Tesis defendida por

Sergio De la Cruz Arreola

y aprobada por el siguiente comité

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Director del comité

Dr. Kevin Arthur O'Donnell

Miembro del comité

Dr. Raúl Rangel Rojo

Miembro del comité

Dr. Heriberto Márquez Becerra

Miembro del comité

Dr. Víctor Manuel Coello Cárdenas

Miembro del comité

Dr. Alexei A. Maradudin

Miembro del comité

Dr. Pedro Negrete Regagnon

Coordinador del programa de posgrado en Óptica

Dr. Jesus Favela Vara

Encargado del despacho de la dirección de estudios de posgrado

Julio de 2013

Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada

Programa de posgrado en ciencias

en Óptica

Diseño de estructuras plasmónicas

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

Doctor en Ciencias

Presenta:

Sergio De la Cruz Arreola

Resumen de la tesis de Sergio De la Cruz Arreola, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Óptica con orientación en óptica física.

Diseño de estructuras plasmónicas

Resumen aprobado por:

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Director de Tesis

En esta tesis se reportan estudios originales sobre la interacción de luz con superficies. En la primera parte, se estudia la reflexión de campos aleatorios por superficies planas. Aunque se presenta solamente el caso de moteado, la teoría también es aplicable al caso de campos parcialmente coherentes. Encontramos que, después de una reflexión, los campos aleatorios pueden presentar corrimientos laterales similares a los corrimiento Goos-Hänchen que se presentan, por ejemplo, con haces gaussianos. Mostramos que existe una equivalencia entre estos dos problemas, lo cual permite calcular corrimientos laterales de campos aleatorios en términos de los resultados obtenidos para haces equivalentes.

La parte central de la tesis consiste de un estudio teórico numérico sobre la excitación de PPS por medio de estructuras superficiales y la interacción de estos con estructuras tipo canal. Se presentan cálculos de acoplamiento de luz a PPS por medio de surcos y escalones con diferentes pendientes, como función de los parámetros que los definen. Exploramos también las posibilidades de mejorar la eficiencia de acoplamiento usando estructuras periódicas, encontrando que una estructura con una longitud de alrededor de cuatro longitudes de onda puede acoplar hasta el 45% de la potencia del haz incidente a PPS. Utilizando estos acopladores, se realizaron cálculos de transmitancia y reflectancia para PPS que inciden perpendicularmente sobre surcos rectangulares. Encontramos que la transmitancia, la reflectancia y las pérdidas dependen fuertemente del ancho y profundidad de los surcos.

Por otro lado, describimos también un procedimiento para el diseño de fronteras metal-metal que, sin introducir reflexiones o efectos de esparcimiento en los PPS, producen una fuerte atenuación de estos en el segundo medio. Los resultados se ilustran por medio de cálculos basados en una condición de frontera de impedancia no local.

La tesis también contiene resultados experimentales relacionados a la transmisión de PPS a través de surcos rectangulares a incidencia normal y oblicua. Los resultados obtenidos a incidencia normal se pueden comparar directamente con resultados numéricos, pero los resultados a incidencia oblícua no tienen, por ahora, una contraparte teórica. Finalmente, se presentan resultados de la eficiencia de excitación por surcos rectangulares y se comparan con resultados numéricos.

Palabras Clave: **Plasmones de superficie, óptica electromagnética, esparcimiento, superficies rugosas.**

Abstract of the thesis presented by Sergio De la Cruz Arreola, as a partial requirement to obtain the Doctor in Sciences in Optics with orientation in physical optics.

Design of plasmonic structures

Abstract approved by:

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Director de Tesis

This thesis reports original studies on different aspects of the interaction of light with surfaces. In the first part, we study the reflection of random fields by flat surfaces. Although we only deal specifically with the case of speckle fields, the theory is also applicable to the case of partially coherent fields. We find that, upon reflection by a flat surface, random fields can present lateral displacements similar to the Goos-Hänchen shifts that occur, for example, with Gaussian beams. We show that there is an equivalence between these two problems, which permits the calculation of the lateral shifts of random fields in terms of the results obtained for the equivalent beams.

The central part of the thesis consists of a theoretical-numerical study of the excitation of surface plasmon-polaritons (SPP) by surface structures and their interaction with channel-like structures. We present calculations of the coupling of light to SPP through grooves and steps with different slopes, as functions of the parameters that define them. We also explore the possibility of improving the coupling efficiency by means of periodic structures and find that a structure whose total length is about four wavelengths can couple as much as 45% of the power of the incident beam to SPP. Employing such coupling structures, we carried out calculations of the transmission and reflection of SPP that travel perpendicularly to the grooves. We find that the transmittance, the reflectance, and the losses depend strongly on the width and depth of the grooves.

We also describe, on the other hand, a procedure to design metal-metal boundaries that, without the introduction of of reflections or scattering effects on the SPP, introduce a strong absorption of the SPP in the second medium. The results are illustrated by means of calculations based on a non-local impedance boundary condition.

The thesis contains also some experimental results related to the transmission of SPP through rectangular grooves at normal and oblique incidence. The results obtained for normal incidence are compared with the results of numerical calculations, but those obtained under oblique incidence have, at present, no theoretical counterpart. Finally, we present results of the efficiency of excitation by rectangular grooves, which are also compared with numerical results.

Keywords: **Light scattering, wave propagation, surface plasmon polaritons, surface plasmon.**

A mis padres, Rosalia Arreola Lorenzana y Pedro de la Cruz Ramírez por su amor infinito. No hay palabras que describan mi agradecimiento y amor hacia ustedes. Este es un pequeño fruto de su trabajo y sacrificio. Gracias a ustedes he llegado aquí. A mis hermanos, Victoria y Jorge Pedro por siempre brindarme este amor fraternal que trasciende distancias.

Agradecimientos

Al maestro, guía y amigo Dr. Eugenio R. Méndez M. por su invaluable apoyo, sus nobles enseñanzas e impulsarme a ser cada día mejor. “Detras de un gran profesionista, hay un gran maestro”. Muchas gracias.

Al Dr. Alexei A. Maradudin, Dr. Kevin O’Donnell, Dr. Raúl Rangel, Dr. Heriberto Márquez y Dr. Victor Coello por sus valiosos comentarios a lo largo de mi tesis.

A mis profesorespor el tiempo invertido en mi formación académica.

A todos los investigadores, personal técnico y administrativo del departamento de óptica, gracias por su importante servicio, acertadas sugerencias y consejos.

Al extinto equipo de fut (Mávita, Boni, Gabriel, René, Marcos, Ricardo, ...) por esos momentos de compañerismo y necesaria distracción.

A Kari, Yas, Noemi, Lis, Mine y Paty por las primeras desveladas.

A mis amigos de de-generación (Citla, Miroslava, María, Claudia, Alberto, Ernesto, Arias, Antonio, Manuel, Héctor y Rafa) por brindarme su apoyo y amistad.

A Daniela, Anne y Emiliano por incluirme en sus “reuniones de estudio”.

A Margoth por su invaluable compañía y compartir sus valiosas ideas.

A Vite por su valiosa amistad, consejos e influencia en el deporte.

Al Drink Team (Alma, Erick y Arias), por su enseñanza en el arte.

A Lili, Viri, Ana, Carmen, Vero, Iván, Pisano, Alejandro, Munky, Sánchez, Carlos, Cesar y Heriberto por su amistad.

A la hospitalidad de los miembros del LNIO-UTT, Francia.

A Rafael, Demetrio, Pierre-Michel, Safi, Georges, Citlali, Gabriela, Lydie, Suzanna, Anna y Sandrine por hacerme sentir en familia durante mi estancia en Troyes.

A las personas que no mencioné, gracias por contribuir a mi desarrollo integral.

Al CONACyT por su apoyo económico.

Contenido

Contenido

Lista de Figuras

Lista de Figuras

Lista de Figuras

Lista de Figuras

Figura Página

Lista de Figuras

Lista de Figuras

Figura Página

Lista de Figuras

Figura Página

Lista de Figuras

Lista de Figuras

Lista de Figuras

Lista de Tablas

Capítulo 1

Introducción

Muchas de las propiedades electrónicas fundamentales del estado sólido pueden ser descritas con éxito con base en modelos de electrones moviéndose en un arreglo periódico de átomos. Otra aproximación diferente consiste en utilizar el concepto de plasma: los electrones libres de un metal son tratados como un gas con una alta densidad de electrones, alrededor 10^{23} cm^{-3}, ignorando la red en una primera aproximación. Como consecuencia de esto último, se tiene que la existencia de fluctuaciones de densidad longitudinales, u oscilaciones del plasma, que se propagan a través del metal. Estos "plasmones de volumen" tienen una energía $\hbar\omega_p = \hbar\sqrt{4\pi ne^2/m_0}$, donde n es la densidad de electrones y m_0 es la masa del electrón en reposo.

Por otra parte, es conocido que a frecuencias más bajas que las del espectro visible, los metales son altamente reflejantes y no permiten que las ondas electromagnéticas se propaguen a través de ellos. Es por esto que los metales son empleados tradicionalmente como revestimientos en la construcción de guías de onda y resonadores a frecuencias de microondas y en el lejano infrarrojo. Es en este régimen de bajas frecuencias, que la aproximación de conductor perfecto o buen conductor es válida en la mayoría de los casos, ya que solamente una pequeña fracción de las ondas electromagnéticas penetra en el metal. Sin embargo, a altas frecuencias, en el cercano infrarrojo y la parte visible del espectro electromagnético, la penetración del campo incrementa significativamente, teniendo como consecuencias un incremento en la disipación y la imposibilidad de utilizar un simple escalamiento para rediseñar dispositivos fotónicos que funcionan bien a frecuencias bajas a este régimen de frecuencias altas. Finalmente, a frecuencias en el ultravioleta los metales adquieren caracter dieléctrico y permiten la propagación de ondas electromagnéticas, aunque con distintos grados de variación en la atenuación, dependiendo de los detalles de la estructura de bandas eletrónica. En este régimen, para metales como el oro o la plata, las transiciones entre bandas electrónicas provocan efectos de absorción.

En los metales hay una alta densidad de portadores libres, lo que da lugar a separaciones entre los niveles de energía que son diminutas en comparación con las excitaciones térmicas de energía $k_B T$ a temperatura ambiente. Debido a esto, la interacción de campos electromagnéticos con metales puede describirse correctamente con modelos clásicos y con base en las ecuaciones de Maxwell. Incluso, nanoestructuras metálicas con dimensiones de unos cuantos nanómetros pueden ser modelados sin necesidad de recurrir a la mecánica cuántica. El tratamiento empleado en esta tesis es entonces completamente clásico.

También, la interacción de metales con radiación electromagnética está mayormente dictada por los electrones de conducción en el metal [Novotny y Hecht, 2006]. De acuerdo al modelo de Drude, los electrones libres oscilan 180° fuera de fase en relación al campo eléctrico incidente. Como consecuencia, la mayoría de los metales poseen una constante dieléctrica negativa a frecuencias ópticas, lo cual causa una reflectividad alta. Además, a frecuencias ópticas, el gas de electrones libres del metal puede soportar oscilaciones propias en las densidades de carga de superficie y de volumen. Consideraciones teóricas sencillas muestran la existencia de ondas electromagnéticas superficiales que pueden propagarse a lo largo de una superficie metálica, ó sobre películas metálicas, con un amplio espectro de frecuencias, que van desde $\omega = 0$ hasta $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$, dependiendo del vector de onda $\mathbf{k}$. Aquí, ω_p representa la frecuencia del plasma del metal [Raether, 1988]. La curva que representa la relación de dispersión $\omega(\mathbf{k})$, se encuentra a la derecha de la línea de luz, lo cual significa que estas ondas electromagnéticas de superficie tiene un vector de onda mayor que las ondas de luz de la misma energía $\hbar\omega$. Estas ondas electromagnéticas de superficie son llamadas plasmones polaritones de superficie. Sus campos electromagnéticos decaen exponencialmente en la dirección perpendicular a la superficie y tienen su máximo en la superficie, como es característico de las ondas superficiales. Físicamente, la excitación superficial obtenida representa el acoplamiento de los fotones incidentes con las oscilaciones de los electrones de conducción del metal; de ahí el concepto de polaritón como híbrido entre onda electromagnética y material. La existencia de plasmones es característica de la interacción de nanoestructuras metálicas con luz. Sin embargo, como hemos mencionado, el comportamiento no necesariamente se reproduce en otros rangos espectrales, pues a pesar de la invarianza a escala de las ecuaciones de Maxwell, los parámetros del material cambian considerablemente con la frecuencia. De manera similar, si el gas de electrones está confinado en tres dimensiones, como en el caso de pequeñas partículas de tamaño menor a la longitud de onda, el desplazamiento de los electrones con respecto a la red cargada positivamente conduce a una fuerza restauradora que a su vez da lugar a resonancias de plasma de partículas que dependen de su geometría. En partículas con una forma conveniente, puede ocurrir una acumulación extrema de carga local, acompañada por una intensificación del campo óptico.

El estudio de fenómenos ópticos relacionados a la respuesta electromagnética de metales se ha llamado recientemente plasmónica o nanoplasmónica. El crecimiento de este campo de la nanociencia está motivado sobre todo, por el deseo de controlar la radiación óptica a escalas de tamaño menor a la longitud de onda. Como consecuencia, en los últimos años se han desarrollado muchos conceptos innovadores y aplicaciones de óptica de metales.

En su forma simple un plasmon-polaritón de superficie (PPS) es una excitación electromagnética que se propaga como una onda a lo largo de una interfaz plana entre un metal y un dieléctrico y cuya amplitud deca exponencialmente cuando nos alejamos de la interfaz [Raether, 1988, Maier, 2007]. Es decir, el PPS está confinado a una vecindad cercana a la interfaz dieléctrico-metal, este confinamiento lleva a un incremento del campo electromagnético en la interfaz, dando como resultado una extrema sensibilidad del PPS a condiciones superficiales.

La naturaleza intrínseca bidimensional de los PPS abre la posibilidad de realizar ingeniería de circuitos integrados ópticos basados en PPS. Éstos tendrían aplicaciones importantes en comunicaciones ópticas y óptica computacional [Barnes *et al.*, 2003, Zayats y Smolyaninov, 2003]. La capacidad de manipular PPS sobre una superficie permitiría su aplicación en fotónica y optoelectrónica, así como la posibilidad de escalar este tipo de dispositivos a escalas nanométricas.

Como hemos comentado anteriormente, debido a que el campo electromagnético de los PPS decae exponencialmente al alejarse de la superficie, estos no pueden ser observados mediante experimentos convencionales (de campo lejano), a menos que los PPS sean transformados en ondas de volumen; por ejemplo, mediante la interacción con defectos superficiales o rugosidades [Zayats *et al.*, 2005]. Anteriormente, no era posible medir directamente el comportamiento del PPS. Esto solamente se podía hacer por métodos indirectos. Por ejemplo a través de mediciones de la luz esparcida (campo lejano) y utilizando modelos o suposiciones acerca del proceso de esparcimiento [Raether, 1988].

Por otro lado, dado que la parte real del número de onda de los plasmones polaritones de superficie (PPS) es mayor que la correspondiente a la luz en el vacío (ω/c), éstos no pueden ser excitados directamente por ondas de volumen que se propagan en el vacío. Los métodos clásicos de excitación incluyen rejillas de difracción [Ritchie *et al.*, 1968, Hutley y Maystre, 1976] y las configuraciones de Otto y Kretschmann [Raether, 1988]. Estos métodos utilizan haces anchos y altamente colimados, pero su implementación puede ser problemática si ésta se quiere realizar en espacios confinados o miniaturizados.

La eficiencia de excitación de los PPS en espacios pequeños es esencial para el desarrollo de circuitos fotónicos basados en plasmones de superficie. Por lo tanto, no es sorprendente que la eficiencia de acoplamiento de los PPS, definida como el cociente entre la potencia en el PPS excitado y la potencia del haz incidente, haya sido objeto de atención en la literatura [Sánchez Gil, 1996, Ditlbacher *et al.*, 2003, Lu *et al.*, 2007, Radko *et al.*, 2008, 2009].

Se han reportado estimaciones cuantitativas de la eficiencia de excitación de PPS en películas de oro usando haces enfocados y microscopía de radiación de fuga [Ditlbacher *et al.*, 2003, Baudrion *et al.*, 2008]. En el trabajo de Ditlbacher *et al.* [2003], el acoplamiento se realiza a través de la interacción de un número pequeño de crestas y la eficiencia alcanza un máximo de 15 % para el caso de tres crestas. En el trabajo de Baudrion *et al.* [2008] el acoplamiento se logró enfocando un haz hacia un solo agujero y los autores encontraron una eficiencia máxima de alrededor de 28 % para agujeros con tamaños del orden de 200 nm. Sin embargo, esta eficiencia no puede ser comparada directamente con las eficiencias calculadas en la tesis porque en dicha referencia la eficiencia de acoplamiento esta normalizada con respecto a la potencia incidente en el area del agujero, y no por la potencia total incidente. Lu *et al.* [2007] describen un procedimiento para optimizar la eficiencia de acoplamiento de una rejilla. Encontraron que para una rejilla de 14 elementos con anchos variables pueden acoplar hasta el 50 % de la potencia incidente de un haz gaussiano a PPS. Radko *et al.* [2008] estudiaron numérica y experimentalmente la eficiencia de acoplamiento para un arreglo periódico de crestas sobre películas de oro. Usando microscopía de radiación de fuga, midieron eficiencias unidireccionales de hasta un 20 % para arreglos de 11 crestas (altura $h = 50$ nm y ancho $W = 280$ nm) colocadas de manera periódica a lo largo de la superficie (periodo $T = 800$ nm). En un trabajo subsecuente [Radko *et al.*, 2009] estos autores optimizaron el diseño (altura $h = 130$ nm y ancho $W = 330$ nm) usando un haz enfocado de $5\,\mu$m de ancho y reportaron que alcanzaron una eficiencia de más del 40 % con un arreglo de cinco canales.

Como sugiere la literatura reciente, la eficiencia de acoplamiento de ondas de luz en PPS constituye un problema importante en el campo de la plasmónica. Debido a su relevancia y a las eficiencias relativamente bajas reportadas ($< 50\%$), podemos decir que el problema constituye un problema abierto. Es claro que se necesitan estudios más sistemáticos del problema.

El objetivo principal de esta tesis es estudiar de manera sistemática la excitación de PPS por defectos estructurales superficiales. El problema de la interacción de PPS con defectos superficiales, que está íntimamente relacionado con el anterior, también es de interés. Alrededor de estos temas centrales, hemos abordado varios problemas de la interacción de luz con superficies. A saber, la interacción de campos electromagnéticos aleatorios con superficies, y el desarrollo de métodos numéricos para tratar problemas electromagnéticos que involucren la excitación de PPS.

A continuación se describe la estructura de la tesis. En el capitulo II se describen métodos teóricos empleados en nuestro estudio de la interacción de ondas electromagnéticas con superficies planas y rugosas. El capítulo III está dedicado al estudio de los corrimientos tipo Goos-Hänchen que sufren campos aleatorios, como patrones de moteado o haces parcialmente coherentes al reflejarse en una interface plana.

En el capítulo IV tratamos la interacción de ondas electromagnéticas con superficies y estructuras metálicas, poniendo énfasis a la excitación de plasmones polaritones de superficie y en el cálculo de la eficiencia. Estudiamos numéricamente varias estructuras y se presenta el diseño de acopladores relativamente compactos y eficientes.

Una vez encontrada una forma eficiente para excitar los PPS, en el capítulo V estudiamos numéricamente la interacción de PPS con estructuras superficiales. De particular interés para nuestro trabajo es el caso de canales rectangulares.

Uno de los problemas encontrados en el tratamiento numérico de sistemas que implican la excitación de PPS es el tamaño de la superficie considerada para los cálculos. Para evitar que los plasmones se fuguen, o se presenten problemas de borde, es necesario utilizar superficies que son relativamente largas. Esto se traduce en un mayor tiempo de cómputo y en una mayor demanda de recursos computacionales, como memoria de acceso rápido. Tomando esto en cuenta, el capítulo VI está dedicado al estudio de capas absorbedoras para PPS que permiten reducir el dominio computacional sin introducir efectos espurios en los cálculos.

El capítulo VII está dedicado a la parte experimental del trabajo. Estudiamos de manera cuantitativa la transmitancia de PPS al cruzar surcos rectangulares, así como las variaciones en la excitación de PPS por surcos de diferentes anchos. También estudiamos la transmitancia de PPS que inciden de manera oblicua sobre surcos rectangulares.

Finalmente en el capítulo VIII se presenta un resumen de las aportaciones y las conclusiones más importantes del trabajo.

Capítulo 2

Métodos teóricos

A lo largo de este trabajo, consideramos a la luz como ondas electromagnéticas. Los fenómenos a estudiar están entonces descritos por las ecuaciones de Maxwell [Jackson, 1975], que gobiernan todas las formas de radiación electromagnética. De interés principal para nosotros son las frecuencias ópticas y del cercano infrarrojo, que ocupan un ancho de banda muy pequeño del espectro electromagnético, y que representa la zona en la que los efectos plasmónicos son más importantes e interesantes.

En este capítulo se brinda una descripción general de la teoría utilizada para estudiar la interacción de ondas electromagnéticas con superficies planas, rugosas y cerradas. Durante nuestro trabajo consideraremos el plano de incidencia como el plano $x_1 - x_3$ y que el tipo de geometría es cilíndrica, es decir, es invariante a lo largo del eje x_2 como se muestra en la figura 1.

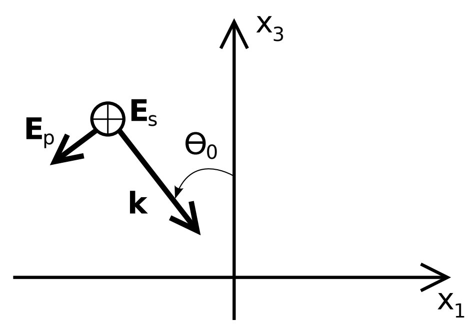

Figura 1. Geometría cilindrica utilizada a lo largo del trabajo.

Debido a la naturaleza del problema, las ondas incidentes pueden describirse en términos de soluciones elementales para la polarización s (Transversal Eléctrica) que se refiere a la componente del campo eléctrico en la dirección perpendicular al plano de incidencia [$\mathbf{E} = (0, E_2, 0)$] y para la polarización p (Transversal Magnética) que se refiere a la componente paralela al plano de incidencia [$\mathbf{H} = (0, H_2, 0)$]. Si se ilumina con alguna de estas polarizaciones de manera separada, el estado de polarización no cambia, y por lo tanto, éstas pueden ser tratadas de manera separada.

Iniciamos este capítulo presentado técnicas generales para propagar ondas y haces basados en el espectro angular.

2.1 Propagación de ondas

Para comenzar, en esta sección trataremos el estudio de la propagación de ondas electromagnéticas en un medio. Existen varias técnicas para abordar el problema [Goodman, 1996], una de ellas es la descomposición de la onda en términos de su espectro angular. A continuación se describen de manera breve los fundamentos matemáticos de esta técnica. Para más detalles se puede consultar [Stamnes, 1986, Mandel y Wolf, 1995].

2.1.1 El espectro angular

El espectro angular es una técnica matemática ampliamente utilizada que modela la propagación de campos ondulatorios. La idea de esta técnica consiste en expresar el campo ondulatorio complejo en una suma infinita de ondas planas propagantes y evanescentes.

Consideramos un campo ondulatorio escalar tridimensional $\hat{u}(\mathbf{r}, t)$ en un medio lineal, homogéneo e isotrópico. En regiones sin fuentes el campo satisface la ecuación de onda escalar

$$\nabla^2 \hat{u}(\mathbf{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\hat{u}(\mathbf{r},t) = 0, \tag{1}$$

donde c es la velocidad de fase en el medio y $\mathbf{r} = (x, y, z)$.

Una onda plana monocromática $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$ con frecuencia angular ω y vector de onda $\mathbf{k}$, es solución de la ecuación (1) si satisface la relación de dispersión

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2. \tag{2}$$

Suponemos que los campos monocromáticos tienen dependencia en el tiempo de la forma $e^{-i\omega t}$ (campos estacionarios). Entonces

$$\hat{u}(\mathbf{r},t) = u(\mathbf{r})e^{-i\omega t}. \tag{3}$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación(1) llegamos a la ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 u(x,y,z) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 u(x,y,z) = 0. \tag{4}$$

Suponemos que conocemos el campo en el plano $z = 0$. Entonces el campo $u(x, y, 0)$ puede representarse por una integral de Fourier

$$u(x,y,0) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi}\frac{dq}{2\pi}\,A(k,q)e^{i(kx+qy)}, \tag{5}$$

de la transformada de Fourier de la ecuación(4) obtenemos

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dxdy\left[\nabla^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]u(x,y,z)e^{-i(kx+qy)} \;\; = \;\; 0, \tag{6}$$

es decir,

$$\left[\nabla^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]A(k,q,z) \;\; = \;\; 0, \tag{7}$$

entonces

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} A(k,q;z) + \alpha^2 A(k,q;z) = 0, \tag{8}$$

donde

$$\alpha^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k^2 - q^2. \tag{9}$$

El valor de la raíz cuadrada se toma de la siguiente manera

$$\alpha = \begin{cases} +\left((\omega/c)^2 - k^2 - q^2\right)^{1/2} & \text{cuando } k^2 + q^2 \leq (\omega/c)^2, \\ +i\left(k^2 + q^2 - (\omega/c)^2\right)^{1/2} & \text{cuando } k^2 + q^2 > (\omega/c)^2. \end{cases} \tag{10}$$

Suponemos ahora que tenemos un problema de medio espacio. Es decir, que no hay fuentes en el espacio $z > 0$. En estas circunstancias la solución de la ecuación (8) es:

$$A(k,q;z) = A(k,q)e^{i\alpha z}, \tag{11}$$

donde $A(k,q)$ es una funcion arbitraria. Sustituyendo en la representación de Fourier, encontramos que

$$u(x,y,z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi}\frac{dq}{2\pi} A(k,q)e^{i(kx+qy+\alpha z)}. \tag{12}$$

Esta representación es válida para cualquier $z > 0$. Si definimos el vector $\mathbf{K}^{\pm} = (k,q,\pm\alpha)$, vemos que el resultado es una superposición de contribuciones de la forma $\exp[i\mathbf{K}^{\pm}\cdot\mathbf{r}]$. Además,

$$\left(\mathbf{K}^{\pm}\right)^2 = k^2 + q^2 + \alpha^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2, \tag{13}$$

es decir, se trata de ondas planas. Se dice entonces que la ecuación (12) es una representación del campo en términos de su espectro angular. Para el caso $\mathbf{K}^{+}$ tenemos ondas que viajan en la dirección positiva de z. Por otro lado, si $\mathbf{K}^{-}$, tenemos ondas que viajan en la dirección negativa de z.

Cada término de los integrandos satisface la misma ecuación diferencial (ecuación de Helmholtz). En consecuencia, los términos exponenciales de las integrales son “modos” de esta ecuación y podemos decir que la representación en términos del espectro angular es una representación modal del campo (no es una representación de Fourier).

2.1.2 Haces gaussianos

De especial importancia para este trabajo es la propagación de haces gaussianos en un medio con índice de refracción $n_0 = \sqrt{\epsilon_0}$, donde ϵ_0 es la constante dieléctrica del medio. Con referencia a la figura 2, y suponiendo que el haz se propaga en la dirección $-z'$, podemos usar como vimos en la sección anterior una representación en términos de su espectro angular.

$$\psi(x', z') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq'}{2\pi} A(q') e^{iq'x' - i\alpha(q')z'}, \tag{14}$$

donde $A(q')$ es el espectro angular del haz incidente y $\alpha(q') = [(n\omega/c)^2 - q'^2]^{1/2}$, $(\Re e\{\alpha(q')\} > 0, \Im m\{\alpha(q')\} > 0)$.

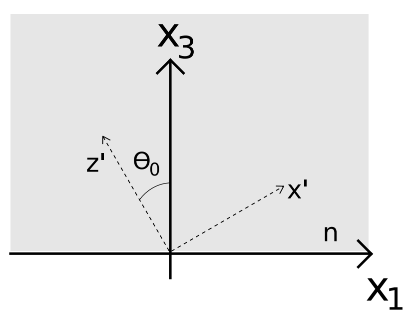

Figura 2. Sistemas de referencia.

Consideramos n como real y positivo y, dado que se trata de un haz, la variable de integración está en realidad limitada a valores de $|q'| < n\omega/c$. Para el caso de un haz gaussiano tenemos que

$$A(q') = \psi_0 \sqrt{\pi} g \exp\left\{-g^2 q'^2/4\right\}, \tag{15}$$

donde ψ_0 es una constante con unidades apropiadas y el parámetro g representa la amplitud $1/e$ del semi-ancho del haz (HW1/eM). Se puede verificar que en el plano $z' = 0$,

$$\psi(x', 0) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dq'}{2\pi} A(q') e^{iq'x'} = A_0 \exp\{-x'^2/g^2\}. \tag{16}$$

En términos de la intensidad, el semiancho del haz está dado por $\sigma = g/\sqrt{2}$.

Para expresar el campo incidente en el sistema de referencia de la superficie (x_1, x_3) usamos la transformación

$$x' = x_1 \cos\theta_0 + x_3 \sin\theta_0 \tag{17}$$

$$z' = -x_1 \sin\theta_0 + x_3 \cos\theta_0, \tag{18}$$

y el cambio de variable

$$q = q' \cos\theta_0 + \alpha(q') \sin\theta_0. \tag{19}$$

Entonces, podemos escribir

$$\psi(x_1, x_3) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} B(q|k) e^{iqx_1 - i\alpha(q)x_3}, \qquad x_3 > 0. \tag{20}$$

donde

$$B(q|k) = \left[\cos\theta_0 + \frac{q}{\alpha(q)} \sin\theta_0\right] A\left(q\cos\theta_0 - \alpha(q)\sin\theta_0\right), \tag{21}$$

y $k = n(\omega/c)\sin\theta_0$.

Esta expresión será utilizada, junto con la ecuación (15) para el espectro angular, para representar el haz incidente en la mayoría de los casos estudiados numéricamente.

Es también importante calcular la potencia que tiene este haz. Para esto utilizaremos el vector de Poynting $\mathbf{S}$ que proporciona la dirección y magnitud del flujo de energía por unidad de tiempo. Este puede escribirse como [Jackson, 1975]

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi}\Re e\left\{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right\}. \tag{22}$$

La componente a lo largo de x_3 del vector de Poynting complejo está dada por

$$S_3 = -i\frac{c^2}{8\pi\omega\nu_0}\Re e\left\{\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x_3}\right\} \tag{23}$$

para polarización p y utilizamos el complejo conjugado de esta expresión para el caso de polarización s. En la expresión entonces

$$\nu_0 = \begin{cases} \epsilon_0 & \text{polarización } p \\ 1 & \text{polarización } s \end{cases} \tag{24}$$

Como vemos, para encontrar S_3 es necesario calcular la derivada del campo,

$$\frac{\partial}{\partial x_3}\psi(x_1,x_3) \simeq -i\alpha(k)\psi(x_1,x_3), \tag{25a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_3}\psi^*(x_1,x_3) \simeq i\alpha(k)\psi^*(x_1,x_3), \tag{25b}$$

donde hemos tomado en cuenta que el espectro angular de la ecuación (20) es relativamente angosto y está centrado en $q = k$, de manera que se puede considerar que $\alpha(q)$ es una constante sobre el rango en el cual el integrando es significante.

Por tanto, la potencia del haz puede ser expresada

$$\begin{aligned} P(k) &= \int_{-L/2}^{L/2} dx_1 \int_{-L_2/2}^{L_2/2} dx_2 \left|S_3\right|^2_{x_3=0} \\ &= L_2 \int_{-L/2}^{L/2} dx_1 \left[\frac{c^2}{8\pi\omega\epsilon}\alpha_0(k)\left|\psi(x_1,0)\right|^2\right] \\ &= L_2 \frac{cW}{8\sqrt{2\pi}\nu_0}\left|\psi_0\right|^2, \end{aligned} \tag{26}$$

con $W = g\cos\theta_0$.

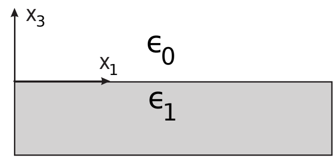

Figura 3. (a) Geometría para la propagación de PPS en una interfaz entre un metal y un dieléctrico.

2.2 Interacción con superficies planas

Otro aspecto importante en el estudio de la propagación de ondas es el relacionado a la interacción con superficies. El caso más simple es cuando la superficie es plana. En esta sección consideraremos el caso de la interacción de ondas planas y haces con superficies planas.

2.2.1 Los coeficientes de Fresnel

Para iniciar la discusión consideramos un sistema físico que consiste de una interfaz plana entre dos materiales homogéneos e isotrópicos caracterizados por una constante dieléctrica ϵ_0 en la región $x_3 > 0$, y otro medio con ϵ_1 en la región $x_3 < 0$. La geometría considerada se muestra en la figura 3. Las funciones $\psi^{(j)}(\mathbf{r})$ son soluciones a la ecuación de Helmholtz para cada región

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \epsilon_j \frac{\omega^2}{c^2}\right) \psi^{(j)}(\mathbf{r}) = 0, \qquad j = 0, 1. \tag{27}$$

El problema de la reflexión y transmisión a través de la interfaz se puede resolver utilizando la continuidad de las componentes tangenciales de los campos [Jackson, 1975]. En el contexto del presente formalismo estas condiciones se pueden escribir de la forma

$$\psi^{(0)}(x_1, 0) = \psi^{(1)}(x_1, 0), \tag{28}$$

$$\frac{1}{\nu_0} \frac{\partial}{\partial x_3} \psi^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{x_3=0} = \frac{1}{\nu_1} \frac{\partial}{\partial x_3} \psi^{(1)}(\mathbf{r})\Big|_{x_3=0}, \tag{29}$$

donde

$$\nu_{0,1} = \begin{cases} 1 & \text{polarización } s, \\ \epsilon_{0,1}(\omega) & \text{polarización } p. \end{cases} \tag{30}$$

Suponemos que el sistema está iluminado desde el medio superior por una onda plana, y que el plano de incidencia es $x_1 - x_3$. Los campos incidente, reflejado y transmitido se pueden entonces escribir de la siguiente manera

$$\psi_{inc}(x_1, x_3) = \psi_0 \, e^{ikx_1 - i\alpha_1(k)x_3} \qquad x_3 > 0, \tag{31}$$

$$\psi_R(x_1, x_3) = \psi_0 \, r(k) \, e^{ikx_1 + i\alpha_1(k)x_3} \qquad x_3 > 0, \tag{32}$$

$$\psi_T(x_1, x_3) = \psi_0 \, t(k) \, e^{ikx_1 - i\alpha_2(k)x_3} \qquad x_3 < 0. \tag{33}$$

Si la onda incidente es una onda propagante se tiene que $k = n_0(\omega/c)\sin\theta_0$ y que $\alpha_0(k) = n_0(\omega/c)\cos\theta_0$, donde θ_0 es el ángulo de incidencia. Utilizando las condiciones de frontera (28) y (29) podemos llegar al siguiente par de ecuaciones,

$$-r(k) + t(k) = 1, \tag{34}$$

$$\frac{\alpha_0}{\nu_0} r(k) + \frac{\alpha_1}{\nu_1} t(k) = \frac{\alpha_0(k)}{\nu_0}. \tag{35}$$

Resolviendo para $r(k)$ y $t(k)$ tenemos que

$$r(k) = \frac{\nu_1\alpha_0(k) - \nu_0\alpha_1(k)}{\nu_1\alpha_0(k) + \nu_0\alpha_1(k)}, \tag{36}$$

$$t(k) = \frac{2\nu_1\alpha_0(k)}{\nu_1\alpha_0(k) + \nu_0\alpha_1(k)}. \tag{37}$$

Este par de ecuaciones relaciona las amplitudes de los campos ψ_R y ψ_T con ψ_{inc} y se conocen como los coeficientes de Fresnel de reflexión y transmisión. Estos coeficientes dependen del ángulo de incidencia y de la polarización de la onda plana incidente. En nuestro caso están expresados en términos de k, aunque normalmente se expresan en términos del angulo de incidencia θ_0.

2.2.2 Plasmones-polaritones de superficie

De particular interés para esta tesis es el caso representado por un modo del sistema para la interfaz plana entre dos medios. Para esto, consideramos una solución a las ecuaciones (34) y (35) para el caso en que no se tiene excitación externa. Es decir

$$
\begin{aligned}
-r(k) + t(k) &= 0, \qquad (38)\\
\frac{\alpha_0}{\nu_0} r(k) + \frac{\alpha_1}{\nu_1} t(k) &= 0. \qquad (39)
\end{aligned}
$$

Este par de ecuaciones tiene una solución no trivial cuando

$$
\frac{1}{\nu_0}\alpha_0(k) + \frac{1}{\nu_1}\alpha_1(k) = 0. \qquad (40)
$$

Tomando en cuenta la definición de ν_0, dada por la ecuación (30), vemos que debido a que las partes reales de α_0, α_1 son positivas, no existe solución para el caso de polarización s. Sin embargo, para el caso de polarización p estas ondas puedan existir si las constantes dieléctricas ϵ_0 y ϵ_1 son contrarias en signo. Esto ocurre, por ejemplo en la interfaz entre un dieléctrico y un metal. Fijando entonces nuestra atención en el caso de polarización p, vemos que se tiene una solución para el número de onda $k = k_{sp}$ [Raether, 1988], donde

$$
\begin{aligned}
k_{sp} &= \pm\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_1}{\epsilon_0+\epsilon_1}}. \qquad (41)\\
\alpha_0(k) &= \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0+\epsilon_1}}, \qquad (42)\\
\alpha_1(k) &= \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0+\epsilon_1}}. \qquad (43)
\end{aligned}
$$

Suponiendo ϵ_0 real, $\Re e\{\epsilon_1\} < 0$, $|\Re e\{\epsilon_1\}| \gg \epsilon_0$ y que $|\Re e\{\epsilon_1\}| \gg |\Im m\{\epsilon_1\}|$ vemos que $\alpha_0(k)$ y $\alpha_1(k)$ tienen una componente imaginaria grande. Poniendo $\beta_0 = i\alpha_0(k_{sp})$

y $\beta_1 = i\alpha_0(k_{sp})$ podemos escribir estas ondas de la forma

$$\psi_{sp}(x_1, x_3) = \psi_0 e^{ik_{sp}x_1 - \beta_1 x_3} \quad x_3 > 0, \tag{44a}$$

$$\psi_{sp}(x_1, x_3) = \psi_0 e^{ik_{sp}x_1 + \beta_2 x_3} \quad x_3 < 0. \tag{44b}$$

Vemos que se trata de ondas que viajan a lo largo de x_1 y que decaen cuando el punto de observación se aleja de la interfaz. Lo que hemos encontrado es que existen soluciones electromagnéticas para esta geometría en forma de ondas propagantes superficiales, con número de onda k_{sp}. Esta solución constituye un modo del sistema. La forma de la onda está definida por las ecs. (44). Vemos que se propaga a lo largo de x_1 con número de onda $|k_{sp}| > \omega/c$, y que α_1 y α_2 son complejos. Es decir que la onda es evanescente y decae en los medios 1 y 2 al alejarnos de la interfase. Se trata entonces de una onda superficial llamada plasmón polaritón de superficie. La constante dieléctrica del metal depende de la frecuencia y entonces, la ecuación (41) constituye la relación de dispersión para los plasmones polaritones que se propagan en la superficie. Este tipo de ondas es objeto de estudio en buena parte de esta tesis.

2.3 Interacción con superficies rugosas

Pasamos ahora al estudio de la interacción de ondas electromagnéticas con superficies rugosas. Como veremos, el caso es más complicado que el de superficies planas y, para tratar con superficies con perfiles arbitrarios, es necesario recurrir a trabajo numérico.

2.3.1 Descripción de la superficie

El tipo de geometría considerada se ilustra en la figura 4. La superficie es invariante a lo largo de x_2. La region 0 esta caracterizada por un indice de refracción (real) $n_0 = [\epsilon_0(\omega)]^{1/2}$, y la frontera con la región 1 está definida por la curva Γ y caracterizada

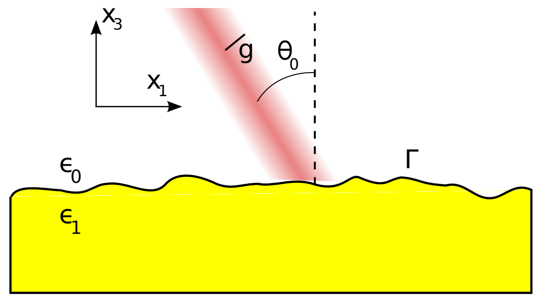

Figura 4. Geometría considerada para el problema electromagnético.

por el indice de refracción n_1, ó, alternativamente por su constante dieléctrica $\epsilon_1(\omega)$. La curva que describe el perfil de la superficie puede ser escrita en términos de un parámetro único t

$$\mathbf{r}(t) = [\xi(t), \eta(t)]. \tag{45}$$

La función vectorial $\mathbf{r}(t)$ describe la frontera de la superficie como función del parámetro t. La trayectoria que describe el perfil es de izquierda a derecha (o en el sentido de las manecillas del reloj si se trata de partículas) como función del parámetro t, de manera que

$$\mathbf{N} = [-\eta'(t), \xi'(t)], \tag{46}$$

es el vector normal a la superficie y apunta hacia afuera de ella. Aquí, las primas indican diferenciación con respecto a t y la cantidad $\phi(t) = \sqrt{(\eta'(t))^2 + (\xi'(t))^2}$ representa la magnitud del vector $\mathbf{N}$. Por lo tanto el operador derivada normal (no normalizado) se encuentra definido como

$$\frac{\partial}{\partial N} = \left[-\eta'(t) \frac{\partial}{\partial x_1} + \xi'(t) \frac{\partial}{\partial x_3} \right]. \tag{47}$$

2.3.2 Ecuaciones integrales para el campo

El llamado método de la ecuación integral constituye una herramienta flexible y muy utilizada para resolver problemas de esparcimiento de ondas por superficies bidimensionales. En este capítulo se presenta una breve descripción de éste. Para más detalles se pueden consultar las referencias [Maradudin *et al.*, 1990, Mendoza-Suárez y Méndez, 1997, Valencia *et al.*, 2003, Pérez, 2009].

Consideremos la situación en la cual el sistema es iluminado por una onda electromagnética cuyo plano de incidencia es el plano $x_1 - x_3$ y se encuentra representada por:

$$\psi^{(0)}(\mathbf{r}, t) = (0, \psi^{(0)}(\mathbf{r}), 0) \exp(-i\omega t), \tag{48}$$

donde $\mathbf{r} = (x_1, x_3)$ y, como ya hemos mencionado, $\psi^{(0)}(\mathbf{r})$ es una función escalar que representa a $E_2^{(0)}(\mathbf{r})$ para el caso de polarización s y $H_2^{(0)}(\mathbf{r})$ para el caso de polarización p.

Las funciones $\psi^{(j)}(\mathbf{r})$ son soluciones a la ecuación de Helmholtz para cada región, es decir,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \epsilon_j \frac{\omega^2}{c^2} \right) \psi^{(j)}(\mathbf{r}) = 0, \qquad j = 0, 1. \tag{49}$$

Ahora introducimos dos funciones de Green, las cuales son soluciones de la siguiente ecuación

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \epsilon_j \frac{\omega^2}{c^2} \right) G_j(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \qquad j = 0, 1; \tag{50}$$

donde $\mathbf{r}$ representa el punto de observación y $\mathbf{r}'$ una posición que puede ser interpretada como la posición de la fuente puntual. La función $G_j(\mathbf{r}|\mathbf{r}')$ son funciones de Green adecuadas para cada región j [Maradudin *et al.*, 1990]. Una función que satisface la condición de radiación y es solución de la ecuación (50) está dada por

$$G_j(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)} \left(n_j \frac{\omega}{c} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \right), \qquad j = 0, 1; \tag{51}$$

donde $H_0^{(1)}$ es la función de Hankel de primera clase y orden cero [Abramowitz y Stegun, 1970]. Haciendo uso del segundo teorema integral de Green [Jackson, 1975], y las ecuaciones (49) y (50), el campo $\psi^{(0)}(\mathbf{r})$ en la región 0 puede ser expresado como

$$\begin{aligned}\Theta^{(0)}(\mathbf{r}) &= \psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi}\int_{\Gamma}\left[\frac{\partial G_0(\mathbf{r}|t')}{\partial N'}\Psi^{(0)}(t')\right.\\ &\qquad \left.-G_0(\mathbf{r}|t')\Upsilon^{(0)}(t')\right]dt'\,, \end{aligned} \tag{52}$$

donde

$$\Theta^{(0)}(\mathbf{r}) = \begin{cases}\psi^{(0)}(\mathbf{r}) & \mathbf{r} \in \text{medio } 0\;, \\ 0 & \mathbf{r} \notin \text{medio } 0\;. \end{cases} \tag{53}$$

Donde hemos usado el hecho que el elemento de arco de Γ es $ds = \phi(t)\,dt$. En esta expresión, $\psi_{inc}^{(0)}(\mathbf{r})$ representa el campo incidente y la integral representa el campo esparcido que puede ser calculado si conocemos las funciones fuente $\Psi^{(0)}(t)$ y $\Upsilon(t)$ que representan los valores del campo y su derivada normal evaluadas sobre la superficie cuando uno se aproxima desde el medio 0. Éstas se encuentran definidas a través de las siguientes expresiones

$$\Psi^{(0)}(t) = \psi^{(0)}(\mathbf{r}(t)), \tag{54a}$$

$$\Upsilon^{(0)}(t) = \left.\frac{\partial \psi^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial N}\right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}. \tag{54b}$$

De manera similar,

$$G_0(\mathbf{r}|t') = G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}'(t')), \tag{55a}$$

$$\frac{\partial G_0(\mathbf{r}|t')}{\partial N} = \left.\frac{\partial G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}')}{\partial N}\right|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'(t')}. \tag{55b}$$

Siguiendo el mismo procedimiento, la ecuación que obedece la componente x_2 del campo en la región 1 puede ser escrita como

$$\begin{aligned}\Theta^{(1)}(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{4\pi}\int_{\Gamma}\left[\frac{\partial G_1(\mathbf{r}|t')}{\partial N'}\psi^{(1)}(t')\right.\\ &\qquad \left.-G_1(\mathbf{r}|t')L^{(1)}(t')\right]dt'\,, \end{aligned} \tag{56}$$

donde

$$\Theta^{(1)}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \psi^{(1)}(\mathbf{r}) & \mathbf{r} \in \text{medio } 1 \ , \\ 0 & \mathbf{r} \notin \text{medio } 1 \ . \end{cases} \tag{57}$$

Evaluando las ecs. (52) y (56) en $\mathbf{r}_\nu(t) = \mathbf{r}(t) + \nu\mathbf{N}(t)$, donde ν es una cantidad infinitesimal que eventualmente tiende a 0, obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned} \psi^{(0)}(t) &= \psi^{(0)}_{inc}(t) + \lim_{\nu\to 0} \frac{1}{4\pi} \int\limits_{\Gamma} \left[\frac{\partial G_0(\mathbf{r}_\nu(t)|t')}{\partial N'} \Psi^{(0)}(t') \right. \\ &\qquad \left. - G_0(\mathbf{r}_\nu(t)|t')\Upsilon^{(0)}(t') \right] dt' \ , \qquad (58) \\ 0 &= -\lim_{\nu\to 0} \frac{1}{4\pi} \int\limits_{\Gamma} \left[\frac{\partial G_1(\mathbf{r}_\nu(t)|t')}{\partial N'} \Psi^{(0)}(t') \right. \\ &\qquad \left. - \frac{\nu_1}{\nu_0} G_1(\mathbf{r}_\nu(t)|t')\Upsilon^{(0)}(t') \right] dt' \ . \qquad (59) \end{aligned}$$

donde hemos usado las ecuaciones de continuidad

$$\Psi^{(0)}(t) - \Psi^{(1)}(t) = 0, \tag{60a}$$

$$\frac{1}{\nu_0}\Upsilon^{(0)}(t) - \frac{1}{\nu_1}\Upsilon^{(1)}(t) = 0, \tag{60b}$$

y, como ya se ha dicho, $\nu_j = \epsilon_j(\omega)$ para polarización p y $\nu_j = 1$ para polarización s, con $j = 0, 1$.

Resolviendo el sistema de ecuaciones integrales acopladas (58) y (59) es posible determinar los valores del campo en la frontera y su derivada normal sobre la superficie. Para dar solución numérica a las ecs. (58) y (59) las convertimos en ecuaciones matriciales usando una aproximación por rectángulos para evaluar las integrales en intervalos pequeños.

Representamos L la longitud de la curva Γ, es decir, $L = \int_\Gamma dt$ de tal manera que el intervalo paramétrico $I = [L_0, L_0 + L]$. Para este intervalo I, introducimos el conjunto

$\{r_i\}$ de puntos distribuidos a lo largo del intervalo I, donde $r_i = \{\xi(t_i), \eta(t_i)\}$, con $i = 1, 2, \ldots, N$. Los puntos de muestreo t_i estan dados por $t_i = (i-1/2)\Delta t_i + L_0$. Donde L_0 es la longitud inicial y Δt_i es la separación entre el punto $t_i - t_{i-1}$. N representa el número total de puntos de muestreo sobre la superficie. Este procedimiento resulta en el conjunto $\{t_n\}$ de los N valores de t en el cual la función $\mathbf{r}(t)$ es evaluada. Finalmente al particionar la integral se obtienen las siguientes relaciones

$$\psi_m = \psi^{(0)}_{inc,\,m} + \sum_{n=1}^{N} \left[H^{(0)}_{mn} \Psi_n - L^{(0)}_{mn} \Upsilon_n \right], \tag{61a}$$

$$0 = \sum_{n=1}^{N} \left[H^{(1)}_{mn} \Psi_n - \frac{\nu_1}{\nu_0} L^{(1)}_{mn} \Upsilon_n \right], \tag{61b}$$

donde

$$H^{(1)}_{mn} = \begin{cases} i\frac{\Delta t_n}{4} n_1 \frac{\omega}{c} \left[-\eta'_n(\xi_m - \xi_n) + \xi'_n(\eta_m - \eta_n) \right] \\ \times \frac{H^{(1)}_1\left(n_1(\omega/c)[(\xi_m-\xi_n)^2+(\eta_m-\eta_n)^2]^{1/2} \right)}{[(\xi_m-\xi_n)^2+(\eta_m-\eta_n)^2]^{1/2}} & m \neq n, \\ \frac{1}{2} + \frac{\Delta t_m}{4\pi\phi^2(t_m)}(\xi'_m \eta''_m - \xi''_m \eta'_m) & m = n, \end{cases} \tag{62a}$$

$$L^{(1)}_{mn} = \begin{cases} i\frac{\Delta t_n}{4} H^{(1)}_0 \left(n_1 \frac{\omega}{c} [(\xi_m - \xi_n)^2 + (\eta_m - \eta_n)^2]^{1/2} \right) & m \neq n, \\ i\frac{\Delta t_n}{4} H^{(1)}_0 \left(\frac{\Delta t_m n_1 (\omega/c)\phi(t_m)}{2e} \right) & m = n, \end{cases} \tag{62b}$$

Aquí, $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ es la longitud de los intervalos de muestreo y hemos usado la notación $\xi_n = \xi(t_n)$, $\xi'_n = \xi'(t_n)$, $\xi''_n = \xi''_n(t_n)$, $\eta_n = \eta(t_n)$, $\eta'_n = \eta'(t_n)$, $\eta''_n = \eta''_n(t_n)$. Para obtener los elementos de matriz $H^{(0)}_{mn}$ y $L^{(0)}_{mn}$ reemplazamos n_1 con n_0 en el conjunto de ecs. (62).

El par de ecs.(58) y (59) pueden ser generalizadas a varios cuerpos. Consideramos entonces un sistema de M cuerpos invariantes a lo largo de x_2, que son iluminados desde la región 0 por un haz de luz monocromático que se propaga en el plano x_1x_3. La región 0 se encuentra caracterizada por un índice de refracción n_0 y la j-ésima región se encuentra definida por la curva Γ_j y caracterizada por el índice de refracción $n_j(\omega)$

ó su constante dieléctrica $\epsilon_j(\omega)$, con $j = 1, \ldots, M$. La función vectorial que describe el perfil del j-ésimo objeto puede ser escrita en términos de un solo parámetro t_j

$$\mathbf{r}_j(t_j) = [\xi_j(t_j), \eta_j(t_j)] \qquad j = 1, \ldots, M. \tag{63}$$

donde $\mathbf{r}_j(t_j)$ describe el perfil de la superficie Γ_j. Dado que se trata de superficies y cuerpos bien definidos suponemos que estas curvas no se cruzan.

Aproximando el punto de observación desde la región 0 a la superficie de la región j-ésima, tenemos que [Pérez, 2009]

$$\psi^{(0)}(t_i) = \psi^{(0)}_{inc}(t_i) + \frac{1}{4\pi}\sum_{j=1}^{M}\int\limits_{\Gamma_j}\left[\frac{\partial G_0(t_i|t'_j)}{\partial N'_j}\Psi^{(0)}(t'_j) - G_0(t_i|t'_j)\Upsilon^{(0)}(t'_j)\right]dt'_j\,, \tag{64}$$

$$0 = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Gamma_j}\left[\frac{\partial G_j(t_i|t'_j)}{\partial N'_j}\Psi^{(0)}(t'_j) - \frac{\nu_1}{\nu_0}G_j(t_i|t'_j)\Upsilon^{(0)}(t'_j)\right]\delta_{ij}dt'_j, \qquad j = 1, \ldots, M. \tag{65}$$

donde

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j, \\ 0 & i \neq j, \end{cases}$$

con $\nu_j = \epsilon_j(\omega)$ para polarización p y $\nu_j = 1$ para polarización s, para $j = 1, \ldots, M$. Los detalles de la discretización de esas ecuaciones y su conversión en ecuaciones matriciales son parecidos a la de una superficie y pueden encontrarse en Pérez [2009].

2.3.3 El campo esparcido

El campo esparcido está representado por el segundo término del lado derecho de la ecuación (58) ó de la ecuación(64), según sea el caso. Por simplicidad presentamos sólo el caso de una superficie. En este caso es deseable obtener una expresión para los campos reflejado y transmitido en términos de sus espectros angulares. Para esto expresamos la función de Green como una superposición de ondas planas [Maradudin *et al.*, 1990]

$$G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{-\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{2\pi i}{\alpha_0(q)} \exp\left[iq(x_1 - x_1') + i\alpha_0(q)|x_3 - x_3'|\right]. \tag{66}$$

Utilizando la expresión anterior para $x_3 > x_3'$ tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial N'} G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}')\Big|_{\mathbf{r}'=(\xi(t),\eta(t))} &= \left[-\eta'(t)\frac{\partial}{\partial x_1'} + \xi'(t)\frac{\partial}{\partial x_3'}\right] G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}')|_{\mathbf{r}'=(\xi(t),\eta(t))} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{2\pi}{\alpha_0(q)} \left[-\eta'(t)q + \xi'(t)\alpha_0(q)\right] \\ &\quad \times \exp\left[iq\left(x_1 - \xi(t)\right) + i\alpha_0(q)\left|x_3 - \eta(t)\right|\right]. \end{aligned} \tag{67}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (58), podemos escribir el campo reflejado de la forma

$$\psi_{sc}^{(0)}(x_1, x_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} S^{(0)}(q|k) \exp\left[iqx_1 + i\alpha_0(q)x_3\right], \tag{68}$$

donde

$$\begin{aligned} S^{(0)}(q|k) &= \frac{i}{2\alpha_0(q)} \int_{\Gamma} dt \left[\left(q\eta_j'(t) - \alpha_0(q)\xi'(t)\right)\Psi^{(0)}(t) - \Upsilon^{(0)}(t)\right] \\ &\quad \times \exp\left[-iq\xi(t) - i\alpha_0(q)\eta(t)\right]. \end{aligned} \tag{69}$$

En varios de nuestros cálculos será necesario calcular la fracción de la potencia incidente que es esparcida por la superficie. Con referencia a la sección 2.1.2, podemos calcular la potencia esparcida como

$$\begin{aligned} P_{sc}^{(0)}(k) &= L_2 \int_{-L/2}^{L/2} dx_1 \int_{-n_0\omega/c}^{n_0\omega/c} \frac{dq}{2\pi} Re \int_{-n_0\omega/c}^{n_0\omega/c} \frac{dq'}{2\pi} \alpha_0(q) S^{(0)}(q|k) (S^{(0)})^*(q'|k) \\ &\quad \times \exp\left[i(q - q')x_1 + i\left(\alpha_0(q) - \alpha_0(q')\right)x_3\right], \\ P_{sc}^{(0)}(k) &= L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega} \int_{-n_0\omega/c}^{n_0\omega/c} \frac{dq}{2\pi} \alpha_0(q) \left|S^{(0)}(q|k)\right|^2. \end{aligned} \tag{70}$$

2.3.4 La condición de impedancia superficial

Como vimos, para resolver el esparcimiento de una onda en la frontera que separa dos medios se requiere de la solución de dos ecuaciones integrales acopladas [ecs. (58) y (59)]. El problema numérico que esto representa se simplifica considerablemente si la onda no penetra en el segundo medio, que sería el caso de un conductor perfecto. De gran interés para esta tesis son los metales, en los que la onda penetra muy poco. Sin embargo, la suposición de conductor perfecto no es aplicable para metales a frecuencias ópticas porque por un lado no describe el comportamiento de las ondas esparcidas de manera cuantitativa, y por el otro, la superficie de un conductor perfecto no soporta la propagación de PPS.

Tomando en cuenta esto, en esta subsección estudiamos la condición de frontera de impedancia [Leontovich, 1948], que es útil para abordar problemas numéricos de esparcimiento de ondas electromagnéticas. Leontovich demostró que las condiciones de frontera electromagnéticas exactas en la superficie de un material con un índice de refracción grande, están relacionadas, de manera aproximada, por la impedancia (o de Leontovich). Esta condición relaciona las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético (o las componentes normales y sus derivadas normales) en una superficie plana, a través de una constante que depende únicamente de las propiedades electromagnéticas del material.

En el contexto de los cálculos de esparcimiento, es conocido que la condición de frontera de impedancia representa una buena aproximación para el caso de metales altamente reflejantes [Depine y Simon, 1982, 1983, Knotts *et al.*, 1993, Maradudin y Méndez, 1994] y ha sido demostrado que también da resultados aceptables cuando se aplica a medios dieléctricos caracterizados por una constante dieléctrica con un valor absoluto grande.

Una de las ventajas consiste en disminuir el número de incógnitas que se requiere calcular para resolver el problema electromagnético de esparcimiento y por tanto el tiempo de cómputo.

En esta sección describimos de manera breve las ecuaciones electromagnéticas que describen el campo esparcido por una interface aire/metal, y que no necesariamente es plana, utilizando la condición de frontera de impedancia. Para más detalle se puede consultar [Mendoza Suárez, 1996].

El tipo de geometría y notación se ha descrito en la subsección 2.3.1. La condición de impedancia superficial local que buscamos está definida por la relación

$$\mathbf{E}_t = Z\,\mathbf{H}_t \times \hat{\mathbf{n}}, \tag{71}$$

donde $\mathbf{E}_t$ y $\mathbf{H}_t$ son las componentes de los campos eléctrico y magnético que son tangentes a la superficie, respectivamente, $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector normal a la superficie y Z es la impedancia superficial.

Polarización p

Consideramos primero el caso de polarización p. De la ecuación (71), tenemos que

$$E_t^{(0)}(t) = Z_p(\mathbf{r})\, H_t^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}. \tag{72}$$

De las ecuaciones de Maxwell sabemos que

$$E_t^{(0)}(\mathbf{r}) = -i\frac{c}{\omega}\frac{\partial}{\partial n}H_2^{(0)}(\mathbf{r}), \tag{73}$$

$$H_t^{(0)}(\mathbf{r}) = H_2^{(0)}(\mathbf{r}), \tag{74}$$

con lo que podemos escribir

$$-i\frac{c}{\omega}\frac{\partial}{\partial n}H_2^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)} = Z_p(t)\; H_2^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}. \tag{75}$$

Definiendo

$$K(t) = i\frac{\omega}{c}\epsilon_0\epsilon_1 Z_p(t), \tag{76}$$

$$H^{(0)}(t) = H_2^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}, \tag{77}$$

$$L^{(0)}(t) = \frac{\partial H_2^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial n}\Bigg|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}, \tag{78}$$

podemos escribir

$$L^{(0)}(t) = \frac{K(t)}{\epsilon_0}H^{(0)}(t). \tag{79}$$

De manera análoga, se encuentra que

$$L^{(1)}(t) = \frac{K(t)}{\epsilon_1}H^{(1)}(t). \tag{80}$$

Polarización s

Para el caso de polarización s, podemos escribir la ecuación (71) de la forma

$$H_t^{(0)}(\mathbf{r}) = \frac{E_t^{(0)}(\mathbf{r})}{Z_s(\mathbf{r})}. \tag{81}$$

De las ecuaciones de Maxwell sabemos que

$$E_t^{(0)}(\mathbf{r}) = E_2^{(0)}(\mathbf{r}), \tag{82}$$

$$H_t^{(0)}(\mathbf{r}) = \frac{ic}{\omega}\frac{\partial E_2^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial n}, \tag{83}$$

y se sigue entonces que

$$\frac{ic}{\omega}\left.\frac{\partial E_2^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial n}\right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)} = \frac{1}{Z_s(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}}\, E_2^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}. \tag{84}$$

Definiendo

$$K(t) = -i\frac{\omega}{c}\frac{1}{Z_s(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}}, \tag{85}$$

$$M^{(0)}(t) = \frac{\partial E_2^{(0)}(\mathbf{r})}{\partial n}\Bigg|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}, \tag{86}$$

$$E^{(0)}(t) = E_2^{(0)}(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}. \tag{87}$$

tenemos que

$$M^{(0)}(t) \quad = \quad K(t)E^{(0)}(t). \tag{88}$$

De manera análoga, se encuentra que

$$M^{(1)}(t) \quad = \quad K(t)E^{(1)}(t). \tag{89}$$

Para el caso de superficies planas, $K(t) = 1/d(\omega)$, donde $d(\omega) = (c/\omega)[-\epsilon(\omega)]^{-1/2}$ ($\Re e\{d\} > 0, \Im m\{d\} < 0$) es la profundidad de piel (compleja) del metal. Este es el resultado encontrado por Leontovich. Para superficies no planas, se han encontrado expresiones aproximadas para $K(t)$ con la forma de series cuyo parámetro pequeño es d por la segunda derivada del perfil [García-Molina *et al.*, 1990, Mendoza-Suárez y Méndez, 1997]. Del trabajo de Mendoza-Suárez, se sigue que para superficies parametrizadas en términos de la longitud de arco, hay un par de expresiones equivalentes. Para el caso en que $\xi'(t) \neq 0$,

$$K(t) \quad = \quad \frac{\phi(t)}{d}\left\{1 + \frac{d}{2}\frac{\eta''(t)}{\xi'(t)\phi^3(t)} - \frac{d^2}{8}\frac{(\eta'')^2}{(\xi')^2\phi^6(t)} + \dots\right\}, \tag{90}$$

mientras que para el caso $\eta'(t) \neq 0$

$$K(t) \quad = \quad \frac{\phi(t)}{d}\left\{1 + \frac{d}{2}\frac{\xi''(t)}{\eta'(t)\phi^3(t)} - \frac{d^2}{8}\frac{(\xi'')^2}{(\eta')^2\phi^6(t)} + \dots\right\}. \tag{91}$$

Se puede verificar que para casos en los que el perfil está parametrizado en términos de la longitud de arco, estas expresiones se reducen a las encontradas por Mendoza-Suárez y Méndez [1997]. Por otra parte para superficies descritas en términos de función univaluada, estas expresiones se reducen a la expresión encontrada por García-Molina *et al.* [1990].

Capítulo 3

Corrimientos Goos-Hänchen

En 1947, Goos y Hänchen [Goos y Hanchen, 1947] reportaron resultados experimentales que mostraban el desplazamiento lateral de un haz de luz al ser reflejado en la interfaz entre un dieléctrico y el vacío en condiciones en las que se presentaba el fenómeno de reflexión interna total (RIT). Este desplazamiento, conocido ahora como corrimiento Goos-Hänchen, es perpendicular a la dirección de propagación del haz reflejado en el plano de incidencia y representa el efecto no especular más ampliamente estudiado para una haz finito reflejado por una superficie plana. Ha sido estudiado para diferentes tipos de haces e interfaces pero, hasta donde sabemos, este tipo de efectos no han sido estudiados para campos aleatorios. En este capítulo, se presenta una revisión del efecto para haces de luz y se establece una equivalencia para campos aleatorios en interfaces planas y rugosas.

3.1 El corrimiento para haces de luz

Para ilustrar el mecanismo que da lugar a este corrimiento consideramos primero una interfaz plana iluminada por un haz electromagnético con un ángulo de incidencia promedio θ_0.

Para tratar el problema, es conveniente usar sistemas de referencia auxiliares alineados con los campos incidente (x', z') y reflejado (x, z). Estos están relacionados con el sistema del laboratorio (x_1, x_3) a través de rotaciones por $-\theta_0$ y θ_0 respectivamente. La geometría considerada se muestra en la figura 5.

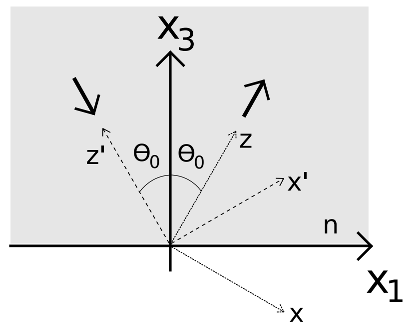

Figura 5. Sistemas de referencia.

Siguiendo el tipo de tratamiento presentado en al sección 2.1.2, en el sistema de referencia (x', z'), el campo incidente puede ser escrito como

$$\psi_{inc}(x', z') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq'}{2\pi} A(q') e^{iq'x' - i\alpha(q')z'}, \tag{92}$$

donde $A(q')$ es el espectro angular del haz incidente. Para el caso de un haz gaussiano, $A(q')$ está dado por la ecuación (15), donde g representa el semiancho del haz en amplitud. El semiancho del haz en intensidad está dado por $\sigma = g/\sqrt{2}$.

En el sistema de referencia (x_1, x_3) el haz está dado por las ecs. (20) y (21),

$$\psi_{inc}^{(0)}(x_1, x_3) = \int_{-n(\omega/c)}^{-n(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} B(q|k) e^{iqx_1 - i\alpha(q)x_3}, \tag{93}$$

con

$$B(q|k) = \left[\cos\theta_0 + \frac{q}{\alpha(q)} \sin\theta_0\right] A\left(q\cos\theta_0 - \alpha(q)\sin\theta_0\right). \tag{94}$$

El haz reflejado puede ser escrito entonces como

$$\psi_R(x_1, x_3) = \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} B(q|k) F(q) e^{iqx_1 + i\alpha_1(q)x_3}, \tag{95}$$

donde $F(q)$ es el coeficiente de reflexión de Fresnel. Pasamos ahora al sistema de referencia del haz reflejado, utilizando

$$x_1 = x\cos\theta_0 + z\sin\theta_0, \tag{96}$$

$$x_3 = -x\sin\theta_0 + z\cos\theta_0. \tag{97}$$

Definiendo la variable

$$p = q\cos\theta_0 - \alpha(q)\sin\theta_0, \tag{98}$$

obtenemos finalmente

$$\psi_R(x,z) = \int\limits_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} A(p)\mathcal{F}(p|k)e^{ipx_1+i\alpha(p)x_3}, \tag{99}$$

donde $\mathcal{F}(p|k) = F(p\cos\theta_0 + \alpha(p)\sin\theta_0) = F(n(\omega/c)\sin(\theta_0+\theta_s))$.

La intensidad del haz reflejado en el plano $z = 0$ está dada por

$$|\psi_R(x,0)|^2 = \left| \int\limits_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} A(p)\mathcal{F}(p|k)e^{ipx} \right|^2. \tag{100}$$

Vemos que para el caso de un reflector "perfecto" (coeficiente de reflexión constante y unitario; $\mathcal{F}(p|k) = 1$), el haz reflejado está centrado (como el haz incidente, ver ecuación (16)) en $x = 0$. En general, el desplazamiento del haz reflejado depende de la forma y del ancho de $A(p)$ y del coeficiente de reflexión $\mathcal{F}(p|k)$.

El corrimiento es causado principalmente por la derivada de la fase del coeficiente de reflexión. Para ilustrar esto, suponemos el caso de reflexión interna total, en el que se tiene que $\mathcal{F}(p|k) = e^{i\varphi(p)}$. Si desarrollamos la fase $\varphi(p)$ en una serie de Taylor, tenemos que

$$\varphi(p) = \varphi_0 + \varphi'(0)p + \frac{1}{2}\varphi''(0)p^2 + ... \tag{101}$$

Reteniendo solamente los dos primeros términos, podemos escribir el haz reflejado (99) de la siguiente manera

$$\psi_{R0}(x,z) = \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} A(p) e^{i[\varphi_0 + Dp]} e^{ipx + i\alpha(p)z} = e^{i\varphi_0} \psi_R(x_1 + D, x_3), \tag{102}$$

donde $D = \varphi'(0)$. Cabe mencionar que el corrimiento δx_1 en el sistema de referencia (x_1, x_3) está relacionado al corrimiento δx del haz en el sistema (x, z) a través de la relación $\delta x = \delta x_1 \cos\theta_0$.

3.2 El corrimiento para campos aleatorios

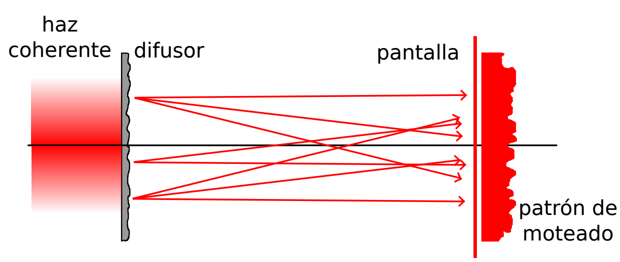

Figura 6. Patrón de moteado producido por un difusor con correlación delta iluminado por un haz coherente.

Ahora fijamos nuestra atención en el caso en que el espectro angular $\mathcal{A}(p)$ es aleatorio. La situación típica que estamos considerando es un patrón de moteado producido por el paso de un haz coherente a través de un difusor, como se ilustra en la figura 6. Suponemos que el moteado es producido por un difusor con correlación delta, es decir, que la distribución de intensidades producido por el difusor es constante, y que se encuentra iluminado por un haz cuya distribución de intensidad está definida por $\mathcal{I}(p)$. De este modo, consideramos que el espectro angular del campo aleatorio que produce el moteado tiene las siguientes propiedades estadísticas

$$\langle \mathcal{A}(p)\mathcal{A}^*(p')\rangle = 2\pi\delta(p-p')\mathcal{I}(p), \tag{103}$$

$$\langle \mathcal{A}(q)\mathcal{A}(q')\rangle = 0. \tag{104}$$

Aquí, los parentésis angulados $\langle \cdot \rangle$ representan promedios sobre un conjunto de realizaciones del campo aleatorio. Estas propiedades se pueden obtener, por ejemplo, con un espectro angular aleatorio de la forma

$$\mathcal{A}(p) = \mathcal{A}_0(p)e^{i\phi(p)}, \tag{105}$$

donde la magnitud $\mathcal{A}_0(p)$ es real y determinista, mientras que la fase $\phi(p)$ es aleatoria, con correlación delta y distribuida uniformemente en el intervalo de $[-\pi, \pi]$.

La autocorrelación estadística del patrón de moteado puede ser expresada como

$$\begin{aligned} W(\Delta x, z) &= \langle \psi^*_{inc}(x,z)\psi_{inc}(x+\Delta x, z)\rangle \\ &= \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp'}{2\pi} \langle \mathcal{A}(p)\mathcal{A}^*(p')\rangle \\ &\qquad \times e^{-i[px_1 - p'(x+\Delta x)]} e^{-i[\alpha(p)-\alpha(p')]z}. \end{aligned} \tag{106}$$

Usando las propiedades de $\mathcal{A}(p)$ encontramos que

$$W(\Delta x, z) = \int \frac{dp}{2\pi}\mathcal{I}(p)e^{ip\Delta x}. \tag{107}$$

El ancho de esta función determina el tamaño promedio de las motas. Comparando esta expresión con la ecuación (16), vemos que esta correlación tiene la misma forma que la amplitud de un haz incidente cuyo espectro angular, $A(p)$, sería $\mathcal{I}(p)$. Este es un resultado bien conocido de la teoría de moteado [Goodman, 1985] y está relacionado con el teorema de Van Cittert – Zernike [Born y Wolf, 1999] de la teoría de la coherencia.

Si suponemos que la distribución de intensidad en el plano del difusor es gaussiana, podemos escribir que

$$\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}_0 \sqrt{2\pi}\xi \exp\{-\xi^2 p^2/2\}, \tag{108}$$

lo cual nos lleva a que la autocorrelación del patrón de moteado, en amplitud, está dado por

$$W(\Delta x) = \mathcal{I}_0 e^{-\Delta x^2/2\xi^2}. \tag{109}$$

Para campos complejos aleatorios gaussianos circulares, situación que estamos suponiendo, la correlación de intensidad se puede obtener con el siguiente teorema de momentos [Goodman, 1985]:

$$\langle I_{inc}(x,z) I_{inc}(x+\Delta x, z)\rangle = \langle I_{inc}(x,z)\rangle \langle I_{inc}(x+\Delta x, z)\rangle + |W(\Delta x, z)|^2 . \tag{110}$$

Bajo la suposición de que la intensidad es un proceso aleatorio estacionario, la intensidad promedio es independiente de la posición. El tamaño de las motas está entonces definido por el ancho $|W(\Delta x, z)|^2$, que para el caso gaussiano [ecuación (109)] está dado por el parámetro ξ.

Cabe señalar que, con nuestras definiciones, la intensidad del haz tiene un ancho σ y, en el caso aleatorio, el tamaño de la mota en intensidad es ξ. Sin embargo, a nivel de las amplitudes complejas $\mathcal{A}(p)$ y $A(p)$, los anchos de los espectros angulares de la iluminación están dados por $1/\xi$ y $1/g = 1/\sqrt{2}\sigma$ respectivamente.

3.3 Corrimiento del campo aleatorio

Consideramos ahora la reflexión de este campo aleatorio. Siguiendo los mismos pasos que para el haz, tenemos que el campo reflejado en el sistema (x_1, x_3) se puede escribir como

$$\psi_R(x_1, x_3) = \int_{--n(\omega/c)}^{-n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} \mathcal{B}(q|k) F(q) e^{iqx_1 + i\alpha(q)x_3}, \tag{111}$$

donde

$$\mathcal{B}(q|k) = \left[\cos\theta_0 + \frac{q}{\alpha(q)}\sin\theta_0\right] \mathcal{A}\left(q\cos\theta_0 - \alpha(q)\sin\theta_0\right), \tag{112}$$

mientras que en el sistema (x, z) el campo reflejado se puede escribir como

$$\psi_R(x, z) = \int_{--n(\omega/c)}^{-n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} \mathcal{A}(p) \mathcal{F}(q|k) e^{ipx + i\alpha(p)z}, \tag{113}$$

donde $\mathcal{F}(q|k)$ está definido despues de la ecuación (99). Para proseguir, es útil escribir una expresión para el campo reflejado por un reflector "perfecto" (coeficiente de reflexión constante y unitario)

$$\psi_0(x, z) = \int_{--n(\omega/c)}^{-n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} \mathcal{A}(p) e^{ipx + i\alpha(p)z}, \tag{114}$$

y considerar la correlación estadística cruzada entre este campo aleatorio y el campo aleatorio reflejado por la superficie. Es decir,

$$\begin{aligned} W_{0R}(\Delta x, z) &= \langle \psi_0^*(x, z)\psi_R(x + \Delta x, z)\rangle \\ &= \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dq}{2\pi} \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp'}{2\pi} \mathcal{F}(p'|k) \langle \mathcal{A}^*(p')\mathcal{A}(p)\rangle \, e^{-i[px - p'(x+\Delta x)] + i[\alpha(p) - \alpha(p')]z} \\ &= \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} \mathcal{I}_0(q) \mathcal{F}(p|k) e^{ip\Delta x}. \end{aligned} \tag{115}$$

Es de esperarse que la correlación cruzada tenga un máximo cuando Δx sea igual al negativo del corrimiento del patrón de motas. Utilizando otra vez el teorema de momentos para campos aleatorios complejos gaussianos circulares, tenemos que

$$\langle I_0(x, z) I_R(x + \Delta x, z)\rangle = \langle I_0(x, z)\rangle \langle I_R(x + \Delta x, z)\rangle + |W_{0R}(\Delta x, z)|^2. \tag{116}$$

Es claro entonces que el corrimiento del patrón de moteado está determinado primordialmente por la función

$$|W_{0R}(\Delta x)|^2 = \left| \int_{-n(\omega/c)}^{n(\omega/c)} \frac{dp}{2\pi} \mathcal{I}_0(p)\mathcal{F}(p|k)e^{ip\Delta x} \right|^2. \tag{117}$$

Es interesante comparar esta correlación cruzada con la intensidad de un haz determinista reflejado por la superficie [ecuación (100)]. Vemos que si $\mathcal{I}_0(p)$ es igual a $A(p)$ los corrimientos son idénticos. Esto es similar a la relación entre la autocorrelación del moteado y la forma de un haz en términos de los espectros angulares que, como ya mencionamos , está también relacionado con el teorema de van Cittert-Zernike [Born y Wolf, 1999].

En particular, para el espectro angular gaussiano, hemos considerado la amplitud

$$A(p) = A_0\sqrt{2\pi}\sigma \exp\{-\sigma^2 p^2/2\}, \tag{118}$$

para el haz determinista, y la intensidad

$$\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}_0(p)\sqrt{2\pi}\xi \exp\{-\xi^2 p^2/2\}, \tag{119}$$

para la función de iluminación en el difusor. Vemos que el haz y el patrón de moteado tiene el mismo corrimiento cuando $\sigma = \xi$. Hacemos notar sin embargo que en tal caso el ancho de los espectros angulares $A(p)$ y $\mathcal{A}(p)$ difiere por un factor de $\sqrt{2}$.

3.4 Simulaciones y cálculos

En esta sección, presentamos cálculos que ilustran los resultados teóricos sobre el corrimiento y las situaciones físicas consideradas.

3.4.1 Superficies dieléctricas

La primera situación física considerada consiste de un campo determinista o aleatorio que se propaga en el vidrio e incide sobre una frontera plana con aire o vacío. La constante dieléctrica del medio 0 es $\epsilon_0 = 2.25$ y la del medio 1 es $\epsilon_1 = 1.0$.

Ejemplos de la intensidad del campo cercano total para los casos de un haz gaussiano y del patrón de moteado se ilustran en las figuras 7 y 8 respectivamente.

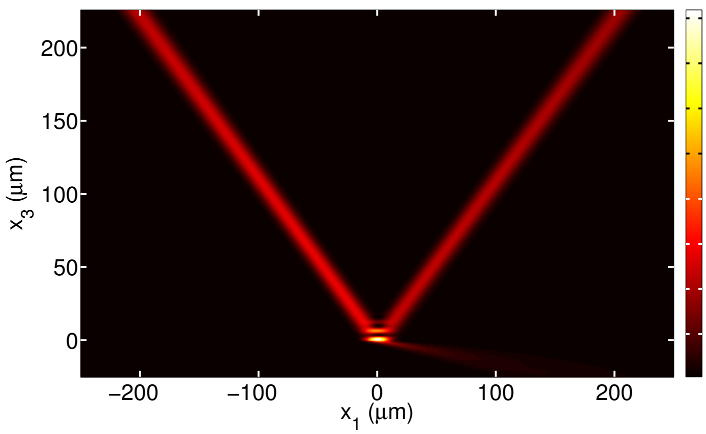

Figura 7. Intensidad del campo cercano total de un haz gaussiano para una interfaz vidrio-aire. El ángulo de incidencia promedio es $\theta_0 = 41.96°$, $g = 12\mu$m, $\sigma = g/\sqrt{2}$.

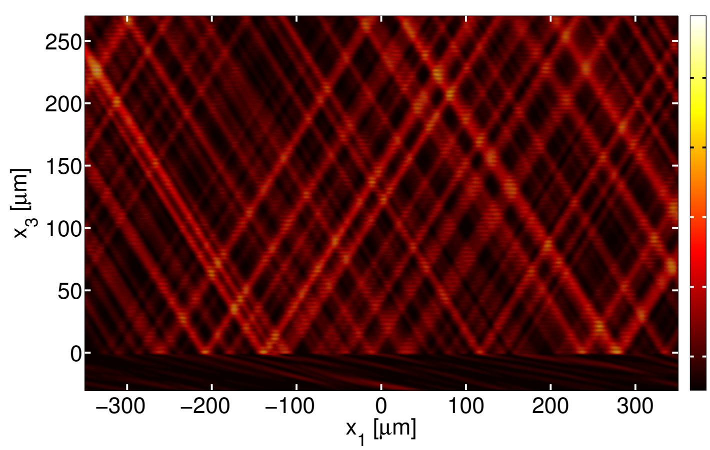

Figura 8. Intensidad del campo cercano total del patrón de moteado para una interfaz vidrio-aire. El ángulo de incidencia promedio es $\theta_0 = 42.5°$, $g = 8\mu$m y $\xi = g/\sqrt{2}$.

En la figura 7 se observa la propagación del haz gaussiano y su reflexión en la superficie plana. También se observa el campo transmitido y las franjas de interferencia (franjas de Wiener) entre el haz incidente y el reflejado. Poniendo atención en los detalles, se alcanza a apreciar el corrimiento Goos-Hänchen del haz reflejado.

De manera análoga, en la figura 8 se observan los patrones de moteado incidente, reflejado y transmitido. Aunque es difícil apreciar de la figura, también en este caso hay un corrimiento lateral del patrón de moteado reflejado.

A continuación describimos el procedimiento utilizado para estimar los corrimientos Goos-Hänchen por medio de simulaciones numéricas. Como en la teoría, para el caso determinista estimamos la separación lateral entre el haz reflejado y el haz que reflejaría un espejo "perfecto", que sirve como referencia. Un ejemplo, en el que se grafica la intensidad del haz a una altura x_3 fija se muestra en la figura 9. En la figura se aprecia claramente el corrimiento, que se estima a partir de la localización de los máximos.

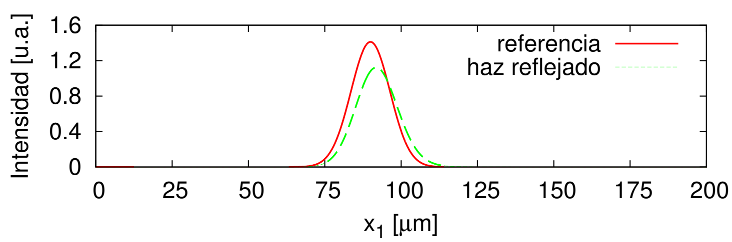

Figura 9. Intensidad del haz gaussiano reflejado en la zona del máximo a una altura fija $x_3 = 100\,\mu$m. La curva con línea continua representan la referencia y la curva con línea punteada representa el haz reflejado por la interfaz plana vidrio-aire. Los parámetros son los mismos que en la figura 7.

El procesamiento de los datos de intensidad de los patrones de moteado es similar. En la figura 10 se muestra un patrón reflejado en la frontera vidrio-aire, junto con la referencia (calculada con un coeficiente de reflexión unitario).

Para calcular el corrimiento en este caso, estimamos la correlación cruzada entre estas dos funciones aleatorias y promediamos sobre un número grande ($\sim$ 100) de realizaciones del patrón de moteado aleatorio. La posición del máximo de esta

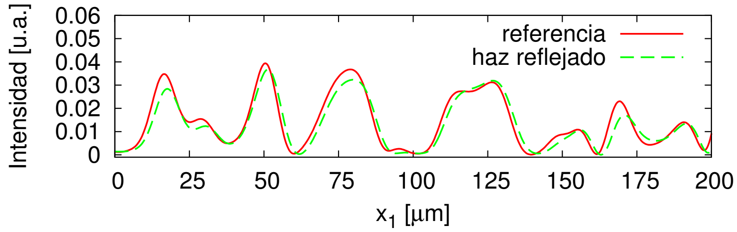

Figura 10. Campo reflejado para el patrón de moteado para una interfaz vidrio-aire para $x_3 = 100\,\mu$m. (a) Se muestra la longitud total de la muestra mientras que, (b) se muestra uno de los picos del patrón de moteado. Los parámetros son los mismos que en la figura 8.

correlación cruzada representa nuestra estimación del corrimiento.

En la figura 11 mostramos los resultados del corrimiento como función del ángulo de incidencia para dos valores de los parámetros σ y ξ. Recordemos que los resultados teóricos indican que los corrimientos del haz y del patrón de moteado debe ser iguales cuando $\sigma = \xi$. La teoría está dada por las ecuaciones (100) y (117) con la suposición de que los espectros angulares son gaussianos.

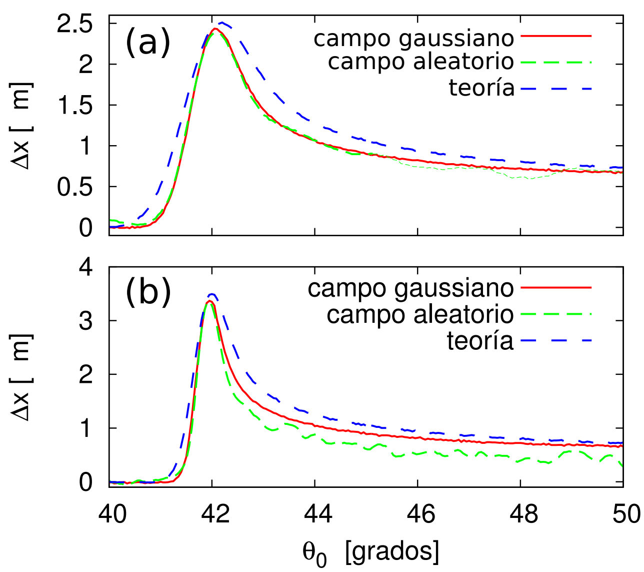

Figura 11. Corrimiento Goos-Hänchen como función del ángulo de incidencia θ_0. Se muestran las curvas estimadas por medio de las simulaciones y una curva teórica basada en la ecuación (100) o en la ecuación (117) (a) $g = 22.5\mu$m, $\sigma = \xi = g/\sqrt{2}$ y (b) $g = 45.0\mu$m $\sigma = \xi = g/\sqrt{2}$.

Vemos que, en los dos casos, las curvas obtenidas de las simulaciones son muy cercanas entre sí, y concuerdan bastante bien con la curva teórica. Es interesante notar que a medida que aumentan los parámetros σ y ξ, la posición del ángulo para el cual el corrimiento es máximo se desplaza hacia el ángulo crítico cuyo valor para una interfaz vidrio-aire es de $\theta_c = 41.81°$. El corrimiento también es mayor cuando aumenta el parámetro σ y ξ.

Estos resultados confirman las expectativas teóricas respecto a la equivalencia entre los corrimientos para los casos deterministas y aleatorios.

Por último, hacemos notar que el análisis se puede repetir con campos que varían aleatoriamente en el tiempo, reemplazando los promedios de conjunto por promedios temporales. Esta situación correspondería al caso de haces parcialmente coherentes espacialmente. Es decir, que la equivalencia podría extenderse facilmente para estudiar corrimientos del área de coherencia debido a sus reflexiones.

3.4.2 Superficies metálicas

Los corrimientos se pueden entender de varias maneras. Se ha estudiado, por ejemplo, la conexión entre el corrimiento y el transporte de energía en la dirección paralela a la interface en el vacío o aire. Es entonces de esperarse que en presencia de ondas superficiales, también aparezcan corrimientos. De especial relevancia para esta tesis es entonces el estudio del corrimiento debidos a la excitación de PPS.

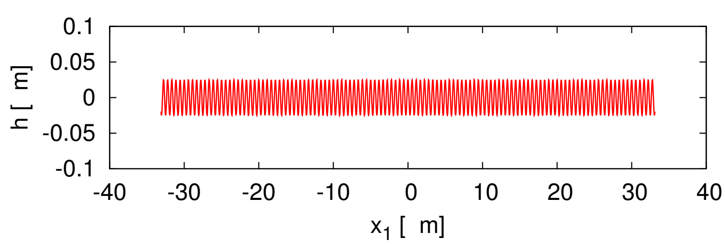

Figura 12. Perfil de la superficie. La rejilla metálica tiene un periodo $T = 0.555\,\mu$m, una altura $h = 0.025\,\mu$m.

La situación física que consideramos ahora es entonces la de un campo determinista o aleatorio que se propaga en el aire e incide sobre una rejilla metalica con periodo $T = 0.555\mu$m. La constante dieléctrica del metal es $\epsilon_1 = -11.36 + i0.96$ para la longitud considerada onda de $\lambda = 0.647\mu$m. En la figura 13 se muestra, como ejemplo, la intensidad del haz reflejado a una altura x_3 fija, junto con la referencia, para el caso $\theta_0 = 5.5°$. Se aprecia claramente el corrimiento que se estima a partir de la localización

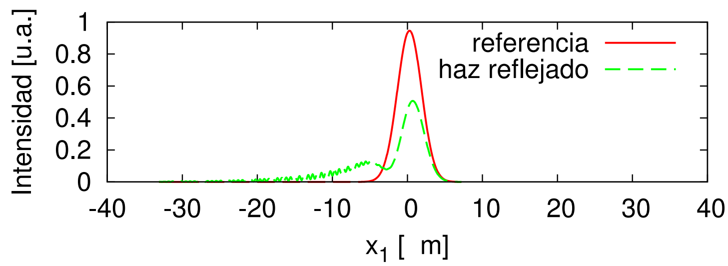

Figura 13. Intensidad del haz gaussiano reflejado en la zona del máximo a una altura fija de $x_3 = 3.0\,\mu$m para un ángulo de incidencia de $\theta_0 = 5.5°$, $g = \mu$m y $\sigma = g/\sqrt{2}$. La curva con línea punteada representa el haz reflejado por la rejilla metálica. Los parámetros son los mismo que en la figura 12

.

de los máximos. Este tipo de corrimiento, parecido al que encontramos en la sección anterior y se puede entender con argumentos similares.

En la figura 14 se muestran curvas de intensidad a la misma altura $x_3 = 3\,\mu$m para varios ángulos de incidencia. Se aprecia claramente que, a medida que aumentamos el ángulo de incidencia y nos aproximamos al ángulo óptimo de excitación de PPS, el corrimiento aumenta hasta que, eventualmente, la forma del haz gaussiano se distorsiona. En este punto, ya no es razonable hablar de un corrimiento. Para ilustrar esto, se presenta en la figura 15, un ejemplo de la intensidad del campo cercano esparcido para el caso de un haz gaussiano que incide con un ángulo muy cercano al de excitación óptima. Se aprecia claramente la distorsión del haz, que tiene un aspecto parecido al de un haz gaussiano con un hueco en el centro. Esta distorsión se debe a la excitación de PPS y consecuente absorción para algunos de los componentes

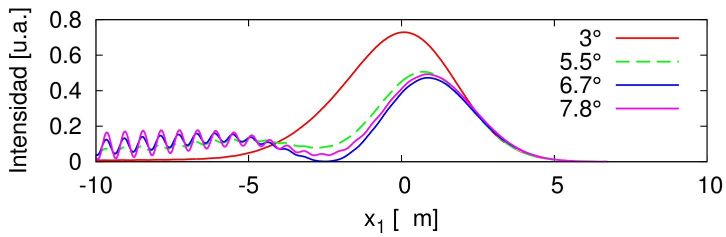

Figura 14. Intensidad del haz gaussiano reflejado para distintos ángulos de incidencia θ_0 en la zona del máximo a una altura fija $x_3 = 3.0\mu$m. Los parámetros son los mismos que la figura 13.

espectrales del haz gaussiano.

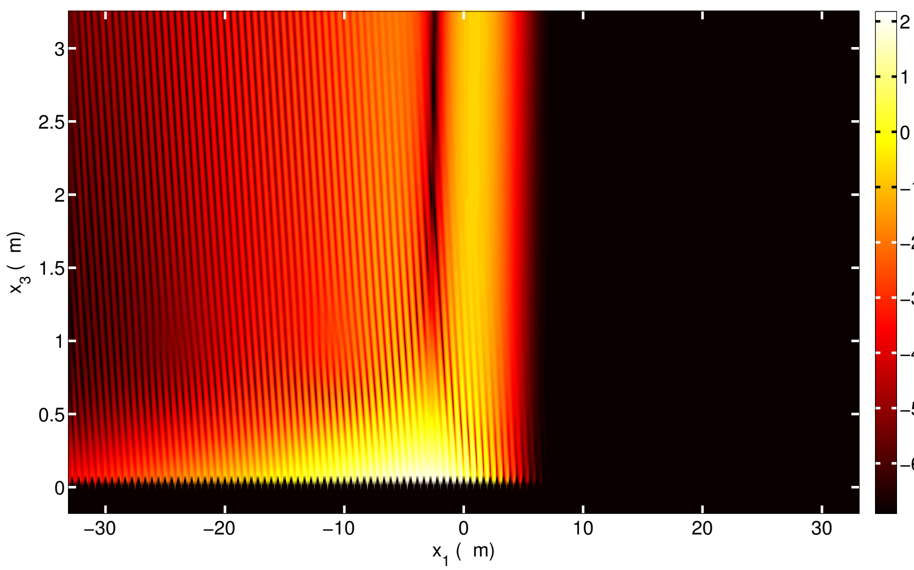

Figura 15. Intensidad del campo cercano reflejado de un haz gaussiano para una interfaz aire-oro. El ángulo de incidencia promedio $\theta_0 = 6.77°$. Los parámetros son los mismos que la figura 13

Resulta entonces interesante analizar el caso de un patrón de moteado que incide sobre una rejilla metálica. Los parámetros de la rejilla son los mismos que los utilizados para el caso de un haz gaussiano y procesamos los datos de la misma manera que lo hicimos para el caso dieléctrico.

Para ilustrar el corrimiento del patrón de moteado presentamos cálculos de campo cercano para el patrón de moteado de incidencia y el de reflexión. Vemos claramente la excitación de ondas superficiales y el corrimiento relativo del patrón de motado. Como

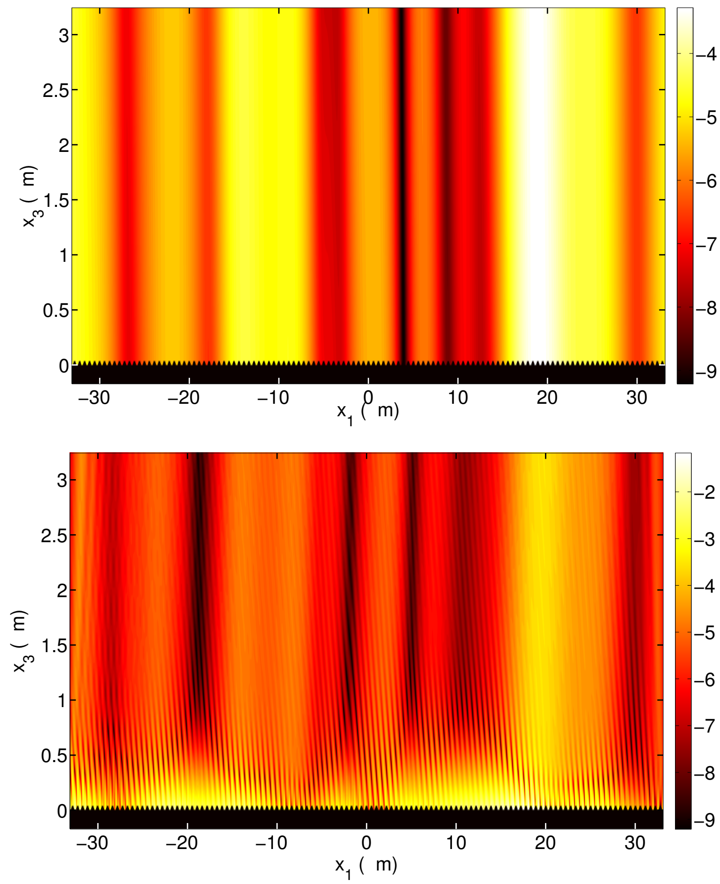

Figura 16. Intensidad del campo cercano incidente y reflejado de un patrón de moteado para una interfaz aire-oro. El ángulo de incidencia promedio $\theta_0 = 5.5°$, y $\xi = 5\,\mu\mathrm{m}/\sqrt{2}$.

en el caso del dieléctrico, se debe cumplir la equivalencia entre los corrimientos del haz determinista y del campo aleatorio.

Capítulo 4

Excitación de PPS por estructuras superficiales

Como vimos en la sección 2.2.2, la parte real del número de onda para los plasmones polaritones de superficie (PPS) es mayor que la correspondiente a la de la luz en el vacío (ω/c), por lo cual éstos no pueden ser excitados directamente por ondas de volumen que se propagan en el vacío. Los métodos clásicos de excitación de PPS incluyen rejillas de difracción [Ritchie *et al.*, 1968, Hutley y Maystre, 1976], y las configuraciones de Otto y Kretschmann [Raether, 1988]. Estos métodos utilizan haces anchos y altamente colimados, pero su implementación puede ser problemática si ésta se quiere realizar en espacios confinados o miniaturizados. Sin embargo, la eficiencia de excitación de los PPS en espacios pequeños es esencial para el desarrollo de circuitos fotónicos basados en plasmones de superficie. Por lo tanto, no es sorprendente que la eficiencia de acoplamiento de los PPS, definida como el cociente entre la potencia en el PPS excitado y la potencia del haz incidente, haya sido objeto de atención en la literatura [Sánchez Gil, 1996, Ditlbacher *et al.*, 2003, Lu *et al.*, 2007, Radko *et al.*, 2008, 2009]. Como sugiere la literatura reciente, la eficiencia de acoplamiento en PPS constituye un problema importante en el campo de la plasmónica. Debido a su relevancia y a las relativamente bajas eficiencias que han sido reportadas ($< 50\%$), podemos decir que constituye un problema abierto por lo cual es claro que se necesitan estudios más sistemáticos del problema.

En este capítulo presentamos cálculos de la eficiencia de acoplamiento para una variedad de estructuras. El énfasis del trabajo es lograr eficiencias altas de excitación con un haz enfocado y una estructura lo más corta posible.

4.1 Eficiencia de excitación

Iniciamos con una sección en la que se define matemáticamente la eficiencia de excitación. El campo asociado con un PPS que se origina en $x_1 = 0$, con amplitud H_0 y que viaja sobre una superficie plana en la dirección $+x_1$ puede ser escrito de la siguiente manera:

$$H_2^{(0)}(\mathbf{r}) = H_0 e^{ik_{sp}x_1 - \beta_0 x_3} \qquad\qquad x_3 > 0, \tag{120}$$

$$H_2^{(1)}(\mathbf{r}) = H_0 e^{ik_{sp}x_1 + \beta_1 x_3} \qquad\qquad x_3 < 0, \tag{121}$$

para $x_1 > 0$, y donde

$$k_{sp} = \left(\frac{\omega}{c}\right)\sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_1}{\epsilon_0 + \epsilon_1}}\,, \tag{122}$$

y

$$\beta_{0,1} = \left(\frac{\omega}{c}\right)\sqrt{\frac{-\epsilon_{0,1}^2}{\epsilon_0 + \epsilon_1}}. \tag{123}$$

Las cantidades k_{sp} y $\beta_{0,1}$ son, en general son complejas.

Por otra parte, la componente del vector de Poynting a lo largo de x_1 se puede escribir de la forma

$$S_1^{(0,1)}(\mathbf{r}) = \frac{c^2}{8\pi\omega}|H^{(0,1)}(\mathbf{r})|^2\,\Re e\left\{\frac{k_{sp}}{\epsilon_{0,1}}\right\}. \tag{124}$$

La potencia que cruza un plano perpendicular a la superficie se puede descomponer en la fracción que cruza por arriba y la que cruza por abajo. Es decir,

$$P_1^{(0)} = L_2 \int_0^{\infty} S_1^{(0)} dx_3; \qquad P_1^{(1)} = L_2 \int_{-\infty}^{0} S_1^{(1)} dx_3, \tag{125}$$

donde L_2 es una longitud a lo largo de x_2.

Evaluando en $x_1 = 0$ e integrando, encontramos que

$$P_1^{(0,1)} = L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega} \frac{H_0^2}{2\beta'_{0,1}} \Re e \left\{ \frac{k_{sp}}{\epsilon_{0,1}} \right\}, \tag{126}$$

donde $\beta'_{0,1} = \Re e\{\beta_{0,1}\}$.

Considerando ahora una situación en la cual el PPS excitado se propaga libremente a partir de $x_1 = 0$, uno puede definir la eficiencia de excitación como

$$\eta = \frac{P_1^{(0)} + P_1^{(1)}}{P_{inc}}, \tag{127}$$

donde P_{inc} es la potencia del haz incidente.

4.2 La potencia absorbida

Por cuestiones de balance de energía, es útil estimar la potencia absorbida por la estructura que facilitó la excitación del PPS. La potencia absorbida por la muestra, o una sección de ella, puede ser estimada calculando la potencia transmitida al interior del metal. Para esto se calcula la potencia a través de la superficie que se encuentra en el medio 1 (el metal), infinitesimalmente cerca del perfil de la superficie.

La componente del vector de Poynting a lo largo de la normal en la dirección del medio 1 es

$$\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}}_- \big|_{\zeta(t),\eta(t)} = -\frac{c}{8\pi} \Re e\{E_t^{(1)}(t) \left(H^{(1)}(t)\right)^*\}, \tag{128}$$

donde $E_t^{(1)}(t)$ representa la componente tangencial del campo eléctrico evaluado en la superficie. Usando una de las ecuaciones de Maxwell para expresar $E_t^{(1)}(t)$ en términos de la derivada normal del campo magnético, encontramos que

$$E_t^{(1)}(t) = \frac{-ic}{\omega\epsilon_1} \frac{1}{\phi(t)} L^{(1)}(t), \tag{129}$$

donde

$$L^{(1)}(t) = \frac{\partial}{\partial N} H_2^{(1)}(\mathbf{r}) \bigg|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)}. \tag{130}$$

Con lo anterior podemos expresar la componente del vector de Poynting en en interior de la superficie como

$$\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}}_{-}|_{\zeta(t),\eta(t)} = \frac{c^2}{8\pi\omega\phi(t)} \Im m\{L^{(0)}(t)H^{(0)*}(t)\}. \tag{131}$$

Finalmente encontramos que la potencia total que cruza la frontera esta dada por

$$P_t = \frac{c^2 L_2}{8\pi\omega} \int \Im m\{L^{(0)}(t)H^{(0)*}(t)\}dt. \tag{132}$$

4.3 Rejillas de difracción

Como hemos visto, la condición de frontera de impedancia brinda una buena aproximación en condiciones donde no hay excitación de PPS. Debido a esto en lo que respecta al caso de estructuras superficiales no usaremos la condición de frontera de impedancia, sin embargo para el caso de objetos sobre un metal (navaja, cilindro) si haremos uso de ella debido al número de puntos que se necesitan para el muestreo y el tiempo de computo que esto implica. Aún cuando sabemos que la condición de frontera de impedancia no da resultados correctos cuantitativamente, si es posible usarla para comparar las eficiencias entre diferentes estructuras.

Debido a que no existen cálculos rigurosos de la eficiencia de excitación en PPS por rejillas de difracción, en esta sección comenzamos considerando este problema. El problema ha sido estudiado teóricamente por Sánchez Gil [1996] usando una superficie plana con condiciones de frontera de impedancia y por otro lado, estudios experimentales han sido reportados por Hutley y Maystre [1976] y por Zaidi *et al.* [1991].

Adoptando los parámetros de Hutley y Maystre [1976], consideramos una rejilla de oro con periodo $T = 0.555\,\mu$m, iluminado por un haz de longitud de onda $\lambda = 0.647\,\mu$m. El valor de la constante dieléctrica considerada para esta longitud de onda es

$\epsilon_1 = -12.54+i0.86$ [Johnson y Christy, 1972, Vial *et al.*, 2005]. Sin embargo aún cuando este sistema para excitar PPS parece ser muy eficiente, veremos que no es el caso si lo que se quiere es excitar un PPS para utilizarlo posteriormente en algún experimento de plasmónica.

La geometría considerada se ilustra en la figura 17. La sección de la muestra que contiene la rejilla tiene una longitud $L_g = 51.76\,\mu$m y se continúa a la derecha por una sección plana, que es la zona en la que se desea utilizar el PPS. La rejilla se ilumina con un haz gaussiano cuyo semi-ancho $1/e$ en amplitud es $g = L_g/4$ y está centrado inicialmente a la mitad de la sección correspondiente a la rejilla ($x_{1c} = -38.8\,\mu$m). Para ayudar con la visualización de la situación física, se muestra con línea continua la intensidad del haz incidente gaussiano en el plano $x_3 = 0$.

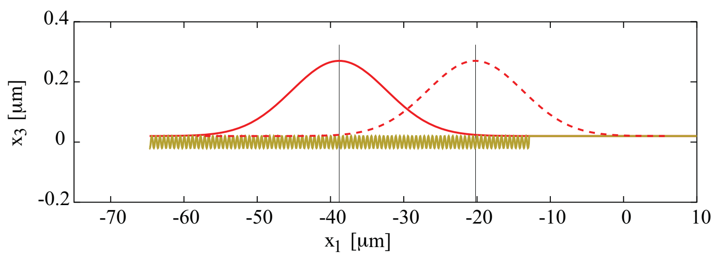

Figura 17. La función del perfil de la superficie. Se tiene una rejilla periódica sinosoidal es seguida por una superficie plana en la cual los PPS se propaga libremente. Las curvas continua y punteadas ilustran la posición y los anchos de los dos haces incidentes considerados.

Puesto que la rejilla tiene un periodo de sub-longitud de onda, para ángulos de incidencia pequeños hay solamente un orden de propagación (el orden cero). Con un ángulo de incidencia pequeño y negativo podemos excitar PPS a la derecha, éste corresponde al orden -1 de la rejilla.

Rejillas con amplitud h entre 5 y 40 nm fueron consideradas para los cálculos, pero solamente se presenta el caso con $h = 20$ nm que, para la iluminación empleada, produce la mejor eficiencia.

La reflectancia de la muestra como función del ángulo de incidencia se muestra en la figura 18. También se muestra la potencia de los PPS excitados y la potencia transmitida al interior del metal en la sección que se encuentra debajo de la rejilla; esta potencia transmitida provee una estimación de la absorción bajo la rejilla. La suma de estas tres cantidades también se muestra en la figura. Podemos ver que es cercana a uno y, como es de esperarse, no excede este valor.

Observamos de la figura que la reflectividad tiene un mínimo cuando $\theta_0 = -6.44°$. Juzgando solamente por la baja reflectividad de la muestra (solamente 22% de la luz es reflejada para este ángulo de incidencia) se puede pensar que la excitación de PPS es buena en este tipo de geometría [Zaidi *et al.*, 1991]. Aunque en principio esto es correcto, la baja reflectividad no significa que el PPS excitado esté disponible como una onda superficial propagándose libremente en la sección plana que está después de la rejilla.

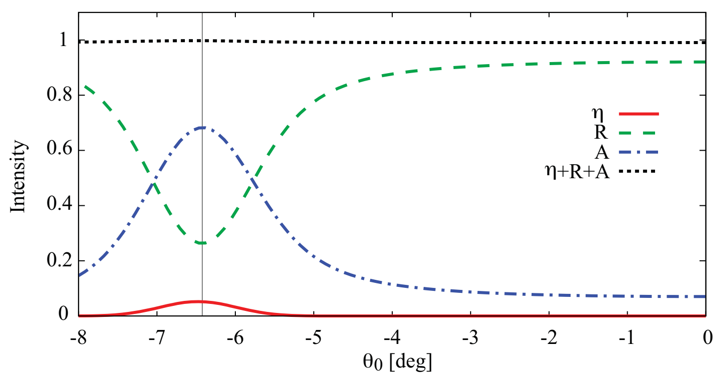

Figura 18. Fracción de potencia reflejada (R) y absorbida (A) por la rejilla como función del ángulo de incidencia. Se muestra también la eficiencia de excitación (η) del PPS. La rejilla tiene una amplitud $h = 20$nm, periodo $T = 0.555\mu$m, y esta iluminada por una haz gaussiano cuya longitud de onda es $\lambda = 0.647\mu$m centrado en $x_{1c} = -38.8\,\mu$m (Fig. 17).

En la figura 18 vemos que el mínimo de la reflectividad coincide con el máximo de la absorción debajo de la rejilla. De hecho, la eficiencia de excitación es baja en este caso, alcanzando un valor máximo de 8%. Como vemos, en la situación considerada, la mayor parte de la potencia incidente es reflejada (alrededor de 22%) ó absorbida (más del 70%) y la eficiencia máxima coincide con la posición de absorción máxima y con el mínimo en la reflectividad.

Sin embargo hay que mencionar que este no siempre es el caso y que la situación puede cambiar al variar los parámetros de la rejilla o la iluminación.

El punto interesante ilustrado por la figura 18 es que una baja reflectividad de la rejilla no indica necesariamente una alta eficiencia de acoplamiento [Sánchez Gil, 1996]. Los resultados de estos cálculos pueden parecer sorprendentes pero, de hecho están en concordancia con las observaciones experimentales reportada por Hutley y Maystre [1976].

Estos resultados pueden ser entendidos considerando los procesos de esparcimiento y difracción que tiene lugar entre el campo incidente, la rejilla y el PPS excitado. El PPS excitado por la interacción del haz incidente con la rejilla viaja hacia la derecha y al interaccionar con la rejilla se difracta hacia los dos medios. La luz difractada en el metal es absorbida y la difractada al vacío sale en la dirección especular. En otras palabras, la estructura que provee el medio para el acoplamiento de PPS también permite la fuga de estos, acoplándolos a ondas propagantes que interfieren con el haz reflejado especularmente y a ondas que son absorbidas bajo la rejilla. En esta situación el máximo de la absorción prácticamente coincide con el máximo de la eficiencia de excitación.

La situación mejora si se ilumina la muestra con un haz cuyo centro sea más cercano a la frontera con la superficie plana como se ilustra por líneas punteadas en la figura 17. Hemos realizado cálculos para la eficiencia, reflectancia y absorción cuando se varía la posición del centro del haz sobre la rejilla. Los resultados se muestran en la figura 19. Vemos que, con este simple cambio, uno puede reducir la absorción e incrementar la eficiencia hasta alcanzar un 35%.

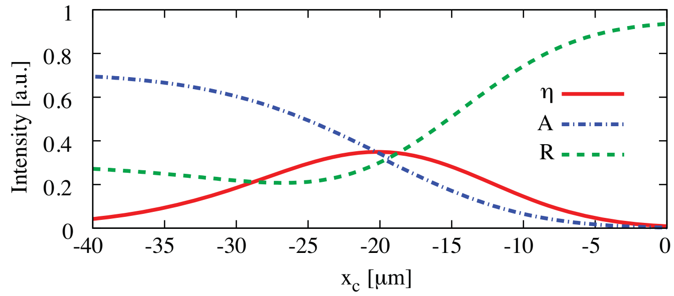

Figura 19. Fracción de potencia reflejada y absorbida por la rejilla como función de la posición del centro del haz. Se muestra la eficiencia de excitación del PPS. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = -6.44°$ y los otro parámetros son como los mostrados en la figura 18.

Ahora fijamos nuestra atención en otras estructuras más compactas para la excitación de PPS.

4.4 Acoplamiento por estructuras superficiales

En esta sección consideramos la excitación de PPS mediante la interacción de un haz incidente con estructuras superficiales aisladas. Estudiamos estructuras como escalones, escalones modificados, canales y crestas. Para realizar el cálculo de la potencia del PPS y evitar efectos de borde utilizamos la estructura superficial de interés conectada a ambos lados con superficies planas, cuya longitud es mucho más grande que la longitud de propagación de los PPS.

En la mayoría de los casos presentados en esta sección hemos considerado estructuras de oro iluminadas por un haz con longitud de onda $\lambda = 0.750\,\mu$m. El valor de la constante dieléctrica del oro a esta longitud de onda es $\epsilon_1 = -19.95 + i1.33$ [Johnson y Christy, 1972, Vial *et al.*, 2005].

4.4.1 Escalones

En esta subsección consideramos el uso de escalones para la excitación de PPS. La situación física se ilustra en la figura 20.

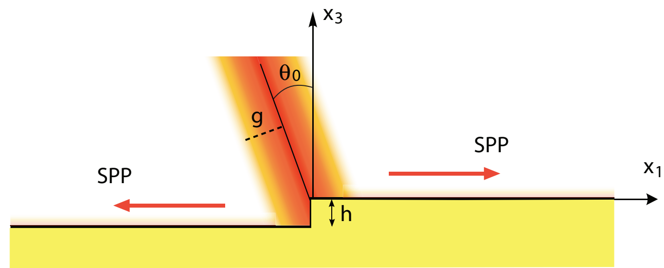

Figura 20. Excitación de PPS a través de la interacción con escalones.

Un haz con un ángulo de incidencia θ_0 ilumina un escalón de ángulo recto de altura h. El centro del haz incide en el punto $(0, h)$. Con esta estructura se excitan plasmones-polaritones a la derecha y a la izquierda del escalón.

En la figura 21 se presenta un mapa de contornos de la eficiencia calculada para el plasmón que se excita a la derecha del escalón para un haz cuya amplitud de semi-ancho $1/e$ es $g = 3\lambda$.

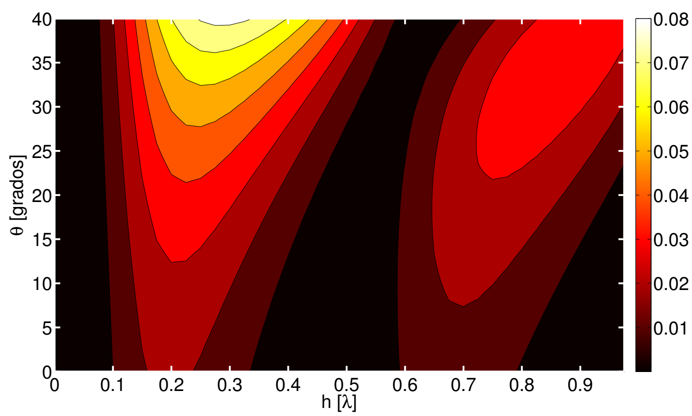

Figura 21. Mapa de contorno para la eficiencia de excitación de los PPS por medio de la interacción de escalones como función del ángulo de incidencia y la altura del escalón.

En el mapa de la eficiencia de excitación para el plasmón que se excita a la derecha (figura 21) podemos ver que la eficiencia alcanza valores de alrededor 8% para ángulos de incidencia $\theta_0 = 40^\circ$ y una altura $h \approx 0.3\lambda$. En otras palabras la máxima eficiencia con esta simple estructura es comparable con la encontrada para una rejilla iluminada por un haz muy ancho centrado en ella.

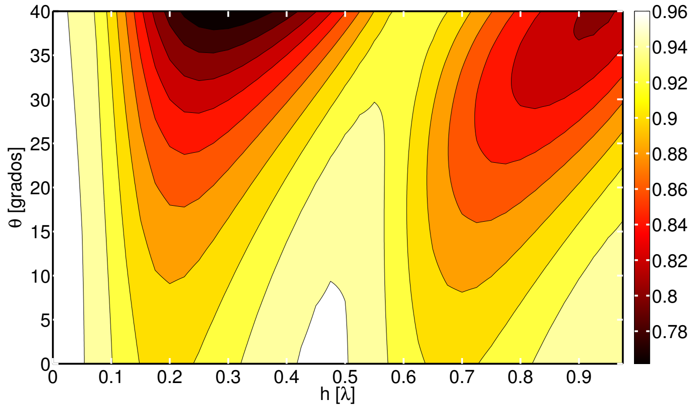

Figura 22. Mapa de contorno para la fracción de potencia reflejada al incidir un haz sobre un escalón como función del ángulo de incidencia y la altura del escalón.

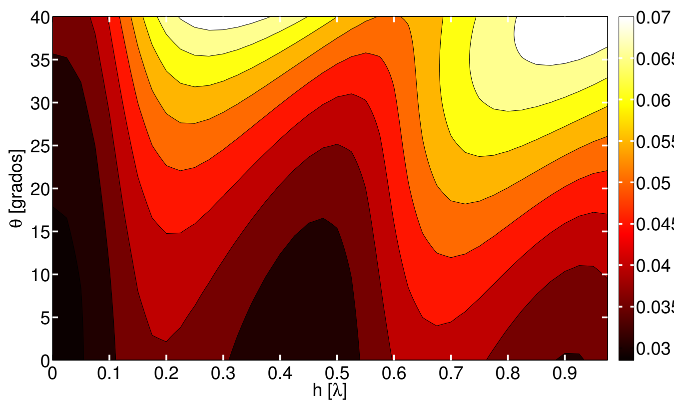

Figura 23. Mapa de contorno para la fracción de potencia absorbida al incidir un haz sobre un escalón como función del ángulo de incidencia y la altura del escalón.

En el rango de parámetros de la figura 20, la reflectancia esta entre 76% y 98%, y la absorción varia entre 3% y 7.5% como se puede observar en el mapa de contorno que se muestra en la figs. 22 y 23. Vemos que la principal diferencia con la rejilla está en el balance entre la luz reflejada y la transmitida (o absorbida).

Para ilustrar la dependencia de la eficiencia de excitación de la altura del escalón, en las figuras 24 y 25 mostramos la intensidad del campo cercano esparcido al interactuar un haz gaussiano con un escalón para dos valores distintos del escalón.

Como podemos ver, el uso de ángulos de incidencia muy grandes puede ser conveniente para algunas situaciones pero, la relativamente alta reflectancia de la muestra (figura 22) y el complejo patrón de esparcimiento producido por la

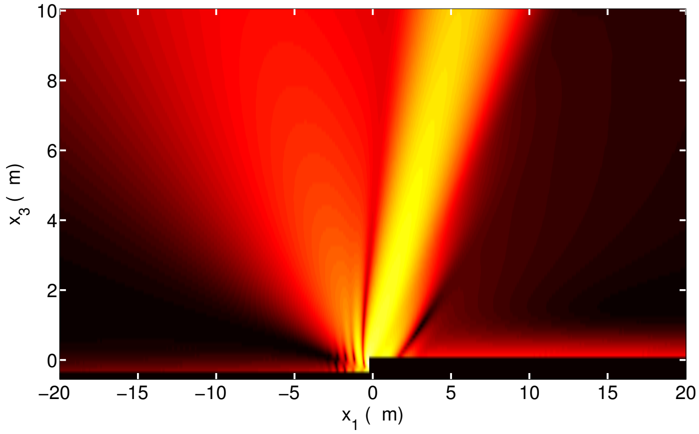

Figura 24. Intensidad del campo cercano esparcido de un haz gaussiano al incidir sobre un escalón. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 30°$, la altura del escalon es $h = 0.6\lambda$, $\lambda = 0.75\,\mu$m y $g = 1.5\mu$m.

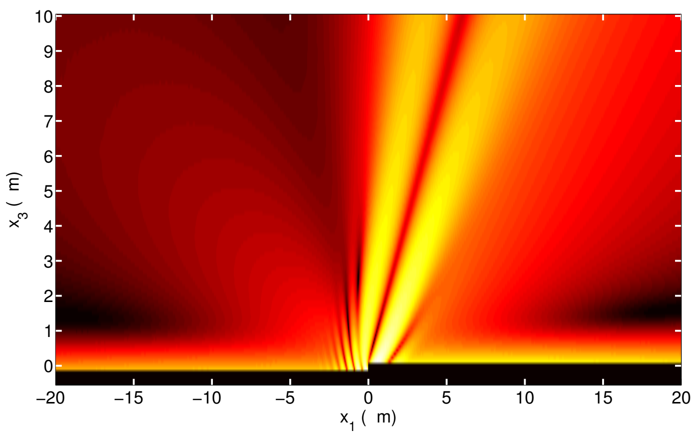

Figura 25. Intensidad del campo cercano esparcido de un haz gaussiano al incidir sobre un escalón. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 30°$, la altura del escalon es $h = 0.25\lambda$, $\lambda = 0.75\,\mu$m y $g = 1.5\mu$m.

interacción, puede implicar la presencia de una gran cantidad de luz espuria o no deseada en el campo cercano de la muestra. Esto podría comprometer la utilidad de tal estructura en experimentos de reflexión, pero si nuestro interés está en experimentos de transmisión, ésta configuración podría ser interesante pues su fabricación es relativamente sencilla.

Una pregunta que surge de manera natural es saber si la eficiencia de excitación de un PPS por un escalón puede ser incrementada de manera significativa al cambiar el material de la superficie y/o la longitud de onda incidente. Teniendo esto en mente, en la Fig. 26 se muestran las eficiencias calculadas para escalones de oro y plata iluminados por haces con tres longitudes de onda diferentes, con $g = 2.25\,\mu$m y un ángulo de incidencia $\theta_0 = 30°$.

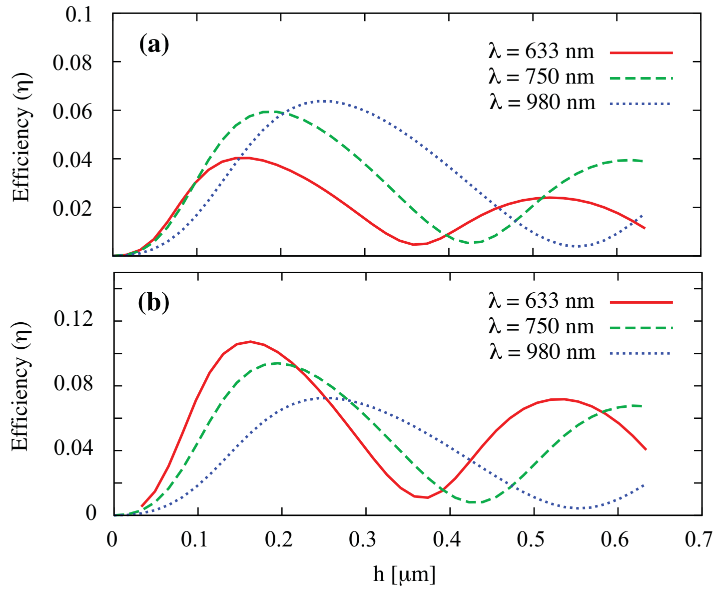

Figura 26. Eficiencia de excitación como función de la altura del escalón para tres diferentes longitudes de onda. Los materiales considerados son oro (a) y plata (b). El ángulo de incidencia fué fijado a $\theta_0 = 30°$ y la constante dieléctrica tomada de la Ref. Johnson y Christy [1972]

Las oscilaciones observadas siguen el escalamiento en longitud de onda de las curvas. Sin embargo, la máxima eficiencia como función de la longitud de onda revela un comportamiento curioso. Uno puede ver que, para el caso del oro, la máxima eficiencia se incrementa hacia la longitud de onda mas grande, siguiendo los cambios en la magnitud de la parte real de la constante dieléctrica (se vuelve más negativa en el infrarrojo). La tendencia sin embargo es contraria en el caso de la plata. Aunque la magnitud de la parte real de la constante dieléctrica también incrementa en el infrarrojo la eficiencia máxima decrece cuando uno se mueve a longitudes de onda grandes.

La diferencia aquí, yace en la parte imaginaria de la constante dieléctrica, la cual es mucho más grande para el caso del oro. Este comportamiento puede observarse claramente si fijamos nuestra atención en la fracción de potencia absorbida por un escalón para oro y plata en las tres longitudes de onda consideradas. Esto se muestra en la figura 27.

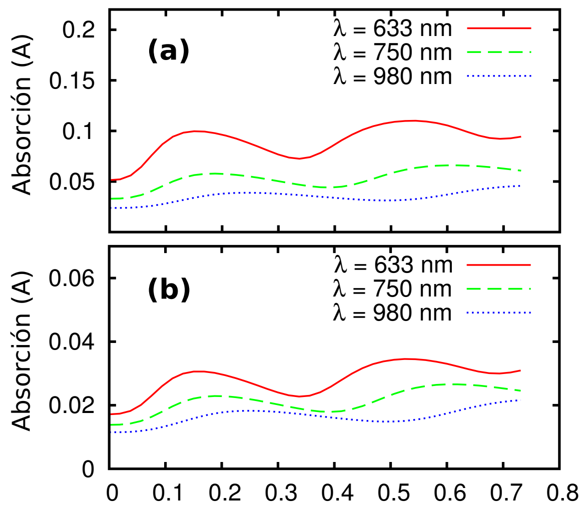

Figura 27. Fracción de potencia absorbida como función de la altura del escalón para tres diferentes longitudes de onda. Los materiales considerados son oro (a) y plata (b). El ángulo de incidencia fué fijado a $\theta_0 = 30°$ y la constante dieléctrica tomada de la Ref. Johnson y Christy [1972]

Se observa claramente que la absorción del oro es mayor que la de la plata, siendo ésta casi un orden de magnitud menor.

4.4.2 Cilindro

En esta sección realizamos cálculos con cilindros en la proximidad de una superficie plana. Los cálculos son realizados con la condición de frontera de impedancia.

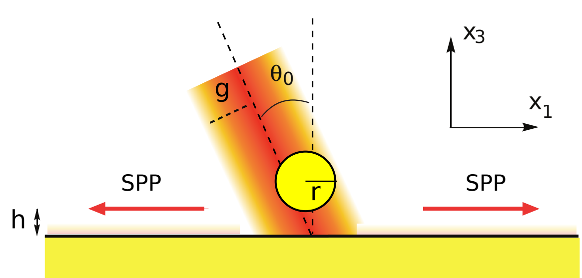

Figura 28. Ilustración de la excitación de PPS mediante la interacción con un cilindro metálico de radio r.

Consideramos un cilindro de radio r que se encuentra a una distancia $h = 0.0245\mu$m de una superficie metálica plana, iluminado por un haz gaussiano a un ángulo de incidencia θ_0, como se ilustra en el figura 28. Los resultados de la eficiencia de excitación de los PPS que se excitan a la derecha como función del ángulo de incidencia y del radio del cilindro se muestran en el mapa de contorno de la figura 28.

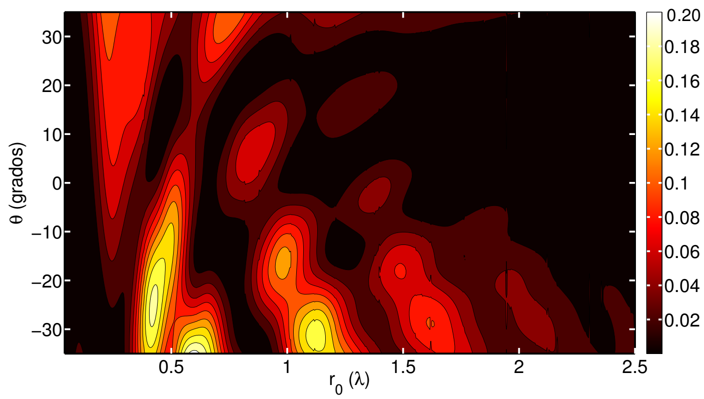

Figura 29. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación de los PPS a la derecha a través de la interacción con un cilindro sobre una superficie plana ambos de oro como función del radio r y el ángulo de incidencia θ_0. $g = 2\lambda$, $h = \lambda/40$, $\lambda = 0.980\mu$m.

Los resultados indican que los PPS pueden ser excitados eficientemente cuando el cilindro está practicamente en contacto con la superficie y la mayor eficiencia de excitación ocurre del lado de donde viene la iluminación. Con este tipo de configuración podemos alcanzar hasta un 20% en la eficiencia de excitación.

4.4.3 Navaja

En esta sección se presentan cálculos con objetos en forma de navaja o punta en la proximidad de una superficie plana. Un haz gaussiano incide a un ángulo θ_0 sobre una punta en forma de navaja de oro que se encuentra a una distancia h de una superficie plana de oro. La geometría considerada se muestra en la figura 30.

Los resultados de la eficiencia de excitación como función del ángulo de incidencia

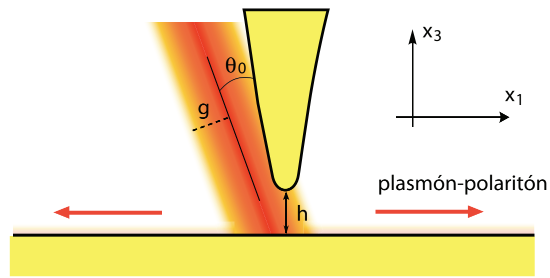

Figura 30. Excitación de PPS mediante la interacción de un objeto con punta

y de la separación de la punta de la superficie plana se muestra en la figura 31.

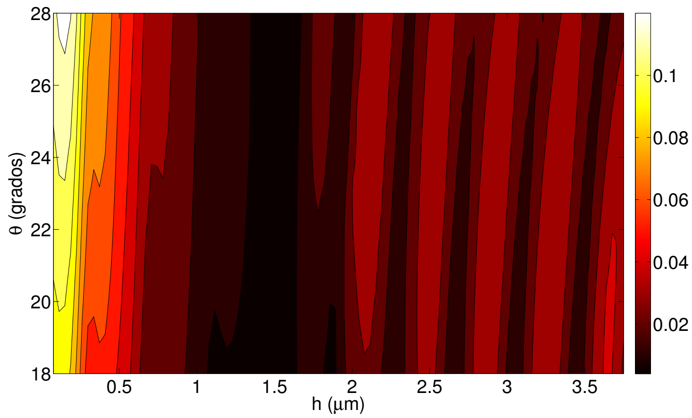

Figura 31. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación de los PPS a la derecha a través de la interacción con una navaja como función de la separación h y del ángulo de incidencia θ_0. Para los cálculos escogemos $g = 3\lambda$, $\lambda = 0.750\mu$m.

Como puede apreciarse en la figura, es posible excitar los PPS eficientemente cuando la punta de la navaja está prácticamente en contacto con la superficie. A medida que la punta se separa de la superficie la excitación de PPS disminuye con algunos oscilaciones. Por otro lado, hay una dependencia débil con el ángulo de incidencia. Sin embargo, esta configuración tiene la ventaja que la mayor parte de la luz reflejada se encuentra del lado de iluminación por lo cual la navaja sirve como pantalla para no interferir en los experimentos en reflexión con los PPS.

4.4.4 Perfil tipo escalón-z

Inspirados por las observaciones de la sección anterior, decidimos considerar la posibilidad de acoplamiento de haces de luz a PPS usando un escalón en forma de z. La situación considerada se muestra en la Fig. 32.

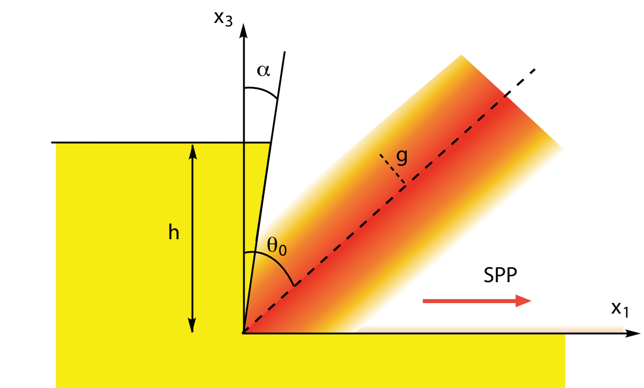

Figura 32. Excitación de PPS mediante la interacción de un escalón-z

Un haz con un ángulo de incidencia negativo (viniendo de la derecha) incide sobre la base del escalón oblicuo. A través de experimentos numéricos hemos determinado que el valor del ángulo α que produce la mejor eficiencia es $\alpha \approx 18°$.

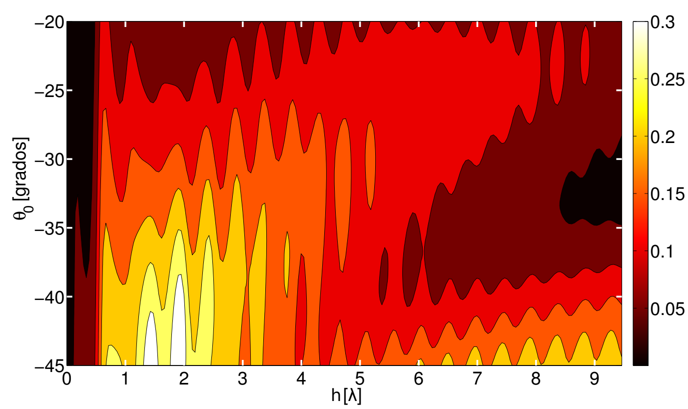

Figura 33. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación de los PPS a la derecha a través de la interacción con un perfil escalón tipo z como función de la altura h del escalón y del ángulo de incidencia θ_0. Para los cálculos escogemos $g = 3\lambda$, $\lambda = 0.750\mu$m.

En la Fig. 33 presentamos resultados de la eficiencia para tales escalones manteniendo siempre el ángulo óptimo $\alpha = 18°$. Como en los casos anteriores, hemos usado un haz gaussiano de semi-ancho $g = 3\lambda$ y longitud de onda $\lambda = 0.750\,\mu$m. De la figura observamos que, para ángulos de incidencia alrededor de $40°$ y una altura del escalón $h = 1.9\lambda$, la eficiencia alcanza valores de $30 - 35\%$. También vale la pena hacer notar que el mapa de eficiencias tiene oscilaciones de bajo contraste y escala pequeña como función de la altura del escalón. Esto se debe a la presencia de un patrón de ondas estacionarias de PPS excitadas a lo largo de la pared inclinada de la estructura.

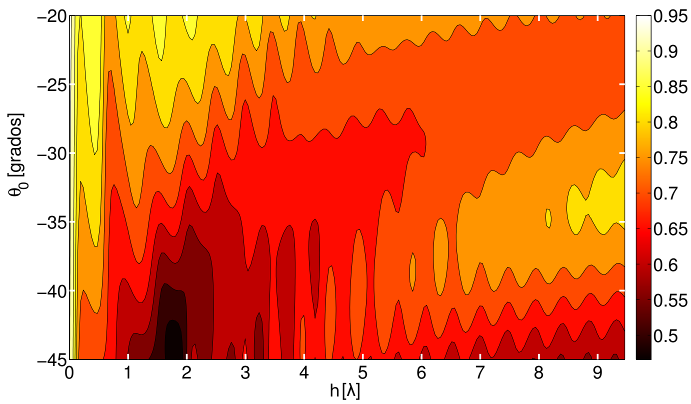

Figura 34. Mapa de contorno de la fracción de potencia reflejada debido a la interacción de un haz gaussiano de semi-ancho g con un perfil escalón tipo z como función de la altura h del escalón y del ángulo de incidencia θ_0. Para los cálculos escogemos $g = 3\lambda$, $\lambda = 0.750\mu$m.

Aunque esta simple estructura constituye un acoplador eficiente, tiene el inconveniente de que los ángulos de incidencia deben ser relativamente grandes y que la iluminación es del mismo lado hacia el que se excitan los PPS. A diferencia de los casos anteriores, la cantidad de luz reflejada en la parte que se excitan mayormente los PPS es de poco menos de 50%. De este modo, en geometrías de reflexión, la luz esparcida y la óptica de la iluminación pueden interferir con la manipulación y la observación de los PPS excitados. Sin embargo, la geometría puede ser interesante con geometrías de transmisión.

4.4.5 Pozos rectangulares

En esta subsección primero presentamos cálculos de la eficiencia para el caso de pozos rectangulares. La situación se ilustra en la Fig. 35.

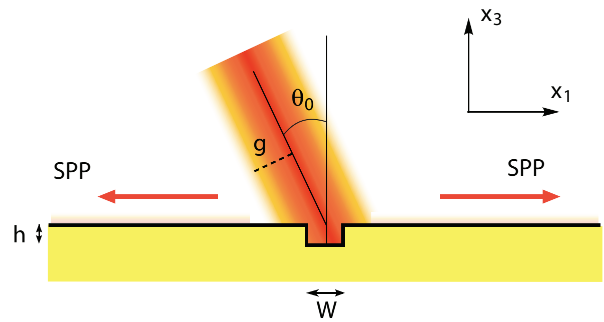

Figura 35. Ilustración de la excitación de PPS mediante la interacción con un pozo.

Un pozo rectangular de altura h y ancho W es iluminado por un haz que tiene un ángulo θ_0 con la vertical y cuyo centro impacta el origen del centro de coordenadas. El mapa de eficiencias para el PPS excitado a la derecha para el caso de incidencia normal se muestra en la Fig. 36. Dada la simetría del sistema y de la iluminación, la eficiencia del PPS excitado a la izquierda es el mismo en este caso.

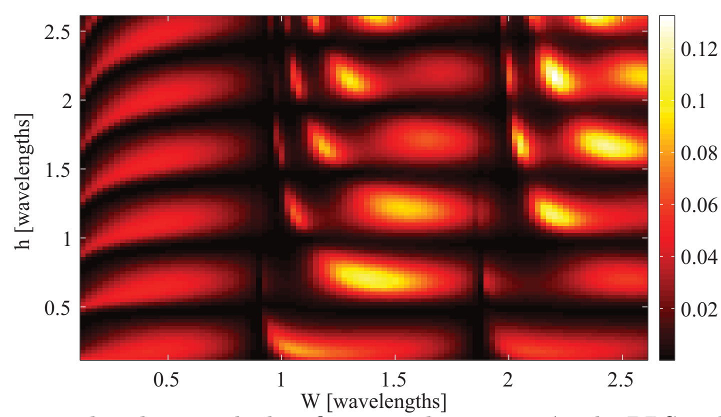

Figura 36. Mapa en niveles de gris de la eficiencia de excitación de PPS a la derecha del pozo rectangular como función del ancho W y la profundidad h del canal. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 0°$ y el semiancho del hz gaussiano es $g = 3\lambda$.

La figura presenta una estructura interesante que puede ser parcialmente entendida en términos de las resonancias de un pozo, como se verá en la siguiente sección. Para pozos perfectamente conductores uno esperaría resonancias en h y W espaciados en incrementos de $\lambda/2$. La característica observada en la figura debería estar entonces relacionada a los modos verticales y horizontales soportados por el pozo. Es interesante observar que las resonancias correspondiente a anchos de pozo cercanos a $\lambda/2$, $3\lambda/2$, etc., que corresponden a modos impares del pozo, parecen no tener efecto en el mapa de eficiencia de la Fig. 36. Esto se debe a la simetría de la iluminación, que en este caso sólo puede excitar modos horizontales pares. También observamos que para pozos relativamente grandes, con los parámetros correctos, la eficiencia pueden alcanzar valores de alrededor de 14%.

En las figs. 37 y 38, se muestran resultados para el caso de iluminación con $\theta_0 = 30°$. La figura 37 corresponde a la eficiencia del plasmón excitado hacia la derecha y la figura 38 al excitado hacia la izquierda.

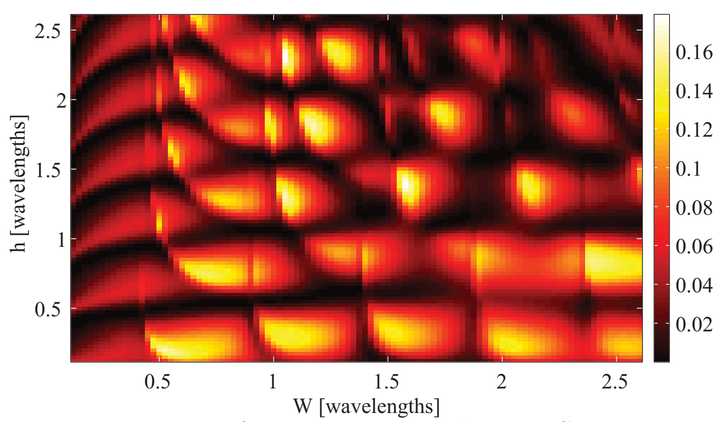

Figura 37. Mapa de niveles de gris de la eficiencia de excitación de PPS a la derecha del pozo rectangular como función del ancho W y la profundidad h del pozo. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 30°$ and $g = 3\lambda$.

Vemos ahora evidencia de la excitación de los modos impares en la estructura. También observamos que los dos patrones son, de alguna manera, complementarios. También es interesante apuntar que, para el mismo ángulo de incidencia, uno puede elegir parámetros para una excitación eficiente de los PPS hacia la derecha o izquierda del pozo. Por ejemplo, un pozo con $W = 0.6\lambda$ and $h = 0.2\lambda$ puede excitar

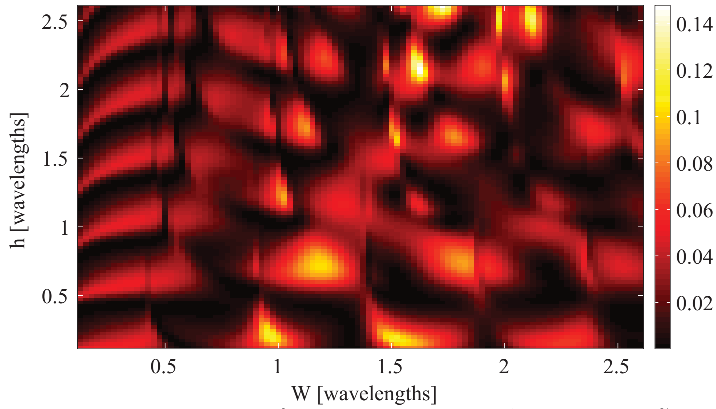

Figura 38. Mapa de niveles de gris de la eficiencia de excitación de los PPS a la izquierda del pozo rectangular como función del ancho W y la profundidad h de los pozos. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 30°$ y $g = 3\lambda$.

eficientemente a la derecha. Sin embargo, incrementado el ancho a $W = 0.9\lambda$ uno excita más eficientemente el plasmón viajando a la izquierda.

4.4.6 Resonancias en pozos rectangulares

Como hemos visto en la sección anterior, el pozo rectangular constituye una estructura superficial que permite acoplar luz a PPS. Resulta entonces interesante considerar los campos que se excitan en el interior de un surco rectangular y los modos resonantes que presenta la estructura. Para esto, hablaremos brevemente de las resonancias de forma superficiales siguiendo la discusión presentada por Maradudin *et al.* [1997].

Las resonancias de forma superficial son excitaciones que están asociadas con un defecto aislado en la superficie plana de un sólido y se encuentran localizadas espacialmente en la vecindad del defecto [Maradudin y Visscher, 1985]. Debido a la destrucción de la invarianza translacional en las direcciones paralelas a la superficie plana nominal del sólido causado por el defecto, las frecuencias son complejas y discretas, y dependen de la forma de la perturbación de la superficie.

Los cálculos que se presentan en esta sección han sido realizados usando la aproximación modal [Wirgin y Maradudin, 1985, Barkeshli y Volakis, 1991, Park *et al.*, 1993, Depine y Skigin, 1994]. En nuestro caso, estamos interesados en la relación que existe entre las resonancias de un pozo y la excitación de un PPS por un pozo rectangular, por lo que supondremos que la onda tiene polarización p. Sin embargo, el cálculo también puede ser realizado para polarización s [Maradudin y Visscher, 1985].

Suponemos que una onda electromagnética con polarización p de frecuencia ω incide desde el vacío sobre una superficie como la mostrada en la figura 39. El plano de

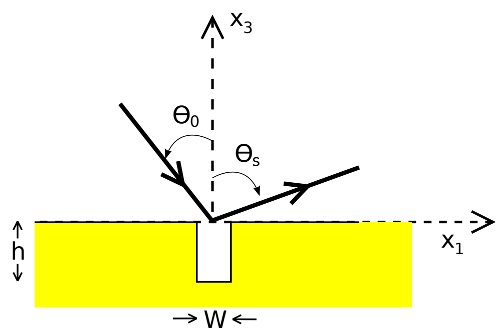

Figura 39. Geometría de esparcimiento.

incidencia es el plano $x_1 - x_3$. El campo en la región $x_3 > 0$ se puede expresar como la suma del campo incidente y el esparcido, es decir,

$$\begin{aligned} H_2^{(0)}(x_1, x_3|\omega) &= \exp[ikx_1 - i\alpha_0(k,\omega)x_3] \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \exp\left[iqx_1 + i\alpha_0(q,\omega)x_3\right] R(q|k), \end{aligned} \tag{133}$$

con $\alpha_0(q,\omega) = [(\omega/c)^2 - q^2]$, $\Re e\{\alpha_0(q,\omega)\} > 0$, e $\Im m\{\alpha_0(q,\omega)\} > 0$. El campo en el interior del surco puede ser expresado en términos de funciones modales que son soluciones de las ecuaciones de Maxwell y satisfacen las condiciones de frontera en las superficies $x_3 = -h$ y $x_1 = \pm W/2$:

$$H_2(x_1, x_3|\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos\left[\alpha_n(\omega)(h + x_3)\right] \cos\left[(\pi n/W)(x_1 - W/2)\right], \tag{134}$$

donde $\alpha_n(\omega) = [(\omega/c)^2 - (\pi n/W)^2]^{1/2}$, $\Re e\{\alpha_n(\omega)\} > 0$, $\Im m\{\alpha_n(\omega)\} > 0$.

Empatando los campos y sus derivadas en el plano $x_3 = 0$ y eliminando la amplitud de esparcimiento, obtenemos una ecuación matricial para los coeficientes B_n

$$\mathbf{DB} = \mathbf{A}, \tag{135}$$

donde el vector $\mathbf{A}$ tiene las componentes

$$A_n(\omega) \quad = \quad 2S_n^*(k), \tag{136}$$

con $k = (\omega/c)\sin\theta_0$, y

$$S_n(q) = \frac{4}{W}\frac{q}{q^2 - (n\pi/W)^2}\left[i\frac{1-(-1)^n}{2}\cos(qW/2) + \frac{1+(-1)^n}{2}\sin(qW/2)\right]. \tag{137}$$

Los elementos de matriz $\mathbf{D}$ son

$$D_{mn}(\omega) \quad = \quad \cos\left[\alpha_n(\omega)h\right]\delta_{mn} + M_{mn}(\omega)\alpha_n(\omega)h\sin\left[\alpha_n(\omega)h\right], \tag{138}$$

donde

$$\begin{aligned} M_{mn}(\omega) \quad = \quad & -2i\frac{1}{Wh}\left[1+(-1)^{n+m}\right] \\ & \times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dq}{2\pi}\frac{q^2\left[1-(-1)^n\exp(iqW)\right]}{\alpha(q,\omega)\left[q^2-(n\pi/W)^2\right]}\left[q^2-(m\pi/W)^2\right]. \end{aligned} \tag{139}$$

Las frecuencias de las resonancias de forma asociadas a los surcos rectangulares son las frecuencias a las cuales el determinante de la matriz $\mathbf{D}$ de la ecuación (135) es igual a cero. De la ecuación (139) vemos que los elementos $M_{mn}(\omega)$ desaparecen a menos que m y n tengan la misma paridad, lo cual significa que la ecuación $\det\mathbf{D}(\omega) = 0$ se parte en dos ecuaciones separadas para funciones par e impar de x_1. Las soluciones de las ecuaciones $\det\mathbf{D}(\omega) = 0$ son complejas. Hemos evaluado la función $-\log|\det\mathbf{D}(\omega)|$ de manera numérica como función de W y h para obtener las frecuencias de resonancia de forma superficiales, las resultados se muestran en la figura 40.

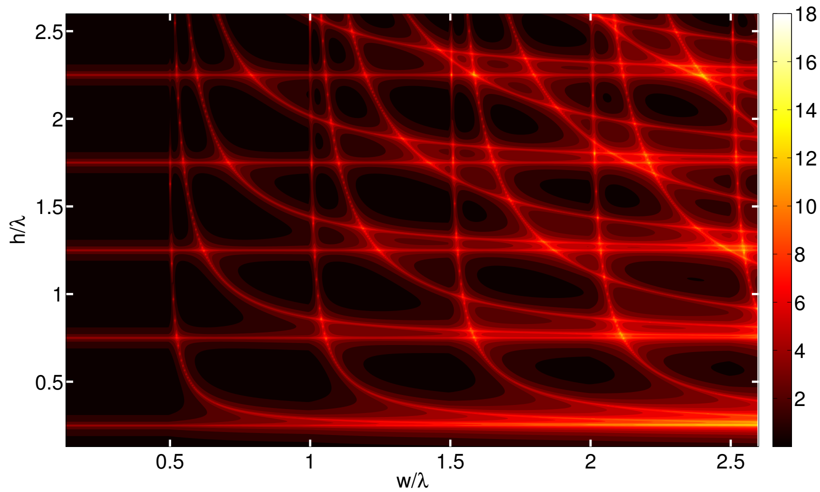

Figura 40. $-\log|\det\{D_{mn}(\omega)\}|$

Vemos que el mapa de los ceros del determinante ilustra muy bien el comportamiento de los modos en pozos rectangulares en función del ancho y la profundidad. Existe, sin embargo, una manera más sencilla de encontrar las resonancias de los modos verticales y horizontales de orden m y n. Las frecuencias de estas resonancias están dadas por la siguiente expresión [Maradudin, 2011]:

$$\omega_{m,n} = c\left[\left(\frac{m\pi}{W}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2h}\right)^2 (2n+1)^2\right]^{1/2}. \tag{140}$$

El mapa de resonancias buscado en la ecuación (140) se muestra en la figura 41. Vemos que estos resultados coinciden con los de la figura 40. Esta manera de calcular las resonancias tiene la ventaja de ser sencilla y de identificar claramente las resonancias que corresponden a modos verticales y horizontales. Vemos que, a medida que el surco crece, el número de modos aumenta. Es también claro que estas mallas están relacionadas con la eficiencia de excitación de PPS por un canal rectangular. Esto, a pesar de que el presente análisis es para un conductor perfecto y los cálculos de excitación son para un metal real. Como podemos observar en la figura 40 las partes oscuras coinciden

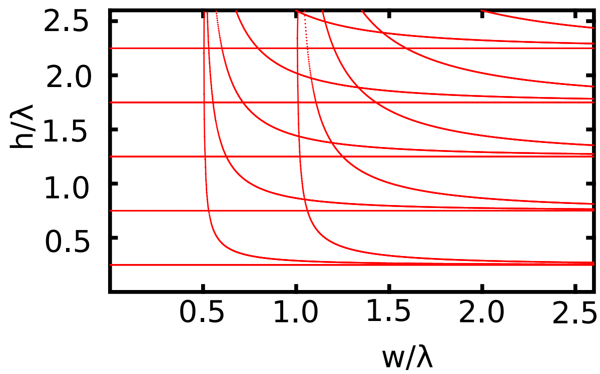

Figura 41. Modos horizontales y verticales para un pozo rectangular deacuerdo a la ecuación (140) con $m = 0, 1, 2$ y $n = 0, 1, \ldots, 6$

con las gráficas de la eficiencia de excitación (ver fig.36), esto nos permite concluir que las zonas de mejor eficiencia de excitación se encuentran en las zonas donde no hay resonancias. Las gráficas no empatan perfectamente debido a que en el caso de eficiencia de excitación estamos tratando con un metal real que tiene una profundidad de piel y presenta absorción.

4.4.7 Pozos trapezoidales

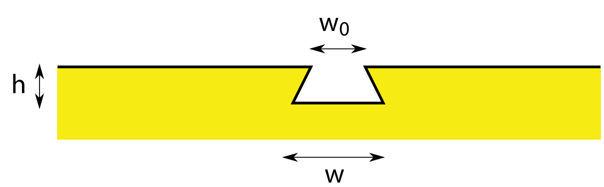

Figura 42. Diagrama esquemático del pozo trapezoidal considerado para los cálculos.

De los resultados mostrados en las secciones anteriores, es claro que las resonancias del pozo juegan un papel importante en la eficiencia de excitación. Es entonces razonable preguntarse si otras formas de pozo favorecerían la eficiencia de excitación de los PPS. Para explorar esta posibilidad realizamos cálculos con pozos cuyo perfil se desvía un poco de la forma rectangular. El perfil generalizado estudiado se muestra en la fig. 42.

En la figura 43 se presentan cálculos de la eficiencia en función de W para pozos con $h = 0.7\lambda$, y $W_0 = 1.375\lambda$ y tres ángulos de incidencia.

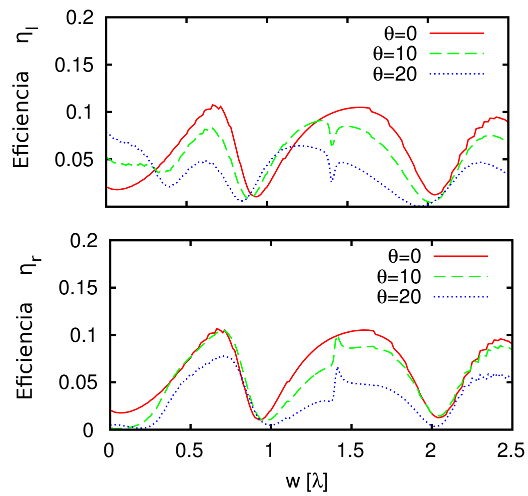

Figura 43. Eficiencia de excitación de los PPS por la interacción de un haz gaussiano de longitud de onda $\lambda = 0.750\mu$m y $g = 3\lambda$ con la estructura de oro representada en la fig. 42. (a) Eficiencia de los PPS viajando a la izquierda y, (b) eficiencia de los PPS viajando a la derecha.

Observamos que la longitud de la base del trapezoide puede modificar sustancialmente la eficiencia pero que el máximo es similar al máximo obtenido con el pozo rectangular. Podemos ver un detalle interesante alrededor de $W = W_0$ que para el PPS viajando a la izquierda se manifiesta como una depresión en la curva, mientras que el PPS que viaja a la derecha se manifiesta un pico. Si observamos a detalle la curva de la eficiencia a la derecha alrededor de $W = W_0$, podemos notar una asimetría, parecida a la resonancia de Fano.

Por otro lado, si observamos la figura 44 para valores $W > W_0$ vemos que aumenta la absorción. Este resultado es curioso debido a que intuitivamente pensaríamos que la luz que logra llegar a la base de este tipo de estructuras ($W > W_0$) tendería a atraparla y hacerla circular dentro de ella, de esta manera la energía atrapada podría ser acoplada a PPS. Sin embargo, los resultados muestran que lo único que se logra es aumentar la

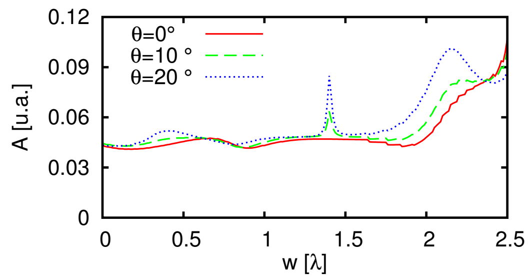

Figura 44. Fracción de la potencia absorbida por una estructura como se muestra en la fig. 42. La longitud de onda $\lambda = 0.750\mu$m y $g = 3\lambda$.

absorción.

4.5 Arreglo periódico de canales

Los resultados de las secciones anteriores muestran que una estructura superficial aislada puede ser usada para excitar PPS con un éxito moderado. La pregunta obvia es si con un arreglo de pozos con parámetros y separaciones optimizadas uno puede diseñar un acoplador más eficiente.

De las estructuras estudiadas, los canales y las crestas son las que se prestan mejor para estos propósitos. Si decidieramos, por ejemplo utilizar, una secuencia de escalones, el cambio en las alturas conduciría a estructuras que no serían apropiadas para aplicaciones plasmónicas comunes.

En esta sección describimos experimentos numéricos que hemos llevado a cabo en nuestros intentos para encontrar estructuras de acoplamiento más eficientes. Una estructura combinada simple que se puede considerar consiste de un arreglo periódico de canales con parámetros fijos. Debido a que los órdenes de la rejilla pueden conducir a fugas de luz hacia el vacío ó el metal (incrementando la absorción), es deseable reducir tanto como sea posible el número de órdenes, utilizando periodos de sub-longitud de onda y ángulos de incidencia pequeños. Esto da lugar a un límite superior en el ancho de los canales que se pueden considerar. Explorando un mapa de contorno de la eficiencia como el mostrado en la Fig. 36, pero para $\theta_0 = 5°$, hemos seleccionado un canal que excita PPS a la derecha. Los parámetros son: $h = 0.175\lambda$ y $W = 0.425\lambda$ para una longitud de onda $\lambda = 0.750\,\mu$m.

Este único canal, cuando se ilumina con un haz gaussiano con $g = 3\lambda$, tiene una eficiencia $\eta \approx 5\%$. Consideramos entonces la eficiencia de acoplamiento para arreglos de N canales idénticos, colocados periódicamente con un periodo $T = 0.863\lambda$ e iluminado con un haz gaussiano con $g = 2\lambda$. Hemos estudiado la eficiencia de rejillas como función del número N de canales, de la posición del centro del haz x_c y del ángulo de incidencia θ_0. En la figura 45, presentamos cálculos de la eficiencia de excitación obtenida cuando se optimizan θ_0 y x_c para la rejilla de N canales.

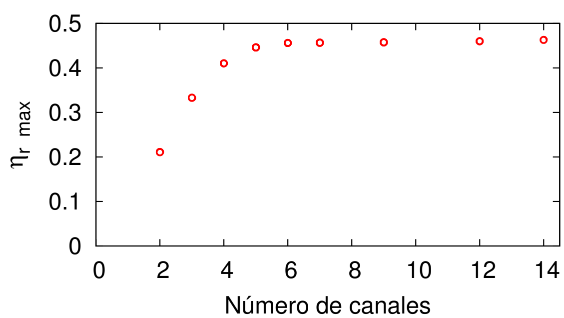

Figura 45. Eficiencia máxima de excitación de PPS hacia la derecha sobre una rejilla en función del número de canales que constituyen la rejilla.

Vemos que la eficiencia aumenta pero se estabiliza al llegar a $N = 5$ canales. La máxima eficiencia se encontró para el caso que $N = 6$, pero la diferencia con el caso de $N = 5$, que utilizamos en nuestro diseño, es pequeña. Como observamos en la figura 45 con más de $N = 6$ canales no se mejora la eficiencia.

Debido a esto decidimos trabajar con rejillas de cinco canales para la excitación. La situación física encontrada para la excitación óptima con 5 canales se muestra en la figura 46. Como se ilustra por la curva punteada, el haz incidente está centrado en

$x_c \approx 0.62\,\mu$m.

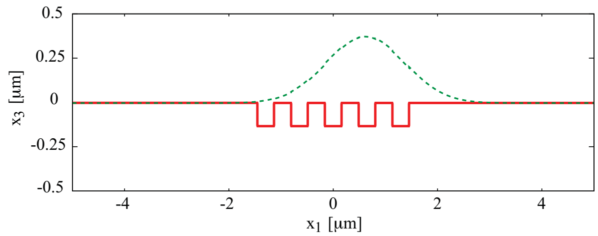

Figura 46. La función del perfil de la superficie diseñada para la excitación, que consta de cinco surcos. El perfil del haz de iluminación se muestra con línea punteada.

En la figura 47 se presenta la eficiencia de acoplamiento como función del ángulo de incidencia para el acoplador diseñado. Se muestran también la reflectancia y la absorción estimada. La suma de esas tres cantidades normalizadas es prácticamente uno, como debería ser. Vemos que, en el rango explorado, la reflectancia siempre es alrededor de 45%. De manera tal vez sorprendente, en vista de este valor tan grande de la reflectancia, la eficiencia η es siempre alrededor de 40%, y alcanza valores de 45%, para $\theta_0 \approx -6.5°$. Lo importante aquí es notar que la absorción es relativamente baja, manteniéndose en valores por abajo de 8% en el rango explorado.

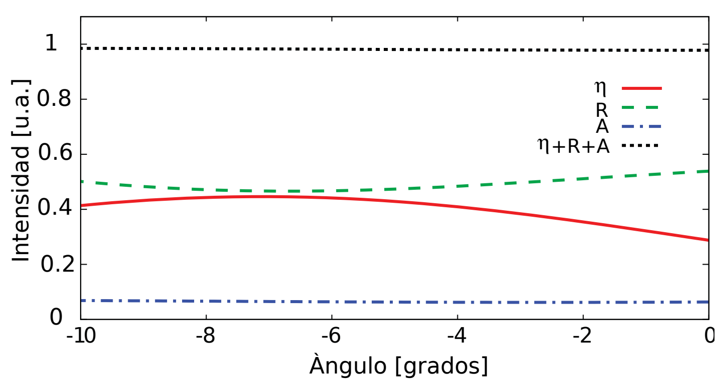

Figura 47. Fracción de potencia reflejada y absorbida por una rejilla con cinco surcos como función del ángulo de incidencia. Se muestra la eficiencia de excitación de los PPS. La rejilla tiene periodo $T = 0.8625\lambda$, y los canales tienen una altura $h = 0.175\lambda$ y un ancho $w = 0.425\lambda$. La estructura es iluminada por un haz gaussiano de longitud de onda $\lambda = 0.75\,\mu$m y semi-ancho con valor $1/e$ en amplitud de $g = 2\lambda$ centrado en $x_{1c} = 0.62\,\mu$m.

Es interesante observar los mapas de contorno de eficiencia y absorción que se muestran en las figs. 48 y 49. El mapa de eficiencia muestra que la eficiencia de acoplamiento óptima se encuentra en el cuadrante inferior derecho de la figura. Como hemos mencionado, la máxima eficiencia de acoplamiento ocurre cuando $x_{1c} = 0.62\,\mu$m y $\theta_0 = -6.5°$. Por otra parte, la absorción mostrada en la figura 49 está por abajo del 10% en el intervalo, y el máximo de la absorción parece "evitar" la región de máxima eficiencia.

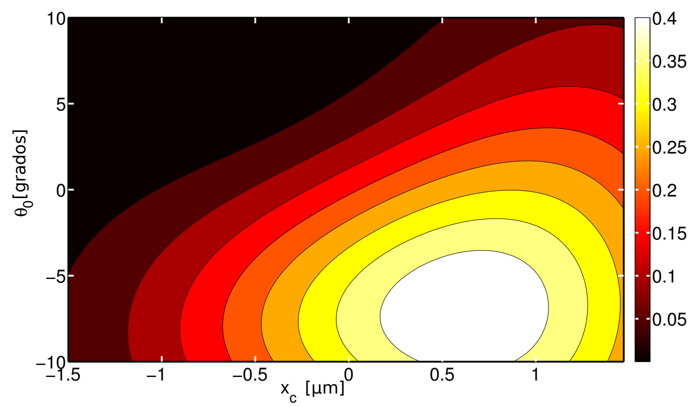

Figura 48. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación de los PPS a la derecha a través de la interacción con la rejilla de 5 canales como función de la posición del centro del haz y del ángulo de incidencia.

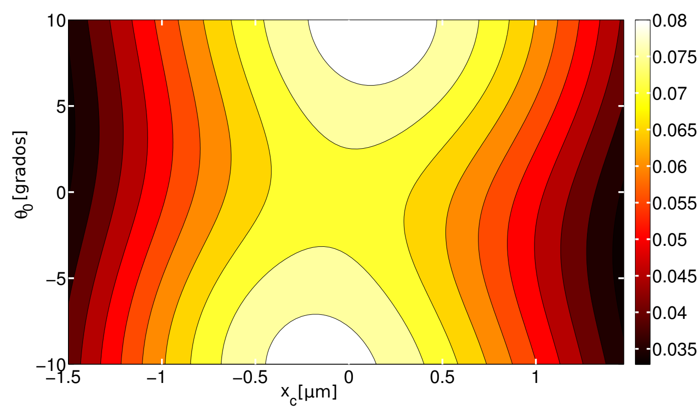

Figura 49. Mapa de contorno de la fracción del haz incidente absorbido bajo la rejilla de 5 canales como función de la posición del centro del haz y del ángulo de incidencia.

En este punto, vale la pena señalar que, como la eficiencia de acoplamiento depende del ancho del haz, seguramente es posible encontrar valores más altos de la eficiencia utilizando haces enfocados más estrechos. Aunque es posible realizar un procedimiento de optimización más formal o sistemático para el cálculo de las eficiencias, los resultados encontrados son ilustrativos. Uno de los puntos fuertes de la estructura representada en la figura 46 es que la eficiencia de acoplamiento no depende críticamente ni de la geometría de iluminación, ni de los parámetros de la rejilla. Las figs. 48 - 49 muestran que hay cierta tolerancia a los parámetros de la estructura y la dependencia con la longitud de onda es también moderada. En la siguiente sección exploramos aspectos relativos a la tolerancia en la fabricación del acoplador.

4.5.1 Tolerancia en el diseño de la estructura

En esta subsección se realizan cálculos de la eficiencia de excitación de plasmones-polaritones de superficie para nuestro acoplador en el cual la parte real e imaginaria de la constante dieléctrica son modificados artificialmente. También se muestran cálculos de la tolerancia en el ancho de cada canal de nuestro acoplador.

Constante dieléctrica

Como vimos en la sección anterior, es posible diseñar y fabricar un acoplador eficiente, relativamente corto y sencillo. Sin embargo, es importante considerar las posibles variaciones en las propiedades ópticas del material con que se fabrica este acoplador. Es conocido que la constante dieléctrica de los metales depende fuertemente de la longitud de onda y que, además, ésta puede variar con el método de preparación de la superficie. Debido a esto, presentamos aquí un análisis de la eficiencia de excitación de la rejilla diseñada como función de la parte real e imaginaria de epsilon, manteniendo el ángulo de incidencia y la posición fijos. Los resultados se muestran en la figura 50. Mostramos en el mapa, los puntos que corresponden a las constantes dieléctricas del oro y de la plata para una longitud de onda de 980nm.

Observando el mapa de contorno de la figura 50, la diferencia en la eficiencia de

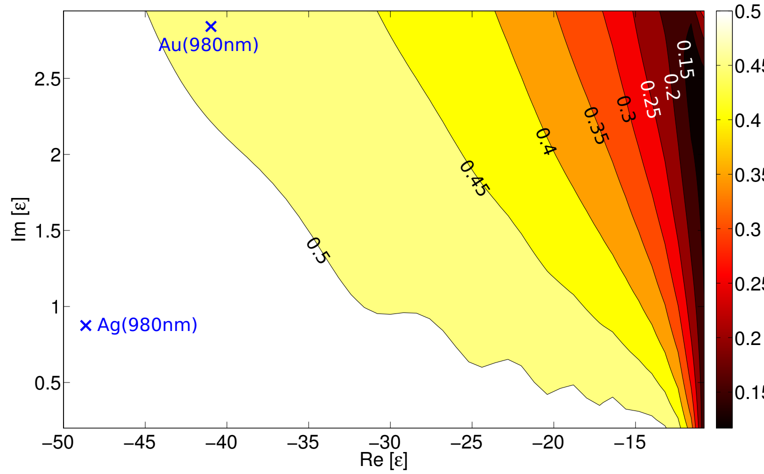

Figura 50. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación para un PPS que viaja a la derecha como función de la parte real e imaginaria de la constante dieléctrica. La excitación del PPS se realizó mediante una rejilla de oro de cinco canales con parametros $W = 0.425\lambda$, $h = 0.175\lambda$, $T = 0.8625\lambda$, $\lambda = 0.980$.

excitación para la plata (Ag) y el oro (Au) es de 5%. Esta diferencia es pequeña por lo cual en la práctica puede ser mas conveniente utilizar el oro, pues la plata se oxida rápidamente.

Ancho de canal

Otro aspecto importante en la fabricación del acoplador es la tolerancia que se tiene ante la variación en el ancho de los canales. Como sabemos, en la práctica, se presentan errores o variaciones en el tamaño de las estructuras fabricadas, con respecto a las dimensiones esperadas. Debido a esto, presentamos ahora cáculos de la eficiencia de excitación de la rejilla propuesta, con un periodo $T = 0.8625\mu$m, como función del ancho del canal W y la posición del haz incidente (x_c). Los resultados se presentan en la figura 51.

Como se observa en el mapa de contorno de la figura 51, nuestra estructura es robusta a cambios en el ancho del canal, por ejemplo para valores de W entre 0.15λ y

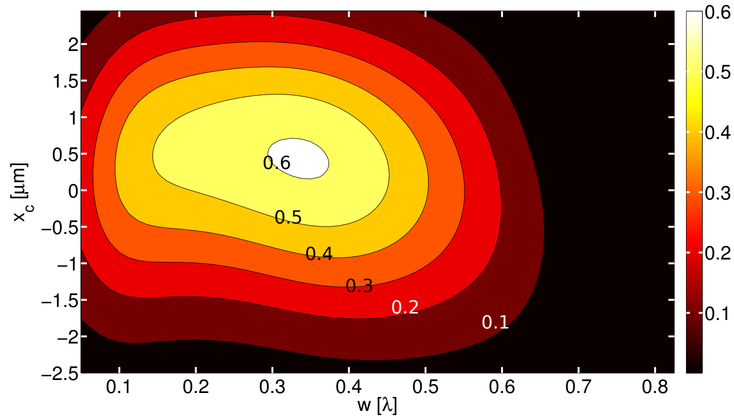

Figura 51. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación para un PPS que viaja a la derecha como función de la posición del haz y el ancho del canal. La excitación del PPS se realizó con una rejilla de oro de cinco canales con parametros $h = 0.0875\lambda$, $T = 0.875\lambda$, $\lambda = 0.980$.

0.45λ la eficiencia es de 50%. En cambio, para valores de la eficiencia de 60% no sucede así.

Capítulo 5

Interacción de PPS con estructuras superficiales

De particular importancia en aplicaciones de nanofotónica y plasmónica, es la manipulación de los plasmones-polaritones de superficie (PPS). Parte de la investigación actual está dirigida en la posibilidad de lograr control sobre la propagación de PPS por medio de elementos que modifiquen su fase y sus propiedades de propagación. Estructuras sencillas, como partículas y canales rectangulares, han sido considerados para la realización de elementos plasmónicos como espejos y divisores de haz [Stepanov *et al.*, 2005, Ebbesen *et al.*, 2008]. Existen también, cálculos teóricos sobre el esparcimiento y reflexión de los PPS por defectos superficiales [Pincemin *et al.*, 1994, Sánchez-Gil, 1998]. Aunque la factibilidad de esos elementos ha sido demostrada, no se han considerado los aspectos de pérdidas, ni se han optimizado las estructuras para minimizar éstas. Motivados por lo anterior, en este capítulo presentamos cálculos numéricos de la reflexión y transmisión en la interacción de PPS con canales y crestas.

5.1 Calculos reflexión y transmisión

Consideremos una superficie de metal en contacto con un dieléctrico (aire), en la que se encuentra un defecto. Suponemos que tenemos PPS que viajan de izquierda a derecha sobre la parte plana, como se muestra en la figura 52.

Como ya hemos visto, la onda superficial asociada a los PPS viajando sobre una superficie plana en la dirección $+x_1$ puede ser escrita en términos del campo magnético

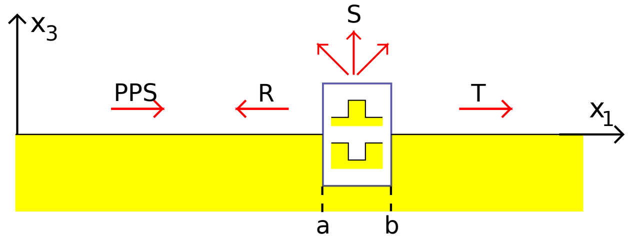

Figura 52. Ilustración esquemática del sistema estudiado. Coeficientes de transmisión (T), reflexión (R) y esparcimiento (S) para un PPS incidiendo sobre un defecto superficial.

a lo largo de la dirección x_2. Tenemos entonces que

$$H^{(0)}(x_1, x_3) = H_0 e^{ik_{sp}x_1 + i\alpha_0(k_{sp})x_3} \qquad x_3 \geq 0, \tag{141a}$$

$$H^{(1)}(x_1, x_3) = H_0 e^{ik_{sp}x_1 - i\alpha_1(k_{sp})x_3} \qquad x_3 \leq 0, \tag{141b}$$

donde H_0 es una constante, y

$$k_{sp} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}, \tag{142}$$

$$\alpha_0(k_{sp}) = \sqrt{\epsilon_0\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_{sp}^2}, \tag{143}$$

$$\alpha_1(k_{sp}) = \sqrt{\epsilon_1\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_{sp}^2}. \tag{144}$$

Los signos de las raíces cuadradas son tomados de tal manera que las partes imaginarias de k_{sp}, $\alpha_1(k_{sp})$ y $\alpha_2(k_{sp})$ sean positivas.

De la ecuación (126) tenemos que la expresión para la potencia asociada a esta onda está dada por:

$$P_{sp} = L_2 \frac{c^2}{16\pi\omega} F(\epsilon_0, \epsilon_1) H_0^2, \tag{145}$$

donde

$$F(\epsilon_0, \epsilon_1) = \Re e\left\{\frac{k_{sp}}{\epsilon_0}\right\}\frac{1}{\alpha_0} + \Re e\left\{\frac{k_{sp}}{\epsilon_1}\right\}\frac{1}{\alpha_1}. \tag{146}$$

Cuando los PPS que se propagan sobre la sección plana y alcanzan la estructura superficial, una fracción de estos es reflejada e interfiere con el campo incidente. El campo asociado a los PPS incidentes y reflejados sobre la sección plana, es decir, para $x_1 < a$, tiene la siguiente forma

$$H(x_1, 0) \;=\; H_0 e^{i(k'_{sp}+ik''_{sp})x_1} + r_{sp} H_0 e^{-i(k'_{sp}+ik''_{sp})x_1}, \tag{147}$$

donde r_{sp} representa el coeficiente de reflexión complejo y hemos escrito k_{sp} en términos de sus parte real e imaginaria $k_{sp} = k'_{sp} + ik''_{sp}$. En esta región ($x_1 < a$) se forman franjas de interferencia asociadas a los PPS incidentes y reflejados, descritas por la siguiente ecuación:

$$|H(x_1, 0)|^2 \;=\; H_0^2 e^{-2k''_{sp}x_1}\left[1 + |r_{sp}|^2 e^{4k''_{sp}x_1} + 2|r_{sp}|\cos(2k_{sp}x_1 + \phi)e^{2k''_{sp}x_1}\right], \tag{148}$$

Por otra parte, para un PPS que se propaga sobre una superficie plana una distancia $(a+b)/2$ sobre x_1 en la superficie plana, el campo es expresado utilizando la ecuación (141a) como

$$H^{(0)}(a, 0) \;=\; H_0 e^{-2k''_{sp}a}. \tag{149}$$

Teniendo esto en cuenta, escribimos la ecuación (148) de la siguiente manera

$$\left|\frac{H(x_1, 0)}{H^{(0)}(x_1)}\right|^2 \;=\; 1 + |r_{sp}|^2 e^{4k''_{sp}x_1} + 2|r_{sp}|\cos(2k_{sp}x_1 + \phi)e^{2k''_{sp}x_1}. \tag{150}$$

Esta expresión es útil en la estimación de $R_{sp} = |r_{sp}|^2$ en los cálculos numéricos para calcular la fracción de potencia del PPS reflejada por la estructura.

Definimos la transmitancia de la siguiente manera:

$$T_{sp} \;=\; \left|\frac{H^{(0)}(x_1 > b, 0)}{H^{(0)}(x_1)}\right|^2 \tag{151}$$

La fracción de potencia del plasmón absorbida por el defecto o una sección de este, puede ser estimada calculando la potencia transmitida al interior del metal. Usando la ecuación(132) encontramos que la potencia absorbida bajo el defecto está dada por

$$A_{sp} = P_a = \frac{c^2 L_2}{8\pi\omega} \int_a^b \Im m \left\{ L^{>}(x_1) H^{>}(x_1) \right\} dx_1 \,. \tag{152}$$

Es decir que la fracción de potencia del PPS absorbida bajo el defecto está dada por la siguiente expresión:

$$A = \frac{P_a}{P_{sp}} = \frac{2}{F(\epsilon_0, \epsilon_1) H_0^2} \int_a^b \Im m \left\{ L^{>}(x_1) H^{>*}(x_1) \right\} dx_1 \tag{153}$$

donde $F(\epsilon_0, \epsilon_1)$ se definió en la ecuación (146). La fracción de potencia del plasmón que es esparcida por el defecto puede ser estimada calculando la potencia esparcida hacia el dieléctrico.

$$P_{sc} = L_2 \frac{c^2}{8\pi\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \alpha_0(k) |R_{ab}(k)|^2 \tag{154}$$

donde

$$\begin{aligned} R_{ab}(k) = & \frac{i}{2\alpha_0(k)} \int_{-\infty}^{\infty} dt \, \left\{ i[\eta'(t)\, k - \xi'(t)\alpha_0(k)] H(t) - L(t) \right\} \\ & \times \exp\{-i[\xi(t)k - i\eta(t)\alpha_0(k)]\} \,. \end{aligned} \tag{155}$$

con el cambio de variable $k = (\omega/c) \sin\theta_s$ tenemos que

$$P_{sc} = L_2 \frac{c^2}{64\pi^2\omega} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_s |r(\theta_s)|^2 \,. \tag{156}$$

Es decir, que la fracción de potencia del PPS esparcida por el material está dada por la siguiente expresión:

$$S_{sp} = \frac{P_{sc}}{P_{sp}} = \frac{1}{4\pi F(\epsilon_0, \epsilon_1) H_0^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_s \, |r(\theta_s)|^2 \,. \tag{157}$$

5.2 Reflexión y transmisión para defectos estructurales

5.2.1 Canales

En esta subsección presentamos cálculos numéricos de la reflexión y transmisión de un PPS en una interfaz oro-aire que interacciona con un canal de ancho W y profundidad h. La constante dieléctrica para el oro es $\epsilon_1 = -40.8 + i1.53$ a una longitud de onda $\lambda = 0.980\mu$m. En este caso, la longitud de onda del PPS es $\lambda_{sp} = 0.9679\mu$m. La geometría se muestra en la figura 53.

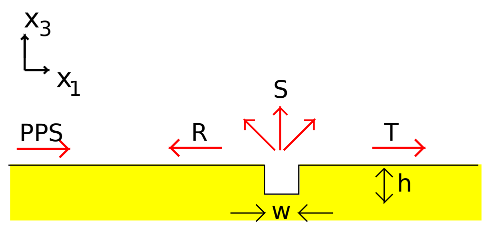

Figura 53. Ilustración esquemática del sistema estudiado. PPS que inciden sobre un canal de ancho W y profundidad h.

Los resultados de la transmisión y reflexión del PPS cuando incide sobre un canal se muestran en las figs. 54 y 55.

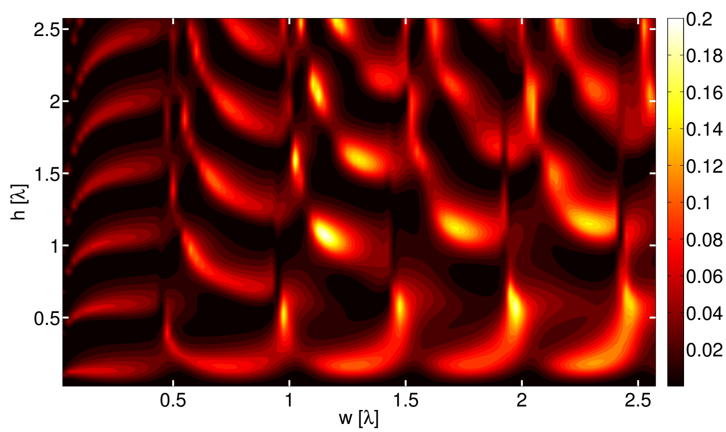

Figura 54. Mapa de contorno para la fracción de potencia reflejada por un PPS que incide sobre un canal de ancho w y profundida h.

Analizando el mapa de contorno de la figura 54 vemos que la reflectancia alcanza valores máximos de 20%. Por otro lado, para el caso de transmisión, que se muestra en

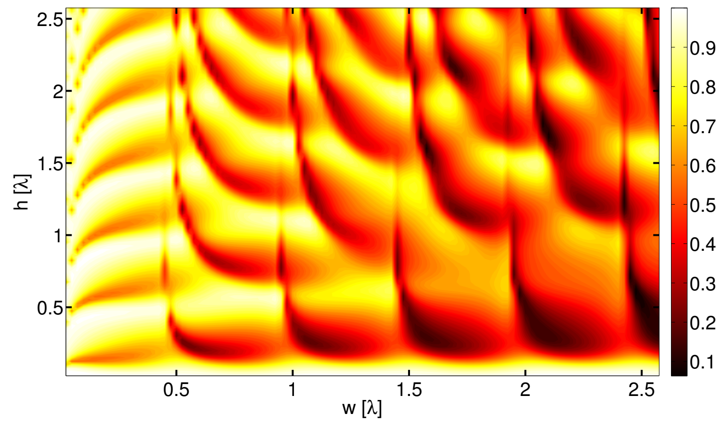

Figura 55. Mapa de contorno para la fracción de potencia transmitida por un PPS que incide sobre un canal de ancho w y profundidad h.

la figura 55 se pueden alcanzar valores cercanos al 100%. Observando a detalle la figura 54, ésta tiene una fuerte relación con las resonancias para un canal y con la excitación de PPS por el canal.

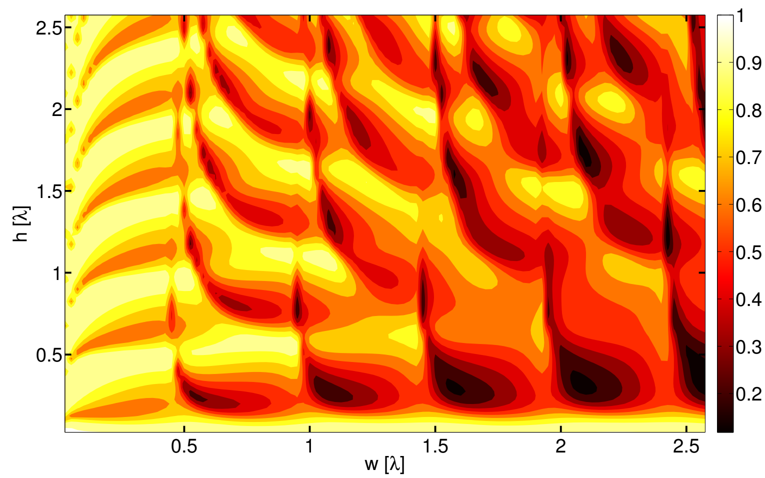

Figura 56. Mapa de contorno para la suma de la fracción de potencia transmitida y reflejada por un PPS que incide sobre un canal de ancho w y profundidad h.

Se muestra en la figura 56 la suma de la fracción de potencia transmitida y reflejada por un PPS. Esta figura nos da una idea de las pérdidas por absorción y radiación que se presentan para la interacción de PPS con un canal.

5.2.2 Crestas

En esta subsección presentamos cálculos numéricos de la interacción de PPS con crestas de diferentes tamaños. Los parámetros que los caracterizan se definen de manera análoga al de los canales. La geometría considerada se muestra en la figura 57.

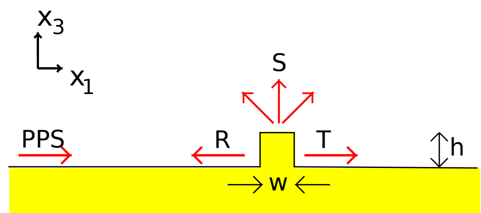

Figura 57. Ilustración esquemática del sistema estudiado. PPS que inciden sobre una cresta de ancho W y altura h.

En la figs. 58 y 59 se presentan cálculos para la reflectancia y transmitancia de PPS para crestas con diferentes anchos y alturas. A diferencia del caso anterior, esta estructura sí puede llegar a reflejar casi el 100% de la potencia incidente del PPS. Vemos que la reflectancia presenta oscilaciones periódicas como función del ancho W y que, para anchos fijos, esta aumenta gradualmente al aumentar la altura de la cresta. En lo que respecta a la transmisión, ésta solamente tiene cambios considerables cuando al altura de la cresta se incrementa. Las oscilaciones que se observan en función del ancho son debidas a la amplitud de la cresta.

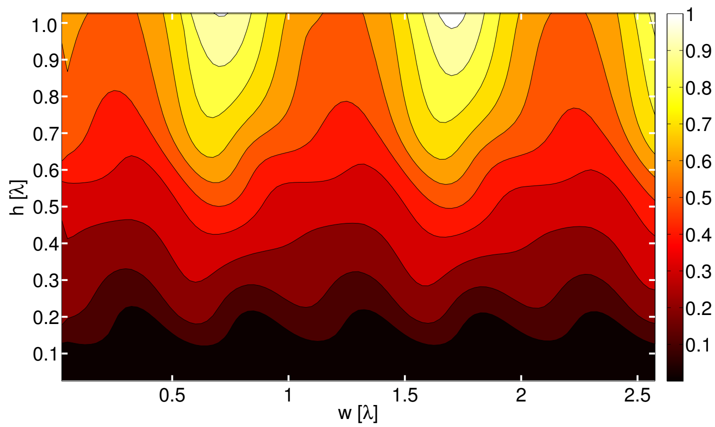

Figura 58. Mapa de contorno para la fracción de potencia reflejada por un PPS que incide sobre una cresta de ancho w y altura h.

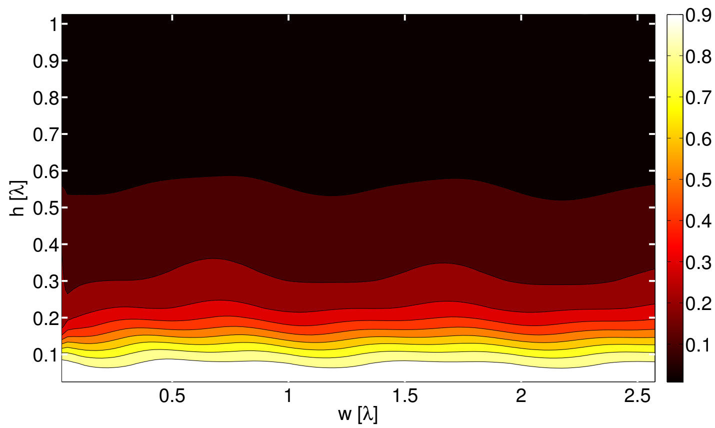

Figura 59. Mapa de contorno para la fracción de potencia transmitida por un PPS que incide sobre una cresta de ancho w y altura h.

5.3 Relación entre el campo radiado y la eficiencia de excitación

En la sección anterior, concentramos nuestra atención sobre la reflectancia y la transmitancia de canales y crestas. Para esta sección consideramos los efectos de esparcimiento y su relación con la excitación direccional de PPS por el defecto en cuestión. La idea sobre esta relación involucra al teorema de reciprocidad de Helmholtz [Born y Wolf, 1999]. Según este teorema, la respuesta lineal de un sistema a una fuente dada no cambia cuando se intercambian las posiciones de la fuente y la observación. Teniendo esto en mente, presentamos cálculos del esparcimiento de PPS que inciden sobre un canal y los comparamos con los resultados obtenidos para la eficiencia de excitación de PPS cuando se ilumina el defecto superficial con un haz gaussiano. El esparcimiento de un PPS por una cresta se muestra en el mapa de contorno de la figura 60.

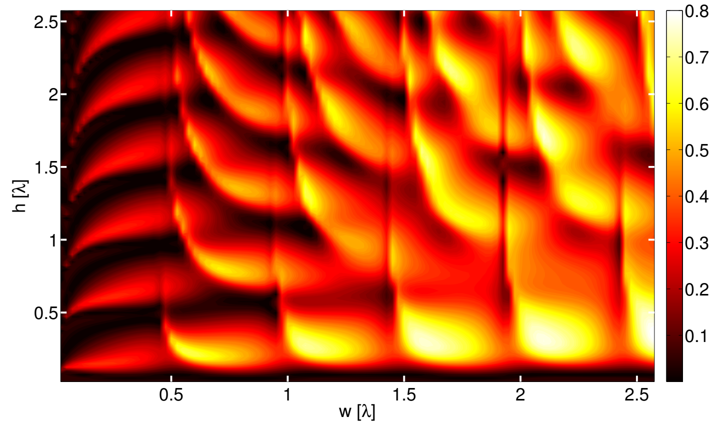

Figura 60. Mapa de contorno para la fracción de potencia esparcida por un PPS que incide sobre una cresta de ancho w y altura h.

Como podemos ver, si lo comparamos con la gráfica de la figura 61 vemos que presentan bastante semejanza.

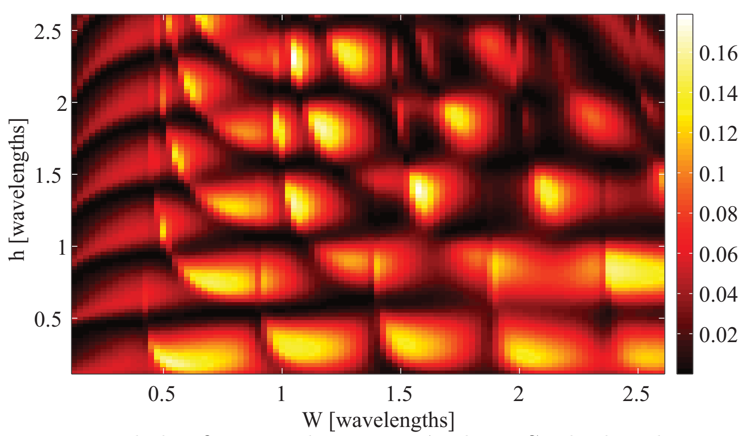

Figura 61. Mapa de contorno de la eficiencia de excitación de PPS a la derecha a través e la interacción con un pozo rectangular como función del ancho W y la profundidad h del pozo. El ángulo de incidencia es $\theta_0 = 30°$ and $g = 3\lambda$.

Capítulo 6

Capas absorbentes para PPS

En la solución numérica de problemas electromagnéticos que no estan limitados espacialmente, a veces es necesario truncar el domino computacional. El uso de una región de tamaño espacial finito puede introducir reflexiones y otros efectos espurios en los cálculos. Para abordar este problema se han propuesto varias técnicas. Una muy utilizada en el método de la diferencias finitas en el dominio del tiempo [Taflove, 1995] (FDTD, por sus siglas en inglés) es la de las capas perfectamente empatadas (PML, por sus siglas en inglés) propuesta por Berenger [Berenger, 1994]. Dichas capas pueden absorber ondas electromagnéticas sin reflexiones en la interfaz vacío-PML. Los métodos de cálculo basados en el teorema de Green (por ejemplo ver Maradudin *et al.* [1990]) no presentan tales complicaciones con ondas de volumen, pero el truncamiento de las interfaces pueden producir efectos espurios en la presencia de ondas superficiales, como los plasmones-polaritones de superficie. La situación se ilustra en la figura 62. Un PPS que incide de derecha a izquierda hasta encontrar el final de la superficie plana, que en este caso suponemos se termina en ángulo recto. Vemos que la terminación de la superficie produce esparcimiento, representado por la especie de pluma que sale de la esquina de la superficie. También hay una reflexión que se ve claramente por la onda estacionaria que se observa sobre la superficie, producida por la interferencia entre el PPS incidente y el reflejado.

En los estudios de interacción de PPS con objetos ó estructuras superficiales el problema computacional crece como función del tamaño físico de la muestra, de modo

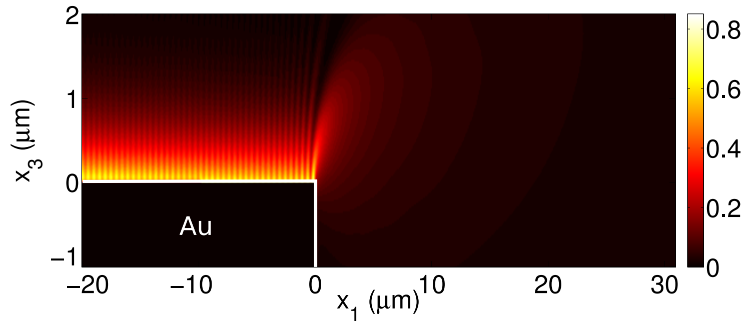

Figura 62. Campo cercano de la propagación de PPS al llegar a la orilla de una superficie.

que es deseable reducir el dominio computacional tanto como sea posible. Las técnicas de PML conocidas no estan diseñadas para los tratar efectos de truncamiento que involucran PPS y no están bien adapatadas para situaciones que incluyen estructuras metálicas y ondas evanescentes [Chao *et al.*, 2010].

En esta sección presentamos un procedimiento para determinar las constantes ópticas de materiales absorbedores para la atenuación de PPS que no introducen, o al menos minimizan reflexiones espurias y/o efectos de esparcimiento radiativo. Aunque los PPS son ondas que se propagan con atenuación, una reducción en su longitud de propagación en el medio empatador permite una reducción importante en las dimensiones de la región sobre la cual se extiende el dominio computacional. Aunque, en espíritu, nuestra propuesta está relacionada con las técnicas usuales de PML, advertimos que es un problema diferente; a saber, la terminación de superficies sobre la cual ondas superficiales se propagan sin introducir de manera artificil efectos de esparcimiento o reflexión.

Los materiales absorbedores que proponemos son homogéneos e isotrópticos. La flexibilidad para elegir sus propiedades ópticas permite la selección de materiales que son apropiados para el uso de la condición de frontera de impedancia. Todos esos datos simplifican considerablemente el problema electromagnético.

6.1 Teoría

Para describir la técnica empezamos presentando la geometría genérica ilustrada en la figura 63. La figura muestra una interfaz plana que relaciona tres medios: un dieléctrico semi-infinito y dos metales definidos a través de sus permitividades y permeabilidades con una frontera vertical. Suponemos que los PPS viajan de izquierda a derecha incidiendo en la frontera vertical entre los medios 1 y 2. Las propiedades ópticas del medio 2 son elegidas de tal forma que los PPS se atenúan drásticamente, sin introducir reflexiones significantes o acoplamiento a modos radiativos.

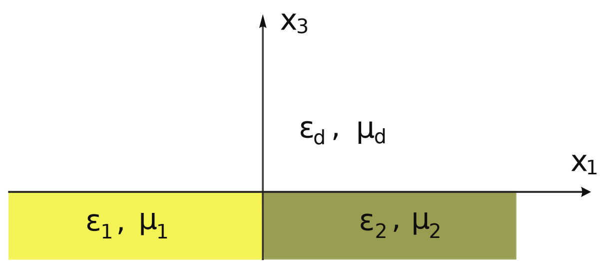

Figura 63. Diagrama esquemático de los tres medios considerados. El medio superior es un dieléctrico caracterizado por su permitividad eléctrica ϵ_d y su permeabilidad magnética μ_d en el rango de frecuencia de interes. Similarmente los metales 1 y 2 estan caracterizados por ϵ_1, μ_1 y ϵ_2, μ_2, respectivamente.

Consideremos el campo magnético asociado con un PPS viajando sobre la superficie plana del medio 2 en la dirección $+x_1$. Este campo puede ser escrito convenientemente en términos del campo magnético a lo largo de la dirección x_2, es decir,

$$H_2^{>}(x_1, x_3) = H_0 e^{ik_{sp}^{(2)}x_1 + i\alpha_d(k_{sp}^{(2)})x_3} \qquad x_3 \geq 0, \tag{158a}$$

$$H_2^{<}(x_1, x_3) = H_0 e^{ik_{sp}^{(2)}x_1 - i\alpha_2(k_{sp}^{(2)})x_3} \qquad x_3 \leq 0, \tag{158b}$$

donde H_0 es una constante,

$$k_{sp}^{(2)} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_d\epsilon_2(\epsilon_2\mu_d - \epsilon_d\mu_2)}{\epsilon_2^2 - \epsilon_d^2}}, \tag{159}$$

$$\alpha_d\left(k_sp^{(2)}\right) = \sqrt{\epsilon_d\mu_d\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(k_{sp}^{(2)}\right)}, \tag{160}$$

$$\alpha_2\left(k_sp^{(2)}\right) = \sqrt{\epsilon_2\mu_2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(k_{sp}^{(2)}\right)}. \tag{161}$$

Los signos de las raíces cuadradas son tomadas de tal manera que las partes imaginarias de $k_{sp}^{(2)}$, $\alpha_d(k_{sp}^{(2)})$ y $\alpha_2(k_{sp}^{(2)})$ son positivas. En el dieléctrico, la constante de atenuación en x_3 esta dada por

$$\kappa_2^{>} = Im\left\{\alpha_d\left(k_{sp}^{(2)}\right)\right\} = \frac{\omega}{c}Im\left\{\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\epsilon_d^2(\epsilon_2\mu_2 - \epsilon_d\mu_d)}{\epsilon_2^2 - \epsilon_d^2}}\right\}. \tag{162}$$

Podemos escribir expresiones similares para la interfaz entre el dieléctrico y el medio 1. Para minimizar las pérdidas por esparcimiento debidas a la interfaz metálica de la figura 63, el perfil transversal del PPS debería ser el mismo en ambos lados de la interfaz [Oulton *et al.*, 2007, Elser y Podolskiy, 2008, Zavareian y Massudi, 2010]. Es decir, se debería cumplir que $\kappa_1^{>} = \kappa_2^{>}$. Por otra parte, se debe minimizar la reflexión del PPS en la frontera cuando $Re\{k_{sp}^{(2)}\} = Re\{k_{sp}^{(1)}\}$. Nos referiremos a estas condiciones como las condiciones de no esparcimiento y no reflexión. A estas alturas, enfocamos nuestra atención en el caso $\epsilon_d = 1$, $\mu_d = 1$ y suponemos que el metal de la izquierda es no magnético a frecuencias ópticas (i.e., $\mu_1 = 1$), mientras que el de la derecha tiene propiedades arbitrarias. Como un ejemplo particular, consideramos el diseño de capas absorbedoras que empatan las propiedades del oro a una longitud de onda en el vacío $\lambda = 980$nm. Entonces $\epsilon_1 = -40.44 + i2.97$ [Johnson y Christy, 1972] y $\mu_1 = 1.0$. Puesto que ϵ_2 y μ_2 son cantidades complejas, debemos buscar soluciones en un espacio de 4 dimensiones. Para simplificar el problema, hemos decidido fijar las partes imaginarias de ϵ_2 y μ_2 y explorar el espacio ($Re\{\epsilon_2\}$-$Re\{\mu_2\}$).

Por razones físicas elegimos $Im\{\epsilon_2\} > 0$. Aunque parece no haber problema con la elección de $Im\{\mu_2\}$ negativa [Markel, 2008], también la tomamos como positiva. Con estas elecciones, el espacio de búsqueda está restringido al cuadrante definido por las condiciones $Re\{\epsilon_2\} < 0$ y $Re\{\mu_2\} > 0$.

Para nuestro primer ejemplo, usamos $\Im m\{\epsilon_2\} = 3.0$ e $\Im m\{\mu_2\} = 0.0$. Las soluciones a las ecuaciones para no esparcimiento y no reflexión se muestran en la figura 64(a). Observamos que las dos curvas prácticamente coinciden cuando $\Re e\{\epsilon_2\} < -10$ y que gradualmente se separan cuando $\Re e\{\epsilon_2\}$ se acerca a cero. De modo que es aconsejable buscar soluciones en la región $\Re e\{\epsilon_2\} \leq -10$.

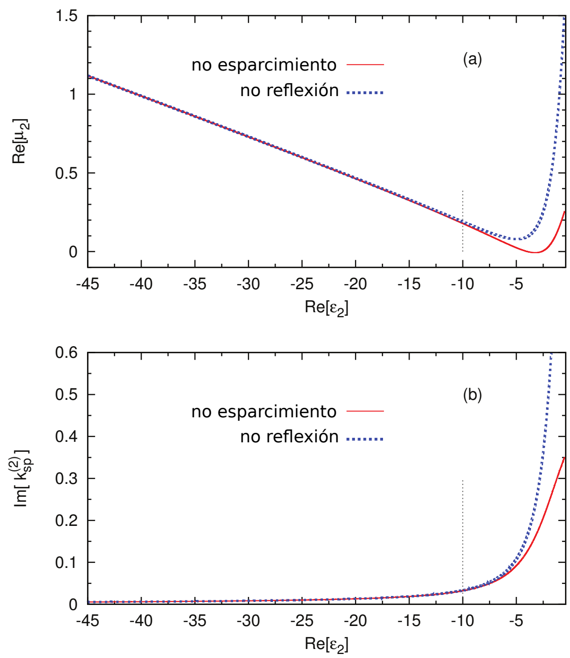

Figura 64. (a) Curvas de la solución correspondiente a las condiciones de no reflexión y no esparcimiento suponiendo $\Im m\{\epsilon_2\} = 3.0$ and $\Im m\{\mu_2\} = 0.0$. (b) Comportamiento de $\Im m\{k_{sp}^{(2)}\}$ sobre las curvas de la solución. El valor de $\Re e\{\epsilon_2\}$ elegido para el ejemplo se encuentra denotado por la línea vertical punteada.

Uno puede ver en la Fig. 64(a) que el par x, y cuyos valores son $(-40.44, 1)$, que corresponden a las propiedades del medio 1, están en la curva de solución. Esto es debido a lo cercano entre el valor elegido para $\Im m\{\epsilon_2\}$ y el que se tiene para $\Im m\{\epsilon_1\}$.

Cuando uno se mueve de izquierda a derecha sobre las curvas de solución, el coeficiente de absorción de los PPS ($\Im m\{k_{sp}^{(2)}\}$) se incrementa. El comportamiento está ilustrado en la Fig. 64(b). Sobre la base de estos resultados y debido a que estamos buscando soluciones con un coeficiente de atenuación grande elegimos el valor $\Re e\{\epsilon_2\} = -10.0$, el cual nos lleva a $\Re e\{\mu_2\} = 0.19$ y una constante de atenuación $\Im m\{k_{sp}^{(2)}\} = 0.033\,\mu\text{m}^{-1}$. A este ejemplo nos referiremos como el caso I.

Los valores de las parte real de ϵ_2 y μ_2 resultan en coeficientes con atenuación grande que no son apropiados para nuestros propósitos pues producen desempatamiento entre las condiciones de no esparcimiento y no reflexión. Además, como se puede deducir en la siguiente sección, ellos nos conducen a soluciones que son más difíciles de manipular computacionalmente.

Para nuestro segundo ejemplo elegimos $\Im m\{\epsilon_2\} = 3.0$ e $\Im m\{\mu_2\} = 10.0$. El mapa de contorno de las soluciones se muestra en la figura 65(a) y el coeficiente de atenuación para los PPS se muestra en la Fig. 65(b). Vemos que con estos parámetros las curvas correspondientes a las condiciones de no esparcimiento y no reflexión son muy cercanas, pero difieren por una cantidad que aumenta a medida que la magnitud de $\Re e\{\epsilon_2\}$ decrece. Por otro lado, las curvas del coeficiente de atenuación son prácticamente indistinguibles en este caso. Para este segundo ejemplo elegimos $\Re e\{\epsilon_2\} = -531.62$ y basados en la curva de la condición de no esparcimiento, uno tiene que $\Re e\{\mu_2\} = 13.44$ e $\Im m\{k_{sp}^{(2)}\} = 0.06\,\mu\text{m}^{-1}$. Nos referiremos a este ejemplo como el caso II. Vale la pena mencionar que los resultados obtenidos con estos parámetros son prácticamente los mismos que los obtenidos con los parámetros correspondientes a la curva de no reflexión.

En la sección 6.3, presentamos los cálculos de esparcimiento que involucran oro y los materiales propuestos en esta sección.

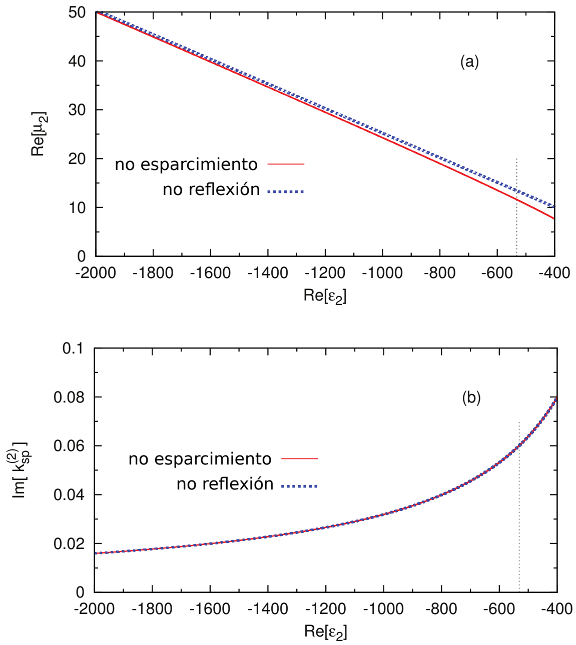

Figura 65. (a) Curvas de la soluciones correspondientes a las condiciones de no reflexión y no esparcimiento suponiendo $\Im m\{\epsilon_2\} = 3.0$ and $\Im m\{\mu_2\} = 10.0$. (b) Comportamiento de $\Im m\{k_{sp}^{(2)}\}$ sobre las curvas de la solución. El valor de $\Re e\{\epsilon_2\}$ elegido para el ejemplo es denotado por la línea vertical punteada.

6.2 Una condición de impedancia superficial no local

La atenuación de los PPS en el medio empatador puede ser visualizado a través de simulaciones rigurosas electromagnéticas del problema. Basamos nuestros cálculos en el método de la ecuación integral que ha sido usado para estudiar el esparcimiento de la luz por superficies rugosas [Maradudin *et al.*, 1990]. Geometrías como la representada en la Fig. 63, presentan dificultades para este tipo de tratamiento del problema. Es entonces interesante simplificar el problema mediante el uso de la condición de frontera de impedancia [Depine y Simon, 1983, García-Molina *et al.*, 1990, Maradudin y Méndez, 1994]. Esto es porque con el uso de esta condición se puede reformular el problema de manera en que no se requiere considerar el campo debajo de la interfaz.

Las condiciones de frontera de impedancia han sido muy usadas en cálculos de esparcimiento y se ha mostrado que dan buenos resultados para metales con alta conductividad como son el oro y la plata en el infrarrojo [Knotts *et al.*, 1993]. Sin embargo, veremos que debido al decaimiento rápido de los PPS en la región absorbente, una condicion de frontera de impedancia es insuficiente para tratar con algunos de los medios considerados aquí. Entonces, antes de discutir los cálculos de esparcimiento, presentamos una derivación de la condición de frontera de impedancia para superficies planas en la cual se incluye el primer término no local.

Con referencia a la Fig. 63, consideramos el campo debajo de una superficie plana en el interior del medio 2. El cual puede ser escrito en la siguiente forma

$$H_2^<(x_1, x_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} A(q) e^{iqx_1 - i\alpha_2(q)x_3}, \tag{163}$$

donde $A(q)$ es la amplitud de esparcimiento o espectro angular del campo debajo de la interface. Aquí $\alpha_2(q) = \sqrt{\epsilon_2\mu_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - q^2}$, con $\Im m\{\alpha_2(q)\} > 0$.

Entonces

$$A(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1' H_2^<(x_1', 0) e^{-iqx_1'}, \tag{164}$$

y se puede escribir

$$H_2^<(x_1, x_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1' H_2^<(x_1', 0) e^{iq(x_1 - x_1') - i\alpha_2(q)x_3}. \tag{165}$$

Partiendo de esta expresión uno puede establecer la siguiente ecuación integral del campo y su derivada normal sobre la interface:

$$\left.\frac{\partial H_2^<(x_1, x_3)}{\partial x_3}\right|_{x_3=0} = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1' K(x_1, x_1') H_2^<(x_1', 0), \tag{166}$$

donde

$$K(x_1, x_1') = \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \alpha_2(q) e^{iq(x_1 - x_1')}. \tag{167}$$

Ahora buscamos la solución de la Eq. (166) expandiendo $\alpha_2(q)$ como sigue

$$\alpha_2(q) \approx \sqrt{\epsilon_2\mu_2} \left(\frac{\omega}{c}\right) \left[1 - \frac{q^2}{2\epsilon_2\mu_2 \left(\omega/c\right)^2} + \dots\right], \tag{168}$$

lo cual nos lleva a

$$K(x_1, x_1') = \frac{1}{i}\sqrt{\epsilon_2\mu_2}\left(\frac{\omega}{c}\right)\delta(x_1 - x_1') + \frac{1}{2i(\omega/c)\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}\delta''(x_1 - x_1') + ... \tag{169}$$

En esta expresión, $\delta(x_1)$ es la función delta y $\delta''(x_1)$ su segunda derivada.

Manteniendo los primeros dos términos encontramos la relación

$$\left.\frac{\partial H_2^<(x_1,x_3)}{\partial x_3}\right|_{x_3=0} = \frac{1}{i}\sqrt{\epsilon_2\mu_2}\left(\frac{\omega}{c}\right) H_2^<(x_1,x_3)|_{x_3=0} + \frac{1}{2i\sqrt{\epsilon_2\mu_2}\left(\frac{\omega}{c}\right)}\left.\frac{\partial^2 H_2^<(x_1,x_3)}{\partial x_1^2}\right|_{x_3=0}, \tag{170}$$

y usando la continuidad de las componentes tangenciales de los campos a través de la interface, encontramos que

$$\frac{1}{\epsilon_d}L^>(x_1) = \frac{1}{\epsilon_2}\left[\frac{1}{i}\sqrt{\epsilon_2\mu_2}\left(\frac{\omega}{c}\right) H^>(x_1) + \frac{1}{2i\sqrt{\epsilon_2\mu_2}\left(\frac{\omega}{c}\right)}\frac{\mathrm{d}^2 H^>(x_1)}{\mathrm{d}x_1^2}\right], \tag{171}$$

donde

$$\begin{aligned} H^>(x_1) &= H_2^>(x_1,x_3)|_{x_3=0}, \\ L^>(x_1) &= \left.\frac{\partial H_2^>(x_1,x_3)}{\partial x_3}\right|_{x_3=0}. \end{aligned} \tag{172}$$

Finalmente escribimos la Eq. (171) en la forma

$$L^>(x_1) = K_p^{(0)} H^>(x_1) + K_p^{(2)}\frac{\mathrm{d}^2 H^>(x_1)}{\mathrm{d}x_1^2}, \tag{173}$$

donde

$$\begin{aligned} K_p^{(0)} &= \frac{\omega}{ic}\epsilon_d\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}, \\ K_p^{(2)} &= \frac{\epsilon_d/\epsilon_2}{2i\sqrt{\epsilon_2\mu_2}\left(\frac{\omega}{c}\right)}. \end{aligned} \tag{174}$$

El primer término en la expansión (173) representa una relación local entre $L^>(x_1)$ y $H^>(x_1)$ (o entre las componentes tangenciales de los campos E y H). El segundo término representa la primera corrección no local.

Vemos que, conforme la atenuación de los PPS se vuelve mas fuerte, la segunda derivada del campo que aparece en la ecuación (173) se vuelve más grande. Observando las cantidades que se introducen en la expresión para $K_p^{(2)}$ concluimos que es deseable tener un medio con un índice de refracción $n_2 = \sqrt{\epsilon_2\mu_2}$ grande.

Para una evaluación más cuantitativa de este asunto, consideramos el cociente entre los dos primeros términos de la expansión. Este cociente $\mathcal{R}$ constituye un conocimiento esencial, aunque incompleto, para establecer la validez de la relación local y la convergencia de la expansión. Usando la forma general del campo asociado con un PPS sobre una superficie plana, dada por la ecuación (158a), encontramos que

$$\mathcal{R} = \left| \frac{K_p^{(2)} \frac{\mathrm{d}^2 H^>(x_1)}{\mathrm{d}x_1^2}}{K_p^{(0)} H^>(x_1)} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{k_{sp}^{(2)}}{n_2 \frac{\omega}{c}} \right|^2 . \tag{175}$$

En circunstancias normales (*i.e.*, cuando $\mu_2 = 1$), para un buen conductor uno tiene que n_2 es grande y que $|k_{sp}^{(2)}| \approx (\omega/c)$. De este modo, $\mathcal{R}$ es pequeño y el término no local puede ser despreciado. Por ejemplo, para una interface oro-vacío y la longitud de onda considerada, este cociente es $\mathcal{R} = 0.0125$.

Regresando a las capas absorbedoras propuestas en la sección 6.1, para nuestro primer ejemplo (caso I) este cociente es $\mathcal{R} = 0.258$. Es claro que la condición de frontera de impedancia local no sería suficiente en el lado de la frontera absorbedora y que se necesita al menos un término de corrección no local. Esta conclusión es congruente con los cálculos numéricos presentados en la sección 6.3.

Para el caso II, el cociente entre los dos primeros términos de la expansión (173) es $\mathcal{R} = 1.67 \times 10^{-5}$. No es entonces sorprendente que, la condición de frontera de impedancia local sea adecuada para tratar este caso. Este segundo caso está definido por parámetros que resultan ser más convenientes para nuestro tipo de cálculo.

6.3 Resultados y discusión

En esta sección presentamos cálculos de esparcimiento correspondientes a los ejemplos de medios que empatan las propiedades del oro propuestos en la sección 6.1. Empezamos presentando un resumen de sus propiedades: Para el caso I tenemos que $\epsilon_2 = -10.0 + 3.0\,i$ y $\mu_2 = 0.19$, mientras que para el caso II, $\epsilon_2 = -531.62 + 3.0\,i$ y $\mu_2 = 13.44 + 10.0\,i$. En el primer caso, la constante de atenuación para los PPS es $\Im m\{k_{sp}^{(2)}\} = 0.033\,\mu\mathrm{m}^{-1}$, mientras que para el segundo $\Im m\{k_{sp}^{(2)}\} = 0.06\,\mu\mathrm{m}^{-1}$.

La geometría empleada para los cálculos de esparcimiento se muestra en la Fig. 66. Con base en los resultados presentados en el capitulo 4 usamos un arreglo de 5 canales rectangulares de periodo $T = 0.863\lambda$ para excitar PPS a la derecha. El arreglo se ilumina por un haz gaussiano de ancho $g = 2\lambda$ con un ángulo de incidencia $\theta_0 \approx -6.5°$. La eficiencia de acoplamiento para los PPS viajando a la derecha es de alrededor del 45%. La distancia entre el inicio del material absorbedor y el final de la superficie es de 45 μm.

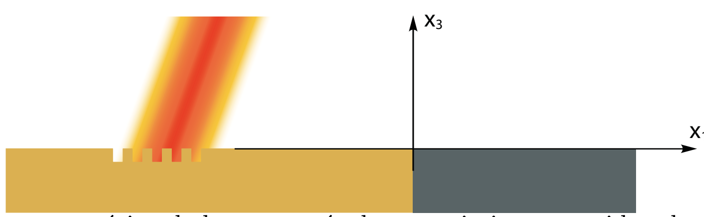

Figura 66. Diagrama esquemático de la geometría de esparcimiento considerada para los cálculos. Un haz gaussiano ilumina una rejilla corta de oro que acopla una fracción de la luz incidente a los PPS viajando a la derecha. El material que absorbe es representado por la región obscura.

Utilizando el método de la ecuación integral descrito en la sección 2.3 y las condiciones superficiales de impedancia local y no local, podemos calcular el campo esparcido y los valores del campo superficial para la muestra considerada. En la figura 67 se muestra la magnitud del campo superficial, que fundamentalmente está asociado con el PPS propagándose sobre la superfice para el caso I. Para simplificar la visualización de la región de interés se omitió de la figura la sección con la rejilla. La curva mostrada con una línea continua fué calculada con una condición de frontera de impedancia mientras que para la curva con una línea punteada se incluyo además el término no local. Uno observa que la constante de atenuación de los PPS cambia conforme la onda entra al materia absorbedor. Como era de esperarse la corrección no local hace un diferencia substancial en los cálculos. Las pequeñas ondas observadas en la curva superior son debidas a ondas estacionarias causadas por la reflexión de los PPS al final de la superficie. Con este material es importante usar al menos la corrección del primer término no local en la expansión de la ecuación (173).

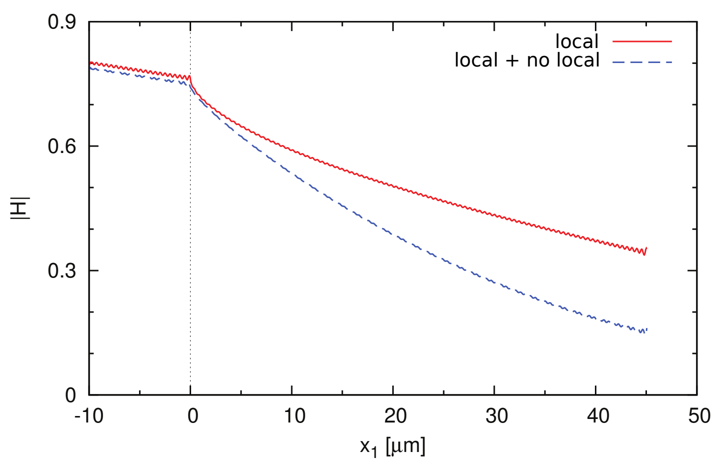

Figura 67. Magnitud del campo superficial calculado usando la condición de frontera de impedancia y la primera corrección no local para el caso I. La frontera entre los dos metales es en $x_1 = 0$ y para facilitar la visualización de la interacción de los PPS en la frontera metal-metal no se muestra la región de la rejilla.

En la figura 68, mostramos el mapa de intensidad del campo cercano magnético ($|H|^2$) para el caso I. Como en la figura anterior, se ha omitido la zona que contiene la rejilla. Se puede observar que los PPS llegan de la izquierda y decaen completamente de manera abrupta cuando entran al medio absorbedor. Los resultados son alentadores, pues como los PPS incidentes no son perturbados mucho por la interfaz es claro que la reflexión y el esparcimiento son insignificantes.

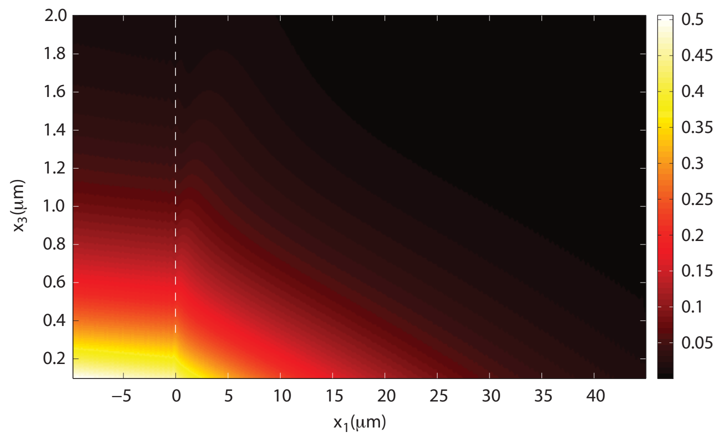

Figura 68. Modulo cuadrado del campo magnético en la región correspondiente al vacío arriba de la superficie metálica plana para el caso I. La posición del borde vertical entre los dos metales en $x_1 = 0$ se encuentra denotado por la línea punteada vertical.

La intensidad del campo cercano correspondiente al caso II se muestra en la Fig. 69.

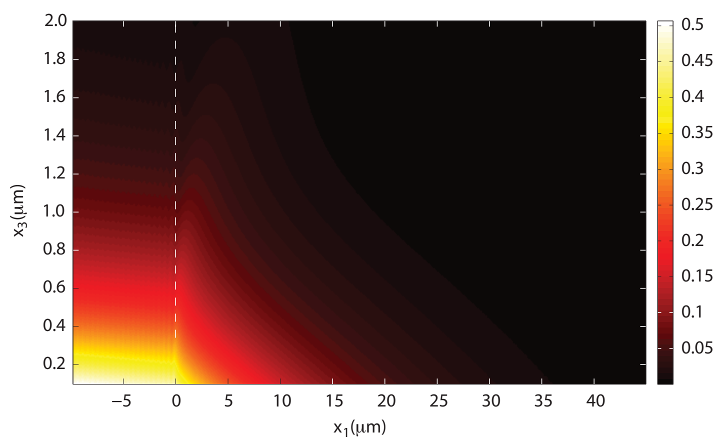

Figura 69. Modulo cuadrado del campo magnético en la región correspondiente al vacío, arriba de la superficie metálica plana para el caso II. La posición del borde vertical entre los dos metales en $x_1 = 0$ se muestra por la línea punteada vertical blanca.

La atenuación de los PPS es más fuerte en este caso y la condición de frontera de impedancia local es suficiente para obtener estos resultados. Como se deseaba, la onda asociada a los PPS practicamente desaparece después de unas cuantas micras. Como en la caso I, los PPS incidentes no parecen ser perturbados por la interfaz con el medio absorbedor.

Para investigar la posible fuga de las ondas superficiales debido a la frontera con el medio absorbedor en la figura 70 presentamos cálculos del campo lejano que resulta de la interacción de haz incidente con una muestra completa de oro y con muestras terminadas con los materiales absorbedores que nosotros hemos llamados casos I y II (ver Fig. 66).

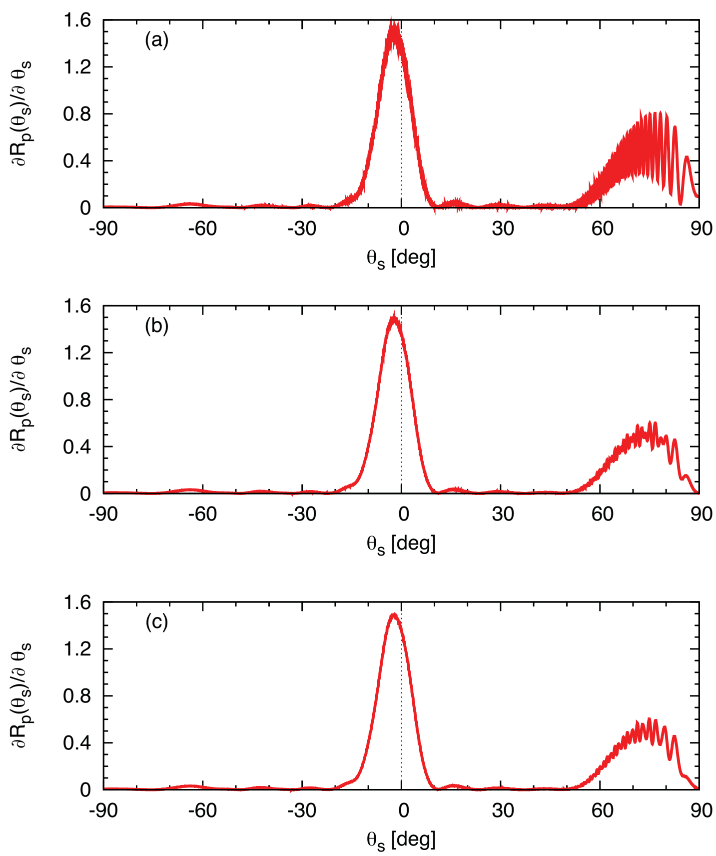

Figura 70. El coeficiente de reflexión diferencial para una superfice de oro (a), una superficie de metal terminada con el material para el caso I (b), y una superficie de metal terminada con el material para el caso II (c).

Las curvas de esparcimiento muestran que hay un haz reflejado relativamente fuerte en la dirección especular ($\theta_s \approx -6.5°$) así como un orden de difracción rasante y relativamente ancho. Las oscilaciones rápidas observadas en los órdenes de difracción para el caso de la superficie de oro son debido a la fuga de los PPS al final de la superficie, los cuales interfieren con el orden rasante. Además, el PPS reflejado al final se propaga de regreso y escapa en la dirección especular al interaccionar con la rejilla. Esto da lugar a las pequeñas oscilaciones sobre toda la curva.

El coeficiente de reflexión diferencial correspondiente a los casos I y II son mucho más limpios. En particular, las oscilaciones de escala fina que pueden ser observadas sobre toda la curva asociada con la superficie del oro han desaparecido. También las oscilaciones fuertes y rápidas en la región del orden de difracción han sido reemplazadas por oscilaciones menos importantes que parecen debidas al esparcimiento residual en la interface metal-metal.

Como un ejemplo del uso de las capas absorbedoras tomamos el espectro de potencia West-O'Donnell [West y O'Donnell, 1995]. pero en este ejemplo utilizamos capas absorbedoras en las orillas de la superficie (ver figura 71).

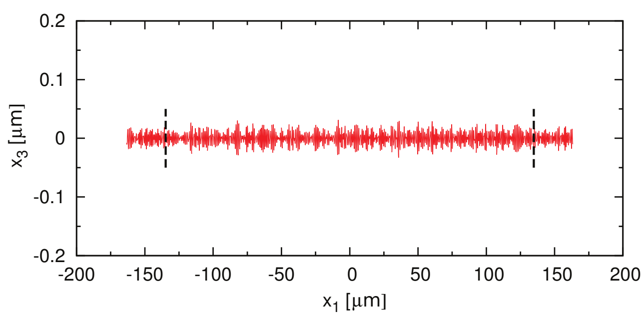

Figura 71. Perfil de la superficie. Entre las líneas verticales punteadas y hacia las orillas de la superficie se tiene la capa absorbedora.

Los resultados del coeficiente de reflexión diferencial promedio se muestran en la figura 72.

De la figura 72 podemos notar que a ángulos cercanos a 90° el valor del coeficiente de reflexión es nulo para el caso que utilizamos capas absorbedoras, esto es debido a

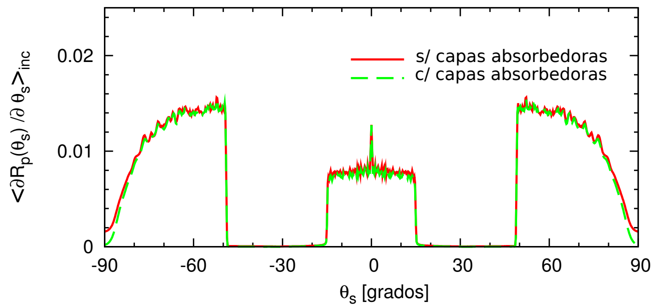

Figura 72. Contribución del coeficiente de reflexión diferencial promedio de la luz esparcida para luz con polarización p con longitud de onda $\lambda = 0.980\mu$m para una superficie de oro caracterizados por los parámetros $\delta = 0.01\mu$m y $a = 15\mu$m. $\epsilon_s(\omega) = -40.44 + i2.97$, $\epsilon_{ca} = -531.62 + i3.0$, $\mu_{ca} = 13.44 + i10.0$ y $\theta_0 = 0°$, $\theta_{max} = \pm 15°$.

que los PPS que se acoplan en la interfaz oro-aire y alcanzan la orilla de la superficie son atenuados por el uso de capas absorbedoras, evitando así fugas de radiación.

Capítulo 7

Métodos experimentales

Los avances recientes en nanotecnología han revelado una amplia perspectiva para el diseño y la realización de dispositivos ópticos novedosos con aplicaciones en procesamiento de información y comunicación. Cuando se utilizan elementos metálicos, el confinamiento de las ondas electromagnéticas asociado con los plasmones polaritones de superficie (PPS) puede ser explotado para guiar luz en regiones mucho más pequeñas que el límite de difracción. Sin embargo, para manipular los PPS es necesario diseñar e instrumentar elementos ópticos para esos modos superficiales tales como espejos, lentes, emisores de luz, multiplexores, etc. Se ha demostrado teóricamente y experimentalmente que incluso los defectos superficiales poco profundos introducen pérdidas significativas cuando un PPS interactúa con ellos [Smolyaninov *et al.*, 1996, 1997, Sánchez-Gil, 1998]. Además, el coeficiente de esparcimiento de los PPS es muy sensible a la forma del defecto [Nikitin *et al.*, 2007]. Es por esto que para lograr con éxito la manipulación de PPS se requiere de estructuras que presenten pérdidas relativamente bajas. Aunque existen varios estudios teóricos de la interacción de PPS con estructuras superficiales [Sánchez-Gil y Maradudin, 1999], no existen estudios experimentales sistemáticos del problema.

Para la manipulación de PPS, se han utilizado obstáculos como surcos y escalones, por lo cual es interesante estudiar problemas tan básicos como la interacción de PPS con canales rectangulares. Además, la fabricación de este tipo de estructuras es relativamente sencilla.

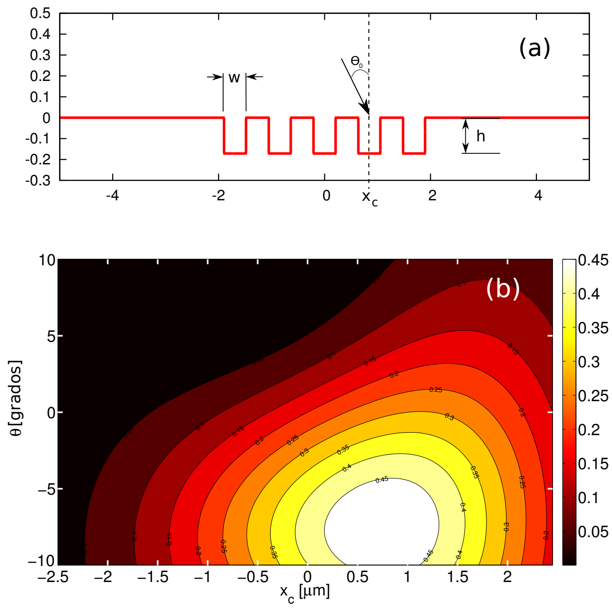

Figura 73. La función del perfil de la superficie diseñada para excitar PPS (arriba). Mapa de contorno de la eficiencia de excitación de los PPS en función de la posición del haz gaussiano y el ángulo de incidencia bajo incidencia normal y oblicua (abajo).

Con la motivación expresada en los párrafos anteriores, este capítulo tiene como objetivo examinar experimentalmente la excitación e interacción de PPS con canales rectangulares.

7.1 Diseño de las estructuras

En la parte experimental de esta tesis estamos interesados, por un lado, en observar la excitación de PPS con las estructuras diseñadas y, por el otro, en la interacción de los PPS con estructuras superficiales, tales como surcos rectangulares.

Sin embargo, para realizar estos experimentos requerimos de varios elementos. Además de la estructura acopladora, necesitamos contar con una técnica para poder visualizar y cuantificar la interacción de PPS con los surcos rectangulares.

En la sección 4.5 presentamos un estudio teórico-numérico de la eficiencia de excitación de PPS con rejillas optimizadas que constan de 5 canales. La geometría considerada se ilustra en la figura 73(a) junto con un mapa de contorno de la eficiencia como función del ángulo de incidencia y de la posición del haz (figura 73(b)). Encontramos que, utilizando una rejilla de este tipo, podemos acoplar hasta el 45% de la luz incidente a PPS. Como hemos visto, el acoplador es robusto pues tiene buena tolerancia con el ángulo de incidencia y la posición del haz incidente. Además, la fabricación de este tipo de acoplador es relativamente sencilla.

En lo que se refiere a la visualización de PPS debemos considerar que, debido a su naturaleza evanescente, éstos no pueden ser visualizados directamente en el campo lejano, por lo que tienen que ser visualizados con técnicas de campo cercano ó de fuga de radiación, por ejemplo. Sin embargo, otra manera de obtener información de los PPS es desacoplándolos y permitiendo que se propaguen como ondas de volumen, lo cual se puede lograr a través de una rejilla idéntica a la acopladora. Con estos elementos podemos obtener información cualitativa sobre la excitación de PPS y estimar la transmitancia de PPS que inciden de manera normal y oblicua sobre surcos rectangulares.

El diseño propuesto para estimar la eficiencia de excitación de PPS por medio de un surco se muestra en la figura 74. Se alimenta la fibra óptica de iluminación con radiación proveniente de un láser de semiconductor y se coloca su extremo en la cercanía del canal. Los PPS excitados en direcciones opuestas se propagan por las partes planas, a lo largo de x_1. Éstos se desacoplan en las rejillas que se encuentran localizadas a ambos lados del canal, como se observa en la figura 74(b). Desplazando la fibra sobre el canal en la dirección x_2, estaríamos excitando los PPS con canales de ancho W distinto. De esta manera, podemos observar el comportamiento cualitativo de la eficiencia de excitación como función del ancho del canal.

Pasamos ahora a la descripción de experimentos diseñados para estimar la

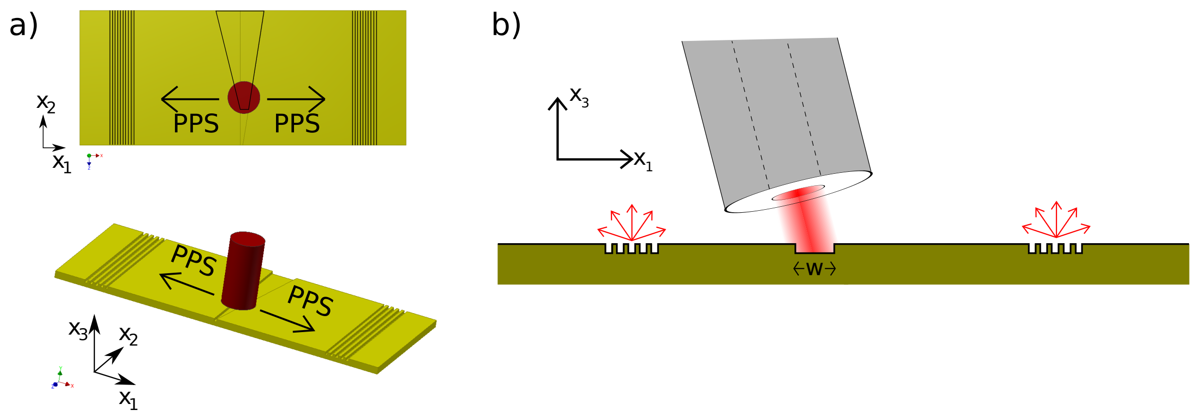

Figura 74. Excitación de PPS con un canal. La luz que proviene de fibra óptica incide sobre un canal excitando PPS a la izquierda y la derecha que son desacoplados en ondas de volumen por la rejilla.

transmitancia de los PPS como función del ancho del canal W. La situación se ilustra en la fig 75. El extremo de la fibra se pone ahora en la cercanía de la rejilla de acoplamiento, lo cual permite la excitación de PPS a la izquierda (ver figura 75(a)). Éstos se propagan en la dirección x_1 negativa y se desacoplan en la siguiente rejilla como se muestra en la figura 75(b). Desplazando la fibra sobre la rejilla en la dirección x_2, estaremos utilizando primero una superficie plana donde no hay canal pero, a partir de cierto punto, los PPS interaccionarán con un canal cuyo ancho W es función de x_2. Para estimar la transmitancia, podemos tomar como referencia la intensidad de la luz que llega a la rejilla de desacoplamiento cuando los PPS se propagan en la sección plana que no tiene canal (ver figura 75(a)). Este diseño permite entonces estimar la transmitancia de los PPS al interaccionar con un canal.

También es de interés estudiar la interacción de PPS con surcos cuando la incidencia es oblicua. Para esto diseñamos una rejilla circular que permite excitar PPS en distintas direcciones y éstos inciden de manera oblicua sobre un surco rectangular. La situación se muestra en la figura 76. La fibra se posiciona sobre la rejilla circular, de manera que la luz que emerge de la fibra se acopla a PPS que se propagan por la sección plana e inciden

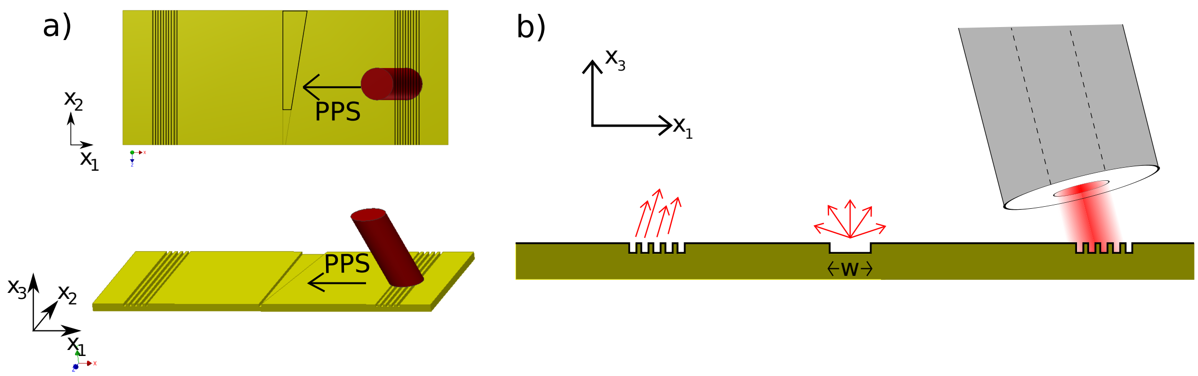

Figura 75. Interacción de PPS con un canal. La luz que proviene de fibra óptica incide sobre una rejilla que acopla luz a PPS. Los PPS se propagan de derecha a izquierda e interaccionan con el canal, la fracción de potencia del PPS que se transmite a través del canal es desacoplada en ondas de volumen por la rejilla.

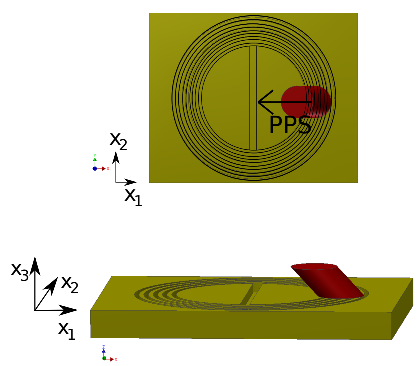

Figura 76. Excitación de PPS con una rejilla circular.

de manera oblicua sobre el canal. Parte de los PPS se reflejan, otros se transmiten hasta llegar al otro lado de la rejilla circular, donde parte de ellos se desacopla. A medida que la fibra se desplaza sobre la rejilla circular, el ángulo de incidencia θ de los PPS cambia. De esta manera, podemos visualizar el comportamiento cuantitativo de la eficiencia como función del ancho del canal.

Antes de fabricar las estructuras, es necesario diseñarlas. Para esto, utilizamos un software del dominio público llamado *Klayout*, donde se especifican la geometría y las medidas de nuestras estructuras. En la figura 77 se muestran los detalles y las medidas

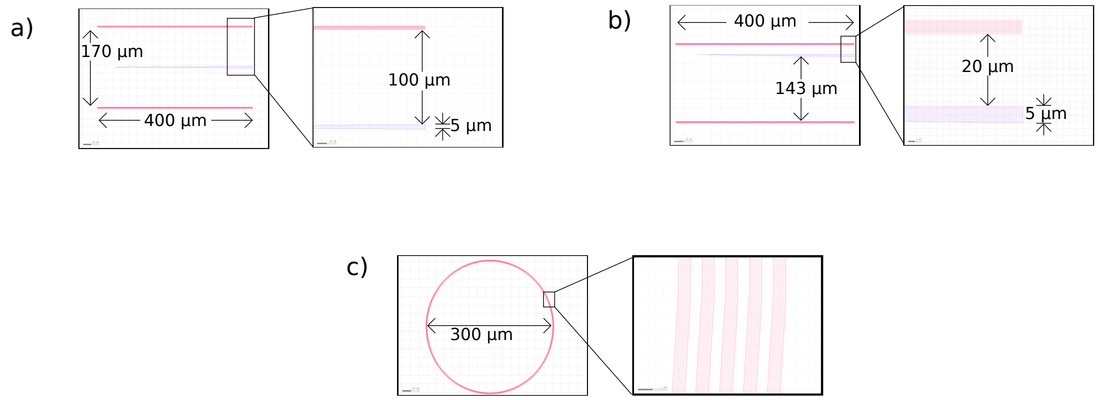

Figura 77. Diseño de las estructuras fabricadas.. (a) Se tiene un canal de ancho variable y a ambos lados de éste, rejillas desacopladoras. El canal toma valores de 50 nm hasta 5 μm. (b) Se tiene una rejilla acopladora que se encuentra a una distancia de 143nm de un canal cuyo ancho varía como función de x_1. La rejilla desacopladora se encuentra a una distancia de 20 μm. El canal toma valores desde 50 nm hasta 5.0 μm. (c) Se tiene una rejilla circular para excitar radialmente PPS. La muestra sin canal sirve como referencia para calcular la transmitancia de las muestras con canal. Todas las rejillas tienen un periodo $T = 0.8575\,\mu$m y ancho $W = 0.4165\,\mu$m.

de los tres diseños explorados.

7.2 Descripción de los experimentos realizados

En esta sección se describe el arreglo experimental y se dan los detalles de los componentes utilizados.

En la figura 78 se muestra un diagrama esquemático del arreglo experimental. La luz que sale del láser semiconductor ($\lambda \approx 980$ nm) se transmite a través de la fibra óptica hasta llegar a la muestra, donde parte de ella se acopla a PPS. Éstos se desacoplan, convirtiéndose en ondas de volumen en la rejilla desacopladora. La luz radiada por esta rejilla es capturada por el objetivo de microscopio, lo cual permite, con la ayuda de otra lente, formar una imagen en la cámara. Aunque no se muestra en la figura 78, se tiene también una fuente de luz blanca que permite iluminar la muestra desde arriba para formar una imagen en el visible. Esta imagen se utiliza, sobre todo, para la alineación. Dependiendo de la imagen que deseemos observar se quita o se pone un espejo móvil

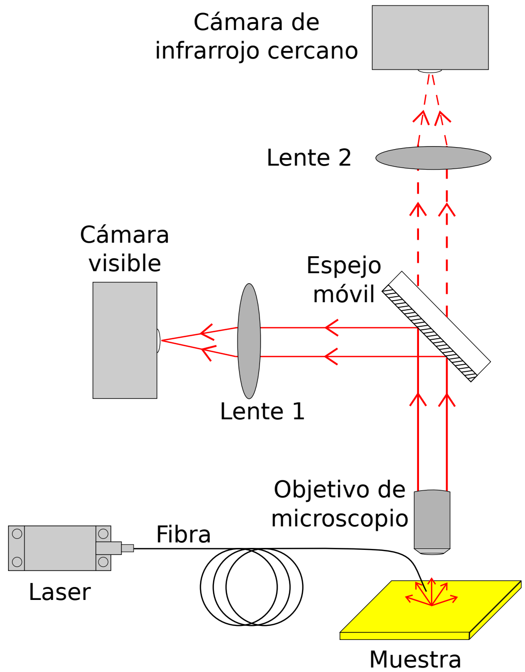

Figura 78. Esquema del arreglo experimental. Un láser a 980 nm ilumina la muestra a través de una fibra óptica. La fibra es colocada casi en contacto con la rejilla de excitación. La luz que se desacopla en ondas de volumen es colectada por un objetivo de microscopio. La luz que sale del objetivo de microscopio es enfocada sobre el sensor de la cámara visible o la de infrarrojo cercano, dependiendo de la zona espectral en la que queremos observar.

que refleja la luz hacia la cámara visible o permite el paso de la luz hacia la cámara de infrarrojo cercano.

Las componentes utilizadas fueron los siguientes:

- Láser NORTEL NETWORKS con longitud de onda de $975 - 985$ nm y potencia de salida de hasta 220 mW. Tiene acoplada (pigtailed) una fibra monomodo.

- Fibra óptica monomodo SMF-28. La longitud de onda de corte $\lambda_{ccf} \leq 1260$ nm, el diámetro del núcleo de la fibra es de $8.2\,\mu$m y el del revestimiento es de $125.0 \pm 0.7\,\mu$m. La abertura numérica es de 0.14, y la longitud de onda de dispersión cero es 1313 nm.

- Cámara uEye UI-I645LE-C-HQ. Sensor CMOS, con 1280×1024 pixeles cuadrados de 5.2 μm de lado. La respuesta espectral es significativa entre 400 nm y 900 nm.

- Cámara para el infrarrojo cercano NIR$-$300. Sensor de InGaAs, con 320×256 pixeles cuadrados de 30 μm de lado. La respuesta espectral es significativa entre 900 nm y 1700 nm.

- Objetivo de microscopio Mitutoyo, M Plan NIR$-$20. Diseñados para aplicaciones en el visible e infrarrojo cercano. La distancia de trabajo es de 20.0 mm, la amplificación es de 20X, y la apertura numérica es de 0.40. Corregido para una longitud del tubo de infinito. La distancia focal de 200 mm.

7.3 Fabricación de las muestras

Las muestras se fabricaron con técnicas de litografía de haz de electrones. La litografía de haz de electrones consiste en barrer, de manera selectiva, un sustrato recubierto por una resina sensible a los electrones con un haz de electrones finamente enfocado. A continuación se explica a grandes rasgos el procedimiento de preparación.

Empezamos con sustratos de silicio (Si) sobre los que se deposita PMMA[1] por la técnica de "spin coating". Es importante que la película delgada sea uniforme y homogénea. Para evaporar el exceso de solventes en la película de PMMA, se colocan las muestras sobre una placa caliente. Una vez preparada la película de PMMA, se realiza la exposición con el haz de electrones, siguiendo el diseño propuesto en las secciones anteriores. Después de la exposición, se revela la muestra con una solución de Methyl Isobutyl Ketone (MIBK) e isopropanol (IPA). Una vez generado el perfil deseado, se deposita una película de oro de 80 nm de espesor por evaporación térmica. La profundidad de piel (skin depth) para el caso del oro es de 12.34nm a la longitud

[1]Poly(methyl methacrylate)

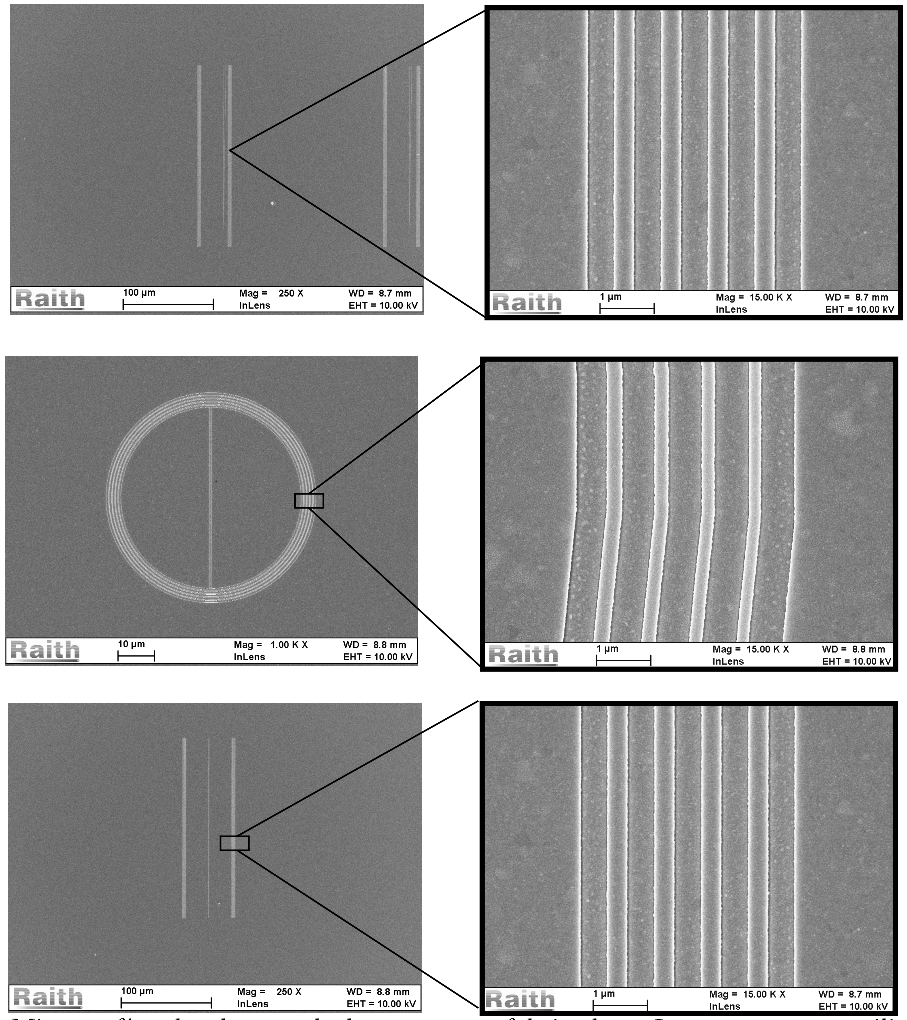

Figura 79. Micrografías de algunas de las muestras fabricadas. Las estructuras utilizadas en los experimentos tienen dimensiones distinas a las de estas imagenes. Las dimensiones utilizadas se pueden encontrar en la figura 77

de onda de trabajo, de manera que se puede considerar que la muestra es de un metal semi-infinito.

Algunas imagenes de las muestras fabricadas, obtenidas con un microscopio electrónico de barrido, se muestran en la figura 79. En la figura 80(b) se muestra un perfil estimado con un Microscopio de Fuerza Atómica (AFM, por sus siglas en inglés).

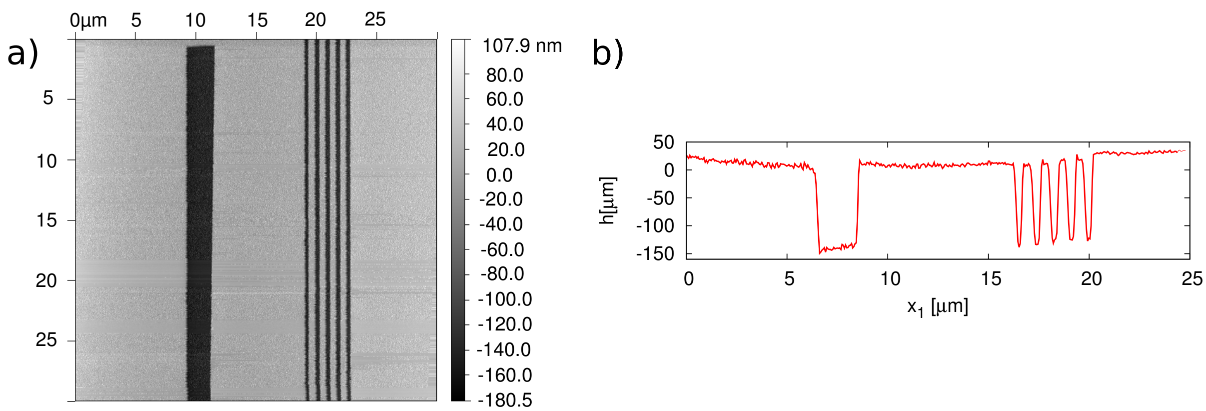

Figura 80. Sección del perfil estimado para una muestra con AFM. En la sección mostrada se aprecia claramente un surco ancho y la rejilla con cinco surcos.

.

7.4 Resultados experimentales

En el experimento se utiliza una fuente de luz de 980 nm conectada a una fibra óptica. La luz que emerge al final de la fibra está elípticamente polarizada. Para acoplar esta radiación a PPS, se aproxima el extremo de la fibra a la rejilla de acoplamiento. Los PPS excitados se propagan por la parte plana de la muestra y se desacoplan al interactuar con el canal o con la rejilla de desacoplamiento. La luz esparcida por estas estructuras es capturada a través con un objetivo de microscopio, produciendo una zona con alta intensidad en la imagen de la muestra, normalmente capturada con una cámara para el infrarrojo.

En la figura 82(a) se muestra la geometría utilizada para el experimento diseñado para estimar el acoplamiento a PPS a través de un canal, como función de su ancho W. Se observa la fibra, las rejillas de desexcitación y el canal de excitación. Los datos se tomaron a partir de imagenes capturadas con la cámara para el infrarrojo cercano. Estas imagenes se procesaron, aislando la parte correspondiente a la contribución de la rejilla de desacoplamiento. Los resultados se muestran en la gráfica de la figura 82(b).

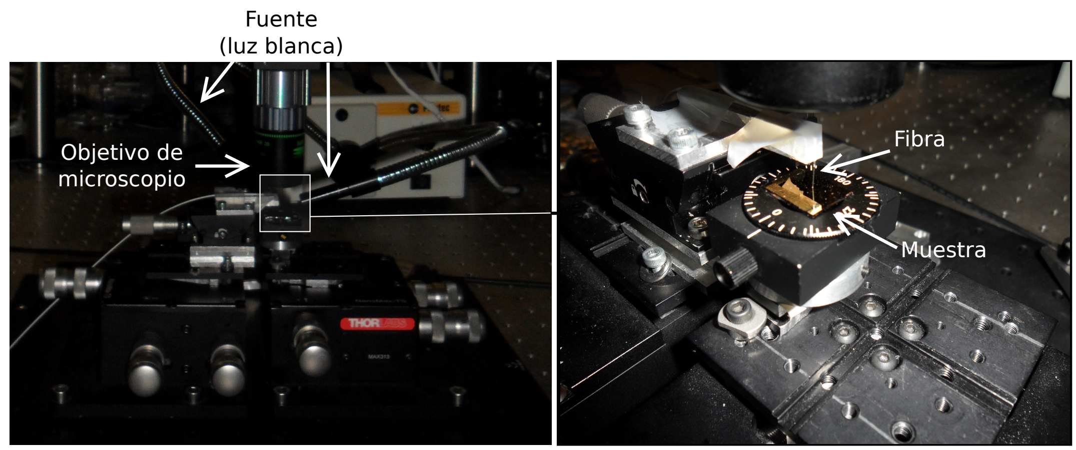

Figura 81. Fotografías del arreglo experimental. La fibra se encuentra sobre una muestra

.

Vemos que la curva teórica presenta oscilaciones con una periodicidad muy cercana a la longitud de onda. La curva que contiene los datos experimentales también presenta oscilaciones. Aunque el contraste de la curva experimental es más bajo, se observa cierta correlación entre los picos y valles de las curvas. El contraste de la curva experimental se ve afectado por la presencia de luz esparcida dentro del sistema que forma la imagen. Dado que se trata de un primer acercamiento a este tipo de mediciones, los resultados son alentadores.

En la figura 83(a) se muestra una imagen con la geometría de la muestra diseñada para estimar la transmitancia de los PPS como función del ancho del canal. En la figura se observan la fibra utilizada para iluminar, las rejillas para acoplar y desacoplar los PPS y el canal de ancho variable. La fibra se desplaza en x_2 sobre la rejilla, como el ancho de canal es función de la posición x_2, éste toma valores que van desde 50 nm hasta 5.0 μm.

Los datos se tomaron a partir de imágenes como la mostrada en la figura 83(a), pero

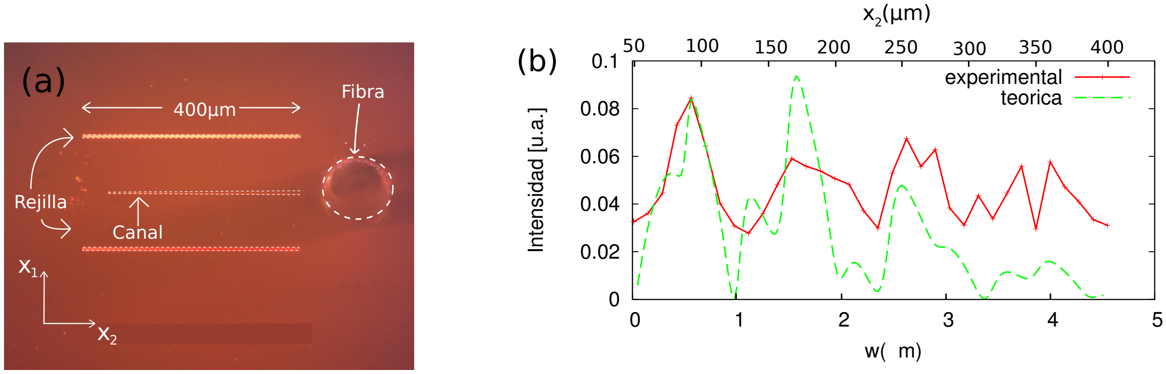

Figura 82. (a) Imagen de reflexión de la muestra y la geometría utilizada para estimar la eficiencia de excitación de luz a PPS. La imagen se tomó con una cámara para el visible uEye iluminada aparte de con la fibra, externamente con luz blanca. Podemos ver que la fibra óptica se encuentra cerca de las rejillas y el canal. La distancia entre la rejilla de excitación y desexcitación es de 170 μm. (b) Gráfica de la excitación de PPS por medio de la luz que proviene de la fibra óptica y que incide sobre un canal cuyo ancho W es función de x_2.

con la cámara infrarroja. Se procesaron las imagenes y se aisló la zona correspondiente a la rejilla de desacoplamiento de los PPS. Tomando como referencia la señal que se obtiene cuando no hay canal, es posible estimar la transmitancia del canal. Los resultados de este procesamiento se muestran en la gráfica de la figura 83(b), junto con una curva teórica del comportamiento esperado. Vemos en este caso que el contraste de la curva experimental es muy bajo, posiblemente porque la excitación de los PPS es más eficiente y las imperfecciones de la muestra contribuyen de una manera más significativa a la luz esparcida en el sistema de formación de imagenes. Sin embargo, si se aprecia una buena correlación entre las oscilaciones de las curvas experimental y teórica. Como en el caso anterior, el contraste de la curva experimental es más bajo que el esperado con base en al curva teórica, pero la correlación en la posición de picos y valles indica que este tipo de experimentos puede, eventualmente, llegar a depurarse para obtener resultados cuantitativos y confiables.

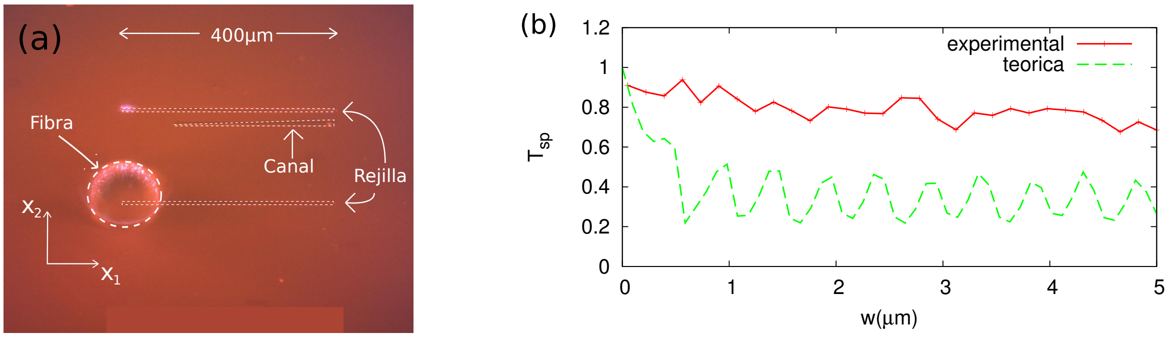

Figura 83. (a) Imagen de reflexión de la muestra y la geometría utilizada para estimar la transmitancia de un surco. La imagen se tomó con una cámara para el visible uEye, además de con la fibra, externamente con luz blanca. Podemos ver que la fibra óptica se encuentra sobre una rejilla de excitación. La rejilla de desexcitación se encuentra a 200 μm de la excitación. (b) Gráfica de la transmitancia de PPS que inciden de manera perpendicular sobre un canal de ancho W. La línea punteada muestra la curva teórica.

.

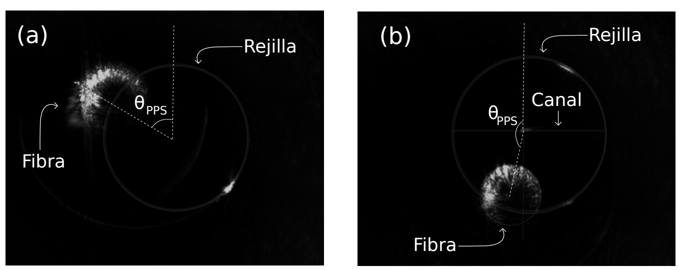

Figura 84. Configuración para interacción de PPS a incidencia oblicua sobre un canal. (a) Se muestra una imagen con una cámara CCD en el infrarrojo para una muestra que tiene una rejilla circular que sirve para acoplar y desacoplar PPS. (b) Igual que en (a) pero a diferencia que la muestra tiene un canal en el centro y se puede apreciar la fracción de luz reflejada y transmitida a través del canal.

El arreglo para estimar la transmitancia de los PPS que inciden de manera oblicua sobre un canal se muestra en la figura 84. Se aprecia la fibra, la rejilla circular de excitación y, en el caso de la figura 84(b), el canal con el que interactúan los PPS.

Los resultados se muestran en la figura 85.

Se observa que, aún sin canal, los datos presentan una oscilación periódica en función del ángulo de incidencia. Esto se debe a que la luz que sale de la fibra está elípticamente polarizada y que, por lo tanto, la eficiencia de excitación depende de la orientación de

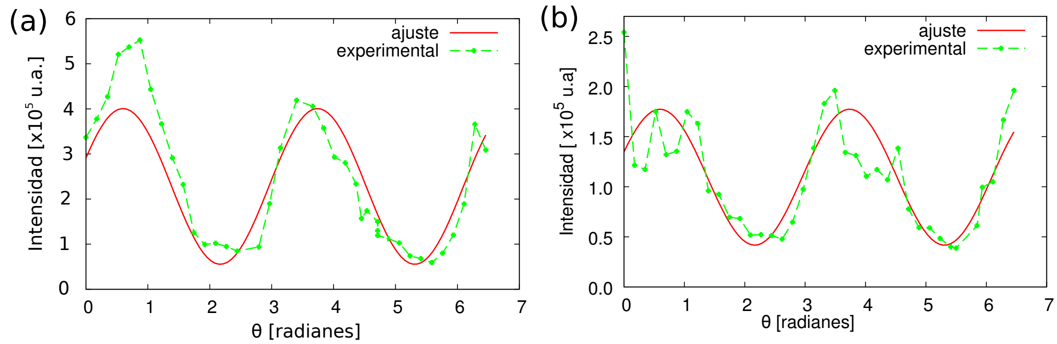

Figura 85. Fracción de potencia de PPS que interaccionan con: (a) sin canal y, (b) un canal de ancho $W = 475$ nm; y que es desacoplada en ondas de a través de una rejilla con periodo $T_g = 865$ nm y ancho $W_g = 527$ nm.

la elipse en un sistema de referencia local, orientado a lo largo del radio de la rejilla circular. Sin embargo, salvo errores en la determinación del ángulo, esta dependencia de la posición angular de la fibra es la misma para las dos curvas. Otra observación importante es que las curvas de la figura 85 deben tener simetría tipo cuatro (four-field symmetry). Es decir, que estas figuras contienen en realidad la misma información medida cuatro veces.

Dadas estas observaciones, los datos se procesaron de la siguiente manera. Cada curva se obtuvo realizando un ajuste por mínimos cuadrados no lineales para una ecuación del tipo $y = A\cos(2\theta + \phi) + C$. Los valores de las constantes se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Valores del ajuste de la curva. $y = A\cos(2\theta + \phi) + C$

Gráfica	A [$\times 10^5$ u.a.]	C [$\times 10^5$ u.a.]	ϕ [radianes]
a	1.727	2.281	-1.199
b	0.678	1.095	-1.02

Dado que la fase de la curva debe ser la misma, tomamos su valor promedio. La curva obtenida para la muestra con canal, fue entonces dividida por la curva para la

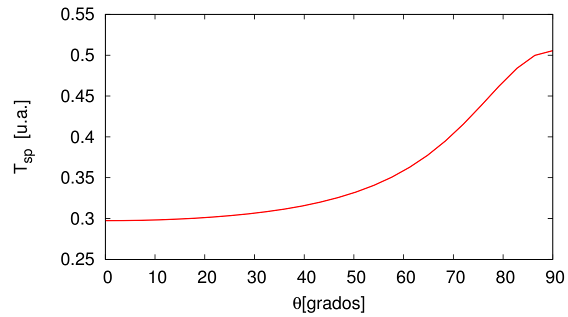

Figura 86. Fracción de potencia de PPS que se transmite a través de un canal de ancho $W = 475$ nm a incidencia oblicua como función del ángulo de incidencia.

muestra sin canal, y el resultado fue normalizado para hacer coincidir el valor de la transmisión a incidencia normal ($\theta = 0$) con el obtenido numéricamente. La curva resultante se muestra en la figura 86.

Podemos notar en la figura 86 que, a medida que aumentamos el ángulo de incidencia, aumenta el coeficiente de transmisión para los PPS. Cuando la incidencia es rasante el coeficiente de transmisión aumenta hasta casi 50%. Aunque es necesario mejorar varios detalles de estos primeros experimentos, es necesario resaltar el hecho de que la curva mostrada en la figura 86, representa la primera estimación experimental del comportamiento de la transmitancia de PPS a incidencia oblicua.

También es importante mencionar que se tomaron datos para otras muestras, pero el ruido en las imagenes no permitió limpiar los datos. Debido a esto, no se presentan los resultados de dichas mediciones.

Capítulo 8

Conclusiones

En este capítulo se presenta un resumen de las aportaciones más importantes del trabajo realizado y en esta tesis, así como las principales conclusiones alcanzadas.

Primeramente, estudiamos el desplazamiento lateral que presenta un haz de luz reflejado en una superficie plana, con respecto a la posición predicha por la óptica geométrica. El fenómeno, que es de relevancia en la teoría de guías de ondas dieléctricas, se conoce como el efecto Goos-Hänchen y ha sido ampliamente estudiado para el caso de haces gaussianos. Encontramos que este fenómeno también se presenta en campos aleatorios y mostramos que existe una equivalencia entre el corrimento Goos-Hänchen de un campo aleatorio y el de un haz gaussiano. Esta equivalencia fue explorada por medio de simulaciones numéricas para varios casos confirmando los resultados teóricos obtenidos.

El tema central en este trabajo es la excitación de plasmones-polaritones de superficie (PPS) usando estructuras superficiales sobre las que se enfoca un haz. Utilizando el método de la ecuación integral, estudiamos numéricamente el acoplamiento de luz a PPS mediante estructuras aisladas como canales, escalones, escalones angulados, puntas y cilindros. Nuestros resultados muestran con estas estructuras se pueden excitar PPS, pero que generalmente la eficiencia de acoplamiento es baja. Entre las estructuras estudiadas, la excepción es el escalón angulado, con el que se pueden alcanzar eficienciencias de hasta un 35%. También exploramos las posibilidades de mejorar la eficiencia de acoplamiento usando estructuras periódicas que consisten de un número pequeño de canales rectangulares. En particular, diseñamos una estructura constituida por cinco canales que tiene una eficiencia de acoplamiento del 45%. Esta estructura compacta es, además, robusta ante pequeños cambios en parámetros como el ángulo de incidencia, la posición del haz y el ancho de los canales.

Para controlar y manipular la propagación de PPS sobre una muestra, consideramos la interacción de éstos con estructuras superficiales, calculando la reflexión y transmisión asociadas a esta interacción. Consideramos principalmente surcos y crestas que, aunque son sencillos, han sido ampliamente utilizados con propósitos de manipulación. Encontramos que, en el caso de canales, la reflectividad es baja ($\sim$ 20%) pero que la transmitancia puede ser alta ($\sim$ 100%). Normalmente, los efectos de absorción son importantes y parecen ser proporcionales a la reflectancia. Por otro lado, para la cresta se puede alcanzar una alta reflectividad ($\sim$ 100%).

Un problema común en las simulaciones numéricas que involucran la excitación de PPS concierne la longitud de la superficie a considerar. Esta longitud debe ser mucho mayor que la longitud de propagación de los PPS, pues de lo contrario se presentarán fugas por radiación y reflexiones espurias. Con esta motivación en mente, propusimos un procedimiento para el diseño de fronteras metal-metal que no presentan desempate para la propagación de PPS, pero que presentan una fuerte atenuación en el segundo medio. Para estudiar el desempeño de los medios diseñados, llevamos a cabo simulaciones computacionales basadas en el método de la ecuación integral para el problema de esparcimiento y una condición de frontera de impedancia. Los resultados muestran que, al introducir una frontera con el nuevo medio, los PPS no sufren perturbaciones a lo largo de la sección de interés y que los efectos espurios de reflexión y esparcimiento son mínimos. La implementación de esta técnica es bastante simple y puede ser de utilidad en cálculos de plasmónica y nanofotónica.

Además de estas contribuciones teórico-numéricas, también realizamos trabajo experimental. Se presentan resultados para el acoplamiento y la interacción de PPS con canales rectangulares. Para realizar estos experimentos se fabricaron muestras especiales que contienen rejillas de acoplamiento y desacoplamiento como las diseñadas numéricamente. Con estas muestras fue posible realizar estimaciones de la transmitancia de canales rectangulares tanto a incidencia normal como oblicua. Se trata de los primeros intentos de medir esta transmitancia y, aunque el diseño de las muestras y los experimentos adolece de ciertas fallas, se obtuvo una buena correlación entre las oscilaciones de las curvas experimentales y las teóricas. Las curvas experimentales tienen bajo contraste debido, principalmente, a que la luz que llega a la cámara que forma la imagen de la muestra, contiene contribuciones espurias debido a reflexiones múltiples en las componentes del arreglo. Para el caso de incidencia oblicua encontramos que la transmitancia de los PPS aumenta monotónicamente a medida que aumentamos el ángulo de incidencia. Es importante mencionar que se trata de las primeras mediciones reportadas para PPS que inciden a incidencia oblicua sobre un surco y que tampoco existen resultado teórico rigurosos sobre esta cuestión.

Referencias

Abramowitz, M. y Stegun, I. A. (1970). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover, New York, novena ed.

Barkeshli, K. y Volakis, J. L. (1991). Scattering from narrow rectangular filled grooves. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **39**(6): 804–810.

Barnes, W. L., Dereux, A., y Ebbesen, T. W. (2003). Surface plasmon subwavelength optics. *Nature*, **424**(6950): 824–830.

Baudrion, A.-L., de Leon-Perez, F., Mahboub, O., Hohenau, A., Ditlbacher, H., Garcia-Vidal, F. J., Dintinger, J., Ebbesen, T. W., Martin-Moreno, L., y Krennm, J. R. (2008). Coupling efficiency of light to surface plasmon polariton for single subwavelength holes in a gold film. *Optics Express*, **16**(5): 3420–3429.

Berenger, J.-P. (1994). A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, **114**(2): 185–200.

Born, M. y Wolf, E. (1999). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, Cambridge, séptima ed.

Chao, C.-C., Tu, S.-H., Wang, C.-M., Huang, H.-I., Chen, C.-C., y Chang, J.-Y. (2010). Impedance-matching surface plasmon absorber for FDTD simulations. *Plasmonics*, **5**(1): 51–55.

Depine, R. A. y Simon, J. M. (1982). Diffraction grating efficienciesconformal mapping method for a good real conductor. *Optica Acta*, **29**(11): 1459–1473.

Depine, R. A. y Simon, J. M. (1983). Surface impedance boundary condition for metallic diffraction gratings in the optical and infrared range. *Optica Acta*, **30**(3): 313–322.

Depine, R. A. y Skigin, D. C. (1994). Scattering from metallic surfaces having a finite number of rectangular grooves. *Journal of the Optical Society of America A*, **11**(11): 2844–2850.

Ditlbacher, H., Krenn, J. R., Hohenau, A., Leitner, A., y Aussenegg, F. R. (2003). Efficiency of local light-plasmon coupling. *Applied Physics Letters*, **83**(18): 3665–3667.

Ebbesen, T. W., Genet, C., y Bozhevolnyi, S. I. (2008). Surface-plasmon circuitry. *Physics Today*, **61**(5): 44–50.

Elser, J. y Podolskiy, V. A. (2008). Scattering-free plasmonic optics with anisotropic metamaterials. *Physical Review Letters*, **100**(6): 066402(1–4).

García-Molina, R. A., Maradudin, A. A., y Leskova, T. A. (1990). The impedance boundary condition for a curved surface. *Physics Reports*, **194**(5-6): 351–359.

Goodman, W. J. (1985). *Statistical Optics*. Wiley, New York.

Goodman, W. J. (1996). *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, segunda ed.

Goos, F. y Hanchen, H. (1947). Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion. *Annalen der Physik*, **436**(7-8): 333–346.

Hutley, M. C. y Maystre, D. (1976). The total absorption of light by a diffraction grating. *Optics Communications*, **19**(3): 431–436.

Jackson, J. D. (1975). *Classical electrodynamics*. Wiley, New York, NY., segunda ed.

Johnson, P. B. y Christy, R. W. (1972). Optical constants of the noble metals. *Physical Review B*, **6**(12): 4370–4379.

Knotts, M. E., Michel, T. R., y O'Donnell, K. A. (1993). Comparisons of theory and experiment in light scattering from a randomly rough surface. *Journal of the Optical Society of America A*, **10**(5): 928–941.

Leontovich, M. A. (1948). *Investigations of propagation of radio waves, part. II*. Academy of Sciences, Moscow.

Lu, J., Petre, C., Yablonovitch, E., y Conway, J. (2007). Numerical optimization of a grating coupler for the efficient excitation of surface plasmons at an Ag-SiO_2 interface. *Journal of the Optical Society of America B*, **24**(9): 2268–2272.

Maier, S. A. (2007). *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. Springer, New York, primera ed.

Mandel, L. y Wolf, E. (1995). *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge University Press, Cambridge, primera ed.

Maradudin, A. A. (2011). Comunicación privada.

Maradudin, A. A. y Méndez, E. R. (1994). Theoretical studies of the enhanced backscattering of light from one-dimensional randomly rough metal surfaces by the use of a nonlocal impedance boundary condition. *Physica A*, **207**(1-3): 302–314.

Maradudin, A. A. y Visscher, V. M. (1985). Electrostatic and electromagnetic surface shape resonances. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, **60**(2-4): 215–230.

Maradudin, A. A., Michel, T., McGurn, A. R., y Méndez, E. R. (1990). Enhanced backscattering of light from a random grating. *Annals of Physics*, **203**(2): 255–307.

Maradudin, A. A., Shchegrov, A. V., y Leskovan, T. A. (1997). Resonant scattering of electromagnetic waves from a rectangular groove on a perfectly conducting surface. *Optics Communications*, **135**(4-6): 352–360.

Markel, V. A. (2008). Can the imaginary part of permeability be negative? *Physical Review E*, **78**(2): 026608(1–5).

Maystre, D. y Petit, R. (1976). Brewster incidence for metallic gratings. *Optics Communications*, **17**(2): 196–200.

Mendoza Suárez, A. (1996). *Métodos rigurosos para el esparcimiento de luz por superficies y medios estratificados con perfiles arbitrarios*. Tesis de doctorado, C.I.C.E.S.E., Recuperada de http://biblioteca.cicese.mx/catalogos/tesis/ficha.php?id=10992.

Mendoza-Suárez, A. y Méndez, E. R. (1997). Light scattering by a reentrant fractal surface. *Applied Optics*, **36**(15): 3521–3531.

Nikitin, A. Y., López-Tejeira, F., y Martín-Moreno, L. (2007). Scattering of surface plasmon polaritons by one-dimensional inhomogeneities. *Physical Review B*, **75**(3): 035129(1–8).

Novotny, L. y Hecht, B. (2006). *Principles of Nano-Optics*. Cambridge University Press, Cambridge.

Oulton, R. F., Pile, D. F. P., Liu, Y., y Zhang, X. (2007). Scattering of surface plasmon polaritons at abrupt surface interfaces: implications for nanoscales cavities. *Physical Review B*, **76**(3): 035408(1–12).

Park, T. J., Eom, H. J., y Yoshitomi, K. (1993). An analytic solution for transversemagnetic scattering from a rectangular channel in a conducting plane. *Journal of Applied Physics*, **73**(7): 3571–3573.

Pérez, H. I. (2009). *Propagación y esparcimiento de luz en sistemas con geometrías confinantes*. Tesis de doctorado, C.I.C.E.S.E., Recuperada de http://biblioteca.cicese.mx/catalogos/tesis/ficha.php?id=18037.

Pincemin, F., Maradudin, A. A., Boardman, A. D., y Greffet, J. J. (1994). Scattering of a surface plasmon polariton by a surface defect. *Physical Review B*, **50**(20): 15261–15275.

Radko, I., Bozhevolnyi, S. I., Brucoli, G., Martn-Moreno, L., Garca-Vidal, F. J., y Boltasseva, A. (2008). Efficiency of local surface plasmon polariton excitation on ridges. *Physical Review B*, **78**(11): 115115(1–7).

Radko, I., Bozhevolnyi, S. I., Brucoli, G., Martn-Moreno, L., Garca-Vidal, F. J., y Boltasseva, A. (2009). Efficient unidirectional ridge excitation of surface plasmons. *Optics Express*, **17**(9): 7228–7232.

Raether, H. (1988). *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and Gratings*. Springer, Berlin.

Ritchie, R. H., Arakawa, E. T., Cowan, J. J., y Hamm, R. N. (1968). Surface-plasmon resonance effect in grating diffraction. *Physical Review Letters*, **21**(22): 1530–1533.

Sánchez Gil, J. (1996). Coupling, resonance transmission, and tunneling of surface-plasmon polaritons through metallic gratings of finite length. *Physical Review B*, **53**(15): 10317–10327.

Sánchez-Gil, J. A. (1998). Surface defect scattering of surface plasmon polaritons: Mirrors and light emitters. *Applied Physics Letters*, **73**(24): 3509–3511.

Sánchez-Gil, J. A. y Maradudin, A. A. (1999). Near-field and far-field scattering of surface plasmon polaritons by one-dimensional surface defects. *Physical Review B*, **60**(11): 8359–8367.

Smolyaninov, I. I., Mazzoni, D. L., y Davis, C. C. (1996). Imaging of surface plasmon scattering by lithographically created individual surface defects. *Physical Review Letters*, **77**(18): 3877–3880.

Smolyaninov, I. I., Mazzoni, D. L., y Davis, C. C. (1997). Experimental study of surface-plasmon scattering by individual surface defects. *Physical Review Letters*, **56**(3): 1601–1611.

Stamnes, J. J. (1986). *Waves in focal regions: propagation, diffraction, and focusing of light, sound, and water waves*. Taylor and Francis, London.

Stepanov, A. L., Krenn, J. R., Ditlbacher, H., Hohenau, A., Drezet, A., Steinberger, B., Leitner, A., y Aussenegg, F. R. (2005). Quantitative analysis of surface plasmon interaction with silver nanoparticles. *Optics Letters*, **30**(12): 1524–1526.

Taflove, A. (1995). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, Boston, Mass.

Valencia, C. I., Méndez, E. R., y Mendoza, B. S. (2003). Second-harmonic generation in the scattering of light by two-dimensional particles. *Journal of the Optical Society of America B*, **20**(10): 2150–2161.

Vial, A., Grimaul, A.-S., Macías, D., Barchiesi, D., y de la Chapelle, M. L. (2005). Improved analytical fit of gold dispersion: application to the modeling of extinction spectra with a finite-difference time-domain method. *Physical Review B*, **71**(8): 085416(1–7).

West, C. S. y O'Donnell, K. A. (1995). Observations of backscattering enhancement from polaritons on a rough metal surface. *Journal of the Optical Society of America A*, **12**(2): 390–397.

Wirgin, A. y Maradudin, A. A. (1985). Resonant enhancement of the electric field in the grooves of bare metallic gratings exposed to s-polarized light. *Physical Review B*, **31**(8): 5573–5576.

Zaidi, S. H., Yousaf, M., y Brueck, S. R. J. (1991). Grating coupling to surface plasma waves. i. first-order coupling. *Journal of the Optical Society of America B*, **8**(4): 770–779.

Zavareian, N. y Massudi, R. (2010). Study on scattering coefficient of surface plasmon polariton waves at interface of two metal-dielectric waveguides using g-gfsiem method. *Optics Express*, **18**(8): 8574–8586.

Zayats, A. V. y Smolyaninov, I. I. (2003). Near-field photonics: surface plasmon polaritons and localised surface plasmons. *J. Opt. A.: Pure and Applied Optics*, **5**(4): S16–S50.

Zayats, A. V., Smolyaninov, I. I., y Maradudin, A. A. (2005). Nano-optics of surface plasmon polaritons. *Physics Reports*, **408**(3-4): 131–314.

Apéndice A

La condición de frontera de impedancia en la excitación de PPS

La condición de frontera de impedancia presenta ciertas limitaciones al momento de resolver problemas electromagnéticos que involucren la excitación de PPS. En este apéndice se discuten estas limitaciones, ilustradas por dos situaciones físicas que involucran la excitación de PPS. Estudiamos estos casos usando el método de la ecuación integral mencionado en la sección 2.3 y usando la condición de frontera de impedancia descritas en la sección 2.3.4.

A.1 Absorción total de luz por rejillas metálicas

Debido a que nuestro interés principal es la excitación de PPS, un caso atractivo que decidimos analizar son las rejillas de difracción. Éstas pueden ser utilizadas para le excitación de PPS usando sus propiedades dispersivas (es decir, el uso de órdenes de difracción no especulares). De hecho, ésta excitación de PPS se encuentra conectada con la observación de depresiones o picos en el espectro de luz al cambiar el ángulo de incidencia y en particular, en el orden -1 de difracción.

Mientras que un espejo metálico plano refleja la mayor parte de la luz incidente, una superficie metálica puede convertirse en un absorbedor total si lo corrugamos ligeramente e iluminamos bajo ciertas condiciones. Éstas condiciones dependen del material, y son el ángulo de incidencia, la longitud de onda y valores de la amplitud y el periodo de la rejilla. Este descubrimiento teórico fué hecho por Maystre y Petit [1976] y confirmado experimentalmente por Hutley y Maystre [1976].

Aunque normalmente no se tiene absorción total, se encuentran mínimos muy pronunciados a ciertas longitudes de onda. Para ilustrarlo, analizamos el caso de una rejilla de oro sinusoidal con periodo $T = 0.555\mu$m, iluminada por un haz cuya longitud de onda $\lambda = 0.647\mu$m. La geometría considerada es ilustrada en la fig. 87.

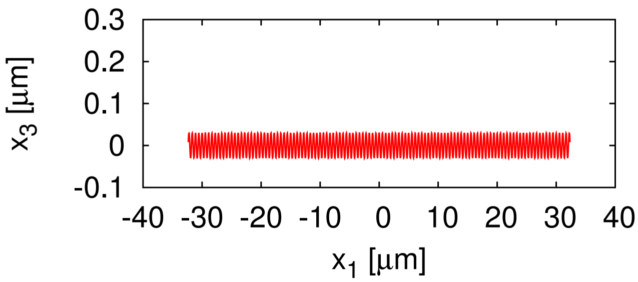

Figura 87. Perfil de la superficie. La rejilla tiene una amplitud $h = 0.030\mu$m, periodo $T = 0.5555\mu$m y es iluminado por un haz gaussiano de longitud de onda $\lambda = 0.647\mu$m centrado a la mitad de la rejilla de longitud total $L_1 = 64.7\mu$m.

El valor que se toma para la constante dieléctrica a esta longitud de onda es $\epsilon_1 = -12.54 + i0.86$ [Johnson y Christy, 1972, Vial *et al.*, 2005]. La rejilla tiene una longitud total $L_1 = 64.7\mu$m y es iluminada con un haz gaussiano cuyo semi-ancho $1/e$ en amplitud es $g = 6.47\mu$m. Los resultados se muestran en la fig. 88.

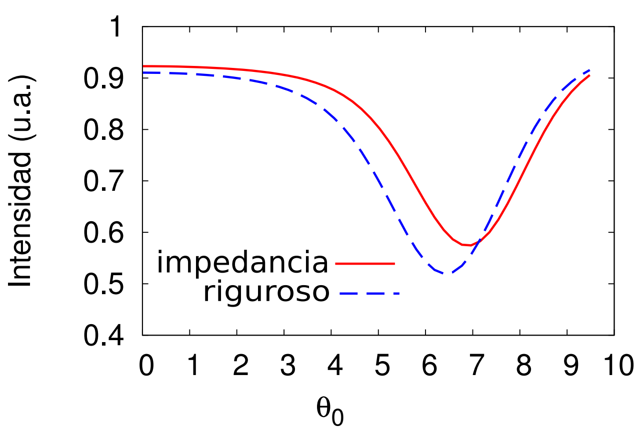

Figura 88. Fracción de potencia reflejada sobre una rejilla sinosoidal metálica como función del ángulo de incidencia θ_0. Los parámetros de la rejilla se pueden encontrar en la fig. 87.

Notamos que, como es de esperarse, las curvas de la reflectancia en la fig. 88

presentan un mínimo. Sin embargo, el mínimo de la curva obtenida utilizando la impedancia se encuentra en una posición distinta a la correspondiente a la solución rigurosa del problema.

Es interesante resaltar que ambas curvas tienen la misma forma. Sin embargo, a medida que nos acercamos a ángulos cercanos al ángulo de mínima reflexión (por la excitación de los PPS), la diferencia entre las curvas es mayor. Por otro lado, en las regiones que no se encuentran cerca del mínimo las reflectancias son parecidas.

A.2 Eficiencia de excitación por rejillas metálicas

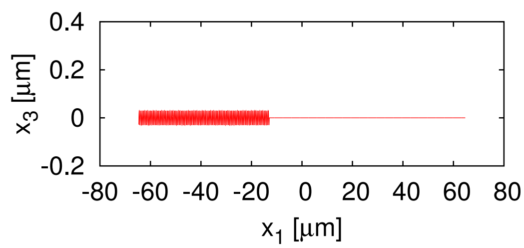

Figura 89. Perfil de la superficie. La rejilla tiene una amplitud $h = 0.030\mu$m, periodo $T = 0.5555\mu$m y es iluminado por un haz gaussiano de longitud de onda $\lambda = 0.647\mu$m centrado a la mitad de la rejilla de longitud total $L_1 = 64.7\mu$m.

En esta subsección analizaremos el caso de una rejilla senosoidal. Sin embargo a diferencia del caso anterior ésta tiene una parte plana hacia la derecha. La situación física es la siguiente. Se acopla la luz incidente a PPS mediante el uso de la rejilla, de manera que éstos se propagan libremente a la derecha sobre la superficie plana. Podemos entonces estudiar los PPS que se propagan libremente por esta superficie y estudiar la potencia óptica acoplada a esta onda superficial. La geometría considerada se muestra en la fig.89.

En nuestros cálculos, la parte correspondiente a la rejilla tiene una longitud $L_g = 51.75\mu$m, mientras que la parte plana tiene una longitud $L_p = 77.57\mu$m. La longitud de propagación de un PPS cuando el valor de su intensidad decae como $1/e$ para una superficie metálica de oro con constante dieléctrica $\epsilon_1 = -12.54 + i0.86$ es de $L_{sp} = 16.622\mu$m. Podemos entonces suponer que los efectos de borde son despreciables. Los resultados se muestran en la fig. 90.

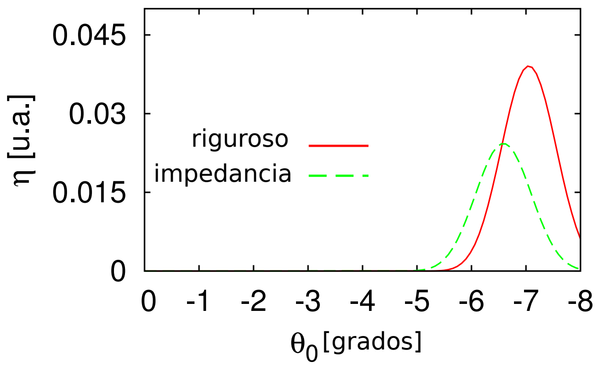

Figura 90. Eficiencia de excitación (η) de luz incidente sobre una una rejilla sinosoidal como función del ángulo de incidencia con y sin la CIS. La rejilla tiene una amplitud $h = 0.030\mu$m, periodo $T = 0.5555\mu$m y es iluminado por un haz gaussiano de longitud de onda $\lambda = 0.647\mu$m centrado a la mitad de la rejilla de longitud total $L_1 = 64.7\mu$m.

Podemos observar en la fig.90 el mismo comportamiento que las gráficas anteriores. Las curvas calculadas para la eficiencia de excitación tienen formas parecidas, sin embargo la posición del máximo de acoplamiento y la amplitud de η son distintas. En éste cálculo la diferencia al usar la impedancia es más evidente debido a que analizamos de manera directa la excitación de PPS calculando la potencia del PPS a la salida de la rejilla.