

La investigación reportada en esta tesis es parte de los programas de investigación del CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California).

La investigación fue financiada por el CONAHCYT (Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías).

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México). El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo o titular de los Derechos de Autor.

CICESE © 2024, Todos los Derechos Reservados, CICESE

# Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California



---

## Maestría en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada

---

### **Análisis de sensibilidad de la inversión sísmica de forma de onda completa 2D del campo Tiber, Cañón del Norte de Keathley, Golfo de México.**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias

Presenta:

**Raúl León Cortez**

Ensenada, Baja California, México

2024

Tesis defendida por

**Raúl León Cortez**

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Jonás de Dios de Basabe Delgado

Codirector de tesis

Dr. Mario González Escobar

Codirector de tesis

Dr. Antonio González Fernández

Dr. Héctor González Huizar

Dr. José Gómez Valdés



Dr. Diego Ruiz Aguilar

Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dra. Ana Denise Re Araujo

Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Raúl León Cortez como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

**Análisis de sensibilidad de la inversión sísmica de forma de onda completa 2D del campo Tiber, Cañón del Norte de Keathley, Golfo de México.**

Resumen aprobado por:

Dr. Jonás de Dios de Basabe Delgado

Codirector de tesis

Dr. Mario González Escobar

Codirector de tesis

El Golfo de México ha sido de gran relevancia para la industria petrolera debido a la presencia de múltiples domos de sal. Estos cuerpos, al ser mayormente impermeables, se comportan como una de las mejores trampas de hidrocarburos, por lo que su correcta representación es fundamental. No obstante, dado que estos cuerpos se caracterizan por tener altas velocidades de propagación y bajas densidades, la penetración de las ondas sísmicas a las partes más profundas del subsuelo se ve limitada, resultando en una pobre iluminación de los reflectores profundos. La inversión de forma de onda completa, caracterizada por generar imágenes del subsuelo de alta resolución, falla en obtener representaciones adecuadas cuando estas estructuras están presentes, principalmente debido al escaso contenido de bajas frecuencias. Ante esta problemática, se han desarrollado distintas metodologías basadas en el desarrollo de funciones de costo robustas que permitan la reconstrucción de los cuerpos salinos, además de limitar el impacto del ruido y la no linealidad del problema. Con base en lo anterior, en este trabajo se utilizó un esquema de inversión multietapas caracterizado por la combinación de las funciones objetivo Envelope y Global Correlation Norm (GCN). Para comprobar la efectividad de esta metodología, se seleccionó un modelo de velocidad perteneciente al campo Tiber, caracterizado por la presencia de un cuerpo masivo de sal y por su complejidad estructural, a partir del cual se definieron dos escenarios. El primer escenario consistió de una inversión sin ruido, mientras que para el segundo se definen tres niveles de ruido blanco, estableciendo un máximo de 5%. Como resultado, se obtuvo que la inversión por la envolvente es capaz de reconstruir los domos de sal generando una mejor aproximación del modelo inicial y permitiendo un mejor ajuste de los datos en la segunda etapa de inversión. Asimismo, a partir del análisis de sensibilidad, se obtuvo que, si bien la presencia de ruido provoca una disminución en la resolución de la solución, la metodología probó ser capaz de recuperar modelos que no divergen en gran medida del modelo objetivo.

**Palabras clave:** Inversión de forma de onda completa, modelo de velocidad, domo salino, campo Tiber, inversión multietapas, envolvente, GCN.

Abstract of the thesis presented by Raúl León Cortez as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Earth Sciences with orientation in Applied Geophysics.

**Sensitivity analysis of 2D full waveform inversion of seismic data from the Tiber field, Keathley Canyon, Gulf of Mexico.**

Abstract approved by:

PhD Jonás de Dios de Basabe Delgado

Thesis Co-Director

PhD Mario González Escobar

Thesis Co-Director

The Gulf of Mexico has been of great relevance to the oil industry due to the presence of multiple salt domes. These bodies, being mostly impermeable, act as some of the best hydrocarbon traps, making their accurate representation essential. However, since these structures are characterized by high propagation velocities and low densities, the penetration of seismic waves into the deeper parts of the subsurface is limited, resulting in poor illumination of deep reflectors. Full waveform inversion, known for generating high-resolution subsurface images, fails to adequately represent these structures, primarily due to the limited low-frequency content. To address this issue, various methodologies have been developed based on the creation of robust cost functions that enable the reconstruction of salt bodies, while also minimizing the impact of noise and the non-linearity of the problem. Based on this, a multi-stage inversion scheme was used in this study, characterized by the combination of the Envelope and Global Correlation Norm (GCN) objective functions. To verify the effectiveness of this methodology, a velocity model from the Tiber field was selected, which is characterized by the presence of a massive salt body and its structural complexity. From this model, two scenarios were defined. The first scenario involved noise-free inversion, while the second defined three levels of white noise, with a maximum of 5%. As a result, it was found that envelope inversion is capable of reconstructing the salt domes, providing a better approximation of the initial model and allowing for a better fit of the data in the second stage of inversion. Additionally, based on the sensitivity analysis, it was observed that while the presence of noise reduces the resolution of the solution, the methodology proved capable of recovering models that do not significantly diverge from the target model.

**Keywords: Full-waveform inversion, velocity model, salt dome, Tiber Oilfield, multistage inversion, envelope, GCN.**

## **Dedicatoria**

**A mis padres, María del Rosario Cortez Rodríguez y Raúl León Pinto, por haberme brindarme siempre todo su apoyo incondicionalmente, respaldar mis decisiones y siempre estar presentes en mi vida. Sin ustedes nada de esto hubiese sido posible.**

**Les agradezco infinitamente con todo mi corazón.**

**- Raúl León Cortez**

## Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California por permitirme realizar mis estudios de posgrado. Especialmente, al departamento de Ciencias de la Tierra por brindarme todas las facilidades para realizar la maestría.

Al Consejo Nacional de Humanidades Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

A la compañía BP, por haber compartido con nosotros los datos sísmicos utilizados en este trabajo de investigación.

Al laboratorio de supercómputo del Sistema de Laboratorios Especializados de la división de Ciencias de la Tierra del CICESE, por brindarme la herramienta computacional (clúster lamb) sin el cuál no habría sido posible el desarrollo de este trabajo de investigación.

A mis asesores, el Dr. Jonás de Dios de Basabe Delgado y Dr. Mario González Escobar, por todo su apoyo, paciencia, consejos y conocimientos compartidos.

A los miembros de mi comité: Dr. Antonio González Fernández, Dr. Héctor González Huizar y Dr. José Gómez Valdés, por su tiempo y valiosas recomendaciones.

A mis profesores, por compartir su conocimiento, paciencia, atención y ardua dedicación.

Al laboratorio de sísmica por su apoyo.

A mis amigos y compañeros que hicieron mi estancia más amena, especialmente a mis grandes amigos Arceo y Gabriel.

A mi familia, mis padres Rosario y Raúl, y a mi hermano Daniel, por su apoyo, cariño, consejos y ánimos brindados en todo momento.

A Yasmin, por su apoyo, cariño, atención, compañía, deseos, todos los buenos ánimos que me ha brindado, y por alentarme a ser mejor persona y nunca darme por vencido.

# Tabla de contenido

	Página
Resumen en español .....	ii
Resumen en inglés .....	iii
Dedicatoria .....	iv
Agradecimientos .....	v
Lista de figuras .....	viii
Lista de tablas .....	x
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	
1.1. Justificación .....	3
1.2. Hipótesis .....	3
1.3. Objetivos .....	4
1.3.1. Objetivo general .....	4
1.3.2. Objetivos específicos .....	4
1.4. Organización de la tesis .....	4
<b>Capítulo 2. Zona de estudio</b>	
2.1. Datos del Tiber .....	6
<b>Capítulo 3. Metodología</b>	
3.1. Modelado directo .....	8
3.1.1. Modelado de la propagación de ondas acústicas .....	10
3.2. Modelado adjunto .....	12
3.2.1. Función de costo .....	13
3.2.1.1. Función envolvente .....	14
3.2.1.2. Función por correlación global .....	16
3.3. Método adjunto .....	16
3.4. Optimización .....	17
3.5. Flujo de trabajo .....	19
3.6. Descripción de los ejercicios numéricos .....	21
<b>Capítulo 4. Discusión de resultados</b>	
4.1. Ejercicio numérico sin ruido .....	26
4.2. Ejercicio numérico con ruido .....	31
4.3. Análisis de convergencia .....	39
4.4. Dependencia del modelo inicial .....	42
<b>Capítulo 5. Conclusiones</b>	
5.1. Trabajo a futuro .....	48
<b>Literatura citada .....</b>	<b>49</b>

**Apéndices** ..... 52

# Lista de figuras

Figura	Página
1. Ubicación del Cañón Keathley y otros campos petroleros importantes del noroeste del Golfo de México . . . . .	5
2. Columna estratigráfica modificada de United States Geological Survey (USGS) del Cañón del Norte de Keathley . . . . .	6
3. Ubicación de la zona de estudio . . . . .	7
4. Descripción de la malla usada en SGFD para el problema elástico . . . . .	11
5. Efecto de la envolvente en el espectro de frecuencia de una ondícula de Ricker . . . . .	15
6. Esquema del procedimiento empleado para la selección del paso óptimo a partir de un ajuste parabólico de tres puntos. . . . .	18
7. Flujo general de inversión. . . . .	19
8. Flujo de trabajo de la metodología de inversión multietapas . . . . .	20
9. Ubicación de la sección de interés proveniente del modelo de velocidades obtenido de la línea 7445 . . . . .	22
10. Modelo de velocidad de la componente P vertical de la línea 7445 y sección de interés . . . . .	23
11. Geometría de adquisición Towed Streamer utilizada . . . . .	24
12. Propagación del frente de ondas a través del modelo de velocidad objetivo . . . . .	25
13. Sismogramas sintéticos obtenidos de la solución de la ecuación de onda acústica . . . . .	27
14. Ilustración de la energía acústica residual obtenida al comparar el sismograma objetivo y sismograma inicial del tiro 53 usando la función envolvente . . . . .	28
15. Comparación de los espectros de frecuencia de los datos observados e iniciales del tiro 53 obtenidos mediante una ondícula de Ricker y su envolvente . . . . .	28
16. Modelo de velocidad resultante de la primera fase de inversión . . . . .	29
17. Modelo de velocidad resultante de la segunda fase de inversión . . . . .	29
18. Energía acústica residual del tiro 53 después de un ajuste de 0 a 25 Hz . . . . .	30
19. Comparación de la primera ventana de tiempo de la Traza 87 observada, inicial y obtenidas por las etapas de inversión para el tiro 53 . . . . .	31
20. Comparación de la segunda ventana de tiempo de la Traza 87 observada, inicial y obtenidas por las etapas de inversión para el tiro 53 . . . . .	32
21. Comparación de la tercera ventana de tiempo de la Traza 87 observada, inicial y obtenidas por las etapas de inversión para el tiro 53 . . . . .	33
22. Sismogramas sintéticos obtenidos del tiro 53 . . . . .	34
23. Modelos de velocidad resultantes a partir de 1 %, 3 % y 5 % de ruido. . . . .	36
24. Modelos de velocidad resultantes para los tres niveles de ruido: 1 %, 3 % y 5 %, considerando un cambio relativo del error de $10^{-3}$ . . . . .	37

Figura	Página
25. Residual del campo de onda para los casos con 1 %, 3 % y 5 % . . . . .	38
26. Comparación de la primera ventana de tiempo de la traza 87 observada contra la resultante de cada etapa, para los diferentes niveles de ruido. . . . .	39
27. Comparación de la segunda ventana de tiempo de la traza 87 observada contra la resultante de cada etapa, para los diferentes niveles de ruido. . . . .	40
28. Comparación de la tercera ventana de tiempo de la traza 87 observada contra la resultante de cada etapa, para los diferentes niveles de ruido. . . . .	41
29. Evolución del residual a través de las iteraciones . . . . .	42
30. Modelos de velocidad obtenidos para los niveles de ruido del 1 % y 5 %, a partir de la estimación del modelo inicial. . . . .	43
31. Ajuste de la primera ventana de tiempo de la traza 87 observada tras cada etapa de inversión para los niveles de ruido del 1 % y 5 %, a partir de la estimación del modelo inicial. . . . .	45
32. Ajuste de la segunda ventana de tiempo de la traza 87 observada tras cada etapa de inversión para los niveles de ruido del 1 % y 5 %, a partir de la estimación del modelo inicial. . . . .	45
33. Ajuste de la tercera ventana de tiempo de la traza 87 observada tras cada etapa de inversión para los niveles de ruido del 1 % y 5 %, a partir de la estimación del modelo inicial. . . . .	46
34. Evolución del residual a través de las iteraciones para un nivel del 1 % y 5 % de ruido utilizando una aproximación al modelo inicial . . . . .	46
35. Perfiles de velocidad para el escenario sin ruido. . . . .	53
36. Perfiles de velocidad para el escenario con 40dB de ruido. . . . .	54
37. Perfiles de velocidad para el escenario con 34dB de ruido. . . . .	55
38. Perfiles de velocidad para el escenario con 26dB de ruido. . . . .	56
39. Perfiles de velocidad para el escenario con 40dB de ruido obtenidos considerando una mejor estimación del modelo inicial. . . . .	57
40. Perfiles de velocidad para el escenario con 26dB de ruido obtenidos considerando una mejor estimación del modelo inicial. . . . .	58

# Lista de tablas

Tabla	Página
1. Parámetros relevantes de los datos sísmicos. . . . .	7
2. Parámetros generales utilizados en la solución del problema directo. . . . .	23
3. Parámetros utilizados para la optimización del problema inverso. . . . .	23

# Capítulo 1. Introducción

---

La exploración de hidrocarburos en zonas con presencia de domos salinos ha sido de gran interés durante más de cinco décadas debido a las ventajas que estas estructuras geológicas ofrecen. Estos cuerpos de sal, tienen la característica de ser impermeables lo cual los convierte en excelentes trampas de hidrocarburos pues a medida que estos penetran los estratos de roca, van formando depósitos de petróleo y gas (Britannica, 2019; Geoscience News and Information, 2024). Además, la sal se caracteriza por tener una baja densidad y una alta velocidad de propagación de ondas sísmicas, permitiendo que los métodos sísmicos, principalmente el método sísmico de reflexión, sean capaces de identificar los contrastes de densidad y velocidad entre la sal y los sedimentos a su alrededor.

El Golfo de México se caracteriza por la presencia de más de 500 domos de sal (Marine Conservation Institute, 2024) convirtiéndolo en una de las regiones más prominentes a nivel mundial y una de las más importantes para la exploración de hidrocarburos. El campo petrolero Tiber, ubicado en el norte de esta región, es un ejemplo de lo anterior ya que alberga múltiples depósitos de hidrocarburos por debajo de enormes estructuras salinas, lo que lo convierte en una zona de alta relevancia.

A pesar de que los domos de sal presentan muchas ventajas en la industria petrolera, también traen consigo una serie de desafíos. Los domos de sal, al presentar diferencias considerables en la velocidad de propagación, en comparación con las rocas clásticas circundantes, dificultan la penetración de las ondas sísmicas a las partes más profundas del subsuelo. Además, dado que los domos de sal son de gran tamaño y las velocidades internas cambian lentamente o permanecen constantes, la información sísmica registrada en superficie carece de información sobre las ondas reflejadas desde el interior del domo de sal (Guoxin et al., 2020) lo que limita la capacidad de los métodos sísmicos para ver más allá del domo. Esto puede traducirse en una pobre iluminación de los reflectores subyacentes, así como en la atenuación de sus amplitudes sísmicas, factores que complican la obtención de imágenes claras del subsuelo mediante técnicas de representación sísmica convencionales, resaltando la necesidad de enfoques más avanzados.

La inversión de forma de onda completa (FWI, por sus siglas en inglés) (Lailly, 1983; Tarantola, 1984) es una poderosa técnica de análisis de datos sísmicos caracterizada por generar imágenes del subsuelo de alta resolución. Esta técnica utiliza la información de los sismogramas, resultado de la propagación de ondas a través de un medio, para extraer las propiedades físicas del mismo a partir de un proceso de ajuste entre los datos sintéticos y los observados (Virieux & Operto, 2009). El procedimiento de ajuste de datos en FWI involucra tres procesos principales. El primero, consiste en calcular la diferencia entre los datos iniciales y los datos observados mediante una función objetivo. El segundo, conocido

como modelado adjunto, involucra la obtención del gradiente a partir de la propagación hacia atrás de la energía residual. Por último, el tercer proceso se centra en ajustar los parámetros del modelo de forma iterativa tal que la energía residual se minimice y exista una convergencia óptima.

La técnica de FWI ha ganado popularidad en las últimas dos décadas llegando a formar parte del flujo de trabajo convencional. No obstante, esta es una técnica altamente no lineal lo que implica una alta sensibilidad al ruido y errores presentes en los datos, además de ser altamente dependiente del modelo inicial, por lo que si la selección de este modelo resulta ser lejano del ideal, el proceso de optimización puede no converger a la solución deseada (Virieux & Operto, 2009; Chi et al., 2014). Lo anterior, en conjunto con la presencia de domos salinos y la complejidad en la delimitación de estos cuerpos, se traduce en un problema muy desafiante, incluso para la inversión de forma de onda completa. Ante estas problemáticas, se han definido diferentes metodologías basadas en la implementación de algoritmos de optimización más eficientes (Nocedal & Wright, 2006) y la formulación de funciones de costo más robustas que permitan construir modelos de velocidad incluso en zonas de gran complejidad geológica, recuperar información de bajas frecuencias, así como limitar el efecto del ruido y no linealidad en el problema de inversión (Kalita et al., 2019; Chang et al., 2019; Li et al., 2021; Luo et al., 2023). En particular, la investigación en torno a las funciones de costo se ha enfocado en definir alternativas a la norma  $L^2$ , que se sabe sufre de problemas como el cycle-skipping debido al poco contenido de bajas frecuencias y errores en la estimación de la ondícula (Virieux & Operto, 2009; Dong et al., 2019), además de ser muy sensible al ruido. Por ello, se han formulado nuevos enfoques que aborden y mitiguen dichos obstáculos. Entre las alternativas se encuentran las funciones basadas en la envolvente (Bozdogan et al., 2011; Chi et al., 2014; Jingrui & Ru-Shan, 2015), la fase instantánea (Bozdogan et al., 2011), el tiempo de viaje (Dong et al., 2019; Guo et al., 2021), y funciones que modifican la norma  $L^2$  y envolvente mediante el enfoque de la correlación global (Choi & Alkhalifah, 2012; Ju-Won & Alkhalifah, 2018), entre otras.

Dentro de las alternativas, la función basada en la envolvente toma relevancia pues ha demostrado reducir la no linealidad del problema de inversión, así como también ha demostrado ser de utilidad para la recuperación de las componentes de bajas y ultra bajas frecuencias (menores a 1 Hz), mostrando una relación directa con las componentes de longitud de onda larga. En el caso de la recuperación de cuerpos masivos de sal, donde existe la ausencia de un modelo inicial fiable y donde la información sísmica de baja frecuencia es indispensable, la inversión de la envolvente puede ser considerada como una estrategia clara para una reconstrucción precisa de las componentes de longitud de onda larga de los domos de sal, que a menudo son inexistentes en los datos observados (Guoxin et al., 2020). Para el caso de las frecuencias medias y altas, dado que la envolvente carece de precisión, es necesario definir estrategias

adicionales, siendo la combinación de funciones objetivo, también llamada inversión multietapas, una de ellas. En este caso, la norma  $L^2$  se mantiene como la más empleada puesto que la dificultad del problema disminuye enormemente cuando se tiene un modelo inicial más fiable. Sin embargo, la presencia del ruido sigue siendo algo a considerar. La función por correlación global (GCN, por sus siglas en inglés) surge como una opción más viable pues esta reduce la sensibilidad del residual a los errores de las amplitudes, mejorando su rendimiento cuando la ondícula de la fuente es desconocida (Choi & Alkhalifah, 2012).

En este trabajo de investigación, se plantea la aplicación de un esquema de inversión multietapas combinando las funciones objetivo Envelope y GCN, utilizando el software de código abierto DENISE (Köhn, 2011; Köhn et al., 2012), para la recuperación de cuerpos masivos de sal en una región del Golfo de México y el análisis de sensibilidad de la metodología en presencia de ruido.

## **1.1. Justificación**

El campo petrolero Tiber, ubicado en el norte del Golfo de México, es uno de los yacimientos más prometedores. Comprende múltiples depósitos de petróleo y su contenido en general se estima que ronda de 4 a 6 mil millones de barriles de petróleo. Sin embargo, las reservas ubicadas en el Golfo de México se encuentran por debajo de cuerpos salinos con espesores mayores a 2 kilómetros lo que representa un reto para las técnicas de imagen y generación de modelos de velocidad convencionales. Por esta razón, la implementación de técnicas de alta resolución, FWI, a través de metodologías distintas a las convencionales para la generación de modelos de velocidad y delimitación de estructuras complejas toma relevancia.

## **1.2. Hipótesis**

La inversión multietapas de forma de onda completa combinando funciones objetivo es un esquema robusto para la recuperación de modelos de velocidades y estructuras salinas incluso en presencia de ruidos aleatorios en los datos sísmicos.

## **1.3. Objetivos**

### **1.3.1. Objetivo general**

Aplicar un esquema multietapa de inversión de forma de onda completa combinando funciones objetivo para la obtención de modelos de velocidades que logren representar de forma adecuada estructuras salinas complejas.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Realizar inversión de forma de onda completa acústica 2D usando software de código abierto.
- Aplicar FWI utilizando el modelo de velocidades del campo Tiber.
- Combinar funciones objetivo basadas en la envolvente de los datos en conjunto con la norma de correlación global.
- Analizar la sensibilidad al ruido de la metodología planteada y demostrar su factibilidad.

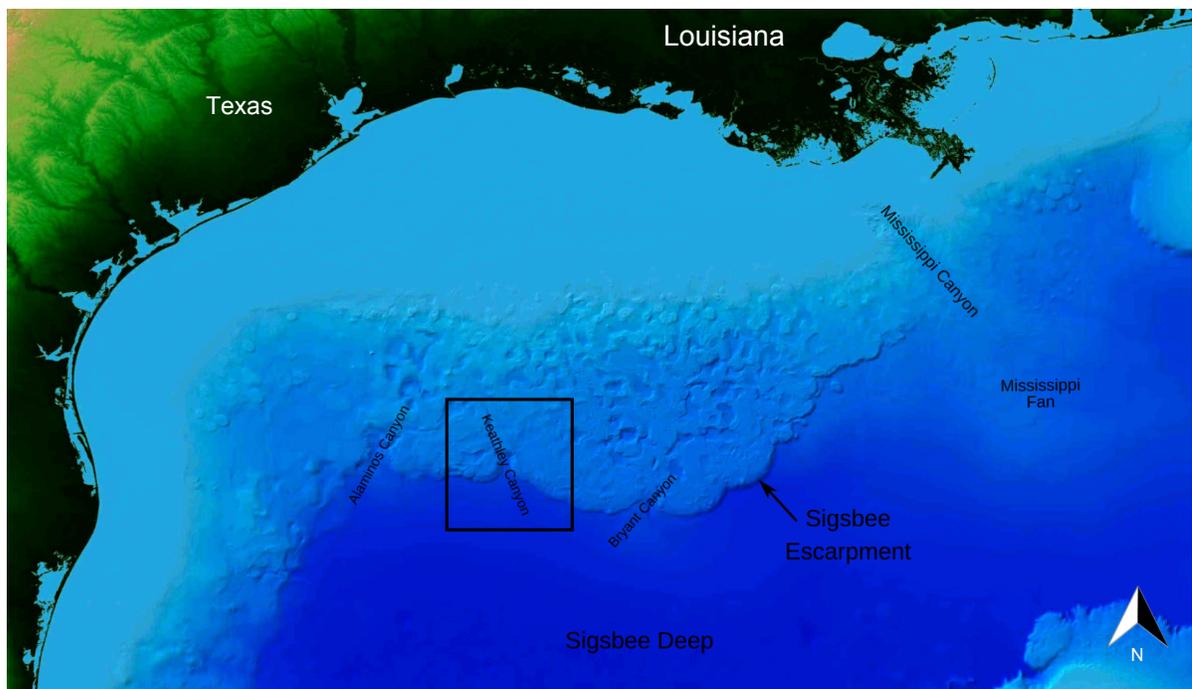
## **1.4. Organización de la tesis**

Este trabajo está dividido en 5 capítulos. El primer capítulo corresponde a la introducción. El segundo capítulo, describe la zona de estudio y la información utilizada. El tercer capítulo, describe la metodología empleada para el esquema de inversión multietapas. Asimismo, en este capítulo se describe el flujo de trabajo empleado y los ejercicios numéricos utilizados. El cuarto capítulo, presenta una discusión de los resultados obtenidos de las inversiones para los casos con ruido y sin ruido. Por último, en el quinto capítulo se examinan las conclusiones de este trabajo de investigación.

## Capítulo 2. Zona de estudio

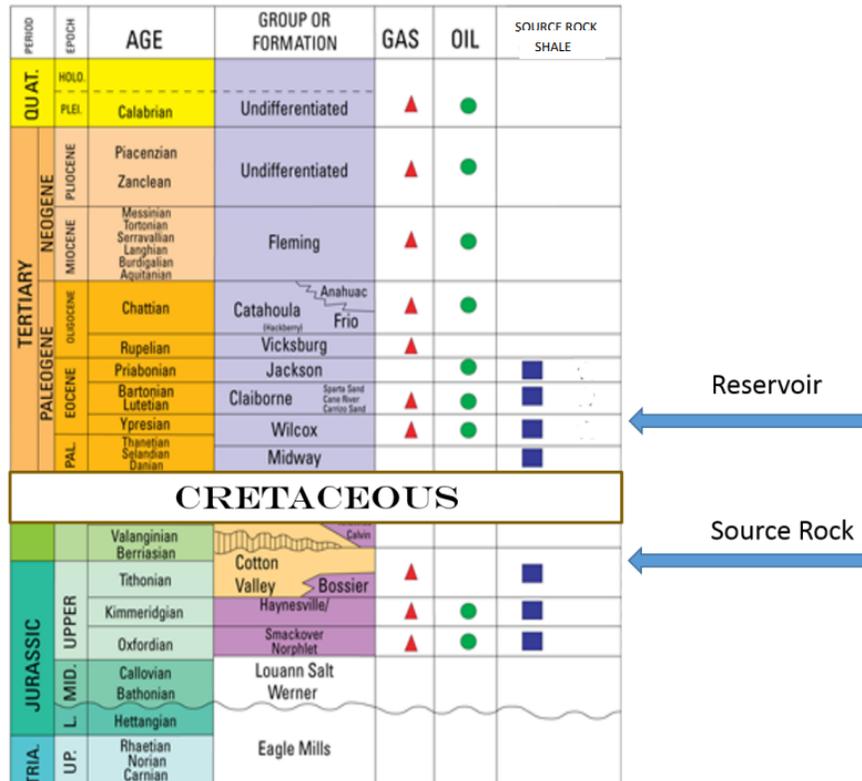
El Cañón de Keathley es un cañón submarino rico en yacimientos petroleros ubicado en el Golfo de México, representado por el recuadro negro en la figura 1. Dentro de los campos que conforman este cañón se encuentra en campo Tiber siendo este un yacimiento petrolífero de aguas profundas (400 a 1520 m) ubicado en el Norte del Cañón de Keathley, Golfo de México, situado a aproximadamente 400 km al sureste de Houston y 480 km al suroeste de Nueva Orleans, perteneciente al bloque 102 en el sector estadounidense del Golfo de México. Este campo fue descubierto en el año 2009 y descrito como un yacimiento gigante con un estimado mayor de 3 mil millones de barriles de crudo (Dow Jones Deutschland, 2009).

El Cañón del Norte de Keathley se caracteriza por la presencia de enormes cuerpos salinos, con espesores estimados entre 2 y 6 km. Por debajo de estos cuerpos, se ha sugerido la presencia de depósitos de arenas pertenecientes a la Formación Wilcox, del Terciario Inferior, que son de gran relevancia para la exploración petrolera. Esta formación consiste en depósitos de turbiditas que se extienden desde el Paleoceno tardío hasta el Eoceno temprano, y representan la transición desde el relleno de la cuenca, dominado por carbonatos, hacia un ambiente de sedimentación siliciclástica (Mackey et al., 2012).



**Figura 1.** Ubicación del Cañón Keathley y otros campos petroleros importantes del noroeste del Golfo de México. Imagen modificada, tomada de [https://en.wikipedia.org/wiki/Keathley\\_Canyon](https://en.wikipedia.org/wiki/Keathley_Canyon).

De acuerdo con Malbrough (2015), la roca generadora del campo Tiber consiste de Lutita del Titoniano, Jurásico Superior, mientras que la roca almacén consiste en arenas del Terciario inferior, tal como se muestra en la figura 2. Con respecto a la geología estructural del campo Tiber, este campo se describe como una estructura anticlinal de 4 vías con dos crestas, depresión norte y depresión sur, con 2-4° de echado.



**Figura 2.** Columna estratigráfica modificada de United States Geological Survey (USGS) del Cañón del Norte de Keathley, tomada de Malbrough (2015).

## 2.1. Datos del Tiber

El conjunto de datos del Tiber, proporcionados por la compañía BP, consistieron de dos subconjuntos de datos sísmicos; uno para el área mayor y otro para el área menor, ambos representados en la figura 3 por los polígonos verde y morado, y un modelo de velocidad 3D perteneciente a un proyecto mayor llamado Tigris, representado por el recuadro rojo en la figura 3.

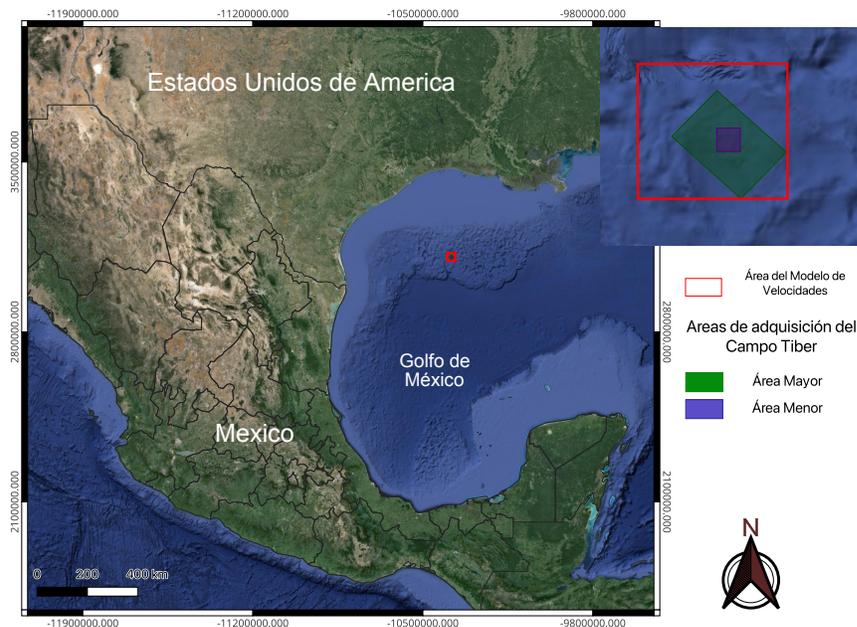
Los datos sísmicos fueron adquiridos utilizando una técnica de adquisición tipo WATS (wide-azimuth towed streamer), caracterizado por los parámetros de la tabla 1. Por otro lado, el modelo de velocidad

proporcionado fue obtenido utilizando anisotropía TTI (Tilted Transverse Isotropy) contemplando 2208 inlines, 2462 crosslines y 3601 muestras (con intervalos de 16.404 pies), a partir del cual se obtuvieron 6 componentes:  $P$ ,  $\Theta$ ,  $\Delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\Phi$  y la componente  $P$  vertical, las cuales representan la velocidad de onda  $P$  a lo largo del eje de simetría, el ángulo de inclinación del eje de simetría, los dos parámetros de Thomsen ( $\epsilon$  y  $\Phi$ ), el azimut y la velocidad de onda  $P$  en la dirección vertical, respectivamente.

En este trabajo, se utilizó únicamente la información proveniente del modelo de velocidad para la aplicación de la metodología y, dado que el esquema de inversión utilizado consiste de un medio 2D isótropo, se consideró solamente la componente  $P$  vertical pues esta describe la velocidad de las ondas  $P$  en la dirección perpendicular al subsuelo.

**Tabla 1.** Parámetros relevantes de los datos sísmicos.

Parámetro	Medida
Intervalo entre grupo	12.5 metros
Grupos por streamer	648
Profundidad del streamer	12 metros
Tiempo de grabación	14 segundos
Intervalo de muestreo	2 milisegundos
Profundidad de la fuente	10 metros
Frecuencia máxima	65 Hz



**Figura 3.** Ubicación de la zona de estudio, siendo el campo Tiber la región delimitada por el recuadro verde y el proyecto Tigris delimitado por el cuadrado rojo.

## Capítulo 3. Metodología

---

La técnica de inversión de forma de onda completa (FWI, por sus siglas en inglés) se define como un procedimiento iterativo y altamente no lineal que busca obtener imágenes cuantitativas del subsuelo a partir de un ajuste de los sismogramas modelados con los observados mediante el uso completo del campo de onda (Virieux & Operto, 2009). Para lograr dicho ajuste, se minimiza una función objetivo que cuantifica la discrepancia entre los datos sísmicos observados y modelados, lo cual representa la energía elástica o acústica residual (Köhn, 2011).

El proceso de esta técnica consta de tres etapas principales: modelado directo, modelado adjunto y optimización. El modelado directo consiste en la solución de la ecuación de onda para la generación de sismogramas sintéticos a partir de un modelo del subsuelo. El modelado adjunto, involucra la obtención del gradiente a partir de la propagación hacia atrás del residual. Por último, la optimización se centra en ajustar los parámetros del modelo iterativamente minimizando la discrepancia.

En este capítulo, se describe la metodología empleada en cada una de estas tres etapas. Asimismo, se presenta el flujo de trabajo empleado en este proyecto de investigación para la solución de los ejercicios planteados.

### 3.1. Modelado directo

El problema directo consiste en simular la propagación de las ondas sísmicas a través de un medio el cual se comporta como una representación del subsuelo. Para modelar dicha propagación, se puede utilizar la siguiente ecuación

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = f_i \quad (1)$$

conocida como la ecuación de onda elástica, donde  $\rho$  es la densidad,  $u$  el desplazamiento,  $\sigma$  el tensor de esfuerzo y  $f$  una fuerza externa. Considerando la ecuación constitutiva

$$\sigma_{ij} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (2)$$

donde

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$\Theta = \nabla \cdot u = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (4)$$

siendo  $\lambda$  y  $\mu$  los parámetros de Lamé, en conjunto con la ecuación 1, se obtiene la formulación del desplazamiento de la ecuación de onda. No obstante, para cuestiones de simulación con diferencias finitas con mallado intercalado se usa una versión diferente que expresa el desplazamiento en términos de velocidad conocida como la formulación de esfuerzo-velocidad representado por el siguiente sistema de ecuaciones

$$\rho(x) \frac{\partial v_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = f_i \quad (5)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

La ecuación anterior puede ser simplificada considerando la propagación de ondas en medios acústicos donde las fuerzas de corte están ausentes ocasionando que el módulo  $\mu$  sea igual a cero. Por tanto, reescribiendo la ecuación 2 considerando el módulo de corte como  $\mu = 0$ , obtenemos la siguiente ecuación

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot u = -p \delta_{ij} \quad (7)$$

donde  $p := -\lambda \nabla \cdot u$ . Considerando lo anterior, la ecuación 1 puede reescribirse como

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} = f_i \quad (8)$$

siendo  $p$  la presión. Dividiendo la ecuación 8 por la densidad y tomando la divergencia (Aki & Richards, 2002; Fichtner, 2011), se obtiene la ecuación de onda acústica definida como

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = v_p^2 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + f_p \quad (9)$$

donde  $f_p$  representa una fuente de presión.

### 3.1.1. Modelado de la propagación de ondas acústicas

La simulación de la propagación de las ondas es un tema ampliamente investigado en el cual se han desarrollado varios métodos numéricos para la solución de las ecuaciones diferenciales parciales descritas anteriormente, siendo los métodos basados en Diferencias finitas (Alford et al., 1974; Virieux, 1986) y Elementos espectrales (Komatitsch & Vilotte, 1998; Komatitsch & Tromp, 1999), los más utilizados.

El método de Diferencias Finitas (FD, por sus siglas en inglés) (Alford et al., 1974) consiste en calcular las variables (presión, campo de velocidades, esfuerzos, etc.) en un mismo nodo haciendo uso de una malla regular. No obstante, dentro de este método existe una variante muy popular conocida como “Diferencias finitas con mallado intercalado” o “Staggered Grid Finite Differences” (SGFD, por sus siglas en inglés) caracterizado por una mayor precisión y estabilidad en comparación con el método convencional, en donde las variables no están ubicadas en los mismos nodos de la malla sino que estos se encuentran intercalados por un factor de  $dh/2$ , siendo  $dh$  la distancia entre nodos (Virieux, 1986), tal como se muestra en la figura 4.

Para simular la propagación de las ondas existen varios software de código abierto. En este caso, se utilizó el software libre DENISE (subwavelength DEtail resolving Nonlinear Iterative SEismic inversion) el cual permite la solución del problema elástico y acústico a partir de operadores de diferencias finitas de orden superior (Köhn, 2011) utilizando el método SGFD. Para el caso elástico, la ecuación de onda usada es la descrita en la ecuación 5. Por otro lado, para el caso acústico, DENISE utiliza una versión acústica de la formulación esfuerzo-velocidad.

Para poder determinar esta versión de la ecuación acústica, es necesario representar el tensor de esfuerzo  $\sigma$  en términos de la presión y, de igual forma que en el caso elástico, representar el desplazamiento en términos de la velocidad, obteniendo el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho \frac{\partial v_y}{\partial t}\end{aligned}\tag{10}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)\tag{11}$$

donde  $K = \rho c^2$ , siendo  $K$  el módulo de compresibilidad. Las ecuaciones 10 y 11 son las expresiones que representan la evolución en tiempo de la velocidad y presión, respectivamente.

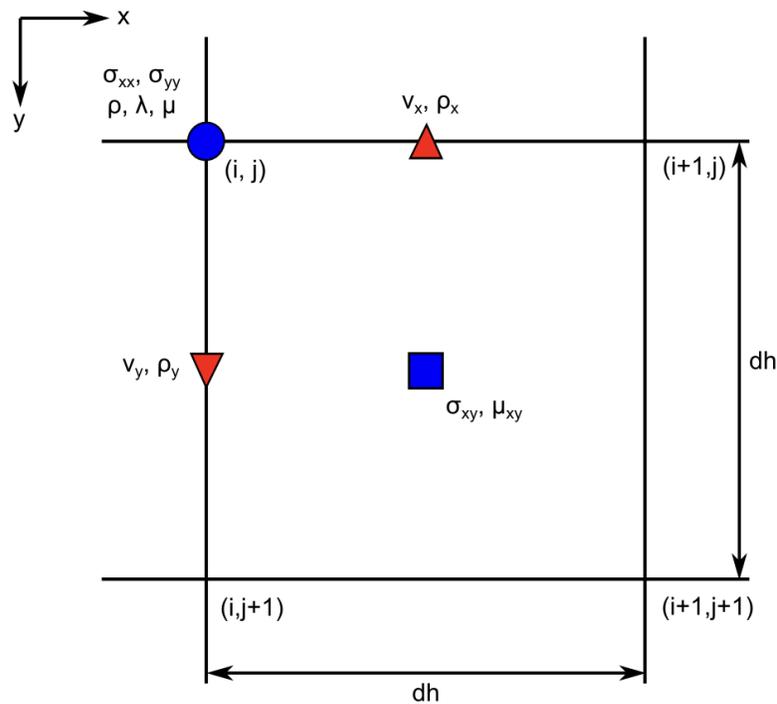
Discretizando  $\frac{\partial p}{\partial x}$  y  $\frac{\partial p}{\partial y}$  en la ecuación 10 utilizando un operador de diferencias finitas de cuarto orden, obtenemos lo siguiente

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &\approx \frac{1}{dh} [\beta_1(p_{i+1,j} - p_{i,j}) + \beta_2(p_{i+2,j} - p_{i-1,j})] \\ \frac{\partial p}{\partial y} &\approx \frac{1}{dh} [\beta_1(p_{i,j+1} - p_{i,j}) + \beta_2(p_{i,j+2} - p_{i,j-1})]\end{aligned}\quad (12)$$

Donde los términos  $\beta_k$  representan los coeficientes de Holberg (Holberg, 1987) utilizados principalmente en operadores de diferencias finitas de alto orden para reducir el número necesario de puntos por longitud de onda sin generar problemas de pérdida de precisión o dispersión numérica, así como para mejorar la precisión de la solución.

Sustituyendo 12 en 10 y discretizando las derivadas parciales de la presión,

$$\begin{aligned}\frac{v_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1} - v_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^n}{dt} &= -\frac{1}{\rho dh} [\beta_1(p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) + \beta_2(p_{i+2,j}^n - p_{i-1,j}^n)] \\ \frac{v_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1} - v_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^n}{dt} &= -\frac{1}{\rho dh} [\beta_1(p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) + \beta_2(p_{i,j+2}^n - p_{i,j-1}^n)]\end{aligned}\quad (13)$$



**Figura 4.** Descripción de la malla usada en SGFD para el problema elástico, tomada de Köhn (2011).

Despejando los términos  $v_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1}$  y  $v_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1}$ , se obtienen las expresiones necesarias para modelar la evolución de la velocidad descritas como

$$\begin{aligned} v_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1} &= v_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^n - \frac{dt}{\rho dh} \left[ \beta_1(p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) + \beta_2(p_{i+2,j}^n - p_{i-1,j}^n) \right] \\ v_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1} &= v_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^n - \frac{dt}{\rho dh} \left[ \beta_1(p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) + \beta_2(p_{i,j+2}^n - p_{i,j-1}^n) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

De igual forma para la ecuación 11, discretizamos  $v_x$  y  $v_y$  usando un operador de cuarto orden,

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{1}{dh} \left[ \beta_1 \left( v_{x_{i+\frac{1}{2},j}} - v_{x_{i-\frac{1}{2},j}} \right) + \beta_2 \left( v_{x_{i+\frac{3}{2},j}} - v_{x_{i-\frac{3}{2},j}} \right) \right] \\ v_y &= \frac{1}{dh} \left[ \beta_1 \left( v_{y_{i,j+\frac{1}{2}}} - v_{y_{i,j-\frac{1}{2}}} \right) + \beta_2 \left( v_{y_{i,j+\frac{3}{2}}} - v_{y_{i,j-\frac{3}{2}}} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Sustituyendo 15 en 11 y discretizando  $\frac{\partial p}{\partial t}$

$$\frac{(p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n)}{dt} = \frac{-K}{dh} [v_x + v_y] \quad (16)$$

siendo  $v_x$  y  $v_y$  las ecuaciones descritas en 15. Despejando  $p_{i,j}^{n+1}$ , se obtiene la expresión que determina la evolución de la presión en el tiempo, definida como

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n - \frac{K dt}{dh} [v_x + v_y] \quad (17)$$

### 3.2. Modelado adjunto

El modelado inverso, es una estrategia matemática ampliamente usada en el área de las geociencias que consiste en determinar los parámetros o propiedades físicas de un modelo a partir de un conjunto de datos observados.

Dentro de todas las técnicas de inversión de datos sísmicos que existen, la inversión de forma de onda completa se destaca por ser una poderosa técnica de análisis de datos sísmicos caracterizada por la obtención de imágenes del subsuelo de alta resolución. No obstante, esta se caracteriza por ser un problema altamente no lineal, lo que se traduce en una alta sensibilidad al ruido, imprecisiones y bajo o nulo contenido de bajas frecuencias, además de ser una técnica dependiente del modelo inicial. Estas

complejidades, en conjunto de la presencia de estructuras geológicas complejas, convierten el problema de inversión en un reto muy desafiante. Un ejemplo de dicha complejidad es la presencia de domos salinos, que tienen la característica de ser mayormente impermeables, de alta velocidad y baja densidad (Li et al., 2021), lo que dificulta la propagación de las ondas sísmicas en las partes más profundas del subsuelo, resultando en una pobre iluminación de los reflectores profundos, así como también en la atenuación de las amplitudes sísmicas.

Con el fin de mitigar los problemas antes mencionados, se han definido diferentes funciones objetivo, también llamadas funciones de costo, que permitan comparar los datos de una manera más rigurosa disminuyendo la posibilidad de convergencia a un mínimo local y permitiendo la construcción precisa de los modelos de velocidad del subsuelo incluso en zonas de gran complejidad geológica. Dos funciones que se han destacado son la función de costo basada en la envolvente (Chi et al., 2014; Jingrui & Ru-Shan, 2015) y en la función por norma de correlación global (GCN, por sus siglas en inglés) (Choi & Alkhalifah, 2012), descritas a continuación.

### 3.2.1. Función de costo

La técnica de FWI consiste principalmente en comparar los datos a través de una función de costo. La forma tradicional se basa en la utilización de la norma  $L2$  que puede definirse como

$$\chi(m) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^t [u(x_s, x_r, t) - u_o(x_s, x_r, t)]^2 dt \quad (18)$$

donde  $m$ ,  $u(x_s, x_r, t)$ ,  $u_o(x_s, x_r, t)$ ,  $s$  y  $r$  representan los parámetros del modelo, datos modelados, datos observados, fuente y receptores, respectivamente. Considerando una densidad constante y la velocidad  $P$  como el parámetro de nuestra inversión, el gradiente de la Norma  $L2$  puede representarse por la siguiente expresión

$$\frac{\partial \chi}{\partial v_p} = \sum_{s,r} \int_0^t \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u_s(x, t) dt \quad (19)$$

siendo este gradiente calculado a partir de la correlación cruzada entre el campo de ondas modelado,  $u$ , y el campo de ondas adjunto propagado hacia atrás,  $u_s$ , definido por la función de la fuente adjunta (Tarantola, 1984).

### 3.2.1.1. Función envolvente

La función de costo basada en la envolvente consiste en comparar las envolventes de los datos modelados y los datos observados, en lugar de comparar los datos directamente tal como se muestra en la ecuación 18. Para esto, consideremos una señal analítica sin componentes de frecuencia negativa definida como

$$\tilde{f}(t) = f(t) - i\mathcal{H}f(t) \quad (20)$$

donde  $f(t)$  es una señal real y  $\mathcal{H}$  representa la transformada de Hilbert (Bozdag et al., 2011). Escribiendo  $\tilde{f}(t)$  en términos de la amplitud y fase instantánea se tiene que

$$\tilde{f}(t) = E(t)e^{i\phi(t)} \quad (21)$$

Siendo  $E(t) = \sqrt{\text{Re}\{\tilde{f}(t)\}^2 + \text{Im}\{\tilde{f}(t)\}^2}$ , que describe la amplitud, conocida como la envolvente de la señal, y  $\phi(t) = \arctan\frac{\text{Im}\{\tilde{f}(t)\}}{\text{Re}\{\tilde{f}(t)\}}$ , que describe la fase, conocida como la fase instantánea (Bozdag et al., 2011). Reescribiendo 18 en términos de la envolvente obtenemos la siguiente expresión

$$\chi_E(m) = \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^t [E(x_s, x_r, t) - E_o(x_s, x_r, t)]^2 dt \quad (22)$$

donde  $E(x_s, x_r, t)$  y  $E_o(x_s, x_r, t)$  son la envolvente de los datos modelados y observados, respectivamente, calculadas como  $E(t) = \sqrt{d^2(t) + \tilde{d}^2(t)}$ , siendo  $d$  los datos modelados u observados y  $\tilde{d}$  la obtenida por la ecuación 20 (Bozdag et al., 2011; Chi et al., 2014; Jingrui & Ru-Shan, 2015).

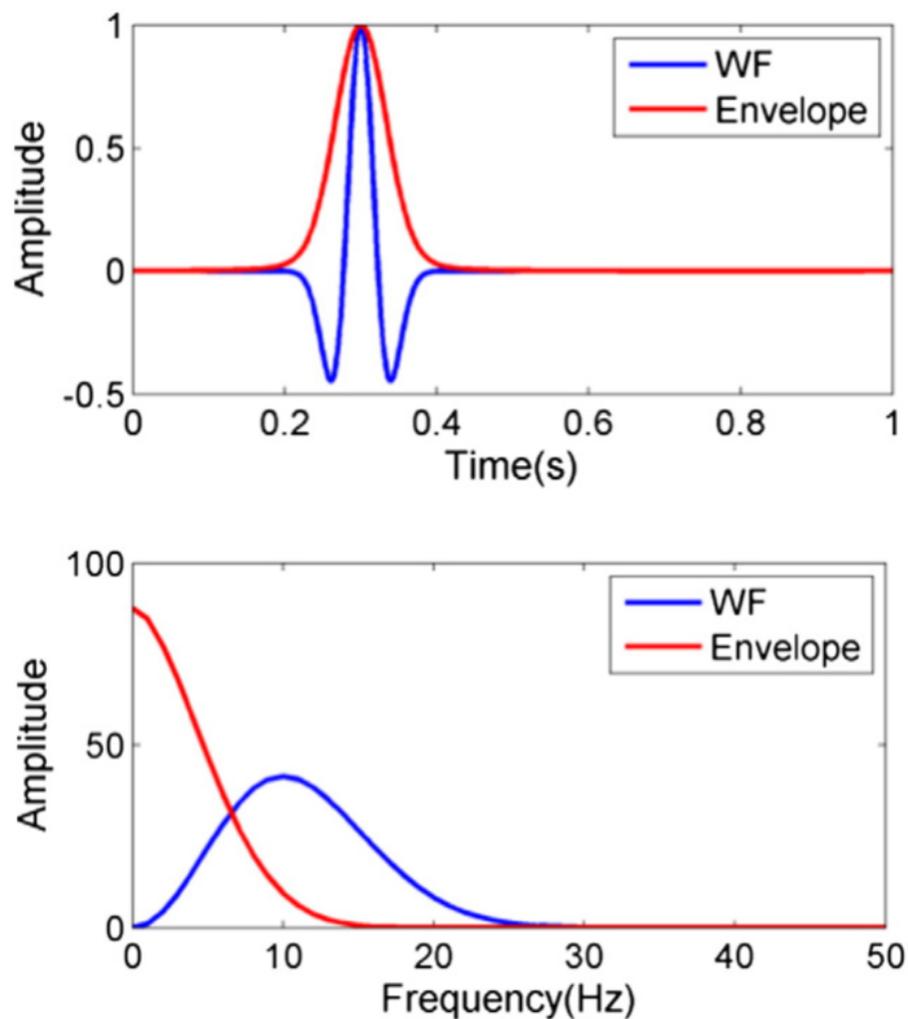
El gradiente de la función de la envolvente, descrito por la ecuación 22, se define de forma similar a la ecuación 19, pero difiere por la función de la fuente adjunta, obteniendo la siguiente expresión

$$\frac{\partial \chi_e}{\partial v_p} = \sum_{s,r} \int_0^t \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} e_s(x, t) dt \quad (23)$$

En teoría, el cálculo de la envolvente de una señal  $d$ , descrito anteriormente, consiste en tomar el módulo de la señal analítica siendo este proceso una operación no lineal. Debido a esto, se pueden obtener componentes de baja frecuencia que no están presentes en la señal original (Chi et al., 2014). Este

comportamiento se puede visualizar en la figura 5, en donde la figura superior compara la ondícula de Ricker y su envolvente en tiempo, mientras que en la figura inferior se muestra el efecto que tiene el usar la envolvente de la misma ondícula (línea roja) en el espectro de frecuencia.

Dado que la inversión de la velocidad para la recuperación de domos salinos de gran escala demanda suficiente contenido de bajas ( $< 5Hz$ ) y ultra bajas frecuencias ( $< 1Hz$ ) (Guoxin et al., 2020), la inversión por la envolvente se posiciona como una estrategia clara para la recuperación de estas componentes. Además, dado que la información de bajas frecuencias es menos afectada por el Cycle-Skipping, esta función puede, hasta cierto punto, reducir el efecto de la no-linealidad generando modelos de velocidad inicial más fiables.



**Figura 5.** Efecto de la envolvente en el espectro de frecuencia de una ondícula de Ricker, figura modificada de Chi et al. (2014).

### 3.2.1.2. Función por correlación global

La función de costo GCN, consiste en realizar una correlación cruzada de desfase cero entre las dos señales, observada y modelada, normalizadas (Choi & Alkhalifah, 2012), lo cual permite evitar problemas relacionados con la aplicación de distintas geometrías de adquisición. La función de costo está definida por la siguiente ecuación

$$\chi_{GCN} = \sum_i^{ns} \sum_j^{nr} \left[ -\hat{u}_{i,j} \cdot \hat{d}_{i,j} \right] \quad (24)$$

donde  $\hat{u}(t) = \frac{u(t)}{\|u(t)\|}$ ,  $\hat{d}(t) = \frac{d(t)}{\|d(t)\|}$  y el signo negativo asegura que la función optimice el resultado de una forma similar a la ecuación 19, es decir, que los gradientes obtenidos por la norma  $L2$  y GCN tengan el mismo signo, considerando que la correlación global de dos señales es 1 cuando son idénticas y  $-1$  cuando son de polaridad opuesta (Choi & Alkhalifah, 2012).

Derivando la ecuación 24 con respecto a los parámetros del modelo, obtenemos el gradiente de la función GCN descrita como

$$\frac{\partial \chi_{GCN}}{\partial p_m} = \sum_i^{ns} \sum_j^{nr} \left[ \frac{\partial u_{i,j}}{\partial p_m} \frac{1}{|u_{i,j}|} \{ \hat{u}_{i,j} (\hat{u}_{i,j} \hat{d}_{i,j}) - \hat{d}_{i,j} \} \right] = \sum_i^{ns} \sum_j^{nr} \left[ \frac{\partial u_{i,j}}{\partial p_m} \bar{r}_{i,j} \right] \quad (25)$$

donde  $\bar{r}_{i,j} = \frac{1}{|u_{i,j}|} \{ \hat{u}_{i,j} (\hat{u}_{i,j} \hat{d}_{i,j}) - \hat{d}_{i,j} \}$  y los términos dentro del paréntesis controlan la amplitud de los datos modelados.

## 3.3. Método adjunto

El método adjunto, es un método numérico utilizado para calcular el gradiente de una función de forma eficiente. Este método consiste en realizar una correlación cruzada entre el campo de ondas directo y el campo de ondas adjunto, el cual surge de resolver la ecuación de onda adjunta considerando el residual como fuente adjunta (Tarantola, 1984; Bozdag et al., 2011; Plessix, 2006).

Para el caso convencional de la norma  $L2$ , la fuente adjunta se define como

$$f_s(x_s, x_r, t) = u(x_s, x_r, t) - u_o(x_s, x_r, t) \quad (26)$$

siendo esta definida por la diferencia entre ambos conjuntos de datos. Para el caso de la envolvente, la fuente adjunta se define por la siguiente expresión

$$f_{e_s}(t) = u(t) \left[ \frac{e(t) - e_o(t)}{e(t)} \right] - \mathcal{H} \left[ \frac{e(t) - e_o(t)}{e(t)} \tilde{u}(t) \right] \quad (27)$$

donde  $\mathcal{H}$  representa la transformada de Hilbert (Chi et al., 2014). Por último, en el caso de la función GCN, la propagación hacía atrás se realiza a partir del residual  $\bar{r}_{i,j}$  descrito en 25, y dado que esta función es prácticamente una versión normalizada de la norma L2, el costo computacional es parecido a la función L2 convencional (Choi & Alkhalifah, 2012).

### 3.4. Optimización

El proceso de optimización consiste en ajustar los parámetros del modelo tal que el residual se minimice iterativamente. Para lograr dicha reducción, el algoritmo debe ser capaz de identificar la dirección de búsqueda y calcular la longitud de paso óptimo para que la solución converga.

Uno de los algoritmos de optimización más relevantes en FWI se conoce como L-BFGS (Limited-Memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) perteneciente a la familia de los métodos Quasi-Newton. Este se caracteriza por su capacidad para la estimación de parámetros en problemas de gran escala donde la inversa de la matriz Hessiana no puede ser calculada, usando una cantidad de memoria computacional limitada (Nocedal & Wright, 2006). En lugar de calcular la matriz inversa, este algoritmo utiliza la información de curvatura de un número definido de iteraciones más recientes para construir una aproximación a dicha matriz.

El procedimiento de optimización parte de la siguiente función

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k H_k \nabla f_k \quad (28)$$

siendo  $\alpha$  la longitud de paso,  $k$  la iteración,  $\nabla f_k$  es el gradiente de la función objetivo y  $H_k$  la matriz

Hesiana aproximada por

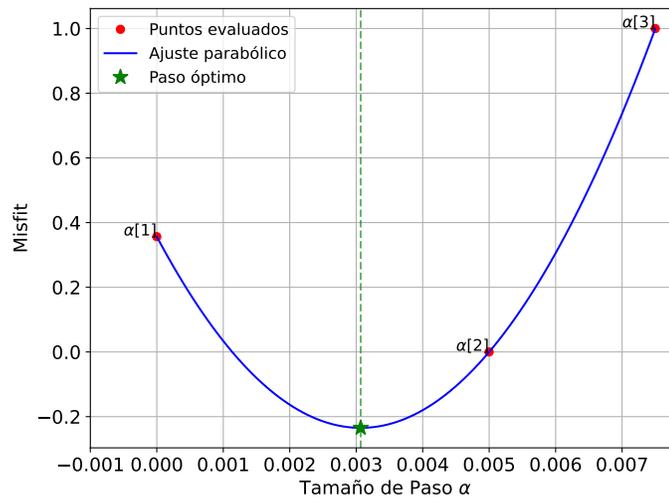
$$H_{k+1} = V_k^T H_k V_k + \rho_k s_k s_k^T \quad (29)$$

donde  $\rho_k$  y  $V_k$  son un parámetro escalar y una matriz que controla la actualización de  $H$ , respectivamente, determinados por un número de vectores,  $s_i$  y  $y_i$ , que son actualizados en cada iteración.

Para estimar la longitud de paso  $\alpha_k$ , el software DENISE implementa un método de búsqueda de línea parabólico, similar al empleado por Silva Ávalos (2020). Este método consiste en definir tres puntos o selecciones de  $\alpha$  a partir de los cuales se ajusta una función parabólica para encontrar el mínimo, siendo este el paso óptimo. La primera selección de  $\alpha$  se define como  $\alpha_k[1] = 0$  donde el residual es el inicial calculado en la iteración  $k$  por la función objetivo. Para la segunda selección se utiliza la función

$$\epsilon = \epsilon_{scale} \left( \frac{m_{max}}{\nabla_{max}} \right), \quad (30)$$

donde  $\epsilon_{scale}$  es un parámetro definido que controla el cambio de  $\epsilon$ ,  $m_{max}$  es el valor máximo del parámetro del modelo y  $\nabla_{max}$  corresponde al valor máximo absoluto del gradiente. Para que la segunda selección sea válida, esta debe cumplir el criterio:  $\alpha_k[2] < \alpha_k[1]$ . Si el criterio no se cumple,  $\epsilon$  se divide por un factor (*SCALEFAC*) hasta cumplir con el criterio. Por último, el tercer punto,  $\alpha_k[3]$ , se define siguiendo el criterio:  $\alpha_k[3] > \alpha_k[2]$ . En la figura 6, se ilustra un esquema representativo del procedimiento empleado para la selección del paso óptimo donde los puntos rojos corresponden a las selecciones de  $\alpha$  y la estrella verde representa la longitud de paso óptimo para obtener el mínimo.



**Figura 6.** Esquema del procedimiento empleado para la selección del paso óptimo a partir de un ajuste parabólico de tres puntos.

Con respecto a la dirección de búsqueda, el algoritmo L-BFGS utiliza la siguiente función

$$p_k = -H_k \nabla f_k \quad (31)$$

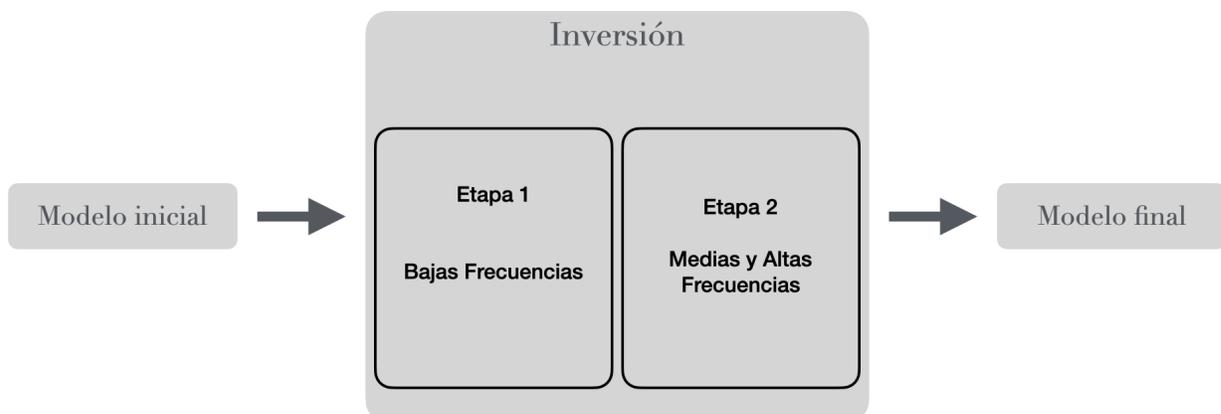
Sustituyendo 31 en 28, obtenemos la función de optimización usada por el algoritmo L-BFGS

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k \quad (32)$$

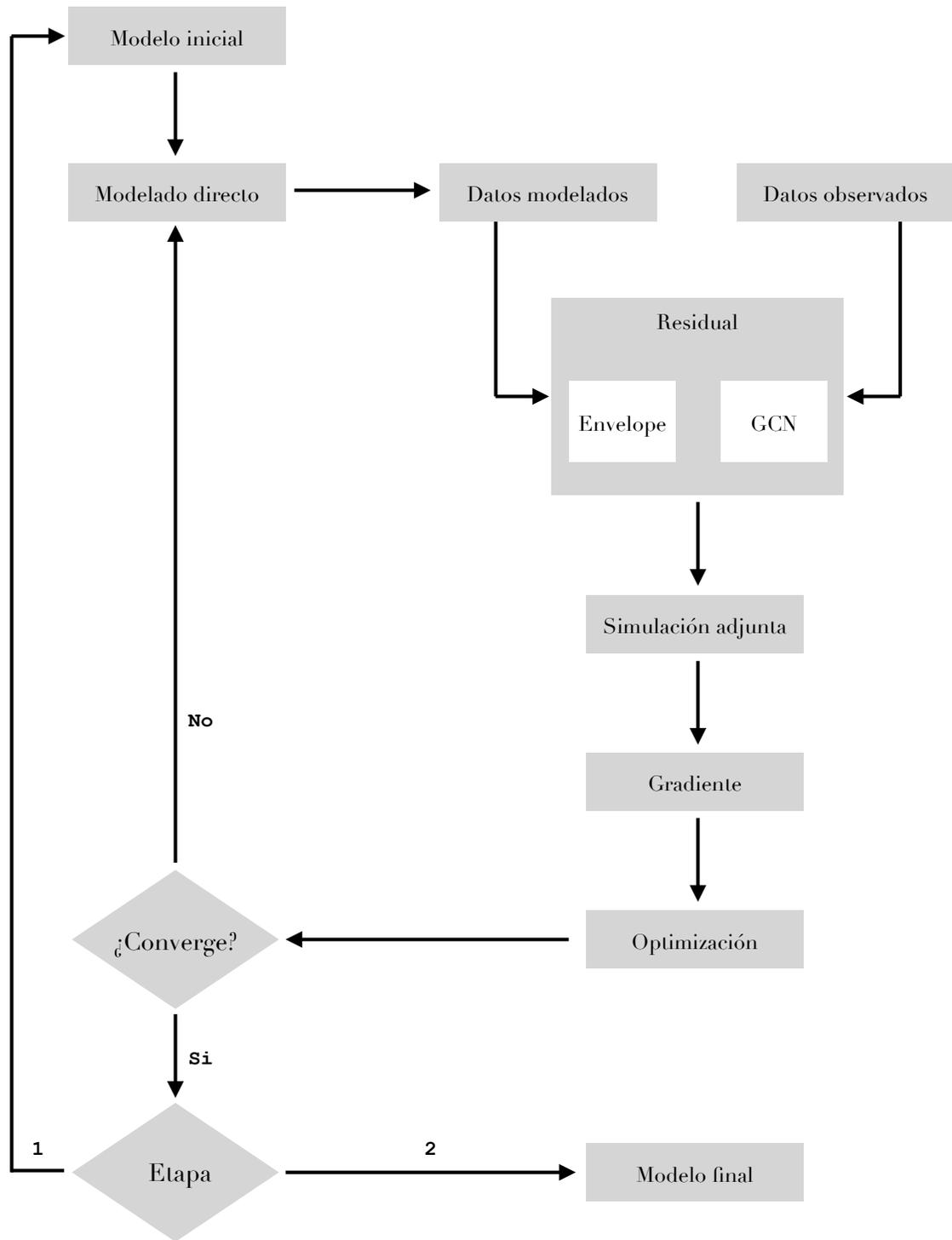
### 3.5. Flujo de trabajo

Dado que el campo Tiber describe las problemáticas anteriores, la metodología planteada en este trabajo de investigación consiste la aplicación de un esquema de inversión multietapas, tal como se muestra en las figuras 7 y 8, en donde cada etapa se centrará en un rango de frecuencias establecido aprovechando las fortalezas de las funciones de costo descritas en este capítulo.

Dado que la envolvente permite recuperar componentes de bajas frecuencias que no se detectan en los datos originales, tal como se describe en la figura 5, la primera etapa plantea una inversión de la envolvente para la reconstrucción de la estructura salina a partir de un modelo de velocidades inicial suavizado. Además, para mejorar el ajuste de los datos observados, la inversión empezará con un ajuste de 0 a 2 Hz, para posteriormente ir añadiendo más frecuencias hasta un rango definido, el cual será identificado mediante un análisis comparativo del espectro de frecuencias de la ondícula y su envolvente.



**Figura 7.** Flujo general de inversión.



**Figura 8.** Flujo de trabajo de la metodología de inversión multietapas. Las funciones Envelope y GCN son empleadas en la primera y segunda etapa, respectivamente.

Para la segunda etapa, se plantea el uso de la función GCN para un ajuste de hasta 25 Hz, definiendo como modelo inicial el modelo de velocidad resultante de la primera etapa, tal como se describe de forma más detallada en la figura 8. Asimismo, igual que en la primera etapa, el ajuste de las frecuencias será realizado de forma escalonada empezando con un ajuste de 0 a 15 Hz, hasta llegar a los 25 Hz.

Adicionalmente, para el proceso de inversión de ambas etapas se definen dos criterios de paro que describen la convergencia del problema, figura 8, siendo uno basado en el cambio relativo del residual y otro definido por un número máximo de iteraciones. En el caso del primer criterio, este se define de acuerdo a las condiciones del ejercicio numérico planteado, de tal forma que se evite un sobre ajuste de los datos. Por otro lado, para el segundo criterio se establece un número de 100 iteraciones máximas para cada rango de frecuencia ajustado en ambas etapas.

### 3.6. Descripción de los ejercicios numéricos

Con base en el modelo de velocidad proporcionado por la compañía BP y en la metodología propuesta, en este trabajo, se plantean dos escenarios. El primer escenario consiste en un ejercicio numérico sin ruido, mientras que en el segundo se consideran diferentes niveles de ruido, hasta un máximo de 5 %, para un análisis de la sensibilidad.

Para ambos escenarios propuestos, se eligió la línea 7445, ilustrado en la figura 10A, a partir de la cual se delimitó una sección en específico seleccionada por su complejidad geológica, figura 10B, cuya ubicación en el área de estudio se ilustra por la línea amarilla en la figura 9. Esta sección, tiene dimensiones de 12.5 x 22.5 km en donde la estructura representada por el color rojo, ubicada entre 2 y 8 km de profundidad con velocidades  $\geq 4500$  m/s, denota un cuerpo salino con 2 km de espesor mínimo en el centro del modelo y 5 km de espesor máximo en las zonas laterales. El color azul representado por velocidades de 1500 m/s aproximadamente, denota el tirante de agua con una extensión aproximada de 1.5 km.

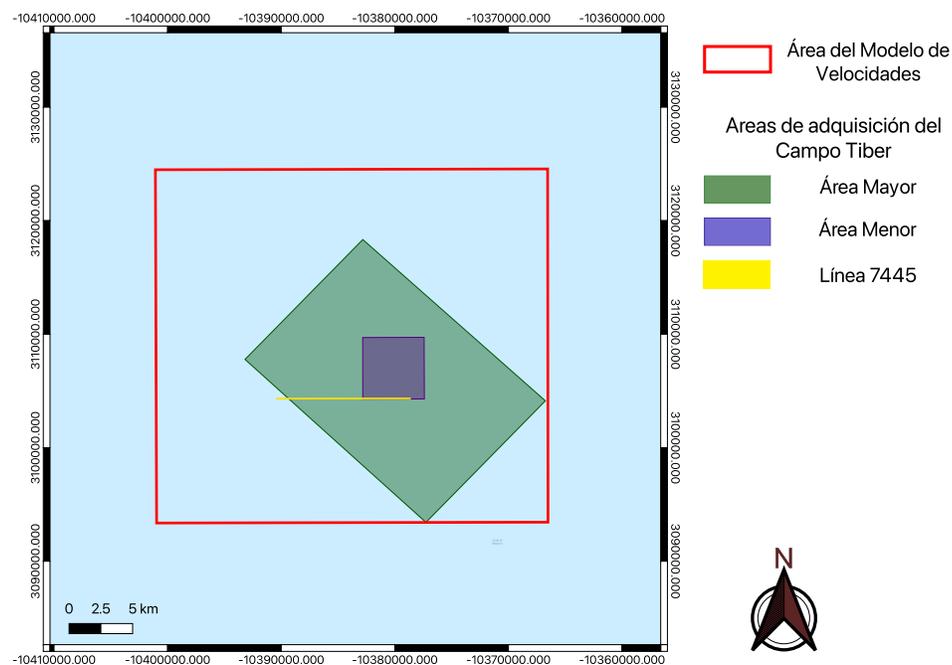
El modelo de velocidad fue remuestreado para tener dimensiones de 225x250 muestras con espaciamiento entre nodos  $DH = 5$ . La geometría de adquisición empleada, se definió siguiendo un diseño Towed Streamer en donde el barco tira de la fuente y del streamer, tal como se muestra en la figura 11, siguiendo la dirección representada por la flecha amarilla. El streamer, ilustrado por los puntos blancos en la figura 11, consistió de 131 receptores (hidrófonos) sumergidos en el tirante de agua. Las fuentes, consideradas como pulsos de presión (airguns), se representan por las estrellas amarillas que van desde

$$x = 7900 : 1100 \text{ m.}$$

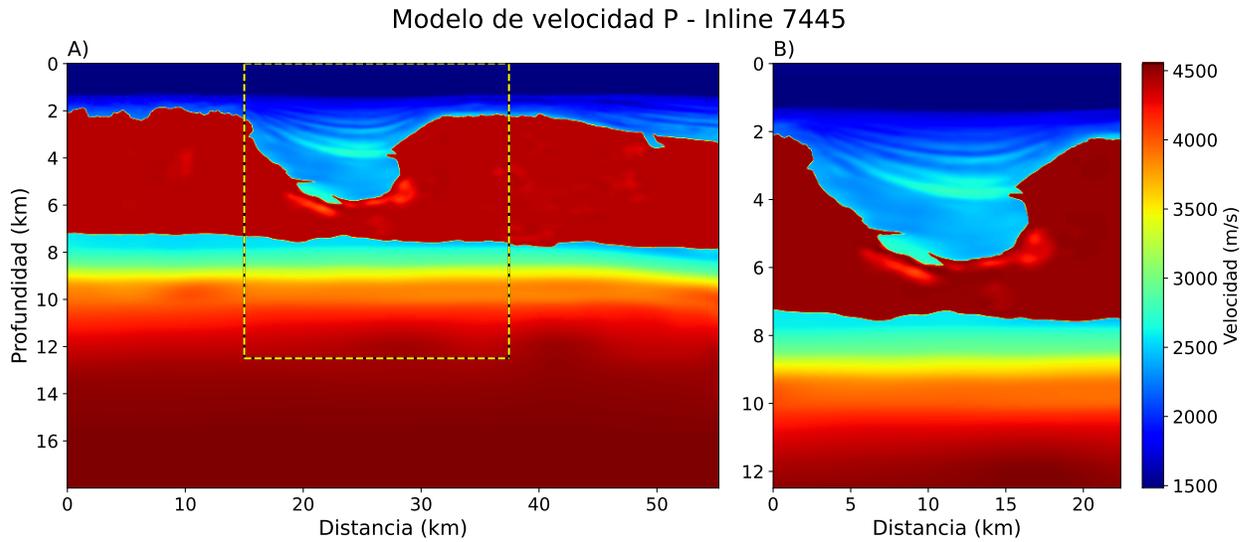
Con respecto a las características de la simulación, tal como se describe en la tabla 2, se definió un paso de tiempo de  $4 \times 10^{-4}$  s y una fuente con frecuencia pico de 15 Hz, definida por una ondícula de Ricker. Las condiciones de frontera fueron resueltas usando fronteras PML (Komatitsch & Martin, 2007) en las fronteras laterales e inferior, y definiendo la frontera superior como superficie libre.

Aunado a los parámetros antes mencionados, para la solución del problema directo se empleó un operador FD de cuarto orden, cuyas ecuaciones se describen en la sección 3.1.1, utilizando un coeficiente de Holberg con error relativo máximo de 0.5%. Por otro lado, para el caso del problema inverso, se definió una formulación del gradiente basada en una integración en tiempo de las fuentes adjuntas, además de los parámetros especificados en la tabla 3, donde DTINV representa el número de muestras tomadas, en términos de DT, para el cálculo del gradiente.

En la figura 12 se ilustra como se propaga el frente de ondas a través del medio descrito por la figura 10B utilizando los parámetros definidos en la tabla 2. En este caso, el color blanco indica altas velocidades de propagación P, mientras que el color gris representa bajas velocidades de propagación P.



**Figura 9.** Ubicación de la sección de interés proveniente del modelo de velocidades obtenido de la línea 7445, representado por la línea de color amarillo.



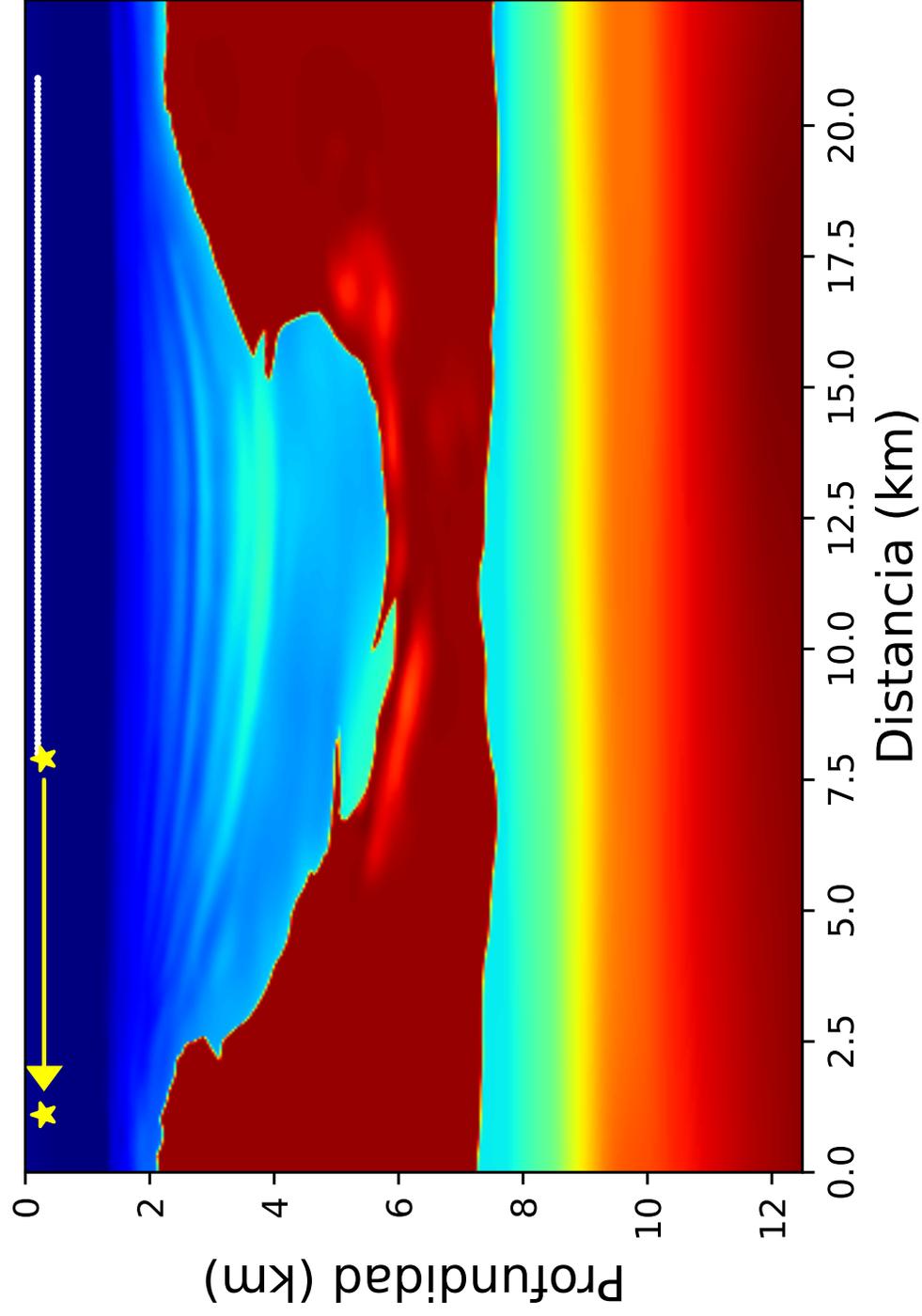
**Figura 10.** A) Modelo de velocidad de la componente P vertical de la línea 7445. B) Sección de interés, delimitada por la línea punteada en color amarillo y negro en A, utilizada para ambos escenarios.

**Tabla 2.** Parámetros generales utilizados en la solución del problema directo.

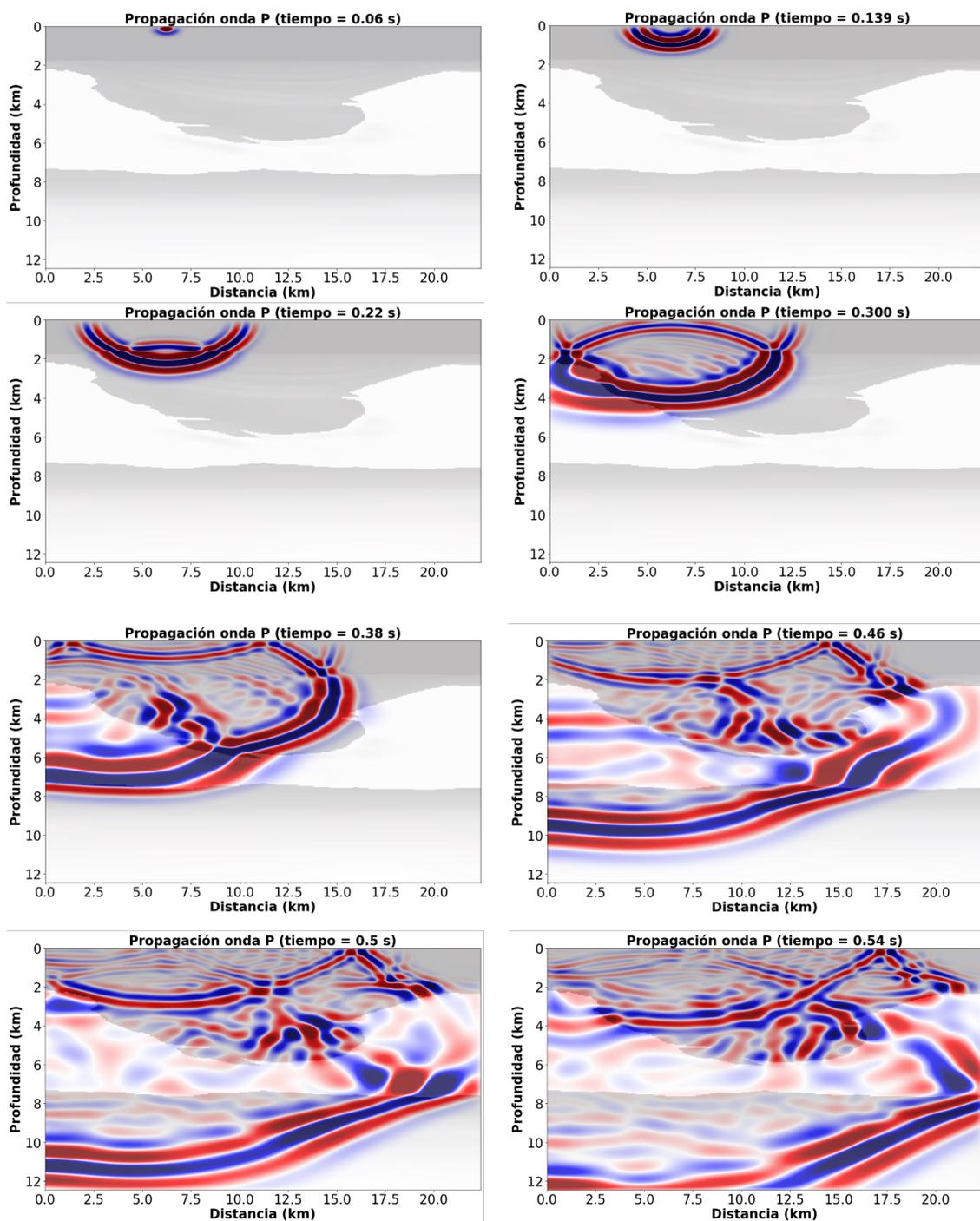
Parámetro	Medida
Dimensiones del modelo (NX,NY)	225x250
Distancia entre puntos (DH)	5
Resolución	100x50 metros
Distancia entre receptores	100 metros
Intervalo entre disparos	100 metros
Tiempo de grabación	6 segundos
Intervalo de muestreo	$4 \times 10^{-4}$ segundos
Frecuencia de la fuente	15 Hz
Fuente	Ondícula de Ricker
Núm. de tiros	74
Núm. de receptores	131

**Tabla 3.** Parámetros utilizados para la optimización del problema inverso.

Parámetro	Medida
Método de optimización	L-BFGS
NLBFGS	4
DTINV	3
$\epsilon_{scale}$	0.01
STEPMAX	6
SCALEFAC	2
ITERMAX	100



**Figura 11.** Geometría de adquisición Towed Streamer utilizada para ambos escenarios. El streamer o línea de receptores, se ilustran en blanco. La posición de los disparos se representan por las estrellas amarillas. La dirección de adquisición va de Este a Oeste, descrito por la flecha de color amarillo.



**Figura 12.** Propagación del frente de ondas a través del modelo de velocidad objetivo. El color blanco representa altas velocidades de onda P, mientras que el gris representa bajas velocidades de onda P.

## Capítulo 4. Discusión de resultados

---

### 4.1. Ejercicio numérico sin ruido

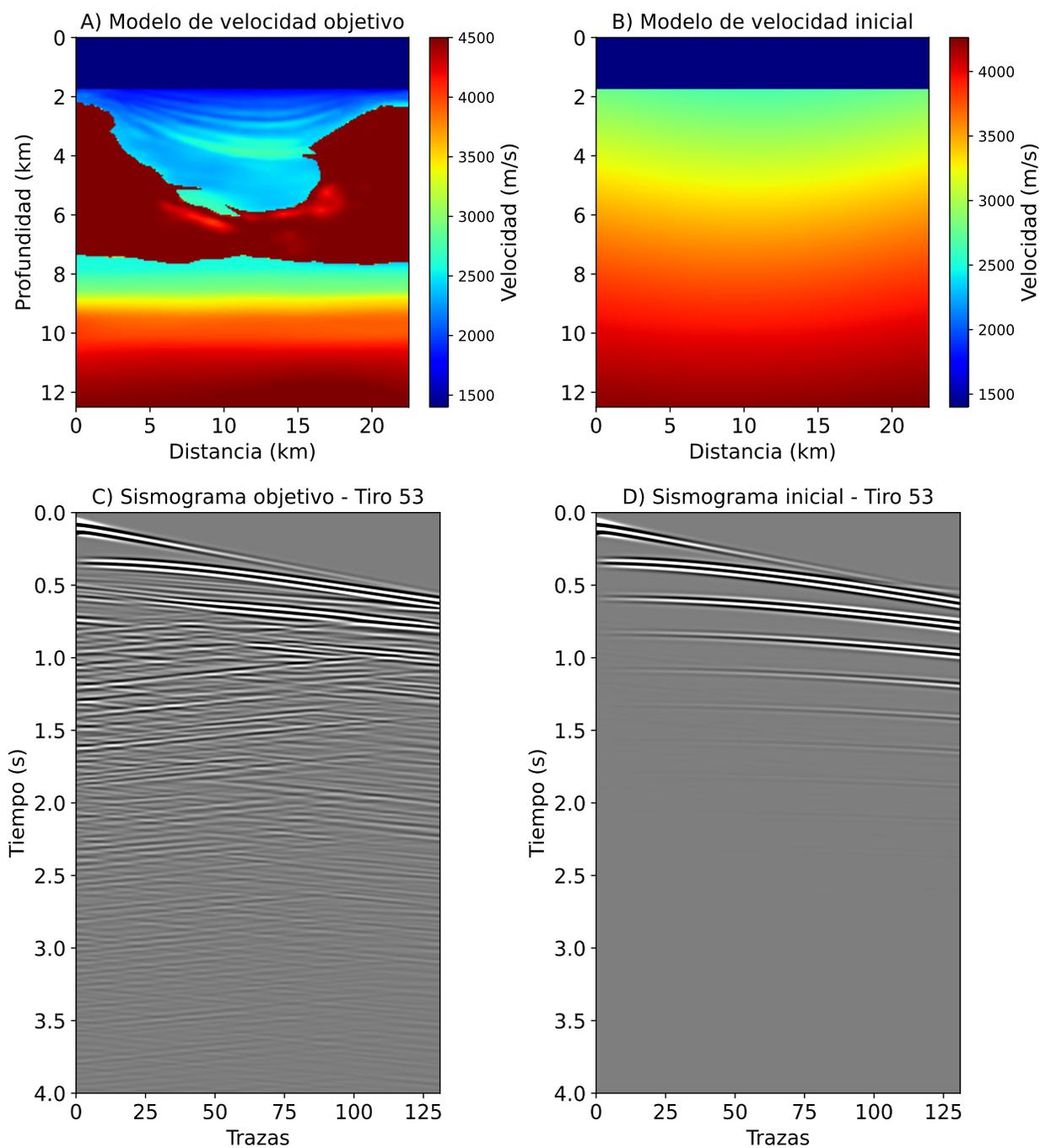
Con base en los parámetros anteriormente descritos, se obtuvieron los sismogramas sintéticos ilustrados en la figura 13 en donde 13A y 13B representan los modelos de velocidad objetivo e inicial, respectivamente, mientras que 13C y 13D son sus sismogramas correspondientes. Para tener una noción del residual inicial de los datos, se calculó la envolvente de los datos observados e iniciales, obteniendo los sismogramas ilustrados en la figura 14. En ella, las figuras 14A y 14B representan la envolvente de los datos observados e iniciales descritos en la figura 13, respectivamente. Por otro lado, la figura 14C representa el residual calculado a partir de la ecuación 22 para el tiro 53, seleccionado aleatoriamente, mismo que servirá de referencia para futuras comparaciones.

Para definir el rango de frecuencia a utilizar en la etapa basada en la envolvente, se realizó un análisis comparativo de los espectros de frecuencia de los datos observados e iniciales. En la figura 15 se presentan los espectros obtenidos para el tiro 53. Las figuras 15A y 15B muestran el espectro de frecuencia de los datos observados e iniciales, respectivamente, generados con la ondícula de Ricker original. Por otro lado, las figuras 15C y 15D representan el espectro de frecuencia calculado para la envolvente de los datos observados e iniciales, respectivamente.

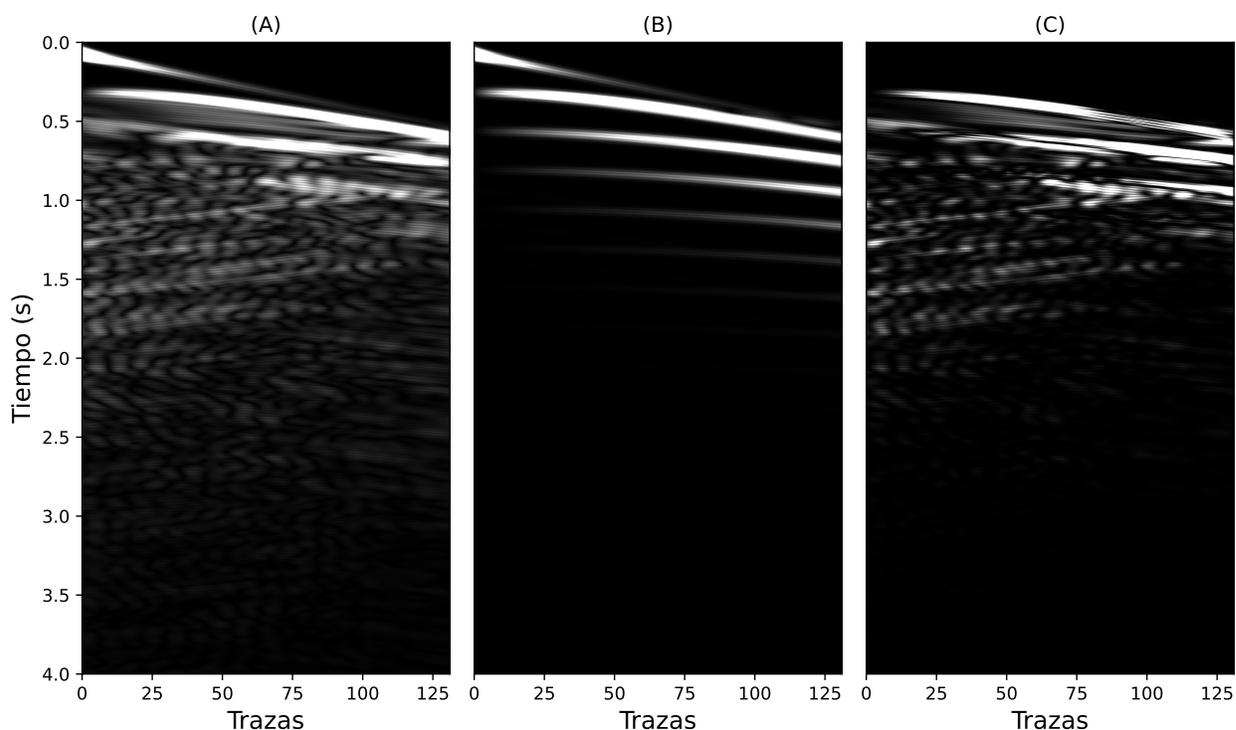
A partir de los espectros de la envolvente en 15C y 15D, se observa una recuperación de contenido de bajas frecuencias, ausentes en los espectros originales 15A y 15B, lo cual concuerda con lo descrito por Chi et al. (2014). Además, se aprecia un incremento considerable de amplitud para las componentes de las frecuencias de 0 hasta 12 Hz. Dado que en la primera etapa de inversión el objetivo es definir una mejor aproximación del modelo de velocidades inicial ideal mediante un ajuste de las bajas y ultra bajas frecuencias, el rango de frecuencias a ajustar fue definido de 0 hasta 8 Hz, indicado por la línea discontinua azul en las figuras 15A y 15C, permitiendo que la segunda fase sea la encargada de ajustar las frecuencias originales intactas de los datos.

En la figura 16, se presenta el modelo de velocidad resultante de la primera etapa de inversión. En ella, se aprecia que la inversión de la envolvente logró delimitar la base del domo salino, esto debido a la recuperación de las componentes de longitud de onda larga contenidas en las frecuencias  $< 2$  Hz. Asimismo, es notable que después de un ajuste de hasta 8 Hz, se logra definir la cima de la estructura salina así como la tendencia de las velocidades de los estratos que la sobreyacen, específicamente, los

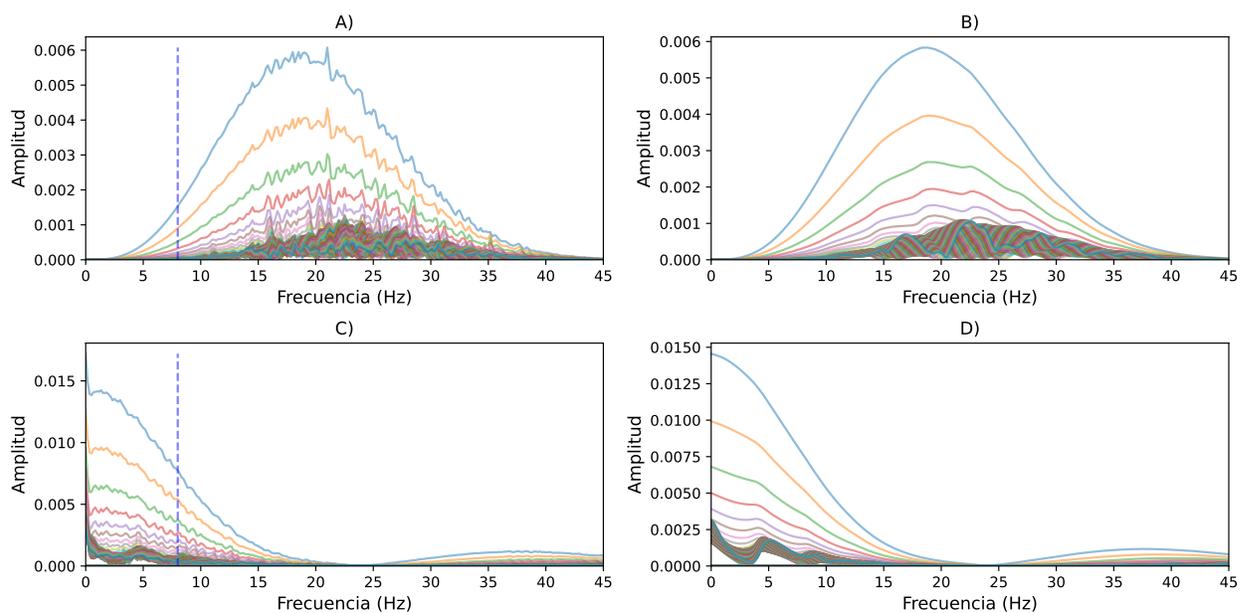
estratos ubicados entre el kilómetro 5 y 15, tal como se muestra en los perfiles de velocidad mostrados en la figura 35 de los apéndices. No obstante, también es notoria la presencia de ciertas irregularidades ubicadas por debajo de los 9 km de profundidad, posiblemente atribuidas a la falta de reflexión de las ondas en esa región y a la limitación impuesta por el offset máximo impuesto por la geometría de adquisición, lo que afecta la fiabilidad de la imagen en esas profundidades.



**Figura 13.** Sismogramas sintéticos obtenidos de la solución de la ecuación de onda acústica, donde A y B representan los modelos de velocidad objetivo e inicial.

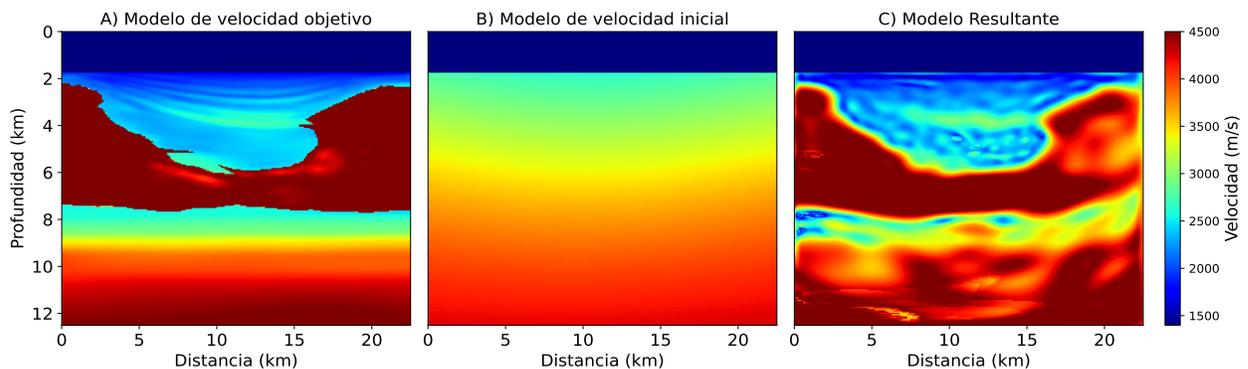


**Figura 14.** Ilustración de la energía acústica residual obtenida al comparar el sismograma objetivo y sismograma inicial del tiro 53 usando la función de la envolvente descrita en la ecuación 22. Los incisos representan la información del tiro 53 siendo (A) Envolvente del sismograma observado, (B) Envolvente del sismograma inicial, y (C) Residual inicial.

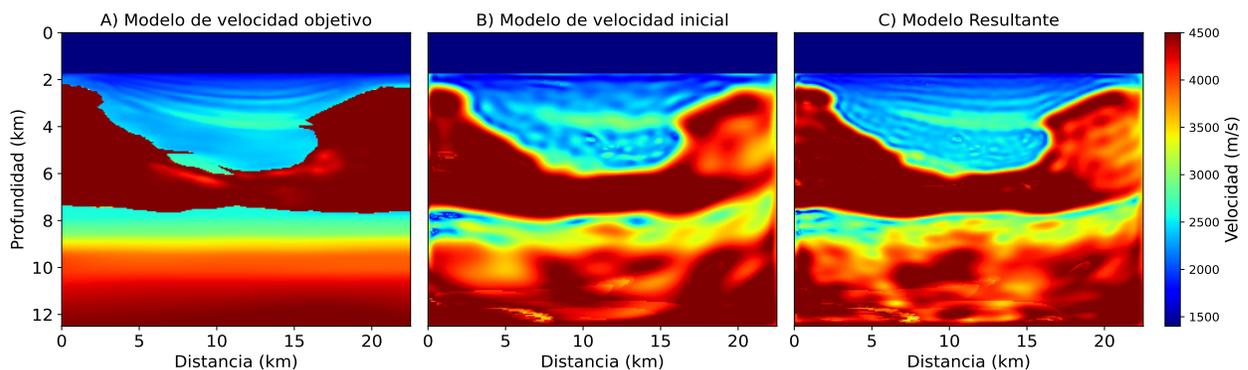


**Figura 15.** Comparación de los espectros de frecuencia de los datos observados e iniciales del tiro 53 obtenidos mediante una ondícula de Ricker y su envolvente. En cada gráfico, los colores representan la amplitud de cada traza. Paneles A) y B) representan el espectro de frecuencia original de los sismogramas observado e inicial, respectivamente, calculado a partir de la ondícula de Ricker. Paneles C) y D) ilustran el espectro de frecuencia correspondiente a la envolvente de los sismogramas observado e inicial, respectivamente.

Para la segunda etapa de inversión, se utilizó el modelo de velocidad obtenido de la primera etapa a partir del cual, se ajustaron frecuencias de hasta 25 Hz. El resultado de esta etapa, ilustrado en la figura 17, muestra claramente un refinamiento de las velocidades de los estratos ubicados entre 5-15 km, que sobreyacen el domo de sal, recuperando la tendencia de estos. Asimismo, se aprecia de forma más definida y concreta la interfaz roca-sal, definiendo de una forma casi perfecta la cima de la estructura salina, esto relacionado a una correcta definición de los cambios abruptos en las velocidades, demostrado en los perfiles de velocidad de la figura 35 de los apéndices. Dado que la función GCN ajusta las frecuencias originales intactas de los datos, figuras 15A y 15B, esta no es capaz de mejorar, de forma relevante, la tendencia de las velocidades por debajo del domo. Sin embargo, es notorio el intento de recuperación de las velocidades de  $2700 \text{ m/s}$  a  $3000 \text{ m/s}$  ubicadas alrededor de los 8 km de profundidad (figura 35).



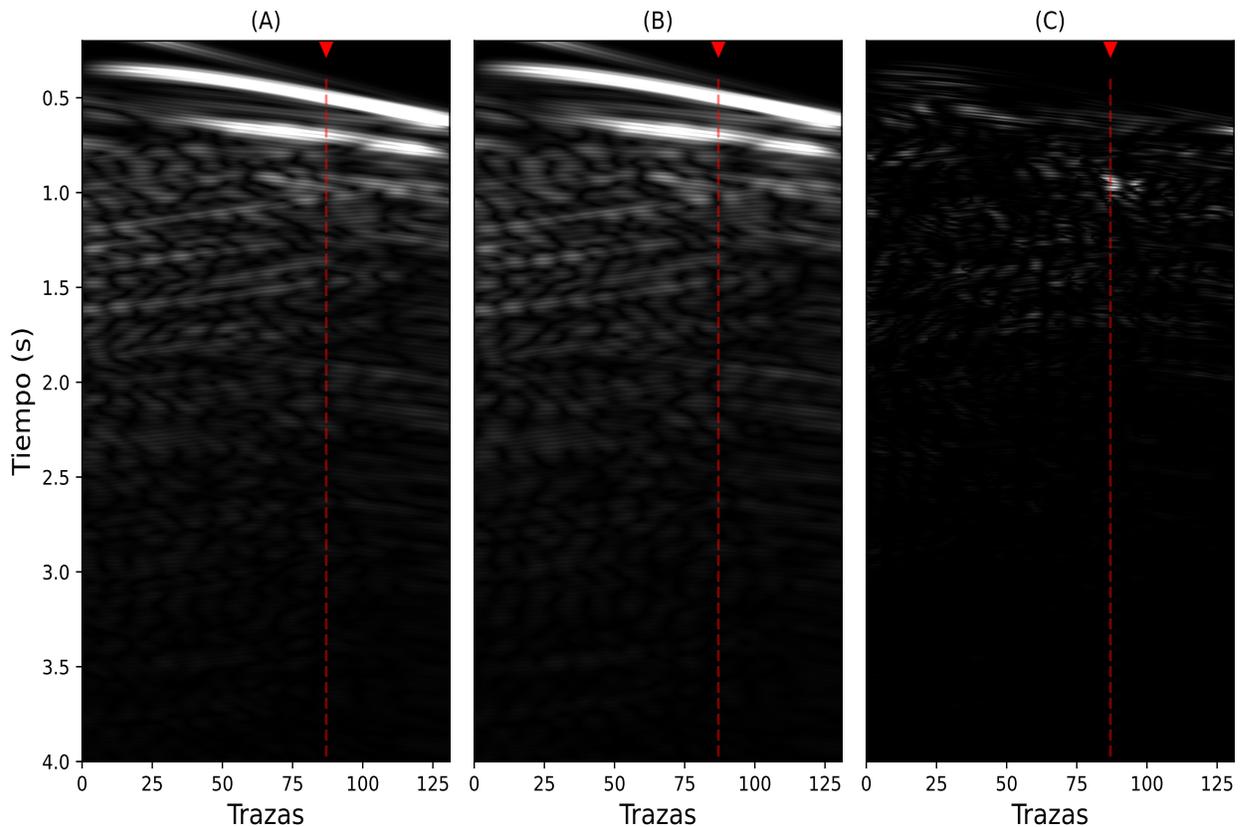
**Figura 16.** Modelo de velocidad resultante de la primera fase de inversión, donde A) representa el modelo de velocidad de onda P real, B) ilustra el modelo de velocidad inicial, y C) corresponde al modelo de velocidad obtenido de la inversión de la envolvente.



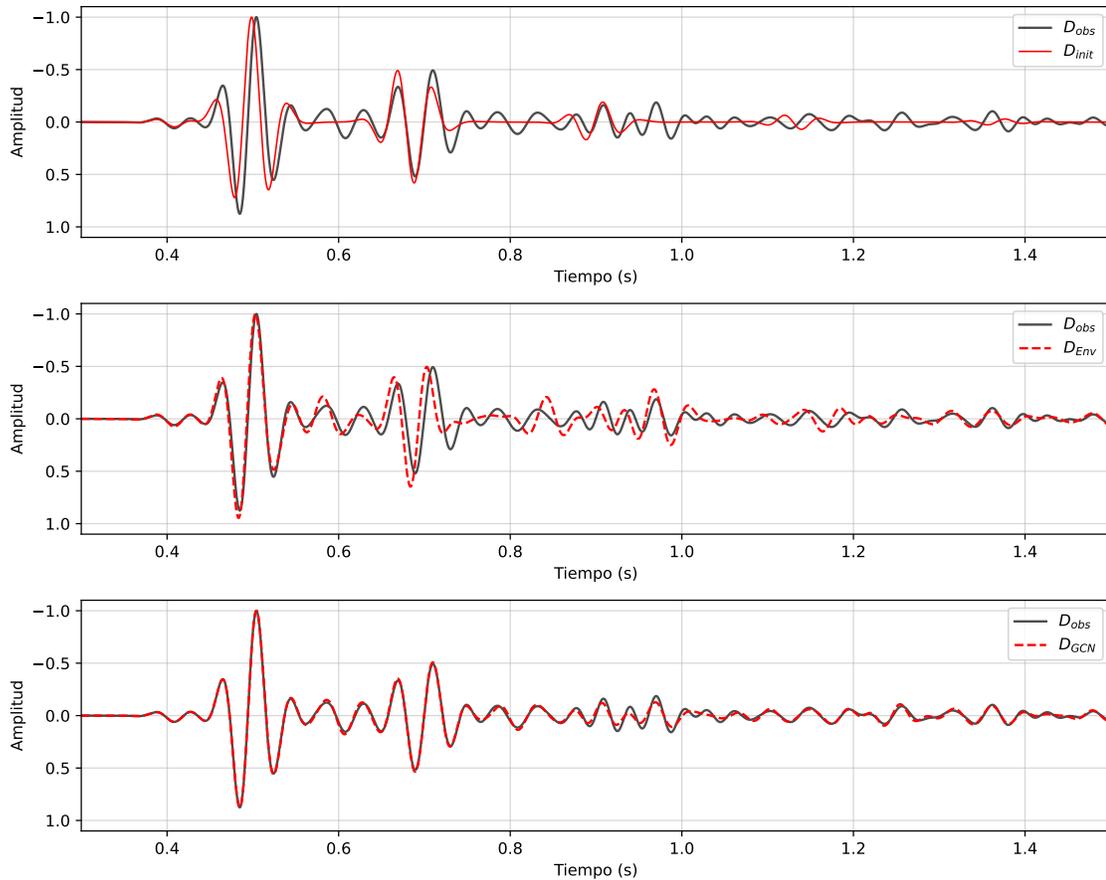
**Figura 17.** Modelo de velocidad resultante de la segunda fase de inversión, donde A) representa el modelo de velocidad de onda P real, B) corresponde al modelo obtenido de la primera etapa de inversión, definido como nuevo modelo inicial, y C) es el resultado final de la segunda etapa de inversión considerando un ajuste de hasta 25 Hz.

Visualizando el desajuste o energía acústica residual existente después de la segunda etapa, figura 18C, se observa claramente que esta es mínima en comparación del residual inicial mostrado en la figura 14. Este residual es el obtenido de comparar el sismograma obtenido de la inversión para el tiro 53, figura 18B, con el sismograma observado representado por la figura 18A.

Analizando el ajuste de la traza 87 del tiro 53, seleccionada aleatoriamente y dividida en tres ventanas de tiempo para ambas etapas de inversión, descrito por la línea discontinua roja, tal como se muestra en las figuras 19, 20 y 21, se observa que, a pesar de limitar la primera etapa a 8 Hz, la traza obtenida a partir de la envolvente ( $D_{Env}$ ) se ajusta correctamente a la traza observada en varios segmentos de  $D_{obs}$ . Es importante destacar que este ajuste en la envolvente se obtuvo a partir de un ajuste escalado de frecuencias, es decir, de 0 a 2 Hz y 0 a 8 Hz, para un total de 131 iteraciones, lo cual permitió que la segunda etapa de inversión lograra un ajuste casi perfecto de la traza original ( $D_{obs}$ ) después de 200 iteraciones, tal como se describe en la figura 29 de la sección 4.3, mostrando una mejora significativa.



**Figura 18.** Energía acústica residual del tiro 53 después de un ajuste de 0 a 25 Hz donde: A) Dato observado, B) Dato modelado y C) Residual final. El triángulo y la línea discontinua roja, ilustran la traza 87 utilizada para el análisis del ajuste entre los datos modelados y observados.



**Figura 19.** Comparación de la primera ventana de tiempo de la Traza 87 observada, inicial y obtenidas por las etapas de inversión para el tiro 53 ubicado en  $x = 15$  km, seleccionada aleatoriamente.

## 4.2. Ejercicio numérico con ruido

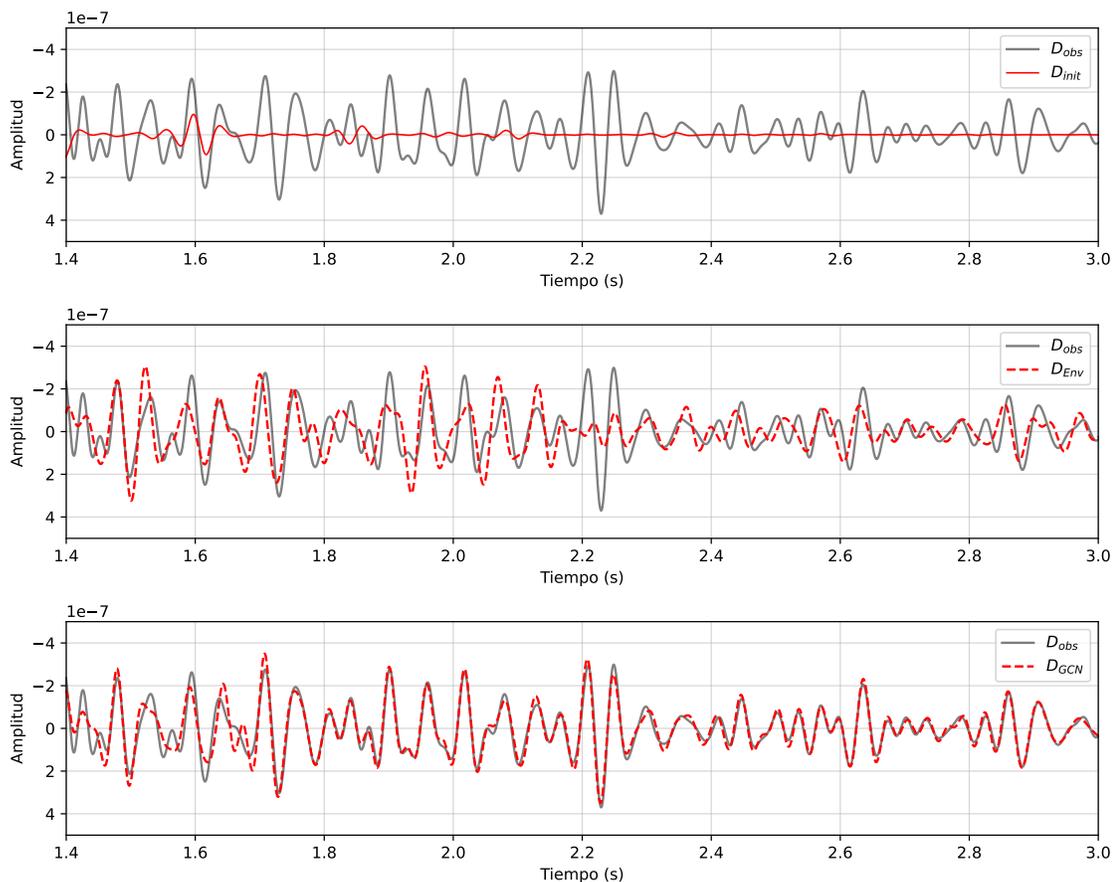
Con el fin de evaluar los límites de la metodología propuesta, se añadió ruido blanco a los datos observados a partir de la función descrita en los apéndices. Se consideraron tres niveles de ruido, correspondientes a 40 dB, 34 dB y 26 dB, los cuales representan un 1%, 3% y 5% de ruido, respectivamente. Los sismogramas resultantes se muestran en la figura 22, donde el inciso A presenta el sismograma sin ruido, mientras que los incisos B, C y D corresponden al tiro 53 con los niveles de 40 dB, 34 dB y 26 dB, respectivamente.

Para mejorar la convergencia del proceso de inversión bajo la presencia de ruido, se priorizó el ajuste del primer rango de frecuencias en la etapa 1, con el objetivo de aproximar las soluciones a las obtenidas en el escenario sin ruido. A partir de este ajuste, fue necesario aplicar un procesamiento adicional a los

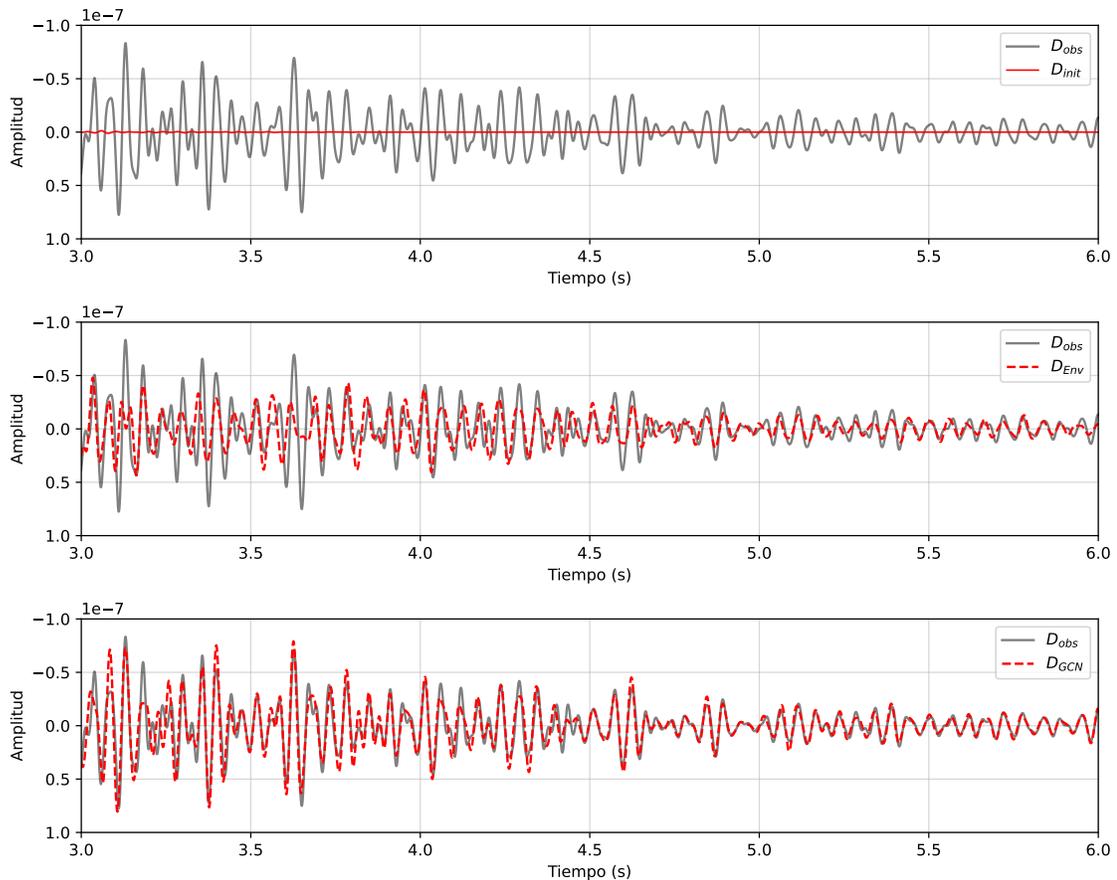
gradientes, implementando un suavizado anisótropo basado en un filtro Gaussiano dependiente de la longitud de onda, de tal forma que estos tuvieran un comportamiento más suave previniendo inestabilidades a medida que el rango de frecuencias incrementara. Además, se implementaron las siguientes modificaciones para optimizar el proceso de inversión:

- Disminución de  $\epsilon_{scale}$ , inicialmente definido en la tabla 3.
- Modificación del criterio de paro basado en el cambio relativo del error:  $1 \times 10^{-9} \rightarrow 1 \times 10^{-1}$

La disminución de  $\epsilon_{scale}$  se realizó para evitar variaciones abruptas en los parámetros del modelo provocadas por la presencia del ruido. En cuanto al criterio de paro, este se modificó para prevenir un sobreajuste en los datos que se detectó para un cambio relativo  $\leq 1 \times 10^{-3}$ . Utilizando este enfoque, se obtuvieron los resultados presentados en la figura 23. En dicha figura, los incisos A, C y E, pertenecientes a la primera columna, representan los resultados de la primera etapa de inversión mientras que las figuras B, D y F, pertenecientes a la segunda columna, ilustran los modelos de velocidad finales.



**Figura 20.** Comparación de la segunda ventana de tiempo de la Traza 87 observada, inicial y obtenidas por las etapas de inversión para el tiro 53 ubicado en  $x = 15$  km, seleccionada aleatoriamente.

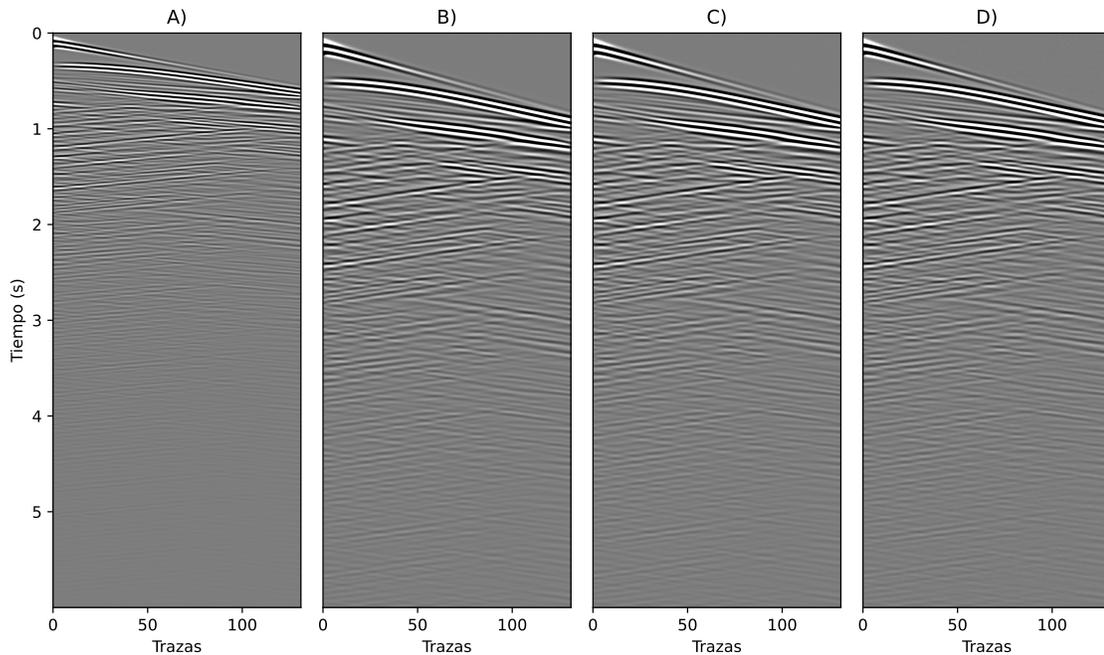


**Figura 21.** Comparación de la tercera ventana de tiempo de la Traza 87 observada, inicial y obtenidas por las etapas de inversión para el tiro 53 ubicado en  $x = 15$  km, seleccionada aleatoriamente.

En los modelos obtenidos de la primera etapa, se puede apreciar que, aunque el ruido de baja frecuencia enmascara parte de la información de las longitudes de onda larga, cruciales para definir la base de la estructura salina, el ajuste mediante la envolvente, para los diferentes porcentajes de ruido, recupera razonablemente bien la tendencia de esta interfaz en gran parte del modelo. Sin embargo, se presentan dificultades en la región de  $x > 13$  km donde el ruido logra enmascarar reflexiones importantes, ocasionando que las altas velocidades contaminen las estructuras subyacentes, como se puede observar en los perfiles de velocidad de las figuras 36, 37 y 38 de los apéndices donde las velocidades para estas zonas muestran un incremento de hasta  $1000$  m/s. En cuanto a los estratos superiores, es importante señalar que el ajuste de esta primera etapa devuelve velocidades superiores a las esperadas, alrededor de los  $3000$  m/s.

El ajuste de la segunda etapa, ilustrado en la segunda columna, revela que el ajuste de las frecuencias medias se ve más afectado por la presencia del ruido, a pesar del procesamiento adicional aplicado a los gradientes. No obstante, se puede observar que los resultados para los tres niveles de ruido muestran tres similitudes. La primera, consiste en una mejor definición de la interfaz de la base del domo salino, donde

la inversión recupera parcialmente las velocidades de los estratos subyacentes, perdiendo la tendencia para una distancia de  $x > 13$  km, enmascarando el estrato de baja velocidad que subyace al domo. La segunda similitud, se basa en la presencia de velocidades intermedias, en el rango de  $2500 \text{ m/s}$  a  $3000 \text{ m/s}$ , situadas por encima del domo de sal. Por último, la tercera similitud se relaciona con la dificultad para delimitar correctamente la interfaz roca-sal en la parte superior de la estructura, así como una pobre recuperación de su flanco derecho. Lo descrito anteriormente, se visualiza en los perfiles de velocidad de las figuras 36, 37 y 38 de los apéndices.



**Figura 22.** Sismogramas sintéticos obtenidos del tiro 53. El panel A) representa el sismograma sin ruido. Por otro lado, los paneles B), C) y D) corresponden a los sismogramas con un nivel de ruido del 1%, 3% y 5%, respectivamente.

Los resultados obtenidos en la segunda etapa dejan en claro que el algoritmo de inversión presenta dificultades en lograr un buen ajuste de los parámetros del modelo. Esto puede atribuirse tanto a la presencia de múltiples mínimos locales, que complican la convergencia hacia mínimo global, como a la complejidad natural del problema. Esta dificultad puede visualizarse de forma más clara al comparar los residuales iniciales y finales, como se muestra en la figura 25, donde los incisos A, B y C representan el residual inicial, mientras que los incisos D, E y F corresponden al residual final, obtenido de comparar los datos observados con ruido con los datos modelados a partir de los modelos de velocidad obtenidos. En los incisos D, E y F, es evidente la presencia de una gran cantidad de energía acústica residual que no pudo minimizarse, lo que puede asociarse a:

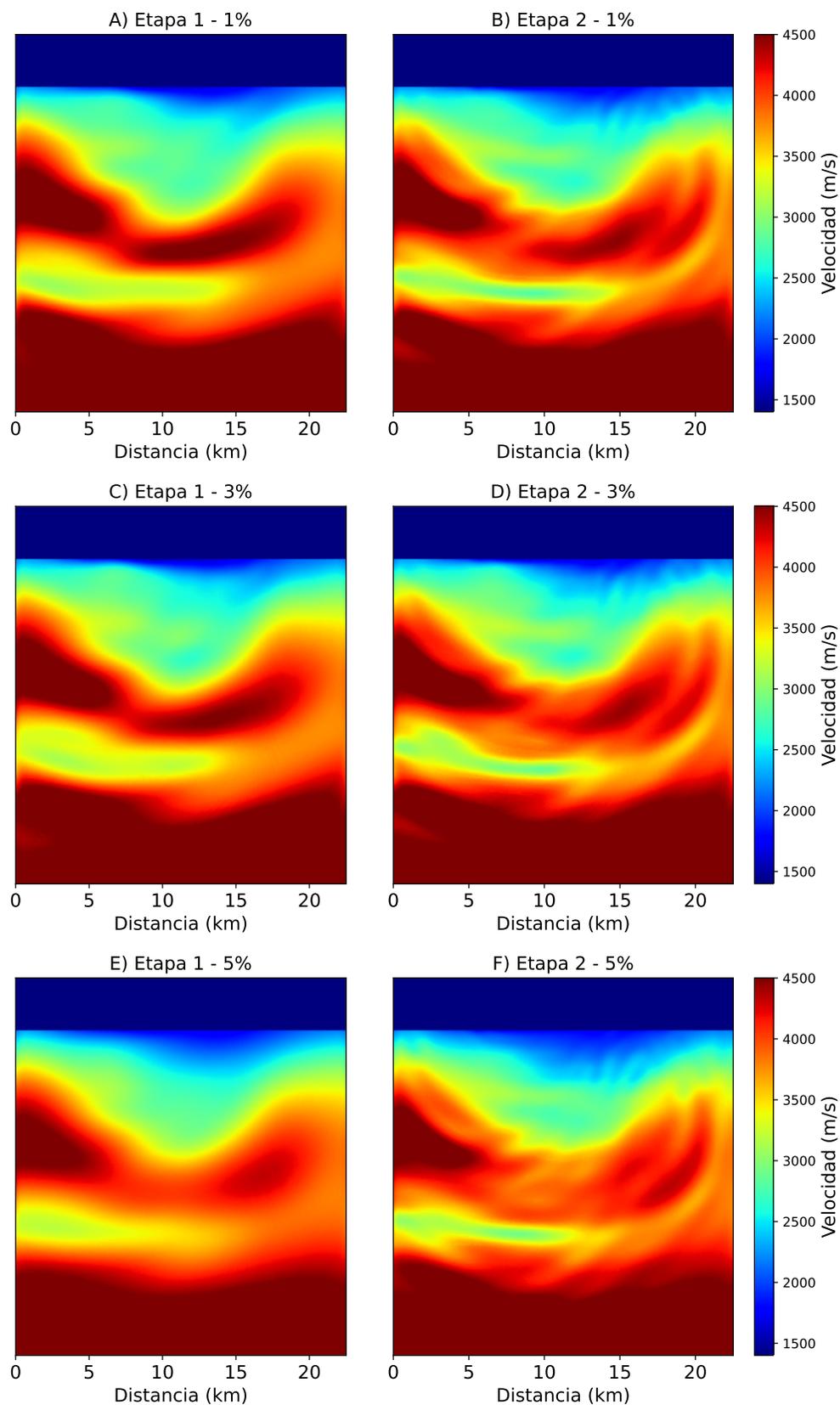
1. Convergencia a un mínimo local

## 2. Rápido cumplimiento del criterio de paro basado en el cambio relativo del error

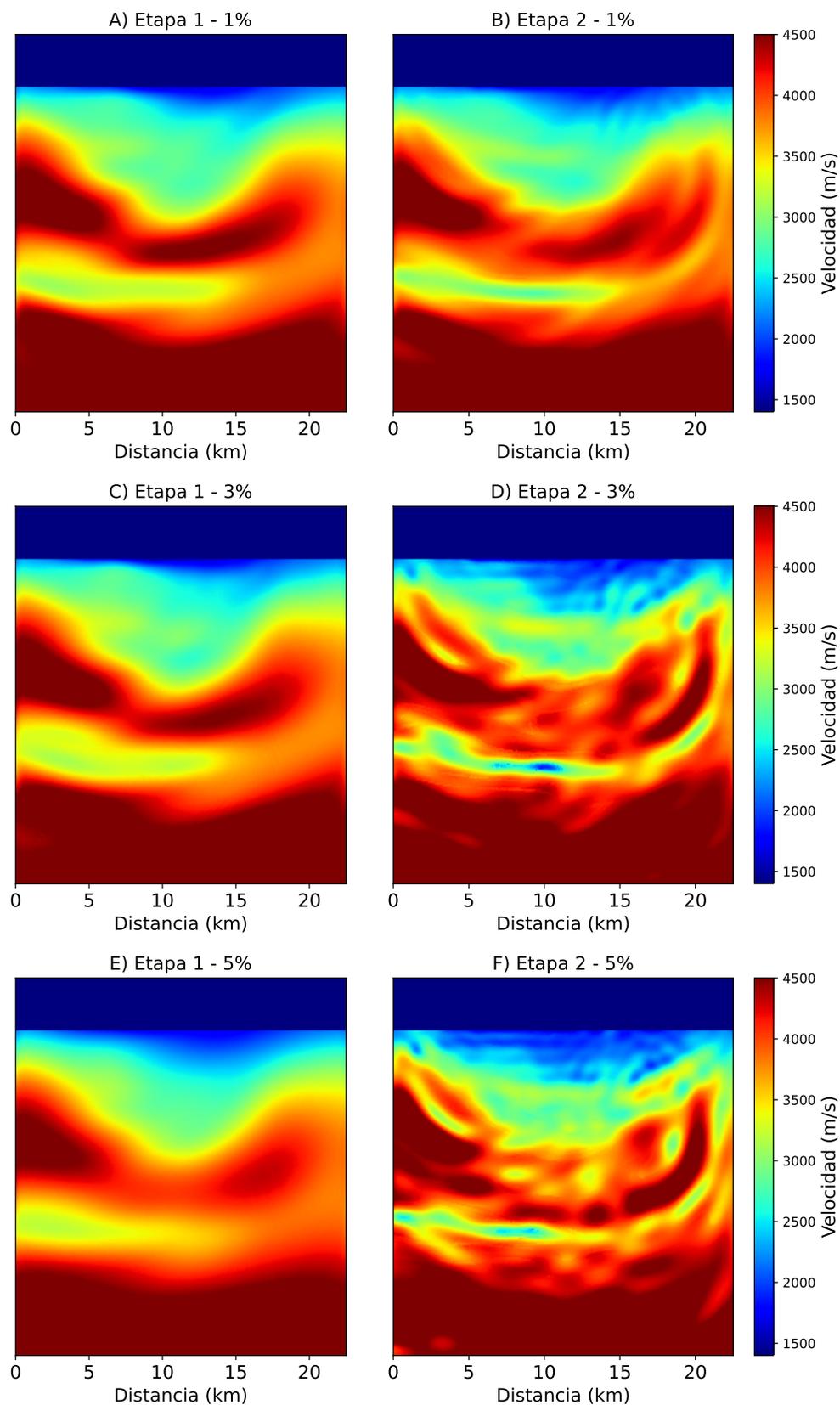
Para descartar la posibilidad de una débil minimización del residual debido a un cambio relativo muy accesible, se realizaron pruebas adicionales con cambios relativos de  $1 \times 10^{-3}$  y  $1 \times 10^{-9}$ . A partir de los resultados de estas pruebas, se observó que, aunque el error disminuía, los modelos de velocidad obtenidos se alejaban progresivamente de la solución deseada en cada iteración, llegando a distorsionar la continuidad del domo salino, identificando estructuras anómalas y cuerpos con velocidades menores a  $4000 \text{ m/s}$  dentro del domo, tal como se muestra en la figura 24, evidenciando un claro sobreajuste de los datos para cambios relativos  $\leq 1 \times 10^{-3}$ , y excluyendo los modelos obtenidos por estas pruebas de nuestras soluciones.

Analizando el ajuste obtenido para la traza 87 en múltiples ventanas de tiempo, representada por la línea discontinua roja en la figura 25 e ilustrada en las figuras 26, 27 y 28, se obtuvieron las siguientes observaciones:

- 1% de ruido. Ambas etapas de inversión logran recuperar relativamente bien las primeras reflexiones. Sin embargo, la etapa 1 falla en la recuperación de la tendencia de la traza observada para las tres ventanas de tiempo. En la etapa 2, se obtiene un mejor ajuste de la tendencia hasta los 0.8 s en la primera ventana, pero no consigue recuperar la información restante en esta. En la segunda ventana de tiempo, se aprecia de forma más clara un mejor ajuste de la tendencia, mientras que en la tercera ventana, a partir de los 4.5 s, este ajuste se vuelve menos visible.
- 3% de ruido. La etapa 1 logra recuperar la tendencia de las primeras reflexiones, aunque con amplitudes superiores a las observadas, y falla en recuperar la tendencia de los datos observados. Por otro lado, la etapa 2 corrige las amplitudes de la primera ventana de tiempo de la etapa 1, ajustando casi perfectamente las primeras reflexiones, pero presenta dificultades similares a las de la etapa 1 a partir de los 2.5 s para ajustar la información restante.
- 5% de ruido. En este caso, ambas etapas ajustan de forma similar las primeras reflexiones. En la primera ventana, entre 0.4-0.8 s, la etapa 1 identifica algunas reflexiones, mientras que otras permanecen enmascaradas. Por otro lado, la etapa 2 muestra el mejor ajuste de 0.4 a 0.8 s de todos los casos con ruido, recuperando la tendencia de la traza y logrando identificar la mayoría de las reflexiones hasta 1 segundo. En la segunda ventana, se aprecia nuevamente una mejor recuperación de la tendencia. Sin embargo, para la tercera ventana, es notable como el ruido predomina ocasiona un pobre ajuste de la traza observada.

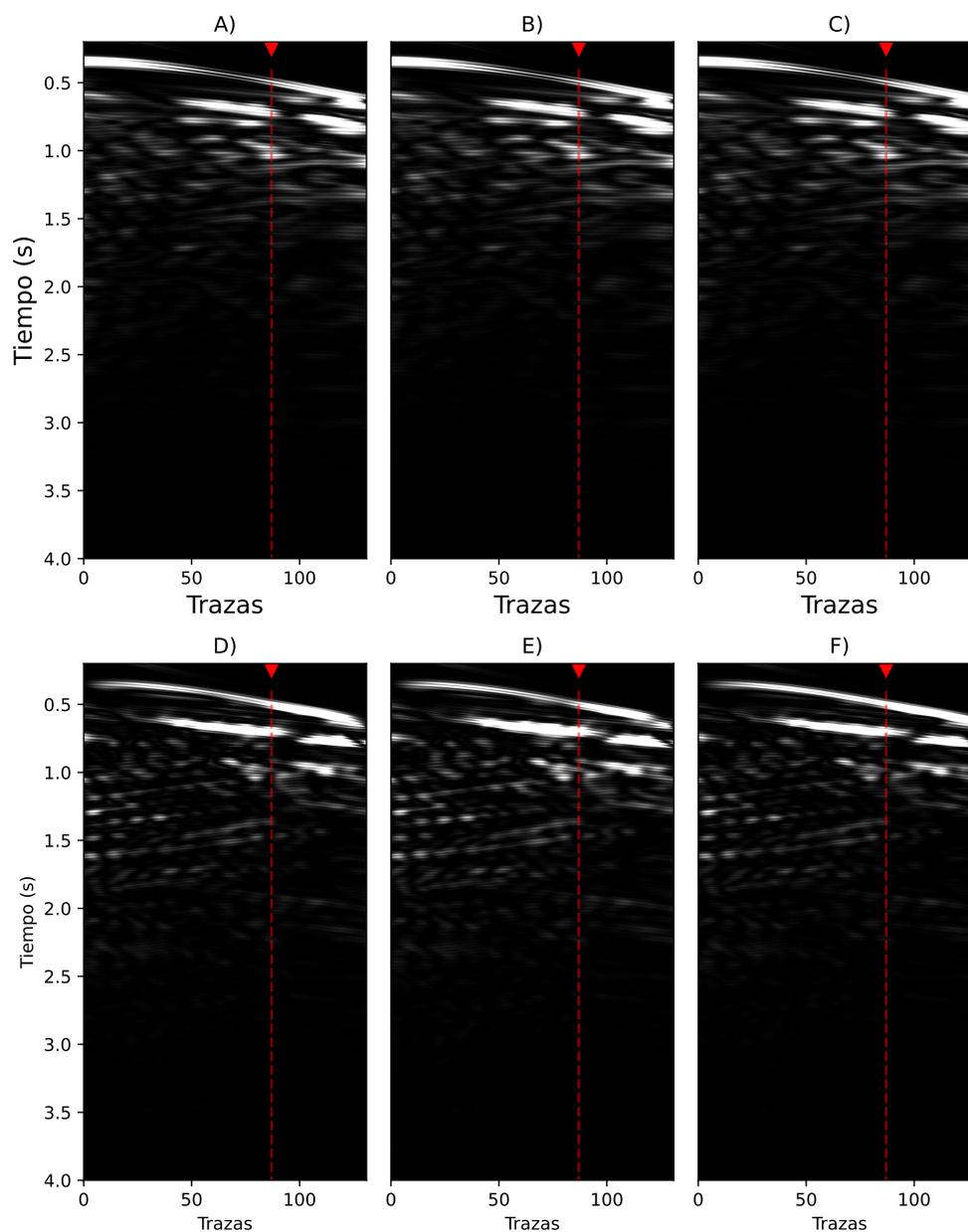


**Figura 23.** Modelos de velocidad resultantes a partir de 1%, 3% y 5% de ruido.

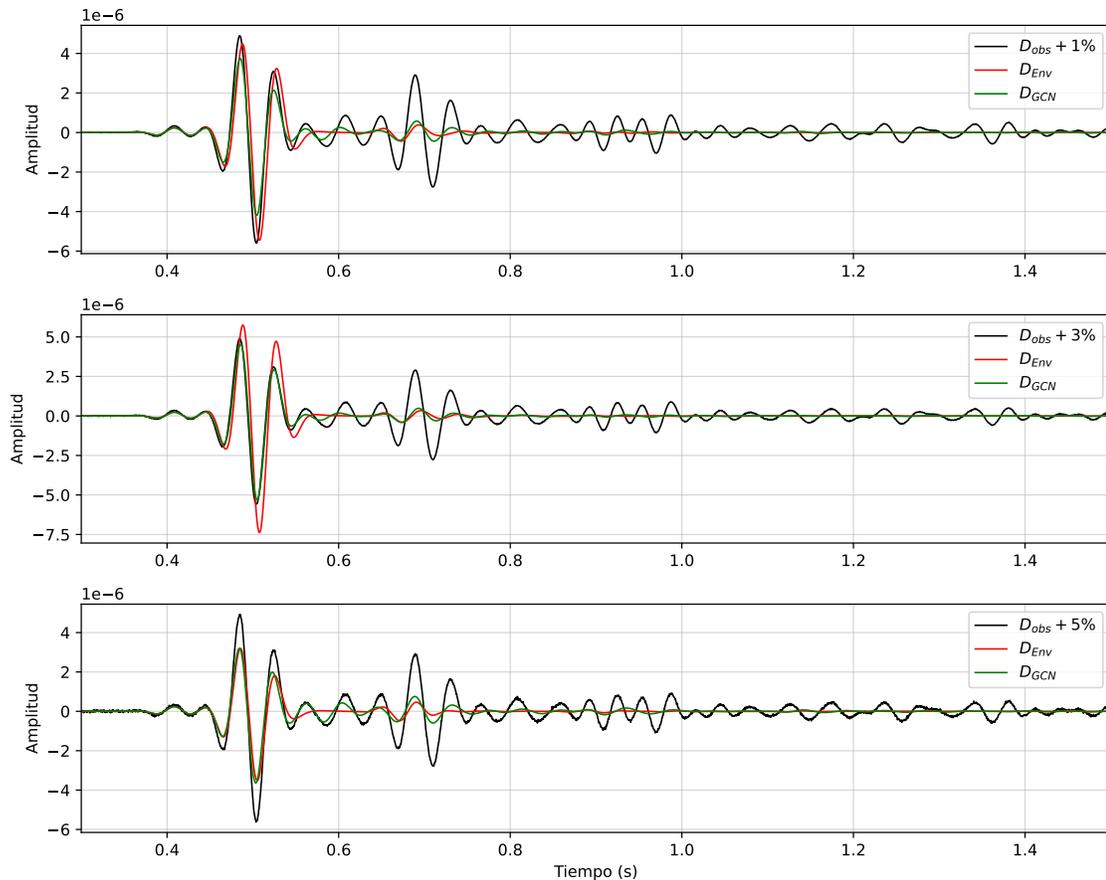


**Figura 24.** Modelos de velocidad resultantes para los tres niveles de ruido: 1%, 3% y 5%, considerando un cambio relativo del error de  $10^{-3}$ .

Con base en las observaciones anteriores para los diferentes niveles de ruido se destaca que, a pesar de recuperar ciertas tendencias de la traza observada, la etapa 2 no logra recuperar sus amplitudes así como reflexiones importantes visibles en la segunda y tercer ventana de tiempo, específicamente reflexiones obtenidas a los 2.2 y en el rango de 3.1 a 3.7 segundos. Asimismo, la tercera ventana muestra como el ruido tiene un claro dominio sobre la señal, especialmente para un nivel de ruido del 5 %, resultando en un ajuste nulo.



**Figura 25.** Residual del campo de onda para los casos con 1%, 3% y 5%. Los incisos A, B y C, corresponden a los resultados de la figura 23. Por otro lado, los incisos D, E y F representan los resultados sobreajustados de la figura 24.

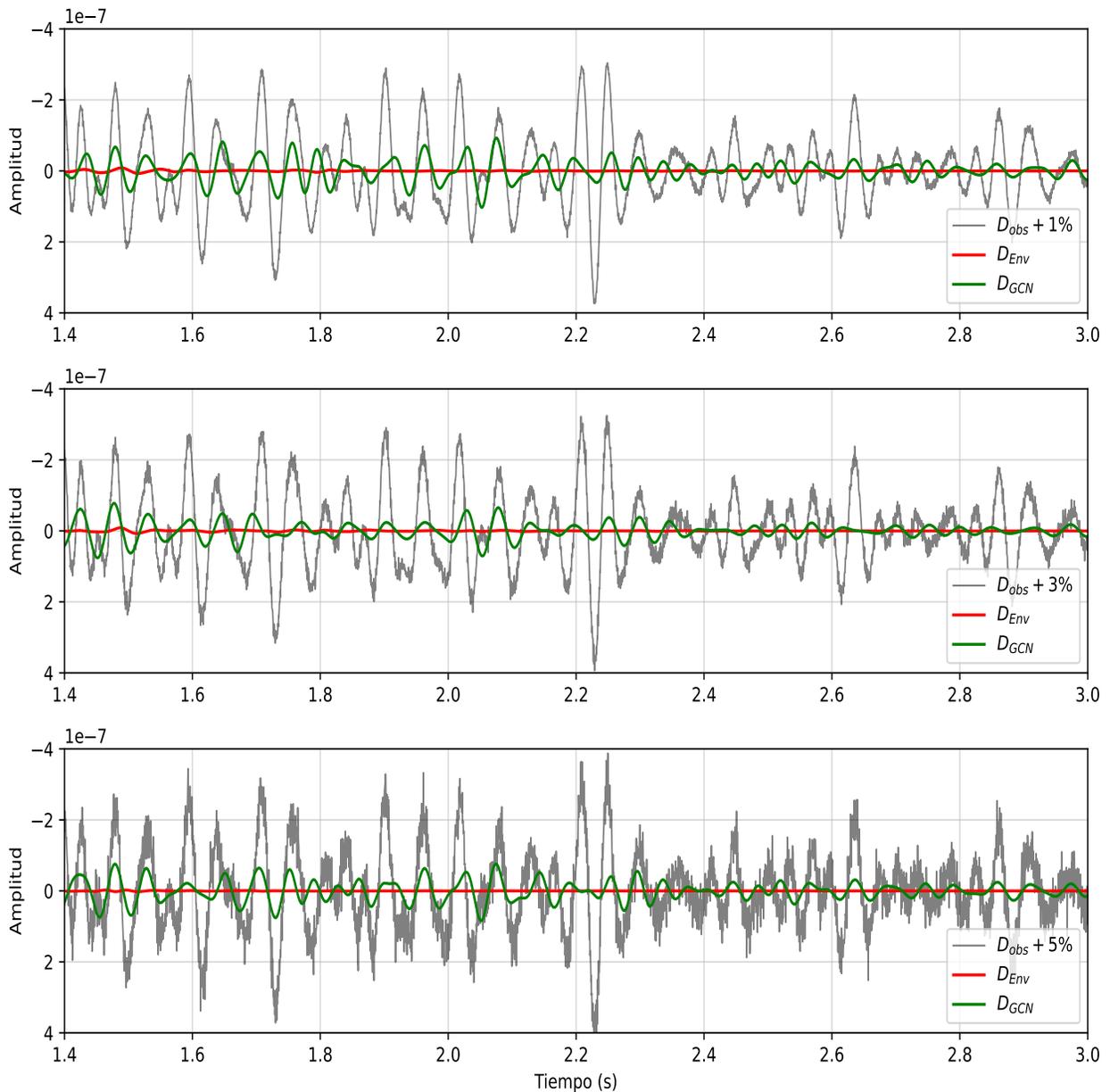


**Figura 26.** Comparación de la primera ventana de tiempo de la traza 87 observada contra la resultante de cada etapa, para los diferentes niveles de ruido.

### 4.3. Análisis de convergencia

Para evaluar la efectividad del proceso de optimización, resulta útil analizar la convergencia mediante la evolución del residual a lo largo de las iteraciones. En la figura 29, se muestra la evolución del residual normalizado a través de las iteraciones para ambos escenarios, donde la línea discontinua roja indica el cambio de etapa.

En el primer gráfico de la figura 29, correspondiente al caso sin ruido, se observa una disminución continua del residual en cada rango de frecuencia, mostrando una minimización más pronunciada en el rango de 0 a 2 Hz, satisfaciendo el criterio de paro basado en el error relativo rápidamente, mientras que para los demás rangos, el residual decrece de manera más suave, requiriendo el número máximo de iteraciones permitidas. Este comportamiento decreciente del residual sugiere que el algoritmo no presentó problemas de convergencia, lo cual concuerda con los resultados discutidos en la sección 4.1.

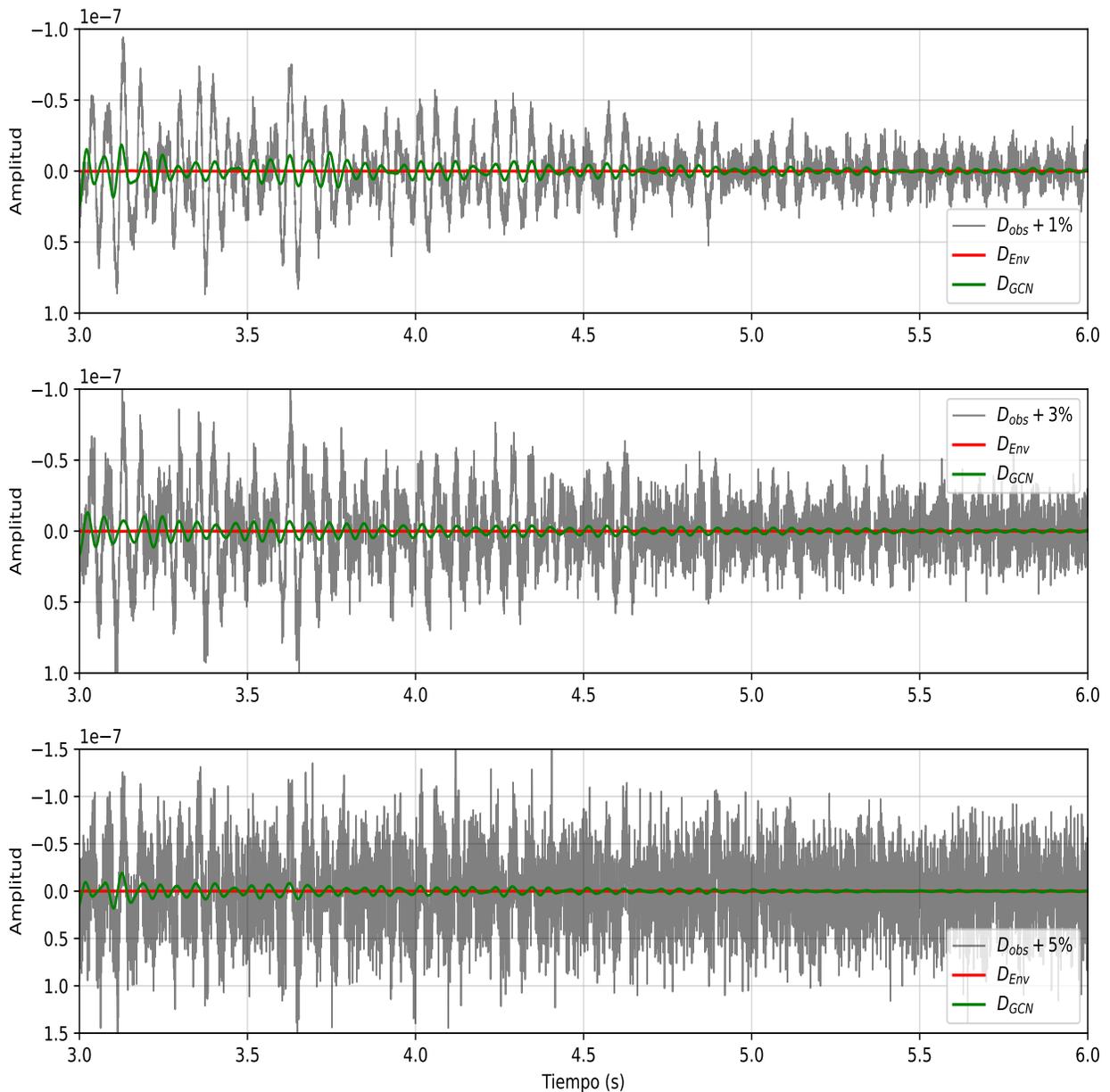


**Figura 27.** Comparación de la segunda ventana de tiempo de la traza 87 observada contra la resultante de cada etapa, para los diferentes niveles de ruido.

En los gráficos segundo, tercero y cuarto de la figura 29, se presenta la evolución del residual para los casos con ruido. En ellas se observa que los tres niveles de ruido muestran un patrón similar, con una minimización del residual lenta en el rango de 0 a 2 Hz, siendo el caso con 3% de ruido el que necesitó más iteraciones para cumplir el criterio de paro (16 iteraciones). En el rango de 0 a 8 Hz, los tres niveles de ruido experimentaron una reducción del residual mínima, que puede considerarse despreciable. Este tipo de progresión suele estar asociado a dos posibles escenarios: el primero es que se haya alcanzado una solución óptima, lo que indicaría una convergencia al mínimo global; el segundo es que el proceso de optimización se haya estancado en un mínimo local, impidiendo una incorrecta optimización de los

parámetros de inversión y dando lugar a una falsa convergencia.

Dado que los modelos de velocidad obtenidos en la primera etapa (figura 23) y los ajustes de la traza 87 (figuras 26, 27 y 28) no fueron óptimos, la tasa de convergencia en este rango de frecuencias sugiere que el algoritmo se quedó estancado en un mínimo local. Por último, para el rango de 0 a 25 Hz, se aprecia que la incorporación de información adicional, junto con un cambio en la función de costo, permitió que el algoritmo de optimización fuese capaz de escapar del dicho mínimo, lo que resultó en una disminución pronunciada del residual y un cumplimiento rápido del criterio de paro.

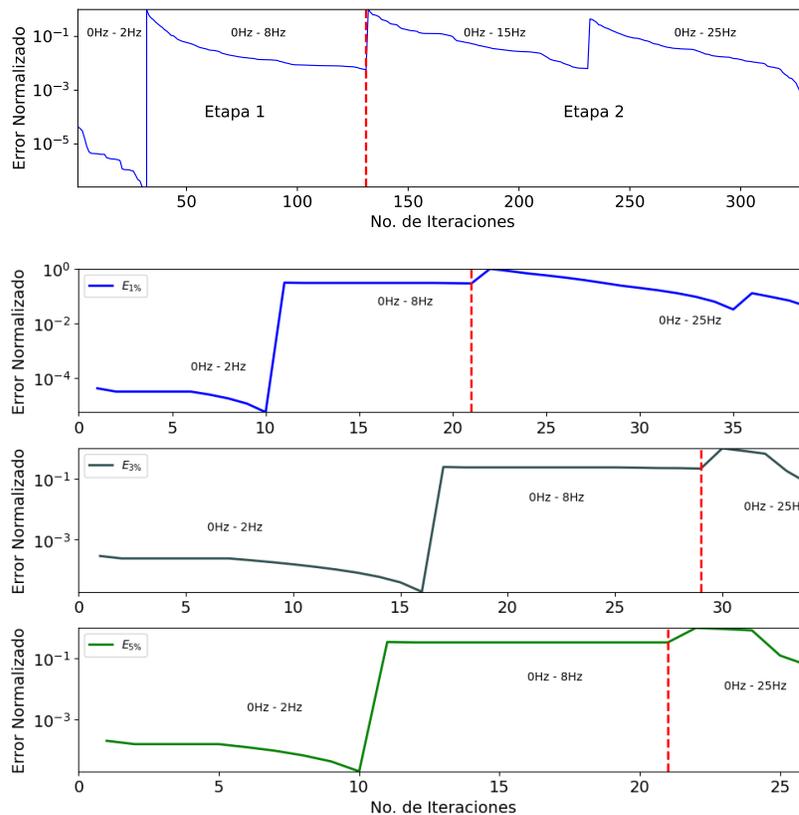


**Figura 28.** Comparación de la tercera ventana de tiempo de la traza 87 observada contra la resultante de cada etapa, para los diferentes niveles de ruido.

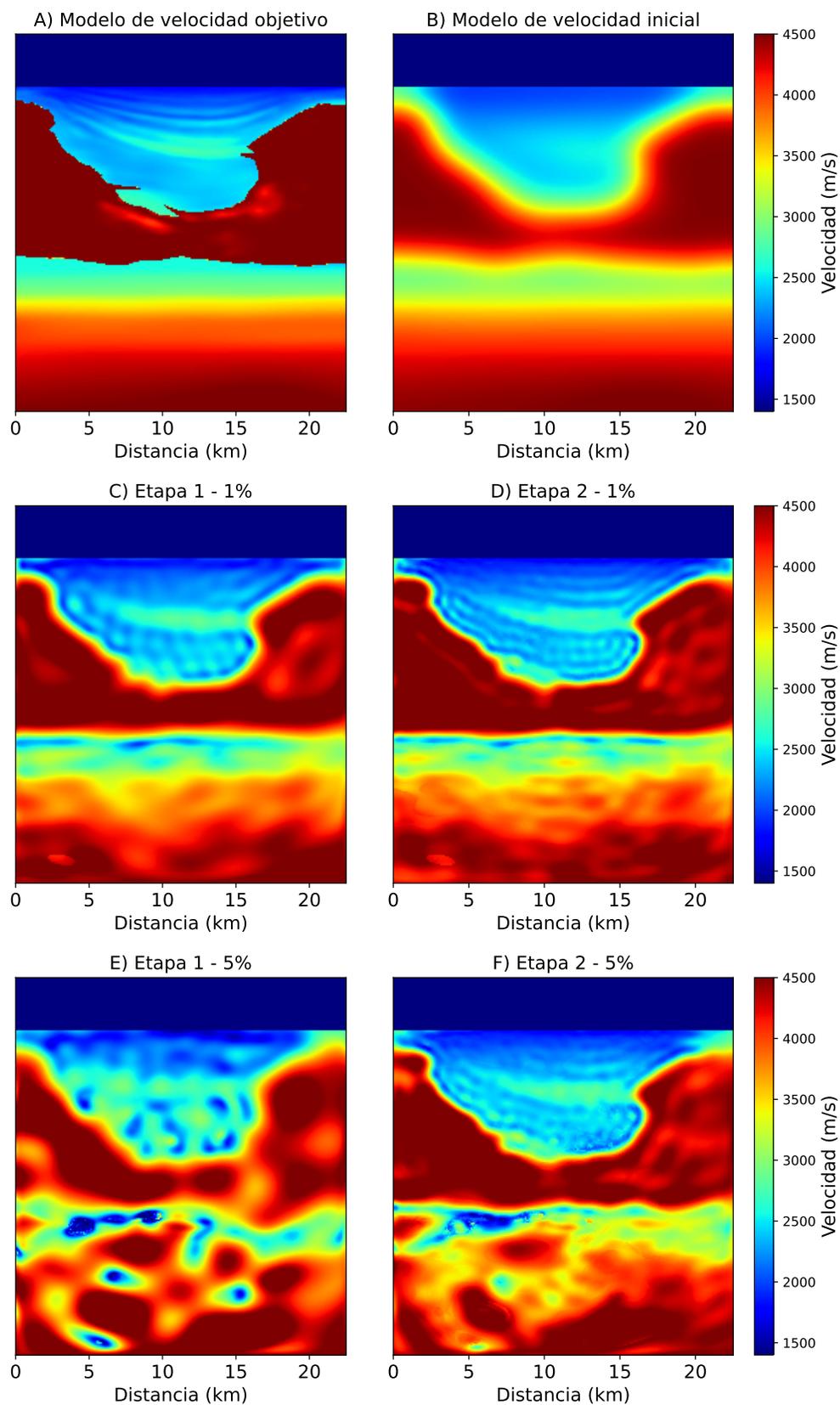
## 4.4. Dependencia del modelo inicial

En la exploración de hidrocarburos, las empresas suelen emplear metodologías específicas para mitigar el impacto que tanto la complejidad geológica como la definición del modelo inicial tienen en los resultados finales de la inversión. Una práctica común consiste en generar un modelo de velocidad inicial utilizando un flujo de trabajo convencional o integrando información adicional. Este enfoque permite a los algoritmos de inversión evitar soluciones no deseadas y converger de forma más precisa hacia el mínimo global.

Para evaluar el grado de dependencia de la metodología empleada en este trabajo con respecto al modelo inicial, se simula la primera estrategia mencionada. En este caso, se obtuvo el modelo inicial aplicando un suavizado gaussiano al modelo objetivo, con una desviación estándar de 10 (1000 m), de manera que el modelo resultante se asemeje a una estimación generada a partir de un flujo convencional. En la figura 30B se muestra esta estimación del modelo inicial, mientras que la figura 30A ilustra el modelo objetivo. Siguiendo el mismo flujo de trabajo descrito para el escenario con ruido, y partiendo de este nuevo modelo inicial, se obtuvieron los resultados descritos en la figura 30.



**Figura 29.** Evolución del residual a través de las iteraciones siendo el cambio de etapa representado por la línea discontinua roja. La imagen superior corresponde al escenario sin ruido. Por otro lado, la segunda, tercera y cuarta figura, representan la evolución del residual para los distintos porcentajes de ruido.



**Figura 30.** Modelos de velocidad obtenidos para los niveles de ruido del 1% y 5%, a partir de la estimación del modelo inicial.

Las figuras 30C y 30D representan el resultado de la primera y segunda etapa de inversión, respectivamente, considerando un nivel de ruido del 1%. Los modelos de velocidad obtenidos para este nivel de ruido muestran un ajuste casi perfecto de las velocidades, tanto en los estratos superiores como en los inferiores, tal como se observa en los perfiles de velocidad de la figura 39 de los apéndices. Además, se logra apreciar una correcta delimitación del domo salino, llegando incluso a recuperar, en ciertas zonas, los estratos de bajas velocidades que rondan los  $2500 \text{ m/s}$ .

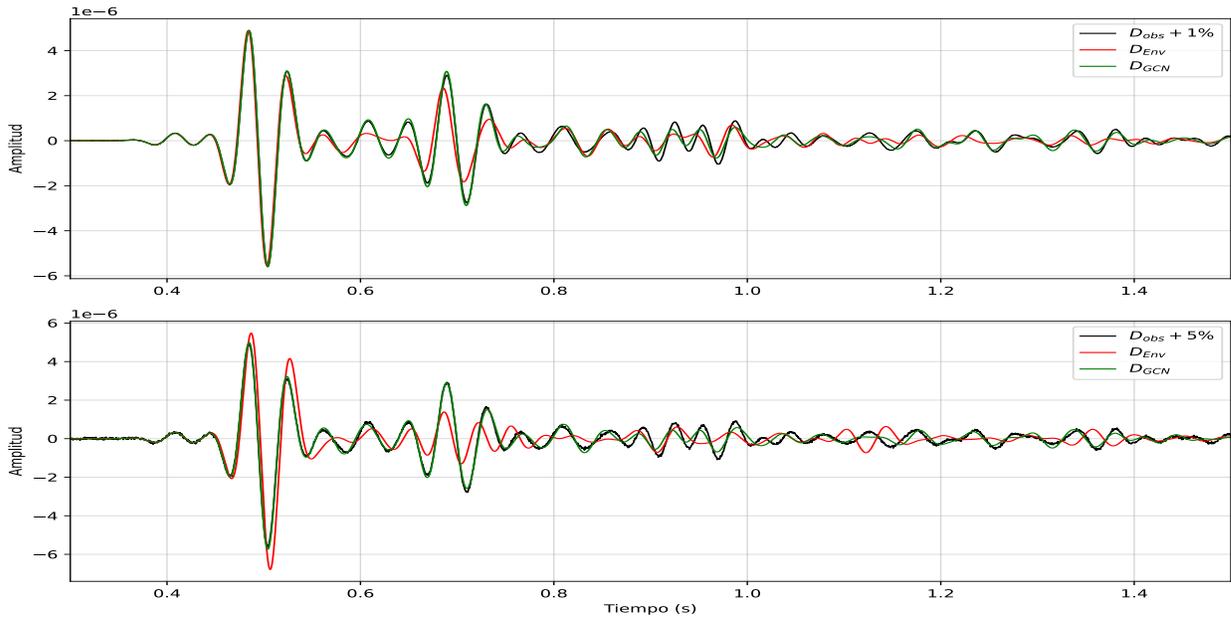
Por otro lado, las figuras 30E y 30F describen los resultados considerando un nivel de ruido del 5%. En este caso se aprecia que, aunque el modelo inicial ha sido mejor estimado, el ruido influye negativamente en el proceso de inversión, generando estructuras anómalas durante la primera etapa de inversión. Sin embargo, es notorio que al finalizar la segunda etapa de inversión, gran parte de estas anomalías desaparecen, obteniendo una mejor definición tanto del domo de sal como de los estratos que lo sobreyacen. A diferencia de las figuras 30C y 30D, la inversión para un 5% de ruido no logra definir adecuadamente los estratos subyacentes al domo de sal, llegando a presentar velocidades que oscilan desde un mínimo de  $1800 \text{ m/s}$  hasta velocidades superiores a  $4500 \text{ m/s}$ , tal como se muestra en los perfiles de velocidad de la figura 40, descritos en los apéndices.

Analizando el ajuste obtenido de la traza 87 del tiro 53 para ambos niveles de ruido, ilustrado en las figuras 31, 32 y 33, se describen las siguientes observaciones:

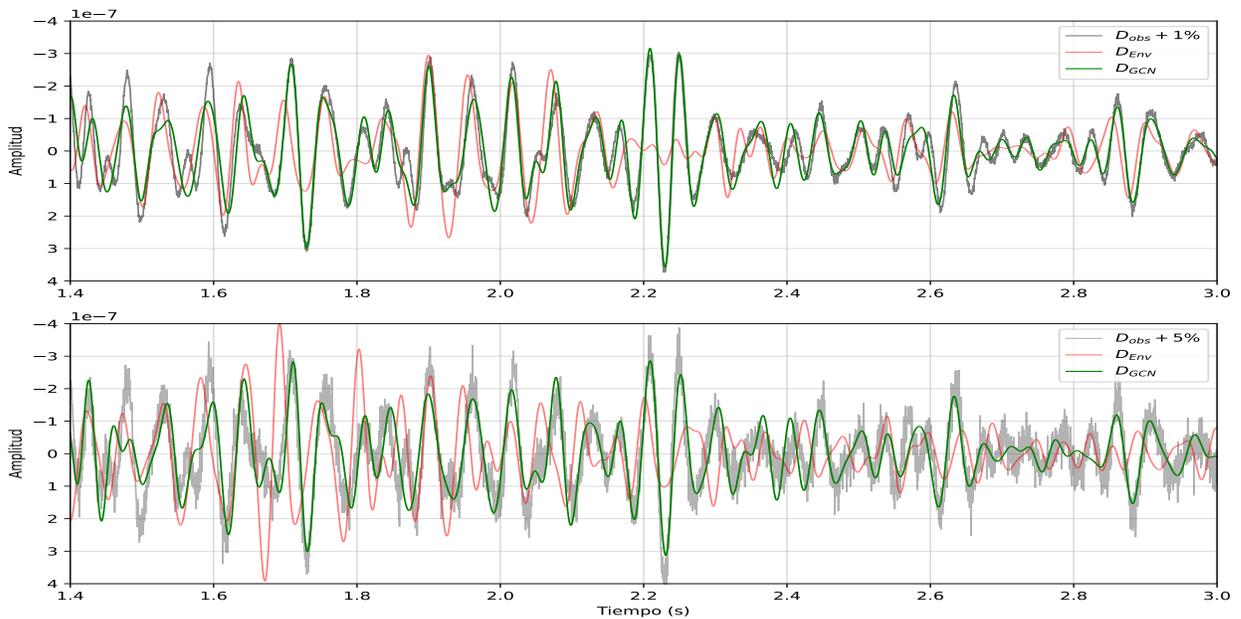
- 1% de ruido. La inversión basada en la envolvente logra recuperar gran parte de las reflexiones y sus amplitudes. Este resultado mejora después de la segunda etapa de inversión pues se obtiene un ajuste casi perfecto con la traza observada en las tres ventanas de tiempo, recuperando además algunas reflexiones enmascaradas en la etapa 1.
- 5% de ruido. En la primera etapa 1, se logran recuperar las primeras reflexiones mostrando incluso una recuperación aceptable de la tendencia de los datos en la primera y segunda ventana de tiempo. No obstante, presenta complicaciones para reflexiones presentes en la tercera ventana. Por otro lado, la etapa 2 resuelve dichas complicaciones obteniendo un ajuste casi perfecto de la traza observada en las dos primeras ventanas. Además, esta fue capaz de ajustar la tendencia de los datos incluso en presencia de un ruido predominante como el que se observa en la tercera ventana de tiempo.

Al evaluar la efectividad del proceso de optimización mediante la evolución del residual, se observa que, en ambos casos, no se presentan los problemas de convergencia descritos en la sección 4.2. La figura 34

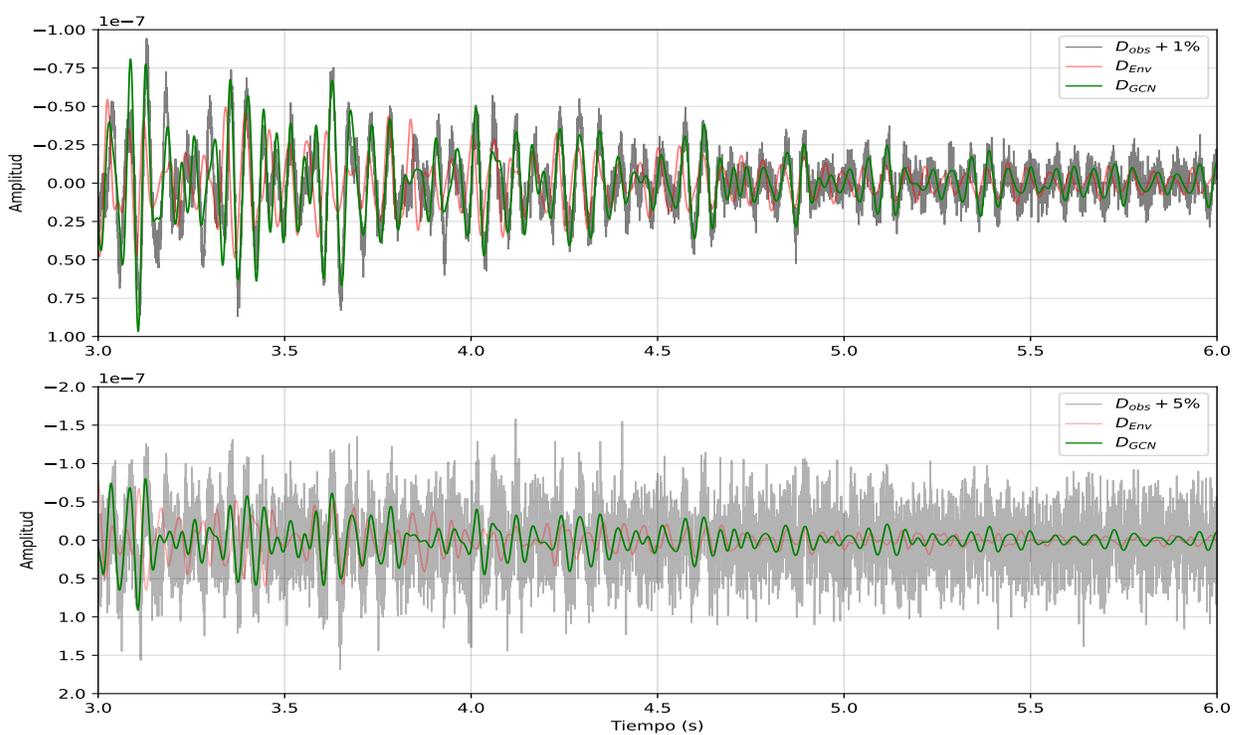
muestra una disminución continua del residual en cada rango de frecuencia, destacando una reducción más prominente en los rangos de 0 a 8 Hz y 0 a 25 Hz. Por otro lado, el rango de 0 a 15 Hz muestra una disminución menos significativa en ambos casos, lo cual podría estar relacionado con la presencia de un mínimo local. No obstante, estos posibles mínimos locales no tuvieron un impacto de gran relevancia en el proceso de optimización dado que el rango de 0 a 25 Hz logró una mejor convergencia.



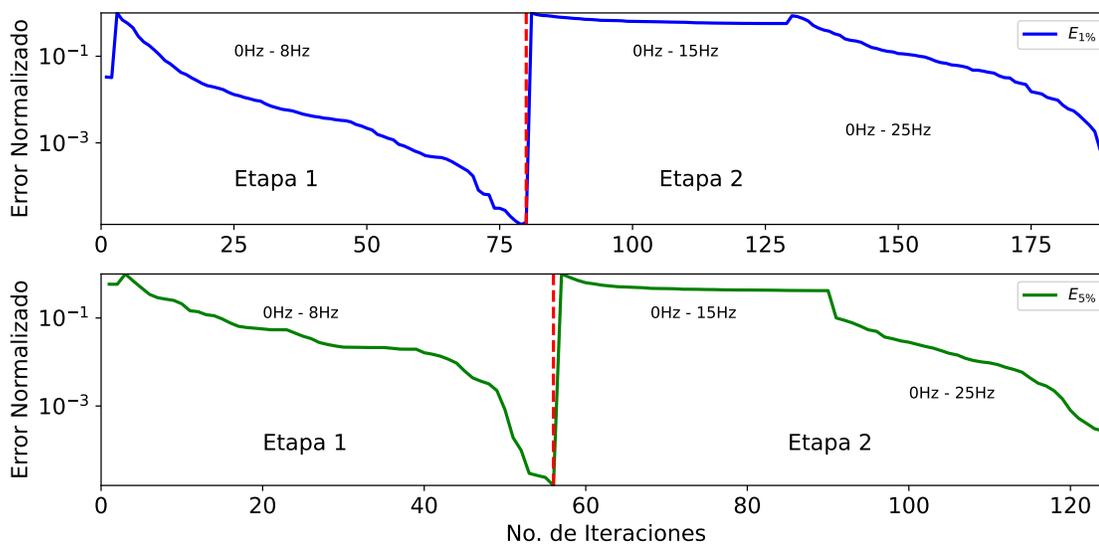
**Figura 31.** Ajuste de la primera ventana de tiempo de la traza 87 observada tras cada etapa de inversión para los niveles de ruido del 1% y 5%, a partir de la estimación del modelo inicial.



**Figura 32.** Ajuste de la segunda ventana de tiempo de la traza 87 observada tras cada etapa de inversión para los niveles de ruido del 1% y 5%, a partir de la estimación del modelo inicial.



**Figura 33.** Ajuste de la tercera ventana de tiempo de la traza 87 observada tras cada etapa de inversión para los niveles de ruido del 1% y 5%, a partir de la estimación del modelo inicial.



**Figura 34.** Evolución del residual a través de las iteraciones siendo el cambio de etapa representado por la línea roja discontinua. La imagen superior corresponde a un nivel de ruido del 1%, mientras que la figura inferior representa un nivel de ruido del 5%.

## Capítulo 5. Conclusiones

---

La efectividad de la inversión de forma de onda completa de datos sísmicos puede verse comprometida cuando existe la presencia de cuerpos dispersivos, como los domos de sal. Estos cuerpos, por sus características, dificultan la obtención de información fiable de bajas y ultra bajas frecuencias, las cuales son de vital importancia para la representación precisa de estos cuerpos. Ante dicha problemática, la inversión por la envolvente surge como una alternativa dada su capacidad para la recuperación de las componentes de longitud de onda larga.

A partir de los resultados mostrados en este trabajo de investigación, usando un modelo de velocidad complejo del campo Tiber, se demuestra que la inversión por la envolvente fue capaz de reconstruir y delimitar la estructura masiva de sal a partir de la recuperación de contenido relevante de bajas frecuencias, incluso partiendo de un modelo inicial lejano del ideal. Sin embargo, los resultados de los problemas con ruido ilustraron que, a pesar de su fortaleza matemática, la presencia de ruido, en conjunto con una mala selección del modelo inicial, pueden provocar una pérdida de resolución y un enmascaramiento de reflexiones complejas, ocasionando que las altas velocidades del domo contaminen las velocidades de estructuras aledañas y evitando la correcta delimitación de la base de dicha estructura. Asimismo, con base en el análisis de convergencia realizado, se concluye que el proceso de optimización tiende a caer en mínimos locales, específicamente en el rango de 0 hasta 8 Hz de frecuencia para los ejercicios planteados, requiriendo un ajuste de frecuencias superiores.

De acuerdo con el análisis de los espectros de frecuencia, el ajuste de frecuencias superiores a los 10 Hz, puede significar un costo computacional mayor dada la necesidad de incrementar el rango de información disponible. Por tal motivo, un esquema de inversión multietapas basado en la combinación de funciones de costo toma importancia.

La incorporación de la función GCN dentro del esquema de inversión multietapas, probó ser eficaz para el ajuste 0 a 25 Hz de frecuencia, principalmente en el primer escenario. Para el segundo escenario, la inversión por GCN mostró necesitar de un pos-procesamiento de los gradientes más avanzado para la mitigar las inestabilidades inevitablemente generadas por la presencia de ruido, así como también una metodología de ajuste más meticulosa. Pese lo anterior, los modelos invertidos no divergieron en gran medida del modelo objetivo, recuperando relativamente bien la tendencia de la traza 87 hasta los 5 segundos de registro, pero no sus amplitudes.

El análisis de la dependencia hacia el modelo inicial demostró que, a partir de una mejor estimación del modelo de velocidades, la metodología empleada en este trabajo fue capaz de reconstruir las estructuras

geológicas complejas incluso en presencia de ruido, recuperando correctamente la traza 87 observada. Esto establece que, si bien la metodología puede ser robusta, esta mantiene un grado importante de dependencia del modelo inicial, especialmente en zonas con alta complejidad geológica.

Adicionalmente, es importante mencionar que el ajuste de los datos en la segunda etapa de inversión, puede requerir de la aplicación de metodologías de regularización que permitan evitar posibles sobreajustes de la información.

Para finalizar, la inversión multietapas de forma de onda completa, combinando la función basada en la envolvente y la función GCN, se presenta como un esquema robusto, capaz de reconstruir cuerpos masivos de sal a partir de modelos iniciales suavizados, incluso en presencia de ruido, cuya eficacia puede ser optimizada mediante la implementación de técnicas de regularización como la regularización por variación total (TV), la selección de modelos iniciales basados en información geológica adicional, así como su extensión al dominio 3D.

## **5.1. Trabajo a futuro**

A lo largo de este proyecto se ha explorado la factibilidad y sensibilidad al ruido del esquema de inversión multietapas considerando un medio acústico 2D. Con base en los resultados, se plantean algunas ideas a considerar para posibles trabajos futuros. Dentro de ellas, se propone extender el problema de inversión al dominio 3D considerando su aplicación en medios acústicos, elásticos y acoplados. Analizar su factibilidad en medios anisótropos, haciendo énfasis en anisotropía TTI. Implementar la metodología descrita utilizando los datos sísmicos reales del campo Tiber. Por último, Explorar distintas combinaciones de funciones de costo, tales como: Envelope-Optimal transport, Envelope based GCN (EGCN) - Optimal transport, entre otras.

Como sugerencia para los puntos anteriores, se recomienda añadir parámetros de regularización, especialmente mediante la técnica por variación total, y considerar un enfoque de ajuste adicional basado en ventanas de tiempo.

## Literatura citada

- Aki, K. & Richards, P. (2002). *Quantitative Seismology*, (2a ed.). University Science Books, CA.
- Alford, R. M., Kelly, K. R., & Boore, D. M. (1974). Accuracy of finite difference modeling of the acoustic wave equation. *GEOPHYSICS*, 39, 834–842. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/1.1440470>.
- Bozdag, E., Trampert, J., & Tromp, J. (2011). Misfit functions for full waveform inversion based on instantaneous phase and envelope measurements. *Geophysical Journal International*, 185, 845–870. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.04970.x>.
- Britannica (2019). Salt dome. Recuperado el 13 de octubre de 2024, de: <https://www.britannica.com/science/salt-dome>.
- Chang, G., Kuehl, H., Plessix, R., & Stopin, A. (2019). Elastic full waveform inversion for salt model building in Gulf of Mexico. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1250–1254. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/segam2019-3200241.1>.
- Chi, B., Dong, L., & Liu, Y. (2014). Full waveform inversion method using envelope objective function without low frequency data. *Journal of Applied Geophysics*, 109(3), 36–46. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2014.07.010>.
- Choi, Y. & Alkhalifah, T. (2012). Applications of multi-source waveform inversion to marine streamer data using global correlation norm. *Geophysical Prospecting*, 60, 748–758. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2012.01079.x>.
- Dong, S., Han, L., Hu, Y., & Yin, Y. (2019). Full waveform inversion based on a local traveltimes correction and zero-mean cross-correlation-based misfit function. *Acta Geophysica*, 68. <https://doi.org/10.1007/s11600-019-00388-x>.
- Dow Jones Deutschland (2009). Bp Makes “Giant” Oil Find In Deep U.S. Gulf Well. Recuperado el 13 de octubre de 2024, de: <https://web.archive.org/web/20090912080444/http://www.dowjones.de/site/2009/09/bp-makes-giant-oil-find-in-deep-us-gulf-well.html>.
- Fichtner, A. (2011). *Full seismic waveform modelling and inversion*. Springer.
- Geoscience News and Information (2024). What is a Salt Dome? Recuperado el 13 de octubre de 2024, de: <https://geology.com/stories/13/salt-domes/>.
- Guo, Q., Purcell, C., Casasanta, L., & Grion, S. (2021). Enhanced fwi cycle-skipping mitigation by constrained correlation-based traveltimes inversion. *European Association of Geoscientists Engineers*, 2021, 1–5. <https://doi.org/https://doi.org/10.3997/2214-4609.202112894>.
- Guoxin, C., Yang, W., Chen, S., Liu, Y., & Gu, Z. (2020). Application of envelope in salt structure velocity building: From objective function construction to the full-band seismic data reconstruction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 58, 6594–6608. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2020.2978125>.
- Holberg, O. (1987). Computational aspects of the choice of operator and sampling interval for numerical differentiation in large-scale simulation of wave phenomena. *Geophysical Prospecting*, 35, 629–655. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1987.tb00841.x>.
- Jingrui, L. & Ru-Shan, W. (2015). Seismic envelope inversion: reduction of local minima and noise resistance. *Geophysical Prospecting*, 63, 597–614. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/1365-2478.12208>.

- Ju-Won, O. & Alkhalifah, T. (2018). Full waveform inversion using envelope-based global correlation norm. *Geophysical Journal International*, 213(2), 815–823. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/gji/ggy031>.
- Kalita, M., Kazei, V., Choi, Y., & Alkhalifah, T. (2019). Regularized full-waveform inversion with automated salt flooding. *GEOPHYSICS*, 84, R569–R582. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/geo2018-0146.1>.
- Komatitsch, D. & Martin, R. (2007). An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation. *Geophysics*, 72(5), 155–167. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/1.2757586>.
- Komatitsch, D. & Tromp, J. (1999). Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation. *Geophysical Journal International*, 139(3), 806–822. <https://doi.org/https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.1999.00967.x>.
- Komatitsch, D. & Vilotte, J. P. (1998). The spectral element method: An efficient tool to simulate the seismic response of 2d and 3d geological structures. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88, 368–392. <https://doi.org/https://doi.org/10.1785/BSSA0880020368>.
- Köhn, D. (2011). Time domain 2D elastic full waveform tomography. [Tesis de Doctorado en Ciencias, Christian Albrechts-Universität zu Kiel]. Recuperado el 30 de agosto de 2024, de: [https://macau.uni-kiel.de/receive/diss\\_mods\\_00006786?lang=en](https://macau.uni-kiel.de/receive/diss_mods_00006786?lang=en).
- Köhn, D., De Nil, D., Kurzmann, A., Przebindowska, A., & Bohlen, T. (2012). On the influence of model parametrization in elastic full waveform tomography. *Geophysical Journal International*, 191(1), 325–345. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05633.x>.
- Lailly, P. (1983). The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 206–220.
- Li, J., Rusmanugroho, H., Syazana, F., & Kalita, M. (2021). A robust 3D anisotropic full-waveform inversion strategy for complex salt provinces. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 842–846. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/segam2021-3584006.1>.
- Luo, J., Zhou, H., Wu, R., & Huang, X. (2023). Salt and subsalt structure recovery — An envelope-based waveform inversion with local angle domain illumination compensation and L-BFGS. *GEOPHYSICS*, 88, R453–R467. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/geo2022-0550.1>.
- Mackey, G. N., Horton, B. K., & Milliken, K. L. (2012). Provenance of the paleocene–eocene wilcox group, western gulf of mexico basin: Evidence for integrated drainage of the southern laramide rocky mountains and cordilleran arc. *GSA Bulletin*, 124(5-6), 1007–1024. <https://doi.org/https://doi.org/10.1130/B30458.1>.
- Malbrough, J. P. (2015). Petroleum play study of the keathley canyon, gulf of mexico. [Tesis de Maestría en Ciencias, University of New Orleans]. Recuperado el 10 de septiembre de 2024, de: <https://scholarworks.uno.edu/td/2095/>.
- Marine Conservation Institute (2024). Gulf of Mexico and Caribbean. Recuperado el 13 de octubre de 2024, de: [https://marine-conservation.org/media/shining\\_sea/place\\_gulf\\_gulf.htm#:~:text=GULF%20OF%20MEXICO%20AND%20CARIBBEAN&text=Over%20500%20mushroom%2Dshaped%20geological,and%20several%20miles%20in%20diameter](https://marine-conservation.org/media/shining_sea/place_gulf_gulf.htm#:~:text=GULF%20OF%20MEXICO%20AND%20CARIBBEAN&text=Over%20500%20mushroom%2Dshaped%20geological,and%20several%20miles%20in%20diameter).
- Nocedal, J. & Wright, S. (2006). *Numerical Optimization*. Springer.

- Plessix, R.-E. (2006). A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, 167(2), 495–503. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x>.
- Silva Ávalos, R. (2020). Cooperative gravimetric and full waveform inversion. [Tesis de Doctorado en Ciencias, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California]. Recuperado el 30 de agosto de 2024, de: <https://cicese.repositorioinstitucional.mx/jsp/ui/handle/1007/3294>.
- Tarantola, A. (1984). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *GEOPHYSICS*, 49, 1259–1266. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/1.1441754>.
- Virieux, J. (1986). P-sv wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *GEOPHYSICS*, 51, 889–901. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/1.1442147>.
- Virieux, J. & Operto, S. (2009). An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *GEOPHYSICS*, 74, WCC1–WCC26. <https://doi.org/https://doi.org/10.1190/1.3238367>.

# Apéndices

## Ruido Blanco

La adición de ruido blanco o ruido Gausiano en el proceso de inversión de datos sísmicos es una parte fundamental para analizar las fortalezas y debilidades de las distintas metodologías. Este ruido blanco se puede añadir de distintas formas. En este caso, el ruido se definió usando la siguiente expresión

$$Noise = \frac{Signal}{10^{\left(\frac{SNR_{dB}}{20}\right)}} \quad (33)$$

Donde  $SNR_{dB}$  es un parámetro definido y expresa que tan fuerte es la señal en comparación con el ruido. Los valores altos y bajos de  $dB$  indican menor o mayor predominancia del ruido con respecto a la señal, respectivamente.

Con base en la ecuación 33, se definió la siguiente función en Python

```

1 def add_noise(data, snr_db):
2
3     signal_rms = np.sqrt(np.mean(data**2))
4     noise_rms = signal_rms / (10**(snr_db / 20))
5     noise = np.random.normal(0, noise_rms, data.shape)
6
7     return data + noise

```

Esta función calcula el valor cuadrático medio de la señal original, calcula la amplitud del ruido en términos del valor cuadrático medio determinado por  $SNR_{dB}$  y, por último, añade el ruido a los datos originales.

## Perfiles de velocidad

En este anexo se presentan los perfiles de velocidad correspondientes a las ubicaciones  $x = 0, 2.5, 5.0, 7.5, 10.0, 12.5, 15.0, 17.5$  y  $20$  km para ambos escenarios y niveles de ruido.

### Escenario sin ruido

La figura 35 muestra los perfiles de velocidad obtenidos de los modelos resultantes para ambas etapas de inversión cuando no hay presencia de ruido.

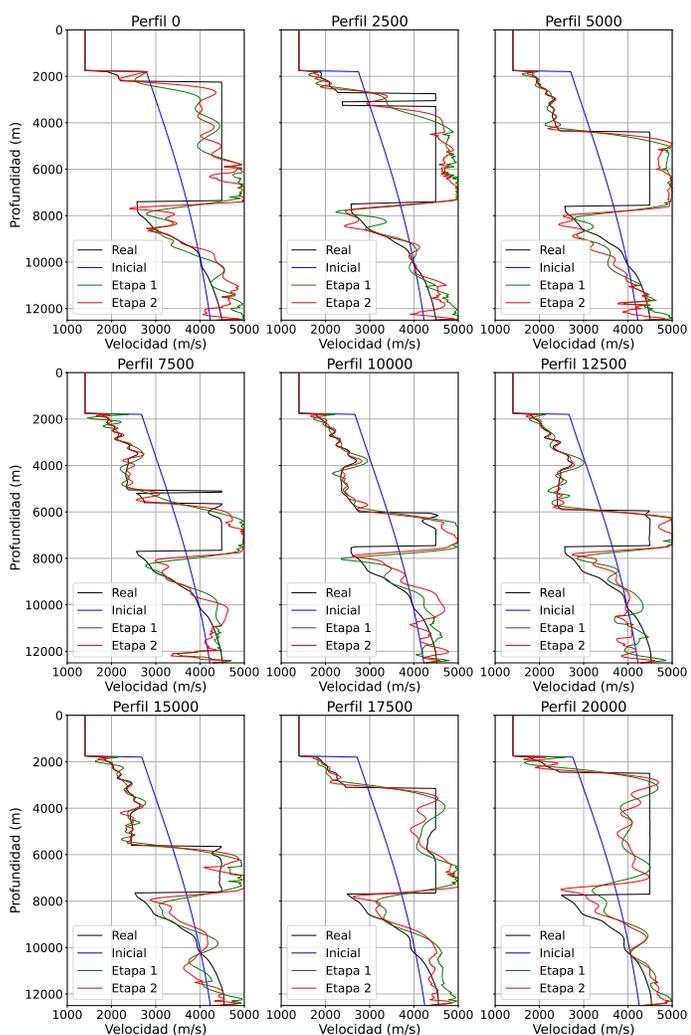
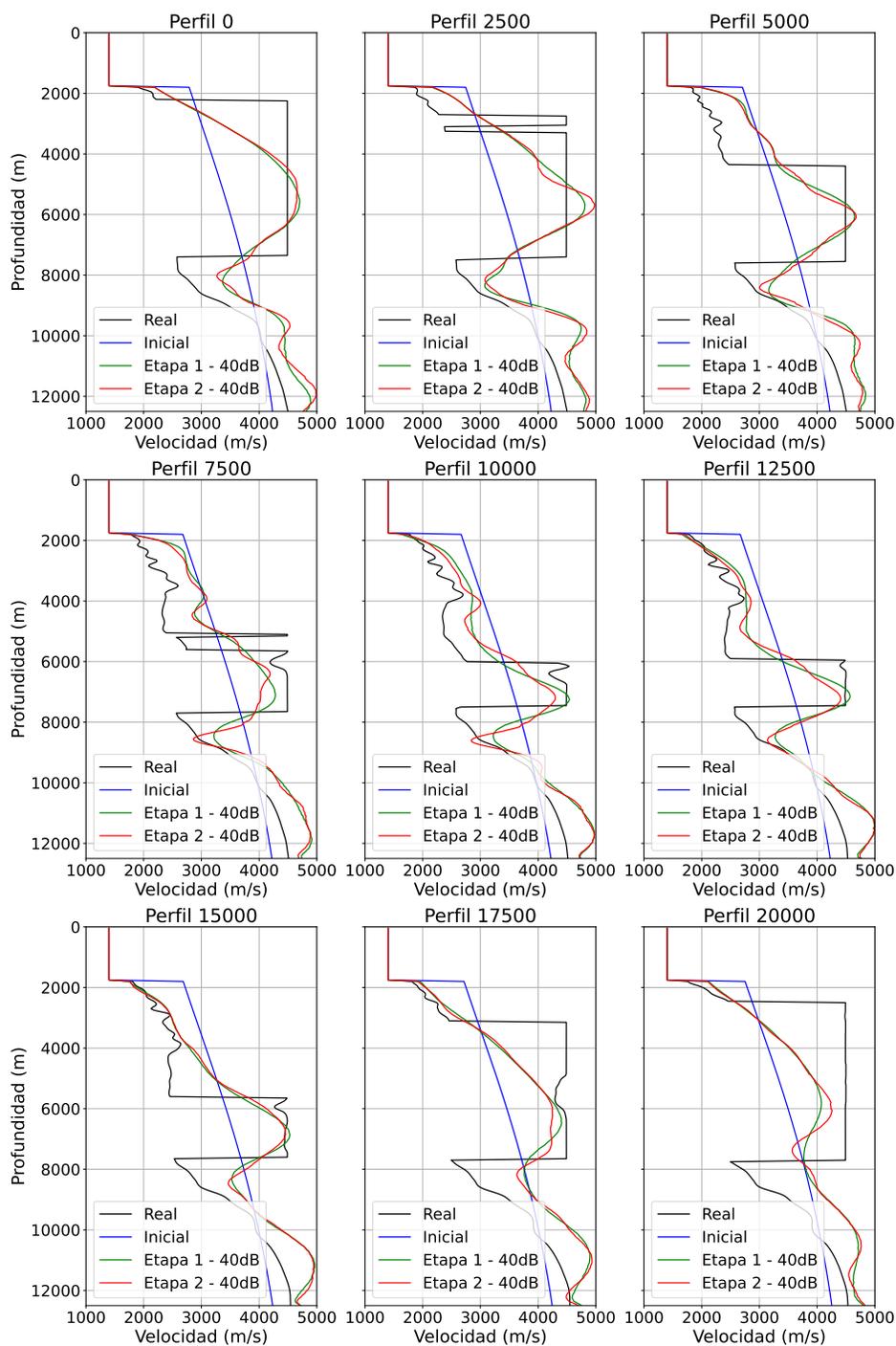


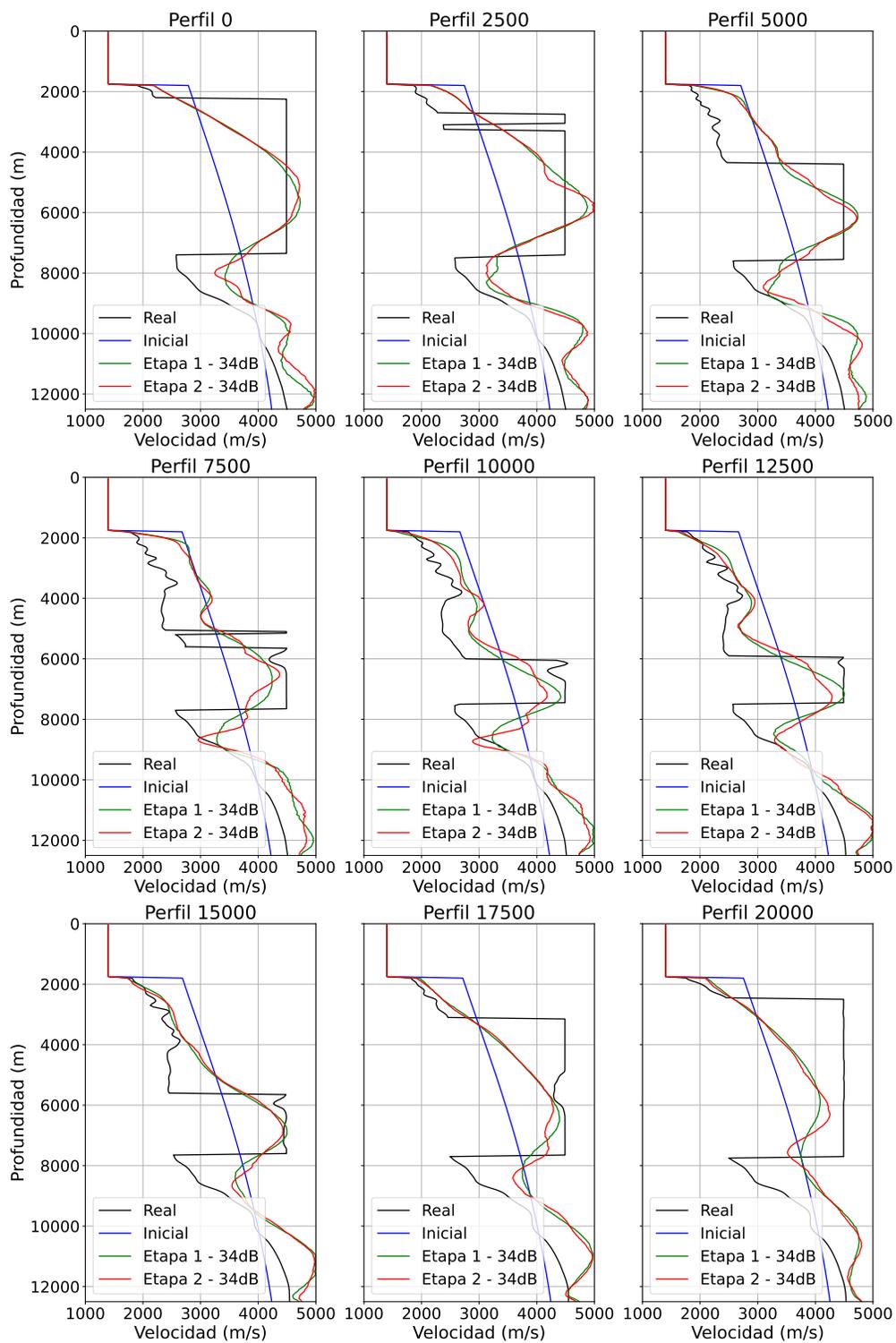
Figura 35. Perfiles de velocidad para el escenario sin ruido.

## Escenario con ruido

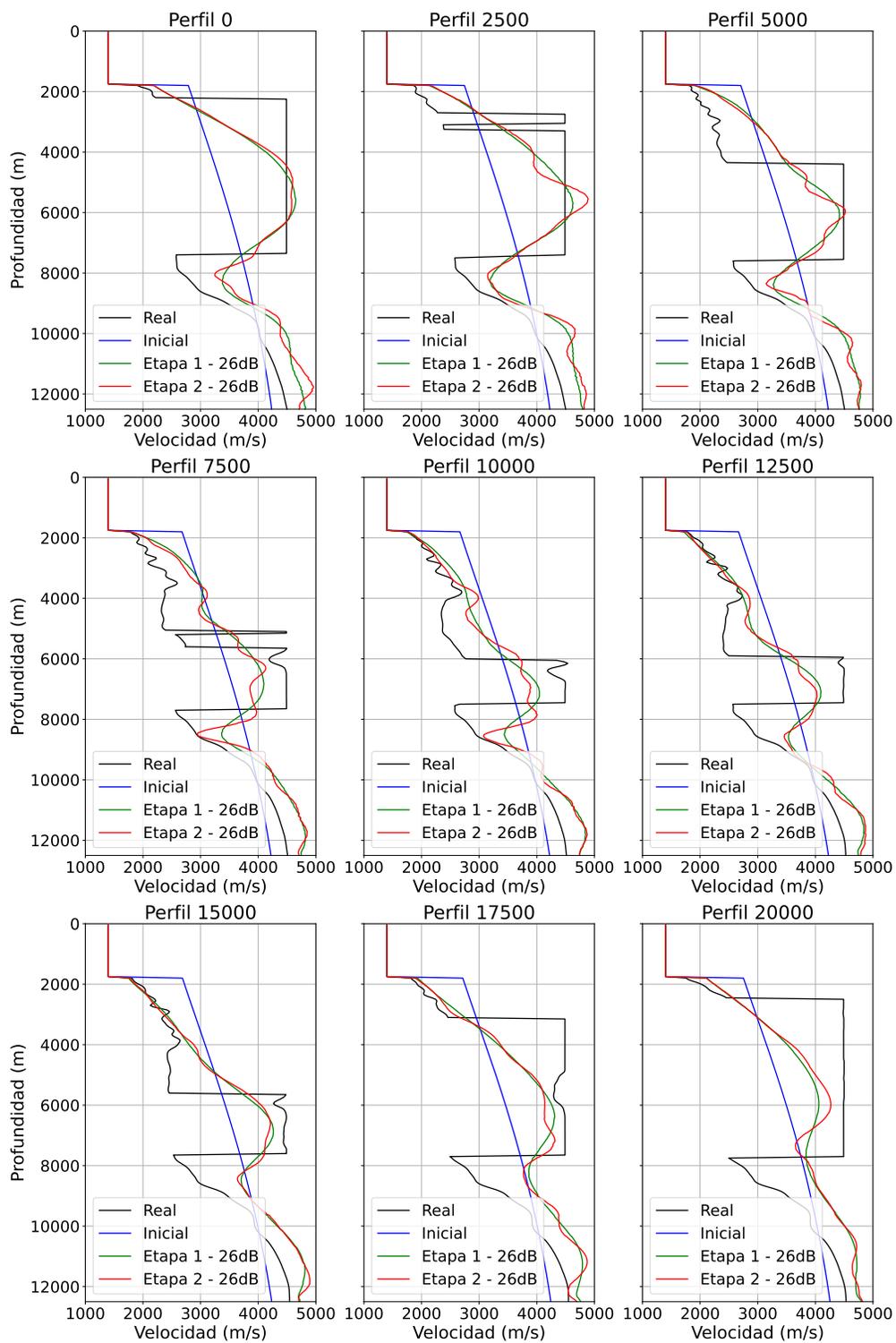
Las figuras 36, 37 y 38 muestran los perfiles de velocidad obtenidos de los modelo resultantes para ambas etapas de inversión cuando se tiene presencia de un nivel de ruido del 1%, 3% y 5%, respectivamente.



**Figura 36.** Perfiles de velocidad para el escenario con 40dB de ruido.



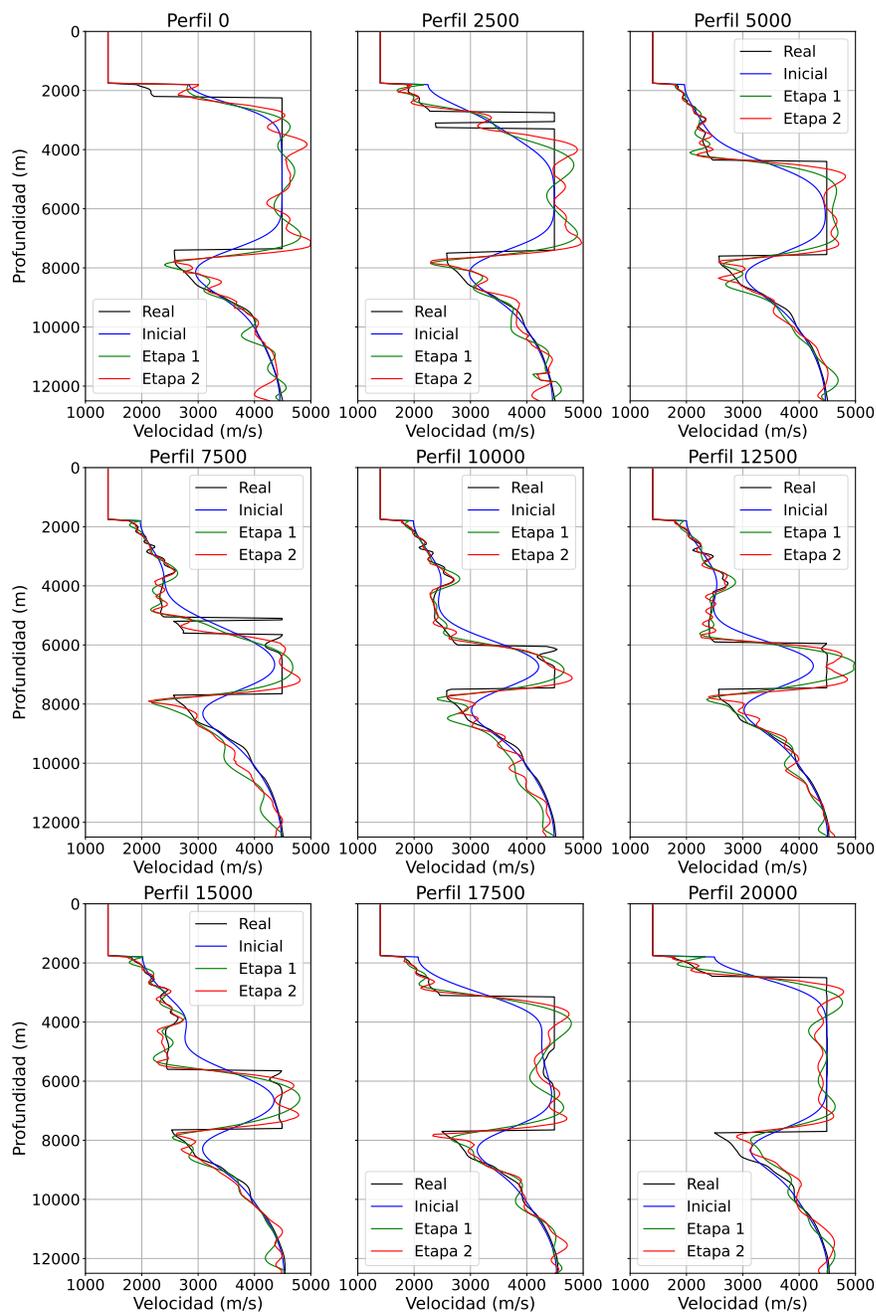
**Figura 37.** Perfiles de velocidad para el escenario con 34dB de ruido.



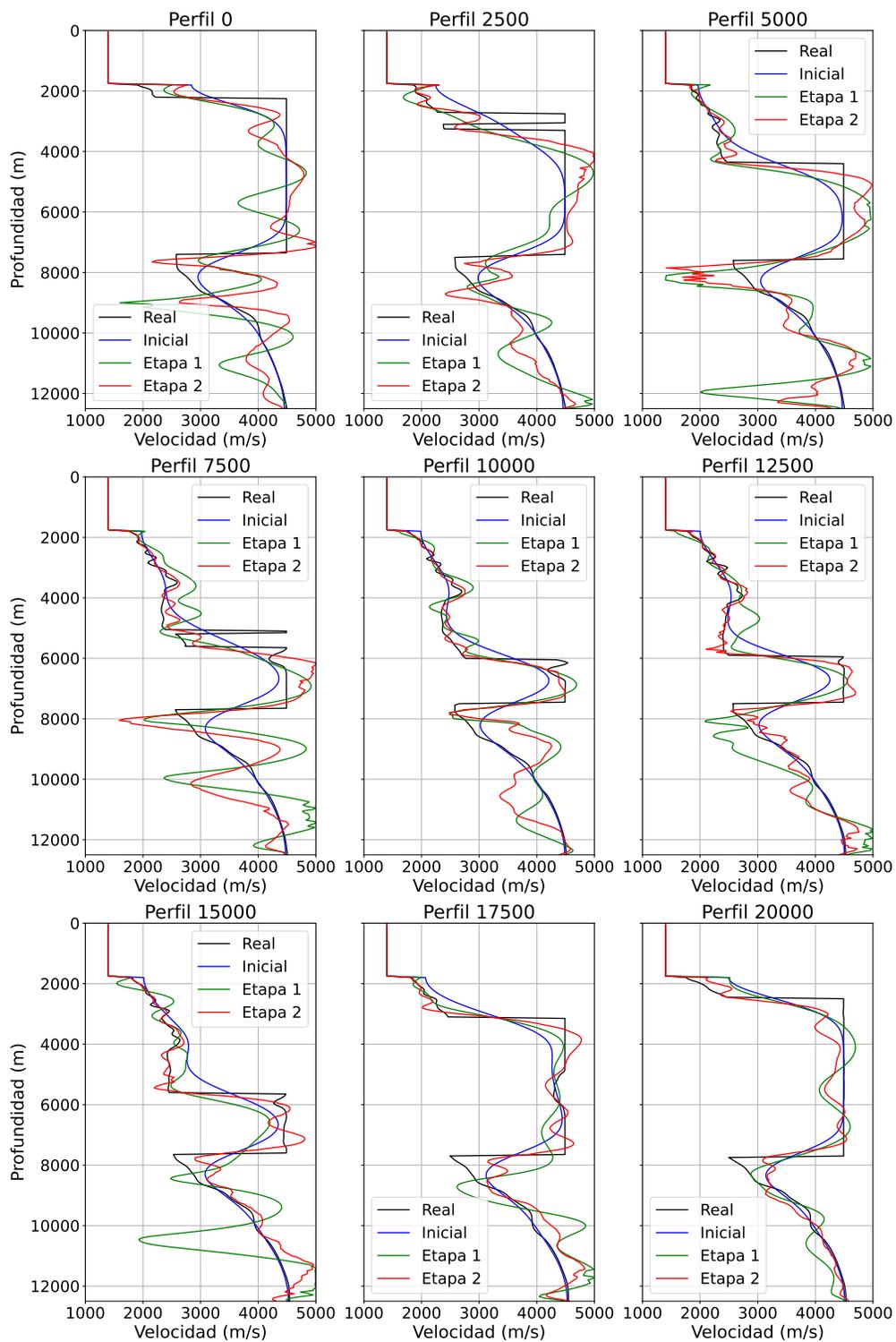
**Figura 38.** Perfiles de velocidad para el escenario con 26dB de ruido.

## Estimación del modelo inicial por flujo de trabajo convencional

Las figuras 39 y 40 muestra los perfiles de velocidad obtenidos de los modelos resultantes para ambas etapas de inversión cuando se tiene presencia de un nivel de ruido del 1 %, 3 % y 5 %, respectivamente, y se emplea una mejor aproximación del modelo inicial.



**Figura 39.** Perfiles de velocidad para el escenario con 40dB de ruido obtenidos considerando una mejor estimación del modelo inicial.



**Figura 40.** Perfiles de velocidad para el escenario con 26dB de ruido obtenidos considerando una mejor estimación del modelo inicial.