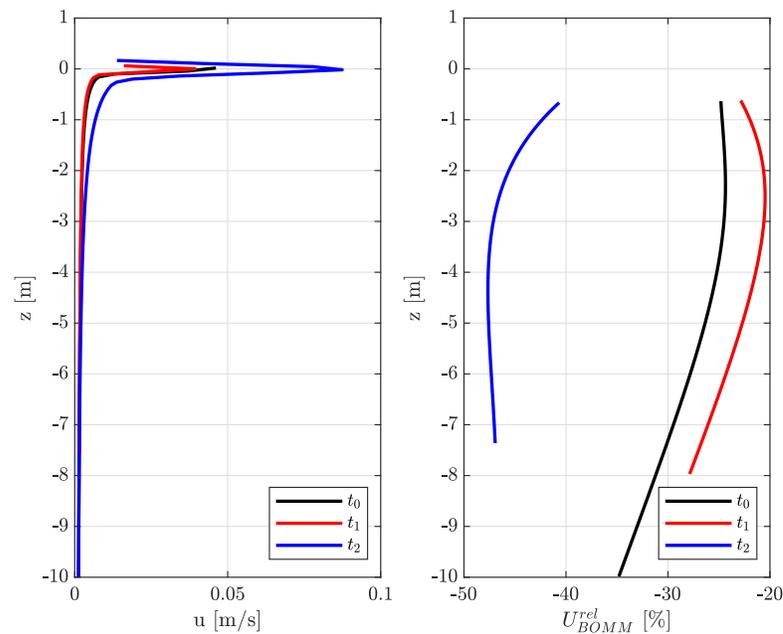


Figura 25. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje (izquierda), el cual fue reconstruido utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta desplazamientos horizontales y verticales iguales, y que el oleaje con frecuencias menores a  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimientos en la BOMM. Error relativo a la deriva de Stokes  $U_{BOMM}^{rel}$  (derecha), calculado según la ecuación (80). El perfil vertical de la deriva de Stokes se obtuvo a partir del espectro del oleaje, como se describe en la sección 2.2.6.2. Para el desarrollo se partió de las condiciones de oleaje presentes durante los periodos de medición  $t_0$  (línea negra),  $t_1$  (línea roja) y  $t_2$  (línea azul).

Para identificar la porción de la deriva de Stokes que se captura en las mediciones, en el panel derecho de la Figura 25 se presenta el error en la medición de corrientes relativo a la deriva de Stokes  $U_{0.23}^{rel}$  calculado a partir de la ecuación (80), considerando  $f_{cut} = 0.23$  Hz. En este análisis, se excluyeron las mediciones realizadas por debajo de la amplitud mínima presentada en cada caso y superiores a la profundidad e-folding de la deriva de Stokes.

Además, para los casos  $t_0, t_1$  y  $t_2$ , se calculó  $f_{3p}$ , que, como se mencionó anteriormente, corresponde a la frecuencia asociada al pico de máxima energía espectral al pesarlo por  $f^3$  (también llamado espectro de Stokes). Los valores obtenidos para  $f_{3p}(t_0, t_1, t_2)$  fueron  $[0.1, 0.1, 0.35]$ , respectivamente.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo 2, en los cuales consideramos espectros donde únicamente se presentaba un sistema de oleaje, podemos comparar la frecuencia más alta que tienen las olas que inducen movimiento en la boya ( $2.3 \times 10^{-1}$  Hz) con  $f_{3p}$  en los casos  $t_0$  y  $t_1$ . Se espera que durante los periodos  $t_0$  y  $t_1$  el promedio de las velocidades orbitales tienda al caso extremo del promedio ondulatorio, que corresponde al promedio siguiendo la superficie, como se definió en la sección 2.2.1.

Según lo descrito para una onda monocromática en la sección 2.2.4, cerca de la superficie se muestrea la deriva de Stokes, pero el perfil del promedio de la medición presenta valores mayores que la deriva de Stokes conforme aumenta la profundidad. Si consideramos que la boya sigue perfectamente la trayectoria inducida por las velocidades orbitales del oleaje, el promedio del campo de velocidades correspondería a una suma lineal de las soluciones descritas en la sección 2.2.4 para cada componente del espectro de energía.

Dado que tenemos en cuenta el movimiento inducido por el oleaje en la boya y nos enfrentamos a la presencia de espectros con dos sistemas de oleaje, surge una diferencia significativa entre los resultados obtenidos anteriormente para el caso de una onda monocromática y los resultados obtenidos en este escenario del movimiento idealizado. El primer sistema de oleaje corresponde a un oleaje más desarrollado, con una frecuencia asociada al pico espectral alrededor de  $10^{-1}$  Hz, mientras que el segundo sistema está en desarrollo y presenta una frecuencia asociada al pico espectral alrededor de  $3 \times 10^{-1}$  Hz.

Si consideramos la información espectral de ambos sistemas de oleaje por separado y suponemos en ambos casos que la frecuencia más alta que tienen las olas que inducen movimiento en la boya ( $f_{cut}$ ) es de  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz, los promedios del campo de velocidades corresponderán a promedios que pueden aproximarse a mediciones realizadas en valores diferentes de  $f_{3p}$ . Con respecto al primer sistema, con frecuencia asociada al pico espectral alrededor de  $10^{-1}$  Hz, nos encontraremos ante mediciones que tienden al promedio siguiendo la superficie libre. Mientras que con respecto al segundo sistema, con

frecuencia asociada al pico espectral de  $3 \times 10^{-1}$  Hz, el promedio del campo de velocidad tendería al promedio euleriano.

A pesar de que no podemos aplicar directamente los resultados obtenidos en la sección 2.2.4 para el caso de espectros mixtos, al observar el panel derecho de la Figura 25 identificamos que, bajo estas condiciones del movimiento, el error relativo a la deriva de Stokes (80) varía con la profundidad. En el caso  $t_0$ , el error varía entre  $-29\%$  y  $-20\%$ , en el caso  $t_1$  entre  $-25\%$  y  $-35\%$ , y en el caso  $t_2$  entre  $-49\%$  y  $-40\%$ . En los tres casos, se submuestra la deriva de Stokes.

### 3.2.2.2. Condiciones del movimiento observadas en la BOMM

Para abordar un escenario más realista, reconstruimos el campo de velocidades orbitales del oleaje utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales registrados por la boya. Además, calculamos el perfil de la deriva de Stokes a partir del espectro, tal como se presenta en la sección 2.2.6.2, y determinamos el error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ) utilizando la ecuación 80. Al igual que en el caso idealizado, cada escenario contempló un ensamble de 40 repeticiones, que se promediaron para obtener un perfil vertical en cada escenario. Para compararlos con los resultados anteriores asociados con el caso idealizado, inicialmente consideraremos que el oleaje con frecuencias menores que  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimiento en la BOMM. Posteriormente, analizaremos el efecto que tiene el considerar el movimiento registrado por la BOMM en el promedio de las mediciones de la velocidad, en comparación con la suposición de respuesta del movimiento hasta una frecuencia dada planteada en la sección 3.2.2.1.

#### **Desplazamientos observados: consideración del movimiento de la BOMM inducido por las olas de baja frecuencia**

La medición en relación con los estados del mar y sus características espectrales ya se discutió en la sección anterior. Ahora nos enfocaremos en las características del perfil de la velocidad promedio y en el error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ) de la medición de dicha velocidad promedio, el cual se obtiene al considerar desplazamientos horizontales y verticales realistas de la boya, específicamente para el caso donde el oleaje con frecuencias menores que  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimiento en la BOMM.

Cuando consideramos los desplazamientos realistas de la BOMM, el promedio de las velocidades por encima del valle de las olas tiene dirección opuesta a la propagación del oleaje (panel izquierdo de la

Figura 26). Como se mencionó anteriormente, esto es debido a que los desplazamientos horizontales de baja frecuencia no están directamente relacionados con la trayectoria de las partículas que describe la teoría lineal del oleaje. De tal manera que, en un instante dado, se estará muestreando un volumen de fluido diferente al que se muestrearía si se siguieran la trayectoria indicada por el oleaje.

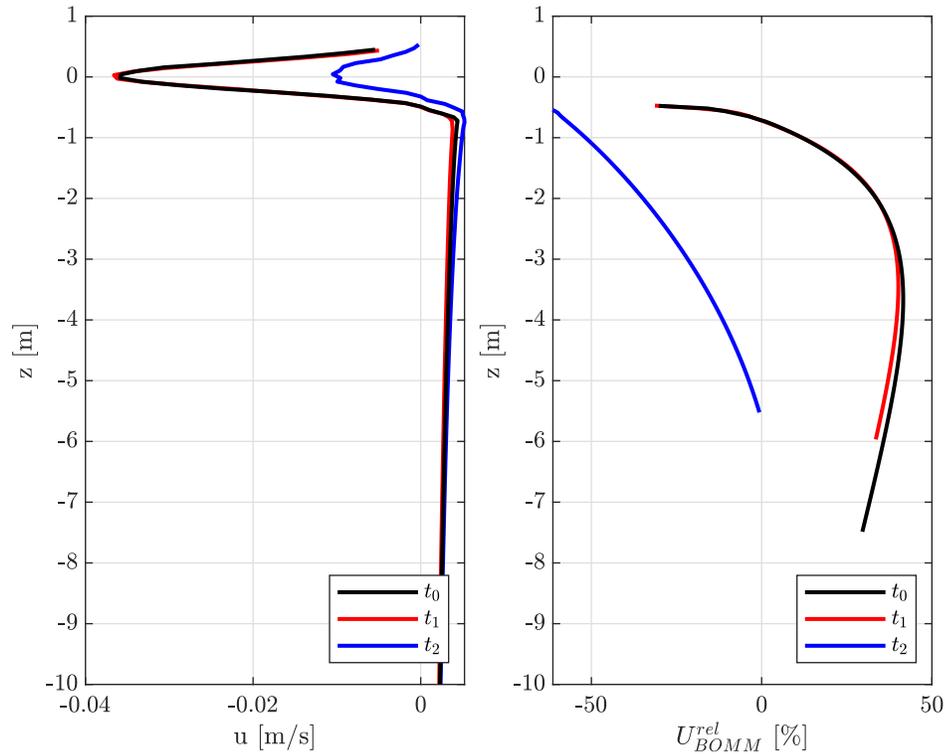


Figura 26. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje (izquierda), el cual fue reconstruido utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales observados en las mediciones, y al considerar que el oleaje con frecuencias menores a  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimientos en la BOMM. Error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ) (derecha), calculado según la ecuación (80). El perfil vertical de la deriva de Stokes se obtuvo a partir del espectro del oleaje, como se describe en la sección 2.2.6.2. Para el desarrollo se partió de las condiciones de oleaje presentes durante los periodos de medición  $t_0$  (línea negra),  $t_1$  (línea roja) y  $t_2$  (línea azul).

En general, en los 3 periodos analizados se subestima la deriva de Stokes cerca de la superficie. En el periodo  $t_2$ , que es cuando el sistema de oleaje en desarrollo fue más energético, se subestima la deriva de Stokes cuando se mide a profundidades de  $z > -5$  m. En comparación con el caso realista, el perfil del error relativo a la deriva de Stokes en los casos  $t_0$  y  $t_1$  cambia de signo para profundidades por debajo de  $z < -1$  m; debido a esto, el promedio de velocidades es mayor que la deriva de Stokes cuando se calcula el promedio de las mediciones para esas profundidades.

En el panel derecho de la Figura 26, se presenta el valor de  $U_{BOMM}^{rel}$  teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales observados en las mediciones, y considerando que el oleaje con frecuencias menores a  $2.3 \times 10^{-1}$  Hz induce movimientos en la BOMM. Resulta interesante destacar las diferencias

que se obtienen en el promedio de las corrientes superficiales al considerar el mismo espectro del oleaje, la misma región de baja frecuencia en la que se induce movimiento de la boya por el oleaje, pero con desplazamientos idealizados y realistas. Los resultados de cada período analizado muestran variaciones significativas de la velocidad promedio que se mide por un sensor al tomar en cuenta estos desplazamientos y resalta la importancia de conocer el movimiento inducido por el oleaje de baja frecuencia en una boya cuando se investigan corrientes superficiales.

### **Desplazamientos observados: caso realista**

Para estimar el error bajo condiciones realistas, correspondiente a las características observadas en el campo, se requiere reconstruir el campo de velocidades orbitales del oleaje utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3. Posteriormente, analizar el perfil del promedio del campo de corrientes y el error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ), calculado según la ecuación 80, teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales registrados por la BOMM. Este análisis permitirá identificar la diferencia entre estimar el error en la medición de corrientes al considerar el movimiento inducido por el oleaje de baja frecuencia en la BOMM, en comparación con el error calculado al tomar en cuenta su movimiento real.

Al analizar el promedio de las mediciones obtenidas por un correntómetro instalado en una boya, teniendo en cuenta el movimiento de la BOMM, se observa que, a diferencia del caso del movimiento idealizado (movimiento inducido por las olas de baja frecuencia en la BOMM), el promedio de las mediciones de las corrientes por encima del valle de las olas también muestra una dirección contraria a la dirección del oleaje (panel izquierdo de la Figura 27). Similar a lo mostrado en el caso anterior (panel izquierdo de la Figura 26).

Para los periodos analizados, el perfil del error relativo a la deriva de Stokes (panel derecho de la Figura 27) presenta un comportamiento similar al mostrado en el caso anterior (panel derecho de la Figura 26). Sin embargo, la magnitud del error es diferente en cada periodo. En los periodos  $t_0$  y  $t_1$ , el error relativo es mayor que la deriva de Stokes. Específicamente se obtendrían valores que van de entre el 20 % y 40 %, y entre 20 % y 50 %, respectivamente, dependiendo de la profundidad en la que se realicen las mediciones.

En cuanto al error relativo a la deriva de Stokes para las mediciones correspondientes al periodo  $t_2$ , el promedio de las mediciones presenta un error que se aproxima a la deriva de Stokes. Por lo tanto, dependiendo de la profundidad en la que se realicen las mediciones, se obtiene un error que oscilaría entre  $-10\%$  y  $10\%$  de la deriva de Stokes.

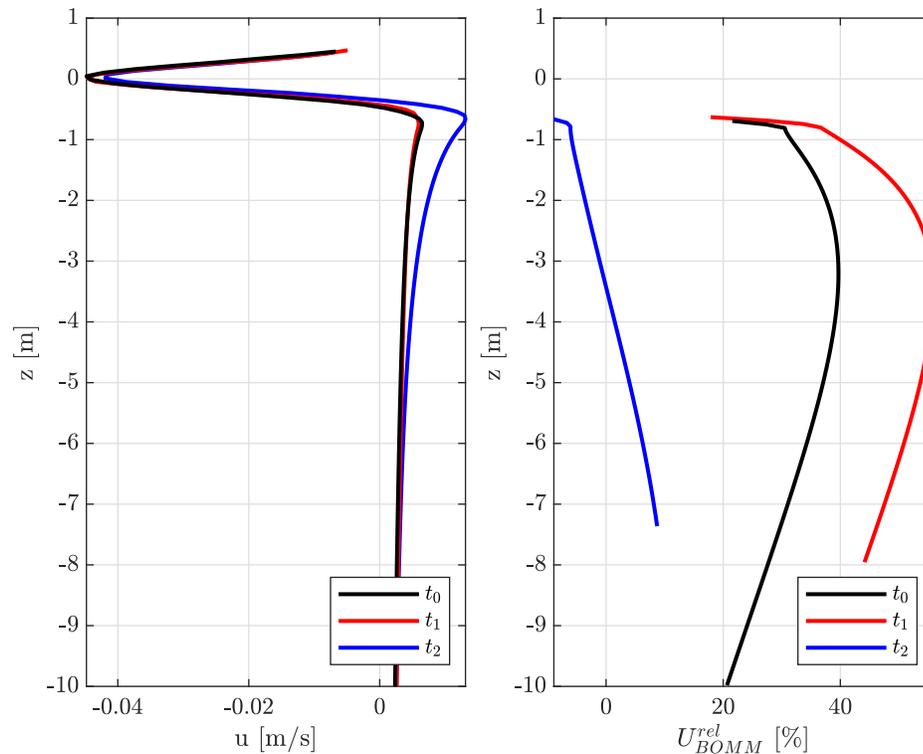


Figura 27. Promedio del campo de velocidades orbitales del oleaje (izquierda), el cual fue reconstruido utilizando el modelo descrito en la sección 2.2.6.3, teniendo en cuenta los desplazamientos horizontales y verticales registrados por la BOMM. Error relativo a la deriva de Stokes ( $U_{BOMM}^{rel}$ ) (derecha), calculado según la ecuación (80). El perfil vertical de la deriva de Stokes se obtuvo a partir del espectro del oleaje, como se describe en la sección 2.2.6.2. Para el desarrollo se partió de las condiciones de oleaje presentes durante los periodos de medición  $t_0$  (línea negra),  $t_1$  (línea roja) y  $t_2$  (línea azul).

En términos generales, en todos los periodos analizados, al considerar el movimiento observado en la BOMM, se logra muestrear de manera más precisa el momento del oleaje. Como resultado, el error relativo a la deriva de Stokes es menor en comparación con el caso en que se considera el mismo tipo de desplazamiento, pero considerando que únicamente el oleaje de baja frecuencia induce movimientos en la BOMM (como se presentó en la sección anterior).

### 3.2.3. Conclusiones

Se implementó el modelo de velocidades superficiales planteado en el capítulo anterior, en la sección 2.2.6, considerando condiciones realistas de oleaje y del movimiento de una boya donde se instala un instrumento para medir corrientes. A partir de la información recolectada, se identificó la respuesta de la boya ante condiciones de oleaje realistas.

Se seleccionaron tres periodos de mediciones denominados como  $t_0$ ,  $t_1$ , y  $t_2$ . Durante cada uno de estos períodos, se ha obtenido una representación del estado del mar y se ha calculado el perfil de la deriva

de Stokes en su versión unidireccional. Además, se ha reconstruido el campo de velocidades orbitales del oleaje y se ha analizado el efecto que produce en el promedio de las corrientes superficiales, así como el movimiento inducido por el oleaje en una boya donde se instala un medidor de corrientes. Los resultados indican que, a pesar de que los espectros del oleaje poseen una energía total similar, los casos analizados corresponden a estados del mar en los que se estaba desarrollando un sistema de oleaje generado localmente en presencia de un oleaje preexistente. Por lo que se tienen distintas representaciones en el perfil de la deriva de Stokes, siendo el caso  $t_2$  aquel en el que el sistema que se encontraba en desarrollo fue más energético.

Bajo las condiciones analizadas, en el caso idealizado del movimiento de la boya se observa un error significativo a profundidades de hasta  $z = 10$  metros, reflejándose como un error relativo promedio (denominado  $U_{0,23}^{rel}$ ) de aproximadamente  $-50\%$  y  $-20\%$  en comparación con la deriva de Stokes. Esto implica que las mediciones capturan entre  $50\%$  y  $80\%$  de la deriva de Stokes.

Se identificó una variación significativa en el promedio de las velocidades medidas por un correntómetro cuando se consideran desplazamientos idealizados o realistas de los movimientos inducidos por el oleaje de baja frecuencia en una boya. Por lo tanto, es esencial determinar con precisión la posición de la boya al calcular el promedio de las mediciones de corriente superficial realizadas con la BOMM. Conocer de manera precisa las mediciones de corrientes superficiales obtenidas con la BOMM posibilitará el uso de dichas mediciones para validar modelos y comparar los resultados de corrientes superficiales obtenidos mediante otros métodos.

Es conveniente considerar un filtro pasa baja en el espectro de las elevaciones de la superficie libre como una aproximación para representar el movimiento que induce el oleaje en la boya y analizar el error que se obtienen en la medición de corrientes superficiales. Los resultados obtenidos ofrecen una aproximación inicial que puede ser útil para comprender y cuantificar el impacto de los movimientos de la boya en la mediciones de corrientes. Sin embargo, en condiciones realistas se espera que se capture de manera más precisa el momento del oleaje. Además, es crucial recordar que los desplazamientos de la boya pueden ser influenciados por diversos factores como la presencia de corrientes, vientos intensos, entre otros. Esto puede ocasionar resultados diferentes en la estimación de corrientes superficiales, subrayando la importancia de analizar condiciones realistas para obtener evaluaciones más precisas y correctas de las corrientes superficiales medidas por la BOMM.

## Capítulo 4. Conclusiones

---

Con el objetivo de comprender el efecto del oleaje en las corrientes superficiales del océano obtenidas con un correntómetro instalado en una boya cuya posición es determinada por la presencia del oleaje, en este estudio llevó a cabo un análisis teórico del problema y se implementó un modelo simplificado de corrientes. Este modelo permite la exploración tanto de condiciones idealizadas de movimiento y oleaje como de condiciones realistas que consideran el estado del mar, así como la posición y orientación de la boya.

El movimiento del sensor induce un muestreo no uniforme en espacio y tiempo del campo de corriente cercano a la superficie, lo que puede generar diferencias o 'errores' una vez que se realiza el promedio temporal. En este trabajo, consideramos dos componentes del campo de corriente: las velocidades orbitales de las olas, junto con una corriente permanente y con curvatura tipo Ekman. Analizamos la medición de la corriente superficial que se obtendría por un sensor montado en una boya, que responde al rango de olas de baja frecuencia hasta una frecuencia máxima denominada  $f_{cut}$ . Identificamos que el error en la medición de corrientes superficiales está principalmente relacionado con el estado del mar, así como el tipo de movimiento de la boya.

A partir del análisis del movimiento idealizado de la boya y las condiciones planteadas de medición, con respecto a la corriente superficial se concluye lo siguiente:

Cuando consideramos la medición de una corriente permanente tipo Ekman, el efecto del oleaje induce un error proporcional a la curvatura del perfil vertical de la corriente promedio. Sin embargo, para las corrientes tipo Ekman planteadas en este trabajo, sin importar el movimiento que induce el oleaje en la boya, este efecto tiene una magnitud relativamente pequeña y está por debajo de la precisión esperada de las mediciones (del orden de 2 mm/s).

Con respecto al campo de velocidades orbitales, se identificó que el error que obtenido está relacionado el desarrollo de las olas, la magnitud de las velocidades cercanas a la superficie y, el decaimiento vertical de su perfil promedio, así como al movimiento del sensor.

Los resultados indican que la presencia del oleaje genera errores que deben ser tomados en cuenta cuando se realiza la medición de corrientes superficiales, principalmente para profundidades por debajo de los valles de las olas y superiores a la profundidad e-folding de la deriva de Stokes, la cual corresponde a la profundidad hasta donde el efecto del oleaje representado por la deriva de Stokes es importante. Dicho error depende principalmente del movimiento que induce el oleaje en la boya.

El análisis de los movimientos inducidos por las olas en una boya donde se instala un correntómetro, con respecto a la frecuencia asociada al pico del tercer momento del espectro, nos permite clasificar la corriente superficial promedio en tres rangos: (1) promedio euleriano, (2) promedio que sigue las olas, y (3) caso intermedio de promedio ondulante.

A partir de las condiciones presentadas en las mediciones de la BOMM, se observa que al considerar el caso idealizado del movimiento de una boya se genera un error significativo a profundidades de hasta 10 metros. Esto se refleja en un error relativo promedio, denominado  $U_{rel}^{0.23}$ , de aproximadamente  $-50\%$  y  $-20\%$  en comparación con la deriva de Stokes. Estos valores indican que las mediciones capturan entre el  $50\%$  y el  $80\%$  de la deriva de Stokes. Sin embargo, es crucial destacar que estos resultados difieren considerablemente de las mediciones que se obtienen al considerar los movimientos observados por la BOMM. Por lo tanto, es esencial determinar con precisión la posición de la boya al calcular el promedio de las mediciones superficiales obtenidas en la BOMM. Esto es crítico cuando se quieren utilizar dichas mediciones para validar modelos y contrastar los resultados de corrientes superficiales obtenidos mediante otros métodos.

Es correcto considerar una frecuencia de corte como una aproximación para evaluar el error que producen los movimientos inducidos por el oleaje en la boya en la medición de corrientes superficiales. Los resultados obtenidos ofrecen una aproximación inicial que puede ser útil para comprender y cuantificar el impacto de dichos movimientos en las mediciones de corrientes. No obstante, en condiciones realistas, los desplazamientos de la boya pueden ser influenciados por diversos factores adicionales, como lo son las corrientes y la presencia de vientos intensos, entre otros. Estos factores pueden dar lugar a resultados diferentes en la estimación de corrientes superficiales, destacando la importancia de analizar condiciones realistas para obtener evaluaciones más precisas y correctas de las corrientes superficiales medidas por la BOMM.

Con este trabajo, se determina la importancia de los errores en la medición de corrientes promedio respecto a la deriva de Stokes examinando el tipo de movimiento inducido por las olas en una boya. Estos resultados pueden ayudar en la interpretación de las mediciones in-situ de corrientes cercanas a la superficie obtenidas con varios dispositivos.

## 4.1. Perspectivas

Como trabajo futuro se contemplan los siguientes casos:

1. Ampliar el análisis numérico para condiciones de **(a)** diversos sistemas de oleaje propagándose en la misma dirección y **(b)** en dirección contraria, esto considerando el espectro unidireccional y direccional del oleaje.
2. Utilizar un modelo de velocidades superficiales más realista que permita resolver la fase del oleaje, y reconstruir el campo de velocidades orbitales considerando la propagación direccional del oleaje, como podría ser un modelo de elemento finito (FEM, por sus siglas en inglés) o un modelo de dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés).
3. Validar los resultados obtenidos en este trabajo con mediciones del campo de corrientes. Para llevar a cabo esto, es necesario plantear campañas de mediciones con este fin en específico, donde se realicen mediciones simultáneas de la corriente superficial y el estado del mar, tanto en un marco de referencia de coordenadas fijas, y en el marco de referencia de la boya. La obtención de estas mediciones permitirá validar no solo las mediciones directas de corrientes superficiales, sino también aquellas obtenidas de manera indirecta, como las medidas a partir de diversos radares, ya sea desde satélite, avión, barco o tierra.

## Literatura citada

- Amador, A., Jaramillo, S., & Pawlak, G. (2017). Adcp bias and Stokes drift in AUV-based velocity measurements. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 34(9), 2029–2042. <https://doi.org/10.1175/JTECH-D-16-0182.1>.
- Andrews, D. G. & McIntyre, M. E. (1978). An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 89(4), 609–646. <https://doi.org/10.1017/S0022112078002773>.
- Ardhuin, F., Raschle, N., & Belibassakis, K. (2008). Explicit wave-averaged primitive equations using a generalized Lagrangian mean. *Ocean Modelling*, 20(1), 35–60. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2007.07.001>.
- Arfken, G. B., Weber, H. J., & Harris, F. E. (2002). Infinite series. In *Mathematical Methods for Physicists*, capítulo 5 (pp. 303–388). Academic Press, (5ta ed.).
- Bernardes, E. & Viollet, S. (2022). Quaternion to Euler angles conversion: A direct, general and computationally efficient method. *PLOS ONE*, 17(11), 1–13. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0276302>.
- Beron-Vera, F. J., Olascoaga, M. J., & Lumpkin, R. (2016). Inertia-induced accumulation of flotsam in the subtropical gyres. *Geophysical Research Letters*, 43(23), 12,228–12,233. <https://doi.org/10.1002/2016GL071443>.
- Bonamente, M. (2013). Estimate of mean and variance and confidence intervals. In *Statistics and Analysis of Scientific Data*, capítulo 4 (pp. 77–99). Springer New York, New York, NY.
- Collar, P., Carson, R., & Griffiths, G. (1983). Measurement of near-surface current from a moored wave-slope follower. *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 30(1), 63–75. [https://doi.org/10.1016/0198-0149\(83\)90033-X](https://doi.org/10.1016/0198-0149(83)90033-X).
- Craig, P. D. & Banner, M. L. (1994). Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer. *Journal of Physical Oceanography*, 24(12), 2546–2559. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1994\)024<2546:MWETIT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1994)024<2546:MWETIT>2.0.CO;2).
- Diebel, J. (2006). Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*, 58(15-16), 1–35. <https://www.bibsonomy.org/bibtex/200b48685a3435fa582cd13a959eb6a0c/salotz>.
- Donelan, M., Anctil, F., & Doering, J. (1992). A simple method for calculating the velocity field beneath irregular waves. *Coastal Engineering*, 16(4), 399–424. [https://doi.org/10.1016/0378-3839\(92\)90061-X](https://doi.org/10.1016/0378-3839(92)90061-X).
- Donelan, M. A., Hamilton, J., Hui, W. H., & Stewart, R. W. (1985). Directional spectra of wind-generated ocean waves. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 315(1534), 509–562. <https://doi.org/10.1098/rsta.1985.0054>.
- Drennan, W. M., Graber, H. C., Collins, C. O., Herrera, A., Potter, H., Ramos, R. J., & Williams, N. J. (2014). Easi: An air–sea interaction buoy for high winds. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 31(6), 1397–1409. <https://doi.org/10.1175/JTECH-D-13-00201.1>.
- Dussol, A., Chavanne, C., Gregorio, S., & Dumont, D. (2022). Experimental confirmation of Stokes drift measurement by high-frequency radars. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 39(10), 1541–1559. <https://doi.org/10.1175/JTECH-D-21-0025.1>.

- Fraser, C. I., Morrison, A. K., Hogg, A. M., Macaya, E. C., van Sebille, E., Ryan, P. G., Padovan, A., Jack, C., Valdivia, N., & Waters, J. M. (2018). Antarctica's ecological isolation will be broken by storm-driven dispersal and warming. *Nature Climate Change*, *8*(8), 704. <https://doi.org/10.1038/s41558-018-0209-7>.
- Graber, H. C., Terray, E. A., Donelan, M. A., Drennan, W. M., Leer, J. C. V., & Peters, D. B. (2000). Asis—a new air–sea interaction spar buoy: Design and performance at sea. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, *17*(5), 708 – 720. [https://doi.org/10.1175/1520-0426\(2000\)017<0708:AANASI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(2000)017<0708:AANASI>2.0.CO;2).
- Herguera, J. C., Peters, E. M., Sheinbaum, J., Pérez-Brunius, P., Herzka, S. Z., Licea-Navarro, A., Ocampo-Torres, F., Aguirre-Macedo, M. L., Vidal-Martínez, V. M., García-Nava, H., Salgado, T., Romero-Centeno, R., Zavala-Hidalgo, J., Pardo-López, L., & Gracia, A. (2023). Ocean monitoring, observation network and modelling of the gulf of mexico by cigom. *Frontiers in Marine Science*, *10*. <https://doi.org/10.3389/fmars.2023.1091372>.
- Holthuijsen, L. H. (2007). *Waves in oceanic and coastal waters*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CB09780511618536>.
- Kenyon, K. E. (1969). Stokes drift for random gravity waves. *Journal of Geophysical Research (1896-1977)*, *74*(28), 6991–6994. <https://doi.org/10.1029/JC074i028p06991>.
- Kirby, J. T. & Chen, T.-M. (1989). Surface waves on vertically sheared flows: Approximate dispersion relations. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, *94*(C1), 1013–1027. <https://doi.org/10.1029/JC094iC01p01013>.
- Kudryavtsev, V., Shrira, V., Dulov, V., & Malinovsky, V. (2008). On the Vertical Structure of Wind-Driven Sea Currents. *Journal of Physical Oceanography*, *38*(10), 2121–2144. <https://doi.org/10.1175/2008JP03883.1>.
- Laxague, N. J. M., Özgökmen, T. M., Haus, B. K., Novelli, G., Shcherbina, A., Sutherland, P., Guigand, C. M., Lund, B., Mehta, S., Alday, M., & Molemaker, J. (2018). Observations of Near-Surface Current Shear Help Describe Oceanic Oil and Plastic Transport. *Geophysical Research Letters*, *45*(1), 245–249. <https://doi.org/10.1002/2017GL075891>.
- Longuet-Higgins, M. S. (1969). A nonlinear mechanism for the generation of sea waves. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, *311*(1506), 371–389. <https://doi.org/10.1098/rspa.1969.0123>.
- Longuet-Higgins, M. S. & Phillips, O. M. (1962). Phase velocity effects in tertiary wave interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, *12*(3), 333–336. <https://doi.org/10.1017/S0022112062000245>.
- Mellor, G. L. & Yamada, T. (1982). Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Reviews of Geophysics*, *20*(4), 851–875. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/RG020i004p00851>.
- Ocampo-Torres, F. J., García-Nava, H., Durazo, R., Osuna, P., Díaz Méndez, G. M., & Graber, H. C. (2011). The intoa experiment: A study of ocean-atmosphere interactions under moderate to strong offshore winds and opposing swell conditions in the gulf of tehuantepec, mexico. *Boundary-Layer Meteorology*, *138*(3), 433–451. <https://doi.org/10.1007/s10546-010-9561-5>.
- Ocampo-Torres, F. J., Lara Lara, R., Durazo Arvizu, R., Osuna Cañedo, J. P., Rasclé, N., Robles Díaz, L., Larios Rodríguez, D., Peláz Zapata, D. S., Alcaraz Garay, R., Ulloa Labariega, L. R., Martínez Osuna, J. F., Rivera Lemus, E. R., Valenzuela Palacios, Ernesto A. Ortiz Huerta, E., Ojeda Aréchiga,

- R., & Barrios Ceseña, J. A. (2020). Boyas oceanográficas. In *Plataforma web para visualización en tiempo real de las variables medidas con el sistema de observaciones oceanográficas*, 22–42. [https://tarso.cicese.mx/FinalPlataformaWeb\\_paco20200706.pdf](https://tarso.cicese.mx/FinalPlataformaWeb_paco20200706.pdf).
- Pollard, R. (1973). Interpretation of near-surface current meter observations. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, 20(3), 261–268. [https://doi.org/10.1016/0011-7471\(73\)90015-6](https://doi.org/10.1016/0011-7471(73)90015-6).
- Raschle, N., Arduin, F., & Terray, E. A. (2006). Drift and mixing under the ocean surface: A coherent one-dimensional description with application to unstratified conditions. *Journal of Geophysical Research (Oceans)*, 111(C3), C03016. <https://doi.org/10.1029/2005JC003004>.
- Röhrs, J., Sutherland, G., Jeans, G., Bedington, M., Sperrevik, A. K., Dagestad, K.-F., Gusdal, Y., Mauritzen, C., Dale, A., & LaCasce, J. H. (2023). Surface currents in operational oceanography: Key applications, mechanisms, and methods. *Journal of Operational Oceanography*, 16(1), 60–88. <https://doi.org/10.1080/1755876X.2021.1903221>.
- Santala, M. J. & Terray, E. A. (1992). A technique for making unbiased estimates of current shear from a wave-follower. *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 39(3), 607–622. [https://doi.org/10.1016/0198-0149\(92\)90091-7](https://doi.org/10.1016/0198-0149(92)90091-7).
- Seim, H. E. & Edwards, C. R. (2007). Comparison of buoy-mounted and bottom-moored adcp performance at gray's reef. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 24(2), 270 – 284. <https://doi.org/10.1175/JTECH1972.1>.
- Stewart, R. W. & Grant, H. L. (1962). Determination of the rate of dissipation of turbulent energy near the sea surface in the presence of waves. *Journal of Geophysical Research (1896-1977)*, 67(8), 3177–3180. <https://doi.org/10.1029/JZ067i008p03177>.
- Terray, E., Drennan, W., & Donelan, M. (1999). The vertical structure of shear and dissipation in the ocean surface layer. In *Proceedings of the Symposium on the Wind-Driven Air-Sea Interface, Electromagnetic and acoustic sensing, wave dynamics and turbulent fluxes*, 239–245. School of Mathematics, The University of New South Wales, Sydney. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:31891934>.
- Webb, A. & Fox-Kemper, B. (2011). Wave spectral moments and stokes drift estimation. *Ocean Modelling*, 40(3), 273–288. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2011.08.007>.
- Webster, F. (1970). Lectures by ferris webster, university of liège, march 17–20, 1970. *Cah. Méc. mat.*, 26, 20–53. <https://www.vliz.be/imisdocs/publications/ocrd/246648.pdf>.