

La investigación reportada en esta tesis es parte de los programas de investigación del CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California).

La investigación fue financiada por el CONAHCYT (Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías).

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México). El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo o titular de los Derechos de Autor.

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Doctorado en Ciencias
en Ciencias de la Tierra con
orientación en Geofísica Aplicada**

**Inversión conjunta de datos geofísicos en ambientes
geotérmicos utilizando enfoques petrofísicos**

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias

Presenta:

Jonathan Carrillo López

Ensenada, Baja California, México
2024

Tesis defendida por
Jonathan Carrillo López

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Codirector de tesis

Dr. Marco Calò
Codirector de tesis

Dr. José Manuel Romo Jones

Dr. Carlos Alberto Brizuela Rodríguez

Dra. Claudia Arango Galván



Dr. Diego Ruiz Aguilar
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dra. Ana Denise Re Araujo
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Jonathan Carrillo López** como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Ciencias de la tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

Inversión conjunta de datos geofísicos en ambientes geotérmicos utilizando enfoques petrofísicos

Resumen aprobado por:

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Codirector de tesis

Dr. Marco Calò
Codirector de tesis

La interpretación de datos geofísicos para caracterizar el subsuelo es un área en constante desarrollo. Una de las ramas que trata de aprovechar los datos disponibles es la inversión conjunta de datos geofísicos para generar un modelo geofísico integral y compatible con datos de diferente origen. La idea detrás de la inversión conjunta es el aprovechamiento de los kernels de las diferentes metodologías para reducir el rango de posibles modelos solución, reducir el efecto del ruido en los datos, y producir modelos integrados más consistentes. El objetivo general de este trabajo de investigación es desarrollar un algoritmo de inversión conjunta de ondas sísmicas superficiales y de mediciones de gravedad mediante un enfoque petrofísico que permita maximizar el aprovechamiento de los kernels de ambos tipos de datos. Los experimentos con datos sintéticos demostraron que los modelos recuperados mediante inversión conjunta logran reconstruir estructuras complejas de manera más detallada y con mayor resolución a las obtenidas mediante inversión por separado, lo cual es evidente cuando se comparan numéricamente los factores de recuperación, y gráficamente las estructuras recuperadas. Un aspecto relevante de esta tesis es que finalmente las heterogeneidades en la dirección vertical de densidad que generalmente no se logran recuperar de manera confiable mediante inversión por separado, fueron reconstruidas satisfactoriamente con la inversión conjunta. Esto se debe a la buena sensibilidad de las ondas superficiales a estructuras verticales. Por otro lado, aunque menos evidente, la reconstrucción de las anomalías de velocidades de ondas de corte mejoró sobre todo en su capacidad de describir los límites laterales. Adicionalmente se implementaron dos estrategias de regularización para polinomios de grados altos: el operador D_g y la búsqueda secuencial. Ambas resultaron eficientes en la reducción de la variabilidad del polinomio recuperado. Sin embargo, la estrategia del operador D_g mostró ser más general y aplicable a un menor costo computacional, mientras que la estrategia secuencial mostró un mejor ajuste polinomial final, pero con un mayor costo computacional al tener que realizar la inversión completa para cada coeficiente. La metodología desarrollada se aplicó a datos sísmicos y gravimétricos reales recolectados en el campo Geotérmico de Los Humeros para corroborar la aplicabilidad del método en zonas altamente heterogéneas. Los modelos obtenidos mostraron compatibilidad con los estudios previos y con el conocimiento general de la estructura del campo geotérmico, agregando características que sólo podrían obtenerse con inversión conjunta. Además, la relación velocidad de corte-densidad encontrada nos brindó la posibilidad de realizar novedosas inferencias petrofísicas del área. La relación local encontrada subrayó la importancia de evitar suponer relaciones empíricas obtenidas de otras zonas, especialmente cuando se estudian medios geológicamente complejos. Dicha relación no concuerda con ninguna de las relaciones más conocidas y es, mas bien, una combinación de varias de ellas abarcando diferentes tipos de rocas.

Palabras clave: inversión conjunta sismo-gravimétrica, relaciones petrofísicas, ondas superficiales, gravedad

Abstract of the thesis presented **by Jonathan Carrillo López** as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Earth Science with orientation in applied geophysics.

Joint inversion of geophysical data in geothermal areas using petrophysical approaches

Abstract approved by:

PhD. Marco Antonio Pérez Flores
Thesis Co-director

PhD. Marco Calò
Thesis Co-director

The interpretation of geophysical data to characterize the subsurface is an area in constant development. One of the branches that takes advantage of the available data is the joint inversion of geophysical data to generate a comprehensive geophysical model compatible with data from different sources. The idea behind joint inversion is to leverage the kernels of different methodologies to reduce the range of possible solution models, reduce the effect of noise in the data, and produce more consistent integrated models. The general objective of this research is to develop an algorithm for joint inversion of surface seismic waves and gravity measurements using a petrophysical approach that allows maximizing the use of the kernels of both types of data. Experiments with synthetic data demonstrated that models recovered by joint inversion manage to reconstruct complex structures more detailedly and with higher resolution than those obtained by separate inversion, which is evident when the recovery factors are compared numerically and the recovered structures are graphically compared. A relevant aspect of this thesis is that the heterogeneities in the vertical direction of density that generally cannot be recovered reliably by separate inversion were satisfactorily reconstructed by joint inversion. This is due to the good sensitivity of surface waves to vertical structures. On the other hand, although less pronounced, the reconstruction of shear wave velocity anomalies improved, especially its ability to describe lateral boundaries. Additionally, two regularization strategies were implemented for high-degree polynomials: the Dg operator and the sequential search. Both were efficient in reducing the variability of the recovered polynomial. However, the Dg operator strategy proved to be more general and applicable at a lower computational cost. In contrast, the sequential strategy showed a better final polynomial fit but with a higher computational cost as it had to perform the complete inversion for each coefficient. The developed methodology was applied to real seismic and gravimetric data collected in the Los Humeros Geothermal field to corroborate the method's applicability in highly heterogeneous areas. The models obtained showed compatibility with previous studies and with the general knowledge of the structure of the geothermal field, adding characteristics that could only be obtained with joint inversion. Furthermore, the shear velocity-density relationship found allowed us to make novel petrophysical inferences about the area. The local relationship found underlined the importance of avoiding assuming empirical relationships obtained from other areas, especially when studying geologically complex environments. This relationship does not agree with any of the best-known relationships and is, instead, a combination of several covering different types of rocks.

Keywords: joint inversion, petrophysical relationships, surface waves, gravity

Dedicatoria

A mi familia.

Agradecimientos

Agradezco al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California (CICESE), por todos estos años de formación académica de primer nivel. A la División de Ciencias de la Tierra y su personal académico, técnico y administrativo, por su calidez y disposición a facilitarme todos los elementos para desarrollar los proyectos en los que participé.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología (CONAHCYT) por la beca de doctorado. Al Fondo de Sustentabilidad Energética SENER-CONAHCYT, proyecto No. 267084, y al programa European Union's Horizon 2020 bajo el acuerdo No. 727550.

A mi codirector, el Dr. Marco A. Pérez Flores por permitirme participar en proyectos académicos donde desarrollé mis habilidades colaborativas, y por su guía escolar y personal durante el desarrollo de mi tesis. A mi codirector, el Dr. Marco Calò por su valiosa contribución en el análisis de datos sísmicos y su minuciosa revisión y crítica de los diferentes trabajos derivados de mi tesis.

A mis sinodales, Dr. José Manuel Romo, Dr. Carlos Alberto Brizuela y Dra. Claudia Arango Galván por su disposición y por sus valiosos comentarios durante mis avances de tesis.

Al Dr. Luis Gallardo, quien encaminó mi formación en la investigación durante mi maestría y proyectos posteriores. A los investigadores del departamento de Geofísica Aplicada, en especial al Dr. José Romo, quien me ha apoyado en diferentes roles en mis trabajos académicos desde la maestría, proyectos de geotermia y el doctorado. Al Dr. Enrique Treviño y Dr. Carlos Flores con quienes tomé clases y compartí charlas diversas sobre inversión de datos, y al Dr. Mario Escobar, quien me recibió en mis primeras andanzas en Ensenada.

A mi familia, por su apoyo incondicional.

A Marce, gracias por hacerme más leve el camino estos años y por todo lo que hemos aprendido juntos.

A mis amigos y compañeros durante mi estancia en Ensenada, que no ha sido corta.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	ix
Lista de tablas	xiii
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1 Antecedentes: inversión conjunta de datos geofísicos	1
1.1.1 Enfoques estructurales.....	1
1.1.2 Enfoques petrofísicos	2
1.2 Datos geofísicos	3
1.2.1 Datos gravimétricos	4
1.2.2 Datos de ruido sísmico ambiental.....	5
1.3 Hacia la aplicación de la inversión conjunta en datos de ruido sísmico ambiental y datos gravimétricos.....	8
1.3.1 Selección del enfoque de inversión conjunta	9
1.4 Relaciones petrofísicas en entornos geotérmicos	9
1.5 Hipótesis	10
1.6 Objetivos.....	11
1.6.1 Objetivo general.....	11
1.6.2 Objetivos específicos.....	11
Capítulo 2. Metodología.....	13
2.1 Modelado directo, inverso, y adaptación de códigos	13
2.2 Modelado 3D de datos de gravedad	13
2.2.1 Ejemplo de aplicación del modelado directo.....	15
2.3 Modelado 3D de ondas superficiales	17

2.3.1	Modelado 3D basado en teoría de rayos	17
2.3.2	Ejemplo de aplicación del modelado directo	18
2.4	Planteamiento del problema de inversión conjunta	21
2.4.1	Caso 1: sin modelos a priori	24
2.4.2	Relaciones polinomiales	26
2.4.3	Caso 2: añadiendo modelos a priori.....	27
2.5	Regularización cuando se utilizan grados polinomiales altos	29
2.5.1	Método 1: operador de regularización	29
2.5.2	Método 2: estrategia secuencial	30
2.6	Consideraciones en la adaptación mallas y códigos	32
2.6.1	Correspondencia en mallas	32
2.6.2	Adaptaciones al código de modelado de ondas superficiales	33
Capítulo 3.	Experimentos sintéticos.....	35
3.1	Diseño del experimento sintético	35
3.2	Estrategia de regularización y peso de los elementos de la función objetivo	36
3.3	Modelos recuperados.....	36
3.4	Estabilizadores	40
3.4.1	Método 1: operador D_g	40
3.4.2	Método 2: estrategia secuencial	41
3.4.3	Comparación de ambas metodologías.....	42
3.5	Análisis de la matriz de inversión para el experimento sintético.....	43
Capítulo 4.	Aplicación en la zona geotérmica de Los Humeros	45
4.1	Marco geológico regional	45
4.2	Geología estructural	45
4.3	Actividad volcánica en el Complejo Volcánico de Los Humeros	46
4.4	Estratigrafía superficial	47
4.5	Modelo conceptual geotérmico	48
4.5.1	Reservorio geotérmico	48

4.5.2	Roca sello.....	48
4.5.3	Fuente de calor.....	50
4.6	Estudios geofísicos previos	50
4.7	Datos geofísicos	51
4.7.1	Datos gravimétricos	52
4.7.2	Datos de ondas sísmicas superficiales	52
4.8	Parametrización.....	54
4.9	Inversión por separado	54
4.10	Inversión conjunta	54
4.10.1	Estabilizadores.....	56
4.10.2	Método 1: operador D_g	56
4.10.3	Método 2: estrategia secuencial	56
4.10.4	Comparación	57
Capítulo 5.	Discusión de los resultados	59
5.1	Modelos obtenidos de la inversión por separado y de la inversión conjunta	59
5.2	Sobre los regularizadores polinomiales	60
5.3	Relación petrofísica	61
5.4	Modelo de densidad y de velocidad de onda de corte en secciones verticales interpoladas	62
5.5	Geometría del grupo caldérico	64
5.6	Modelo de baja velocidad de la onda de corte en zonas profundas	64
Capítulo 6.	Conclusiones	66
6.1	Sobre la inversión conjunta 3D de datos de gravedad y ondas sísmicas superficiales	66
6.2	Sobre los regularizadores para grados polinomiales altos	66
6.3	Sobre la aplicación en el CGLH	67
Literatura citada	68	
Anexos	80	

Lista de figuras

Figura 1. Resumen esquemático del estado del arte en inversión conjunta.	3
Figura 2. Diferencia entre un experimento basado en correlación de ruido sísmico (izquierda) y un experimento basado en sísmica activa. En estrellas rojas las fuentes, en triángulos azules los receptores. La correlación $CAB\tau$ entre los dos registros simultáneos φ_{At} y φ_{Bt} produce la respuesta impulsiva $GABt$	6
Figura 3. Discretización de la malla de densidad para el modelado de datos de gravedad.	15
Figura 4. Modelo sintético propuesto para probar el algoritmo de modelado directo de datos de gravedad. La distribución de densidad consiste en un cuerpo de baja densidad en forma de cono, simulando una cuenca sedimentaria, que contiene dos cuerpos delgados de menor densidad simulando zonas de fallas. Todo esto embebido en un medio de mayor densidad (la densidad de referencia).	16
Figura 5. Respuesta de gravedad del modelo sintético propuesto cuando se varía la densidad en las zonas de falla.	16
Figura 6. Malla de modelado directo para las ondas sísmicas superficiales a) en vista de planta y b) en profundidad. En planta, la línea azul representa la propagación de una onda superficial entre dos estaciones para un periodo en particular. La lentitud medida en un punto p , será una interpolación bilineal de los cuatro puntos circundantes (1,2,3,4 en rojo). Por otro lado, en profundidad, se resuelve el modelo 1D perturbando los diferentes nodos verticales. Modificado de Fang et al. (2015).	18
Figura 7. Secciones verticales centrales del modelo sintético 3D utilizado para calcular la respuesta de velocidades de fase y tiempos de viaje de la onda Rayleigh con el algoritmo de Fang et al. (2015). Los valores de la velocidad de onda de corte para el cuerpo central son: a) 0.75 km s^{-1} , b) 1.75 km s^{-1} y c) 2.75 km s^{-1}	19
Figura 8. Mapa 2D de velocidades de fase de las ondas Rayleigh para los periodos dominantes $T=1.40 \text{ s}$ (paneles superiores) y $T=3.94 \text{ s}$ (paneles inferiores) generados mediante el modelo sintético cuyas velocidades de corte cambian en el cuerpo central: a) 0.75 km s^{-1} , b) 1.75 km s^{-1} y c) 2.75 km s^{-1}	20
Figura 9. Trazado de rayos para los periodos $T= 1.40 \text{ s}$ y $T= 3.92 \text{ s}$, a partir del modelo sintético propuesto variando la velocidad de onda de corte en el cuerpo central: a) 0.75 km s^{-1} , b) 1.75 km s^{-1} y c) 2.75 km s^{-1}	21
Figura 10. Discretización en la inversión conjunta. Los nodos (en rojo) están centrados en los prismas rectangulares (azul).	33
Figura 11. Modelos recuperados de la inversión por separado y de la inversión conjunta para el polinomio de tercer grado. Secciones verticales centrales del modelo 3D.	38
Figura 12. Diferencias de los modelos recuperados de forma separada y de forma conjunta, con los modelos reales.	38

- Figura 13. Evolución de la relación recuperada para el experimento con un polinomio de tercer grado. Las curvas de ajuste a través de las iteraciones se muestran en líneas punteadas de azul a colores cálidos, hasta el ajuste final en línea roja continua. Los cuadros azules corresponden a los valores del modelo real, los círculos en naranja son los valores recuperados con inversión por separado, y las cruces negras son los valores recuperados mediante inversión conjunta. 39
- Figura 14. Evolución del ajuste a los datos de gravedad, de ondas superficiales y del polinomio..... 39
- Figura 15. Recuperación del polinomio de tercer grado utilizando el operador D_g como estabilizador. Se muestra la curva recuperada a través de las iteraciones para diferentes pesos, con a) $\alpha_3 = 8$, en b) $\alpha_3 = 16$ en c) $\alpha_3 = 32$ y en d) $\alpha_3 = 64$ 41
- Figura 16. Polinomio recuperado cuando se utiliza la estrategia secuencial, a) dando poco peso a los coeficientes a priori, y b) dando mayor peso a los coeficientes a priori (fijándolos). 42
- Figura 17. Recuperación del polinomio de tercer grado utilizando los dos métodos de regularización descritos. a) Relación recuperada utilizando $\alpha_3 = 64$, es decir, D_g está actuando sobre los coeficientes en una proporción 32:1 para estabilizar la solución, b) Relación recuperada utilizando la estrategia secuencial, es decir, resolviendo primero el término lineal, seguido del de segundo y tercer grado. Las líneas punteadas marcan las iteraciones hasta llegar a la solución final, y c) comparación entre las curvas finales obtenidas con ambas metodologías..... 43
- Figura 18. Matriz de inversión para el experimento sintético. 44
- Figura 19. Ubicación del Campo Geotérmico de Los Humeros (estrella azul) dentro del Cinturón Volcánico Transversal Mexicano (Modificado de Ferrari et al., 2012)..... 45
- Figura 20. a) Unidades litológicas en correlaciones estratigráficas de los pozos H-43,H-20 y H-25, y b) su representación esquemática en el modelo geológico de Los Humeros en una sección EW. Modificadas de Carrasco et al. (2017)..... 47
- Figura 21. Modelo conceptual geotérmico tomado y modificado de Verma (1985)..... 49
- Figura 22. Modelo conceptual tomado y modificado del propuesto por Arellano (2003). 49
- Figura 23. Modelo de fuente de calor, modificado de Lucci et al. (2020). 50
- Figura 24. Área de estudio. En círculos azules las estaciones gravimétricas; en triángulos rojos las estaciones sísmicas de periodo corto, en triángulos verdes las estaciones sísmicas de banda ancha, en rosa los pozos geotérmicos y en negro las características estructurales. El campo geotérmico en explotación se muestra encerrado en el rectángulo azul. 51
- Figura 25. Anomalía de Bouguer residual procesada utilizando una densidad de 2670 kg m^{-3} 52
- Figura 26. Trazado de rayos para $T=3.0 \text{ s}$ usando el modelo final invertido. 53
- Figura 27. a) Polinomio de primer grado ajustando el mapa de correspondencia. Presenta una tendencia general que sigue una media de algunas relaciones petrofísicas conocidas y b) ajuste de un polinomio de segundo grado. La última parte de la curva de ajuste presenta una tendencia regresiva. Sin embargo, esta es la parte menos confiable ya que abarca los puntos más profundos del modelo donde se tiene menor sensibilidad. 55

- Figura 28. a) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado sin usar operador Dg, b) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado usando el operador Dg con $\alpha_3 = 4$ es decir, Dg está actuando sobre los coeficientes en una proporción 4:1 para estabilizar la solución. La curva de ajuste es menos abrupta que aquella obtenida sin usar el regularizador Dg, y c) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado y $\alpha_3 = 16$, incrementando la influencia de Dg. 57
- Figura 29. a) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado sin regularización, b) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado usando una estrategia secuencial de regularización, es decir, resolviendo primero el coeficiente lineal, seguido del coeficiente de segundo grado, y finalmente el de tercer grado..... 58
- Figura 30. Comparación del modelo recuperado mediante inversión por separado e inversión conjunta. Secciones centrales de Sur a Norte..... 60
- Figura 31. Relación petrofísica para la zona geotérmica de Los Humeros seleccionada para interpretación..... 62
- Figura 32. Perfil A-A'. Secciones verticales de Sur a Norte de densidad y velocidad de la onda de corte a lo largo del CGLH. Las zonas achuradas son áreas de baja sensibilidad no interpretables debajo de $0.414 \text{ Gal kg}^{-1} \text{ m}^3$ y $1.972 \text{ s}^2 \text{ km}^{-1}$ para datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales, respectivamente (ver mapas de sensibilidad en el anexo F). LHC: caldera Los Humeros, LAF: falla La Antigua, MF: falla Maztaloya, LPF: falla Las Papas, LVF: falla Las Víboras y LPC: caldera Los Potreros..... 63
- Figura 33. Perfil B-B'. Secciones verticales de Oeste a Este de densidad y velocidad de la onda de corte a lo largo del CGLH. Las zonas achuradas son áreas de baja sensibilidad no interpretables debajo de $0.414 \text{ Gal kg}^{-1} \text{ m}^3$ y $1.972 \text{ s}^2 \text{ km}^{-1}$ para datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales, respectivamente (ver mapas de sensibilidad en el anexo F). LHC: caldera Los Humeros, LAF: falla La Antigua, MF: falla Maztaloya, LPF: falla Las Papas, LVF: falla Las Víboras y LPC: caldera Los Potreros..... 63
- Figura 34. a,b) Vista 3D de la baja densidad en la caldera Los Humeros utilizando iso-superficies a 1670 kg m^{-3} (rojo oscuro), 1870 kg m^{-3} (rojo) y 2170 kg m^{-3} (rojo claro), y c) modelo de la cima de calizas propuesto por Carrasco et al. (2017) a partir de información de pozos..... 64
- Figura 35. Anomalía negativa de la velocidad de la onda de corte. La anomalía es el valor de Vs menos el valor medio de Vs para cada profundidad en porcentaje..... 65
- Figura 36. Curvas L para los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales en el experimento sintético..... 84
- Figura 37. En círculos azules las 3076 observaciones de la anomalía de Bouguer completa en el CGLH, y en la malla la superficie de ajuste para la separación del regional. Los coeficientes del polinomio de ajuste $p_0 + p_1x + p_2y + p_3x^2 + p_4xy + p_5y^2$ son: $p_0=181028.55$; $p_1=-0.0449151$; $p_2=-0.1543950$; $p_3=1.4385056e-08$; $p_4=1.2190042e-08$; $p_5=3.3927987e-08$ 85
- Figura 38. Trazas para diferentes periodos dominantes en el CGLH. 86
- Figura 39. Curvas L para los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales para los datos de campo..... 87

Figura 40. Sensibilidad de los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales en la sección vertical A-A'	88
Figura 41. Sensibilidad de los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales en la sección vertical B-B'	88
Figura 42. Mapas residuales para los datos de gravedad en el campo geotérmico de Los Humeros, en los experimentos con ajuste (a) polinomial de primer grado, (b) polinomial de segundo grado, (c) polinomial de tercer grado, (d) polinomial de tercer grado utilizando la estrategia secuencial, (e) polinomial de tercer grado usando Dg con $\alpha_3 = 4$ y (f) polinomial de tercer grado usando Dg con $\alpha_3 = 16$	89

Lista de tablas

Tabla 1. Fuentes de ruido sísmico. Modificado de Bonnefoy-Claudet et al., 2006a; derivado de los estudios de Gutenberg (1958), Asten (1978), y Asten y Henstridge (1984).	5
Tabla 2. Ajuste a los diferentes tipos de datos utilizando una relación lineal y una relación de segundo grado.....	55
Tabla 3. Ajuste a los diferentes tipos de datos utilizando una relación de tercer grado sin regularizar, y regularizada con el operador D_g y la estrategia secuencial.....	57

Capítulo 1. Introducción

1.1 Antecedentes: inversión conjunta de datos geofísicos

La inversión de datos geofísicos es una de las herramientas más utilizadas para conocer la estructura interna de la Tierra. Generalmente, la interpretación de datos geofísicos se realiza mediante la obtención de modelos que reproducen individualmente cada tipo de datos. Sin embargo, recientemente la inversión conjunta ha ganado terreno debido a su potencial para producir modelos integrados más consistentes (Bedrosian, 2007; Haber y Holtzman Gazit, 2013; Moorkamp, 2017; Zhdanov et al., 2021). La idea detrás de la inversión conjunta es el aprovechamiento de las diferentes matrices de sensibilidad y la reducción del efecto del ruido que afecta desigualmente a los diversos tipos de datos (Moorkamp et al., 2011).

El caso más simple sucede cuando dos tipos de datos geofísicos son función de la misma propiedad física. En este escenario, que es estrictamente una adición de datos, la inversión requiere de la concatenación y escalamiento adecuado de las matrices de sensibilidad. Los primeros ejemplos de este tipo de inversión fueron hechos usando datos de corriente directa y electromagnéticos para inferir la resistividad eléctrica (e.g., Vozof y Jupp, 1975; Sasaki, 1989).

Una situación más general, cuando dos propiedades físicas son inferidas a partir de dos conjuntos de datos geofísicos diferentes, genera un problema numéricamente más complejo. En este escenario, es necesario un término que acople ambas propiedades. El término de acoplamiento es el núcleo de las diferentes filosofías de inversión conjunta. Las más difundidas se pueden agrupar en dos: los enfoques estructurales y los enfoques petrofísicos.

1.1.1 Enfoques estructurales

Los enfoques estructurales tratan de maximizar la similitud entre los cambios en las propiedades físicas en ubicaciones y orientaciones similares. Uno de los enfoques más extendidos es el propuesto por Gallardo y Meju (2003, 2004) que utiliza los gradientes cruzados de las propiedades como medida de similitud. Diversos autores lo han aplicado exitosamente para diferentes tipos de datos geofísicos (e.g., Tryggvason y Linde, 2006; Colombo y De Stefano, 2007; Hu et al., 2009). Aunque los enfoques

estructurales son ampliamente extendidos debido a que no requieren suposiciones fuertes, frecuentemente producen modelos débilmente acoplados, lo cual se traduce en mejoras moderadas en los modelos resultantes (Gallardo et al., 2005; Moorkamp et al., 2011).

1.1.2 Enfoques petrofísicos

En el segundo grupo se encuentran los enfoques que utilizan relaciones petrofísicas como elemento de conjunción. Si la relación petrofísica existe, los modelos resultantes logran un mejor acoplamiento y resolución que aquellos que utilizan relaciones estructurales. Por otro lado, si la correlación petrofísica es débil o nula, los modelos son susceptibles a producir resultados espurios (Moorkamp et al., 2017).

La búsqueda de relaciones petrofísicas en el subsuelo es una tarea compleja en cualquier ambiente geológico. Las variables que intervienen en la distribución de las propiedades son extensas: la permeabilidad, la porosidad, el tipo de roca, saturación de fluidos, presión, temperatura, entre otras. Sin embargo, diversos autores (Figura 1) han mostrado que no es necesario buscar una relación analítica que se cumpla estrictamente para plantear un esquema de inversión conjunta. En su lugar, se han planteado diversas metodologías que toman en cuenta la incertidumbre en la relación petrofísica, ya sea permitiendo ajustar funciones bajo cierto nivel de error, o bien, buscando agrupaciones de diferentes unidades litológicas.

Relaciones directas

El primer enfoque, ha explorado la imposición o búsqueda de diferentes funciones matemáticas que ajustan a la relación petrofísica. Además, al examinar el par de valores de propiedades coincidentes espacialmente, se agrega un nivel de incertidumbre para tomar en cuenta el grado de dispersión. Las aplicaciones en la literatura incluyen funciones conocidas basadas en física de rocas como la Ley de Archie o la Ley de Birch (Archie, 1942; Birch, 1961). Otras se basan en mediciones directas de laboratorio o de pozos (*e.g.*, Barton, 1986) que sirven como restricción en el problema inverso (*e.g.*, Lees y Van Decar, 1991; Nielsen y Jacobsen, 2000; Jegen et al., 2009; Maceira y Ammon, 2009; Coutant, et al., 2012). Recientemente otros autores han enfocado su búsqueda sin ninguna imposición, es decir, resolviendo directamente en el propio problema de inversión la relación petrofísica (*e.g.*, Lelièvre et al., 2012; Haber y Holtzman Gazit, 2013; Heincke et al., 2017; Carrillo y Gallardo, 2018).

Cúmulos difusos

El segundo enfoque, reconoce que pudieran existir unidades litológicas relativamente homogéneas, denominadas cúmulos difusos, cuyo par de propiedades se agrupan en torno a un valor central (*e.g.*, Paasche et al., 2006; Sun y Li, 2017). De esta manera, los algoritmos que utilizan cúmulos difusos se enfocan en clasificar los grupos de valores de las propiedades físicas que guardan cierta correlación.

La Figura 1 muestra esquemáticamente el estado del arte en la inversión conjunta.

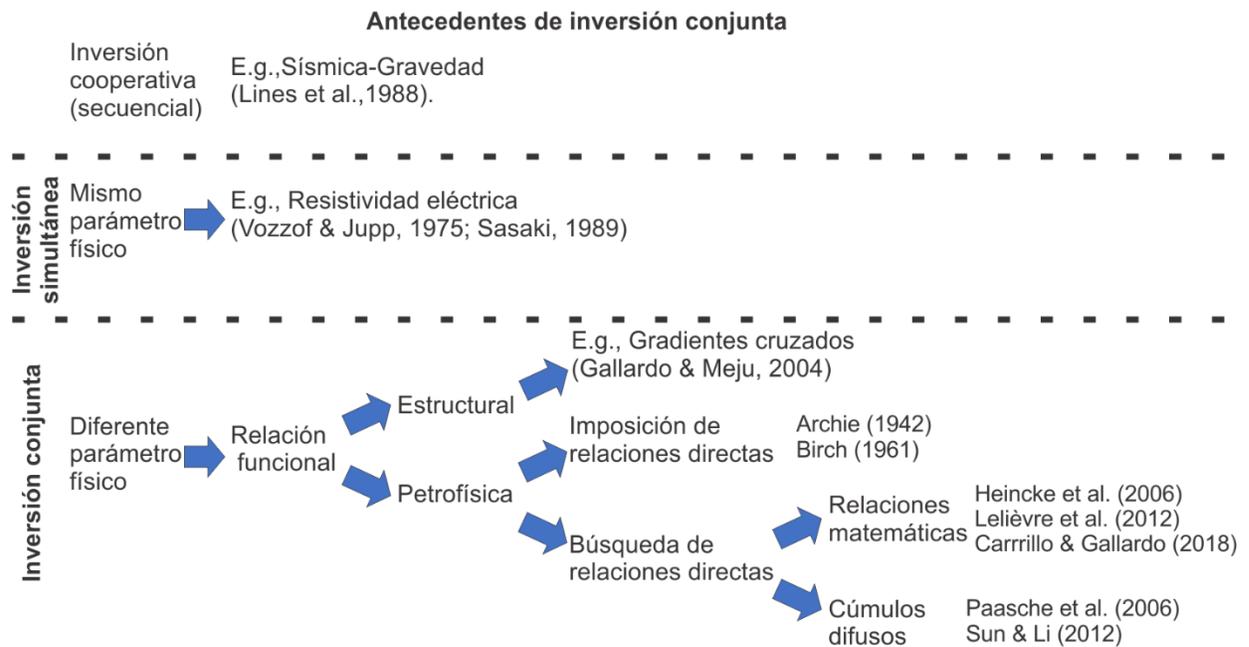


Figura 1. Resumen esquemático del estado del arte en inversión conjunta.

1.2 Datos geofísicos

En este trabajo nos enfocaremos en el uso de dos tipos de datos: gravimétricos y de ruido sísmico ambiental. Las ondas sísmicas superficiales son principalmente sensibles a la velocidad de cizalla (V_s). Sin embargo, la densidad (ρ) y la velocidad compresional (V_p) también tienen influencia sobre las observaciones (Bhattacharya, 2015; Pan et al., 2019; Fang et al., 2015). La densidad es comúnmente introducida en la inversión de ondas superficiales mediante relaciones empíricas, es decir, se infiere una distribución de densidad a partir de la solución de V_s . En este contexto, los datos de gravedad pudieran ofrecer una mejor opción para el cálculo de la distribución de densidad sin la necesidad de imponer una relación prescrita.

1.2.1 Datos gravimétricos

El método gravimétrico mide el campo de gravedad de la Tierra, generalmente en puntos sobre su superficie. En geofísica de exploración estamos interesados en las anomalías del campo debidas a variaciones en la densidad de las rocas en el subsuelo. Esta información es utilizada principalmente para la identificación de fallas regionales (*e.g.*, Barbosa et al., 2007; Ghosh, 2019; Yanis et al., 2021), la asociación a cambios en porosidad (*e.g.*, Baillieux et al., 2013; Abdelfettah et al., 2014; Altwegg et al., 2015), la identificación de unidades litológicas (*e.g.*, Guillen et al., 2004; Santolaria et al., 2017; Rodriguez Piceda et al., 2021; Frey et al., 2021), entre otras aplicaciones de utilidad práctica para conocer la geodinámica de la zona bajo estudio.

En un enfoque Newtoniano (fuera del límite relativista), el campo gravitacional es conservativo, obedece al principio de superposición, y puede escribirse como el gradiente de un potencial gravitacional escalar U . Para una colección de masas, éste es la suma de los potenciales gravitacionales de las masas individuales, de manera que para una distribución espacial de masas diferenciales $dm = \rho(x, y, z) dx dy dz$ el potencial de gravedad en un punto de observación $P(x_0, y_0, z_0)$ está dado por:

$$U(x_0, y_0, z_0) = k \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(x, y, z)}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}} dx dy dz \quad (1)$$

Donde la integración es sobre el volumen ocupado por la masa, ρ es la densidad y k es la constante de gravitación universal. En la práctica, la mayoría de los gravímetros sólo son sensibles a cambios en la magnitud del campo de gravedad (nuestra definición de la vertical), por lo que en nuestro desarrollo sólo consideraremos la atracción que producen los cuerpos del subsuelo en esa dirección (g_z). En un sistema cartesiano local, la componente vertical del gradiente del potencial, g_z , está dada por:

$$g_z(x_0, y_0, z_0) = k \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(z - z_0)}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}} dx dy dz \quad (2)$$

1.2.2 Datos de ruido sísmico ambiental

Origen del ruido sísmico ambiental

La superficie terrestre está continuamente sometida a fuerzas causadas tanto por fenómenos naturales, como por actividades humanas. El campo de ondas generado por dichas fuerzas es omnipresente, y de amplitud variable con el tiempo, la frecuencia y la posición. Su naturaleza cuasialeatoria impide la fácil identificación de una señal determinística, lo cual ha llevado a clasificar estas señales como “ruido sísmico” (Nakata et al., 2019). De forma más general, el término “ruido sísmico” es usado para referirse a vibraciones en el suelo debido a fuentes diversas como oleaje, tráfico vehicular, viento, etc. (Bonney-Claudet 2006a). Las fuentes se pueden dividir de acuerdo a su frecuencia, pero en general, provienen de dos grandes grupos: fuentes naturales y fuentes culturales. En frecuencias menores a 1 Hz, tenemos generalmente fuentes naturales como el oleaje y condiciones meteorológicas de gran escala. En frecuencias entre 1 y 5 Hz, una combinación entre condiciones naturales y culturales, y finalmente, en frecuencias mayores a 5 Hz, fuentes esencialmente culturales (ver Tabla 1).

Tabla 1. Fuentes de ruido sísmico. Modificado de Bonney-Claudet et al., 2006a; derivado de los estudios de Gutenberg (1958), Asten (1978), y Asten y Henstridge (1984).

	Gutenberg (1958)	Asten (1978); Asten y Henstridge (1984)
Oleaje en las costas	0.05 - 0.1 Hz	0.5- 1.2 Hz
Monzones/Perturbaciones meteorológicas de gran escala	0.1- 0.25 Hz	0.16- 0.5Hz
Ciclones	0.3 – 1 Hz	0.5 - 3 Hz
Condiciones meteorológicas locales	1.4 – 5 Hz	
Tremores Volcánicos	2 – 10 Hz	
Zonas urbanas	1 - 100 Hz	1.4 – 30 Hz

Exploración del subsuelo mediante correlación de ruido sísmico

La exploración del subsuelo mediante registros sísmicos ha sido tradicionalmente realizada utilizando técnicas basadas en fuentes sísmicas conocidas. Por ejemplo, el método de refracción, que emplea una

fuente activa, o el modelado de registros de terremotos, que aprovecha una fuente pasiva. Sin embargo, la aplicación de este tipo de métodos en zonas de difícil acceso, o de escasa ocurrencia de sismos, está limitada por el costo y el impacto ambiental en el caso de fuentes activas, y por la disponibilidad espacial y temporal de registros sísmicos en el caso de los terremotos.

En las últimas décadas surgieron metodologías que tratan de aprovechar los registros de ruido sísmico de las diferentes fuentes no identificables (ver Tabla 1) para recuperar la respuesta del subsuelo. Aki (1957) sentó las bases del ruido sísmico al proponer el uso de registros de microtemores sobre un arreglo para evaluar las velocidades de fase, en el denominado método de autocorrelación espacial (SPAC, por sus siglas en inglés).

Un concepto más reciente, es la idea de utilizar el propio ruido sísmico como fuente. Lo anterior es conocido con diferentes nombres: recuperación de la función de Green (FG), interferometría sísmica, mapeo sísmico mediante correlación de ruido sísmico ambiental, entre otros. Inicialmente este concepto de utilizar ruido como fuente fue propuesto en heliosismología (Duvall et al., 1993) y generalizado posteriormente por Lobkis y Weaver (2001), siendo aplicado para otros campos como la sismología (Campillo y Paul, 2003; Shapiro y Campillo, 2004).

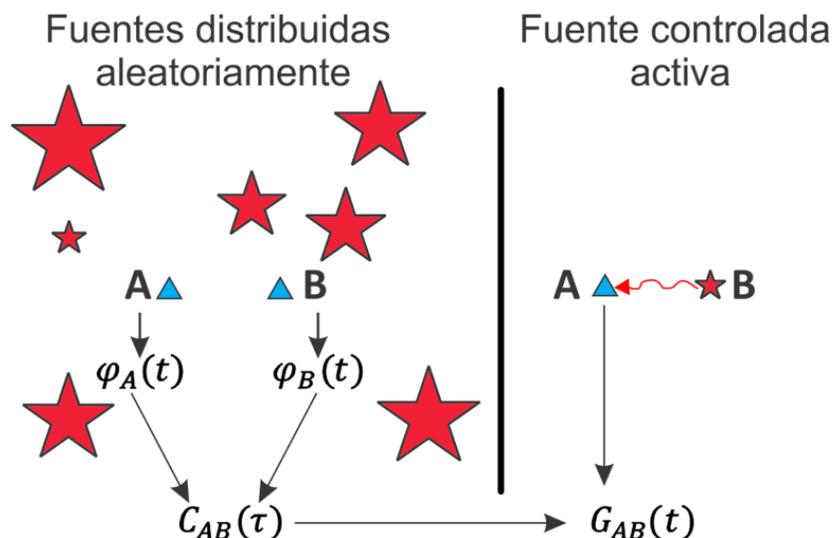


Figura 2. Diferencia entre un experimento basado en correlación de ruido sísmico (izquierda) y un experimento basado en sísmica activa. En estrellas rojas las fuentes, en triángulos azules los receptores. La correlación $C_{AB}(\tau)$ entre los dos registros simultáneos $\varphi_A(t)$ y $\varphi_B(t)$ produce la respuesta impulsiva $G_{AB}(t)$.

La idea es que utilizando una correlación $C(\tau)$ de las señales $\varphi(t)$ registradas al mismo tiempo en dos diferentes lugares A y B, podemos obtener una función comparable a la respuesta impulsiva $G(t)$ entre los sitios A y B, como si uno de los receptores fuera una fuente (Larose et al., 2015). La Figura 2 resume este concepto.

La correlación cruzada entre A y B produce la FG si tenemos las suficientes fuentes de ruido sísmico alrededor de los receptores. La FG puede ser calculada a partir de la derivada temporal de la correlación cruzada entre dos estaciones con registros continuos de tiempo prolongado (Sabra et al., 2005). La relación es:

$$\partial_{\tau} C_{AB}(\tau) = \partial_{\tau} \int \varphi_A(t) \varphi_B(t + \tau) dt \propto G^+(A, B, \tau) - G^-(A, B, -\tau) \quad (3)$$

donde G^+ y G^- representan la FG causal y anti causal, respectivamente. Mediante este enfoque es posible simular fuentes sísmicas en lugares donde se tienen sensores sísmicos, transformando ruido en señal.

Las condiciones para que las correlaciones converjan en una FG (Curtis et al., 2006; Sato, 2009) son:

- Las fuentes no están correlacionadas en tiempo.
- Para reconstruir ondas superficiales, las fuentes están ubicadas alrededor de los receptores.
- Para reconstruir ondas de cuerpo, el campo de ondas es equiparticionado, es decir, existe una proporción adecuada de ondas compresionales y ondas de cizalla.

En la práctica, las últimas tres condiciones son difíciles de cumplir. Sin embargo, la dispersión de ondas, la cual implica conversión de modos y dispersión en todas las direcciones, compensa la falta de equipartición en modos y direcciones de propagación.

Desde que fue establecida por primera vez, la tomografía de ruido sísmico ambiental es ahora una técnica con un procedimiento bien establecido, que se puede resumir en cuatro pasos (Calò et al., 2023):

- i) reconstrucción de las FG empíricas de las correlaciones cruzadas obtenidas de los registros sísmicos,

- ii) selección de las curvas de dispersión de las ondas superficiales reconstruidas,
- iii) cálculo de las tomografías 2D, e
- iv) inversión de las curvas de dispersión para recuperar un pseudo modelo 3D de velocidad de corte.

Durante la última década su aplicación se ha extendido con éxito a diferentes escalas: de forma local (Picozzi et al. 2009; Pilz et al. 2012; Lin et al. 2013; Mordret et al. 2013), regional (Huang et al. 2010 ; Calò et al. 2013 ; Fang et al. 2015), y global (Moschetti et al. 2007; Yao et al . 2006; Saygin y Kennett 2010; Badal et al. 2013), y a diferentes entornos geológicos como las zonas geotérmicas (*e.g.*, Muñoz et al., 2010; Calò et al., 2013 ; Sánchez-Pastor et al., 2019). La inversión conjunta de datos sísmicos de fuente activa con otro tipo de datos ha sido muy explorada. Sin embargo, en el caso de ruido sísmico ambiental, no se tienen documentados estudios de inversión petrofísica conjunta utilizando densidad, aunque si utilizando ondas de cuerpo (Fang et al., 2016).

1.3 Hacia la aplicación de la inversión conjunta en datos de ruido sísmico ambiental y datos gravimétricos

Partiendo de la hipótesis de que cierto grado de correlación existe entre las propiedades, una pregunta inmediata es: ¿En qué escenarios geológicos es viable la inversión conjunta y cuál enfoque es más conveniente de acuerdo con las propiedades de estudio?

En el caso de la densidad y las velocidades sísmicas, existe una relación implícita fundamentada en la física de rocas. De manera que la correlación esperada entre ambas propiedades es muy alta, sugiriendo un enfoque petrofísico como el más adecuado para realizar la inversión conjunta de datos de ondas superficiales y de gravedad. Además, se han encontrado relaciones a partir de experimentos de laboratorio y datos de pozo (Birch, 1961; Ludwig et al., 1970; Brocher, 2005; Christensen y Mooney, 1995). Estas relaciones se han utilizado como información a priori para mejorar las inversiones, especialmente en el modelado de V_p y densidad (Lees y VanDecar, 1991; Nielsen y Jacobsen, 2000; Afnimar et al., 2002) o más recientemente Syracuse et al. (2017) utilizó la anomalía de Bouguer para restringir la inversión de V_s y V_p mediante el cálculo de la densidad usando relaciones empíricas, pero en lugar de relacionarlas

directamente con densidad, obtuvo las derivadas parciales con respecto a la gravedad, simulando así una inversión conjunta.

En adición, los datos de dispersión de ondas superficiales tienen una fuerte sensibilidad radial mientras que los datos de gravedad son principalmente sensibles a cambios laterales, por lo cual las sensibilidades de ambas metodologías se complementan bastante. Esto contrasta, por ejemplo, con los datos potenciales (gravedad y magnetismo), cuyas sensibilidades son geoméricamente equiparables y decaen en función del cuadrado y el cubo de la distancia, respectivamente.

1.3.1 Selección del enfoque de inversión conjunta

Las relaciones encontradas en los estudios mencionados demuestran que existe una alta correlación entre ambas propiedades. Sin embargo, utilizarlas como restricción podría ser apropiado únicamente para las condiciones geológicas del lugar donde fueron extraídas, de otra forma, podrían introducir resultados incompatibles. En lugar de ello, se propone utilizar un algoritmo de inversión conjunta que busque la relación petrofísica desconocida como parte del mismo proceso de inversión.

En este trabajo se implementó la metodología de mapas de correspondencia (MC) para la inversión 3D de datos de dispersión de ondas superficiales y datos gravimétricos. La inversión conjunta utilizando MC pretende encontrar una relación funcional entre los parámetros. Se ha utilizado exitosamente para resolver la distribución 2D de densidad y resistividad (Carrillo y Gallardo, 2018) y la distribución 3D de densidad y magnetización (Carrillo et al., 2022) en entornos geotérmicos. En el caso del par de propiedades densidad-velocidades sísmicas la relación es más evidente que en los trabajos previos, de manera que el acople esperado es fuerte y por lo tanto, las mejoras en los modelos recuperados mediante inversión conjunta prometen ser considerables. Se construyeron experimentos sintéticos para analizar los beneficios introducidos mediante la inversión conjunta para esta combinación de datos, y se implementaron dos metodologías para estabilizar la solución cuando se utilizan grados polinomiales altos, el cual era un problema pendiente de trabajos previos.

1.4 Relaciones petrofísicas en entornos geotérmicos

Actualmente, en México, aproximadamente el 2% de la energía eléctrica es suministrada por plantas

geotérmicas (Prol-Ledesma y Morán-Zenteno, 2019). Las reservas calculadas totales son de alrededor de 10,000 MWe (Ordaz-Méndez et al., 2011). Las fases en el desarrollo de campos geotérmicos se pueden dividir en tres: exploración, desarrollo y operación. La primera fase, generalmente recae en el uso de métodos indirectos de exploración que por un costo relativamente bajo en comparación con la perforación de pozos, permiten determinar algunas características esenciales del reservorio geotérmico. De esta forma se reduce el riesgo en la toma de decisiones para el posible desarrollo y operación del campo (International Geothermal Association, 2014). En este contexto, los métodos de exploración geofísica juegan un papel importante en la caracterización del reservorio geotérmico, ya que son sensibles a información valiosa en la construcción de un modelo conceptual geotérmico.

Hay una serie de propiedades en entornos geotérmicos que pueden ser rastreadas mediante métodos geofísicos, y que parecieran tener una posible correlación para investigar mediante métodos de inversión conjunta. Uno de los rasgos más importantes es la porosidad de fractura. Los resultados de Baillieux, et al., (2013) muestran una fuerte relación entre las fallas y anomalías de baja densidad, que pueden ser interpretadas en términos de porosidad de fractura. Estas zonas a su vez suelen contener alteración hidrotermal, produciendo una baja magnetización (*e.g.*, Miller y Williams-Jones, 2016). La alteración hidrotermal produce una zona de transición entre alta y baja magnetización que puede atravesar varias unidades litológicas (*e.g.*, Airo, 2002; Clark, 2014). Otra correspondencia espacial se ha observado entre anomalías de alta magnetización y baja densidad, probablemente asociadas a rocas volcano-sedimentarias fuertemente fracturadas con alto contenido de andesitas, por ejemplo en las zonas geotérmicas de Los Humeros, México y Soultz, Francia (Baillieux, et al., 2014; Arzate, et al., 2018). Muñoz et al. (2010) encontraron también una correlación entre alta velocidad sísmica y baja resistividad, y lo asociaron a capas de evaporitas con alto grado de fracturamiento.

1.5 Hipótesis

En diferentes ambientes geológicos existen evidencias de posibles correlaciones petrofísicas para implementar metodologías de inversión conjunta. En el caso particular de los datos de ruido sísmico ambiental y datos de gravedad, las propiedades geofísicas a las cuales son sensibles sugieren una fuerte asociación, por lo cual nuestra hipótesis es que existe una correlación entre las velocidades sísmicas y la distribución de densidad. Esta correlación sería particularmente aprovechable mediante una metodología de inversión conjunta que busque la relación entre ambas propiedades.

Actualmente no existe un trabajo que explote esta correlación mediante inversión conjunta formal. En lugar de ello, se emplean relaciones empíricas que podrían no ser siempre representativas del área de estudio.

1.6 Objetivos

1.6.1 Objetivo general

El objetivo general de este trabajo de investigación es desarrollar un algoritmo de inversión conjunta de ondas sísmicas superficiales y de mediciones de gravedad mediante un enfoque petrofísico que permita maximizar el aprovechamiento de los kernels de ambos tipos de datos. A su vez, esto nos permitirá conocer la relación petrofísica entre la distribución de velocidades sísmicas y densidades; un campo hasta ahora inexplorado mediante inversión conjunta formal.

1.6.2 Objetivos específicos

Los objetivos particulares son:

- Desarrollar un algoritmo de inversión conjunta que cuantifique la relación entre la densidad y la velocidad de la onda de corte.
- Probar el algoritmo de inversión conjunta con datos sintéticos.
- Analizar las ventajas y desventajas con respecto a la inversión tradicional individual.
- Desarrollar regularizadores para la recuperación de relaciones petrofísicas complejas.
- Aplicar el algoritmo a la zona geotérmica de Los Humeros para evaluar su idoneidad en datos de campo.

- Examinar la distribución de las velocidades sísmicas y la densidad para la caracterización del reservorio geotérmico de Los Humeros.
- Analizar las implicaciones petrofísicas de la relación local encontrada para la zona.

Capítulo 2. Metodología

En este capítulo se describirán las metodologías de modelado directo de ambos tipos de datos geofísicos, la formulación de la inversión conjunta propuesta en este trabajo, los regularizadores desarrollados para grados polinomiales altos, y las consideraciones en la adaptación de las mallas y códigos de modelado directo.

2.1 Modelado directo, inverso, y adaptación de códigos

El modelado 3D de la componente vertical del campo de gravedad se realizó utilizando la fórmula derivada por Plouff et al. (1977) que considera la respuesta de un prisma rectangular con densidad constante. Para el modelado 3D de datos de ruido sísmico ambiental se empleó el código de Fang et al. (2015). Ambos códigos están escritos en el lenguaje de programación Fortran 90.

Una parte esencial del trabajo de investigación, es la adaptación de los dos códigos de modelado directo en un algoritmo de inversión conjunta. Debido a que el proceso se realiza de forma paralela, es decir, todas las matrices de sensibilidad y la función petrofísica se actualizan al mismo tiempo, es necesario elaborar un código común que resuelva los dos problemas geofísicos y la búsqueda de la relación de correspondencia.

2.2 Modelado 3D de datos de gravedad

Existen diferentes enfoques para el modelado inverso del campo de gravedad. En general, se pueden agrupar en dos: i) los que proponen capas de densidad constante (*e.g.*, Zeyen y Pous, 1993; Barbosa et al., 1997; Fedi y Rapolla, 1999; Gallardo-Delgado et al., 2003), resolviendo el espesor de las mismas, y ii) las que proponen prismas de dimensiones constantes (*e.g.*, Bear et al., 1995; Li y Oldenburg, 1998), resolviendo el contraste de densidad.

El tipo de problema al que nos enfrentemos, determinará cuál de los dos enfoques es el más conveniente (Silva et al., 2002; Gallardo et al., 2005). Cuando se tiene un conocimiento sólido de posibles unidades litológicas y sus densidades, el problema se restringe bastante y el enfoque de resolución de espesores

resulta ideal. Por otro lado, cuando se tienen medios complejos y sin información a priori, el segundo enfoque resulta más apropiado. Para este caso en particular, utilizaremos el segundo enfoque debido a dos razones:

- 1) A la profundidad de estudio (aprox. 17 km), y la cobertura del área (60 km x 40 km) en Los Humeros, no existe información suficiente sobre la densidad de las rocas. Además, debido a las dimensiones del modelo, se espera un medio complejo que difícilmente se podrá representar con algunas unidades litológicas.
- 2) Por otro lado, el enfoque de inversión conjunta requiere una malla que espacialmente coincida para ambas propiedades, de manera que si los espesores son variables, la correspondencia espacial no existiría.

En este trabajo se siguió la formulación de Plouff et al. (1977), tal como se encuentra descrita en Blakely (1996). La ecuación 4 describe la respuesta vertical de gravedad en cualquier punto originada por un prisma rectangular de dimensiones finitas, cuyos límites están dados por $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$, $z_1 \leq z \leq z_2$. La respuesta de un modelo más complejo, se obtiene del agregado de las respuestas de prismas rectangulares individuales de densidad constante.

$$g = \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - x_i \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \log(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (4)$$

Donde

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$$\mu_{ijk} = (-1)^i (-1)^j (-1)^k$$

La Figura 3 muestra la discretización para un caso típico de estudio, donde tenemos un grupo de prismas irregulares para representar la topografía, y otro grupo de prismas que aumentan su altura con la profundidad para asimilar correctamente la función de sensibilidad del método gravimétrico.

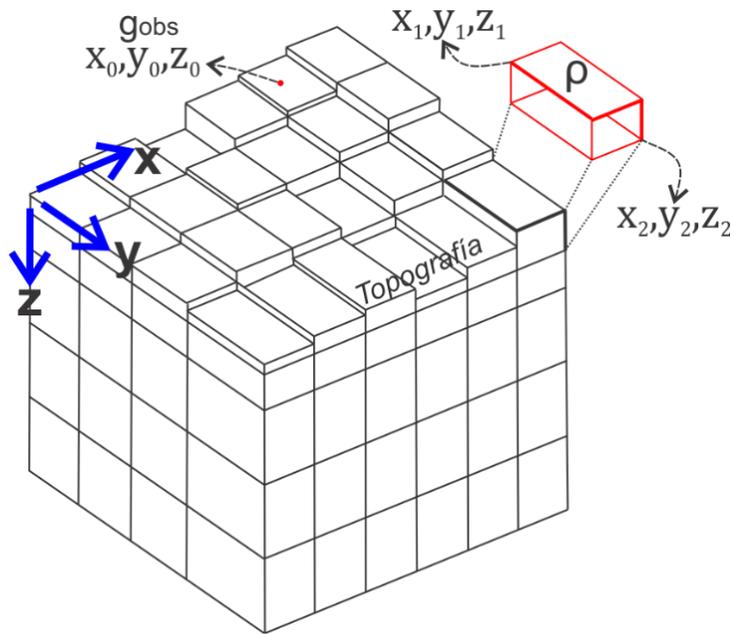


Figura 3. Discretización de la malla de densidad para el modelado de datos de gravedad.

2.2.1 Ejemplo de aplicación del modelado directo

Para probar el algoritmo de modelado directo se consideró un área de 30 km x 30 km, basados en la zona geotérmica de los Humeros. Se utilizaron prismas rectangulares de 1.0 km x 1.0 km en las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste, y con una altura de entre 0.1 km y 1.4 km que incrementa con la profundidad. Para el caso de las estaciones de gravedad, se consideró una distribución equiespaciada de datos cada 400 m en la dirección NS y WE.

Modelo sintético de densidad propuesto

Se planteó un modelo que contiene un par de zonas de falla con una profundidad máxima de 6 km, que es aproximadamente en la zona donde los datos gravimétricos de las estaciones propuestas comienzan a perder drásticamente su sensibilidad. Se consideró una densidad de referencia de 2670 kg m^{-3} para el basamento, a partir de la cual se propuso una cuenca sedimentaria con un contraste de -300 kg m^{-3} y dos sistemas de falla embebidos con una porosidad de fractura entre el 5% y el 15% (Figura 4). Los datos de gravedad pueden reflejar los decrementos de densidad debidos a la porosidad de fractura existentes en las zonas de fallas (*e.g.*, Baillieux et al., 2014; Abdelfettah et al., 2014; Altwegg et al., 2015). La Figura 5 muestra la respuesta de diferentes porosidades de fractura.

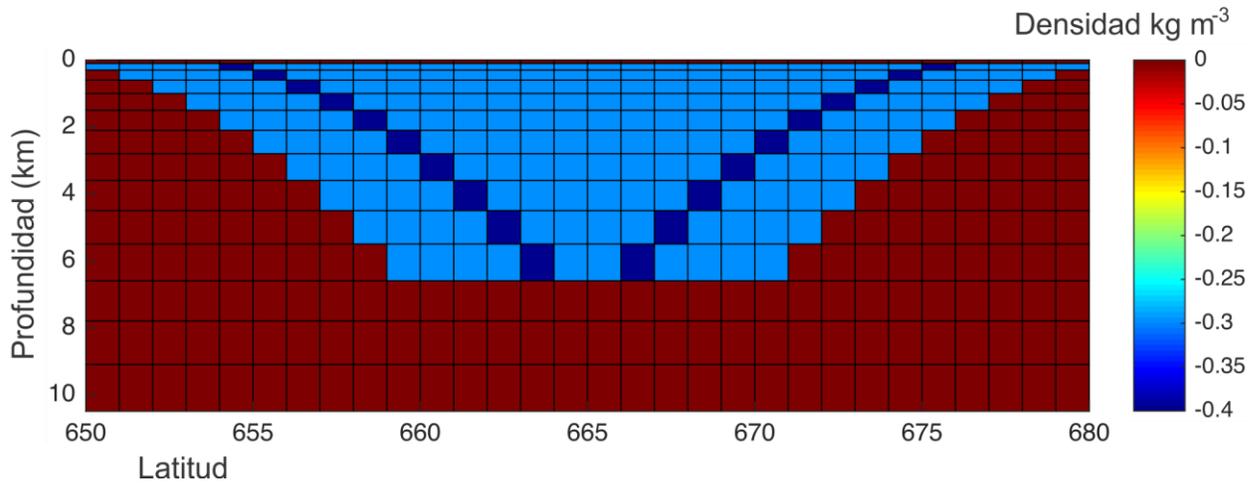


Figura 4. Modelo sintético propuesto para probar el algoritmo de modelado directo de datos de gravedad. La distribución de densidad consiste en un cuerpo de baja densidad en forma de cono, simulando una cuenca sedimentaria, que contiene dos cuerpos delgados de menor densidad simulando zonas de fallas. Todo esto embebido en un medio de mayor densidad (la densidad de referencia).

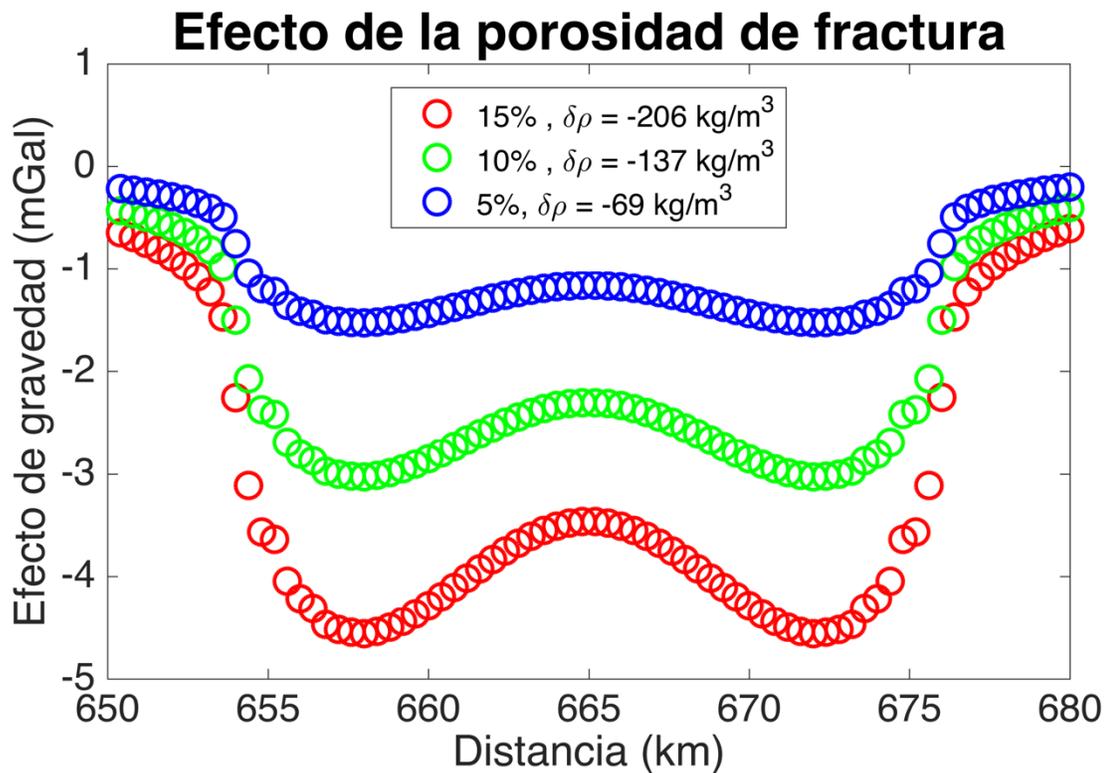


Figura 5. Respuesta de gravedad del modelo sintético propuesto cuando se varía la densidad en las zonas de falla.

El ejemplo de aplicación muestra que el método gravimétrico es muy efectivo en la detección de variaciones laterales de densidad, incluso si son efecto de cambios pequeños en características asociadas

de las rocas, como la porosidad de fractura. El decremento esperado debido a una porosidad de fractura del 5% fue de 1.5 mGal, muy superior a la precisión de los gravímetros modernos (por ejemplo, el CG5-Scintrex tiene una precisión de 0.005 mGal), que serían holgadamente capaces de detectar dichas variaciones.

2.3 Modelado 3D de ondas superficiales

Existen diferentes enfoques para el modelado de ondas superficiales extraídas de ruido sísmico, siendo un campo actualmente en desarrollo. Por ejemplo, uno de los enfoques que se han tratado de utilizar, es la inversión de forma de onda completa (FWI, por sus siglas en inglés; Fichtner et al., 2009; Chen et al., 2014). En la práctica el uso de la FWI tiene muchas complicaciones cuando se aplica para ondas superficiales, entre ellas el alto costo computacional, la dificultad de considerar todas las complejidades físicas, y la tendencia a estancarse en mínimos locales (Zhang et al., 2021). Otras metodologías explotan información de la forma de onda como las tomografías de frecuencia finita (*e.g.*, Yomogida y Aki, 1987; Yoshizawa y Kennett, 2004; Zhou et al., 2004), o toman en cuenta las heterogeneidades laterales con la ecuación de onda de la curva de dispersión (Zhang et al., 2021). Sin embargo, las aplicaciones más extendidas se basan en la tomografía sísmica y en la teoría de rayos (Wood y Dziewoński, 1984; Ekström et al., 1997). En el caso particular del modelado 3D, aunque existen desarrollos recientes (*e.g.*, Cruz-Hernández et al., 2022), la mayoría de los modelos en 3D de Vs se obtienen a partir de modelado 1D, como el de Barmin et al. (2001), y posteriormente se interpolan los resultados para obtener un modelo pseudo 3D.

2.3.1 Modelado 3D basado en teoría de rayos

En este trabajo se utilizará el algoritmo de Fang et al. (2015), que combina la teoría de rayos dependientes de la frecuencia, y la inversión en 1D restringida. Con ello, se obtienen modelos 3D directamente, sin el paso intermedio de generar los mapas de velocidades de fase o de grupo. El algoritmo calcula las trayectorias y tiempos de viaje para cada periodo, evitando la suposición del gran círculo de propagación (Wood y Dziewoński, 1984; Ekström et al., 1997), lo cual es un problema en medios complejos o para recuperar estructuras pequeñas fuera del rango de sensibilidad (Yoshizawa y Kennett, 2002). En el anexo A se muestra el desarrollo teórico completo del algoritmo de Fang et al. (2015), y en la Figura 6 se

muestran las mallas de modelado directo 2D y 1D utilizadas para construir directamente los kernels en 3D.

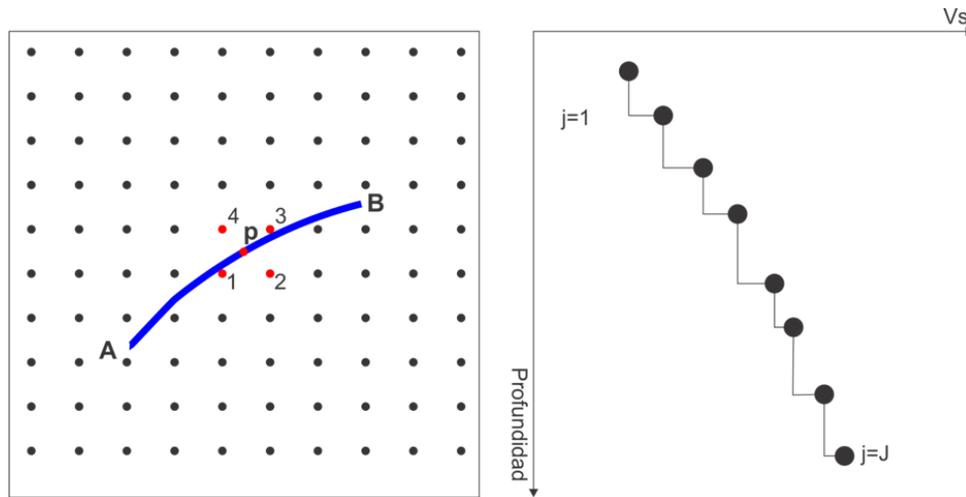


Figura 6. Malla de modelado directo para las ondas sísmicas superficiales a) en vista de planta y b) en profundidad. En planta, la línea azul representa la propagación de una onda superficial entre dos estaciones para un periodo en particular. La lentitud medida en un punto p , será una interpolación bilineal de los cuatro puntos circundantes (1,2,3,4 en rojo). Por otro lado, en profundidad, se resuelve el modelo 1D perturbando los diferentes nodos verticales. Modificado de Fang et al. (2015).

2.3.2 Ejemplo de aplicación del modelado directo

El código de Fang et al. (2015) está diseñado para seguir un proceso de modelado inverso. Es decir, para trabajar directamente con datos de campo. Sin embargo, para cumplir con los objetivos de este trabajo de investigación fue necesario modificarlo con el fin de construir datos de tiempo de viaje a partir de un modelo dado. El flujo de trabajo del modelado directo consiste en: i) crear un modelo sintético de velocidad de onda de corte, ii) generar las trayectorias de los rayos sísmicos y las velocidades de fase o de grupo, y iii) calcular los tiempos de viaje.

Modelo sintético propuesto de velocidad de onda de corte

Se propuso un modelo con una anomalía de la velocidad de la onda de corte en un cuerpo central, rodeado de un medio cuya velocidad incrementa con la profundidad; y una red de estaciones midiendo en las mismas posiciones que las de la red sísmica temporal en Los Humeros, México, instalada para el proyecto GEMex (Toledo et al., 2019). Se utilizaron 27 periodos de 0.49 s a 9.9 s. Los detalles de la parametrización del modelo y las características de las estaciones se encuentran en la sección de la aplicación a datos de campo.

Con el objetivo de probar el algoritmo de modelado directo, solamente se varió el valor de la velocidad de la onda de corte en el cuerpo central (Figura 7), y con ello se calcularon las trayectorias de rayos (Figura 9), y los mapas de la velocidad de fase para la onda Rayleigh (Figura 8).

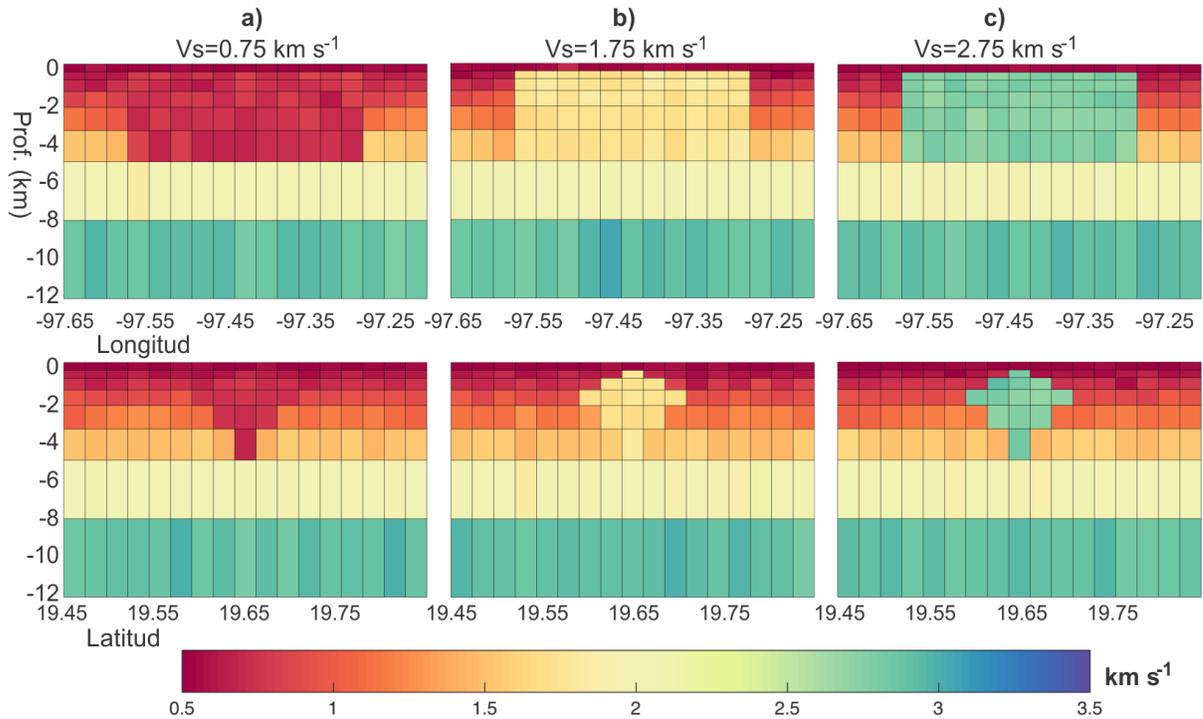


Figura 7. Secciones verticales centrales del modelo sintético 3D utilizado para calcular la respuesta de velocidades de fase y tiempos de viaje de la onda Rayleigh con el algoritmo de Fang et al. (2015). Los valores de la velocidad de onda de corte para el cuerpo central son: a) 0.75 km s^{-1} , b) 1.75 km s^{-1} y c) 2.75 km s^{-1} .

De los mapas de velocidades de fase calculados podemos notar que para el periodo dominante de $T=1.40 \text{ s}$ se detecta relativamente bien la cima estrecha del cuerpo central. Esto es especialmente notorio en los casos donde hay un mayor cambio de velocidad de la onda de corte con respecto al medio circundante, es decir, en la respuesta generada por los cuerpos de 1.75 km s^{-1} y 2.75 km s^{-1} (Figura 8, $T=1.40 \text{ s}$, paneles b y c). Por otro lado, los mapas de velocidad de fase para el periodo dominante $T=3.94 \text{ s}$ revelan la parte intermedia del cuerpo anómalo, que es más ancha que la cima (Figura 8, $T=3.94 \text{ s}$, paneles b y c). Para el caso del cuerpo de 0.75 km s^{-1} (paneles a), la respuesta sísmica es incapaz de rastrear los límites laterales del cuerpo central, debido al poco contraste de la velocidad de la onda de corte. Sin embargo, sí es capaz de detectar el cambio de velocidad con la profundidad (ver diferencia en Figura 8, paneles a, entre los periodos $T=1.40 \text{ s}$ y $T=3.94 \text{ s}$).

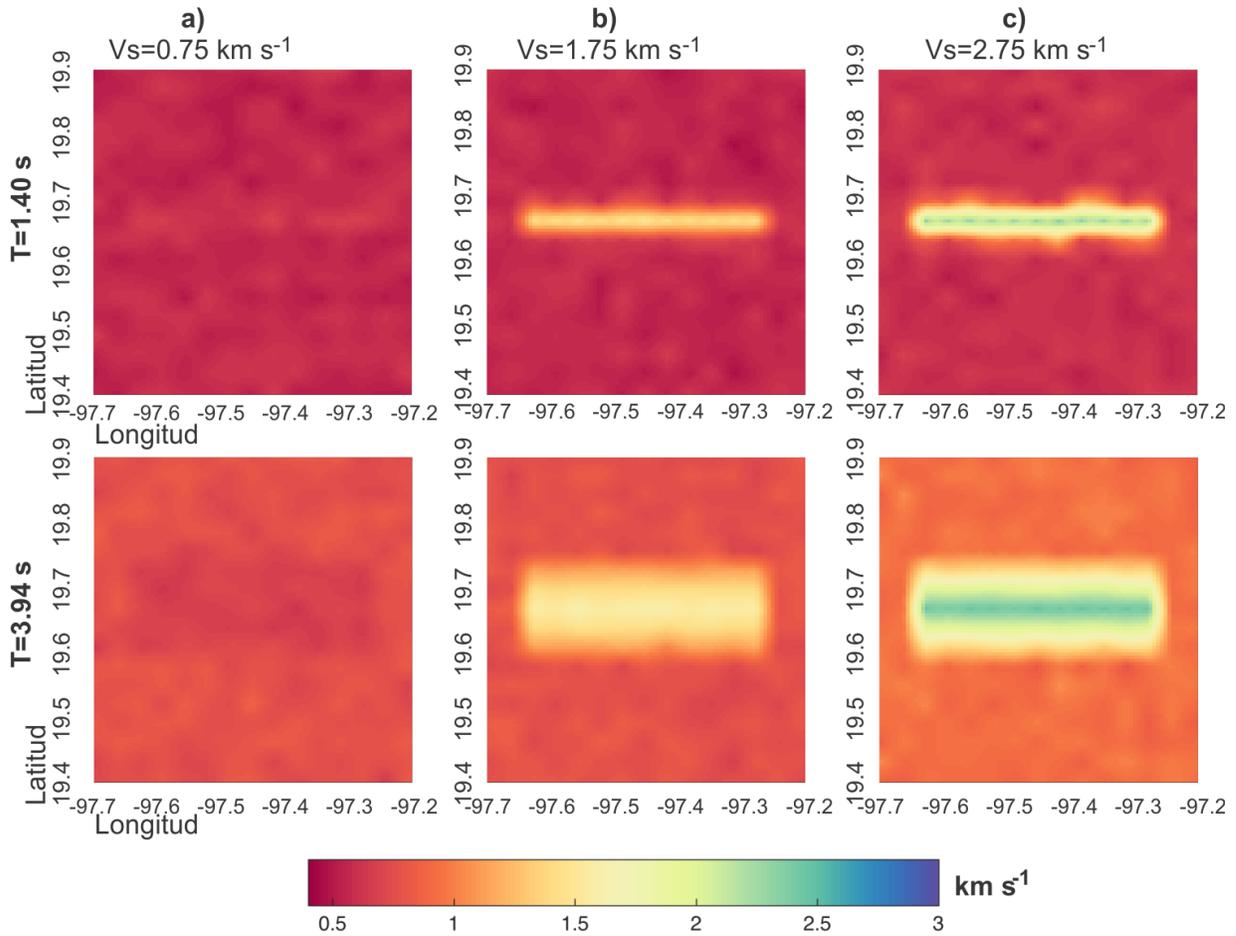


Figura 8. Mapa 2D de velocidades de fase de las ondas Rayleigh para los periodos dominantes $T=1.40$ s (paneles superiores) y $T=3.94$ s (paneles inferiores) generados mediante el modelo sintético cuyas velocidades de corte cambian en el cuerpo central: a) 0.75 km s^{-1} , b) 1.75 km s^{-1} y c) 2.75 km s^{-1} .

Otro aspecto relevante del modelado directo utilizado por Fang et al. (2015) es el uso de trayectorias curvas para los rayos sísmicos. Como se puede observar en la Figura 9, la curvatura de los rayos es más pronunciada en zonas donde existen cambios fuertes de velocidad, como en el caso del cuerpo anómalo de 2.75 km s^{-1} (Figura 9; paneles c). Por otro lado, cuando no existen cambios fuertes de velocidades, las trayectorias tienden a ser más rectas, como en el caso del cuerpo anómalo de 0.75 km s^{-1} (Figura 9, paneles a). De acuerdo a Fang et al. (2015) este tipo de aproximaciones son más apropiadas para medios complejos donde se esperan fuertes variaciones de velocidad de la onda de corte. Particularmente en mediciones de dispersión de periodo corto, que son sensibles a la estructura heterogénea somera de la corteza.

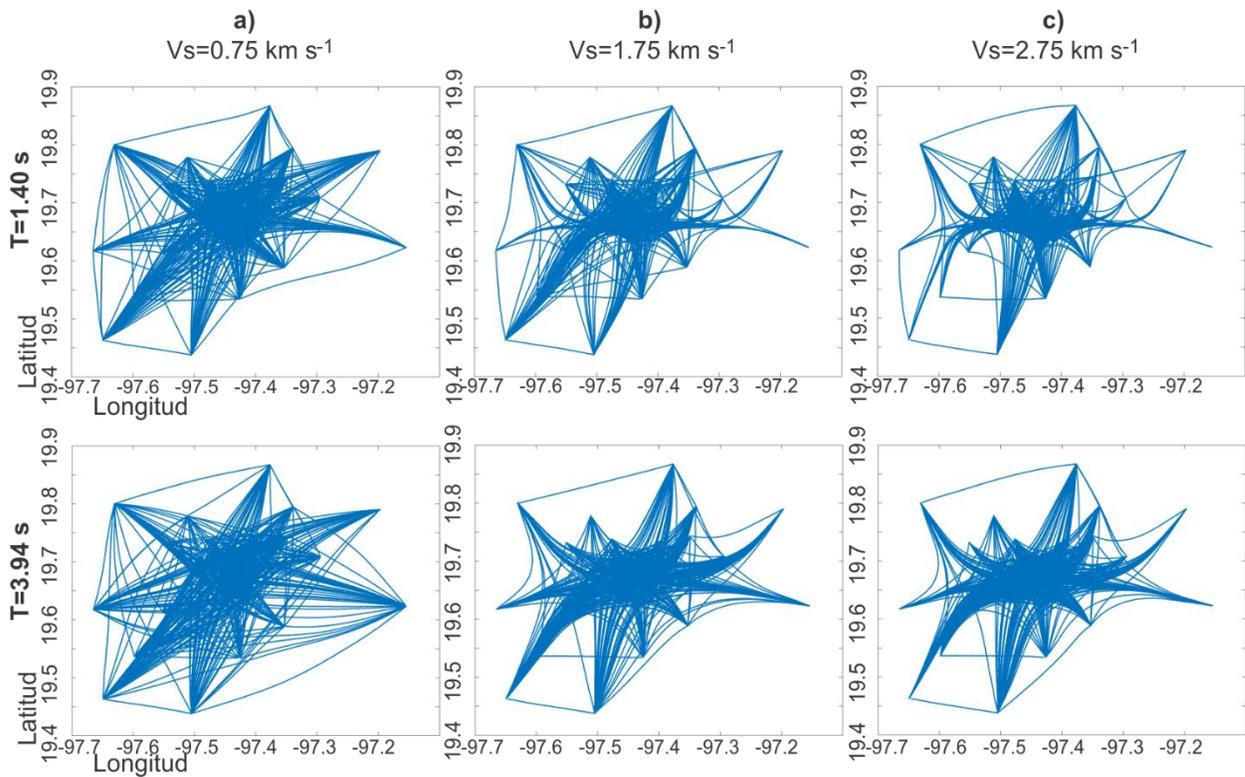


Figura 9. Trazado de rayos para los periodos $T= 1.40$ s y $T= 3.92$ s, a partir del modelo sintético propuesto variando la velocidad de onda de corte en el cuerpo central: a) 0.75 km s^{-1} , b) 1.75 km s^{-1} y c) 2.75 km s^{-1} .

El ejemplo de modelado directo muestra que la metodología de tomografía de ondas sísmicas superficiales es sensible tanto a cambios de velocidad de corte tanto laterales como en profundidad, lo cual es evidente cuando se observan las velocidades de fase en diferentes periodos.

2.4 Planteamiento del problema de inversión conjunta

Para plantear el problema de inversión conjunta, primero definimos el horizonte de elementos que queremos satisfacer con nuestro modelo de densidad y V_s . En nuestro caso, la función objetivo (ϕ) que proponemos requiere:

- i) ajustar a los diferentes tipos de datos geofísicos ($\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$),
- ii) obtener modelos simples a través de los operadores de regularización (\mathbf{D}),

- iii) obtener modelos congruentes con información a priori si existe $(\mathbf{m}_{pr01}, \mathbf{m}_{pr02})$,
- iv) encontrar una relación petrofísica \mathbf{g} , que se busca mediante funciones matemáticas.

Siguiendo una optimización de mínimos cuadrados generalizados, podemos escribir ϕ , en el caso más general, como:

$$\begin{aligned}
\phi = & (\mathbf{d}_1 - f_1(\mathbf{m}_1))^T \mathbf{C}_{dd1}^{-1} (\mathbf{d}_1 - f_1(\mathbf{m}_1)) + (\mathbf{d}_2 - f_2(\mathbf{m}_2))^T \mathbf{C}_{dd2}^{-1} (\mathbf{d}_2 - f_2(\mathbf{m}_2)) \\
& + \alpha_1 \|\mathbf{D}\mathbf{m}_1\|^2 + \alpha_2 \|\mathbf{D}\mathbf{m}_2\|^2 + (\mathbf{m}_{pr01} - \mathbf{m}_1)^T \mathbf{C}_{mpr01}^{-1} (\mathbf{m}_{pr01} - \mathbf{m}_1) \\
& + (\mathbf{m}_{pr02} - \mathbf{m}_2)^T \mathbf{C}_{mpr02}^{-1} (\mathbf{m}_{pr02} - \mathbf{m}_2) \\
& + (\mathbf{g} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef}))^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef}))
\end{aligned} \tag{5}$$

donde \mathbf{d}_1 son los datos de gravedad, \mathbf{d}_2 son los datos de dispersión de ondas superficiales, \mathbf{g} es la relación de correspondencia entre densidad y velocidad de la onda de corte, y \mathbf{m}_{1pr} y \mathbf{m}_{2pr} son modelos a priori de densidad y de velocidad de la onda de corte, respectivamente. \mathbf{D} es el operador de primera derivada que actúa sobre los modelos para impedir variaciones abruptas de las propiedades físicas. Todo en un marco estadístico que incluye sus respectivas varianzas y covarianzas (\mathbf{C}_{dd1}^{-1} , \mathbf{C}_{dd2}^{-1} , \mathbf{C}_{mpr01}^{-1} , \mathbf{C}_{mpr02}^{-1} , α_1 , α_2 , \mathbf{C}_{gg}^{-1}).

Reescribiendo la ecuación 5 de una forma más general, donde un vector de datos \mathbf{d} contenga todos los observables (datos geofísicos, condiciones de suavidad y relación petrofísica), un vector del modelo \mathbf{m} contenga todos los parámetros de búsqueda (modelo de densidad, modelo de Vs, y relación polinomial de la relación entre ambas), nuestra función objetivo queda como:

$$\phi = (\mathbf{d} - f(\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} (\mathbf{d} - f(\mathbf{m})) \tag{6}$$

Buscamos minimizar la función objetivo con respecto al modelo, es decir:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{m}} = 0 \tag{7}$$

Sustituyendo 6 en 7

$$\frac{\partial (\mathbf{d} - f(\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} (\mathbf{d} - f(\mathbf{m}))}{\partial \mathbf{m}} = 0 \tag{8}$$

y resolviendo

$$\frac{\partial f(\mathbf{m})^T}{\partial \mathbf{m}} \mathbf{C}_{dd}^{-1} [\mathbf{d} - f(\mathbf{m})] = 0 \quad (9)$$

Para resolver \mathbf{m} podemos suponer que $f(\mathbf{m})$ puede aproximarse mediante

$$f(\mathbf{m}) = f(\mathbf{m}_0) + \left[\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right] (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) + \dots + \quad (10)$$

Truncando en el primer término de la expansión de Taylor, y desarrollando, tenemos:

$$f(\mathbf{m}) = f(\mathbf{m}_0) - \left[\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right]_{\mathbf{m}_0} \mathbf{m}_0 + \left[\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right] \mathbf{m} \quad (11)$$

De manera que la función de minimización, sustituyendo 11 en 9, queda como:

$$\frac{\partial f^T(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \mathbf{C}_{dd}^{-1} \left[\mathbf{d} - f(\mathbf{m}_0) + \left[\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right]_{\mathbf{m}_0} \mathbf{m}_0 - \left[\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right] \mathbf{m} \right] = 0 \quad (12)$$

Renombrando

$$\mathbf{J} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right|_{\mathbf{m}_0} \quad (13)$$

Sustituyendo 13 en 12:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} [\mathbf{d} - f(\mathbf{m}_0) + \mathbf{J} \mathbf{m}_0 - \mathbf{J} \mathbf{m}] = 0 \quad (14)$$

Desarrollando

$$\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{d} - \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} f(\mathbf{m}_0) + \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{m}_0 - \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{m} = 0 \quad (15)$$

Nuestro objetivo es \mathbf{m} , por lo que agrupamos:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{d} - \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} f(\mathbf{m}_0) + \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{m}_0 = \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{m} \quad (16)$$

Reordenando

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} \mathbf{J}) \mathbf{m} = \mathbf{J}^T \mathbf{C}_{dd}^{-1} [\mathbf{d} - (f(\mathbf{m}_0) - \mathbf{J} \mathbf{m}_0)] \quad (17)$$

La ecuación 17 es un sistema de ecuaciones lineales que proporciona la solución a un problema inverso no lineal mediante la búsqueda linealizada de la solución. Esta aproximación es conocida como método de Newton.

2.4.1 Caso 1: sin modelos a priori

Resulta conveniente plantear primero el problema para el caso en el que no se tienen ninguna información disponible de los modelos, que es la situación más común. Cuando no se cuenta con modelos a priori, el problema de inversión queda definido por el vector de datos:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Donde los vectores \mathbf{s}_1 y \mathbf{s}_2 , son las condiciones de suavidad para los dos modelos geofísicos. En nuestro caso, utilizamos operadores derivada de primer orden que minimizan las diferencias entre prismas o nodos vecinos en las tres direcciones. Debido a que buscamos minimizar esas diferencias, en la práctica $\mathbf{s}_1 = 0$ y $\mathbf{s}_2 = 0$.

Las respectivas varianzas para este vector de datos son:

$$C_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{d1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{d2}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{gg}^{-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Y el vector de parámetros queda a su vez definido por:

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ coef \end{bmatrix} \quad (20)$$

En este trabajo de tesis, utilizaremos el término “modelo solución” para el vector \mathbf{m} (ecuación 20) que contiene al modelo de densidad, modelo de Vs y los coeficientes polinomiales.

La matriz de inversión para este problema es:

$$J = \begin{bmatrix} A_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{d2} & 0 \\ D & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ A_{g1} & A_{g2} & A_{coef} \end{bmatrix} \quad (21)$$

En este caso, \mathbf{J} contiene en la primer columna las matrices sensibles a la densidad: los datos gravimétricos, el regularizador de densidad y la función polinomial. La segunda columna contiene las matrices sensibles a Vs: los datos de ondas superficiales, el regularizador del modelo Vs, y la función polinomial. Y finalmente la tercer columna, contiene las matrices sensibles a los coeficientes polinomiales, en este caso, únicamente la propia función polinomial.

Con la definición de nuestros datos, parámetros y matriz Jacobiana, podemos reescribir la ecuación 17 en términos de un sistema de ecuaciones lineales general para este problema, es decir:

$$Bm = P \quad (22)$$

Donde $B = J^T C_{dd}^{-1} J$ y $P = J^T C_{dd}^{-1} [d - (f(m_0) - Jm_0)]$.

Desarrollando:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1}^T \mathbf{C}_{d1}^{-1} \mathbf{A}_{d1} + \alpha_1 \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{coef} \\ \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{d2}^T \mathbf{C}_{d2}^{-1} \mathbf{A}_{d2} + \alpha_2 \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{coef} \\ \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{coef} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1}^T \mathbf{C}_{d1}^{-1} [\mathbf{d}_1 - f_1(\mathbf{m}_{01}) + \mathbf{A}_{d1} \mathbf{m}_{01}] + \alpha_1 \mathbf{D}^T [\mathbf{s}_1 - h_1(\mathbf{m}_{01}) + \mathbf{D} \mathbf{m}_{01}] + \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} [\mathbf{g}_{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef})_0 + \mathbf{A}_{g1} \mathbf{m}_{01} + \mathbf{A}_{g2} \mathbf{m}_{02} + \mathbf{A}_{coef} \mathbf{coef}_0] \\ \mathbf{A}_{d2}^T \mathbf{C}_{d2}^{-1} [\mathbf{d}_2 - f_2(\mathbf{m}_{02}) + \mathbf{A}_{d2} \mathbf{m}_{02}] + \alpha_2 \mathbf{D}^T [\mathbf{s}_2 - h_2(\mathbf{m}_{02}) + \mathbf{D} \mathbf{m}_{02}] + \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} [\mathbf{g}_{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef})_0 + \mathbf{A}_{g1} \mathbf{m}_{01} + \mathbf{A}_{g2} \mathbf{m}_{02} + \mathbf{A}_{coef} \mathbf{coef}_0] \\ \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} [\mathbf{g}_{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef})_0 + \mathbf{A}_{g1} \mathbf{m}_{01} + \mathbf{A}_{g2} \mathbf{m}_{02} + \mathbf{A}_{coef} \mathbf{coef}_0] \end{bmatrix} \quad (24)$$

Las ecuaciones anteriores nos plantean un sistema de ecuaciones lineales en términos de los diferentes datos y matrices de sensibilidad. Podemos calcular los datos geofísicos con las diferentes metodologías de modelado directo (véase sección 2.2 y 2.3 de modelado directo de datos de gravedad y de ondas superficiales). De forma similar, podemos calcular las matrices de sensibilidad respectivas de forma analítica en el caso del problema lineal de gravedad, o con métodos numéricos (véase McGillivray y Oldenburg, 1990) en el caso del problema no lineal de datos de ondas superficiales.

De manera que el único problema pendiente por resolver, es el modelado directo de la relación petrofísica y sus sensibilidades. A continuación se describe la función utilizada y el cálculo de sus sensibilidades.

2.4.2 Relaciones polinomiales

El núcleo de la metodología de inversión conjunta es la relación entre las dos propiedades físicas. Seguimos la formulación de Carrillo et al. (2018) para caracterizar dicha relación. Definimos la relación entre la densidad (\mathbf{m}_1) y Vs (\mathbf{m}_2), como:

$$\mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef}) = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \mathbf{coef}_{ij} \mathbf{m}_1^i \mathbf{m}_2^j \quad (25)$$

Donde \mathbf{coef} contiene los coeficientes del polinomio que describe el polinomio. Para esta función, la matriz de derivadas de la relación de correspondencia respecto a los parámetros será:

$$\mathbf{A}_{g1,k} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{coef})}{\partial \mathbf{m}_{1,k}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{m}_{1,k}} \left\{ \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \mathbf{coef}_{ij} \mathbf{m}_{1k}^i \mathbf{m}_{2k}^j \right\} \quad (26)$$

$$A_{g1,k} = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \text{coef}_{ij} i m_{1k}^{i-1} m_{2k}^j \quad (27)$$

Con respecto al modelo de densidad,

$$A_{g2,k} = \frac{\partial g(m_1, m_2, \text{coef})}{\partial m_{2,k}} = \frac{\partial}{\partial m_{2,k}} \left\{ \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \text{coef}_{ij} m_{1k}^i m_{2k}^j \right\} \quad (28)$$

$$A_{g2,k} = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \text{coef}_{ij} j m_{1k}^i m_{2k}^{j-1} \quad (29)$$

Con respecto al modelo de Vs, y

$$A_{\text{coef},kl} = \frac{\partial g(m_1, m_2, \text{coef})}{\partial \text{coef}_{kl}} = \frac{\partial}{\partial \text{coef}_{kl}} \left\{ \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \text{coef}_{ij} m_1^i m_2^j \right\} \quad (30)$$

$$A_{\text{coef},kl} = m_1^k m_2^l \quad (31)$$

Con respecto a los coeficientes polinomiales.

En este caso, las ecuaciones 27, 29 y 31 nos proporcionan la sensibilidad del polinomio con el cual pretendemos relacionar los parámetros geofísicos, con respecto a la densidad, a Vs y a los coeficientes que lo describen.

2.4.3 Caso 2: añadiendo modelos a priori

Una vez resuelto el caso más general, podemos añadir información que puede estar disponible en algunos casos. Por ejemplo, si se tiene información que pudiera ser incorporada en forma de modelos a priori de densidad y Vs, el nuevo vector de datos en la formulación de inversión sería:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{g} \\ \mathbf{m}_{1pr} \\ \mathbf{m}_{2pr} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Y la matriz de varianzas:

$$\mathbf{C}_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{d1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{d2}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{gg}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{m1pr}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{m2pr}^{-1} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Donde los vectores \mathbf{m}_{1pr} y \mathbf{m}_{2pr} , son los modelos a priori para los dos modelos geofísicos. La dimensión de la matriz Jacobiana se incrementa en el número de filas al aumentar la dimensión del vector de datos. Para este caso, las derivadas de los datos (los modelos a priori), con respecto a los parámetros (los modelos buscados), son simplemente la matriz identidad para cada caso: $\frac{\partial \mathbf{m}_{1pr}}{\partial \mathbf{m}_1} = \mathbf{I}_1$; $\frac{\partial \mathbf{m}_{2pr}}{\partial \mathbf{m}_2} = \mathbf{I}_2$.

Por lo que la matriz general del Jacobiano queda:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{d2} & 0 \\ \mathbf{D} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D} & 0 \\ \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_a \\ \mathbf{I}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Siguiendo un proceso similar al caso de la formulación sin modelos a priori, construimos el sistema de ecuaciones lineales $\mathbf{Bm}=\mathbf{P}$, donde

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1}^T \mathbf{C}_{d1}^{-1} \mathbf{A}_{d1} + \alpha_1 \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g1} + \mathbf{I}_1^T \mathbf{C}_{m1pr}^{-1} \mathbf{I}_1 & \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{g1}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{coef} \\ \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{d2}^T \mathbf{C}_{d2}^{-1} \mathbf{A}_{d2} + \alpha_2 \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g2} + \mathbf{I}_2^T \mathbf{C}_{m2pr}^{-1} \mathbf{I}_2 & \mathbf{A}_{g2}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{coef} \\ \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{coef}^T \mathbf{C}_{gg}^{-1} \mathbf{A}_{coef} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$P = \begin{bmatrix} A_{d1}^T C_{d1}^{-1} [d_1 - f_1(m_{01}) + A_{d1} m_{01}] + \alpha_1 D^T [s_1 - h_1(m_{01}) + D m_{01}] + A_{g1}^T C_g^{-1} [g_{obs} - g(m_1, m_2, coef)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02} + A_{coef} coef_0] + I_1 C_{mpr1}^{-1} m_{01} \\ A_{d2}^T C_{d2}^{-1} [d_2 - f_2(m_{02}) + A_{d2} m_{02}] + \alpha_2 D^T [s_2 - h_2(m_{02}) + D m_{02}] + A_{g2}^T C_g^{-1} [g_{obs} - g(m_1, m_2, coef)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02} + A_{coef} coef_0] + I_2 C_{mpr2}^{-1} m_{02} \\ A_{coef}^T C_g^{-1} [g_{obs} - g(m_1, m_2, coef)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02} + A_{coef} coef_0] \end{bmatrix} \quad (36)$$

2.5 Regularización cuando se utilizan grados polinomiales altos

Cuando se utilizan grados polinomiales altos, el problema de inversión comienza a ser inestable en el ajuste para el mapa de correspondencia. Esto se debe a que los polinomios de grados altos tienen una gran variabilidad aunque los cambios en los coeficientes polinomiales sean pequeños. Es decir, estamos introduciendo altas frecuencias que son difíciles de modelar. Además, el hecho de incrementar el número de coeficientes, independientemente de su grado, incrementa la no unicidad en la solución. Por lo que existen muchas más combinaciones de posibles soluciones para el ajuste a los datos. Este problema se ha identificado en investigaciones previas (*e.g.*, Carrillo y Gallardo, 2018; Carrillo et al., 2022), y en este trabajo de tesis se propusieron dos métodos para estabilizar la solución al resolver polinomios de grados altos.

2.5.1 Método 1: operador de regularización

De forma análoga a los regularizadores que se utilizan para los modelos geofísicos, en este trabajo se propone un operador de regularización Dg que actúe sobre los coeficientes polinomiales para mantener el polinomio lo más simple posible. A diferencia de los operadores derivada, que minimizan las diferencias entre prismas o nodos vecinos, en este caso el operador Dg establece una proporción entre los coeficientes de grado bajo y los de grado alto, dándole mayor peso a los de bajo grado que son los más estables y a su vez los que más contribuyen al ajuste polinomial final. Es decir, el coeficiente de primer grado será mayor que el de segundo grado, el de segundo grado mayor que el de tercer grado, y así sucesivamente. El operador Dg para un polinomio de tercer grado sería:

$$Dg = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Donde α_3 es una constante empírica que definirá la proporción entre los diferentes coeficientes. Es decir, $\text{coef}_1 = \alpha_3 \text{coef}_2 = \alpha_3 \text{coef}_3 \dots$. El vector de datos asociado el nuevo problema de inversión es:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{g} \\ \mathbf{m}_{1pr} \\ \mathbf{m}_{2pr} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Y la matriz Jacobiana considerando el regularizador es:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{d2} & 0 \\ \mathbf{D} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D} & 0 \\ \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{coef} \\ \mathbf{I}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Dg} \end{bmatrix} \quad (39)$$

2.5.2 Método 2: estrategia secuencial

De forma similar a la estrategia del operador \mathbf{Dg} , podemos partir de la idea de que los coeficientes polinomiales de grados más bajos son los más estables y que más contribuyen al ajuste final. De manera que podemos diseñar una estrategia en la cual primero se resuelva el coeficiente de grado más bajo, y una vez resuelto, utilizar como información a priori para la búsqueda del siguiente coeficiente de grado mayor, y así sucesivamente. En este caso el vector de datos queda definido por:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{g} \\ \mathbf{m}_{1pr} \\ \mathbf{m}_{2pr} \\ \mathbf{coef}_{pr} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Como podemos notar, el nuevo elemento en el vector de datos son los coeficientes que se van resolviendo en cada fase. La matriz Jacobiana, añadiendo este término, quedaría:

$$J = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{d2} & 0 \\ \mathbf{D} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D} & 0 \\ \mathbf{A}_{g1} & \mathbf{A}_{g2} & \mathbf{A}_{coef} \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (41)$$

donde la matriz identidad representa la derivada de los coeficientes a priori con respecto a los coeficientes buscados, es decir $\frac{\partial coef_{pr}}{\partial coef} = \mathbf{I}$.

A su vez, la matriz de covarianzas queda definida por:

$$\mathbf{C}_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{d1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{d2}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{gg}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{m1pr}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{m2pr}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{coefpr}^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Para añadir correctamente la información de cada fase previa, la matriz de covarianza de los coeficientes se va modificando, de manera que una vez resuelto el primer coeficiente, se modifica para únicamente concentrar el peso en el segundo coeficiente, y así sucesivamente.

Por ejemplo, para un polinomio con tres coeficientes por determinar, la primera ejecución del programa sin ninguna restricción, resolvería el primer término. La segunda ejecución del programa contendría una covarianza en los coeficientes tal que el primer término estaría restringido por una covarianza muy pequeña, y el segundo por una muy grande para tener un grado amplio de libertad:

$$\mathbf{C}_{coefpr}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 10000 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Una vez resuelto el segundo coeficiente, en la tercera ejecución del programa, los coeficientes a priori serían los dos primeros, y el tercero estaría por resolverse, por lo que el vector de covarianza quedaría:

$$C_{coefpr}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 10000 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Aunque es una forma sencilla e intuitiva de resolver los coeficientes, cada una de las ejecuciones del programa requiere de la inversión completa de los datos, por lo cual es mucho más costosa computacionalmente que el operador **Dg**. Específicamente, el tiempo de cómputo de la estrategia secuencial (TCES) será el producto del número de coeficientes por resolver y el tiempo de cómputo utilizando el operador **Dg** (TCODG). Es decir, es una función exclusiva del número de coeficientes del polinomio: $TCES=(ncoef)(TCODG)$.

2.6 Consideraciones en la adaptación mallas y códigos

Una parte fundamental en la implementación del algoritmo de inversión conjunta, es la adaptación de los códigos de modelado directo y de las mallas de los parámetros discretos.

2.6.1 Correspondencia en mallas

La correspondencia espacial entre las mallas es de especial importancia durante el proceso de inversión ya que la metodología depende de la relación entre la densidad y la velocidad de la onda de corte. Hay dos aspectos que se consideraron para adaptar correctamente ambos códigos:

- 1) Los sistemas coordenados (esféricos en el caso de ondas superficiales y Cartesiano para el caso de gravedad)
- 2) La correspondencia espacial entre los parámetros discretizados (nodos de velocidades sísmicas centrados en cada prisma rectangular de densidad).

Para el primer caso, existe un error introducido al considerar la curvatura terrestre. Sin embargo, para la escala de exploración geofísica, y específicamente para nuestra zona de estudio, que es de aproximadamente $0.53^\circ \times 0.60^\circ$, con nodos separados 0.026° y 0.030° grados en Latitud y Longitud, respectivamente, el error es mínimo. Por ejemplo, Assefa (2022), estudiando un problema similar,

concluye que el error sería significativo a partir de zonas de $10^\circ \times 10^\circ$ (aproximadamente 20 veces en cada dirección la distancia de nuestra zona de estudio).

En el segundo caso, para asegurar que existe correspondencia espacial, cada nodo de velocidad de la onda de corte, fue colocado en el centro de cada prisma rectangular de densidad constante (Figura 10). Para lograrlo, se modificó el código de modelado de ondas superficiales, para seguir el mismo orden que el código de datos gravimétricos. De forma similar, las matrices de sensibilidad fueron reacomodadas para asegurar que la correspondencia espacial exista durante la inversión. Una estrategia similar fue seguida por Syracuse et al. (2017).

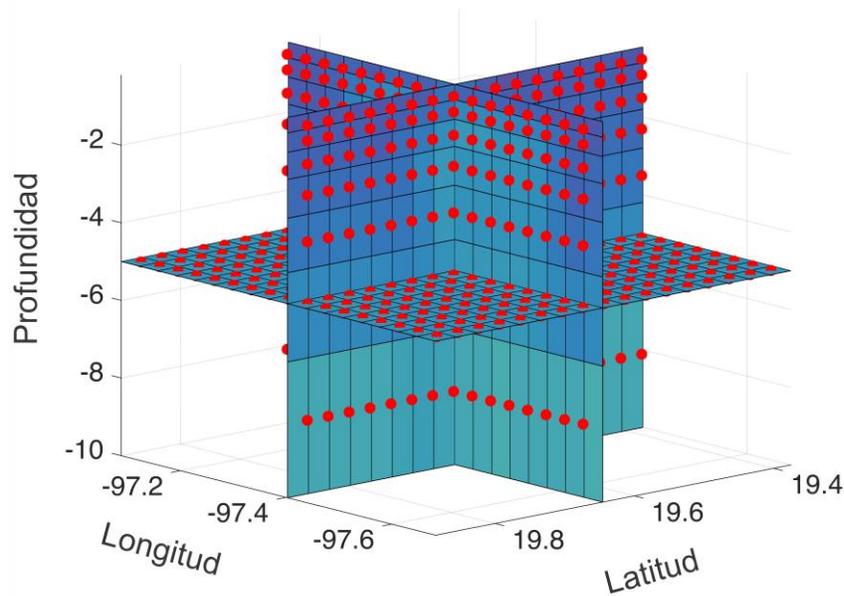


Figura 10. Discretización en la inversión conjunta. Los nodos (en rojo) están centrados en los prismas rectangulares (azul).

2.6.2 Adaptaciones al código de modelado de ondas superficiales

Además de la modificación descrita en la sección de modelado directo, fue necesaria una segunda modificación importante al código de Fang et al. (2015). Originalmente está formulado para resolver el diferencial de la velocidad de cizalla, dVs (que es lo que resuelven la mayoría de los códigos de tomografía sísmica.). Sin embargo, la formulación del problema conjunto requiere resolver la velocidad de corte directamente (Vs), en lugar del diferencial de Vs (dVs).

Conceptualmente, esta modificación es muy importante, ya que la búsqueda de la relación petrofísica y el cálculo de todas las sensibilidades depende de los pares de valores densidad- V_s resueltos para cada prisma y nodo en cada iteración. De manera que si utilizamos la formulación original del código, y nos aproximamos a la solución en un esquema que parte de un modelo inicial, cuyo sistema de ecuaciones lineales resuelve la diferencia con el modelo final, en primer lugar, físicamente no esperamos una relación entre la densidad y el diferencial de V_s , y en segundo lugar, el esquema colapsaría en las últimas iteraciones porque la solución final de dV_s siempre se aproxima a cero (y la relación buscada siempre sería una línea recta de pendiente que tiende a infinito, o a cero, dependiendo del orden de las variables). Para cambiar la formulación de dV_s , a V_s , se siguió el mismo proceso algebraico de cambio de variable utilizado por Constable et al. (1987).

Capítulo 3. Experimentos sintéticos

En este capítulo se describen los resultados de los experimentos sintéticos utilizando el código del algoritmo de inversión conjunta desarrollado. Se contemplan cuatro temas fundamentales: i) el análisis de las diferencias entre los modelos obtenidos mediante inversión por separado e inversión conjunta, ii) la estrategia para ponderar los diferentes elementos de la función objetivo, iii) la evaluación de los regularizadores propuestos para grados polinomiales altos, y iv) la descripción de la matriz de inversión.

3.1 Diseño del experimento sintético

Se diseñó un experimento sintético considerando estaciones sísmicas en las ubicaciones reales de la red temporal del proyecto GEMex en Los Humeros, y estaciones gravimétricas en las posiciones de la base de datos proporcionada por la Comisión Nacional de Hidrocarburos (ver Figura 25 y 26 en la sección de datos de campo). Lo anterior con el fin de simular un escenario realista, y facilitar la posterior aplicación a los datos de campo. En total, son 27 periodos entre 0.49 s y 9.9 s para los rayos sísmicos, y 3076 estaciones gravimétricas.

La malla de modelado contempla 18x18x9 nodos en Latitud, Longitud y profundidad, respectivamente. Cada nodo está ubicado en el centro de un prisma rectangular de densidad constante. Se propuso un modelo de densidad y V_s que incrementan con la profundidad, con un cuerpo anómalo en la zona central de la malla, que es la zona de mayor sensibilidad para ambas metodologías (ver anexo F). A partir de dicho modelo, se generaron datos de velocidad de fase de la onda Rayleigh, y datos de la anomalía de Bouguer. Finalmente, se añadió ruido Gaussiano del 5% a ambos tipos de datos.

Con el fin de probar el algoritmo en un escenario complejo, se propuso una relación polinomial de tercer grado entre la densidad y V_s :

$$\rho = -0.01V_s^3 + 0.1V_s^2 + 0.4V_s + 1.17 \quad (45)$$

En particular, nos interesa analizar las diferencias entre los modelos obtenidos mediante inversión por separado y los invertidos de forma conjunta, para averiguar cómo la inversión conjunta contribuye a cada modelo.

3.2 Estrategia de regularización y peso de los elementos de la función objetivo

El elemento más crítico de la inversión conjunta, al satisfacer a una función multi objetivo, es la correcta asignación de pesos de los diferentes actores en el problema de inversión. En total, hay hasta siete posibles elementos en dicha función, ponderados por sus respectivas varianzas: los dos tipos de datos geofísicos, los dos regularizadores, el elemento de conjunción, y los dos modelos a priori si es que existen. Para este experimento sintético no se utilizaron modelos a priori ya que serían un obstáculo en el análisis de los beneficios de la inversión conjunta, y además, para un caso sintético se conocen de antemano los modelos reales con los cuales se generaron los datos. De manera que se tienen cinco elementos actuando durante el proceso de búsqueda del modelo solución.

La varianza de los dos tipos de datos geofísicos está dada por el nivel de ruido Gaussiano introducido, de forma que es constante durante todo el proceso. Los términos de regularización fueron ponderados mediante el análisis de las curvas L (Hansen, 1992; anexo B). Los pesos de los operadores de suavidad seleccionados para este experimento fueron $\alpha_1 = \alpha_2 = 10$. La estrategia en la inversión conjunta es comenzar con valores de α grandes (que generan modelos casi homogéneos) para estabilizar el problema, y posteriormente reducirlos lentamente hasta los valores óptimos obtenidos del análisis por separado de las curvas L. Finalmente, el impacto de la relación de correspondencia es pequeño al inicio, y se va incrementando conforme pasan las iteraciones para permitir a los modelos introducir heterogeneidades (dadas por el decremento de los factores de suavidad), y compartir paulatinamente los kernels de las dos metodologías. De esta manera hay dos factores principales interactuando durante el proceso: la suavidad en los modelos, que va decreciendo, y la función de correspondencia que va incrementando su acople. Esta estrategia fue utilizada por Carrillo et al. (2018) para estabilizar el problema gravimétrico-magnetotelúrico conjunto.

3.3 Modelos recuperados

La Figura 11 muestra el resultado de la inversión por separado y conjunta del modelo sintético propuesto. Comparando ambos tipos de inversión, podemos observar que el modelo de densidad es el que más cambió, absorbiendo la estructura del modelo de Vs, especialmente en la dirección vertical. Por otro lado, el modelo de Vs se benefició de la buena resolución vertical de los datos de gravedad, reconstruyendo mejor los bordes laterales del cuerpo central.

La relación recuperada es:

$$\rho = -0.025V_s^3 + 0.253V_s^2 + 0.07V_s + 1.22 \quad (46)$$

La Figura 13 muestra la relación recuperada a través de las diferentes iteraciones, así como el mapa de correspondencia entre las propiedades para los modelos verdaderos, los recuperados con inversión por separado y los recuperados con inversión conjunta. Como se observa, la inversión conjunta permite a la densidad y V_s expandir su rango de acción para recuperar de mejor manera los valores reales del modelo propuesto. El rango de valores para los modelos separados (círculos naranjas) va de 2450 a 3820 kg m⁻³ para la densidad, mientras que en los modelos conjuntos (cruces negras) va de 1200 a 4900 kg m⁻³. Una explicación a esto, es que en el mapa de correspondencia de los modelos por separado la densidad estaba restringida por la baja sensibilidad del método a cambios en profundidad. Una vez que el kernel de datos de ondas superficiales actuó mediante la inversión conjunta, esta carencia fue aligerada permitiendo cambios de densidad en la dirección vertical que originalmente eran inaccesibles.

La Figura 12 muestra las diferencias absolutas entre los modelos verdaderos y los recuperados con inversión por separado y conjunta. En el caso de la densidad, los valores que más se alejaron de los verdaderos fueron los de la inversión por separado, en especial en la parte somera de la malla (0-5 km de profundidad) y en las zonas alejadas del cuerpo central. Por otro lado, las diferencias en V_s muestran menores diferencias en general en el modelo conjunto con respecto al separado, especialmente en la parte profunda de la malla.

La evolución de la recuperación del polinomio de ajuste se muestra en la Figura 13. Las primeras 4 iteraciones muestran un comportamiento errático sin una tendencia clara en el polinomio de ajuste. A partir de la quinta iteración la relación de correspondencia se estabiliza y el polinomio comienza a acercarse a la relación real de los modelos sintéticos. Aunque para este caso la estabilidad no fue un elemento crucial debido a la poca dispersión entre las propiedades, resultado de la naturaleza de los modelos sintéticos, este podría convertirse en un problema mayor en datos de campo. La Figura 14 muestra la evolución del ajuste RMS para los tres conjuntos de datos. El ajuste a los datos gravimétricos es aceptable y casi constante durante las iteraciones debido a su linealidad y a su condición de elevada no unicidad en la solución. Por otro lado, el ajuste a los datos de ondas superficiales mejoró continuamente durante las iteraciones. Finalmente, la curva de ajuste polinomial es la más variable debido a los cambios constantes en el polinomio encontrado, tal como se mostró en la Figura 13.

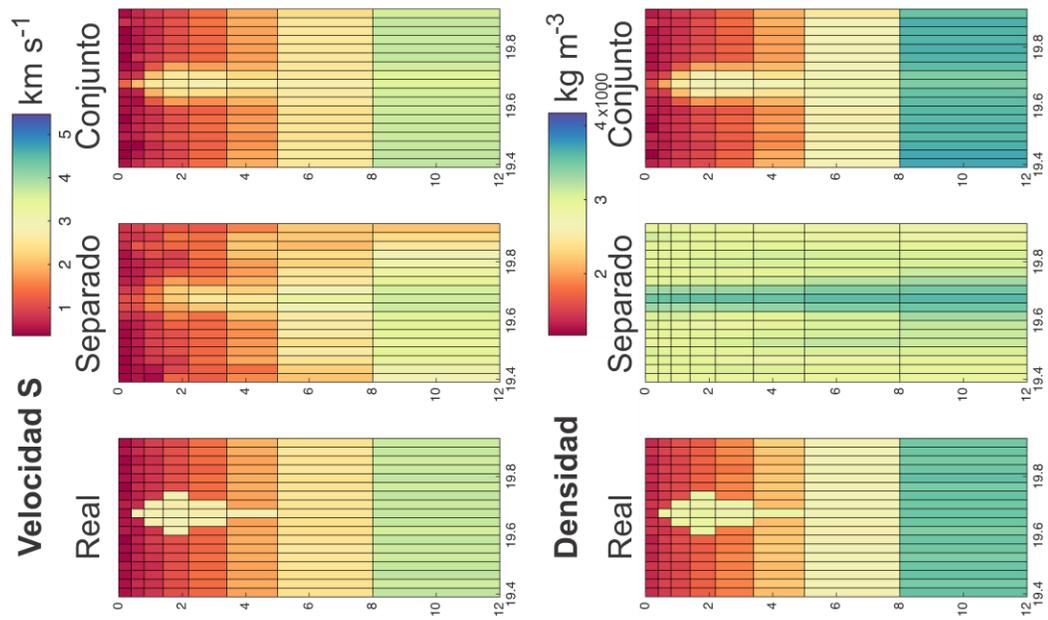


Figura 11. Modelos recuperados de la inversión por separado y de la inversión conjunta para el polinomio de tercer grado. Secciones verticales centrales del modelo 3D.

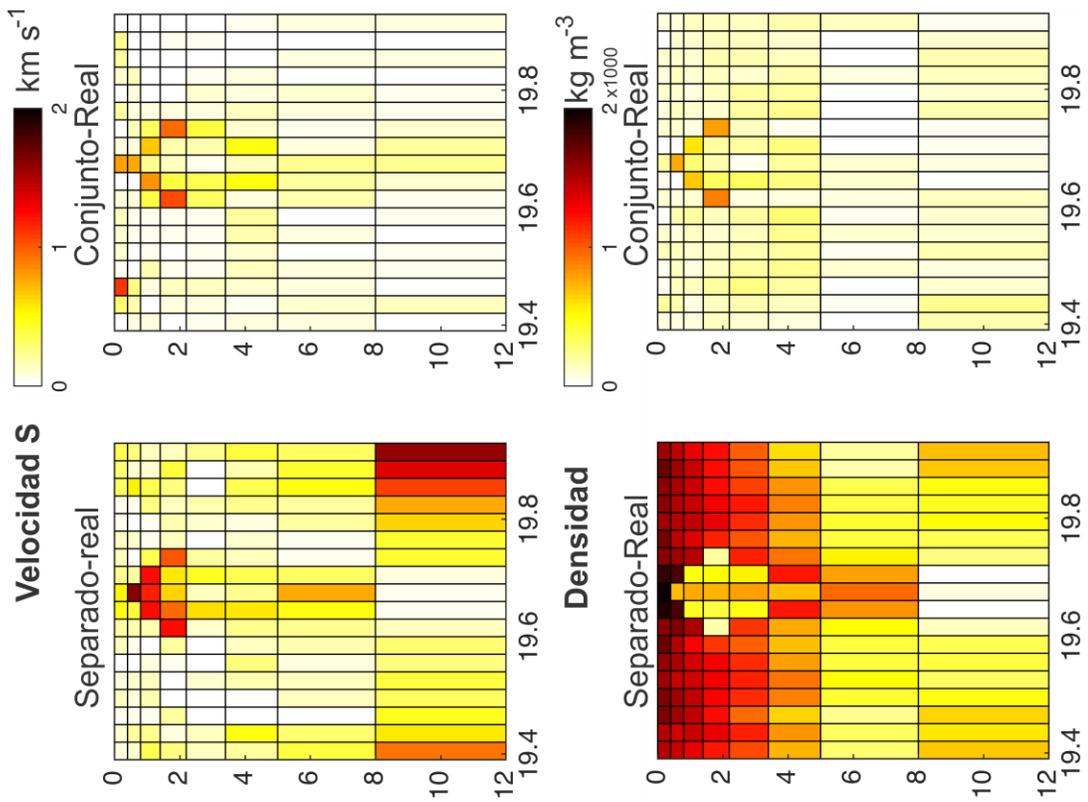


Figura 12. Diferencias de los modelos recuperados de forma separada y de forma conjunta, con los modelos reales.

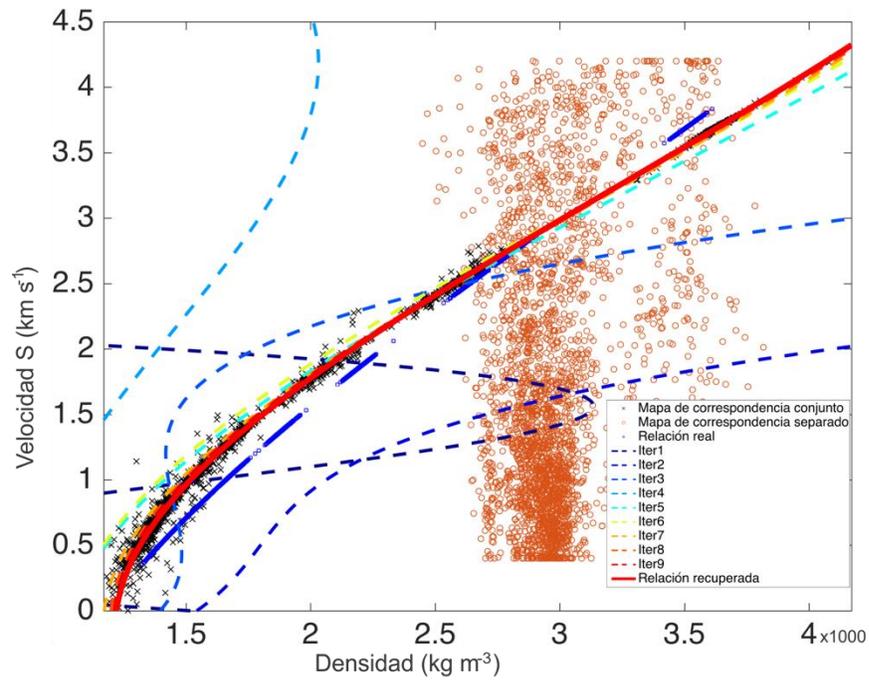


Figura 13. Evolución de la relación recuperada para el experimento con un polinomio de tercer grado. Las curvas de ajuste a través de las iteraciones se muestran en líneas punteadas de azul a colores cálidos, hasta el ajuste final en línea roja continua. Los cuadros azules corresponden a los valores del modelo real, los círculos en naranja son los valores recuperados con inversión por separado, y las cruces negras son los valores recuperados mediante inversión conjunta.

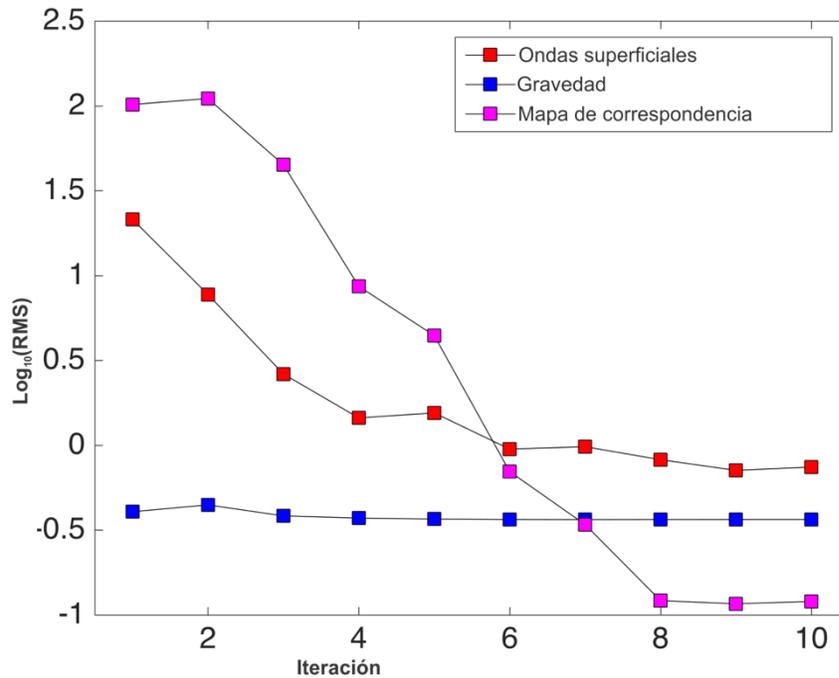


Figura 14. Evolución del ajuste a los datos de gravedad, de ondas superficiales y del polinomio.

3.4 Estabilizadores

Se probaron los estabilizadores propuestos en este trabajo para analizar el efecto que tienen sobre el proceso de recuperación de los modelos de densidad y Vs. El experimento anterior mostró que la recuperación de un polinomio de tercer grado tiene una variabilidad alta en la solución durante las primeras iteraciones (Figura 13). Se aplicaron los dos métodos propuestos en este trabajo de tesis para reducir la variabilidad en la recuperación polinomial. Ambas metodologías están descritas en la sección 2.5.

3.4.1 Método 1: operador Dg

Para analizar el efecto del operador **Dg** sobre la recuperación del polinomio, se utilizaron diferentes valores de α_3 , comenzando con pesos pequeños e incrementándolos.

La Figura 15 muestra el efecto de dicho incremento en la recuperación del polinomio a través de diferentes iteraciones. La curva recuperada es más variable cuando se utiliza $\alpha_3 = 8$ (Figura 15a) y se va estabilizando conforme se incrementa hasta $\alpha_3 = 64$ (Figura 15d).

Mientras mayor sea α_3 , más importantes serán los coeficientes de grados bajos y más regularizado estará el problema. Por ejemplo, si utilizamos el operador **Dg** con un $\alpha_3 = 8$, entonces, $coef_1 = 8coef_2 = 8coef_3 \dots$. En un caso hipotético donde α_3 tienda a infinito, el único coeficiente importante sería el lineal.

La relación recuperada usando este método, para el mayor peso dado al operador **Dg**, $\alpha_3 = 64$, fue:

$$\rho = -0.00018V_s^3 + 0.294V_s^2 + 0.6060V_s + 0.8938 \quad (47)$$

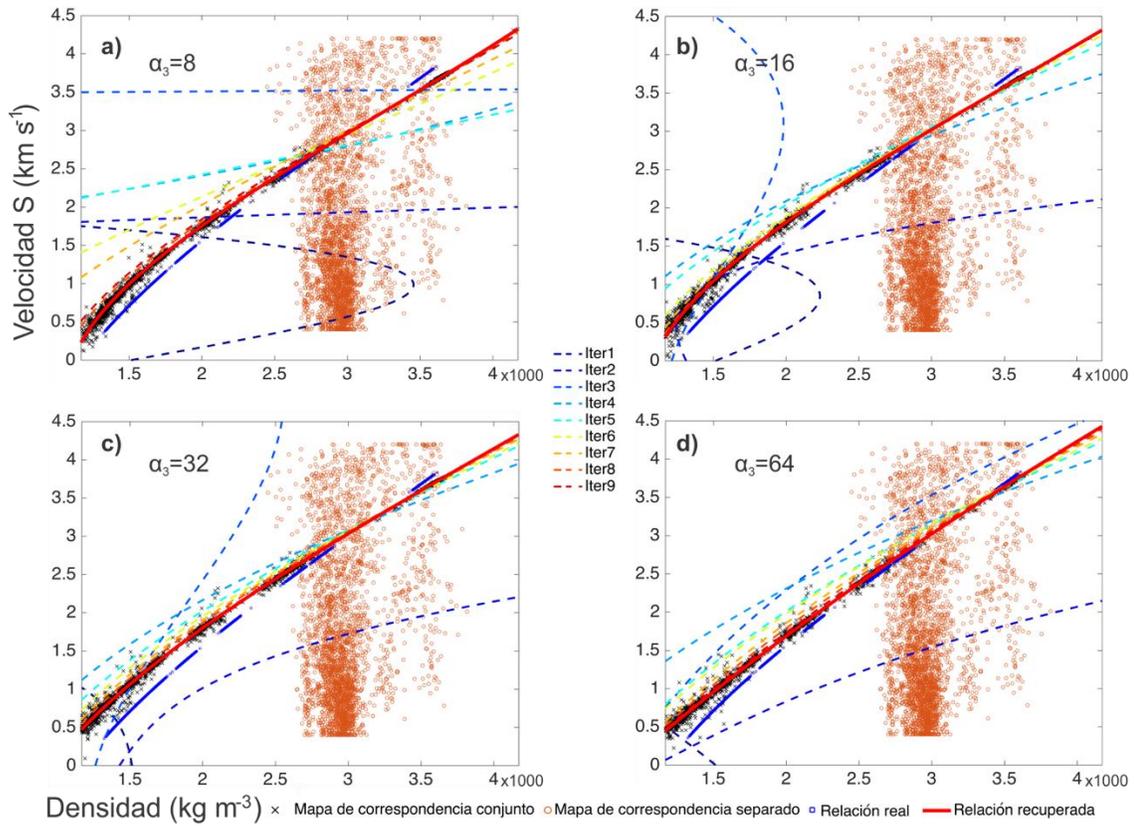


Figura 15. Recuperación del polinomio de tercer grado utilizando el operador Dg como estabilizador. Se muestra la curva recuperada a través de las iteraciones para diferentes pesos, con a) $\alpha_3 = 8$, en b) $\alpha_3 = 16$ en c) $\alpha_3 = 32$ y en d) $\alpha_3 = 64$.

3.4.2 Método 2: estrategia secuencial

La Figura 16 muestra la relación encontrada cuando se utiliza la estrategia de regularización secuencial. Se muestran dos casos: la Figura 16a es la relación recuperada en diferentes iteraciones utilizando una covarianza de 0.1 en los coeficientes polinomiales a priori (que se resolvían en cada prueba previa).

En la Figura 16b la covarianza se redujo a 0.001, es decir, se restringió mucho más el valor de los coeficientes encontrados secuencialmente, de manera que el término lineal permaneció prácticamente fijo después de la primera inversión, el de segundo grado después de la segunda inversión, y así sucesivamente.

Como se observa, el efecto de no utilizar covarianzas tan pequeñas, es que los primeros coeficientes encontrados, por ejemplo, el lineal, aún tienen cierto grado de libertad en las inversiones subsiguientes y

pueden alejarse de la tendencia original (Figura 16a). La relación recuperada utilizando esta metodología con una covarianza de 0.0001 en los coeficientes a priori (Figura 16b), fue:

$$\rho = -0.00014V_s^3 + 0.0013V_s^2 + 0.6926Vs + 0.9670 \quad (48)$$

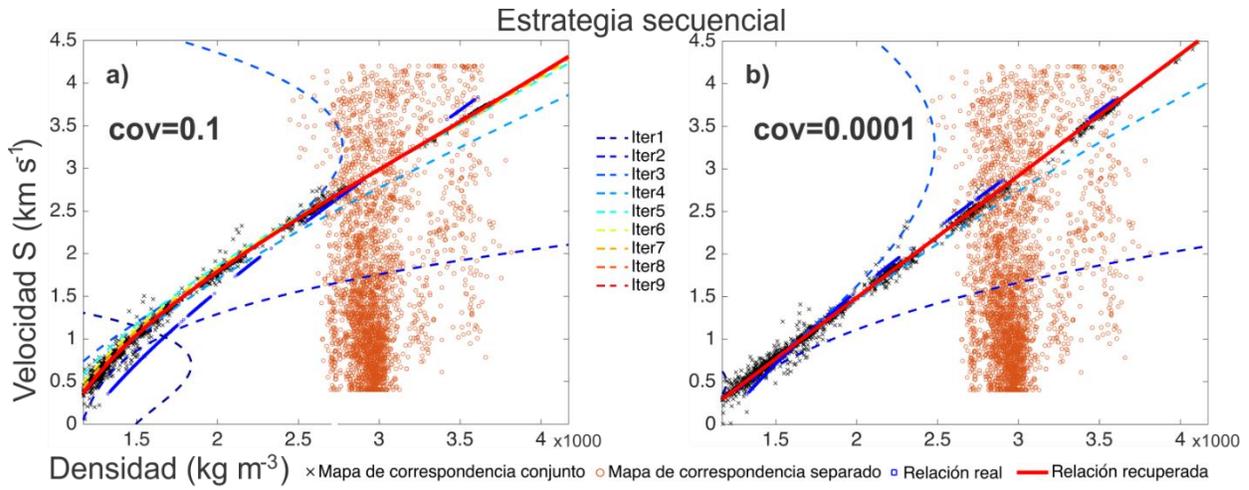


Figura 16. Polinomio recuperado cuando se utiliza la estrategia secuencial, a) dando poco peso a los coeficientes a priori, y b) dando mayor peso a los coeficientes a priori (fijándolos).

3.4.3 Comparación de ambas metodologías

La Figura 17 muestra el resultado comparativo cuando se utiliza el operador **Dg** (Figura 17a) y la estrategia secuencial (Figura 17b). En este caso, el operador **Dg** estabilizó rápidamente la curva de ajuste desde la segunda iteración, y los ajustes posteriores siguieron patrones similares a la curva de la relación real entre los parámetros.

Por otro lado la estrategia secuencial tiene una gran influencia del término lineal, como podemos notar en la Figura 17b, y también en la ecuación 48. Para este caso, las curvas de ajuste comienzan a converger a partir de la tercera iteración, y la curva final encontrada es más cercana a la relación real en comparación con la estrategia del operador **Dg** (Figura 17c).

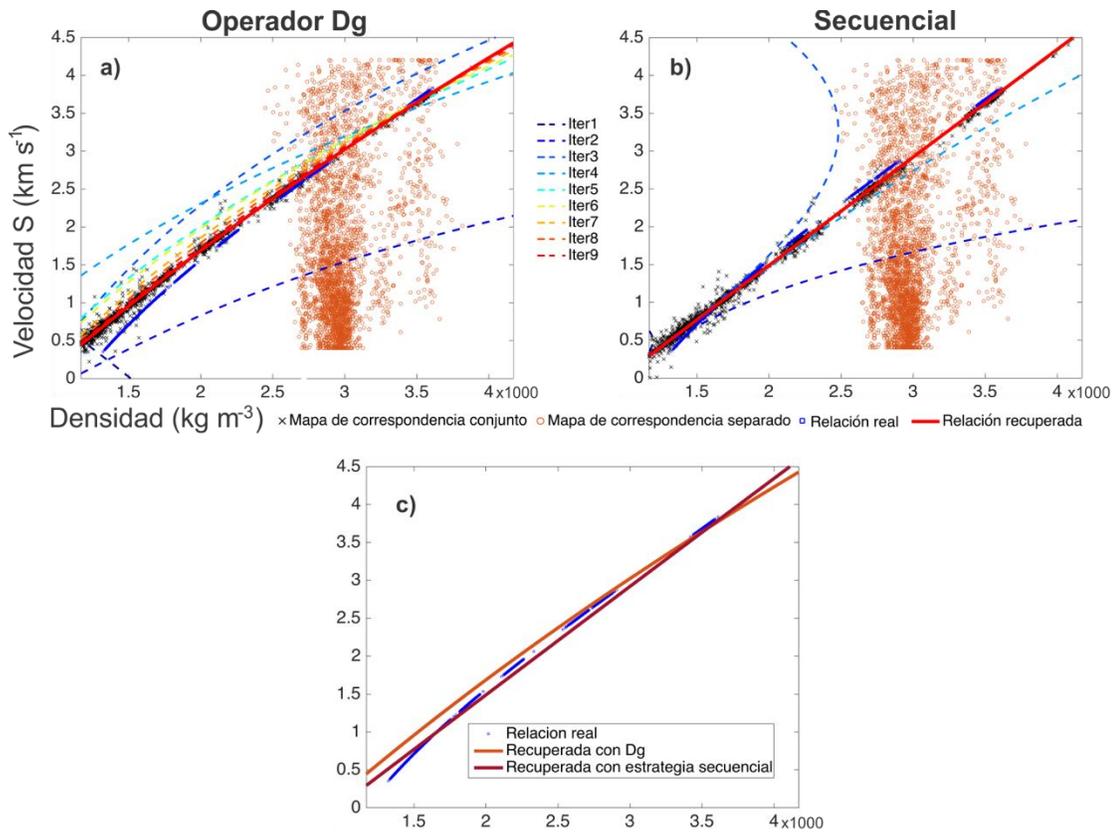


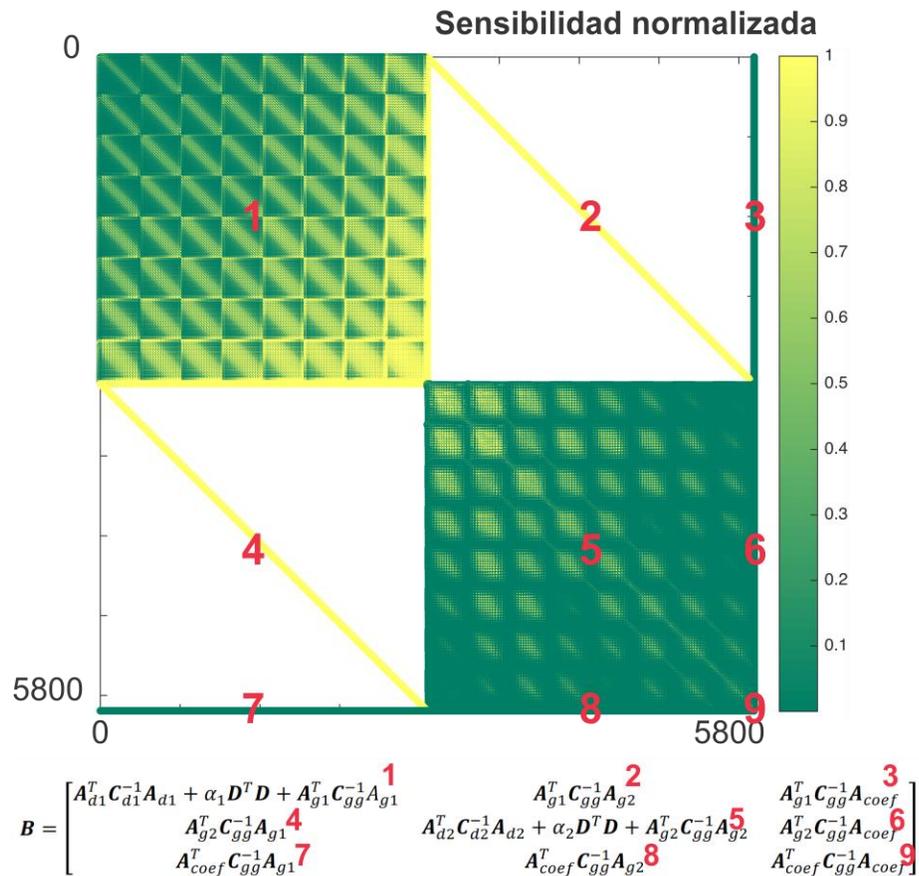
Figura 17. Recuperación del polinomio de tercer grado utilizando los dos métodos de regularización descritos. a) Relación recuperada utilizando $\alpha_3 = 64$, es decir, **Dg** está actuando sobre los coeficientes en una proporción 32:1 para estabilizar la solución, b) Relación recuperada utilizando la estrategia secuencial, es decir, resolviendo primero el término lineal, seguido del de segundo y tercer grado. Las líneas punteadas marcan las iteraciones hasta llegar a la solución final, y c) comparación entre las curvas finales obtenidas con ambas metodologías.

3.5 Análisis de la matriz de inversión para el experimento sintético

La ecuación 23 muestra la distribución de las diferentes sensibilidades de la metodología de inversión conjunta en la matriz general de inversión **J**. Para este experimento sintético se extrajo la matriz **J** normalizada para obtener su representación visual (Figura 18). La matriz **J** es una matriz dispersa, con aproximadamente el 35% de elementos diferentes de cero. En la Figura 18, los elementos señalados con el número 1 y 5 concentran la mayor cantidad de información, y contienen la sensibilidad de los métodos geofísicos.

Por otro lado los cuadrantes etiquetados con el número 2 y 4, contienen la sensibilidad del polinomio con respecto a cada parámetro físico. En este ejemplo se puede observar cómo las matrices de sensibilidad de los datos geofísicos con respecto a los parámetros físicos producen arreglos densos, ya que cada dato geofísico depende de todos los prismas de densidad o nodos de Vs, según sea el caso, mientras que las

matrices de sensibilidad del polinomio con respecto a los parámetros físicos producen arreglos diagonales, ya que la relación polinomial sólo depende del par de datos densidad-Vs que coinciden espacialmente (ρ_1 -Vs₁, ρ_2 -Vs₂, etc.). Finalmente, los elementos 3,6,7, 8 y 9 son arreglos densos, ya que tanto los pares de valores de las propiedades, como el propio polinomio dependen de los coeficientes. Sus dimensiones dependen de los parámetros físicos (número de prismas o nodos; 2916 para este experimento), y el número de coeficientes polinomiales (2 para el caso lineal, 3 para el de segundo grado, etc.). El sistema de ecuaciones que contiene a la matriz **J** fue resuelto utilizando el algoritmo de Paige y Saunders (1975).



Capítulo 4. Aplicación en la zona geotérmica de Los Humeros

4.1 Marco geológico regional

El Complejo Volcánico de Los Humeros (CVLH) se encuentra ubicado al Este del Cinturón Volcánico Transversal Mexicano (CVTM). El CVTM es un arco continental del Neogeno de aproximadamente 1000 km de longitud (ver Figura 19).



Figura 19. Ubicación del Campo Geotérmico de Los Humeros (estrella azul) dentro del Cinturón Volcánico Transversal Mexicano (Modificado de Ferrari et al., 2012).

4.2 Geología estructural

La parte del CVTM donde se encuentra el CVLH está formado de rocas sedimentarias del Mesozoico involucradas en la fase orogénica compresiva del Eoceno-Cretácico tardío que generó el Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (CPCM; Cuellar et al., 2012; Fitz-Díaz et al., 2012).

De acuerdo a Norini et al. (2019), la arquitectura estructural de calderas silíceas depende de la interacción entre 1) la geología del sustrato, 2) el campo de esfuerzos, 3) la dinámica del reservorio magmático, y 4) historia eruptiva del sistema volcánico. En el caso de el CVLH, existen al menos dos órdenes de estructuras regionales jugando un papel importante en la evolución del sistema de alimentación magmática, los colapsos caldéricos y las deformaciones post caldera. Estos sistemas son i) los pliegues y sistemas de fallas y fracturas asociados al CPCM, y ii) las fallas normales y fracturas extensionales asociadas al CVTM, ambos generados bajo un régimen NE-SW de esfuerzos máximos posteriores a la formación del CVLH. Por otro lado, el campo de esfuerzos local generado por el sistema hidrotermal/magmático del CVLH, indujo resurgencia caldérica y fallamiento volcanotectónico. Las fallas por resurgencia e hidrofracturas post caldera reactivaron los planos tectónicos débiles heredados en el basamento que subyace al CVLH (Norini et al., 2019).

4.3 Actividad volcánica en el Complejo Volcánico de Los Humeros

La actividad volcánica del CVTM en el CVLH comenzó en el Mioceno Tardío (hace unos 10.5 Ma) con el emplazamiento de las unidades Cuyuaco y Alseseca, compuestos principalmente de flujos de lava basáltica y andesitas. Posteriormente, hace unos 5.5-1.55 Ma se emplazaron las andesitas fracturadas de la unidad volcánica Teziutlán.

La evolución del CGLH ha sido dividido en tres etapas:

- 1) La etapa pre-caldera representada por domos riolíticos relativamente abundantes (hace 693 ka).
- 2) La etapa caldera que consiste en dos principales eventos formadores de calderas separados por fases eruptivas Plinianas.
 - 2a) La primer erupción produjo la caldera Los Humeros (hace 164 ka, volumen estimado de 115 km³), y está asociada con el emplazamiento de la ignimbrita riolítica Xaltipan.
 - 2b) El segundo episodio caldérico produjo la caldera Los Potreros (hace 69 ka, volumen estimado de 15 km³), que está asociado con el emplazamiento de la ignimbrita riolítica y andesítica Zaragoza.

3) La etapa post caldera que a su vez se divide en dos etapas:

3a) La primera fue una fase del Pleistoceno Tardío caracterizada por el emplazamiento de domos riolíticos y dacíticos (50.7-44.8 ka) seguida por una secuencia de erupciones explosivas produciendo unidades de pumitas dacíticas, brechas volcanoclásticas y depósitos de flujos piroclásticos (28.3 ka).

3b) La segunda fase es caracterizada por episodios alternados de vulcanismo efusivo y explosivo con un rango de composiciones amplio: flujos de lava basálticos-andesíticos, basálticos-tracíticos y traciandesíticos, además de pumitas dacíticas, tracidacíticas, andesíticas y basálticas (hace 20-40 ka).

4.4 Estratigrafía superficial

Carrasco et al. (2017) describieron la estratigrafía del CVLH utilizando como punto de partida las etapas de la caldera previamente descritas. Propusieron ocho unidades litoestratigráficas, siete correspondientes a los grupos sedimentarios pre-caldera, caldera y post caldera, y el restante al basamento (ver Figura 20).

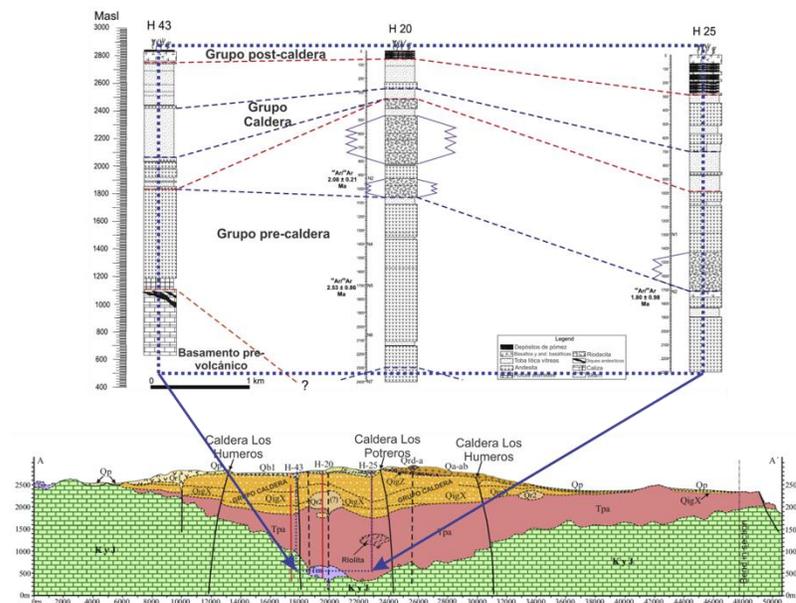


Figura 20. a) Unidades litológicas en correlaciones estratigráficas de los pozos H-43,H-20 y H-25, y b) su representación esquemática en el modelo geológico de Los Humeros en una sección EW. Modificadas de Carrasco et al. (2017).

4.5 Modelo conceptual geotérmico

De acuerdo con Cumming (2009), el elemento más importante para la evaluación de un recurso geotérmico es la construcción de un modelo conceptual consistente con la información disponible.

4.5.1 Reservorio geotérmico

El modelo conceptual geotérmico en Los Humeros se ha actualizado a partir de la diferente información geológica, geofísica y geoquímica disponible. Verma (1985) propuso una cámara magmática somera como la fuente de calor que alimenta al sistema geotérmico a través de dos conductos principales (Figura 21). En los años siguientes, este modelo conceptual fue actualizado principalmente en lo concerniente al reservorio geotérmico. Viggiano y Robles (1988) propusieron un reservorio en la parte baja de la unidad de andesitas Teziutlán, con un espesor de 1000 m. Posteriormente, diversos autores propusieron un segundo reservorio más profundo separado del más somero por una capa de baja permeabilidad conocida como Toba Humeros. Estas interpretaciones se hicieron con base en datos isotópicos de carbón y azufre (Prol-Ledesma, 1998), distribución de presión y temperaturas en los pozos (Arellano et al., 1999), análisis petrográficos, y geoquímica de fluidos (Cedillo-Rodríguez, 2000). El modelo conceptual propuesto por Arellano (2003) resume los resultados anteriores (Figura 22). El primer yacimiento, líquido dominante, está ubicado entre 1600 y 1025 msnm y tiene temperaturas entre 300 y 330. El segundo yacimiento, ubicado entre los 850 y 100 msnm es un yacimiento de baja saturación de líquido con temperaturas entre 300 y 400. Finalmente, Gutiérrez-Negrín et al. (2010), utilizando únicamente los pozos productores en el CGLH, concluyen que existe un solo reservorio geotérmico con múltiples zonas de alimentación. Además señalan que la Toba vítrea Humeros (Cedillo-Rodríguez, 2000) no es una separación física entre los dos reservorios ya que no es una capa continua, al no ser cortada por la mayoría de los pozos.

4.5.2 Roca sello

De acuerdo a Cedillo (2000), la roca sello del reservorio geotérmico en el CGLH es la unidad de Ingimbritas Xaltipan que se originó durante los colapsos de las calderas Los Humeros y Los Potreros. Esa unidad de espesor medio de 600 m, previene el escape de los fluidos geotérmicos en los reservorios que lo subyacen.

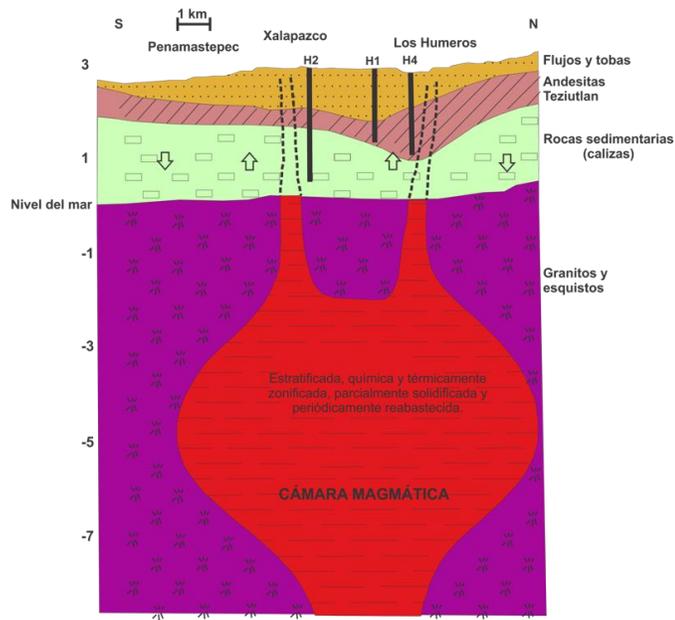


Figura 21. Modelo conceptual geotérmico tomado y modificado de Verma (1985).

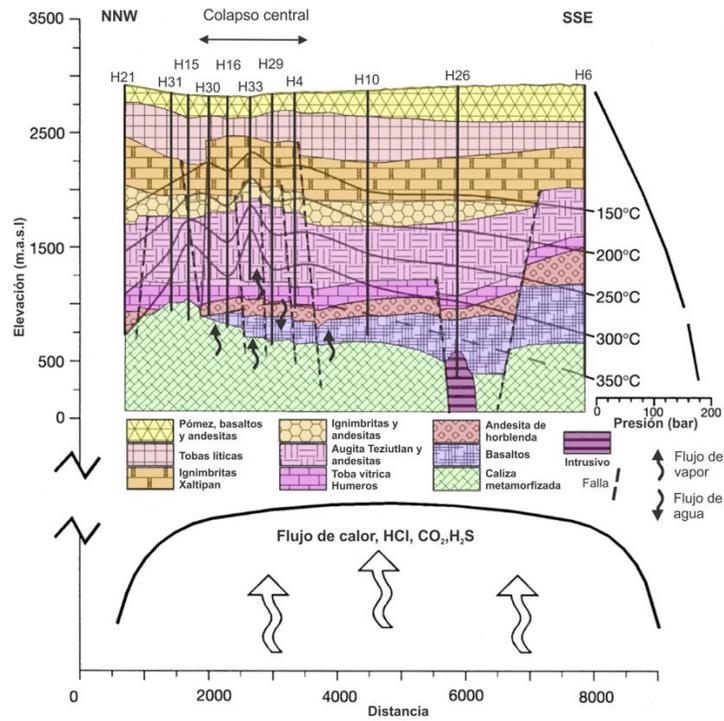


Figura 22. Modelo conceptual tomado y modificado del propuesto por Arellano (2003).

4.5.3 Fuente de calor

Uno de los primeros en caracterizar una posible fuente de calor fue Verma (1985), que propuso una fuente magmática relativamente somera (a aproximadamente 5 km de profundidad; ver Figura 21). Durante muchos años esta idea permaneció en los subsiguientes modelos conceptuales geotérmicos, que se enfocaron en caracterizar el reservorio geotérmico y la roca sello. Lucci et al. (2020) mediante un estudio termobarométrico, proponen un cambio significativo en la concepción de la fuente de calor como una cámara magmática única, relativamente somera, redondeada y grande. En su lugar, plantean un sistema de fuentes magmáticas multicapa de los 30 km a los 3 km de profundidad, compuesto de un reservorio principal basáltico profundo que va alimentando progresivamente compartimentos más someros y pequeños interconectados en distintos grados (Figura 23).

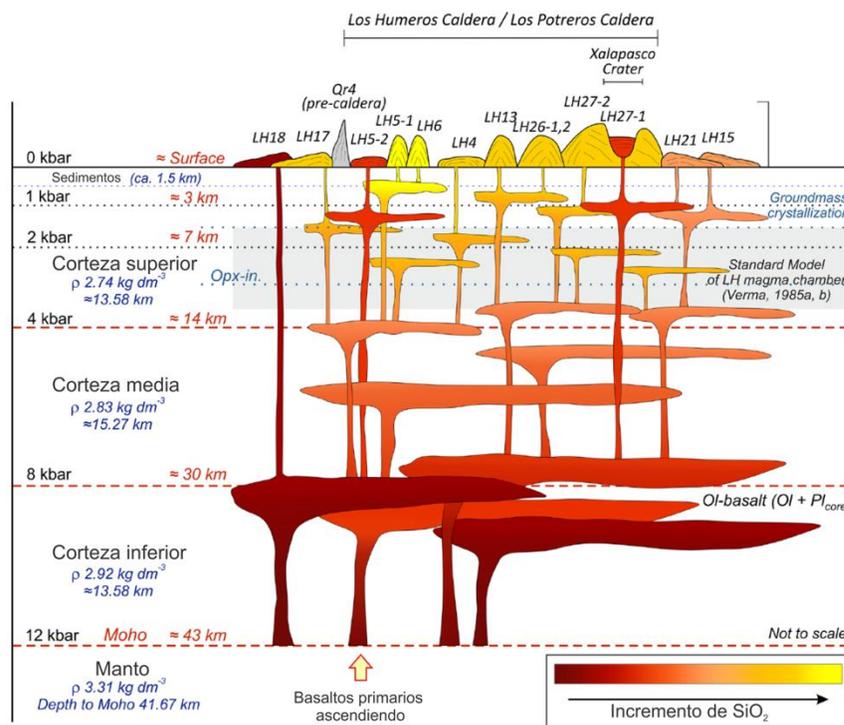


Figura 23. Modelo de fuente de calor, modificado de Lucci et al. (2020).

4.6 Estudios geofísicos previos

Los primeros estudios geofísicos en el CVLH incluyen datos gravimétricos (e.g., Mena y González-Morán, 1978; Campos-Enriquez y Garduño-Monroy, 1987; Campos-Enriquez y Arredondo-Fragoso, 1992) y magnéticos (e.g., Flores-Luna et al., 1977) para caracterizar la geología regional. Estudios más recientes

se han enfocado en el área del CGLH bajo explotación utilizando datos magnetotelúricos (e.g., Arzate et al., 2018; Corbo et al., 2020), corriente directa y transitorios electromagnéticos (e.g., Flores et al., 2022), sísmica pasiva (e.g., Urban y Lermo, 2013; Toledo et al., 2020; Granados et al., 2022), sísmica activa (e.g., Barison et al., 2023) y gravedad local (e.g., Cornejo-Triviño et al., 2024). También, múltiples estudios geoquímicos (e.g., Martínez-Serrano y Dubois, 1998; Verma, 2000; Lelli et al., 2021; Weydt et al., 2022) y de geología estructural (e.g., Norini et al., 2015; Carrasco et al., 2017; Norini et al., 2019). Bayona et al. (2023) utilizando modelado numérico tecnomecánico proponen una fuente profunda astenosférica “sub slab” (>300 km de profundidad) para las anomalías térmicas que produjeron el CGLH.

4.7 Datos geofísicos

En este trabajo se utilizaron datos de dispersión de ondas superficiales y de gravedad. La Figura 24 muestra el mapa con las ubicaciones de las estaciones de la red sísmica y las estaciones gravimétricas.

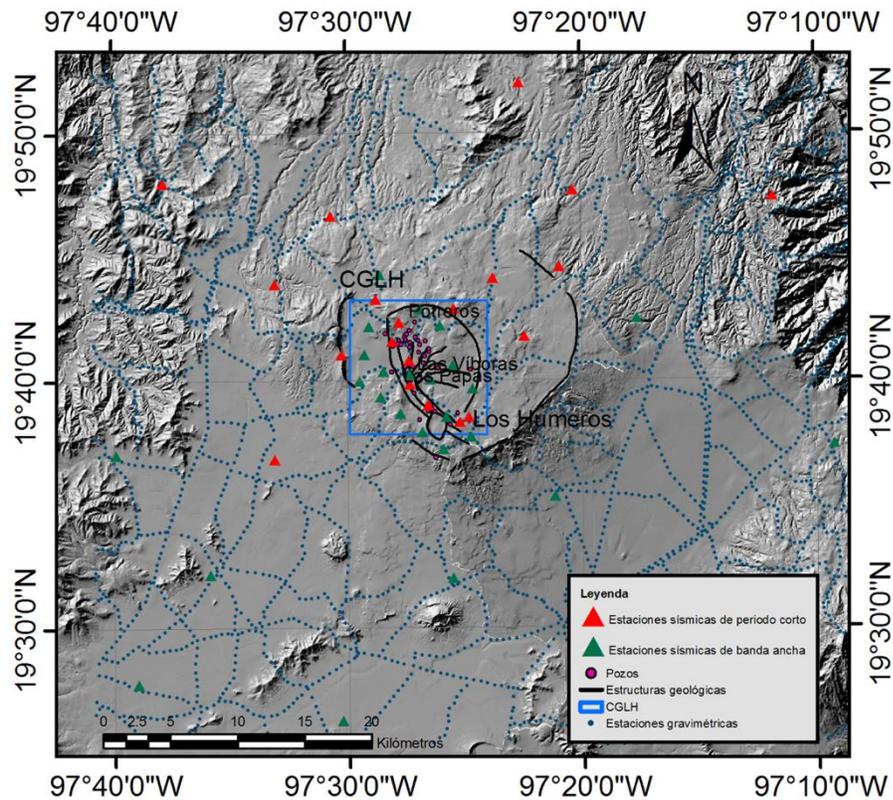


Figura 24. Área de estudio. En círculos azules las estaciones gravimétricas; en triángulos rojos las estaciones sísmicas de periodo corto, en triángulos verdes las estaciones sísmicas de banda ancha, en rosa los pozos geotérmicos y en negro las características estructurales. El campo geotérmico en explotación se muestra encerrado en el rectángulo azul.

4.7.1 Datos gravimétricos

Se utilizaron 3076 estaciones gravimétricas proporcionadas por la Comisión Nacional de Hidrocarburos, CNH (<http://www.gob.mx/cnh>). Se calculó la anomalía residual de Bouguer (Figura 25) usando una densidad de referencia de 2670 kg m^{-3} . Se sustrajo la tendencia regional utilizando una superficie polinomial de segundo orden (anexo C).

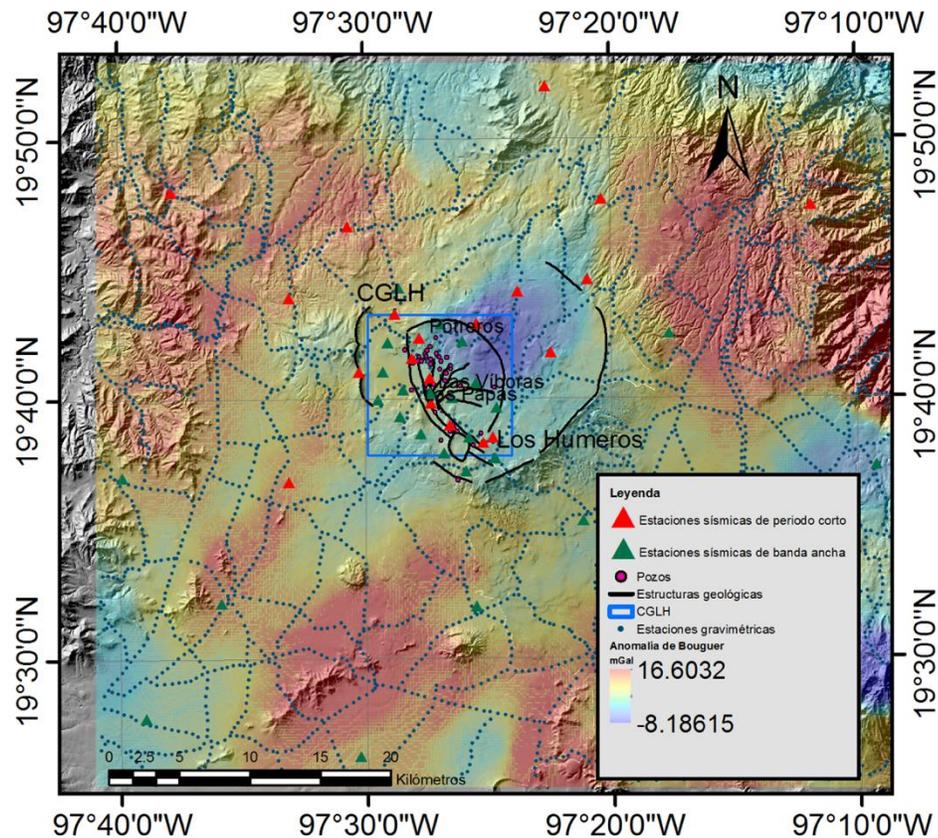


Figura 25. Anomalía de Bouguer residual procesada utilizando una densidad de 2670 kg m^{-3} .

4.7.2 Datos de ondas sísmicas superficiales

En total se utilizaron 45 estaciones de la red temporal sísmica instalada para el proyecto Mexicano-Europeo GEMex de Julio de 2017 a Octubre de 2018: 25 de banda ancha y 20 de periodo corto (Toledo et al., 2019). Los registros sísmicos fueron procesados por Granados et al. (2022) utilizando los siguientes pasos:

- 1) Separación de los registros sísmicos en ventanas de tiempo de un día,

- 2) normalización espectral y en el dominio del tiempo,
- 3) correlación cruzada por día, y
- 4) apilamiento de las señales recuperadas para todos los días posibles,
- 5) análisis tiempo-frecuencia para recuperar las curvas de dispersión de las ondas superficiales.

En total se utilizaron 66 periodos entre 0.49 s y 9.9 s de la velocidad de fase de la onda Rayleigh. En el anexo D se muestran algunas trazas intercaladas para diferentes periodos dominantes. La Figura 26 muestra el trazado de rayos para el periodo dominante $T = 3$ s.

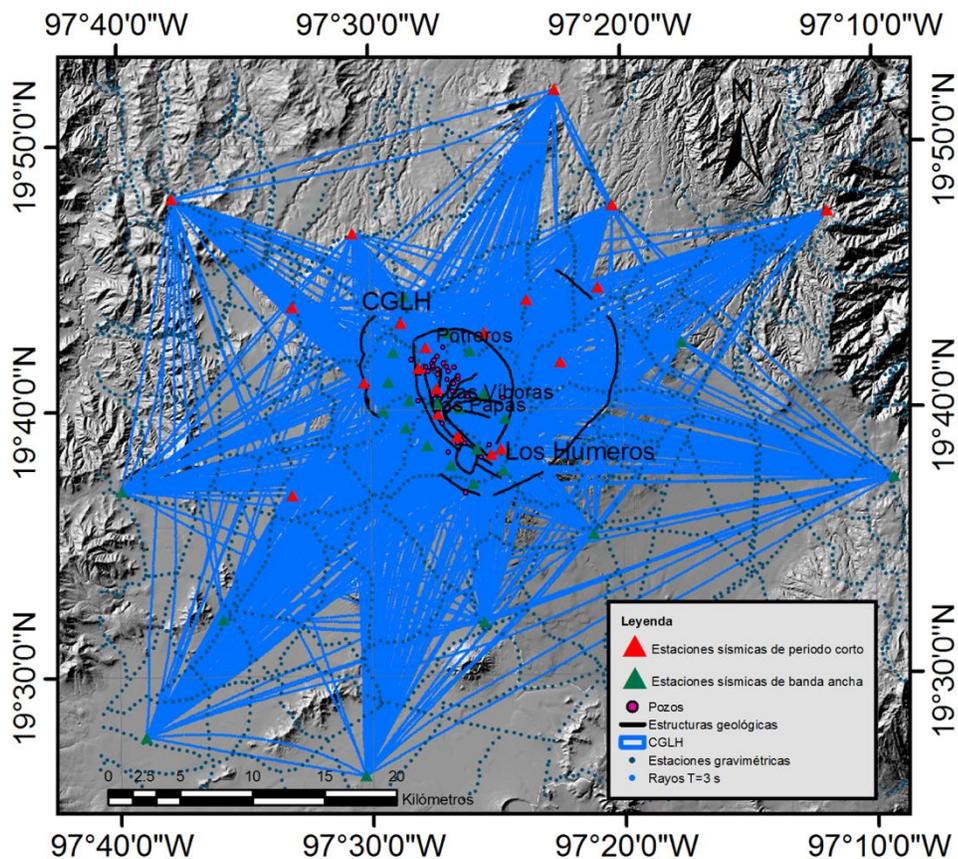


Figura 26. Trazado de rayos para $T=3.0$ s usando el modelo final invertido.

4.8 Parametrización

El área de estudio se discretizó utilizando 20x20x13 nodos espaciados cada 0.026° en Latitud (aproximadamente 2.889 km), 0.030° en Longitud (aproximadamente 3.333 km), y variables en profundidad; en intervalos cada vez mayores conforme aumenta la profundidad hasta alcanzar los 13 km. Para la construcción de las mallas de modelado se siguieron las directrices descritas en la sección 2.6. Los nodos de Vs están centrados en cada prisma rectangular de densidad.

4.9 Inversión por separado

El primer paso en la inversión conjunta fue realizar las inversiones por separado para calibrar los regularizadores mediante el análisis de las curvas L. El apéndice E muestra las curvas L para los datos de gravedad y de dispersión de ondas superficiales. Los regularizadores seleccionados fueron: $\alpha_1 = \alpha_2 = 10$.

4.10 Inversión conjunta

Una vez calibrados los regularizadores, se realizó la inversión conjunta con la misma estrategia seguida en los experimentos sintéticos. La función de mapa de correspondencia fue introducida lentamente utilizando primero un factor de peso pequeño, e incrementándolo conforme avanzan las iteraciones. Primero se propuso la relación más simple: un polinomio de primer grado, y posteriormente se añadieron más términos.

La Figura 27 muestra las curvas obtenidas para los polinomios de primer y segundo grado. Se observa una tendencia que abarca varias de las relaciones petrofísicas más conocidas. La Tabla 2 muestra el ajuste de ambas curvas y de los datos geofísicos.

La relación de segundo grado es más cercana a la relación de Brocher en el rango bajo de valores (1500 a 2500 kg m^{-3} y 0.2 a 2.5 km s^{-1}). En el rango de valores altos ($>2500 \text{ kg m}^{-3}$) corta a las tres relaciones conocidas (la ecuación de Brocher, la relación de Christensen-Mooney y la curva de rocas máficas y ricas en Calcio). Por otro lado, la relación lineal sigue una tendencia que pareciera ser un promedio de las tres relaciones conocidas, prácticamente paralela a ellas en el rango de valores altos ($>2500 \text{ kg m}^{-3}$ y $>2.5 \text{ km}$

s⁻¹). Las diferencias mostradas puede provenir de dos fuentes, i) el polinomio de segundo grado es más sensible a cambios de dirección debido a su naturaleza de mayor frecuencia, y ii) el rango de valores altos coincide con la zona de menor sensibilidad de la malla de modelado, incrementando la no unicidad en la solución.

La solución para el polinomio de primer y segundo grado son:

$$\rho_{\text{primer-grado}} = 0.3705V_s - 1.2528 \quad (49)$$

$$\rho_{\text{segundo-grado}} = -0.1075V_s^2 + 0.7873V_s - 1.3902 \quad (50)$$

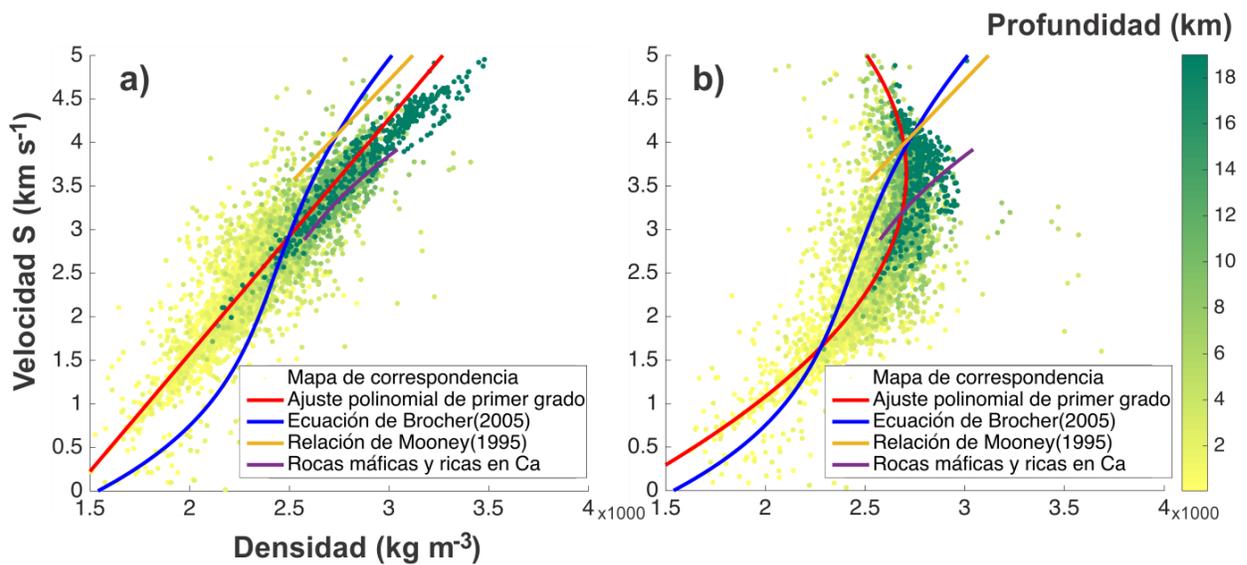


Figura 27. a) Polinomio de primer grado ajustando el mapa de correspondencia. Presenta una tendencia general que sigue una media de algunas relaciones petrofísicas conocidas y b) ajuste de un polinomio de segundo grado. La última parte de la curva de ajuste presenta una tendencia regresiva. Sin embargo, esta es la parte menos confiable ya que abarca los puntos más profundos del modelo donde se tiene menor sensibilidad.

Tabla 2. Ajuste a los diferentes tipos de datos utilizando una relación lineal y una relación de segundo grado.

Grado polinomial	Ajuste RMS a los datos de gravedad	Ajuste RMS a los datos de ondas superficiales	Ajuste RMS al mapa de correspondencia
Primer grado	0.613	1.449	0.489
Segundo grado	0.618	1.446	0.468

4.10.1 Estabilizadores

Cuando se utilizan polinomios de grados mayores al segundo, la curva de ajuste comienza a presentar inestabilidad. Como se mencionó anteriormente, esto puede originarse debido a las altas frecuencias introducidas con cada coeficiente de grado mayor, que a su vez incrementa la no unicidad en la solución. Se utilizaron las dos metodologías propuestas en este trabajo de tesis para estabilizar la recuperación de polinomios de grados mayores.

4.10.2 Método 1: operador Dg

La Figura 28 muestra la relación recuperada cuando se utiliza un polinomio de tercer grado sin regularizador (Figura 28a). La inestabilidad introducida en la curva de ajuste es evidente y los modelos recuperados son inconsistentes. La Figura 28b y 28c muestran la curva de ajuste cuando se utiliza el regularizador **Dg** con diferentes factores de peso. Utilizando este método y un $\alpha_3 = 16$, la relación recuperada fue:

$$\rho_{\text{método1}} = 0.0938V_s^3 - 0.7066V_s^2 + 1.8813V_s - 2.0565 \quad (51)$$

4.10.3 Método 2: estrategia secuencial

La Figura 29 muestra la relación recuperada cuando se utiliza el segundo método, de estabilización mediante una estrategia secuencial. En este caso, la contribución de los coeficientes de segundo y tercer grado es mínima, debido a que la información a priori del coeficiente lineal recuperado en la primer inversión ya reproducía un buen ajuste. Los coeficientes de segundo y tercer grado solamente lo refinaron.

La relación recuperada en este caso fue:

$$\rho_{\text{método2}} = 0.00066V_s^3 + 0.0034V_s^2 + 0.3705V_s - 1.2528 \quad (52)$$

4.10.4 Comparación

La Tabla 3 muestra el ajuste RMS para los distintos experimentos de los polinomios de tercer grado. Excepto para la prueba utilizando **Dg** con $\alpha_3 = 16$, todos los ajustes polinomiales fueron mejores que para aquellos obtenidos con los polinomios de primer y segundo grado (Tabla 2). El mejor ajuste a la dispersión de ondas superficiales se obtuvo con el experimento regularizado con **Dg** y un $\alpha_3 = 4$, el mejor RMS para el ajuste a los datos de gravedad se obtuvo para el experimento sin regularizar y el mejor ajuste polinomial se obtuvo con la estrategia de regularización secuencial.

Tabla 3. Ajuste a los diferentes tipos de datos utilizando una relación de tercer grado sin regularizar, y regularizada con el operador **Dg** y la estrategia secuencial.

Polinomio de tercer grado	Ajuste RMS a datos de gravedad	Ajuste RMS a datos de ondas superficiales	Ajuste RMS a mapa de correspondencia
Sin regularizador	0.537	1.439	0.383
Dg con $\alpha_3 = 4$	0.577	1.434	0.380
Dg con $\alpha_3 = 16$	0.591	1.442	0.497
Secuencial a_{pr}	0.675	1.496	0.171

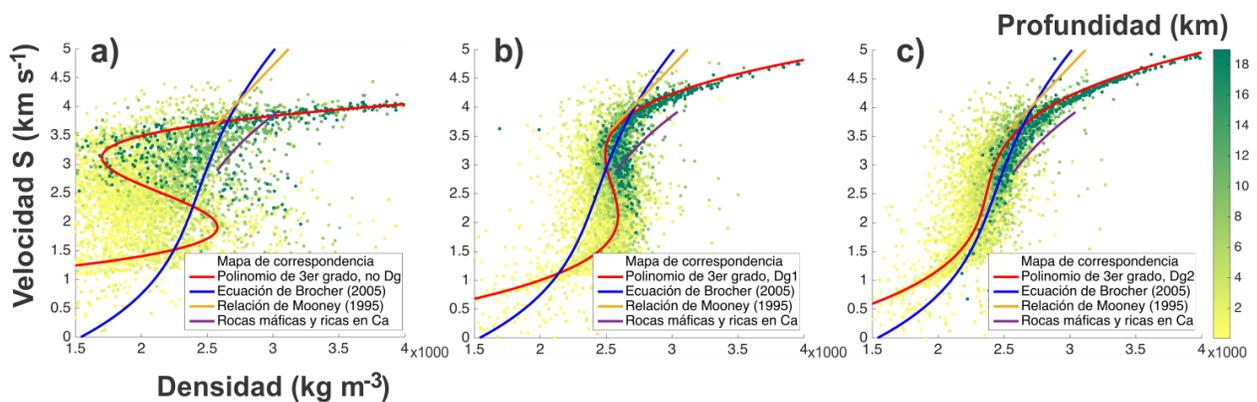


Figura 28. a) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado sin usar operador **Dg**, b) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado usando el operador **Dg** con $\alpha_3 = 4$ es decir, **Dg** está actuando sobre los coeficientes en una proporción 4:1 para estabilizar la solución. La curva de ajuste es menos abrupta que aquella obtenida sin usar el regularizador **Dg**, y c) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado y $\alpha_3 = 16$, incrementando la influencia de **Dg**.

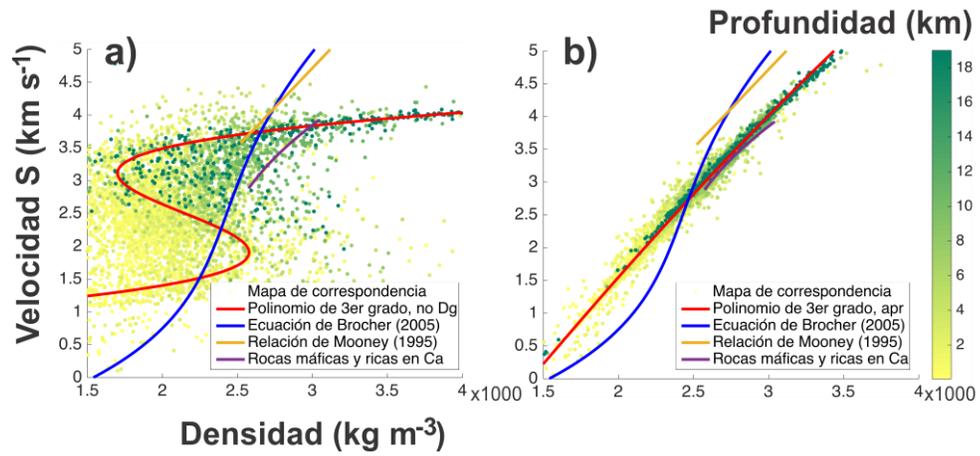


Figura 29. a) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado sin regularización, b) Relación recuperada para un polinomio de tercer grado usando una estrategia secuencial de regularización, es decir, resolviendo primero el coeficiente lineal, seguido del coeficiente de segundo grado, y finalmente el de tercer grado.

Capítulo 5. Discusión de los resultados

Como modelo final para los datos de campo, se seleccionó la relación recuperada del experimento de tercer grado estabilizado secuencialmente, debido a que presenta el mejor RMS general (la suma de los dos tipos de datos geofísicos y el ajuste polinomial), y en particular, el mejor RMS para el ajuste al mapa de correspondencia. En el anexo G se muestran los residuales para la anomalía de Bouguer observada y calculada mediante los diferentes experimentos.

En este capítulo se discuten: i) los resultados del algoritmo de inversión conjunta de datos de gravedad y ondas sísmicas superficiales, ii) el desempeño de los regularizadores, y iii) las implicaciones de los modelos de densidad, de velocidad de la onda de corte, y la relación petrofísica obtenidos para la zona geotérmica de Los Humeros.

5.1 Modelos obtenidos de la inversión por separado y de la inversión conjunta

La comparación de la inversión por separado y la inversión conjunta en el CGLH revela algunas de las diferencias que se habían observado en los experimentos sintéticos. La Figura 30 muestra los modelos obtenidos con inversión por separado y con inversión conjunta en secciones verticales centrales sin interpolar, para una comparación directa de los valores originales.

El modelo de densidad, pobre en resolución vertical, absorbió parte de la estructura vertical del modelo de V_s (que contiene mayor resolución en esa dirección). Esto es evidente en la zona somera que abarca a la caldera, donde originalmente no se tenía una buena recuperación de los valores de densidad en el contraste entre la caldera y el basamento. Por otro lado, los cuerpos anómalos de V_s , presentan una mejor delimitación lateral, especialmente en la zona profunda del modelo.

Esto se puede apreciar en los bloques intercalados de baja y alta velocidad de la onda de corte a partir de los 6 km de profundidad. En general, los contrastes para ambas propiedades físicas se acentuaron si comparamos los modelos obtenidos con inversión conjunta con los obtenidos con inversión por separado.

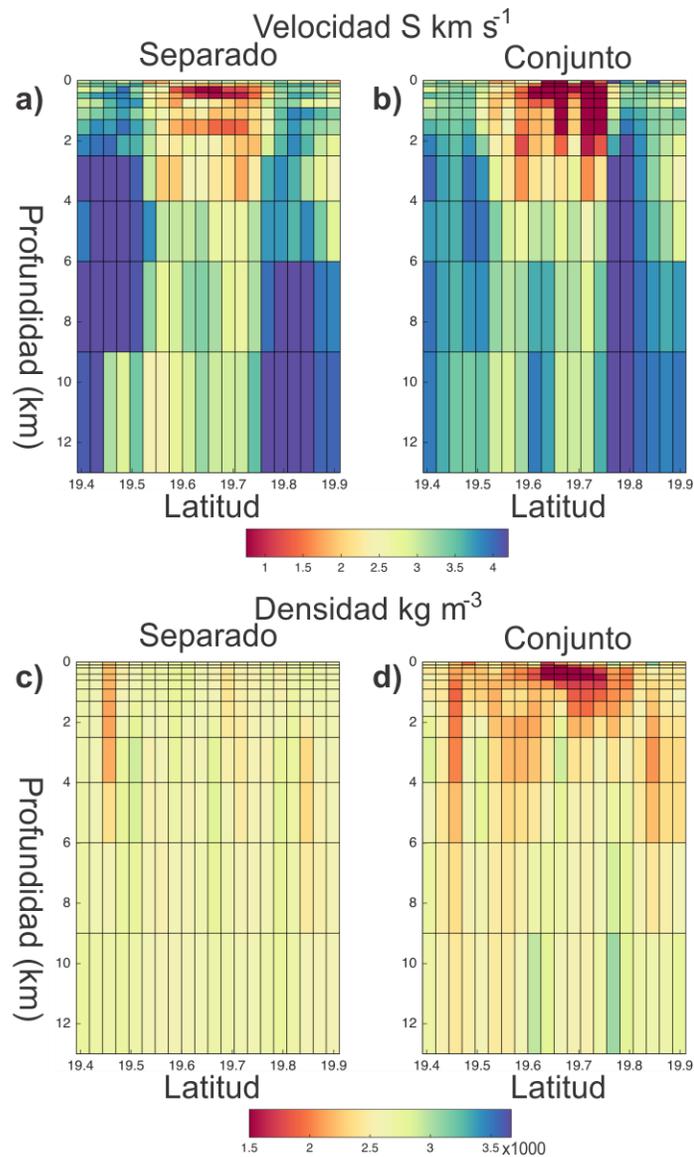


Figura 30. Comparación del modelo recuperado mediante inversión por separado e inversión conjunta. Secciones centrales de Sur a Norte.

5.2 Sobre los regularizadores polinomiales

En el caso de los datos de campo, se obtuvieron resultados similares a los del experimento sintético. La estrategia de recuperación secuencial es superior en términos del ajuste polinomial, debido a que utiliza varias inversiones completas, y en cada uno de ellas se refina el ajuste con los coeficientes de grados superiores. Por otro lado, la estrategia del operador Dg es más general y no requiere ninguna suposición, por lo que la búsqueda se centra en encontrar el mejor valor de α_3 para el problema de estudio (Carrillo

et al., 2024). Mientras más lineal sea la relación esperada entre las propiedades, mayor será el α_3 que produzca modelos consistentes.

Sobre las potenciales desventajas de cada método, en el caso de la estrategia secuencial, además del costo computacional mencionado anteriormente, los resultados podrían estar muy influenciados por el término lineal, tal como se observa en la Figura 29b. En un caso donde las propiedades presenten una relación mucho más compleja que la de densidad- V_s , esto podría inducir a relaciones sobre simplificadas. Esto se solucionaría introduciendo covarianzas de los coeficientes a priori que permitan mayor grado de libertad a los mismos, en lugar de fijarlos, tal como se hizo en el experimento sintético (Figura 16).

En el caso del operador **Dg**, su principal desventaja es la búsqueda del peso correcto (α_3) dependiendo del caso de estudio. De forma similar a la búsqueda del peso para los operadores de suavidad (α_1 y α_2) cuando se aplican sobre modelos geofísicos, la búsqueda de α_3 se puede hacer a prueba y error, o bien, con una metodología establecida como el análisis de las curvas L (Hansen, 1992).

5.3 Relación petrofísica

El mapa de correspondencia muestra un medio complejo que abarca algunas de las relaciones petrofísicas conocidas. La relación encontrada (curva en rojo, Figura 31) no sigue fielmente a alguna de las relaciones conocidas de la bibliografía. En el rango bajo de valores ($1500-2500 \text{ kg m}^{-3}$ y $0.2-2.5 \text{ km s}^{-1}$), la curva es cercana a la relación de Brocher pero con una ligera sobre estimación de los valores de V_s . Esta sobre estimación se explicaría por una posible alta influencia de rocas ígneas en zonas relativamente someras que acercarían la relación a la curva de Christensen y Mooney (1995) para rocas ígneas.

En el rango alto de valores de densidad- V_s ($>2500 \text{ kg m}^{-3}$ y $>2.5 \text{ km s}^{-1}$) la relación encontrada es muy cercana a la curva de rocas máficas y/o ricas en Calcio (curva en morado, Figura 31), y alejada de la relación de Mooney para rocas ígneas en general (curva en amarillo, Figura 31). Esta correspondencia coincide con algunas de las inferencias de diversos autores sobre un basamento de rocas metamórficas (Carrasco et al., 2017) y también sobre un esquema de fuentes magmáticas profundas con presencia de basaltos (Lucci et al., 2020; ver Figura 23).

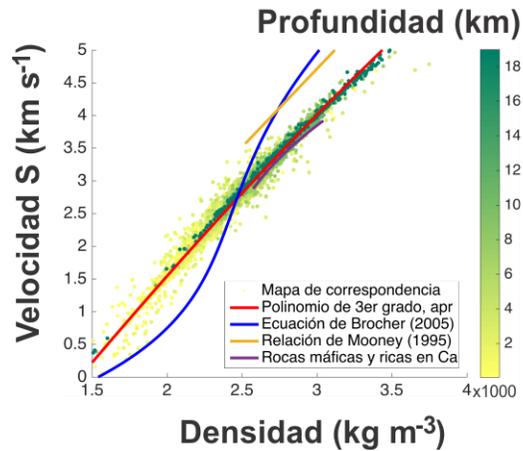


Figura 31. Relación petrofísica para la zona geotérmica de Los Humeros seleccionada para interpretación.

5.4 Modelo de densidad y de velocidad de onda de corte en secciones verticales interpoladas

Para fines de interpretación, se interpolaron los modelos 3D y se extrajeron secciones verticales, sobreponiendo las estructuras geológicas conocidas del CGLH. En la parte somera del modelo, el rasgo más distintivo es el cuerpo de baja densidad LD1 que se extiende aproximadamente 18 km en la dirección NS, y 23 km en la dirección EW (ver Figura 32). Su máximo espesor es de 2.8 km. Este cuerpo correspondería con los grupos caldéricos en el CVLH. La Figura 34 muestra la geometría del cuerpo LD1 desde una perspectiva 3D. Otros cuerpos de baja densidad que se observan son LD2, LD3 y LD4.

Las secciones de V_s muestran una zona de bajas velocidades entre 0 y 3 km de profundidad. Este rango de profundidades es consistente con los grupos caldéricos descritos por Carrasco et al (2017).

En la parte más profunda (3-18 km) hay una distribución compleja de cuerpos de alta V_s (por ejemplo: HV2, HV3 y HV4) intercalados por cuerpos de baja V_s (LV2, LV3 y LV4). Esta distribución es consistente con la idea de un sistema de cámaras magmáticas en lugar de una sola fuente de calor alimentando al reservorio geotérmico (Lucci et al., 2020).

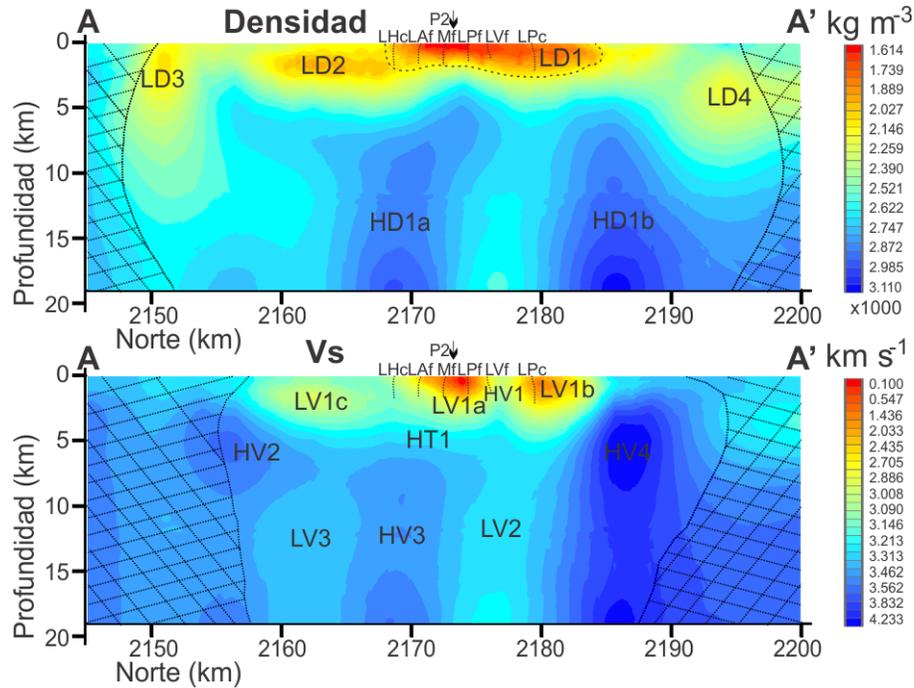


Figura 32. Perfil A-A'. Secciones verticales de Sur a Norte de densidad y velocidad de la onda de corte a lo largo del CGLH. Las zonas achuradas son áreas de baja sensibilidad no interpretables debajo de $0.414 \text{ Gal kg}^{-1} \text{ m}^3$ y $1.972 \text{ s}^2 \text{ km}^{-1}$ para datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales, respectivamente (ver mapas de sensibilidad en el anexo F). LHc: caldera Los Humeros, LAf: falla La Antigua, Mf: falla Maztaloya, LPf: falla Las Papas, LVf: falla Las Víboras y LPc: caldera Los Potreros.

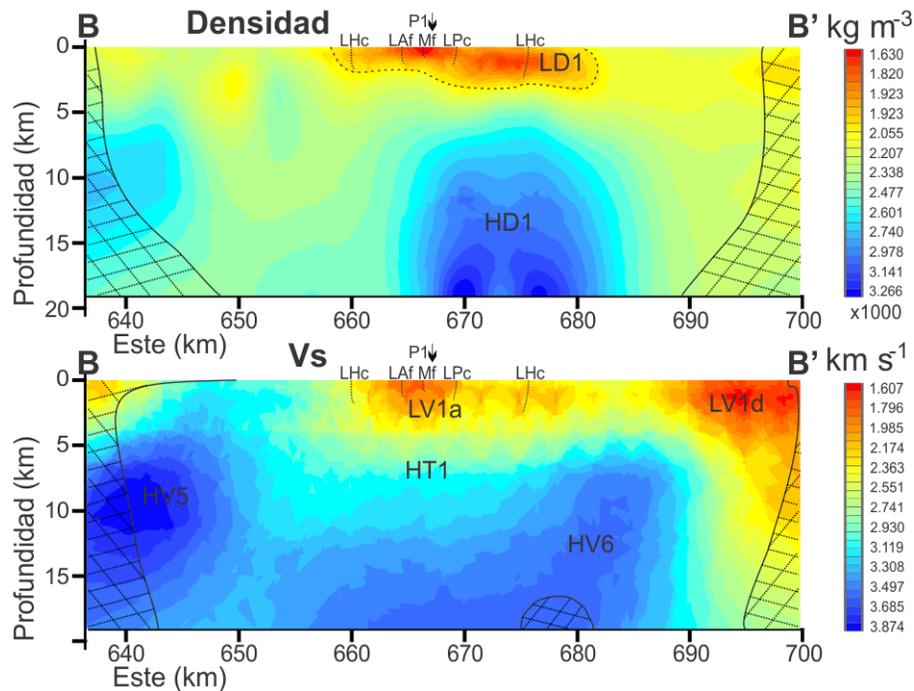


Figura 33. Perfil B-B'. Secciones verticales de Oeste a Este de densidad y velocidad de la onda de corte a lo largo del CGLH. Las zonas achuradas son áreas de baja sensibilidad no interpretables debajo de $0.414 \text{ Gal kg}^{-1} \text{ m}^3$ y $1.972 \text{ s}^2 \text{ km}^{-1}$ para datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales, respectivamente (ver mapas de sensibilidad en el anexo F). LHc: caldera Los Humeros, LAf: falla La Antigua, Mf: falla Maztaloya, LPf: falla Las Papas, LVf: falla Las Víboras y LPc: caldera Los Potreros.

5.5 Geometría del grupo caldérico

El modelo de densidad revela con un detalle sin precedente la geometría de los grupos caldéricos. La Figura 34 muestra una zona de baja densidad con un espesor mínimo de 1.2 km al Oeste y máximo de 2.8 km en el centro de la caldera. La cima de las calizas propuesta por Carrasco et al. (2017; Figura 34c) correspondería aproximadamente con la isosuperficie a 2170 kg m^{-3} (rojo claro en Figuras 34a y 34b).

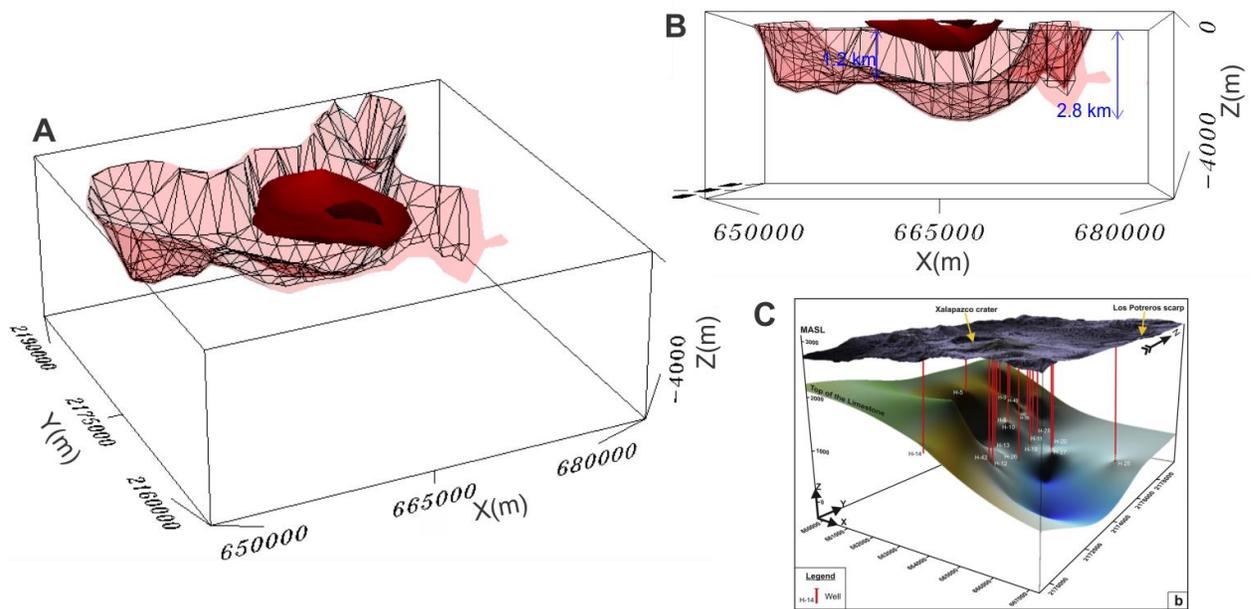


Figura 34. a,b) Vista 3D de la baja densidad en la caldera Los Humeros utilizando iso-superficies a 1670 kg m^{-3} (rojo oscuro), 1870 kg m^{-3} (rojo) y 2170 kg m^{-3} (rojo claro), y c) modelo de la cima de calizas propuesto por Carrasco et al. (2017) a partir de información de pozos.

5.6 Modelo de baja velocidad de la onda de corte en zonas profundas

La relación petrofísica muestra una tendencia a valores relativamente bajos de V_s en las zonas más profundas del modelo. La Figura 35 muestra la anomalía de baja V_s en porcentaje con respecto a la V_s media en cada profundidad. De esta manera, podemos aislar los cuerpos anómalos eliminando el efecto del incremento natural de V_s con la profundidad. La vista 3D revela una distribución compleja de cuerpos de baja V_s relativa cuyo origen podría estar relacionado con las fuentes magmáticas que alimentan al sistema geotérmico y a las vías de transporte de calor. Sobresalen dos raíces (LV2 y LV4) que parecen estar conectadas directamente con la zona del reservorio geotérmico.

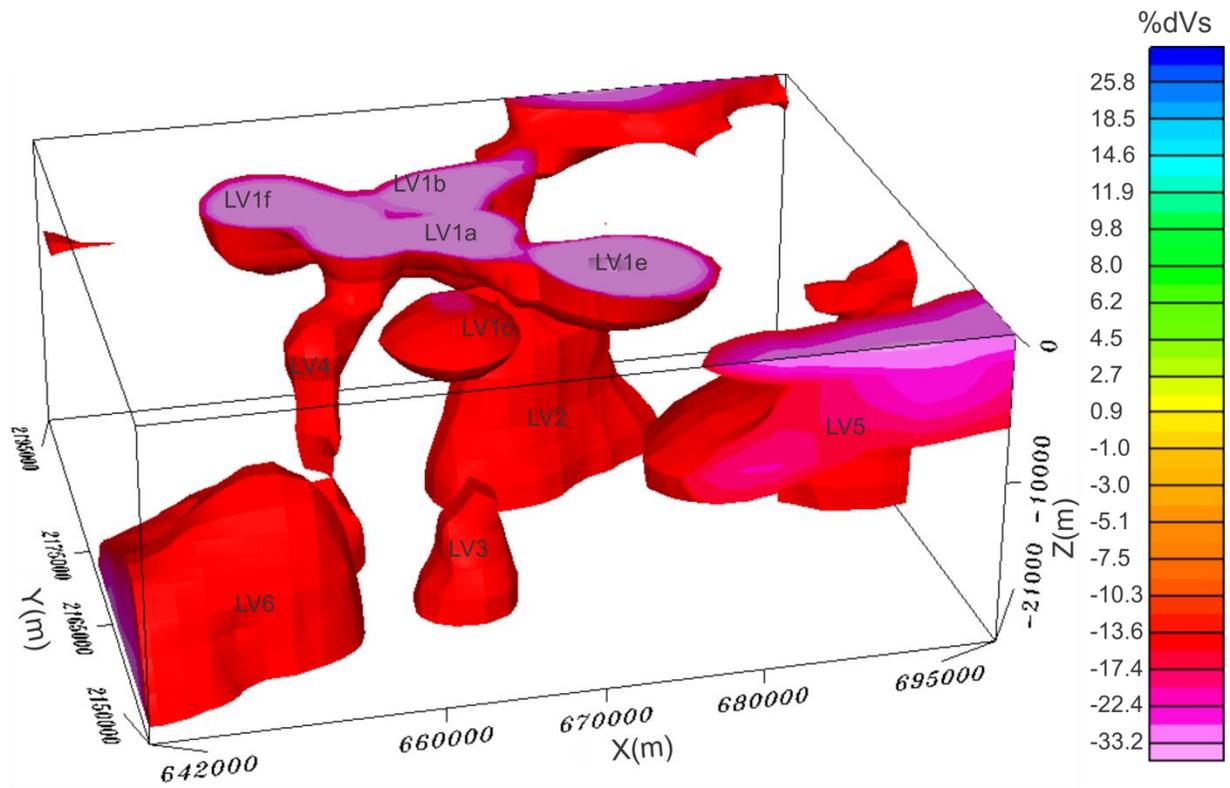


Figura 35. Anomalía negativa de la velocidad de la onda de corte. La anomalía es el valor de Vs menos el valor medio de Vs para cada profundidad en porcentaje.

Capítulo 6. Conclusiones

Los objetivos de este trabajo de investigación se puede agrupar en tres principales rubros: el desarrollo del algoritmo de inversión conjunta 3D para datos de gravedad y ondas sísmicas superficiales, el desarrollo de estabilizadores para la recuperación de relaciones petrofísicas complejas, y la aplicación al CGLH.

6.1 Sobre la inversión conjunta 3D de datos de gravedad y ondas sísmicas superficiales

Se implementó exitosamente un algoritmo de inversión conjunta petrofísica de datos de gravedad y ondas sísmicas superficiales. El enfoque de mapas de correspondencia demostró ser un enfoque adecuado para el par de propiedades densidad-Vs debido a la fuerte correlación entre ellas.

Los experimentos sintéticos demostraron que los modelos recuperados mediante inversión conjunta son superiores a los obtenidos mediante inversión por separado, lo cual es evidente cuando se comparan numéricamente los factores de recuperación, y gráficamente las estructuras recuperadas. Para el caso particular del experimento de estudio, el cuerpo de alta densidad, cuya estructura vertical no se podía recuperar mediante inversión por separado, asimiló mediante la inversión conjunta la buena sensibilidad de las ondas superficiales a estructuras verticales. Por otro lado, aunque menos evidente, el cuerpo anómalo de Vs mejoró sus límites laterales.

Las sensibilidades de los datos gravimétricos (principalmente lateral) y de los datos de ondas superficiales (principalmente radial) se complementaron muy bien si los comparamos con otros pares de datos explorados en otros trabajos (*e.g.*, Carrillo et al., 2022).

6.2 Sobre los regularizadores para grados polinomiales altos

Las dos estrategias de regularización fueron aplicadas con éxito y mostraron su utilidad en la estabilización durante de la recuperación de polinomios de grados altos, tanto en el experimento sintético como en el caso de datos de campo. La estrategia del operador Dg mostró ser más general y aplicable a un menor

costo computacional, mientras que la estrategia secuencial mostró un mejor ajuste polinomial final, pero con un mayor costo computacional al tener que realizar la inversión completa para cada coeficiente.

6.3 Sobre la aplicación en el CGLH

El ejemplo de aplicación a datos de campo confirmó la utilidad del método de inversión conjunta desarrollado y de los regularizadores en zonas altamente heterogéneas como el CGLH. Los modelos obtenidos mostraron características que sólo podrían obtenerse con inversión conjunta. Además, la relación encontrada nos brindó más información petrofísica del área.

La relación local encontrada subrayó la importancia de evitar suponer relaciones empíricas obtenidas de otras zonas, especialmente cuando se estudian medios geológicamente complejos. Dicha relación no concuerda con ninguna de las relaciones más conocidas y es mas bien, una combinación de varias de ellas abarcando diferentes tipos de rocas. Específicamente, en el rango bajo de densidad Vs ($1500-2500 \text{ kg m}^{-3}$ y $0.2-2.5 \text{ km s}^{-1}$) la curva se asemeja a la relación más general de Brocher para todo tipo de rocas, pero con una ligera sobre estimación de Vs. Esta zona coincide con la zona más somera de las calderas que contiene los depósitos sedimentarios. En el rango alto de Vs y densidad ($>2500 \text{ kg m}^{-3}$ y $>2.5 \text{ km s}^{-1}$) la relación encontrada revela un medio complejo con posible influencia de rocas máficas y/o ricas en Calcio. Esta zona comprende la parte más profunda del modelo (3-18 km). Finalmente, el modelo de densidad mostró la geometría en 3D de la caldera, lo cual habría sido imposible utilizando únicamente datos de gravedad (sin modelos a priori) debido a su poca resolución vertical.

Literatura citada

- Abdelfettah, Y., Schill, E., y Kuhn, P. (2014). Characterization of geothermally relevant structures at the top of crystalline basement in Switzerland by filters and gravity forward modelling. *Geophysical Journal International*, 199(1), 226-241. <https://doi.org/10.1093/gji/ggu255>
- Afnimar, Koketsu, K., y Nakagawa, K. (2002). Joint inversion of refraction and gravity data for the three-dimensional topography of a sediment–basement interface. *Geophysical Journal International*, 151(1), 243-254. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2002.01772.x>
- Airo, M. L. (2002). Aeromagnetic and aeroradiometric response to hydrothermal alteration. *Surveys in Geophysics*, 23(4), 273-302. <https://doi.org/10.1023/A:1015556614694>
- Aki, K. (1957). Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, 35, 415-456. <https://oceanrep.geomar.de/id/eprint/43280/>
- Altwegg, P., Schill, E., Abdelfettah, Y., Radogna, P. V., y Mauri, G. (2015). Toward fracture porosity assessment by gravity forward modeling for geothermal exploration (Sankt Gallen, Switzerland). *Geothermics*, 57, 26-38. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2015.05.006>
- Archie, G. E. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Transactions of the AIME*, 146(1), 54-62. <https://doi.org/10.2118/942054-G>
- Arellano, V., García, A., Barragán, R. M., Izquierdo, G., Aragón, A., y Pizano, A. (1999). Modelo conceptual del estado inicial del campo geotérmico de Los Humeros, Pue., México. *Geotermia, Revista Mexicana de Geoenergía*, 15(2), 111-120. Archivo PDF.
- Arellano, V. M., García, A., Barragán, R. M., Izquierdo, G., Aragón, A., y Nieva, D. (2003). An updated conceptual model of the Los Humeros geothermal reservoir (Mexico). *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 124(1-2), 67-88. [https://doi.org/10.1016/S0377-0273\(03\)00045-3](https://doi.org/10.1016/S0377-0273(03)00045-3)
- Arzate, J., Corbo-Camargo, F., Carrasco-Núñez, G., Hernández, J., y Yutis, V. (2018). The Los Humeros (Mexico) geothermal field model deduced from new geophysical and geological data. *Geothermics*, 71, 200-211. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2017.09.009>
- Assefa, G. (2022). *Joint inversion of satellite gravity and seismic surface wave data: A synthetic test and its application for Botswana crust and upper most mantle velocity and density modeling*. [Tesis de Maestría, University of Twente]. http://essay.utwente.nl/93804/1/Ayalew_Assefa_MA_MGEO_ITC.pdf
- Asten, M. W. (1978). Geological control on the three-component spectra of Rayleigh-wave microseisms. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 68(6), 1623-1636. <https://doi.org/10.1785/BSSA0680061623>
- Asten, M. W., y Henstridge, J. D. (1984). Array estimators and the use of microseisms for reconnaissance of sedimentary basins. *Geophysics*, 49(11), 1828-1837. <https://doi.org/10.1190/1.1441596>

- Badal, J., Chen, Y., Chourak, M., y Stankiewicz, J. (2013). S-wave velocity images of the Dead Sea Basin provided by ambient seismic noise. *Journal of Asian Earth Sciences*, 75, 26-35. <https://doi.org/10.1016/j.jseae.2013.06.017>
- Baillieux, P., Schill, E., Edel, J. B., y Mauri, G. (2013). Localization of temperature anomalies in the Upper Rhine Graben: insights from geophysics and neotectonic activity. *International Geology Review*, 55(14), 1744-1762. <https://doi.org/10.1080/00206814.2013.794914>
- Baillieux, P., Schill, E., Abdelfettah, Y., y Dezayes, C. (2014). Possible natural fluid pathways from gravity pseudo-tomography in the geothermal fields of Northern Alsace (Upper Rhine Graben). *Geothermal Energy*, 2(1), 16. <https://doi.org/10.1186/s40517-014-0016-y>
- Barbosa, V. C. F., Silva, J. B., y Medeiros, W. E. (1997). Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths. *Geophysics*, 62(6), 1745-1757. <https://doi.org/10.1190/1.1444275>
- Barbosa, V. C., Menezes, P. T., y Silva, J. B. (2007). Gravity data as a tool for detecting faults: In-depth enhancement of subtle Almada's basement faults, Brazil. *Geophysics*, 72(3), B59-B68. <https://doi.org/10.1190/1.2713226>
- Barison, E., Poletto, F., Böhm, G., Farina, B., Carrasco-Núñez, G., Norini, G., Giordano, G., y Pinna, G. (2023). Processing and interpretation of seismic reflection data from the Los Humeros super-hot geothermal system. *Geothermics*, 113. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2023.102771>
- Barmin, M., Ritzwoller, M. y Levshin, A. (2001). A Fast and Reliable Method for Surface Wave Tomography. *Pure and applied Geophysics*. 158, 1351–1375. <https://doi.org/10.1007/PL00001225>
- Barton, P. J. (1986). The relationship between seismic velocity and density in the continental crust - a useful constraint?. *Geophysical Journal International*, 87(1), 195-208. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1986.tb04553.x>
- Bayona, A., Manea, V. C., Manea, M., Yoshioka, S., Moreno, E., y Suenaga, N. (2023). The geodynamic origin of Los Humeros volcanic field in Mexico: insights from numerical simulations. *Scientific Reports*, 13(1), 22284. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-49292-x>
- Bear, G. W., Al-Shukri, H. J., y Rudman, A. J. (1995). Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions. *Geophysics*, 60(5), 1354-1364. <https://doi.org/10.1190/1.1443871>
- Bhattacharya, S. N. (2015). Sensitivities of surface wave velocities to the medium parameters in a radially anisotropic spherical Earth and inversion strategies. *Annals of Geophysics*, 58(5), S0545-S0545. <https://doi.org/10.4401/ag-6806>
- Bedrosian, P. A. (2007). MT+, integrating magnetotellurics to determine earth structure, physical state, and processes. *Surveys in geophysics*, 28, 121-167. <https://doi.org/10.1007/s10712-007-9019-6>
- Birch, F. (1961). The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars: 2. *Journal of Geophysical Research*, 66(7), 2199-2224. <https://doi.org/10.1029/JZ066i007p02199>
- Blakely, R. J. (1996). Potential theory in gravity and magnetic applications. *Cambridge university press*. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511549816>

- Bonnefoy-Claudet, S., Cotton, F., y Bard, P. Y. (2006). The nature of noise wavefield and its applications for site effects studies: A literature review. *Earth-Science Reviews*, 79(3-4), 205-227. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2006.07.004>
- Brocher, T. M. (2005). Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth's crust. *Bulletin of the seismological Society of America*, 95(6), 2081-2092. <https://doi.org/10.1785/0120050077>
- Calò, M., Kinnaert, X., y Dorbath, C. (2013). Procedure to construct three-dimensional models of geothermal areas using seismic noise cross-correlations: application to the Soultz-sous-Forêts enhanced geothermal site. *Geophysical Journal International*, 194(3), 1893-1899. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt205>
- Calò, M., Di Luccio, F., Persaud, P., y Ventura, G. (2023). Ambient noise tomography of the Lipari volcanic island (Southern Italy) from a dense nodal array. *Geophysical Research Letters*, 50(4). <https://doi.org/10.1029/2022GL101022>
- Campillo, M., y Paul, A. (2003). Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science*, 299(5606), 547-549. <https://doi.org/10.1126/science.1078551>
- Campos-Enriquez, J., y Garduño-Monroy, V. H. (1987). The shallow structure of Los Humeros and Las Derrumbadas geothermal fields, Mexico. *Geothermics*, 16(5-6), 539-554. [https://doi.org/10.1016/0375-6505\(87\)90038-1](https://doi.org/10.1016/0375-6505(87)90038-1)
- Campos-Enriquez, J. O., y Arredondo-Fragoso, J. J. (1992). Gravity study of Los Humeros caldera complex, Mexico: Structure and associated geothermal system. *Journal of volcanology and geothermal research*, 49(1-2), 69-90. [https://doi.org/10.1016/0377-0273\(92\)90005-X](https://doi.org/10.1016/0377-0273(92)90005-X)
- Carrasco-Núñez, G., López-Martínez, M., Hernández, J., y Vargas, V. (2017). Subsurface stratigraphy and its correlation with the surficial geology at Los Humeros geothermal field, eastern Trans-Mexican Volcanic Belt. *Geothermics*, 67, 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2017.01.001>
- Carrillo, J., y Gallardo, L. A. (2018). Joint two-dimensional inversion of magnetotelluric and gravity data using correspondence maps. *Geophysical Journal International*, 214(2), 1061-1071. <https://doi.org/10.1093/gji/ggy195>
- Carrillo, J., Perez-Flores, M. A., Gallardo, L. A., y Schill, E. (2022). Joint inversion of gravity and magnetic data using correspondence maps with application to geothermal fields. *Geophysical Journal International*, 228(3), 1621-1636. <https://doi.org/10.1093/gji/ggab416>
- Carrillo, J., Perez-Flores M. A., y Calò, M. (2024). Three-dimensional joint inversion of surface wave dispersion and gravity data using a petrophysical approach: an application to Los Humeros Geothermal Field. *Geophysical Journal International*, 239(2), 1217-1235. <https://doi.org/10.1093/gji/ggae333>
- Carter-McAuslan, A., Lelièvre, P. G., y Farquharson, C. G. (2014). A study of fuzzy c-means coupling for joint inversion, using seismic tomography and gravity data test scenarios. *Geophysics*, 80(1), W1-W15. <https://doi.org/10.1190/geo2014-0056.1>

- Cedillo-Rodríguez, F., (2000). Hydrogeologic model of the geothermal reservoirs from Los Humeros, Puebla, Mexico. *Proceedings of the World Geothermal Congress, 2000*, 1639-1644. <https://www.geothermal-library.org/index.php?mode=pubs&action=view&record=1017831>
- Chen, M., Huang, H., Yao, H., van der Hilst, R., y Niu, F. (2014). Low wave speed zones in the crust beneath SE Tibet revealed by ambient noise adjoint tomography. *Geophysical Research Letters*, 41(2), 334-340. <https://doi.org/10.1002/2013GL058476>
- Christensen, N. I., y Mooney, W. D. (1995). Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 100(B6), 9761-9788. <https://doi.org/10.1029/95JB00259>
- Clark, D. A. (2014). Magnetic effects of hydrothermal alteration in porphyry copper and iron-oxide copper-gold systems: a review. *Tectonophysics*, 624, 46-65. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2013.12.011>
- Colombo, D., y De Stefano, M. (2007). Geophysical modeling via simultaneous joint inversion of seismic, gravity, and electromagnetic data: Application to prestack depth imaging. *The Leading Edge*, 26(3), 326-331. <https://doi.org/10.1190/1.2715057>
- Constable, S. C., Parker, R. L., y Constable, C. G. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52(3), 289-300. <https://doi.org/10.1190/1.1442303>
- Corbo-Camargo, F., Arzate, J., Fregoso, E., Norini, G., Carrasco-Núñez, G., Yutsis, V., ... y Hernández, J. (2020). Shallow structure of Los Humeros (LH) caldera and geothermal reservoir from magnetotellurics and potential field data. *Geophysical Journal International*, 223(1), 666-675. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa338>
- Cornejo-Triviño, N., Liotta, D., Piccardi, L., Brogi, A., Kruszewski, M., Perez-Flores, M. A., ... y Schill, E. (2024). Gravimetric and morpho-structural analyses in the superhot geothermal system Los Humeros: an example from central Mexico. *Geothermal Energy*, 12(1), 7. <https://doi.org/10.1186/s40517-024-00285-7>
- Coutant, O., Bernard, M. L., Beauducel, F., Nicollin, F., Bouin, M. P., y Roussel, S. (2012). Joint inversion of P-wave velocity and density, application to La Soufrière of Guadeloupe hydrothermal system. *Geophysical Journal International*, 191(2), 723-742. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05644.x>
- Cruz-Hernández, F., Gallardo, L. A., Calò, M., Castro, R. R., y Romo-Jones, J. M. (2022). Laterally constrained surface wave inversion. *Geophysical Journal International*, 230(2), 1121-1131. <https://doi.org/10.1093/gji/ggac108>
- Cuéllar-Cárdenas, M. A., Nieto-Samaniego, Á. F., Levresse, G., Alaniz-Álvarez, S. A., Solari, L., Ortega-Obregón, C., y López-Martínez, M. (2012). Límites temporales de la deformación por acortamiento Laramide en el centro de México. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 29(1), 179-203.
- Cumming, W. (2009). Geothermal resource conceptual models using surface exploration data. *Proceedings of the Thirty-Fourth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, 9-11. <https://pangea.stanford.edu/ERE/pdf/IGStandard/SGW/2009/cumming.pdf>

- Curtis, A., Gerstoft, P., Sato, H., Snieder, R., y Wapenaar, K. (2006). Seismic interferometry—turning noise into signal. *The Leading Edge*, 25(9), 1082-1092. <https://doi.org/10.1190/1.2349814>
- Dunkin, J. W. (1965). Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 55(2), 335-358. <https://doi.org/10.1785/BSSA0550020335>
- Duvall Jr, T. L., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., y Pomerantz, M. A. (1993). Time–distance helioseismology. *Nature*, 362(6419), 430-432. <https://doi.org/10.1038/362430a0>
- Ekström, G., Tromp, J., y Larson, E. W. (1997). Measurements and global models of surface wave propagation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 102(B4), 8137-8157. <https://doi.org/10.1029/96JB03729>
- Fang, H., Yao, H., Zhang, H., Huang, Y. C., y van der Hilst, R. D. (2015). Direct inversion of surface wave dispersion for three-dimensional shallow crustal structure based on ray tracing: methodology and application. *Geophysical Journal International*, 201(3), 1251-1263. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv080>
- Fang, H., Zhang, H., Yao, H., Allam, A., Zigone, D., Ben-Zion, Y., Thurber, C., y van der Hilst, R. D. (2016). A new algorithm for three-dimensional joint inversion of body wave and surface wave data and its application to the Southern California plate boundary region. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(5), 3557-3569. <https://doi.org/10.1002/2015JB012702>
- Fedi, M., y Rapolla, A. (1999). 3-D inversion of gravity and magnetic data with depth resolution. *Geophysics*, 64(2), 452-460. <https://doi.org/10.1190/1.1444550>
- Ferrari, L., Orozco-Esquivel, T., Manea, V., y Manea, M. (2012). The dynamic history of the Trans-Mexican Volcanic Belt and the Mexico subduction zone. *Tectonophysics*, 522, 122-149. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2011.09.018>
- Fichtner, A., Kennett, B. L., Igel, H., y Bunge, H. P. (2009). Full seismic waveform tomography for upper-mantle structure in the Australasian region using adjoint methods. *Geophysical Journal International*, 179(3), 1703-1725. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04368.x>
- Fitz-Díaz, E., Tolson, G., Hudleston, P., Bolaños-Rodríguez, D., Ortega-Flores, B., y Serrano, A. V. (2012). The role of folding in the development of the Mexican fold-and-thrust belt. *Geosphere*, 8(4), 931-949. <https://doi.org/10.1130/GES00759.1>
- Flores, C., Singh, S. K., y Urrutia, J. (1977). Aeromagnetic survey of Los Humeros caldera, Mexico. *Geofísica Internacional*, 17(4), 415-428. <https://doi.org/10.22201/igeof.00167169p.1978.17.4.961>
- Flores, C., Aviles Esquivel, T., Arango-Galván, C., y Salas, J. L. (2022). Seal cap resistivity structure of Los Humeros geothermal field from direct current and transient electromagnetic soundings. *Geofísica internacional*, 61(4), 351-376.
- Frey, M., Weinert, S., Bär, K., van Der Vaart, J., Dezayes, C., Calcagno, P., y Sass, I. (2021). Integrated 3D geological modelling of the northern Upper Rhine Graben by joint inversion of gravimetry and magnetic data. *Tectonophysics*, 813, 228927. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2021.228927>

- Gallardo-Delgado, L. A., Pérez-Flores, M. A., y Gómez-Treviño, E. (2003). A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics*, 68(3), 949-959. <https://doi.org/10.1190/1.1581067>
- Gallardo, L. A., y Meju, M. A. (2003). Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of dc resistivity and seismic data. *Geophysical Research Letters*, 30(13). <https://doi.org/10.1029/2003GL017370>
- Gallardo, L. A., y Meju, M. A. (2004). Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B3). <https://doi.org/10.1029/2003JB002716>
- Gallardo, L. A., Pérez-Flores, M. A., y Gómez-Treviño, E. (2005). Refinement of three-dimensional multilayer models of basins and crustal environments by inversion of gravity and magnetic data. *Tectonophysics*, 397(1-2), 37-54. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2004.10.010>
- Gallardo, L. A., Meju, M. A., y Pérez-Flores, M. A. (2005). A quadratic programming approach for joint image reconstruction: mathematical and geophysical examples. *Inverse problems*, 21(2), 435. <https://doi.org/10.1088/0266-5611/21/2/002>
- Ghosh, G. K. (2019). Interpretation of gravity anomaly to delineate thrust faults locations at the northeastern part of India and its adjacent areas using source edge detection technique, tilt derivative and Cos (θ) analysis. *Acta Geophysica*, 67, 1277-1295. <https://doi.org/10.1007/s11600-019-00345-8>
- Granados-Chavarría, I., Calò, M., Figueroa-Soto, Á., y Jousset, P. (2022). Seismic imaging of the magmatic plumbing system and geothermal reservoir of the Los Humeros caldera (Mexico) using anisotropic shear wave models. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 421. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2021.107441>
- Guillen, A., Courrioux, G., Calcagno, P., Lane, R., Lees, T., y McInerney, P. (2004). Constrained gravity 3D litho-inversion applied to Broken Hill. *ASEG Extended Abstracts*, 2004(1), 1-6. <https://doi.org/10.1071/ASEG2004ab057>
- Gutenberg, B. (1958). Microseisms. *Advances in geophysics*, 5, 53-92. [https://doi.org/10.1016/S0065-2687\(08\)60075-8](https://doi.org/10.1016/S0065-2687(08)60075-8)
- Gutiérrez-Negrín, L. C., Izquierdo-Montalvo, G., y Aragón-Aguilar, A. (2010). Review and update of the main features of the Los Humeros geothermal field, Mexico. *Proceedings of the World Geothermal Congress 2010*, 1-7. <https://www.geothermal-energy.org/pdf/IGAstandard/WGC/2010/0617.pdf>
- Haber, E., y Holtzman Gazit, M. (2013). Model fusion and joint inversion. *Surveys in Geophysics*, 34, 675-695. <https://doi.org/10.1007/s10712-013-9232-4>
- Heincke, B., Jegen, M., y Hobbs, R. (2006). Joint inversion of MT, gravity and seismic data applied to sub-basalt imaging. In *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2006* (pp. 784-789). Society of Exploration Geophysicists. <https://doi.org/10.1190/1.2370374>
- International Geothermal Association. (2014). *Best Practices Guide for Geothermal Exploration*. Bochum: IGA Service GmbH.

- Hansen, P. C. (1992). Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve. *SIAM review*, 34(4), 561-580. <https://doi.org/10.1137/1034115>
- Haskell, N.A., 1953. The dispersion of surface waves on multilayered media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43, 17–34. <https://www.mantleplumes.org/WebDocuments/Haskell1953.pdf>
- Heincke, B., Jegen, M., Moorkamp, M., Hobbs, R. W., y Chen, J. (2017). An adaptive coupling strategy for joint inversions that use petrophysical information as constraints. *Journal of Applied Geophysics*, 136, 279-297. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2016.10.028>
- Herrmann, R.B., 2001. Computer programs in seismology: an overview of synthetic seismogram computation Version 3.1, Department of Earth and Planetary Sciences, St Louis Univ.
- Huang, H., Yao, H., y van der Hilst, R. D. (2010). Radial anisotropy in the crust of SE Tibet and SW China from ambient noise interferometry. *Geophysical Research Letters*, 37(21). <https://doi.org/10.1029/2010GL044981>
- Hu, W., Abubakar, A., y Habashy, T. M. (2009). Joint electromagnetic and seismic inversion using structural constraints. *Geophysics*, 74(6), R99-R109. <https://doi.org/10.1190/1.3246586>
- Jegen, M. D., Hobbs, R. W., Tarits, P., y Chave, A. (2009). Joint inversion of marine magnetotelluric and gravity data incorporating seismic constraints: Preliminary results of sub-basalt imaging off the Faroe Shelf. *Earth and Planetary Science Letters*, 282(1-4), 47-55. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2009.02.018>
- Larose, E., Carrière, S., Voisin, C., Bottelin, P., Baillet, L., Guéguen, P., ... y Massey, C. (2015). Environmental seismology: What can we learn on earth surface processes with ambient noise?. *Journal of Applied Geophysics*, 116, 62-74. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2015.02.001>
- Lees, J. M., y VanDecar, J. C. (1991). Seismic tomography constrained by Bouguer gravity anomalies: Applications in western Washington. *Pure and Applied Geophysics*, 135(1), 31-52. <https://doi.org/10.1007/BF00877007>
- Lelièvre, P.G., Farquharson, C.G. y Hurich, C.A., 2012. Joint inversion of seismic traveltimes and gravity data on unstructured grids with application to mineral exploration, *Geophysics*, 77(1), K1–K15. <https://doi.org/10.1190/geo2011-0154.1>
- Lelli, M., Kretzschmar, T. G., Cabassi, J., Doveri, M., Sanchez-Avila, J. I., Gherardi, F., y Norelli, F. (2021). Fluid geochemistry of the Los Humeros geothermal field (LHGF-Puebla, Mexico): New constraints for the conceptual model. *Geothermics*, 90. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2020.101983>
- Li, Y., y Oldenburg, D. W. (1998). 3-D inversion of gravity data. *Geophysics*, 63(1), 109-119. <https://doi.org/10.1190/1.1444302>
- Lin, F. C., Li, D., Clayton, R. W., y Hollis, D. (2013). High-resolution 3D shallow crustal structure in Long Beach, California: Application of ambient noise tomography on a dense seismic array. *Geophysics*, 78(4), Q45-Q56. <https://doi.org/10.1190/geo2012-0453.1>
- Lines, L. R., Schultz, A. K., y Treitel, S. (1988). Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics*, 53(1), 8-20. <https://doi.org/10.1190/1.1442403>

- Lobkis, O. I., y Weaver, R. L. (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6), 3011-3017. <https://doi.org/10.1121/1.1417528>
- Lucci, F., Carrasco-Núñez, G., Rossetti, F., Theye, T., White, J. C., Urbani, S., ... y Giordano, G. (2020). Anatomy of the magmatic plumbing system of Los Humeros Caldera (Mexico): implications for geothermal systems. *Solid Earth*, 11(1), 125-159. <https://doi.org/10.5194/se-11-125-2020>
- Ludwig, W. J., Nafe, J. E., y Drake, C. L. (1970). Seismic Refraction in The Sea, *Wiley-Interscience*, 4 (1), 53–84. Archivo PDF.
- Maceira, M., y Ammon, C. J. (2009). Joint inversion of surface wave velocity and gravity observations and its application to central Asian basins shear velocity structure. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114(B2). <https://doi.org/10.1029/2007JB005157>
- Martínez-Serrano, R. G., y Dubois, M. (1998). Chemical variations in chlorite at the Los Humeros geothermal system, Mexico. *Clays and clay minerals*, 46(6), 615-628. <https://doi.org/10.1346/CCMN.1998.0460602>
- Mena, M., y González-Moran, T. (1978). Regional gravity of Los Humeros volcanic area. *Geofísica Internacional*, 17(4), 429-443. <https://doi.org/10.22201/igeof.00167169p.1978.17.4.962>
- Mcgillivray, P. R., y Oldenburg, D. W. (1990). Methods for calculating fréchet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem: a comparative study 1. *Geophysical prospecting*, 38(5), 499-524. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1990.tb01859.x>
- Miller, C. A., y Williams-Jones, G. (2016). Internal structure and volcanic hazard potential of Mt Tongariro, New Zealand, from 3D gravity and magnetic models. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 319, 12-28. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2016.03.012>
- Moorkamp, M., Heincke, B., Jegen, M., Roberts, A. W., y Hobbs, R. W. (2011). A framework for 3-D joint inversion of MT, gravity and seismic refraction data. *Geophysical Journal International*, 184(1), 477-493. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2010.04856.x>
- Moorkamp, M. (2017). Integrating electromagnetic data with other geophysical observations for enhanced imaging of the earth: a tutorial and review. *Surveys in Geophysics*, 38(5), 935-962. <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9413-7>
- Mordret, A., Landès, M., Shapiro, N. M., Singh, S. C., Roux, P., y Barkved, O. I. (2013). Near-surface study at the Valhall oil field from ambient noise surface wave tomography. *Geophysical Journal International*, 193(3), 1627-1643. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt061>
- Moschetti, M. P., Ritzwoller, M. H., y Shapiro, N. M. (2007). Surface wave tomography of the western United States from ambient seismic noise: Rayleigh wave group velocity maps. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 8(8). <https://doi.org/10.1029/2007GC001655>
- Muñoz, G., Bauer, K., Moeck, I., Schulze, A., y Ritter, O. (2010). Exploring the Groß Schönebeck (Germany) geothermal site using a statistical joint interpretation of magnetotelluric and seismic tomography models. *Geothermics*, 39(1), 35-45. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2009.12.004>
- Nakata, N., Gualtieri, L., y Fichtner, A. (Eds.). (2019). *Seismic ambient noise*. Cambridge University Press.

- Nielsen, L., y Jacobsen, B. H. (2000). Integrated gravity and wide-angle seismic inversion for two-dimensional crustal modelling. *Geophysical Journal International*, 140(1), 222-232. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.2000.00012.x>
- Norini, G., Gropelli, G., Sulpizio, R., Carrasco-Núñez, G., Dávila-Harris, P., Pellicoli, C., ... y De Franco, R. (2015). Structural analysis and thermal remote sensing of the Los Humeros Volcanic Complex: Implications for volcano structure and geothermal exploration. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 301, 221-237. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2015.05.014>
- Norini, G., Carrasco-Núñez, G., Corbo-Camargo, F., Lermo, J., Rojas, J. H., Castro, C., ... y Cedillo, F. (2019). The structural architecture of the Los Humeros volcanic complex and geothermal field. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 381, 312-329. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2019.06.010>
- Ordaz-Méndez, C. A., Armenta, M. F., y Silva, G. R. (2011). Potencial geotérmico de la República Mexicana. *Geotermia*, 50. Archivo PDF.
- Paasche, H., Tronicke, J., Holliger, K., Green, A. G., y Maurer, H. (2006). Integration of diverse physical-property models: Subsurface zonation and petrophysical parameter estimation based on fuzzy c-means cluster analyses. *Geophysics*, 71(3), H33-H44. <https://doi.org/10.1190/1.2192927>
- Paige, C. C., y Saunders, M. A. (1975). Solution of sparse indefinite systems of linear equations. *SIAM journal on numerical analysis*, 12(4), 617-629. <https://doi.org/10.1137/0712047>
- Pan, L., Chen, X., Wang, J., Yang, Z., y Zhang, D. (2019). Sensitivity analysis of dispersion curves of Rayleigh waves with fundamental and higher modes. *Geophysical Journal International*, 216(2), 1276-1303. <https://doi.org/10.1093/gji/ggy479>
- Picozzi, M., Parolai, S., Bindi, D., y Strollo, A. (2009). Characterization of shallow geology by high-frequency seismic noise tomography. *Geophysical Journal International*, 176(1), 164-174. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03966.x>
- Pilz, M., Parolai, S., Picozzi, M., y Bindi, D. (2012). Three-dimensional shear wave velocity imaging by ambient seismic noise tomography. *Geophysical Journal International*, 189(1), 501-512. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05340.x>
- Plouff, D. (1977). Preliminary documentation for a FORTRAN program to compute gravity terrain corrections based on topography digitized on a geographic grid. *US Geological Survey*. <https://doi.org/10.3133/ofr77535>
- Prol-Ledesma, R. M. (1998). Pre-and post-exploitation variations in hydrothermal activity in Los Humeros geothermal field, Mexico. *Journal of volcanology and geothermal research*, 83(3-4), 313-333. [https://doi.org/10.1016/S0377-0273\(98\)00024-9](https://doi.org/10.1016/S0377-0273(98)00024-9)
- Prol-Ledesma, R. M., y Morán-Zenteno, D. J. (2019). Heat flow and geothermal provinces in Mexico. *Geothermics*, 78, 183-200. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2018.12.009>
- Rodriguez Picada, C., Scheck Wenderoth, M., Gomez Dacal, M. L., Bott, J., Prezzi, C. B., y Strecker, M. R. (2021). Lithospheric density structure of the southern Central Andes constrained by 3D data-integrative gravity modelling. *International Journal of Earth Sciences*, 110(7), 2333-2359. <https://doi.org/10.1007/s00531-020-01962-1>

- Sabra, K. G., Gerstoft, P., Roux, P., Kuperman, W. A., y Fehler, M. C. (2005). Extracting time-domain Green's function estimates from ambient seismic noise. *Geophysical research letters*, 32(3). <https://doi.org/10.1029/2004GL021862>
- Sánchez-Pastor, P., Obermann, A., Schimmel, M., Weemstra, C., Verdel, A., y Jousset, P. (2019). Short-and long-term variations in the Reykjanes geothermal reservoir from seismic noise interferometry. *Geophysical Research Letters*, 46(11), 5788-5798. <https://doi.org/10.1029/2019GL082352>
- Santolaria, P., Casas-Sainz, A. M., Soto, R., y Casas, A. (2017). Gravity modelling to assess salt tectonics in the western end of the South Pyrenean Central Unit. *Journal of the Geological Society*, 174(2), 269-288. <https://doi.org/10.1144/jgs2016-027>
- Sasaki, Y. (1989). Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data. *Geophysics*, 54(2), 254-262. <https://doi.org/10.1190/1.1442649>
- Sato, H. (2009). Green's function retrieval from the CCF of coda waves in a scattering medium. *Geophysical Journal International*, 179(3), 1580-1583. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04398.x>
- Saygin, E., y Kennett, B. L. (2010). Ambient seismic noise tomography of Australian continent. *Tectonophysics*, 481(1-4), 116-125. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2008.11.013>
- Shapiro, N. M., y Campillo, M. (2004). Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 31(7). <https://doi.org/10.1029/2004GL019491>
- Silva, J. B., Medeiros, W. E., y Barbosa, V. C. (2002). Practical applications of uniqueness theorems in gravimetry: Part I—Constructing sound interpretation methods. *Geophysics*, 67(3), 788-794. <https://doi.org/10.1190/1.1484522>
- Sun, J., y Li, Y. (2012). Joint inversion of multiple geophysical data: A petrophysical approach using guided fuzzy c-means clustering. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, 1-5. <https://doi.org/10.1190/segam2012-1388.1>
- Sun, J., y Li, Y. (2016). Joint inversion of multiple geophysical data using guided fuzzy c-means clustering. *Geophysics*, 81(3), ID37-ID57. <https://doi.org/10.1190/geo2015-0457.1>
- Sun, J., y Li, Y. (2017). Joint inversion of multiple geophysical and petrophysical data using generalized fuzzy clustering algorithms. *Geophysical Journal International*, 208, 1201-1216. <https://doi.org/10.1093/gji/ggw442>
- Syracuse, E. M., Zhang, H., y Maceira, M. (2017). Joint inversion of seismic and gravity data for imaging seismic velocity structure of the crust and upper mantle beneath Utah, United States. *Tectonophysics*, 718, 105-117. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2017.07.005>
- Thomson, W. T. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of applied Physics*, 21(2), 89-93. <https://doi.org/10.1063/1.1699629>
- Toledo, T., Gaucher, E., Metz, M., Calò, M., Figueroa, A., Angulo, J., y Saenger, E. (2019). Dataset of the 6G seismic network at Los Humeros, 2017-2018. <https://doi.org/10.14470/1T7562235078>

- Toledo, T., Gaucher, E., Jousset, P., Jentsch, A., Haberland, C., Maurer, H., y Figueroa, A. (2020). Local earthquake tomography at Los Humeros geothermal field (Mexico). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 125(12). <https://doi.org/10.1029/2020JB020390>
- Tryggvason, A., y Linde, N. (2006). Local earthquake (LE) tomography with joint inversion for P-and S-wave velocities using structural constraints. *Geophysical Research Letters*, 33(7). <https://doi.org/10.1029/2005GL025485>
- Urban, E., y Lermo, J. F. (2013). Local seismicity in the exploitation of Los Humeros geothermal field, Mexico. *Proceedings of the thirtyeighth workshop on geothermal reservoir engineering*, 1-11. <https://pangea.stanford.edu/ERE/pdf/IGASstandard/SGW/2013/Urban.pdf>
- Verma, S. P. (1985). On the magma chamber characteristics as inferred from surface geology and geochemistry: examples from Mexican geothermal areas. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 41(2-3), 207-214. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(85\)90035-4](https://doi.org/10.1016/0031-9201(85)90035-4)
- Verma, S. P. (2000). Geochemical evidence for a lithospheric source for magmas from Los Humeros caldera, Puebla, Mexico. *Chemical Geology*, 164(1-2), 35-60. [https://doi.org/10.1016/S0009-2541\(99\)00138-2](https://doi.org/10.1016/S0009-2541(99)00138-2)
- Viggiano, J. C., y Robles, J. (1988). Mineralogía hidrotermal en el campo geotérmico de Los Humeros, Pue. I: Sus usos como indicadora de temperatura y del régimen hidrológico. *Geotermia Revista Mexicana de Geoenergía*, 4, 15-28.
- Vozoff, K., y Jupp, D. L. B. (1975). Joint inversion of geophysical data. *Geophysical Journal International*, 42(3), 977-991. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1975.tb06462.x>
- Weydt, L. M., Lucci, F., Lacinska, A., Scheuven, D., Carrasco-Núñez, G., Giordano, G., ... y Sass, I. (2022). The impact of hydrothermal alteration on the physiochemical characteristics of reservoir rocks: the case of the Los Humeros geothermal field (Mexico). *Geothermal Energy*, 10(1), 20. <https://doi.org/10.1186/s40517-022-00231-5>
- Woodhouse, J. H., y Dziewonski, A. M. (1984). Mapping the upper mantle: Three-dimensional modeling of Earth structure by inversion of seismic waveforms. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 89(B7), 5953-5986. <https://doi.org/10.1029/JB089iB07p05953>
- Yanis, M., Abdullah, F., Zaini, N., y Ismail, N. (2021). The northernmost part of the Great Sumatran Fault map and images derived from gravity anomaly. *Acta Geophysica*, 69, 795-807. <https://doi.org/10.1007/s11600-021-00567-9>
- Yao, H., van Der Hilst, R. D., y De Hoop, M. V. (2006). Surface-wave array tomography in SE Tibet from ambient seismic noise and two-station analysis—I. Phase velocity maps. *Geophysical Journal International*, 166(2), 732-744. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03028.x>
- Yomogida, K., y Aki, K. (1987). Amplitude and phase data inversions for phase velocity anomalies in the Pacific Ocean basin. *Geophysical Journal International*, 88(1), 161-204. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1987.tb01374.x>
- Yoshizawa, K., y Kennett, B. L. N. (2002). Determination of the influence zone for surface wave paths. *Geophysical Journal International*, 149(2), 440-453. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2002.01659.x>

- Yoshizawa, K., y Kennett, B. L. N. (2004). Multimode surface wave tomography for the Australian region using a three-stage approach incorporating finite frequency effects. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B2). <https://doi.org/10.1029/2002JB002254>
- Zeyen, H., y Pous, J. (1993). 3-D joint inversion of magnetic and gravimetric data with a priori information. *Geophysical Journal International*, 112(2), 244-256. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1993.tb01452.x>
- Zhang, Z. D., Saygin, E., He, L., y Alkhalifah, T. (2021). Rayleigh wave dispersion spectrum inversion across scales. *Surveys in Geophysics*, 1-23. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09667-z>
- Zhdanov, M. S., Jorgensen, M., y Cox, L. (2021). Advanced methods of joint inversion of multiphysics data for mineral exploration. *Geosciences*, 11(6), 262. <https://doi.org/10.3390/geosciences11060262>
- Zhou, Y., Dahlen, F. A., y Nolet, G. (2004). Three-dimensional sensitivity kernels for surface wave observables. *Geophysical Journal International*, 158(1), 142-168. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02324.x>

Anexos

Anexo A: Desarrollo teórico del algoritmo de Fang et al. (2015).

Generalmente en sismología, se mide la velocidad de fase promedio de ondas superficiales $C_{AB}(w)$ en la frecuencia angular w entre los receptores A y B suponiendo una propagación de gran círculo de ondas superficiales. De esta manera, las mediciones de tiempos de viaje $t_{AB}(w)$ de A a B pueden obtenerse de:

$$t_{AB} = \frac{L_{AB}}{C_{AB}(w)} \quad (53)$$

con L_{AB} siendo la distancia del gran círculo entre A y B.

Sin embargo, debido a la heterogeneidad lateral, la trayectoria real de rayo puede desviarse un poco de la trayectoria del gran círculo entre fuente y receptor; de manera que el tiempo de viaje puede ser expresado como:

$$t_{AB} = \int_A^B S(l, w) dl \quad (54)$$

donde (l, w) es la lentitud local a lo largo de la trayectoria de rayo l_{AB} entre A y B. La ecuación 54, que asume la aproximación de alta frecuencia, puede ser discretizada como:

$$t_{AB} = \sum_{p=1}^P S_p(w) \Delta l_{AB} \quad (55)$$

donde $S_p(w)$ representa la lentitud de fase para el segmento Δl_{AB} a lo largo de AB, donde P es el número de segmentos. De acuerdo al Principio de Fermat, el problema puede ser linealizado alrededor de una trayectoria de referencia que puede ser calculada, por ejemplo, a lo largo del gran círculo en un medio lateralmente homogéneo, o por trazado de rayos en un medio heterogéneo (como se hizo aquí).

Para el problema directo se parametriza el área de estudio utilizando una malla regular de K puntos, y debajo de cada punto k , consideramos un modelo 1D (Figura 6). Este modelo 1D parametrizado mediante nodos en profundidad, es utilizado para calcular la velocidad de fase (o de grupo) local como función de la frecuencia en cada punto de la malla. Se construye la distribución 2D de las estimaciones de la lentitud de fase $\hat{S}_k(w)$ ($k=1,2,\dots,K$) para la frecuencia w en el área de estudio

$$S_p(w) = \sum_{k=1}^K v_{pk} \hat{S}_k(w) \quad (56)$$

Donde v_{pk} son los coeficientes de interpolación bilineal. La lentitud en el k -ésimo punto de la malla, es decir, $\hat{S}_k(w)$, es obtenido del modelo 1D Θ_k como

$$\hat{S}_k(w) = g(\Theta_k, w) \quad (57)$$

donde $g(\Theta_k, w)$ es la función directa que mapea Θ_k a las velocidades de fase o de grupo dependientes de la frecuencia basados en un modelo estratificado de acuerdo a Haskell (1953) y Thomson (1950), con modificaciones de Dunkin (1965) y Herrmann (2001). De esta manera se transforma el modelo, representado por los nodos verticales en un modelo estratificado (un apilado de capas isotrópicas elásticas homogéneas) usando una interpolación lineal simple.

El tiempo de viaje $t_{AB}(w)$ en la frecuencia w a lo largo de la trayectoria AB puede ser expresado como:

$$t_{AB}(w) = \sum_{p=1}^P S_p(w) \Delta l_{AB} = \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K v_{pk} \hat{S}_k(w) \Delta l_{AB} \quad (58)$$

Para la i -ésima medición de tiempo de viaje de la onda superficial, podemos reescribir la ecuación 58 como

$$t_i(w) = \sum_{k=1}^K v_{ik} \hat{S}_k(w) \quad (59)$$

donde v_{ik} es $\sum_{p=1}^P v_{pk}^{(i)} \Delta l_i$ y $v_{pk}^{(i)}$ son los coeficientes de interpolación bilineal a lo largo de la trayectoria asociada con el i -ésimo tiempo de viaje.

El problema inverso

El objetivo de la tomografía de inversión es encontrar un modelo que minimiza las diferencias $\delta t_i(w)$ entre los tiempos observados $t_i^{obs}(w)$ y las predicciones del modelo $t_i(w)$ para todas las frecuencias w .

La diferencia de tiempo de viaje para cada rayo i , está dada por:

$$\delta t_i(w) = t_i^{obs}(w) - t_i(w) = \sum_{k=1}^K v_{ik} \delta \hat{S}_k(w) \approx - \sum_{k=1}^K v_{ik} \frac{\partial C_k(w)}{C_k^2(w)} \quad (60)$$

donde $t_i(w)$ es el tiempo de viaje calculado usando un modelo de referencia que puede ser actualizado durante la inversión, y $C_k(w)$ y $\partial C_k(w)$ son, respectivamente, las velocidades de fase y las perturbaciones de las velocidades de fase para el k -ésimo punto de la malla. La velocidad de fase $C_k = \frac{1}{\hat{S}_k}$ y su perturbación pueden ser expresadas como:

$$\partial C_k(w) = \int \left[\left. \frac{\partial C_k(w)}{\partial \alpha_k(z)} \right|_{\Theta_k} \partial \alpha_k(z) + \left. \frac{\partial C_k(w)}{\partial \beta_k(z)} \right|_{\Theta_k} \partial \beta_k(z) + \left. \frac{\partial C_k(w)}{\partial \rho_k(z)} \right|_{\Theta_k} \partial \rho_k(z) \right] dz \quad (61)$$

donde Θ_k es el modelo 1D de referencia y $\alpha_k(z)$, $\beta_k(z)$ y $\rho_k(z)$ son la velocidad compresional, de cizalla y la densidad, respectivamente. Las sensibilidades de las velocidades de fase puede ser calculadas usando un método de diferencias finitas simple, calculando dos veces el problema directo de dispersión con una pequeña perturbación en los parámetros. Comúnmente la dispersión de ondas superficiales es principalmente sensible a la velocidad de cizalla, por lo que las ecuaciones quedan en términos de la velocidad de cizalla, mientras que la velocidad compresional y la densidad se calculan mediante ecuaciones empíricas. En este algoritmo se utilizan las relaciones empíricas de Brocher (2005).

Finalmente, después de discretizar la integración en profundidad en la ecuación 61 y sustituir en la ecuación 60, obtenemos:

$$\begin{aligned} \delta t_i(w) = \sum_{k=1}^K \left(-\frac{v_{ik}}{C_k^2(w)} \right) \sum_{j=1}^J \left[R_\alpha(z_j) \frac{\partial C_k(w)}{\partial \alpha_k(z_j)} + R_\rho(z_j) \frac{\partial C_k(w)}{\partial \rho_k(z_j)} \right. \\ \left. + R_\beta(z_j) \frac{\partial C_k(w)}{\partial \beta_k(z_j)} \right] \Big|_{\Theta_k} \delta \beta_k(z_j) = \sum_{l=1}^M G_{il} m_l \end{aligned} \quad (62)$$

donde J es el número de nodos de la malla en la dirección vertical, y M=KJ, es el número total de puntos de la malla. A través de la ecuación 62, explícitamente se incluye la perturbación de la velocidad de la onda compresional y la densidad en el cálculo de la dispersión de ondas superficiales. La ecuación 62 puede ser reescrita como:

$$\mathbf{d} = \mathbf{Gm} \quad (63)$$

donde d es el vector residual de tiempos de viaje de ondas superficiales para todas las trayectorias y frecuencias, G es la matriz de sensibilidad de los datos y m es el modelo expresado como:

$$\mathbf{m} = [\delta \beta_1(z_1) \dots \delta \beta_1(z_J) \delta \beta_2(z_1) \dots \delta \beta_2(z_J) \dots \delta \beta_K(z_1) \dots \delta \beta_K(z_J)]^T \quad (64)$$

Una solución de la ecuación 64 puede encontrarse minimizando la función:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d} - \mathbf{Gm}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{Lm}\|_2^2 \quad (65)$$

$$\mathbf{m} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (66)$$

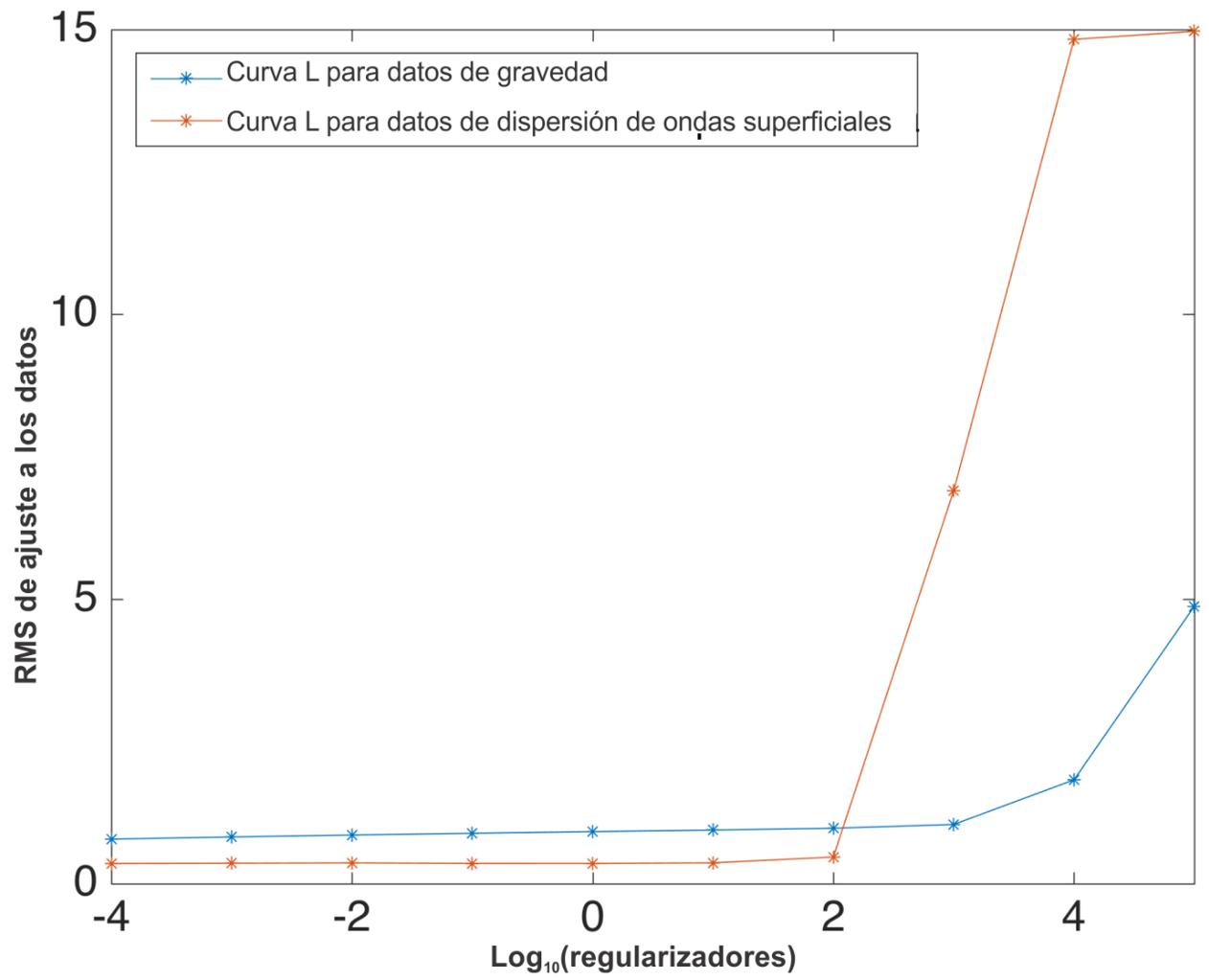
Anexo B: curvas L para la inversión por separado en el experimento sintético.

Figura 36. Curvas L para los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales en el experimento sintético.

Anexo C: Separación regional-residual para los datos de gravedad en el CGLH.

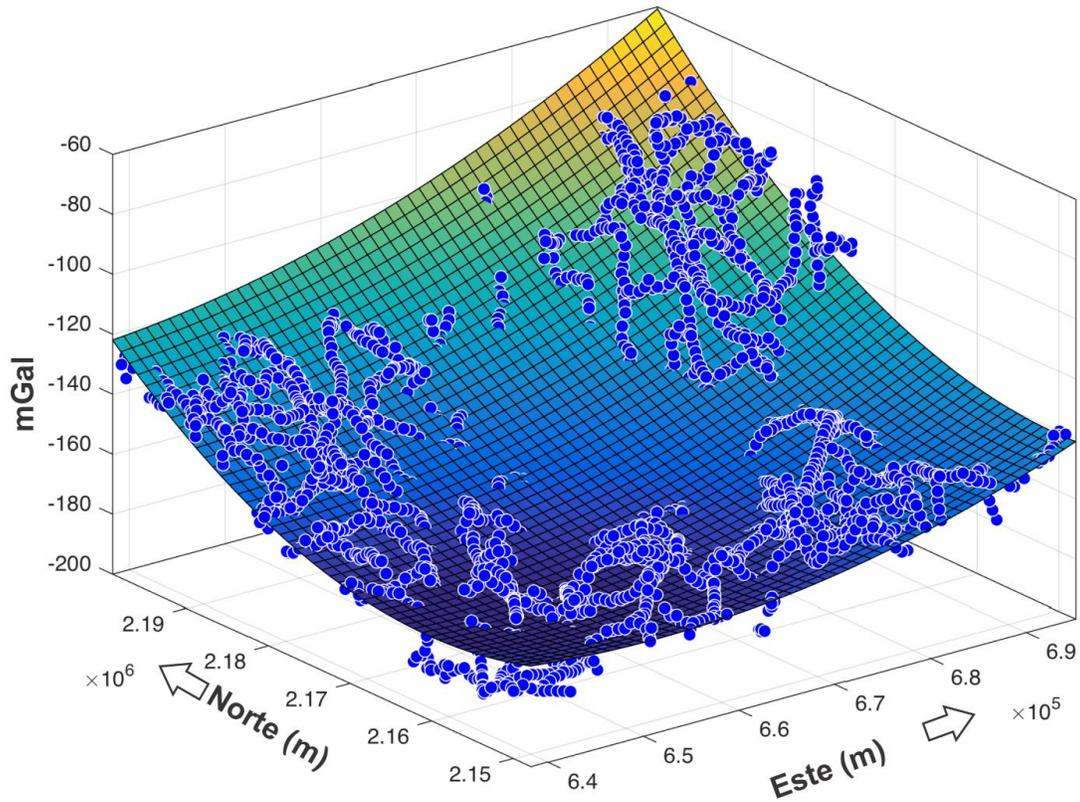
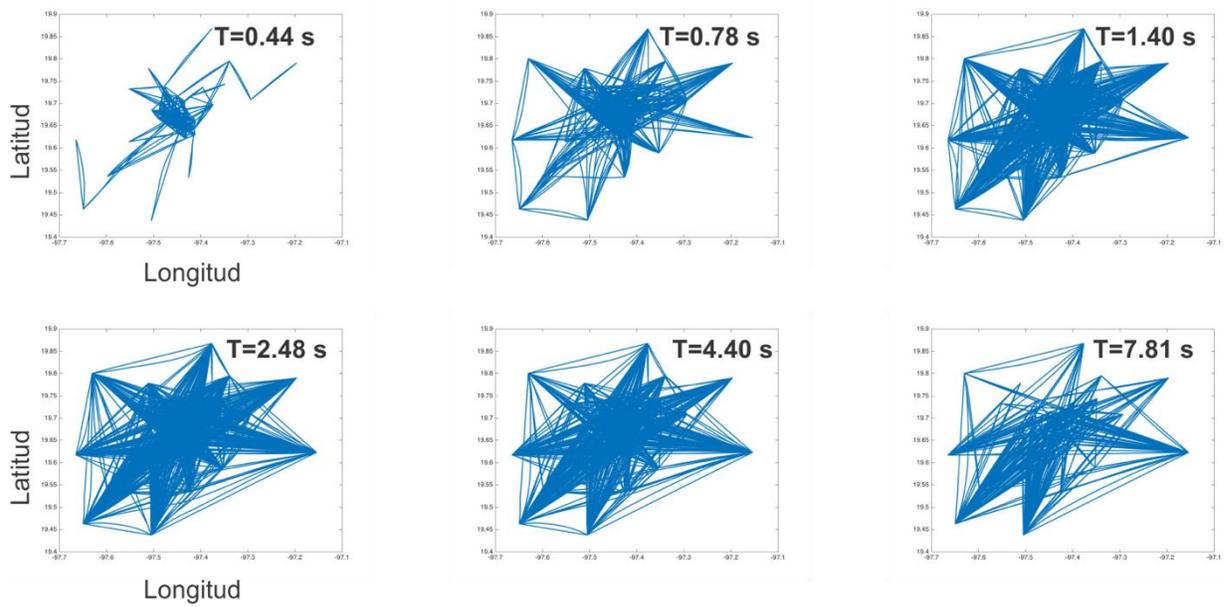


Figura 37. En círculos azules las 3076 observaciones de la anomalía de Bouguer completa en el CGLH, y en la malla la superficie de ajuste para la separación del regional. Los coeficientes del polinomio de ajuste $p00+p10x+p01y+p20x^2+p11xy+p02y^2$ son: $p00=181028.55$; $p10=-0.0449151$; $p01=-0.1543950$; $p20 =1.4385056e-08$; $p11=1.2190042e-08$; $p02=3.3927987e-08$.

Anexo D: trazas de los rayos sísmicos en el CGLH para diferentes periodos.**Figura 38.** Trazas para diferentes periodos dominantes en el CGLH.

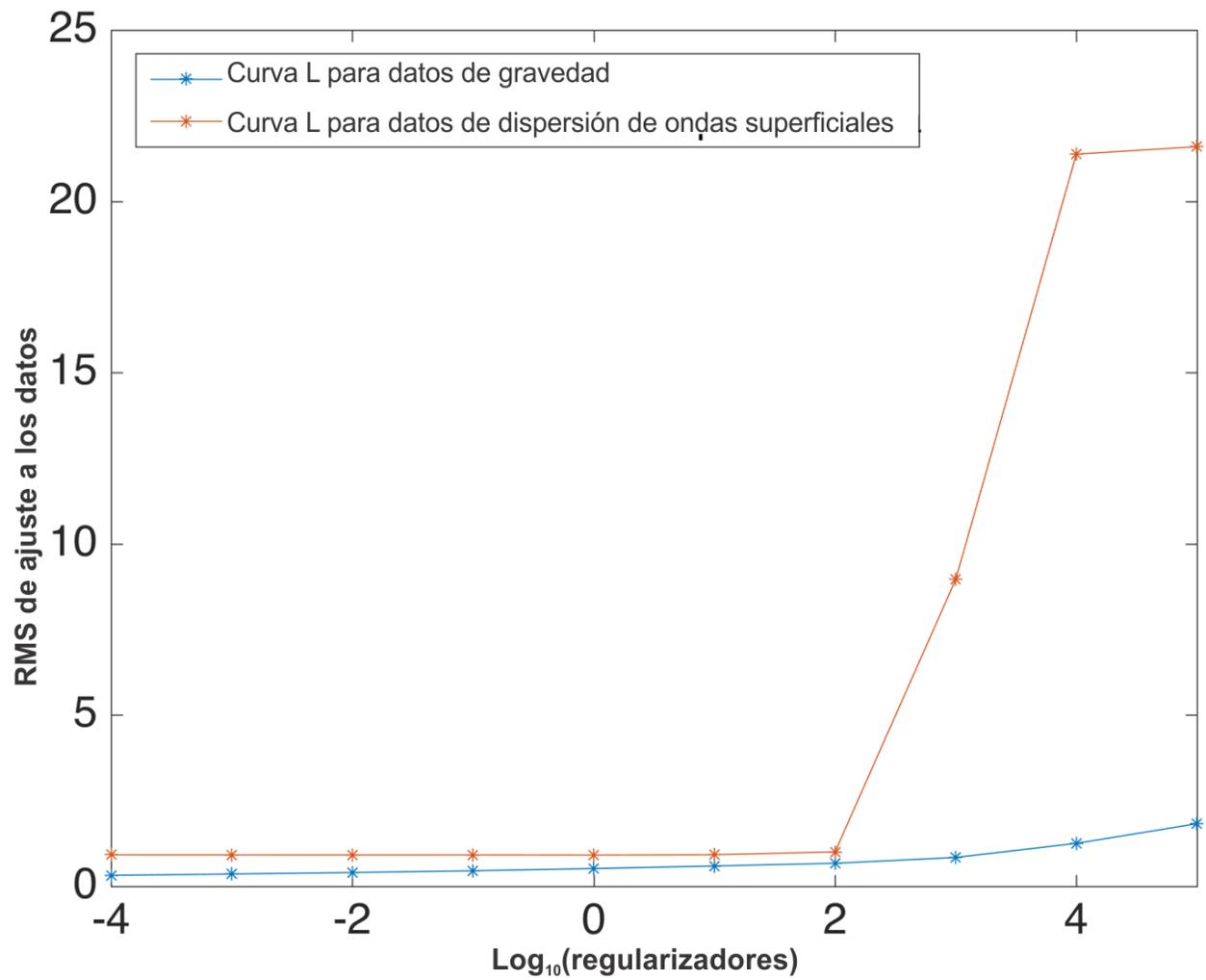
Anexo E: curvas L para los datos de campo.

Figura 39. Curvas L para los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales para los datos de campo.

Anexo F: sensibilidad de los datos de campo en secciones verticales.

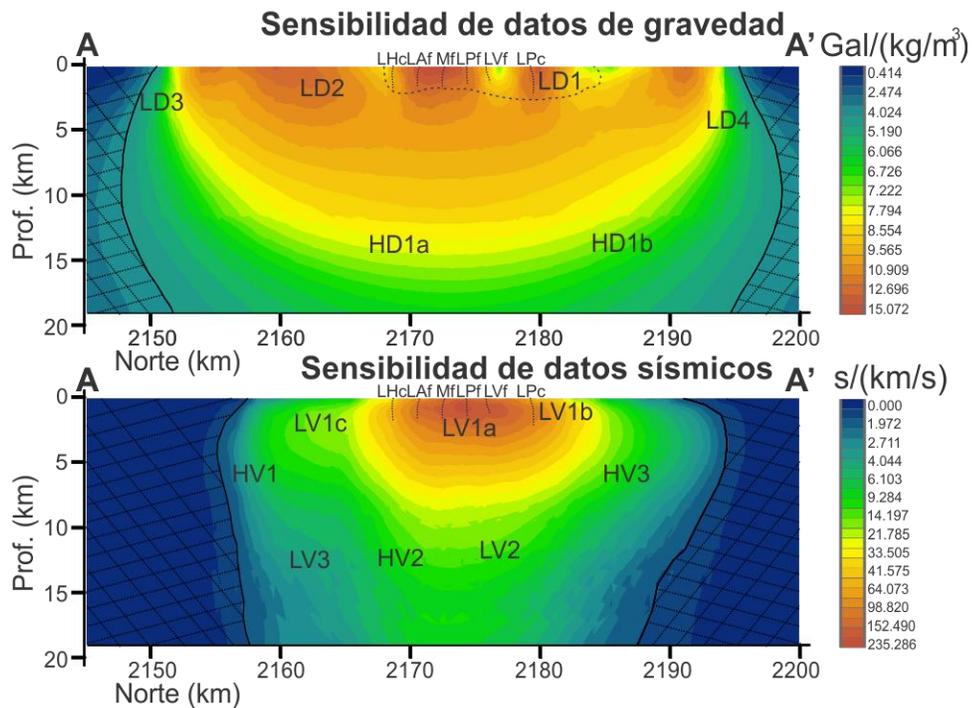


Figura 40. Sensibilidad de los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales en la sección vertical A-A'.

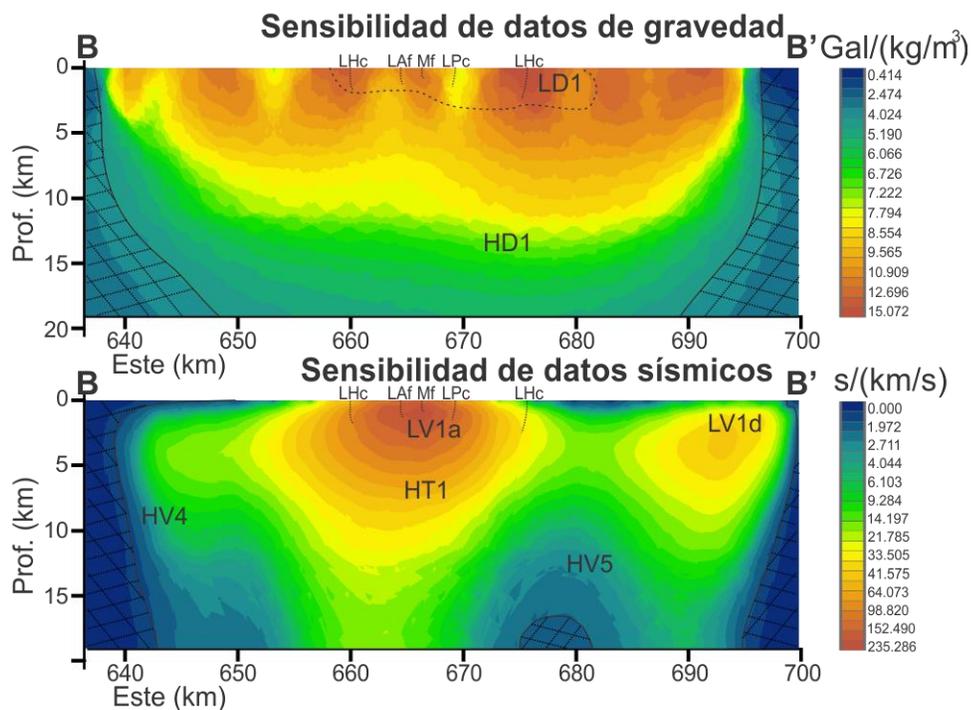


Figura 41. Sensibilidad de los datos de gravedad y de ondas sísmicas superficiales en la sección vertical B-B'.

Anexo G: residuales de la anomalía de Bouguer en el CGLH con los diferentes experimentos de regularización.

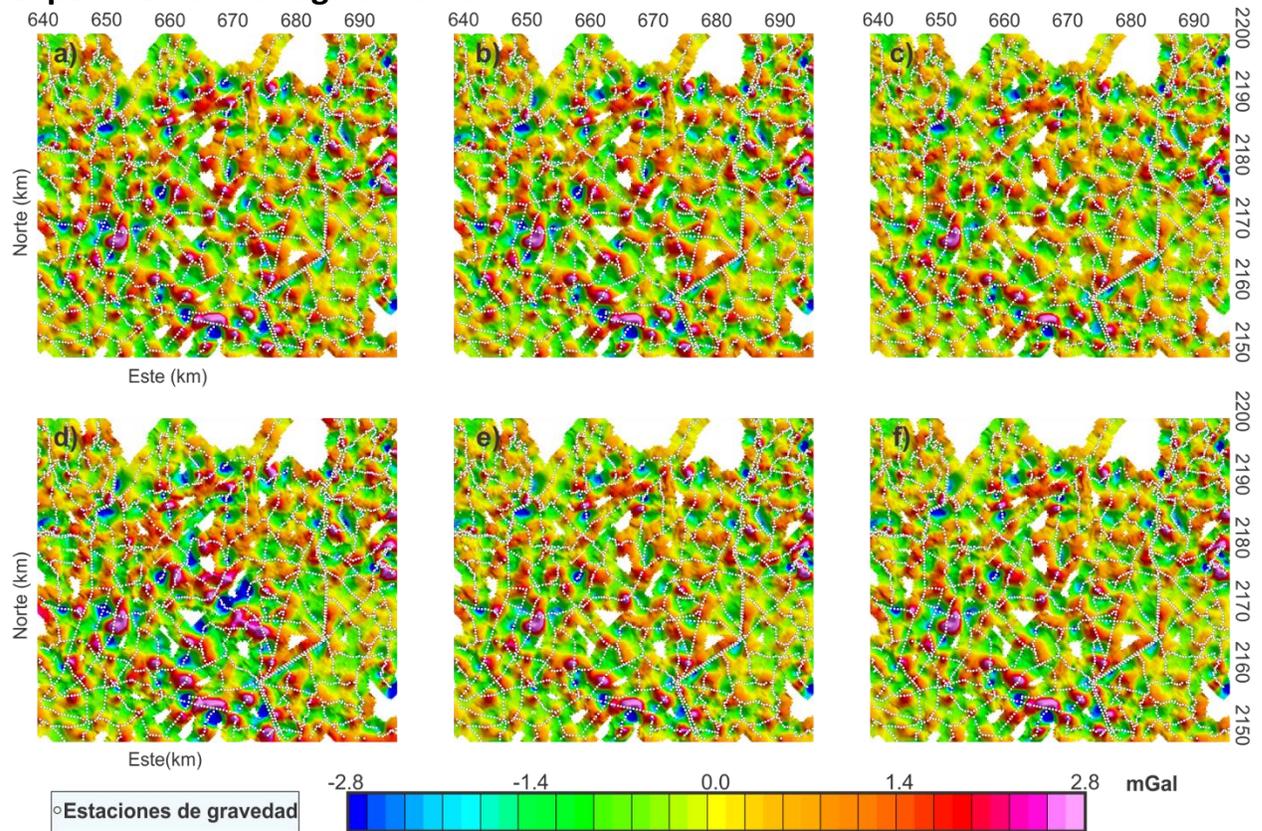


Figura 42. Mapas residuales para los datos de gravedad en el campo geotérmico de Los Humeros, en los experimentos con ajuste (a) polinomial de primer grado, (b) polinomial de segundo grado, (c) polinomial de tercer grado, (d) polinomial de tercer grado utilizando la estrategia secuencial, (e) polinomial de tercer grado usando Dg con $\alpha=4$ y (f) polinomial de tercer grado usando Dg con $\alpha=16$.