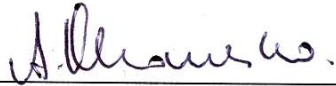
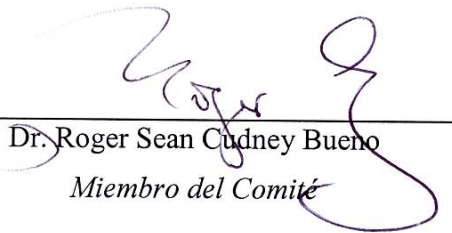


TESIS DEFENDIDA POR  
**FELIPE ORTIZ HUERTA**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



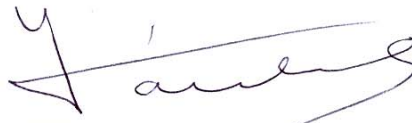
Dr. Anatoli Khomenko Filatova  
*Director del Comité*



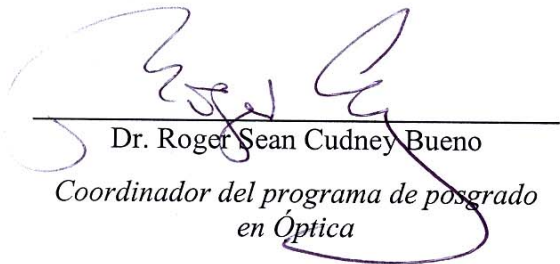
Dr. Roger Sean Cudney Bueno  
*Miembro del Comité*



Dr. Víctor Ruiz Cortés  
*Miembro del Comité*



M.C. Salvador Fernando Farreras Sanz  
*Miembro del Comité*



Dr. Roger Sean Cudney Bueno  
*Coordinador del programa de posgrado  
en Óptica*



Dr. David Hilario Covarrubias Rosales  
*Encargado del Despacho de la  
Dirección de Estudios de Posgrado*

11 de Marzo del 2008

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
DE ENSENADA**



---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN ÓPTICA**

---

**INTERFERÓMETRO ADAPTATIVO CON CRISTAL FOTORREFRACTIVO  
CdTe:Ge**

TESIS QUE PRESENTA

**FELIPE ORTIZ HUERTA**

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS**

Ensenada, Baja California, México, Marzo del 2008.

**RESUMEN** de la tesis de **Felipe Ortiz Huerta**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ÓPTICA con orientación en OPTOELECTRÓNICA. Ensenada, Baja California. Marzo del 2008.

## **INTERFERÓMETRO ADAPTATIVO CON CRISTAL FOTOPRREFRACTIVO CdTe**



---

Dr. Anatoli Khomenko  
Director de Tesis

Un interferómetro adaptativo es bien conocido como una herramienta simple y eficiente para la detección de vibraciones con amplitudes pequeñas en el rango de picómetros. El cristal semiconductor fotorrefractivo CdTe tiene una sensibilidad alta y un tiempo de respuesta corto que lo hace un buen candidato para aplicaciones en interferómetros adaptativos. El presente trabajo de tesis comprende el desarrollo de un interferómetro adaptativo con cristal fotorrefractivo CdTe, así como su investigación experimental y teórica con el objetivo de definir la configuración del interferómetro con la sensibilidad más alta para medición de vibraciones.

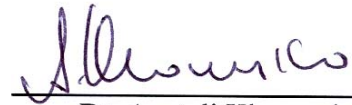
Se investigaron tres configuraciones del interferómetro en el esquema de contra-propagación de haces, el cual nos permite obtener una alta reflexión de la rejilla grabada en el cristal fotorrefractivo. En la parte experimental se determinó la configuración óptima del interferómetro. La sensibilidad máxima alcanzada es de 5 pm cuándo el ancho de banda de frecuencias es 1 Hz.

El análisis teórico fue realizado en base a las ecuaciones de ondas acopladas. Se desarrollo un programa para resolver estas ecuaciones, que nos permite analizar el desempeño de diferentes modificaciones del interferómetro adaptativo para su optimización. Los resultados obtenidos en la investigación numérica están en concordancia con los datos experimentales.

**Palabras clave:** Sensores adaptativos, efecto fotorrefractivo, interferometría.

**ABSTRACT** of the thesis presented by **Felipe Ortiz Huerta**, as a partial requirement to obtain the SCIENCE MASTER degree in OPTICS with major in OPTOELECTRONICS. Ensenada, Baja California, March 2008.

**ADAPTIVE INTERFEROMETER WITH A PHOTOREFRACTIVE CdTe  
CRYSTAL**



---

Dr. Anatoli Khomenko  
Thesis Director

An adaptive interferometer with photorefractive crystal is known as simple and efficient tool for measuring vibrations with small amplitudes in the range of picometers. The semiconductor photorefractive crystal CdTe has high sensitivity and fast response time, which are important advantages for applications in adaptive interferometer. This thesis work comprises the development, as well as experimental and theoretical investigation of the adaptive interferometer with CdTe crystal. The main objective of the work is determination of the optimal configuration of the interferometer that provides the highest sensitivity for the vibration measurement.

The experiments were conducted with three modifications of the interferometer in the counter-propagation geometry, which allows enhancement of the reflectivity of the grating recorded in the photorefractive crystal. Within the experimental analysis the optimal configuration of the interferometer has been determined. The minimum measurable amplitude of vibration of 5 pm has been demonstrated experimentally with frequency range of 1 Hz.

The theoretical analysis was based on the coupled wave equations. The computer program was developed for analysis and optimization of the adaptive interferometer in different configurations. The theoretical results are in good concordance with the experimental data.

**Keywords:** Adaptive sensors, photorefractive effect, interferometry.

*A mi familia: Laura, Modesto, Ernesto y Laura Gabriela*

## **AGRADECIMIENTOS:**

Agradezco a mis padres, Laura y Modesto, y a mis hermanos, Ernesto y Laura Gabriela, por su apoyo incondicional.

Agradezco al Dr. Anatoli Khomenko por la oportunidad que me dio de trabajar con él y su constante apoyo y asesorías durante el desarrollo de mi tesis.

A los miembros del comité Dr. Roger Cudney, Dr Victor Ruiz y M.C Salvador Farreras por su disposición para revisar la tesis.

A Jorge Acosta y Marco Garcia por la ayuda técnica brindada durante el experimento.

A mis amigos, Josué, Ernesto, David, Pedro, Héctor, Gaby, Raúl, Fernando, Edgar, Mayer, Alicia, Ricardo, Allison, Eduardo, Armando, Dania, Sandino, Daniel, Beto, Nes y Joel por brindarme su amistad.

Al Departamento de Física Aplicada y a la Dirección General del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, (CICESE) por el apoyo durante mi estancia en el programa de maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca durante los dos años de maestría.

*The only real valuable thing is intuition.*

*Albert Einstein*

# CONTENIDO

Capítulo	Página
<b>I Introducción</b>	<b>1</b>
I.1 Antecedentes .....	1
I.2 Objetivos .....	3
I.3 Estructura de tesis .....	3
<b>II El efecto fotorrefractivo</b>	<b>4</b>
II.1 Introducción .....	4
II.2 Modelo de transporte de portadores.....	5
II.3 Generación del campo eléctrico interno con iluminación sinusoidal .....	7
II.3.1 Campo eléctrico interno debido al mecanismo de difusión.....	13
II.4 Modulación del índice de refracción por campo espacio-carga .....	14
II.5 Mezclado de ondas en un medio fotorrefractivo .....	21
II.5.1 Mezclado de dos ondas degenerativo .....	22
II.5.2 Mezclado co-direccional de dos ondas .....	24
II.5.3 Mezclado contra-direccional de dos ondas.....	28
II.6 Interferometría adaptativa.....	31
II.7 Características principales del CdTe:Ge .....	33
II.8 Relación señal a ruido .....	33
<b>III Resultados experimentales</b>	<b>35</b>
III.1 Introducción .....	35
III.2 Arreglo experimental .....	35
III.3 Resultados y discusiones .....	37
III.3.1 Interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador .....	43
III.3.1.1 Tiempo de respuesta del interferómetro adaptativo.....	45
III.3.1.2 Límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador .....	46
III.3.2 Interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador .....	52
III.3.2.1 Límite de detección del interferómetro con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador .....	54
III.3.3 Interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ” .....	56
III.3.3.1 Límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ” .....	59
III.4 Análisis de resultados experimentales .....	61



## CONTENIDO (continuación)

Capítulo	Página
<b>IV Simulación numérica</b>	<b>64</b>
IV.1 Introducción.....	64
IV.2 Ecuaciones vectoriales para el mezclado contra-direccional de dos ondas.....	64
IV.3 Diagramas de flujo para la solución numérica .....	67
IV.4 Resultados numéricos .....	71
IV.4.1 Resultados numéricos usando un interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador .....	71
IV.4.1.1 Resultados numéricos del límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador .....	72
IV.4.1.2 Optimización del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador .....	74
IV.4.2 Resultados numéricos del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador .....	75
IV.4.2.1 Resultados numéricos del límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador .....	76
IV.4.2.2 Optimización del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador .....	78
IV.4.3 Resultados numéricos usando un interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ” .....	79
IV.4.3.1 Resultados numéricos del límite de detección del interferómetro con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ” .....	80
IV.4.3.2 Optimización del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ” .....	82
IV.5 Análisis de resultados numéricos .....	82
<b>V Conclusiones</b>	<b>88</b>
<b>VI Bibliografía</b>	<b>90</b>

## Lista de Figuras

Figura	Página
1. Modelo de redistribución de cargas eléctricas en un cristal fotorrefractivo. ....	6
2. Rejillas de índice producidas por el patrón de interferencia. (a) Patrón de interferencia, (b) densidad de cargas, (c) campo eléctrico interno, (d) rejilla de índice. ....	10
3. Sección transversal de la elipsoide de índices en el plano $xy$ de un cristal cúbico. ....	18
4. (a) Una rejilla de volumen es inducida por un par de haces $(A_1, A_2)$ . (b) Rayo $A_2$ es difractado por la rejilla produciendo rayo $A_1$ . (c) Rayo $A_1$ es difractado por la rejilla produciendo rayo $A_2$ .....	22
5. Mezclado de dos ondas co-direccional. ....	25
6. Mezclado de dos ondas contra-direccional. ....	28
7. Interferómetro adaptativo. ....	32
8. Arreglo experimental utilizando una placa de $\lambda/4$ o QWP por sus siglas en inglés, “quarter-wave plate”. ....	35
9. Dimensiones del CdTe:Ge con sus respectivos ejes cristalográficos .....	37
10. (a) Luz pasa por $[111]$ con polarización paralela a $[\bar{1}1\bar{2}]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoeléctrico manteniendo una frecuencia constante. ....	38
11. (a) Luz pasa por $[111]$ con polarización paralela a $[1\bar{1}0]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoeléctrico manteniendo una frecuencia constante. ....	39
12. (a) Luz pasa por $[11\bar{2}]$ con polarización paralela a $[111]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoeléctrico, manteniendo una frecuencia constante. ....	40

## Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página
13. (a) Luz pasa por $[11\bar{2}]$ con polarización paralela a $[1\bar{1}0]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoeléctrico manteniendo una frecuencia constante.....	41
14. Respuesta del piezoeléctrico.....	44
15. Amplitud del primer armónico variando el desplazamiento del piezoeléctrico a una frecuencia constante (100Hz).....	44
16. Frecuencia de corte para el CdTe:Ge.....	45
17. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.....	46
18. Nivel promedio de la modulación de amplitud de la señal óptica para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.....	47
19. Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa reparadora de “ $\lambda/4$ ”.....	48
20. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.....	50
21. Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.....	51
22. Arreglo experimental utilizando una placa de “ $\lambda/2$ ” o HWP por sus siglas en inglés, “half-wave plate”.....	53
23. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.....	53
24. Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.....	54
25. Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.....	55

## Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página
26. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de " $\lambda/2$ ".	55
27. Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de " $\lambda/2$ ".	56
28. Arreglo experimental utilizando una placa de " $\lambda/2$ " ( <i>HWP</i> ), y una placa de " $\lambda/4$ " ( <i>QWP</i> ) sin el uso de un polarizador.	57
29. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de " $\lambda/2$ " y una de " $\lambda/4$ ".	58
30. Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos de la placas retardadoras de " $\lambda/2$ " y " $\lambda/4$ ".	58
31. Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos de la placas retardadoras de " $\lambda/2$ " y " $\lambda/4$ ".	59
32. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos de las placas retardadoras de " $\lambda/2$ " y " $\lambda/4$ ".	60
33. Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos de las placas retardadoras de " $\lambda/2$ " y " $\lambda/4$ ".	60
34. Haces que interfieren entre sí en un cristal fotorrefractivo. SS1 y RR2 son los haces transmitidos correspondientes a S y R respectivamente. SS2 y RR1 son los haces reflejados correspondientes a R y S respectivamente.	65
35. Diagrama de flujo para arreglo con placa " $\lambda/4$ " y polarizador	69
36. Diagrama de flujo para arreglo con placas " $\lambda/4$ " y " $\lambda/2$ "	70
37. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de " $\lambda/4$ " (cálculo numérico).	71
38. Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de " $\lambda/4$ " (cálculo numérico).	72
39. Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de " $\lambda/4$ " (cálculo numérico).	73

## Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página
40. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico). .....	73
41. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico). .....	74
42. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico). .....	75
43. Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico). .....	76
44. Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico). .....	77
45. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico). .....	77
46. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico). .....	78
47. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” y una de “ $\lambda/4$ ” .....	79
48. Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos de la placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ”. .....	80
49. Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos de la placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico). .....	81
50. Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico). .....	81
51. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico). .....	82

## Lista de Figuras (continuación)

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
52. Límite de detección relativo para interferómetros con diferentes placas retardadoras para un interferómetro usando un polarizador a la entrada del fotodetector (cálculo numérico).....	86
53. Límite de detección relativo para interferómetros con diferentes placas retardadoras para un interferómetro usando un polarizador a la entrada del fotodetector, con una polarización lineal para los haces S y R de $31^\circ$ con respecto al eje vertical.....	86
54. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de $0.92\pi$ .....	87

## Lista de Tablas

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
I. Parámetros del CdTe:Ge.....	33
II. Límite de detección relativo para diferentes interferómetros, con respecto a un interferómetro clásico homodino .....	62
III. Límite de detección, considerando al ruido térmico, para diferentes interferómetros.....	62
IV. Límite de detección relativo para diferentes interferómetros (cálculo numérico).....	83
V. Comparación de resultados experimentales y numéricos .....	84
VI. Límite de detección relativo para diferentes interferómetros en su configuración óptima (cálculo numérico).....	85

# Capítulo I

## Introducción

### I.1 Antecedentes

La óptica no lineal consiste en el estudio de la interacción de haces de luz en la materia. Se le llama no-lineal debido a que el material responde no-linealmente a la amplitud del campo eléctrico (Yeh, 1993). Típicamente, solo la luz láser es lo suficientemente intensa para modificar las propiedades ópticas del material (Boyd, 1992).

Sabemos que la propagación de haces de luz en materiales está determinada por el índice de refracción. Si el índice de refracción del medio puede ser controlado por la iluminación de un haz, entonces podemos manipular la propagación del haz por medio de otro haz. Esto nos lleva a una gran variedad de innovación tecnológica basada en el control de la luz por la luz misma (Yeh, 1993).

Entre los materiales ópticos no lineales, existe una familia de materiales que son extremadamente sensibles a la iluminación, a saber, los cristales fotorrefractivos. Dichos cristales tienen la propiedad de cambiar su índice de refracción en la presencia de una iluminación no uniforme (Yeh, 1993).

Los materiales fotorrefractivos han sido sujetos a una investigación extensa en los últimos años. Son capaces de mostrar altas no-linealidades ópticas a niveles de potencia del orden de miliwatts. Esto los hace atractivos para aplicaciones tales como holografía dinámica y conjugación de fase óptica (Strohkendl *et al.*, 1986). Los semiconductores fotorrefractivos (GaAs, InP, CdTe) se caracterizan por un tiempo de respuesta rápido y alta sensibilidad en el rango de longitud de onda cerca al infrarrojo. Estas propiedades son atractivas para aplicaciones en telecomunicaciones ópticas y procesamiento de información. El CdTe provee una mejor sensibilidad fotorrefractiva que el GaAs y el InP debido a que tiene un coeficiente electro-óptico más alto, el cual es aproximadamente tres veces más



grande que el de otros materiales III-V. La alta sensibilidad en el infrarrojo cercano hace al CdTe compatible con los diodos láseres de baja potencia (Pogany *et al.*, 1998).

Un interferómetro adaptativo usando el mezclado de dos ondas en un cristal fotorrefractivo tiene una técnica simple y altamente sensible para medir variaciones de fase bajo condiciones ambientales inestables (Stepanov, 1994). Dos parámetros clave de cualquier interferómetro son la sensibilidad a cambios de fase pequeños y el tiempo de respuesta, el cual define que tan rápido el dispositivo es capaz de adaptarse en un ambiente variable. En algunas aplicaciones industriales en las que se trabaja con altas frecuencias se requiere que el tiempo de respuesta de un cristal fotorrefractivo tendría que ser más rápido que el orden de cientos de microsegundos. Solo los semiconductores fotorrefractivos poseen un tiempo de respuesta tan rápido. Sin embargo, el acoplamiento de haces en estos cristales es menor que en los ferroelectricos tales como  $BaTiO_3$  o  $LiNbO_3$ . Por lo tanto tiene que ser mejorado aplicando un fuerte campo eléctrico de corriente directa o corriente alterna al cristal (Di Girolamo *et al.*, 2007). En el CdTe la mayor ganancia ha sido obtenida con una señal cuadrada de un campo eléctrico externo de corriente alterna. Las desventajas de esta técnica son: la presencia de fuertes campos eléctricos variantes en el tiempo que pueden dañar componentes sensibles del diodo-láser, y el costo de los amplificadores de alto voltaje (Pogany *et al.*, 1998).

En muchas aplicaciones prácticas es deseable deshacerse del uso de campos eléctricos externos. Es bien conocido que un holograma dinámico puede ser grabado en cualquier cristal fotorrefractivo debido a la difusión de los portadores de carga (sin campo externo). Sin embargo, la eficiencia del holograma formado por difusión no es lo suficientemente alta. Además, dicho holograma no puede ser directamente usado para una demodulación de fase eficiente debido a que está caracterizado por un cambio de fase inherente de 0 (o  $\pi$ ) entre los haces que interfieren, resultando en la transformación de fase-a-intensidad menos eficiente (Di Girolamo *et al.*, 2007). Sin embargo, si realizamos ciertas modificaciones al interferómetro que trabaja solo con difusión, lograremos una demodulación de fase lineal la cual nos permitirá una transformación de fase-a-intensidad mucho más eficiente. Las modificaciones necesarias para el interferómetro serán mencionadas en la presente tesis.

## I.2 Objetivos

Son tres los objetivos principales de esta tesis, los cuales consisten en:

- a) Construir un interferómetro adaptativo con el cristal fotorrefractivo CdTe:Ge usando el esquema de contrapropagación de haces.
- b) Investigar la reflectividad de las rejillas de Bragg grabadas en el cristal CdTe:Ge por ondas con diferentes polarizaciones.
- c) Optimizar el interferómetro adaptativo e investigar sus características principales.

## I.3 Estructura de tesis

Esta tesis está dividida en cinco capítulos. En el Capítulo II se da una breve introducción al efecto fotorrefractivo y a la interferometría adaptativa. También se describen algunos parámetros importantes del Telurio de Cadmio dopado con Germanio (CdTe:Ge).

En el Capítulo III se describen los experimentos realizados con el interferómetro adaptativo y se discuten los resultados obtenidos. En el Capítulo IV se presenta una simulación numérica del experimento con sus respectivas discusiones y comparaciones con los resultados experimentales. Finalmente, el Capítulo V contiene las conclusiones de este trabajo.

# Capítulo II

## El efecto fotorrefractivo

### II.1 Introducción

El efecto fotorrefractivo es un fenómeno que se observa en algunos cristales al hacer incidir en ellos un haz de luz que no es uniforme espacialmente. Este fenómeno consiste en un cambio en el índice local de refracción de un medio por la iluminación de un haz de luz con variación espacial de intensidad. Este efecto fue descubierto en 1966 cuando unos investigadores estaban estudiando la transmisión de rayos láser a través de cristales electro-ópticos. Se encontró que la presencia de rayos láser dentro de algunos cristales electro-ópticos causaba una inhomogeneidad del índice de refracción, misma que distorsionaba el frente de onda del rayo láser transmitido. Tal efecto fue referido como “daño óptico”. El efecto fotorrefractivo ha sido desde entonces observado en varios cristales electro-ópticos, a saber:  $\text{BaTiO}_3$ ,  $\text{KNbO}_3$ ,  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ,  $\text{Sr}_{1-x}\text{Ba}_x\text{Nb}_2\text{O}_6$  (SBN),  $\text{Ba}_{2-x}\text{Sr}_x\text{K}_{1-y}\text{Na}_y\text{Nb}_5\text{O}_{15}$  (KNSBN),  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO), GaAs, InP, CdTe, etc (Yeh, 1993).

El mecanismo del efecto fotorrefractivo es resultado de 5 procesos fundamentales que ocurren en cristales electro-ópticos: (1) fotoionización de las impurezas y generación de los portadores de carga; (2) transporte de los portadores de carga; (3) atrape de los portadores de carga y formación de la densidad espacio-carga; (4) formación del campo eléctrico espacio-carga ( $E_{sc}$ ) fotoinducido; (5) formación de la rejilla de índice de refracción vía el efecto electro-óptico lineal (el efecto Pockels). El efecto fotorrefractivo es un fenómeno microscópico y requiere de la generación y transporte de un gran número de portadores de carga (típicamente del orden de  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ). A continuación se describirá un modelo físico clásico el cual describe la mayoría de los fenómenos fotorrefractivos observados.

## II.2 Modelo de transporte de portadores

El modelo de transporte de portadores o de redistribución de cargas eléctricas en un cristal fotorrefractivo se ilustra esquemáticamente en la Figura 1. En este modelo se supone que el medio fotorrefractivo contiene ciertos tipos de impurezas o imperfecciones. Para simplificar más el modelo, suponemos también que todas las impurezas donadoras son idénticas y tienen exactamente el mismo estado de energía en algún lugar en medio de la banda prohibida. Estas impurezas donadoras pueden ser ionizadas al absorber fotones. Como resultado de la ionización, se generan electrones en la banda de conducción, dejando atrás estados vacíos. Tales impurezas ionizadas son capaces de capturar electrones.

Llamaremos  $N_D$  a la densidad de impurezas donadoras, donde  $N_D^i$  son las impurezas ionizadas. La razón de generación de electrones está dada por  $(sI + \beta)(N_D - N_D^i)$ , donde  $s$  es la sección transversal para la fotoexcitación,  $I$  es la intensidad de la luz,  $\beta$  es la razón de generación térmica de los electrones y  $(N_D - N_D^i)$  es la cantidad inicial de impurezas donadoras en el medio listas para ser excitadas por algún fotón. Ahora, la razón de captura de electrones está dada por  $\gamma_R NN_D^i$ , donde  $N$  es la densidad de electrones y  $\gamma_R$  es el coeficiente de recombinación entre los electrones que se encuentran en la banda de conducción ( $N$ ) y los donadores ionizados ( $N_D^i$ ). La ecuación para  $N_D^i$ , despreciando la generación térmica (i.e.,  $\beta \ll sI$ ) puede ser escrita como (Yeh, 1993):

$$\frac{\partial N_D^i}{\partial t} = sI(N_D - N_D^i) - \gamma_R NN_D^i. \quad (1)$$

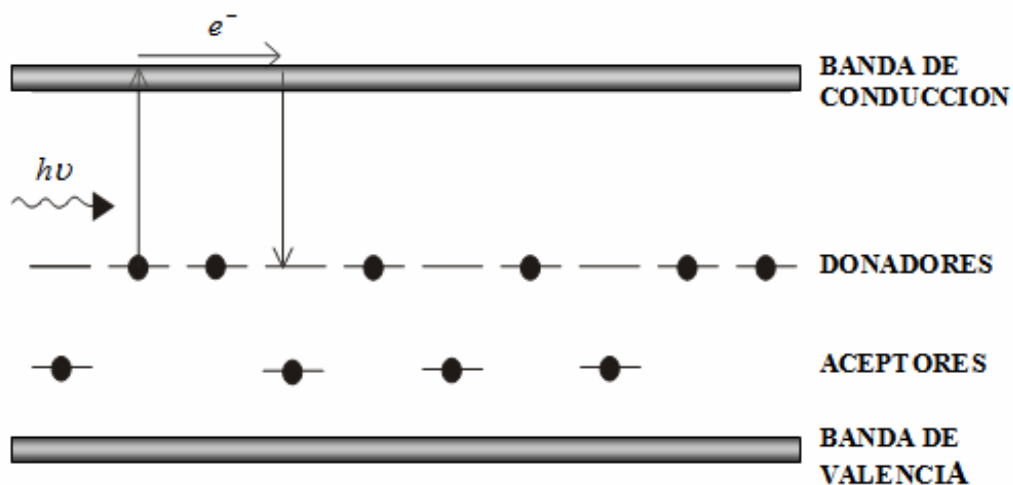


Figura 1. Modelo de redistribución de cargas eléctricas en un cristal fotorrefractivo.

Por cada impureza ionizada, se genera un electrón. Por otro lado, un electrón es eliminado cuando ocurre una recaptura que a su vez llena la impureza vacía. La razón de generación de electrones es la misma que la razón para las impurezas ionizadas, excepto que los electrones son móviles y las impurezas son estacionarias. Lo anterior es esencial para el efecto fotorrefractivo. La ecuación para la densidad de electrones, conocida como la ecuación de continuidad de carga, se expresa de la siguiente manera (Yeh, 1993):

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial N_D^i}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{j}, \quad (2)$$

donde  $\mathbf{j}$  es la densidad de corriente y  $-q$  es la carga del electrón ( $q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ). La corriente no uniforme conduce a una distribución de cargas no uniforme, que a su vez produce un campo espacio-carga que afecta de nuevo el transporte de los portadores. La densidad de corriente se debe tanto a contribuciones del *arrastre* de los portadores de carga por efecto del campo eléctrico, como a la *difusión* debido al gradiente de la densidad de portadores. La densidad de corriente puede ser escrita como (Yeh, 1993):

(3)

$$\mathbf{j} = qN\mu\mathbf{E} + k_B T \mu \nabla N ,$$

donde  $\mu$  es el tensor de movilidad,  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico,  $k_B T$  es el producto de la constante de Boltzmann y la temperatura absoluta en grados Kelvin. Por ultimo, el campo eléctrico obedece la siguiente ecuación de Gauss:

$$\nabla \cdot \hat{\epsilon}\mathbf{E} = \rho(r) = -q(N + N_A - N_D^i), \quad (4)$$

donde  $\hat{\epsilon}$  es el tensor dieléctrico,  $\rho(r)$  es la densidad de carga y  $N_A$  es la densidad de impurezas aceptoras (Yeh, 1993). La presencia de las impurezas aceptoras es esencial para mantener la neutralidad de la carga. En este modelo, estas impurezas aceptoras aparecen solo con el propósito de neutralizar la carga y garantizan que  $N_D^i \neq 0$  antes de iluminar al cristal. No participan directamente en el efecto fotorrefractivo.

## II.3 Generación del campo eléctrico interno con iluminación sinusoidal

Consideremos ahora la incidencia de dos rayos láser en un medio fotorrefractivo. El campo eléctrico es escrito de la forma:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{01} e^{i\omega t - i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r}} + \mathbf{A}_{02} e^{i\omega t - i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}} , \quad (5)$$

donde suponemos que la frecuencia de los dos haces es idéntica.  $\mathbf{A}_{01}$  y  $\mathbf{A}_{02}$  son las amplitudes y  $\mathbf{k}_a$  y  $\mathbf{k}_b$  son sus respectivos vectores de onda. Si los estados de polarización de estas dos ondas no son ortogonales, éstas formarán un patrón de interferencia con una intensidad dada por:

$$I(r) = I_0 + \text{Re}\{I_1 e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}\}, \quad (6)$$

donde

$$I_0 = |\mathbf{A}_{01}|^2 + |\mathbf{A}_{02}|^2, \quad (7)$$

$$I_1 = 2\mathbf{A}_{02} \cdot \mathbf{A}_{01}^*, \quad (8)$$

y  $\vec{K}$  es el vector de onda definido como

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_b - \mathbf{k}_a. \quad (9)$$

La magnitud del vector de onda de la rejilla está relacionado con el período ( $\Lambda$ ) del patrón de interferencia dado a su vez por:

$$K = 2\pi / \Lambda. \quad (10)$$

La máxima visibilidad de las franjas ocurre cuando las dos ondas se encuentran polarizadas en la misma dirección y tienen la misma magnitud ( $A_{01} = A_{02}$ ). La intensidad para este caso está dada por:

$$I = I_0 (1 + \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})), \quad (11)$$

la cual representa un arreglo de franjas de interferencia. Las franjas oscuras ocurren cuando  $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = (2m+1)\pi$ , donde  $I = 0$ .

Ahora consideremos este patrón de interferencia dentro del medio fotorrefractivo. En las regiones iluminadas cerca de  $\cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) = 1$  y  $I = 2I_0$ , las cargas fotoionizadas son generadas por la absorción de fotones. Estos portadores de carga se alejan de las regiones iluminadas dejando atrás impurezas donadoras ionizadas, cargadas positivamente.

Si estos portadores de carga son atrapados en las regiones oscuras del patrón de interferencia, se van a quedar ahí debido a que no hay luz para excitarlas de nuevo. Esto lleva a una separación de cargas como se muestra en la Figura 2. Como resultado de la iluminación con intensidad periódica en el medio fotorrefractivo las regiones oscuras están cargadas negativamente y las regiones iluminadas están cargadas positivamente. El componente fundamental de la densidad espacio-carga puede ser escrito como:

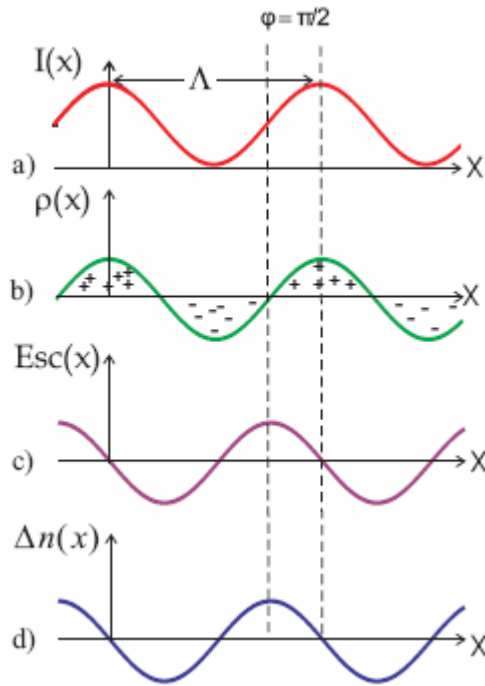
$$\rho = \rho_0 \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}),$$

donde  $\rho_0$  es una constante. Ahora, si integramos la ecuación de Gauss (Ec. 4), nos lleva a:

$$\mathbf{E} = \rho_0 \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{K} \cdot \hat{\boldsymbol{\epsilon}} \mathbf{K}} \text{sen}(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}). \quad (13)$$

Note que el campo eléctrico espacio-carga esta desfasado  $\pi/2$  con respecto al patrón de intensidad. Este campo de espacio-carga inducirá un cambio en el índice de refracción vía efecto Pockels. La Figura 2 nos muestra la variación espacial del patrón de interferencia, la densidad espacio-carga, el campo espacio-carga y el cambio de índice inducido.





**Figura 2. Rejillas de índice producidas por el patrón de interferencia. (a)Patrón de interferencia, (b)densidad de cargas, (c)campo eléctrico interno, (d)rejilla de índice.**

Dado el patrón de intensidad de la Ec. (6), tenemos que resolver para el campo espacio-carga en función de  $\mathbf{r}$  y  $t$  usando las Ecs. (1) a (4). No existen soluciones generales para estas ecuaciones. Por lo pronto, examinaremos la situación en estado estacionario. Haciendo cero a las derivadas en tiempo, obtenemos las siguientes ecuaciones de estado estacionario:

$$sI(N_D - N_D^i) - \gamma_R NN_D^i = 0, \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (15)$$

$$\mathbf{j} = qN\mu\mathbf{E} + k_B T \mu \nabla N, \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \hat{\epsilon} \mathbf{E} = \rho(\mathbf{r}) = -q(N + N_A - N_D^i). \quad (17)$$

Usando estas ecuaciones, podemos resolver  $\mathbf{E}$  en términos de intensidad  $I(\mathbf{r})$ . Existen soluciones disponibles cuando la modulación de intensidad es pequeña, es decir,  $|I_1| \ll I_0$ . Bajo tal condición, podemos ignorar términos armónicos espaciales de mayor orden, y las soluciones de estado estacionario pueden ser escritas como:

$$N(\mathbf{r}) = N_0 + \text{Re}\{N_1 e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}\}, \quad (18)$$

$$N_D^i(\mathbf{r}) = N_{D0}^i + \text{Re}\{N_{D1}^i e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}\}, \quad (19)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = j_0 + \text{Re}\{j_1 e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}\}, \quad (20)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 + \text{Re}\{\mathbf{E}_1 e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}\}, \quad (21)$$

donde  $N_0, N_{D0}^i, \mathbf{j}_0, \mathbf{E}_0, N_1, N_{D1}^i, \mathbf{j}_1, \mathbf{E}_1$  son constantes.

Consideremos el caso de iluminación periódica cuando  $I_1 \neq 0$ . Empleando las Ecs. (18) a (21) y rechazando los términos de mayor orden tenemos:

$$sI_1(N_D - N_{D0}^i) + sI_0(-N_{D1}^i) - \gamma_R N_1 N_{D0}^i - \gamma_R N_0 N_{D1}^i = 0, \quad (22)$$

$$sI_0(N_D - N_{D0}^i) - \gamma_R N_0 N_{D0}^i = 0, \quad (23)$$

$$\mathbf{K} \cdot (qN_1 \mu \mathbf{E}_0 + qN_0 \mu \mathbf{E}_1 - ik_B T \mu \mathbf{K} N_1) = 0, \quad (24)$$

$$-i\mathbf{K} \cdot \hat{\varepsilon} \mathbf{E}_1 = -q(N_1 - N_{D1}^i), \quad (25)$$

$$N_0 + N_A - N_{D0}^i = 0. \quad (26)$$

Recordemos que en estas ecuaciones  $N_A, N_D$ , y  $\mathbf{E}_0$  son constantes.  $N_0$  y  $N_{D0}^i$  pueden ser obtenidas al resolver las Ecs. (23) y (26). Las otras 3 ecuaciones se usan para resolver  $N_1, N_{D1}^i$ , y  $E_1$ . Después de varios pasos de manipulación algebraica obtenemos la amplitud del campo espacio-carga (Yeh, 1993):

$$E_1 = \frac{iK \frac{k_B T}{q} - \frac{\mathbf{K} \cdot \hat{\mu} \mathbf{E}_0}{K \langle \mu \rangle} \frac{I_1}{I_0}}{1 + \frac{K^2}{k_D^2} + i \frac{q \mathbf{K} \cdot \hat{\mu} \mathbf{E}_0}{k_B T k_D^2 \langle \mu \rangle}} \quad (27)$$

donde  $k_D$  es conocido como el número de onda de Debye, y esta dado por:

$$k_D^2 = \frac{q^2}{\langle \varepsilon \rangle k_B T} \frac{N_A}{N_D} (N_D - N_A), \quad (28)$$

$\langle \varepsilon \rangle$  es la constante dieléctrica y  $\langle \mu \rangle$  es la movilidad:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\mathbf{K} \cdot \hat{\varepsilon} \mathbf{K}}{K^2}, \quad (29)$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{\mathbf{K} \cdot \hat{\mu} \mathbf{K}}{K^2}, \quad (30)$$

Para llegar a la Ec.(27) , supusimos que hay una pequeña modulación,  $I_1 \ll I_0$  . Cuando el campo  $E_0$  de corriente directa es también paralelo al vector de la rejilla  $\mathbf{K}$  , la Ec. (27) se reduce a:

$$E_1 = \frac{iK \frac{k_B T}{q} - \frac{\mathbf{K} \cdot \mathbf{E}_0}{K} \frac{I_1}{I_0}}{1 + \frac{K^2}{k_D^2} + i \frac{q \mathbf{K} \cdot \mathbf{E}_0}{k_B T k_D^2}} \quad (31)$$

### II.3.1 Campo eléctrico interno debido al mecanismo de difusión

La Ec. (31) se reduce aún más cuando  $E_0 = 0$  (conocido como el caso de difusión pura). El campo eléctrico espacio-carga está dado por:

$$E_1 = \frac{iK \frac{k_B T}{q} \frac{I_1}{I_0}}{1 + \frac{K^2}{k_D^2}}. \quad (32)$$

Analizaremos solo el caso que nos interesa para  $E_1$ , es decir, cuando  $E_0 = 0$ . En la ausencia de un campo eléctrico aplicado, los fotoelectrones son transportados por difusión. La difusión es el resultado del gradiente de la densidad de electrones. Cuando los electrones se generan por la iluminación del haz, se produce una corriente por difusión y las cargas se separan. El campo eléctrico estático producido por la separación de las cargas moverá estos electrones en la dirección contraria (Yeh, 1993). En estado estacionario no hay corriente neta y el campo eléctrico, de acuerdo a la Ec. (3) y suponiendo que  $N_0 = 0$ , está dado por:

$$E = iK \frac{k_B T}{q} \equiv iE_d. \quad (33)$$

Esto es conocido como el campo de difusión. Note que el campo  $E_d$  de difusión es independiente de la densidad de dopantes.

Consideremos ahora a  $E_q$ , que es el máximo campo eléctrico alcanzable (campo de saturación) para una densidad de carga  $N_{D0}^i$  (Yeh, 1993).

$$E = i \frac{qN_{D0}^i}{K\langle\varepsilon\rangle} = i \frac{qN_A}{\langle\varepsilon\rangle K} \equiv iE_q. \quad (34)$$

Usando estos dos parámetros, la amplitud del campo espacio-carga dada por Ec. (32) se escribe:

$$E_1 = \frac{iK \frac{k_B T}{q} \frac{I_1}{I_0}}{1 + \frac{K^2}{k_D^2}} = \frac{iE_d \frac{I_1}{I_0}}{1 + \frac{E_d}{E_q}}. \quad (35)$$

En los cristales fotorrefractivos semiconductores dos tipos de portadores de carga eléctrica (huecos y electrones) participan en la formación del campo interno, creando así dos rejillas de signos opuestos. La competencia entre los dos tipos de portadores disminuye el campo espacio-carga y de esta manera el efecto fotorrefractivo. La disminución del campo puede ser expresado por un factor de competencia que depende de la razón entre las partes de fotoconductividad asociados con electrones y huecos (Picoli *et al.*, 1989). Cuando existe un solo tipo de portadores, el factor de competencia  $\xi = \pm 1$ . Por lo general  $|\xi| < 1$  para los cristales semiconductores, indicando de esta manera la participación de ambos tipos de portadores en la formación de la rejilla. El signo negativo del factor de competencia indica que los huecos son los portadores de carga dominantes, mientras que el signo positivo indica que los electrones son dominantes (Strohkendl *et al.*, 1986).

## II.4 Modulación del índice de refracción por campo espacio-carga

La redistribución de los portadores de carga y la formación del campo eléctrico interno inducen una modulación en el índice de refracción vía el efecto Pockels, que es un efecto electro-óptico de primer orden y por ello también llamado efecto electro-óptico lineal

(López Navarro, 2005). En esta sección el efecto Pockels será discutido de manera general y con un enfoque a las características de los cristales cúbicos fotorrefractivos.

El comportamiento de los índices de refracción en cristales puede ser encontrado fácilmente usando una elipsoide de índices

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1, \quad (36)$$

donde las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  son los ejes principales.  $1/n_x^2$ ,  $1/n_y^2$  y  $1/n_z^2$  son los valores principales del tensor de permitividad  $\eta_{ij}$ .

La propagación de radiación óptica en un cristal puede ser descrita completamente en términos de un tensor de permitividad  $\eta_{ij}$ . Este tensor está definido como  $\eta_{ij} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}^{-1}$ , donde  $\varepsilon_0$  es la permitividad dieléctrica en el vacío. El tensor de permitividad dieléctrico óptico depende de la distribución de cargas positivas y negativas dentro de la red cristalina. La aplicación de un campo eléctrico resultará en una redistribución de las cargas fijas y una ligera deformación de la red iónica. El resultado neto es un cambio del tensor de permitividad óptico. Esto es conocido como el efecto electro-óptico (Yariv y Yeh, 1984). Los coeficientes electro-ópticos están definidos por los factores de proporcionalidad en la siguiente ecuación

$$\eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0) \equiv \Delta \eta_{ij} = \Delta \left( \frac{1}{n^2} \right)_{ij} = r_{ijk} E_k + s_{ijkl} E_k E_l, \quad (37)$$

donde  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico aplicado,  $r_{ijk}$  es el coeficiente electro-óptico lineal (efecto Pockels),  $s_{ijkl}$  es el coeficiente electro-óptico cuadrático (efecto Kerr). En la Ec. (37) se ignoran los términos mayores al cuadrático debido a que estos efectos de mayor orden son muy pequeños para la mayoría de las aplicaciones. El efecto cuadrático fue descubierto en 1875 por J.Kerr, en medios centrosimétricos tales como los líquidos y algunos sólidos, por ejemplo: el benceno, cloroformo, nitrotolueno, agua, etc. El efecto Kerr electro-óptico en

líquidos es asociado comúnmente al alineamiento de moléculas isométricas en la presencia de un campo eléctrico. Entonces, la sustancia se comporta como si fuera un cristal uniaxial en donde el campo eléctrico define el eje óptico. Por otra parte, el efecto electro-óptico lineal fue estudiado por primera vez por F. Pockels en 1893. Este efecto existe solamente en ciertos cristales desprovistos de un centro de simetría, como lo es el telurio de cadmio; en otras palabras, en cristales que no tienen un punto central en el que cada átomo se pueda reflejar en un átomo idéntico. Hay 32 clases de simetría en los cristales, de los cuales 20 pueden mostrar el efecto Pockels. Por cierto, estas mismas veinte clases son también piezoeléctricas. Por tanto, muchos cristales y todos los líquidos se excluyen de la posibilidad de mostrar un efecto electro-óptico lineal (Hecht, 2003).

Debido a que  $\eta_{ij}$  es un tensor simétrico, considerando que el medio es ópticamente inactivo y sin pérdidas, los índices  $i$  y  $j$  de la Ec. (37) pueden ser permutados. Debido a esta simetría de permutación los coeficientes electro-ópticos pueden ser escritos en una versión contraída expresada como:

$$\begin{aligned}
 r_{1k} &= r_{11k} , \\
 r_{2k} &= r_{22k} , \\
 r_{3k} &= r_{33k} , \\
 r_{4k} &= r_{23k} = r_{32k} , \\
 r_{5k} &= r_{13k} = r_{31k} , \\
 r_{6k} &= r_{12k} = r_{21k} .
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

Usando la contracción de índices (Ec. 38), la ecuación de la elipsoide de índices en la presencia de un campo eléctrico se escribe de la siguiente manera:

$$\left(\frac{1}{n_x^2} + r_{1k}E_k\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + r_{2k}E_k\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + r_{3k}E_k\right)z^2 + 2yzr_{4k}E_k + 2zxr_{5k}E_k + 2xyr_{6k}E_k = 0, \quad (39)$$

donde  $E_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) es un componente del campo eléctrico aplicado. Aquí  $k = (1, 2, 3)$  corresponde a los ejes dieléctricos principales  $x, y, z$ , donde  $n_x, n_y, n_z$  son los índices de refracción principales. Esta nueva elipsoide (Ec. 39) se reduce a una elipsoide sin perturbar (Ec. 36) cuando  $E_k = 0$ .

Generalmente los ejes principales de la elipsoide no coinciden con los ejes ( $x, y, z$ ) perturbados (Yariv y Yeh, 1984). Para el caso específico de los cristales cúbicos, los coeficientes electro-ópticos están dados de la forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix} \quad (40)$$

donde  $r_{41} = r_{52} = r_{63}$ .

Usando las Ecs. (39) y (40), considerando también que es un cristal isótropo, es decir,  $n_x = n_y = n_z$ , obtenemos la ecuación del elipsoide de índices en la presencia de un campo eléctrico  $E(E_x, E_y, E_z)$ :

$$\frac{x^2}{n^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{n^2} + 2yzr_{41}E_x + 2zxr_{41}E_y + 2xyr_{41}E_z = 1. \quad (41)$$

Para nuestro primer ejemplo, la luz viaja a través del eje  $[001]$  del cristal, el cual corresponde al eje  $z$  para la Ec. (41). Ahora, haciendo  $z = 0$ , encontramos la intersección



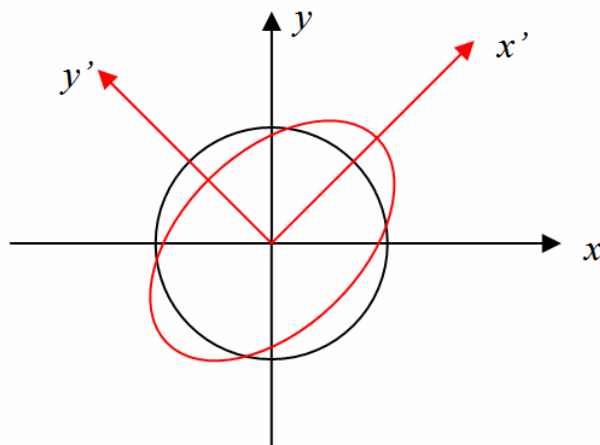
de la elipsoide de índices con el plano normal a la dirección de propagación de la Ec. (41) (Petrov et al., 1991).

$$\frac{x^2}{n^2} + \frac{y^2}{n^2} + 2xyr_{41}E_z = 1. \quad (42)$$

El problema ahora es encontrar un nuevo sistema de coordenadas  $(x', y')$  en el cual la ecuación de la intersección de la elipsoide (Ec. 42) no contenga términos mixtos; esto es, de la forma:

$$\frac{x'^2}{n_x^2} + \frac{y'^2}{n_y^2} = 1, \quad (43)$$

donde  $x', y'$  son las direcciones de los ejes principales de la elipsoide en la presencia de un campo eléctrico. Debido a la simetría de la Ec. (42) en  $x, y$ , las coordenadas  $x', y'$  están relacionadas con  $x, y$  por una rotación de 45 grados, como se indica en la Figura 3.



**Figura 3. Sección transversal de la elipsoide de índices en el plano  $xy$  de un cristal cúbico.**

Usando la siguiente transformación de coordenadas:

$$\begin{aligned} y &= x' \cos 45^\circ - y' \operatorname{sen} 45^\circ, \\ x &= x' \operatorname{sen} 45^\circ - y' \cos 45^\circ, \end{aligned} \quad (44)$$

y sustituyendo en la Ec. (42) tenemos:

$$\left( \frac{1}{n^2} + r_{41} E_z \right) x'^2 + \left( \frac{1}{n^2} - r_{41} E_z \right) y'^2 = 1. \quad (45)$$

Entonces los índices de refracción del sistema de coordenadas  $(x', y')$  están relacionados por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_x'^2} &= \frac{1}{n^2} + r_{41} E_z, \\ \frac{1}{n_y'^2} &= \frac{1}{n^2} - r_{41} E_z. \end{aligned} \quad (46)$$

Despejando los índices de refracción de las ecuaciones anteriores, suponiendo que  $r_{41} E_z \ll n_0^{-2}$ , y aplicando una aproximación por series de Taylor  $\left( (1 + A)^{-1/2} = 1 - A/2 \right)$ , obtenemos las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} n_x' &= n - \frac{1}{2} n^3 r_{41} E_z = n + \Delta n_x, \\ n_y' &= n + \frac{1}{2} n^3 r_{41} E_z = n + \Delta n_y, \end{aligned} \quad (47)$$

donde  $\Delta n = \Delta n_x = -\Delta n_y = -\frac{1}{2}n^3 r_{41} E_z$ , y  $E_z$  es, en nuestro caso, el campo espacio-carga

$$E_{SC} = \text{Re}\{E_1 e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}\}.$$

De esta manera encontramos los índices de refracción correspondientes al nuevo sistema de coordenadas  $(x', y')$  en presencia de un campo eléctrico. En nuestro experimento se trabajó con tres casos diferentes. Mediante un procedimiento similar al ejemplo de esta sección se obtienen las expresiones para cada uno de los siguientes casos:

a) La luz viaja a través del eje  $[110]$ : Para encontrar la intersección de la elipsoide de índices con el plano normal a la dirección de propagación, el eje  $x$  es dirigido hacia el eje cristalográfico  $[1\bar{1}0]$ , el eje  $y$  es dirigido hacia  $[00\bar{1}]$ , y el eje  $z$  hacia  $[110]$ .

$$\begin{aligned} n'_x &= n, \\ n'_y &= n. \end{aligned} \tag{48}$$

b) La luz viaja a través del eje  $[111]$ : Para este caso, el eje  $x$  es dirigido hacia  $[1\bar{1}0]$ , el eje  $y$  es dirigido hacia  $[11\bar{2}]$ , y el eje  $z$  hacia  $[111]$ .

$$\begin{aligned} n'_x &= n + \frac{n^3 r_{41} E_z}{2\sqrt{3}}, \\ n'_y &= n + \frac{n^3 r_{41} E_z}{2\sqrt{3}}. \end{aligned} \tag{49}$$

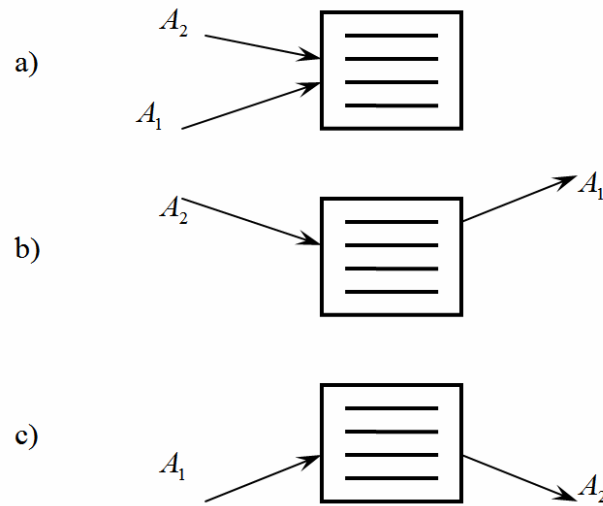
c) La luz viaja a través del eje  $[112]$ : El eje  $z$  es dirigido hacia el eje  $[112]$ .

$$\begin{aligned} n'_x &= n - \frac{n^3 r_{41} E_z}{\sqrt{6}}, \\ n'_y &= n. \end{aligned} \tag{50}$$

Estas expresiones serán utilizadas para sustituirse en la ecuación de onda (Ec. 57) junto con  $A = A_1 + A_2$  para el campo eléctrico y de esta manera investigar con mayor detalle el acoplamiento de dos ondas, que será visto a continuación.

## II.5 Mezclado de ondas en un medio fotorrefractivo

Cuando dos haces de luz coherente se intersectan dentro de un medio fotorrefractivo, la variación periódica de la intensidad debido a la interferencia inducirá una rejilla de índice de refracción. El vector de onda de la rejilla está dado por  $K = \pm(k_2 - k_1)$ , donde  $k_1$  y  $k_2$  son vectores de onda de los haces. La presencia de dicha rejilla afectará la propagación de estos dos haces. De hecho, estas ondas son fuertemente difractadas por la rejilla (Yeh, 1993). El rayo 1 es difractado por la rejilla de tal manera que se propagará en la misma dirección que el rayo 2. Similarmente el rayo 2 es difractado por la misma rejilla causando que se propague en la dirección del rayo 1 (ver Figura 4). En resumen, los dos haces forman una rejilla que luego los difracta, llamándose a este proceso como *auto-difracción* (López Navarro, 2005). Esto lleva a un acoplamiento de energía entre ambos haces, conocido como mezclado de dos ondas.



**Figura 4.** (a) Una rejilla de volumen es inducida por un par de haces  $(A_1, A_2)$ . (b) Rayo  $A_2$  es difractado por la rejilla produciendo rayo  $A_1$ . (c) Rayo  $A_1$  es difractado por la rejilla produciendo rayo  $A_2$

## II.5.1 Mezclado de dos ondas degenerativo

Consideremos primero la interacción de dos rayos láser dentro de un medio fotorrefractivo. Si los dos rayos son de la misma frecuencia, se formará un patrón de interferencia estacionario. El campo eléctrico de las dos ondas será escrito de la siguiente manera:

$$A_j = A_{0j} \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r})], \quad j = 1, 2, \quad (51)$$

donde  $A_1$ ,  $A_2$  son las amplitudes de onda,  $\omega$  es la frecuencia angular, y  $k_1$ ,  $k_2$  son los vectores de onda. Por simplicidad, suponemos que el medio es isotrópico y ambos haces están polarizados perpendicularmente al plano de incidencia. La intensidad del campo eléctrico puede ser escrita como:

$$I = |A|^2 = |A_1 + A_2|^2. \quad (52)$$

Usando la ec. (51) para el campo eléctrico, la intensidad se escribe como:

$$I = |A_{01}|^2 + |A_{02}|^2 + A_{01}^* A_{02} e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}} + A_{01} A_{02}^* e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}, \quad (53)$$

donde

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1. \quad (54)$$

La magnitud del vector  $\mathbf{K}$  es  $2\pi/\Lambda$ , donde  $\Lambda$  es el período del patrón de franjas. La dependencia espacial del índice de refracción tomando en cuenta la rejilla de índice, y utilizando el desarrollo matemático de la sección II.4, puede ser escrita como:

$$n = n_0 + \left[ \frac{n_1}{2} \exp(i\phi) \frac{A_{01}^* A_{02}}{I_0} \exp(-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}) + c.c. \right], \quad (55)$$

donde  $c.c$  representa al complejo conjugado,  $n_0$  es el índice de refracción cuando no hay luz presente,  $\phi$  es real y  $n_1$  es un número positivo y real. La fase  $\phi$  indica el grado en el que la rejilla de índice está desfasada con respecto al patrón de interferencia de la luz. En un medio fotorrefractivo que opera solo por difusión, la magnitud de  $\phi$  es  $\pi/2$  con un signo dependiente de la orientación del cristal y del signo del portador de carga.  $\mathbf{K}$  es el vector de onda de la rejilla y  $I_0$  es la suma de las intensidades:

$$I_0 = I_1 + I_2 \equiv |A_{01}|^2 + |A_{02}|^2. \quad (56)$$

El parámetro  $n_1$  depende del espaciamiento de la rejilla y de su dirección, así como del campo eléctrico formado y de las propiedades materiales del cristal, por ejemplo, el coeficiente electro-óptico.

El cambio de fase entre el patrón de interferencia y la rejilla de índice nos permite la posibilidad de una transferencia de energía entre los dos haces. Para analizar el

acoplamiento, sustituimos la Ec. (55) para el índice de refracción y  $A = A_1 + A_2$  para el campo eléctrico en la siguiente ecuación de onda:

$$\nabla^2 A + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 A = 0, \quad (57)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz. Por simplicidad asumimos que las amplitudes de onda  $A_1$  y  $A_2$  son funciones de  $z$  únicamente. Usando la aproximación de envolvente suave:

$$\left| \frac{d^2}{dz^2} A_j \right| \ll \left| \beta_j \frac{d}{dz} A_j \right| \quad j = 1, 2, \quad (58)$$

despreciamos los términos de segundo orden y obtenemos:

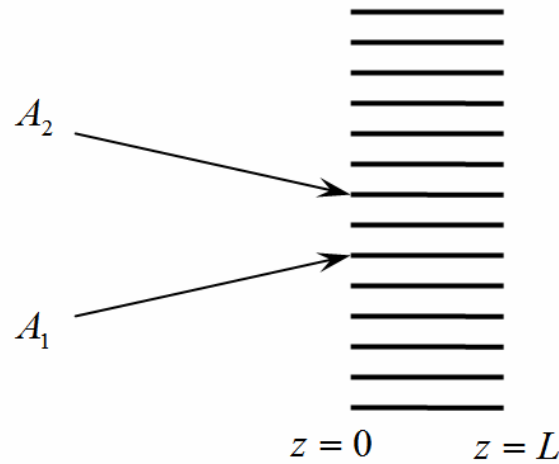
$$2i\beta_1 \frac{d}{dz} A_1 = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} e^{-i\phi} A_2^* A_2 A_1, \quad (59)$$

$$2i\beta_2 \frac{d}{dz} A_2 = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} e^{i\phi} A_1^* A_1 A_2, \quad (60)$$

donde  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son las constantes de propagación de los vectores de onda  $k_1$  y  $k_2$  dentro del medio, respectivamente.

## II.5.2 Mezclado co-direccional de dos ondas

Consideremos el caso en que dos rayos láser de la misma longitud de onda entran al medio por el mismo lado en  $z = 0$ , como se indica en la Figura 5.



**Figura 5. Mezclado de dos ondas co-direccionales.**

Las constantes de propagación están definidas como:

$$\beta_1 = \beta_2 = k \cos \theta = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \cos \theta, \quad (61)$$

donde  $2\theta$  es el ángulo entre los dos haces dentro del medio, y  $n_0$  es el índice de refracción del medio. Sustituyendo la Ec. (61) en las Ecs. (59) y (60), y usando  $(\omega/c) = 2\pi/\lambda$ , obtenemos:

$$\frac{d}{dz} A_1 = -\frac{1}{2I_0} \Gamma |A_2|^2 A_1 - \frac{\alpha}{2} A_1, \quad (62)$$

$$\frac{d}{dz} A_2 = \frac{1}{2I_0} \Gamma^* |A_1|^2 A_2 - \frac{\alpha}{2} A_2, \quad (63)$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de absorción del medio fotorrefractivo y  $\Gamma$  es la constante de acoplamiento definida como:

$$\Gamma = i \frac{2\pi m_1}{\lambda \cos \theta} e^{-i\phi}. \quad (64)$$



Las amplitudes de los haces  $A_1$  y  $A_2$  se reescriben de tal forma que las Ecs. (62) y (63) se puedan escribir en términos de intensidad y fase. Por lo tanto:

$$A_1 = \sqrt{I_1} \exp(-i\psi_1), \quad (65)$$

$$A_2 = \sqrt{I_2} \exp(-i\psi_2), \quad (66)$$

donde  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son las fases de las amplitudes complejas  $A_1$  y  $A_2$ , respectivamente. Entonces, usando Ecs. (65) y (66), las ecuaciones acopladas [ Ecs.(62) y (63) ] se pueden escribir como:

$$\frac{d}{dz} I_1 = -\gamma \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha I_1, \quad (67)$$

$$\frac{d}{dz} I_2 = \gamma \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha I_2, \quad (68)$$

y

$$\frac{d}{dz} \psi_1 = \beta \frac{I_2}{I_1 + I_2}, \quad (69)$$

$$\frac{d}{dz} \psi_2 = \beta \frac{I_1}{I_1 + I_2}, \quad (70)$$

donde  $\gamma$  y  $\beta$  están relacionadas con  $\Gamma$  de la siguiente manera:

$$\Gamma = \gamma + 2i\beta, \quad (71)$$

$$\gamma = \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \sin \phi \quad \text{y} \quad \beta = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \cos \phi. \quad (72)$$

Sabiendo que la fase  $\phi$  nos indica el defasamiento de la rejilla con respecto al patrón de interferencia, ésta puede tomar valores de 0 o  $\pm\pi$  en el caso de formar una rejilla local o valores de  $\pm\pi/2$  en caso de formar una rejilla no-local. En el primer caso ( $\gamma = 0$ ) se lleva a cabo una “*transferencia de fase*” y en el segundo caso ( $\beta = 0$ ) se provoca una *transferencia de energía*. En nuestro experimento se forma una rejilla no-local, por lo tanto nos enfocaremos sobre la transferencia de energía tanto para el mezclado de dos ondas co-direccional como para el mezclado de dos ondas contra-direccional.

Si examinamos las ecuaciones acopladas, Ecs.(67) y (68), observamos que en la ausencia de absorción del material ( $\alpha = 0$ ),  $I_2$  es una función que incrementa con respecto a  $z$ , suponiendo que  $\gamma$  es positivo (Yeh, 1993). Esto indica que la energía está fluyendo del rayo 1 al rayo 2. La dirección del flujo de energía es determinado por el signo de  $\gamma$ , el cual depende, como se había mencionado anteriormente, de la orientación del cristal y el estado de polarización del haz. Las soluciones para las intensidades  $I_1(z)$  y  $I_2(z)$  son:

$$I_1(z) = I_1(0) \frac{1 + m^{-1}}{1 + m^{-1} e^{\gamma z}} e^{-\alpha z}, \quad (73)$$

$$I_2(z) = I_2(0) \frac{1 + m}{1 + m e^{-\gamma z}} e^{-\alpha z}, \quad (74)$$

donde  $m$  es la razón de las intensidades de entrada

$$m = \frac{I_1(0)}{I_2(0)}. \quad (75)$$

En la presencia de absorción del material ( $\alpha > 0$ ),  $I_2$  todavía puede ser amplificado suponiendo que la ganancia debido al acoplamiento de haces es lo suficientemente grande para superar las pérdidas. Para señales de entrada pequeñas con  $I_2(0) \ll I_1(0)$ , la Ec.(74) puede ser escrita como  $I_2(z) = I_2(0) \exp[(\gamma - \alpha)z]$ , suponiendo que  $m \exp(-\gamma z) \gg 1$ .

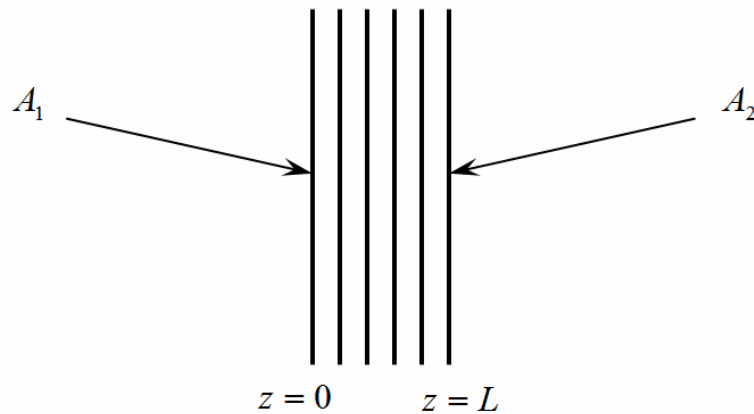
La ganancia óptima ocurre a cierta longitud de interacción, más allá de esta distancia la intensidad de  $I_2(z)$  empieza a decrecer. Para  $m \exp(-\gamma L) \ll 1$ , debido a que la amplificación del haz requiere que  $\alpha < \gamma$ ,  $I_2(L)$  se convierte en  $[I_1(0) + I_2(0)] \exp(-\alpha L)$ . Físicamente, el haz 2 toma toda la energía y más tarde decae exponencialmente debido a la absorción del material.

Si nos referimos a  $A_2$  como la amplitud del haz señal, y a  $A_1$  como la amplitud del haz de bombeo, entonces es conveniente usar el parámetro de ganancia definido como:

$$g = \frac{I_2(L)}{I_2(0)} = \frac{1+m}{1+me^{-\gamma L}} e^{-\alpha L}. \quad (76)$$

### II.5.3 Mezclado contra-direccional de dos ondas

Consideremos ahora el caso en el que dos haces entran al medio por caras opuestas, como el que se indica en la Figura 6.



**Figura 6. Mezclado de dos ondas contra-direccional.**

En el mezclado co-direccional de dos ondas, de acuerdo al principio de conservación de energía, la suma de potencia de los haces es una constante de integración, suponiendo que el medio no tiene pérdidas  $\alpha = 0$ . En el mezclado contra-direccional de dos ondas, es la diferencia de potencia de los haces la que es una constante. Las constantes de propagación están definidas como:

$$\beta_1 = -\beta_2 = k \cos \theta = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \cos \theta, \quad (77)$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre cada uno de los haces y el eje  $z$ . Si sustituimos la Ec. (77) para  $\beta_1$  y  $\beta_2$  en las Ecs. (59) y (60), obtenemos como resultado un par de ecuaciones acopladas similares. Usando las Ecs.(65) y (66), este par de ecuaciones acopladas se convierten en dos pares de ecuaciones:

$$\frac{d}{dz} I_1 = -\gamma \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha I_1, \quad (78)$$

$$\frac{d}{dz} I_2 = -\gamma \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} + \alpha I_2, \quad (79)$$

$$\frac{d}{dz} \psi_1 = \beta \frac{I_2}{I_1 + I_2}, \quad (80)$$

$$\frac{d}{dz} \psi_2 = -\beta \frac{I_1}{I_1 + I_2}, \quad (81)$$

donde  $\gamma$  y  $\beta$  son las constantes de acoplamiento de fase e intensidad dadas por:

$$\gamma = \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \sin \phi \quad \text{y} \quad \beta = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \cos \phi. \quad (82)$$

Comparando con las Ecs. (67) a (70), notamos una diferencia de signo en estas ecuaciones para el segundo haz. Las soluciones de las Ecs. (78) y (79), considerando que  $\alpha = 0$ , son:

$$I_1(z) = -C + [C^2 + B \exp(-\gamma z)]^{1/2}, \quad (83)$$

$$I_2(z) = C + [C^2 + B \exp(-\gamma z)]^{1/2}, \quad (84)$$

donde  $B$  y  $C$  son constantes que están relacionadas con las condiciones de frontera.  $B$  y  $C$  pueden ser expresadas en términos de cualquiera de los cuatro valores de frontera  $I_1(0), I_2(0), I_1(L)$  y  $I_2(L)$ , donde  $L$  es la longitud de interacción. En términos de  $I_1(0)$  y  $I_2(0)$ ,  $B$  y  $C$  están dados por:

$$B = I_1(0)I_2(0), \quad (85)$$

$$C = \frac{[I_2(0) - I_1(0)]}{2}. \quad (86)$$

En la práctica, es conveniente expresar  $B$  y  $C$  en términos de intensidades incidentes, es decir,  $I_1(0)$  y  $I_2(L)$ . En este caso,  $B$  y  $C$  se convierten en:

$$B = I_1(0)I_2(L) \frac{I_1(0) + I_2(L)}{I_2(L) + I_1(0) \exp(-\gamma L)}, \quad (87)$$

$$C = \frac{1}{2} \frac{I_2^2(L) - I_1^2(0) \exp(-\gamma L)}{I_2(L) + I_1(0) \exp(-\gamma L)}. \quad (88)$$

De acuerdo a las ecs. (77) y (78),  $I_1(z)$  y  $I_2(z)$  son funciones decrecientes de  $z$ , asumiendo que  $\gamma$  es positivo y  $\alpha = 0$ . La transmitancia de cada una de las ondas, de acuerdo a las ecs. (83) a (86), es:

$$t_1 = \frac{I_1(L)}{I_1(0)} = \frac{1 + m^{-1}}{1 + m^{-1} \exp(\gamma L)}, \quad (89)$$

$$t_2 = \frac{I_2(0)}{I_2(L)} = \frac{1 + m}{1 + m \exp(-\gamma L)}, \quad (90)$$

donde  $m$  es la razón de intensidad incidente  $m = I_1(0)/I_2(L)$ . Nótese que  $t_1 < 1$  y  $t_2 > 1$  cuando  $\gamma$  es positiva. Es interesante observar que estas expresiones, Ecs. (89) y (90), son idénticas a la transmitancia dada para el acoplamiento co-direccional.

La solución aproximada de las ecuaciones (78) y (79), tomando en cuenta que hay absorción, se expresa de la siguiente manera:

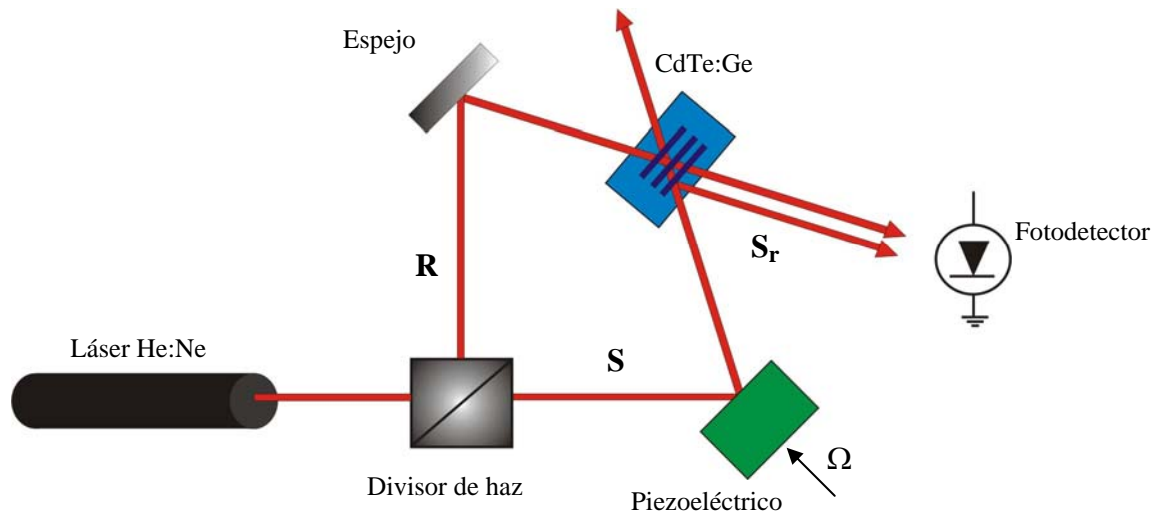
$$I_1^\alpha(z) = I_1^{\alpha=0}(z) \exp(-\alpha z), \quad (91)$$

$$I_2^\alpha(z) = I_2^{\alpha=0}(z) \exp[\alpha(z - L)]. \quad (92)$$

Estas aproximaciones son válidas siempre que  $\alpha \ll |\gamma|$  (Yeh, 1993).

## II.6 Interferometría adaptativa

La Figura 7 nos muestra el arreglo de un interferómetro adaptativo empleando un cristal fotorrefractivo. El haz **S** del interferómetro tiene una modulación de fase de tipo cosenoidal con una amplitud  $A$  y frecuencia  $\Omega$ , produciendo un patrón de interferencia que sufre desplazamientos periódicos dentro del cristal a la misma frecuencia  $\Omega$ .



**Figura 7. Interferómetro adaptativo.**

Cuando el piezoeléctrico oscila a frecuencias bajas  $\Omega \ll 1/\tau_r$ , donde  $\tau_r$  es el tiempo de respuesta del cristal, la rejilla de índice formada dentro del cristal sufrirá un corrimiento correspondientemente, manteniendo una fase  $\phi$  determinada respecto al patrón de interferencia. Por lo tanto cualquier cambio de fase hacia el haz de señal reflejado ( $S_r$ ), provocado por el piezoeléctrico, será contrarrestado por el cambio de fase que producirá la rejilla a este haz, teniendo a la salida una diferencia de fase constante entre el haz  $S_r$  y el haz  $R$  que pasa por el cristal. Debido a esto, un interferómetro adaptativo no requiere de corrección activa de un brazo para conservar una fase constante entre el haz  $S_r$  y el haz  $R$ .

La rejilla se adapta a los cambios lentos en la diferencia de fase de los brazos del interferómetro debido a efectos parásitos como cambio de temperatura ambiente o turbulencia del aire (Rodríguez Zurita y Pastrana Sánchez, 1996).

## II.7 Características principales del CdTe:Ge

La Tabla I muestra los valores de los parámetros más importantes que posee el CdTe:Ge. Vale la pena mencionar que dos cristales cortados de una muestra de cualquier material no siempre tienen parámetros idénticos, pues la uniformidad de los parámetros ópticos y eléctricos de la muestra, son un producto de la técnica de crecimiento utilizada (López Navarro, 2005). Desafortunadamente, el CdTe dopado y de alta resistencia es uno de los cristales más difíciles de reproducir, pero se espera que con la mejora de sus técnicas de crecimiento llegue a ser un importante material fotorrefractivo (Nolte, 1995).

**Tabla I. Parámetros del CdTe:Ge**

Parámetro	Valor	Referencia
Índice de refracción	$n = 2.84$	(Yariv y Yeh, 1984)
Simetría	$\bar{4}3m$	(Yariv y Yeh, 1984)
Constante dieléctrica	$\varepsilon = 9.4$	(Yariv y Yeh, 1984)
Coefficiente electro-óptico	$r_{41} = 4.5 \times 10^{-12} m/V$	(Yariv y Yeh, 1984)
Atenuación	$\alpha = 2.30 cm^{-1}$	x

## II.8 Relación señal a ruido

Para evaluar y comparar el desempeño de interferómetros, el uso del concepto relación señal-a-ruido se vuelve necesario. El desempeño de un sistema óptico puede ser expresado convenientemente en términos de la relación señal-a-ruido del sistema. Esta razón es el cociente de la señal óptica deseada dividida entre el ruido total del sistema. El ruido del sistema se puede clasificar en dos categorías. Una categoría incluye el ruido que



teóricamente puede ser eliminado de dicho sistema, tal como ruido de salida del láser, ruido térmico de la electrónica de detección y fluctuaciones aleatorias del camino óptico. La segunda categoría de ruido incluye ruido que no puede ser eliminado del sistema. Tal ruido es asociado con los efectos cuánticos de la luz y es conocido como ruido cuántico (Wagner y Spicer, 1987).

La relación señal-a-ruido ó SNR por sus siglas en inglés “*signal-to-noise ratio*”, considerando exclusivamente al ruido cuántico, se escribe como (Di Girolamo *et al.*, 2006):

$$SNR = \frac{Q\Delta P_s}{\sqrt{P_s}}, \quad \text{con} \quad Q = \sqrt{\frac{\eta}{4\Delta f h\nu}}. \quad (93)$$

donde  $\Delta P_s$  es la amplitud pico de la señal óptica,  $P_s$  es el nivel promedio de intensidad en el fotodetector,  $h\nu$  es la energía del fotón,  $\eta$  es la eficiencia cuántica del fotodetector y  $\Delta f$  es el ancho de banda de la electrónica de detección.

## Capítulo III

### Resultados experimentales

#### III.1 Introducción

En este capítulo se describen tres esquemas de un interferómetro adaptativo desarrollado en el laboratorio, así como sus respectivos resultados y discusiones en el presente trabajo. En lo referente a los resultados experimentales, se obtuvieron las características principales para cada esquema, como son: su sensibilidad, amplitud de modulación e intervalo dinámico.

#### III.2 Arreglo experimental

El arreglo experimental que se ilustra en la Figura 8 tiene un láser de He:Ne que emite la luz con una longitud de onda de  $1150 \text{ nm}$  que será dividido en dos haces, uno al que llamaremos haz de la señal y otro que será el haz de referencia.

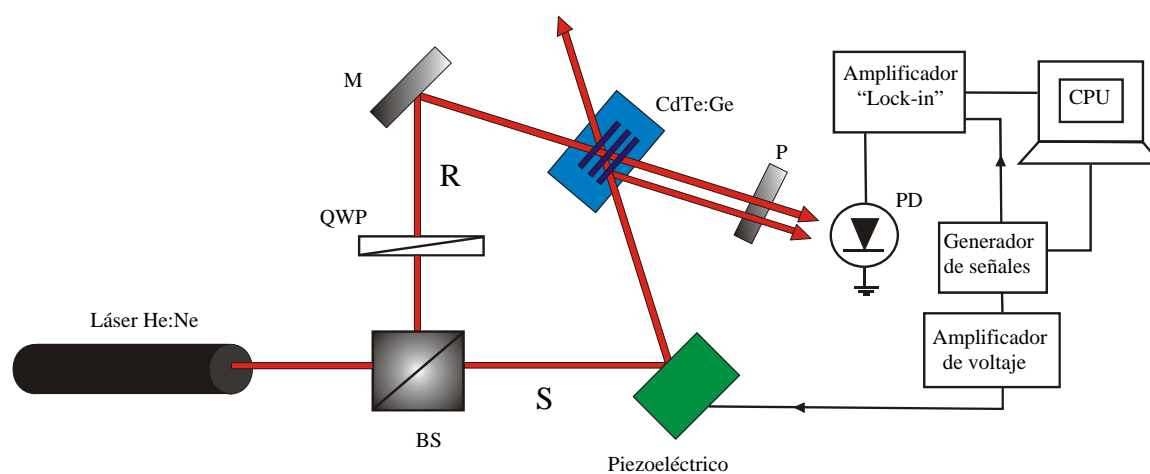


Figura 8. Arreglo experimental utilizando una placa de  $\lambda/4$  o QWP por sus siglas en inglés, “quarter-wave plate”.

El haz de la señal (S) se refleja en un espejo montado a un piezoeléctrico, para luego pasar por el cristal de CdTe. El haz de la referencia (R) pasa antes por una placa retardadora de  $\lambda/4$  (QWP) o  $\lambda/2$  (HWP) según sea el caso, para luego reflejarse en el espejo (M), y así llegar al cristal de CdTe. Este haz de referencia que traspasa al cristal junto con el haz de señal, forma un patrón de interferencia que causa la formación de una rejilla de índice de refracción en el cristal fotorrefractivo. Las placas de  $\lambda/2$  y  $\lambda/4$  de orden cero utilizadas en el laboratorio están construidas específicamente para trabajar con una longitud de onda de la luz de  $1064nm$ . Nuestro láser emite con una longitud de onda de  $1150nm$ , por lo tanto, la diferencia de fase entre los componentes de polarización vertical y horizontal del haz de referencia es de  $0.92\pi$  y  $0.46\pi$  para las placas de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” respectivamente.

Esta rejilla de índice de refracción hace que cierta parte del haz de la señal sea reflejado y de esta manera interfiera con el haz de referencia que pasa por el cristal (haz de referencia transmitido). Este nuevo haz, que consiste en la suma de la luz transmitida y reflejada, pasa por un analizador (P) y finalmente llega finalmente la luz al fotodetector (PD). El desplazamiento del piezoeléctrico provoca cambios de fase entre los haces que están interfiriendo (haz de señal reflejado y haz de referencia transmitido). Los cambios de fase alteran la intensidad total que es percibida por el fotodetector. El análisis de estos cambios de intensidad nos permiten encontrar el desplazamiento y la frecuencia de vibración del piezoeléctrico. Este arreglo constituye propiamente un sensor de vibración.

Respecto a la parte de instrumentación, se tiene un generador de señales conectado al piezoeléctrico para así controlar la frecuencia y amplitud de vibración de éste. Debido a que el voltaje que llega directamente del generador de señales al piezoeléctrico no es suficiente, se introdujo un amplificador de voltaje como se indica en la Figura 8. Se tiene también un amplificador de amarre “*lock-in amplifier*” conectado al fotodetector y al generador de señales que suministra la señal de referencia para el amplificador. Este amplificador sirve para la detección de señales armónicas y para su digitalización.

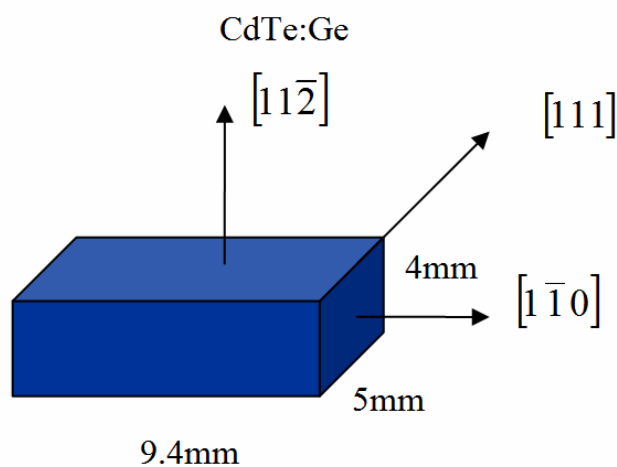
En el arreglo experimental se conectó un motor a la placa retardadora y otro motor al polarizador o a otra placa. Estos dos motores son capaces de hacer un movimiento rotatorio para girar la placa y/o el polarizador con una resolución máxima de un grado. Para

automatizar este experimento se conectó el generador de señales, los motores rotatorios y el amplificador “*lock-in*” a una computadora por puerto GPIB para manipular el sistema completo. Una vez conectados los aparatos, éstos serán controlados por programación desarrollada en Matlab®.

El usuario es capaz de controlar la frecuencia y amplitud de vibración que envía el generador de señales al piezoeléctrico. También se controla el ángulo de giro de la placa retardadora y/o el polarizador, mientras que el “*lock-in*” captura los diferentes datos recibidos, ya sea por cada variación de la señal que le llega al piezoeléctrico o por cada cambio de grado de la placa y/o el polarizador.

### III.3 Resultados y discusiones

En esta tesis se utilizó el cristal fotorrefractivo de telurio de cadmio dopado con germanio. La muestra del cristal tiene las siguientes dimensiones (Figura 9):



**Figura 9. Dimensiones del CdTe:Ge con sus respectivos ejes cristalográficos**

Se analizó con qué cara del cristal y qué polarización del haz se obtuvo la mejor señal para así trabajar con ella posteriormente. Los siguientes resultados (Figuras 10, 11, 12 y 13) se obtuvieron sin un analizador y sin una placa retardadora presentes en el arreglo.

a) La luz viaja a través del eje  $[111]$ :

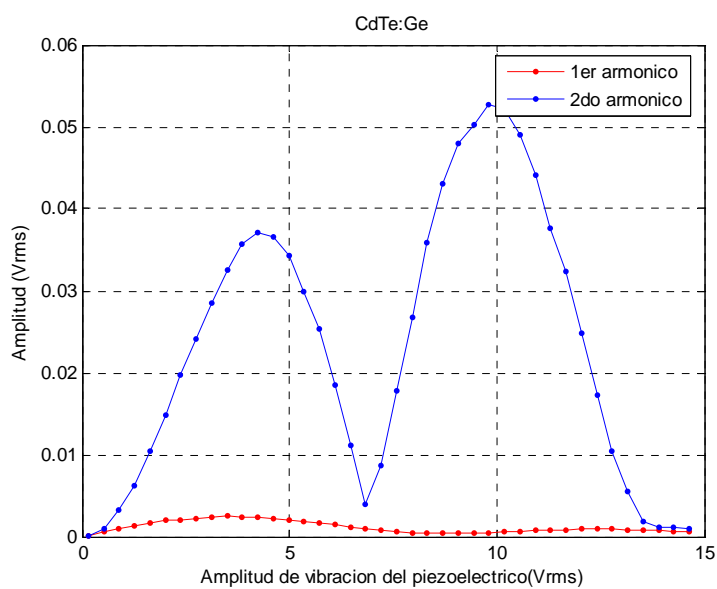
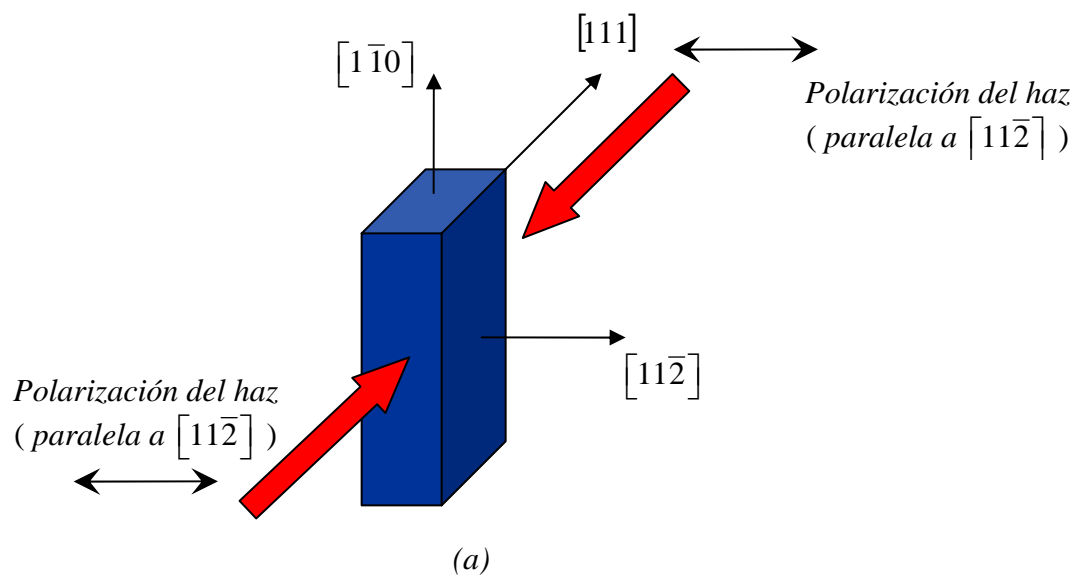
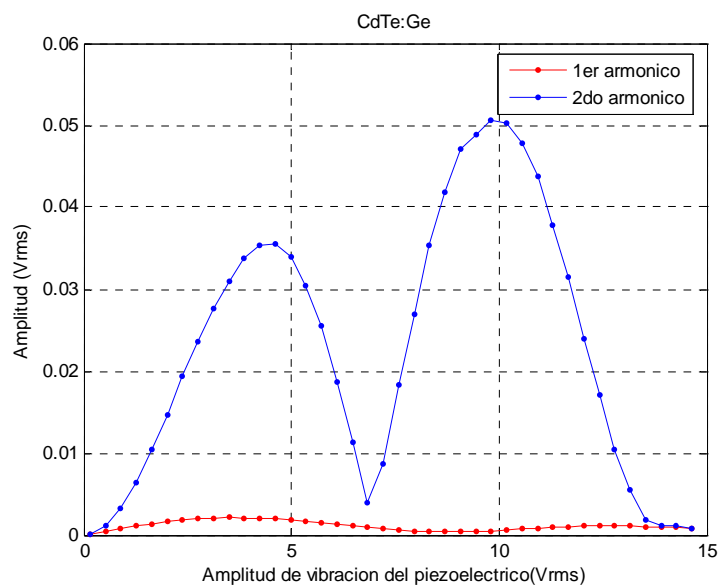
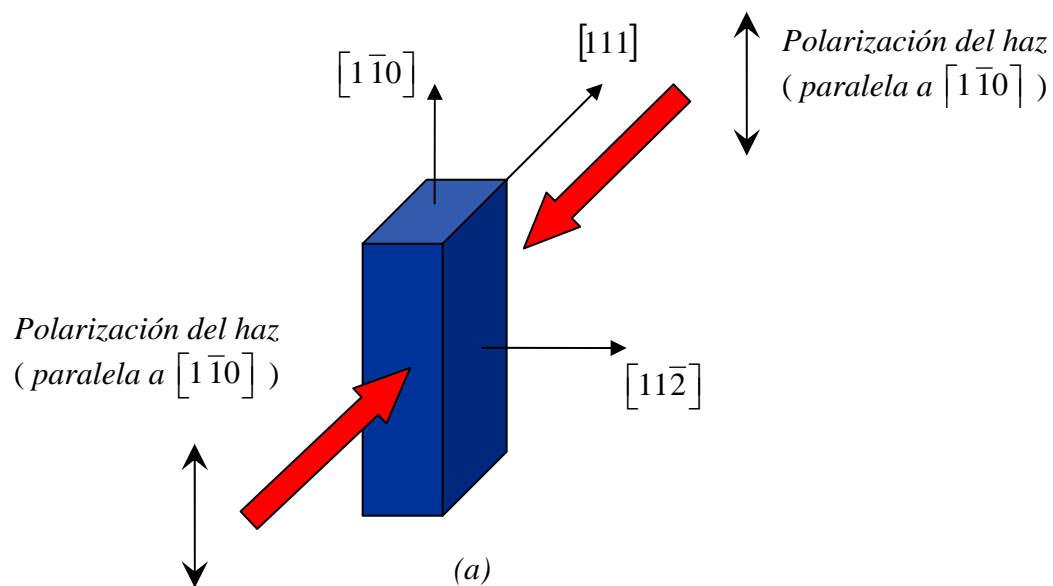


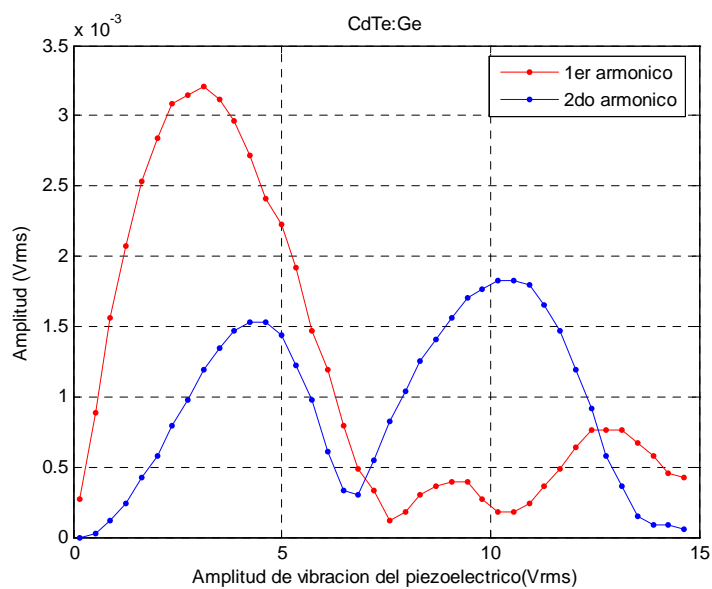
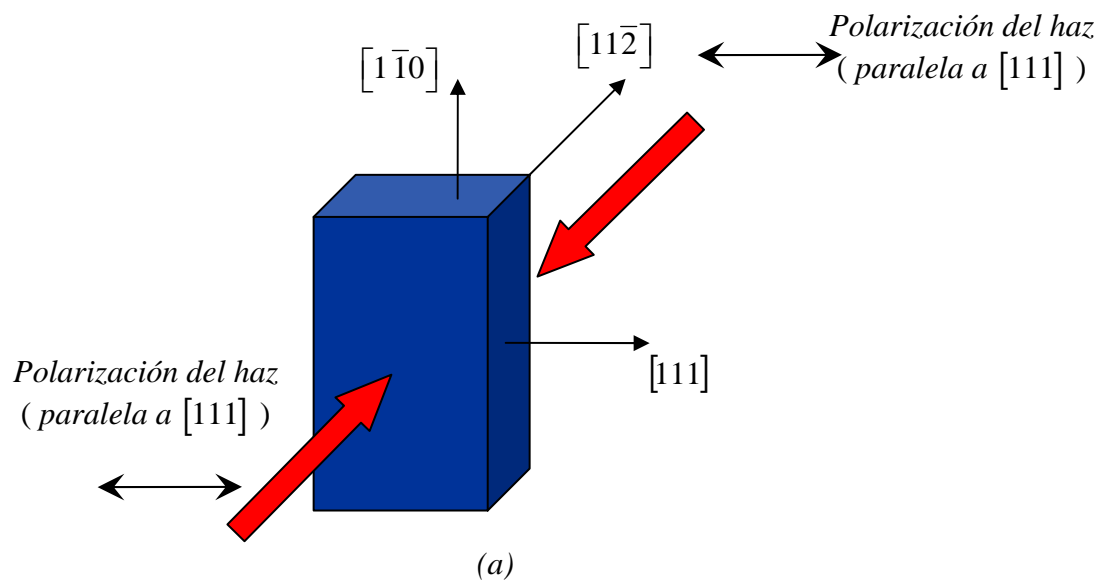
Figura 10. (a) Luz pasa por  $[111]$  con polarización paralela a  $[11\bar{2}]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoelectrico manteniendo una frecuencia constante.



(b)

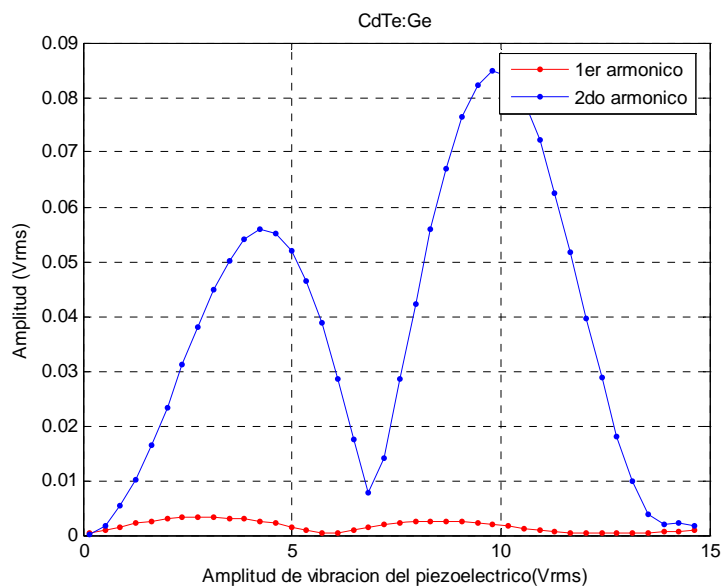
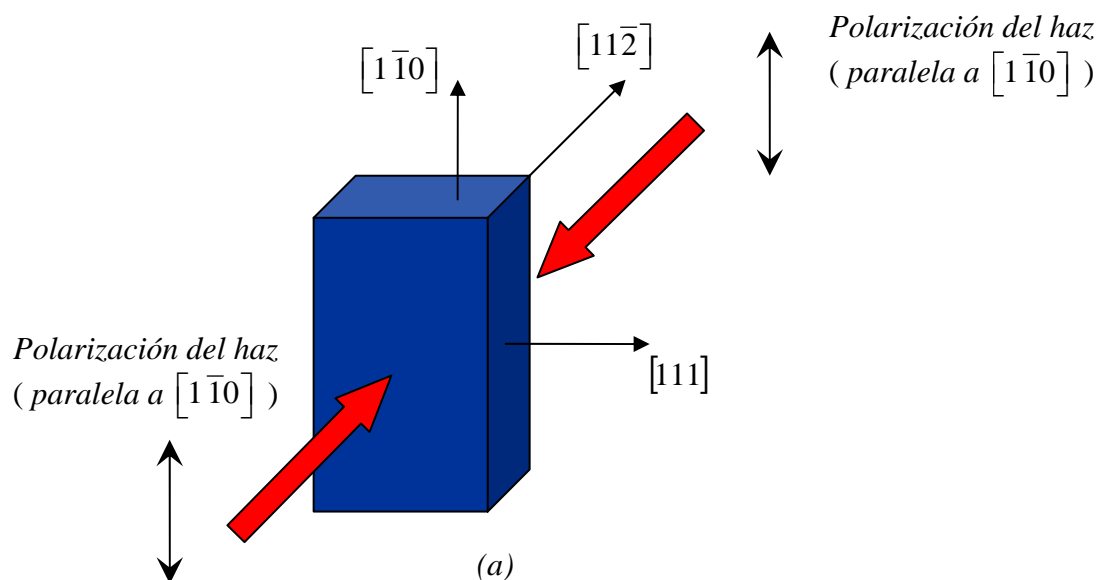
**Figura 11. (a) Luz pasa por  $[111]$  con polarización paralela a  $[1\bar{1}0]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoelectrico manteniendo una frecuencia constante.**

b) La luz viaja a través del eje  $[11\bar{2}]$ :



(b)

Figura 12. (a) Luz pasa por  $[11\bar{2}]$  con polarización paralela a  $[111]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoeléctrico, manteniendo una frecuencia constante.



(b)

**Figura 13. (a) Luz pasa por  $[11\bar{2}]$  con polarización paralela a  $[1\bar{1}0]$ . (b) Respuesta en amplitud del CdTe:Ge variando la amplitud de vibración (desplazamiento) del piezoelectrico manteniendo una frecuencia constante.**

Las amplitudes detectadas por el “lock-in” tanto para el primero como el segundo armónico, no cambian cuando la luz incide con diferentes polarizaciones por la cara  $(111)$



del cristal. Este fenómeno se ilustra experimentalmente en las Figuras 10 y 11, en donde se hizo incidir luz con polarización tanto horizontal como vertical, respectivamente. Estos resultados concuerdan con la Ec. (49) descrita en el capítulo anterior, la cual nos dice que si la luz está polarizada a lo largo del eje  $x$  o eje  $y$  (polarización horizontal o vertical) y se propaga por la cara  $(111)$  del cristal, la amplitud de la rejilla de índice se alterará de la misma forma, por lo tanto la amplitud de la rejilla será independiente del estado de polarización del haz que incida sobre el cristal.

Con respecto a las Figuras 12 y 13, enfocaremos el análisis sobre la amplitud del segundo armónico (debido a que la detección opera en régimen cuadrático) cuando la luz incide con diferentes polarizaciones por la cara  $(11\bar{2})$  del cristal. Si la luz incide con polarización vertical (Figura 13) tenemos la rejilla de índice para esta polarización, causando una amplitud que es detectada por el “*lock-in*”. Cuando la luz incide con polarización horizontal (Figura 12), tenemos una señal muy baja, considerada despreciable con respecto a la señal que se obtiene con polarización vertical. Estos resultados concuerdan con la Ec. (50), la cual nos dice que si la luz se propaga con polarización lineal a lo largo del eje  $x$  tendremos la formación de una rejilla de índice. Al contrario, si la luz se propaga con polarización lineal a lo largo del eje  $y$ , no tendremos dicha rejilla, por lo tanto, no habrá señal que detectar. La razón por la que en la Figura 12 observamos que existe una señal muy baja cuando prácticamente no debería de existir una señal, se debe a que la alineación del haz no era precisa, es decir, el haz no se propagaba completamente sobre un eje, esto causaba la detección de una señal pequeña.

Vale la pena mencionar que no hay señal detectada cuando la luz incide sobre la cara  $(1\bar{1}0)$  del cristal, sin importar la polarización que tengan los dos haces incidentes. Analizando los datos anteriores, la mejor señal se obtuvo cuando la luz incide con polarización vertical por la cara  $(11\bar{2})$  del cristal (Figura 12).

En el laboratorio se realizaron estos experimentos de polarización para dos cristales más: el telurio de cadmio dopado con selenio (CdTe:Sn) y un telurio de cadmio dopado con germanio (CdTe:Ge) de diferentes dimensiones. Sin embargo, la mejor señal se obtuvo con el CdTe:Ge mostrado en la Figura 9, cuando la luz incide con polarización vertical por la

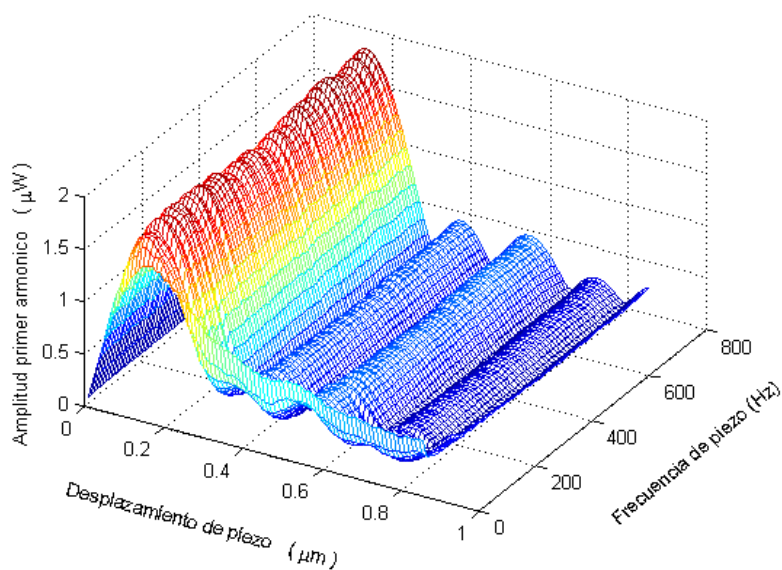
cara  $[112]$  del cristal (Figura 13), que es precisamente la configuración con la que se trabajó en esta tesis para obtener los resultados posteriores. En nuestro cristal, la rejilla fotorrefractiva esta formada por el mecanismo de difusión, causando un desfase de  $\phi = \pm\pi/2$  con respecto al patrón de interferencia formado dentro del cristal, por lo tanto, el haz de señal reflejado y el haz de referencia están en fase o contrafase ( $0$  o  $\pm\pi$ ) a la salida del cristal, lo que nos lleva a una débil detección cuadrática (segundo armónico) de la modulación en fase del haz de la señal. Para lograr una detección lineal (primer armónico) de alta sensibilidad trabajamos con un analizador y con diferentes polarizaciones para los dos haces que interfieren dentro del cristal (Ing y Monchalin, 1991).

### III.3.1 Interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador

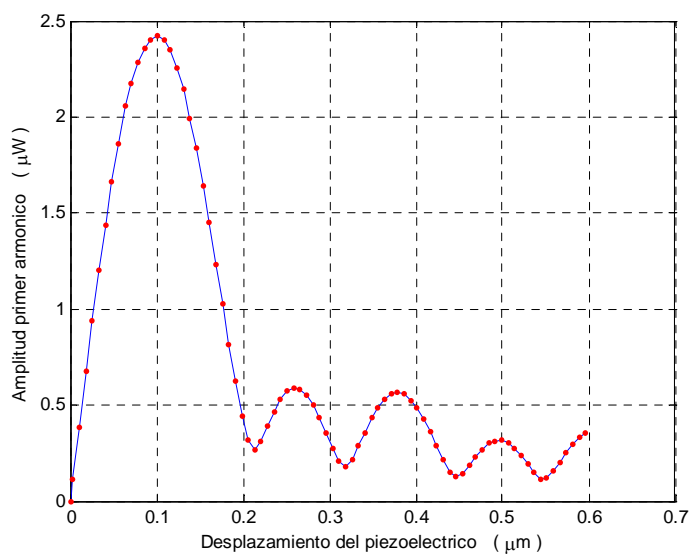
El interferómetro con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador consiste en la presencia de una placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” colocada en uno de los brazos del interferómetro y un polarizador a la entrada del fotodetector (ver Figura 8).

El haz de la señal (S) tiene polarización vertical, mientras que el haz de referencia (R) tiene polarización circular ya que la posición angular de la placa retardadora (QWP) es de 45 grados. Una placa retardadora de  $\lambda/4$  introduce un cambio de fase de  $\pm\pi/2$  entre los componentes de polarización vertical y horizontal del haz de referencia. La rejilla de índice es grabada por el patrón de interferencia del componente vertical del haz de referencia y el haz de señal. La rejilla de índice refleja parte del haz de señal, mientras que el haz de referencia pasa por esta rejilla con su respectivo componente vertical y horizontal. El analizador de polarización frente al fotodetector mezcla el componente del haz de referencia polarizado horizontalmente con el haz de señal reflejado. Esta configuración propuesta del interferómetro resulta en un cambio de fase de  $\pm\pi/2$  entre el haz de referencia transmitido y el haz de señal reflejado, la cual nos permite una detección lineal de la modulación de fase (Petrov *et al.*, 2007). La rejilla de índice reflejará exclusivamente la componente vertical del haz de señal reflejado debido a que esta componente está en

paralelo al eje  $[11\bar{2}]$  del cristal. Para determinar el rango de frecuencias y la calibración del piezoeléctrico variamos el desplazamiento de éste para diferentes frecuencias (0 a 800 Hz) y de esta manera observamos los cambios de amplitud del primer armónico de la señal como se indica en las Figuras 14 y 15.



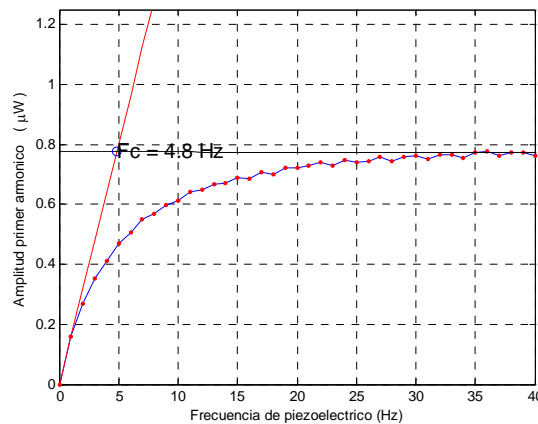
**Figura 14. Respuesta del piezoeléctrico.**



**Figura 15. Amplitud del primer armónico variando el desplazamiento del piezoeléctrico a una frecuencia constante (100Hz).**

### III.3.1.1 Tiempo de respuesta del interferómetro adaptativo

Como es sabido, cualquier interferómetro adaptativo basado en hologramas dinámicos opera como un filtro pasa-altas (Stepanov, 1994). En la Figura 16 se muestra la dependencia de la modulación de amplitud del primer armónico con la modulación de frecuencia para el CdTe:Ge. El barrido de frecuencia fue de 0 a 100  $Hz$ , trabajando con un desplazamiento de  $\Delta L = 33 \text{ nm}$  para el piezoeléctrico.



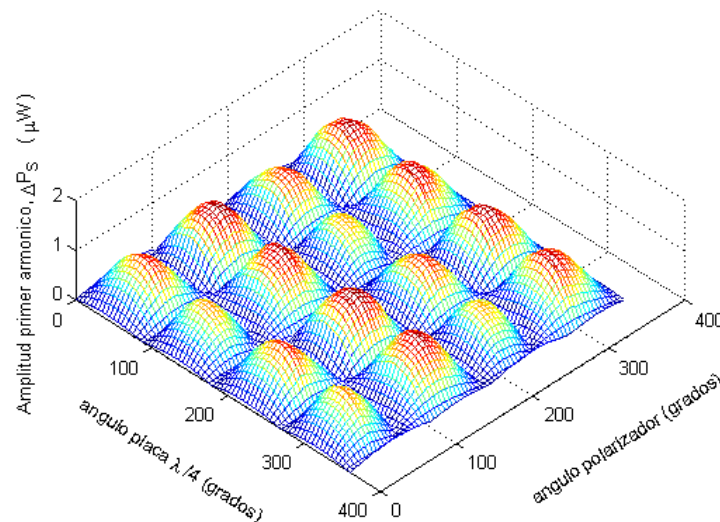
**Figura 16. Frecuencia de corte para el CdTe:Ge**

Definimos la frecuencia de corte de nuestro interferómetro como el punto en que la pendiente formada en las frecuencias bajas cruza con la pendiente formada por el valor de saturación en las altas frecuencias. La frecuencia de corte del interferómetro adaptativo es inversamente proporcional al tiempo de respuesta ( $\tau_R$ ) del cristal fotorrefractivo (Stepanov, 1994):  $f_c = (2\pi\tau_R)^{-1}$ . Nuestro cristal tiene una frecuencia de corte de  $f_c = 4.8Hz$  ( $\tau_R = 33.2ms$ ) para una potencia del láser de 1.18  $mW$ .

La frecuencia con la que el piezoeléctrico trabajará para las mediciones posteriores será mayor que  $f_c = 4.8Hz$ . De aquí en adelante trabajaremos con una frecuencia de 100 $Hz$  y un desplazamiento de  $\Delta L = 33 \text{ nm}$  para el piezoeléctrico debido a que estamos dentro del rango lineal de la variación de amplitud del primer armónico (ver Figuras 15 y 16).

### III.3.1.2 Límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador

Determinemos experimentalmente la posición óptima de la placa retardadora (“ $\lambda/4$ ”) y del analizador de polarización girándolos 360 grados con una resolución de 5 grados y de esta manera encontraremos la máxima señal del cristal. Los resultados de este experimento se muestran en la Figura 17.



**Figura 17. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.**

Los resultados mencionados anteriormente (Figuras 14, 15 y 16) se obtuvieron con la placa retardadora y el analizador de polarización a un ángulo de  $45^\circ$  y  $135^\circ$  respectivamente, debido a que en esta posición angular tenemos la máxima señal del cristal (ver Figura 17). Sin embargo, una señal máxima no significa un desempeño óptimo de nuestro sistema. El desempeño de nuestro sistema es maximizado cuando tenemos la mejor SNR (Wagner, Spicer, 1987).

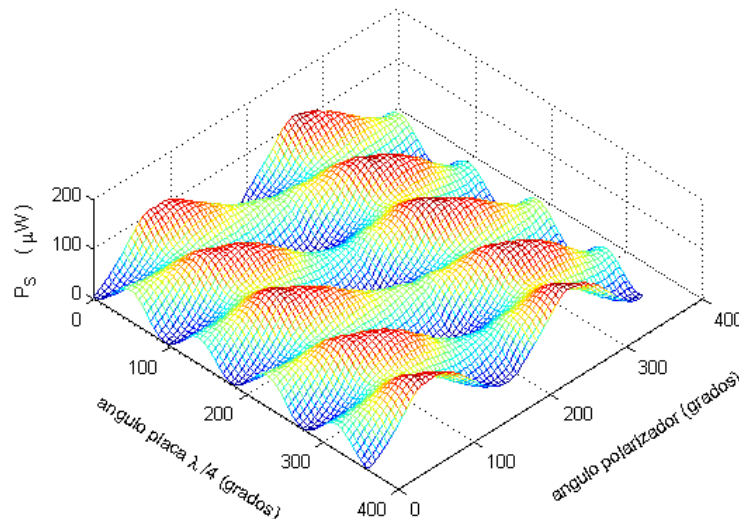
La forma más común para estimar el desempeño de un interferómetro adaptativo consiste en comparar su sensibilidad con la de un interferómetro homodino clásico sin pérdidas ópticas. Es bien conocido que el interferómetro clásico ajustado a las condiciones

de cuadratura nos permite hacer mediciones para detectar el cambio de fase más pequeño. Por lo tanto, la razón del mínimo cambio de fase detectable medido por el interferómetro adaptativo (cuando la señal es igual al ruido,  $SNR = 1$ ) y el límite de detección homodino clásico, caracteriza la sensibilidad de nuestro interferómetro (Di Girolamo *et al.*, 2007).

El *límite de detección del interferómetro adaptativo* o mínimo cambio de fase detectable, considerando que este límite se encuentra cuando la SNR (Ec. 93) es igual a 1, está determinado por:

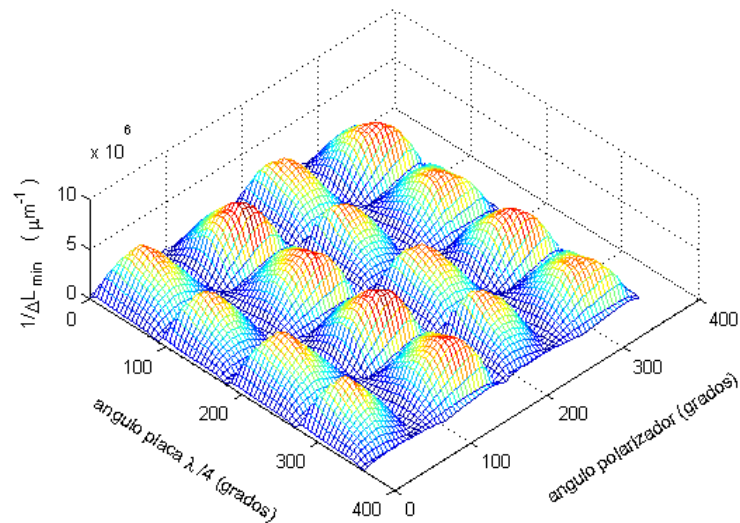
$$\Delta L_{\min} = \frac{\Delta L}{SNR} = \frac{\Delta L \sqrt{P_s}}{Q \Delta P_s}, \quad (94)$$

donde  $\Delta P_s$  y  $P_s$  se ilustran en las Figuras 17 y 18 respectivamente, y  $\Delta L = 33 \text{ nm}$ . El ancho de banda  $\Delta f$  con el que opera el “lock-in” tiene un valor de  $1 \text{ Hz}$ . Este valor está definido dentro del factor  $Q$  (Ec. 93). La ecuación (94) sólo toma en cuenta como límite de resolución del interferómetro al ruido cuántico (ver sección II.8).



**Figura 18.** Nivel promedio de la modulación de amplitud de la señal óptica para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.

La Figura 19 nos muestra el inverso de  $\Delta L_{\min}$ , por lo tanto los puntos más altos representan un desplazamiento detectable más pequeño, esto significa una mayor sensibilidad para nuestro interferómetro. El valor de  $\Delta L_{\min}$  más pequeño es de 0.17 *picómetros*.



**Figura 19.** Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa reparadora de “ $\lambda/4$ ”.

En un interferómetro clásico la potencia total que llega a un fotodetector está determinada por:

$$P_t = \frac{P_o}{2}(1 + \text{sen}\varphi), \quad (95)$$

donde  $P_o$  es la potencia del láser y  $\varphi$  es el cambio de fase transitorio que provoca la modulación de amplitud de la señal óptica y un desplazamiento de  $\Delta L$  para el piezoeléctrico.

En nuestro interferómetro:  $P_o = 1.18 \text{ mW}$  con un cambio de fase de  $\varphi = 0.36$  radianes que corresponde a un desplazamiento  $\Delta L = 33 \text{ nm}$ . Si hacemos la aproximación de ángulos pequeños, la Ec. (95) se reduce a:

$$P_i = \frac{P_o}{2}(1 + \varphi). \quad (96)$$

El *límite de detección del interferómetro clásico* se calcula de manera similar a la ecuación (94), con la excepción de que  $P_s = \frac{P_o}{2}$  (Ec. 96) y  $\Delta P_s = \frac{P_o}{2}\varphi$  (Ec. 96) debido a que no se consideran pérdidas de potencia óptica a la entrada de nuestro fotodetector, por lo tanto:

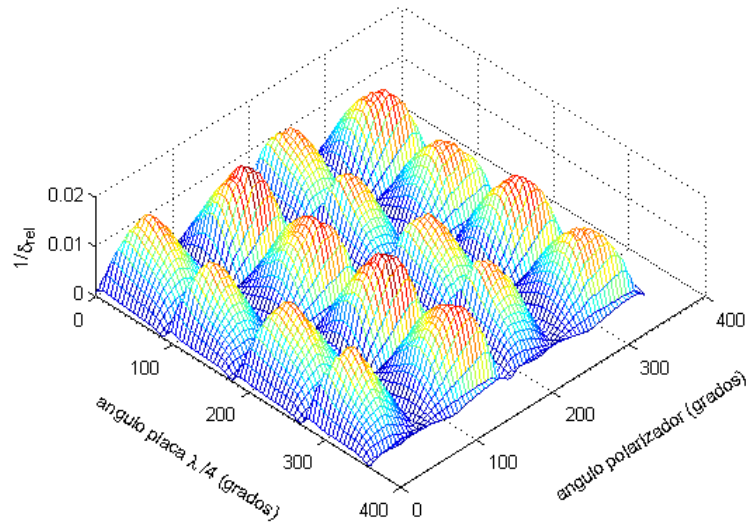
$$\Delta L_{\min_c} = \frac{\Delta L \sqrt{\frac{P_o}{2}}}{Q \frac{P_o}{2} \varphi} = 0.0031 \text{ picómetros}. \quad (97)$$

Usando las ecuaciones (94) y (97), el *límite de detección relativo* es expresado de la siguiente manera:

$$\delta_{rel} = \frac{\Delta L_{\min}}{\Delta L_{\min_c}} = \frac{\sqrt{P_s P_o}}{\Delta P_s \sqrt{2}} \varphi. \quad (98)$$

En la Figura 20 se ilustran los resultados experimentales obtenidos para  $\delta_{rel}$ .





**Figura 20. Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”.**

De la Figura 20, cuando el polarizador está a un ángulo de  $135^\circ$  y la placa retardadora a un ángulo de  $45^\circ$ , que es cuando tenemos la señal con mayor potencia (pero no la mejor SNR), el desplazamiento relativo es de  $\delta_{rel} = 62$ . Ahora, el valor más pequeño corresponde a  $\delta_{rel} = 53$  que es cuando el polarizador y la placa están a un ángulo de  $135^\circ$  y  $60^\circ$  respectivamente. Esto significa que nuestro interferómetro es 53 veces peor que el límite de detección clásico homodino. Con esta última configuración para la placa y el polarizador tenemos la mejor SNR, mejorando así la sensibilidad de nuestro interferómetro. Recordemos que los cálculos de  $\Delta L_{min}$  y  $\delta_{rel}$  solo están limitados por el ruido cuántico del fotodetector.

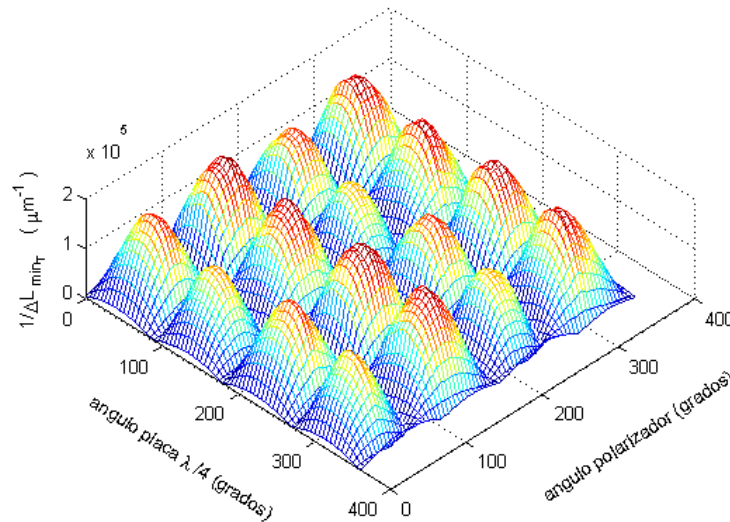
En nuestro arreglo experimental mostrado en la Figura 8, el ruido térmico es mucho mayor que el ruido cuántico del fotodetector, por lo tanto, la sensibilidad del interferómetro estará limitada por el ruido térmico. Esto nos lleva a una definición de la relación señal-a-ruido tomando en consideración al ruido térmico:

$$SNR_b = \frac{\Delta P_s}{\delta R}, \quad (99)$$

donde  $\delta R$  es la desviación estándar de la señal cuando la amplitud de desplazamiento del piezoeléctrico es nula, en este caso en particular  $\delta R = 0.16nW$ , entonces el *límite de detección del interferómetro adaptativo considerando al ruido térmico* está definido como:

$$\Delta L_{\min_r} = \frac{\Delta L}{SNR_b} = \frac{\delta R \cdot \Delta L}{\Delta P_s}, \quad (100)$$

donde  $\Delta L$  y  $\Delta P_s$  fueron definidos anteriormente. En la Figura 21 se muestran los resultados obtenidos con la Ec. 100.



**Figura 21. Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ”**

El desplazamiento mínimo detectable (Figura 21) es de  $\Delta L_{\min_r} = 5$  *picómetros*, donde el polarizador está a un ángulo de  $135^\circ$  y la placa retardadora a un ángulo de  $45^\circ$  (Figura 21).

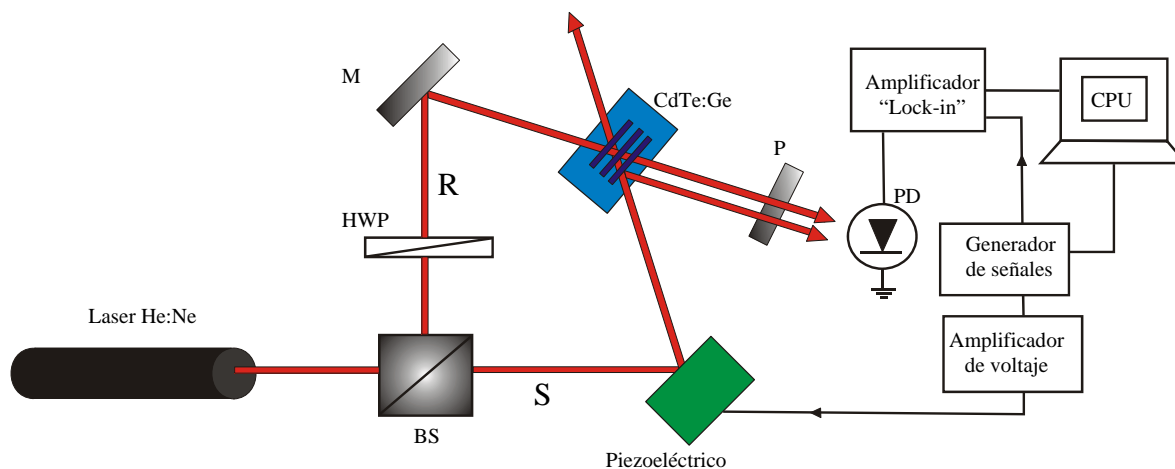
Debido a que  $\delta R$  es un valor constante que no depende de la intensidad del láser, el ángulo en que se encuentra la placa y el polarizador para lograr la máxima señal del primer armónico ( $\Delta P_s$ ), es también el ángulo necesario para obtener el desplazamiento mínimo

detectable ( $\Delta L_{\min}$ ), a diferencia de  $\Delta L_{\min}$  y  $\delta_{rel}$ , donde la posición angular de la placa “ $\lambda/4$ ” y el polarizador para obtener el mejor  $\Delta L_{\min}$  y  $\delta_{rel}$  no concuerdan con la posición angular para obtener la máxima señal del primer armónico.

### III.3.2 Interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador

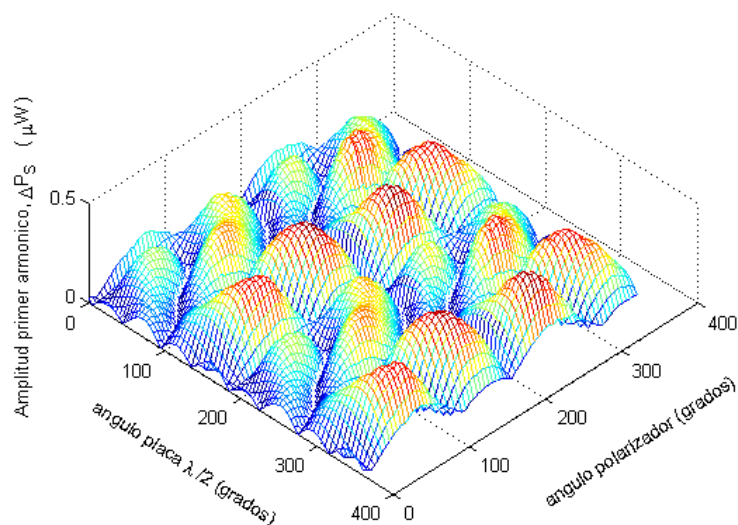
El interferómetro se modificó con la presencia de una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” colocada en uno de los brazos del interferómetro y un polarizador a la entrada del fotodetector, como se indica en la Figura 22. En esta configuración propuesta, una placa de  $\lambda/2$  introduce un cambio de fase de  $\pm\pi$  entre los componentes de polarización vertical y horizontal del haz de referencia (R), por lo tanto, cuando el polarizador mezcla la componente del haz de referencia polarizada horizontalmente con el haz de señal reflejado polarizado verticalmente, tomando en consideración el desfase de  $\pm\pi$  entre estos dos haces causado por la rejilla no-local, tendremos otro desfase de  $\pm\pi$  causado por la placa  $\lambda/2$ . Finalmente seguiremos teniendo una diferencia de fase de múltiplos de  $\pm\pi$  entre estos dos haces, lo cual nos impide una detección lineal de la modulación de fase.

La placa de  $\lambda/2$  se encarga exclusivamente de girar el estado de polarización, sin embargo, en estos experimentos tenemos la presencia de una detección lineal (primer armónico). Esto se debe a que trabajamos con una placa de “ $\lambda/2$ ” de orden cero que provoca un desfase de  $0.92\pi$  causando una pequeña señal de primer armónico.

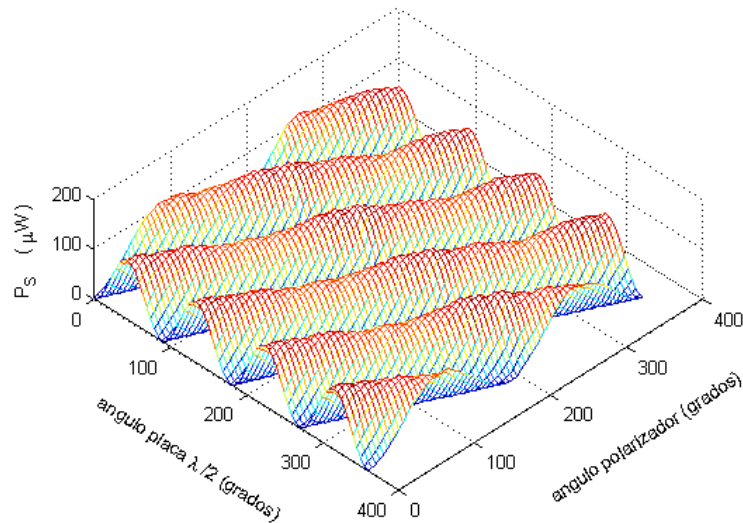


**Figura 22.** Arreglo experimental utilizando una placa de “ $\lambda/2$ ” o HWP por sus siglas en inglés, “half-wave plate”.

Los nuevos valores de  $\Delta P_s$  y  $P_s$  con esta configuración del interferómetro se ilustran en las Figuras 23 y 24, respectivamente. El máximo valor de  $\Delta P_s$  se encuentra a un ángulo de  $155^\circ$  para la placa retardadora y  $55^\circ$  para el polarizador.



**Figura 23.** Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.

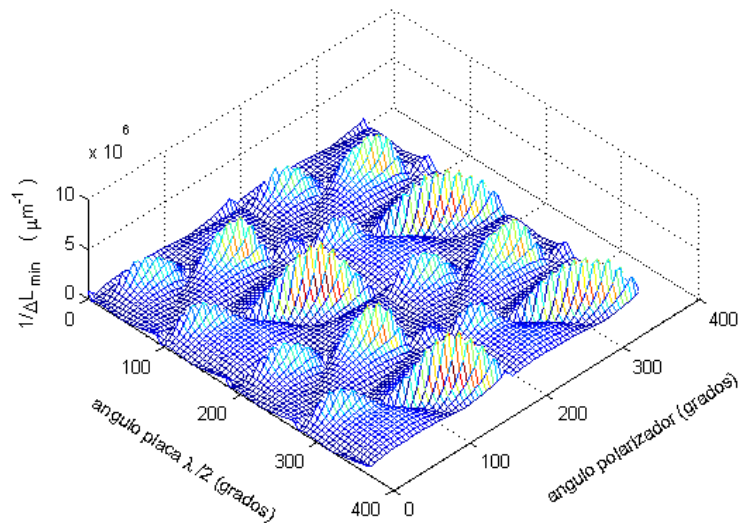


**Figura 24.** Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.

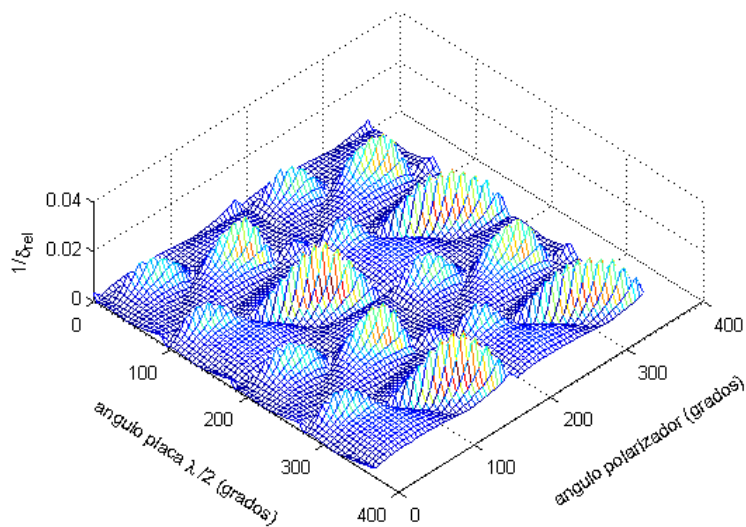
### III.3.2.1 Límite de detección del interferómetro con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador

El límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador se ilustra en las Figuras 25, 26 y 27. El mínimo valor de  $\Delta L_{\min} = 0.15$  *picómetros*, que corresponde al límite de detección relativo más pequeño de  $\delta_{rel} = 38$ , se localiza a un ángulo de  $160^\circ$  para la placa (Figura 25) y  $145^\circ$  para el polarizador (Figura 26). Cuando el polarizador está a un ángulo de  $55^\circ$  y la placa retardadora a un ángulo de  $155^\circ$  (mayor  $\Delta P_s$ ), el desplazamiento relativo es de  $\delta_{rel} = 227$ , el cual empeora mucho la sensibilidad potencial de nuestro interferómetro.

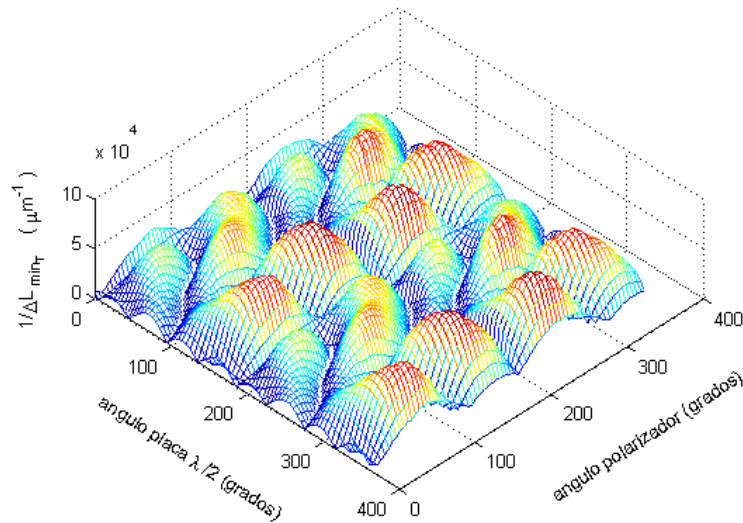
Finalmente, si consideramos al ruido térmico, el desplazamiento mínimo detectable es de  $\Delta L_{\min_T} = 13.3$  *picómetros* (Figura 27), donde el polarizador y la placa retardadora tienen una posición angular de  $55^\circ$  y  $155^\circ$  respectivamente.



**Figura 25.** Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.



**Figura 26.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.



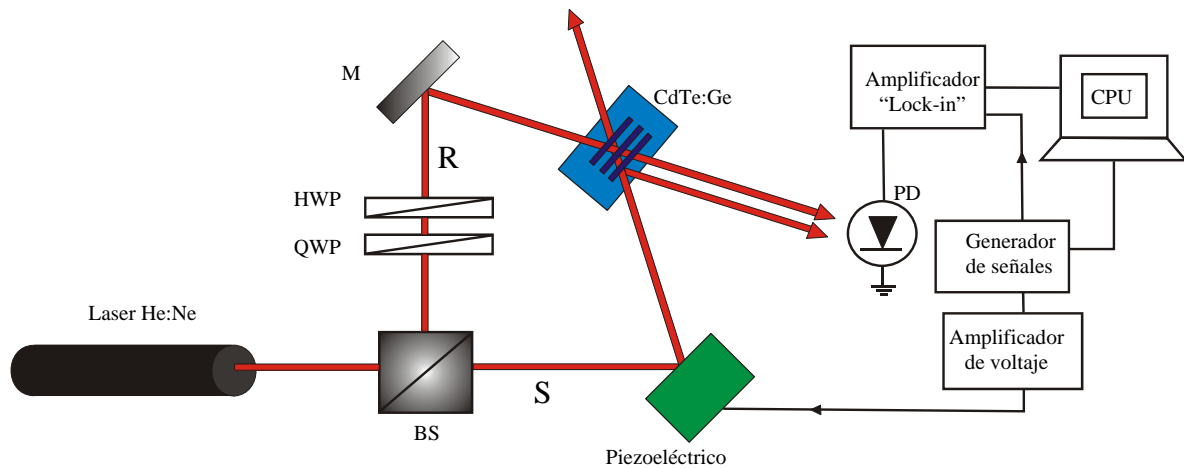
**Figura 27.** Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ”.

### III.3.3 Interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ”

Para este interferómetro cuyo arreglo se ilustra en la Figura 28, tenemos una contribución por parte de las dos placas en el cambio de fase entre los componentes de polarización vertical y horizontal del haz de referencia (R). El primer cambio de fase, correspondiente a  $\pm\pi$ , se debe a la placa  $\lambda/2$  (Ver sección III.3.2), el segundo cambio de fase, siendo éste de  $\pm\pi/2$ , se da por medio de la placa  $\lambda/4$  (Ver sección III.3.1). La suma total de este desfaseamiento entre los dos componentes de polarización será de un múltiplo de  $\pm\pi/2$ , logrando de esta manera una diferencia de fase de  $\pm\pi/2$  entre la componente de polarización horizontal del haz de referencia y la componente de polarización vertical del haz de señal reflejado. Sin embargo, debido a la ausencia de un polarizador a la entrada del fotodetector, no es posible mezclar estos dos componentes debido a la ortogonalidad de los mismos, por lo tanto, no tendremos una detección lineal de la modulación de fase.

La razón por la que en este arreglo sin polarizador observamos una detección lineal, se encuentra en la falta de alineación correcta del haz de la señal (S), esto significa que,

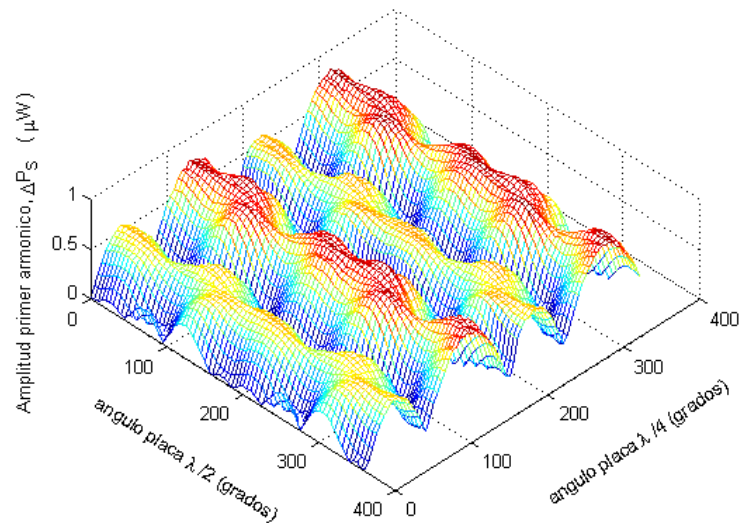
debido a la inexactitud en la alineación, el estado de polarización lineal de este haz no es completamente vertical, formando de esta manera, un componente de polarización horizontal y otro vertical, en donde solo el componente vertical (componente paralelo al eje [112] del cristal) es reflejado por la rejilla de índice, el cual será mezclado con el componente del haz de referencia polarizado verticalmente. El componente reflejado por la rejilla lleva una diferencia de fase entre  $\pm \pi$  y  $\pm \pi/2$  con respecto al componente vertical del haz de referencia, permitiéndonos la detección de un primer armónico de la señal sin la necesidad de un polarizador. Note que para obtener una diferencia de 0 o  $\pi$  entre el haz de referencia transmitido y el haz de señal reflejado por la rejilla, este último haz debe tener el mismo ángulo de polarización lineal que el haz de la señal (S).



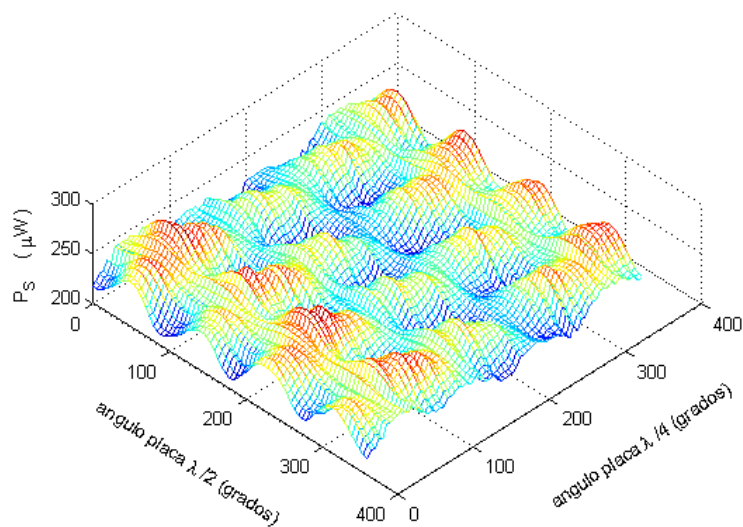
**Figura 28.** Arreglo experimental utilizando una placa de “ $\lambda/2$ ” (HWP), y una placa de “ $\lambda/4$ ” (QWP) sin el uso de un polarizador.

Los nuevos valores de  $\Delta P_s$  y  $P_s$  con esta configuración del interferómetro se ilustran en las Figuras 29 y 30, respectivamente. El máximo valor de  $\Delta P_s$  se encuentra a un ángulo de  $85^\circ$  para la placa “ $\lambda/2$ ” y  $120^\circ$  para la placa “ $\lambda/4$ ” (Figura 29).





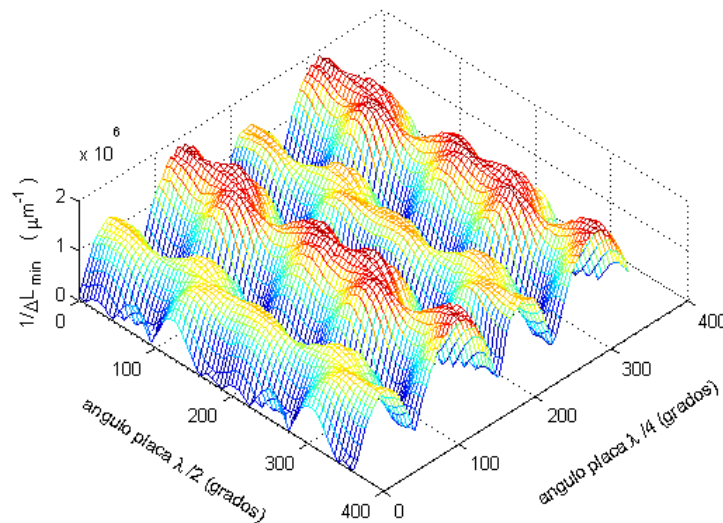
**Figura 29.** Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” y una de “ $\lambda/4$ ”.



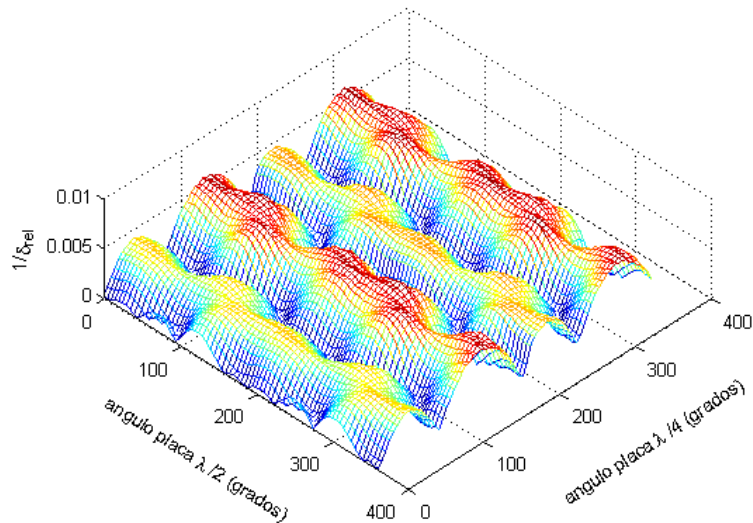
**Figura 30.** Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ”.

### III.3.3.1 Límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ”

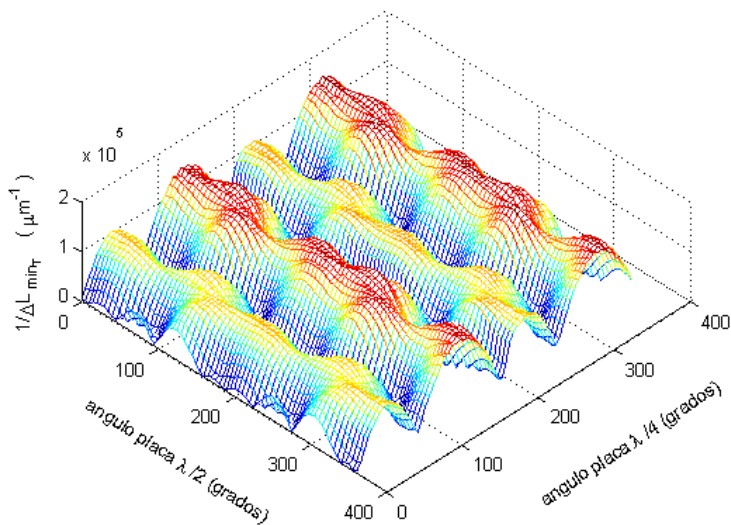
El límite de detección del interferómetro adaptativo con placas “ $\lambda/4$ ” y “ $\lambda/2$ ” se ilustra en las Figuras 31, 32 y 33. El mínimo valor de  $\Delta L_{\min} = 0.53$  picómetros (Figura 31), que corresponde al límite de detección relativo más pequeño de  $\delta_{rel} = 166$ , se localiza también a un ángulo de  $85^\circ$  para la placa “ $\lambda/2$ ” y  $120^\circ$  para la placa “ $\lambda/4$ ” (Figura 32). Por último, si consideramos al ruido térmico, el desplazamiento mínimo detectable es de  $\Delta L_{\min_T} = 6.7$  picómetros (Figura 33), donde la placa “ $\lambda/2$ ” y la placa “ $\lambda/4$ ” están a  $85^\circ$  y  $120^\circ$  respectivamente.



**Figura 31.** Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ”.



**Figura 32.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ”.



**Figura 33.** Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ”.

Debido a que no hay polarizador a la salida y la reflectividad de la rejilla de índice es muy baja, el valor de  $P_s$  indicado en la Figura 30 será aproximadamente igual sin importar el ángulo en que se encuentre cualquiera de las placas retardadoras, por lo tanto, en este caso en particular, el ángulo de las placas donde se encuentra el valor máximo de

$\Delta P_s$  (Figura 29), corresponde también al ángulo donde tenemos la mejor SNR o el mejor  $\Delta L_{\min}$  y  $\delta_{rel}$  (ver Figuras 31 y 32), a diferencia de las dos configuraciones anteriores del arreglo (Figuras 8 y 22), en la que la posición angular de la placa y el polarizador donde se encuentra la máxima señal ( $\Delta P_s$ ), no corresponde a la posición angular necesaria para obtener la mejor SNR.

El valor de  $P_s$  de la Figura 30 no es una constante debido a la contribución de potencia del haz de señal reflejado y al error humano en la falta de alineación de las placas retardadoras, sin embargo, las fluctuaciones de potencia de estos factores son suficientemente pequeñas para considerarlas despreciables.

### III.4 Análisis de resultados experimentales

Observamos que el mejor límite de detección relativa ( $\delta_{rel}$ ) corresponde a los arreglos con polarizador (Tabla II), convirtiendo a estos arreglos en los más sensibles a pequeños cambios de fase, demostrando así la importancia del polarizador para lograr una mejor relación señal-a-ruido. Aunque, debido a que estamos limitados por el ruido térmico de nuestro fotodetector en el laboratorio, los dos arreglos más sensibles son los correspondientes a un desplazamiento mínimo detectable de  $\Delta L_{\min_T} = 5 \text{ pm}$  y  $\Delta L_{\min_T} = 6.7 \text{ pm}$  en el que uno de los arreglos no tiene polarizador (Tabla III).

**Tabla II. Límite de detección relativo para diferentes interferómetros, con respecto a un interferómetro clásico homodino**

arreglo experimental	ángulo placa $\lambda/2$ (grados)	ángulo placa $\lambda/4$ (grados)	ángulo polarizador (grados)	$\Delta L_{\min}$ (pm)	$\delta_{rel}$
placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador	x	60	135	0.17	53
placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador	160	x	145	0.15	38
placa “ $\lambda/2$ ” y placa “ $\lambda/4$ ”	85	120	x	0.53	166

**Tabla III. Límite de detección, considerando al ruido térmico, para diferentes interferómetros**

arreglo experimental	ángulo placa $\lambda/2$ (grados)	ángulo placa $\lambda/4$ (grados)	ángulo polarizador (grados)	$\Delta L_{\min_r}$ (pm)
placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador	x	45	135	5
placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador	155	x	55	13.3
placa “ $\lambda/2$ ” y placa “ $\lambda/4$ ”	85	120	x	6.7

En dos de los arreglos experimentales usamos una placa de “ $\lambda/4$ ” de orden cero que provoca un cambio de fase de  $0.46\pi$  (Ver sección III.3.1). Esto causará una disminución en la amplitud del primer armónico de la señal para el arreglo de la Figura 8.

Las placas y el polarizador se giraron 360 grados para verificar la simetría de los resultados, es decir, se verificó que el estado de polarización se repitiera después de los 180 grados.

# Capitulo IV

## Simulación numérica

### IV.1 Introducción

Para obtener una comparación más completa entre los interferómetros, tenemos que encontrar la configuración óptima para cada uno de ellos y de esta manera comparar el límite de detección relativa entre cada interferómetro. Para encontrar dicha configuración óptima, contamos con una simulación numérica que se discutirá en el presente Capítulo, la cual nos permitirá variar el estado de polarización inicial de los haces **S** y **R**, situación que no fue realizada en el experimento. Para que la simulación numérica fuera consistente con los resultados experimentales, también se giraron 360 grados a las placas y el polarizador. En este capítulo se da una breve explicación de las ecuaciones utilizadas para el desarrollo de los cálculos numéricos. En estos cálculos numéricos se obtuvieron los valores de  $\Delta P_s$ ,  $P_s$ ,  $\Delta L_{\min}$  y  $\delta_{rel}$  para el interferómetro adaptativo en sus diferentes configuraciones indicadas en las Figuras 8, 22 y 28, con el propósito de usar estos valores para calibrar y ajustar la simulación numérica a los resultados experimentales, y de esta manera poder comparar posteriormente el desempeño de estos interferómetros en su configuración óptima.

### IV.2 Ecuaciones vectoriales para el mezclado contra-direccional de dos ondas

El análisis numérico que a continuación se presenta está basado en las ecuaciones vectoriales en el esquema de co-propagación que describen el acoplamiento de dos ondas en cristales fotorrefractivos (Shamonina *et al.*, 1998; Erdogan, 1997; Petrov, 2007).

$$\frac{d\mathbf{S}}{dz} = i\hat{\eta}\mathbf{R} + \alpha\mathbf{S}, \quad (101)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dz} = i\hat{\eta}\mathbf{S} + \alpha\mathbf{R}, \quad (102)$$

donde  $\alpha$  representa el coeficiente de absorción del cristal,  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \end{bmatrix}$  y  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix}$  son las amplitudes complejas de los haces de Señal y de Referencia de la luz en estado estacionario. En la Figura 34 se muestra un esquema del acoplamiento de dos ondas en cristales fotorrefractivos.

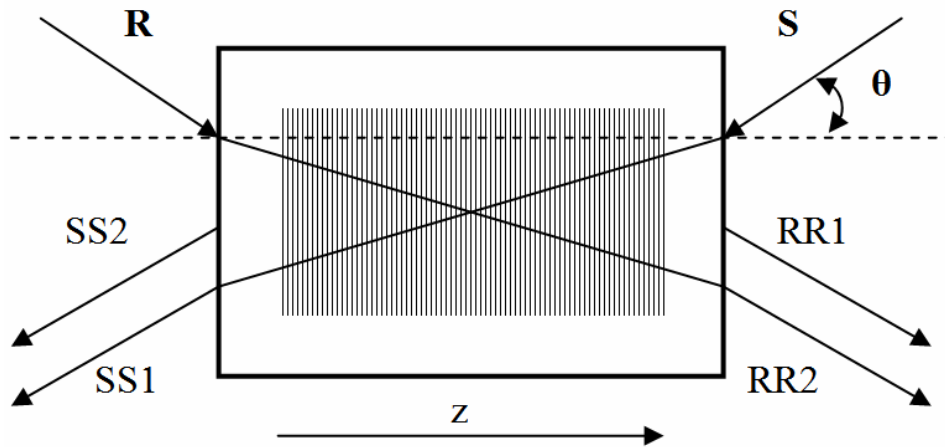


Figura 34. Haces que interfieren entre sí en un cristal fotorrefractivo. SS1 y RR2 son los haces transmitidos correspondientes a S y R respectivamente. SS2 y RR1 son los haces reflejados correspondientes a R y S respectivamente.

La matriz  $\hat{\eta}$  describe el acoplamiento entre los haces causado por la rejilla de difracción. En el sistema de coordenadas principal, esta matriz puede ser escrita como:



$$\hat{\eta} = k_o \begin{bmatrix} \Delta n_x & 0 \\ 0 & \Delta n_y \end{bmatrix}, \quad (103)$$

donde  $k_o$  es el vector de onda,  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$  son las amplitudes complejas de la modulación del índice de refracción inducidas por el campo espacio-carga  $E_{SC}$ . En nuestro experimento la luz viaja a través del eje  $[11\bar{2}]$ , por lo tanto  $\Delta n_y = 0$  y

$$\Delta n_x = -\frac{n^3 r_{41} E_1}{\sqrt{6}}, \quad (104)$$

donde  $E_1$  es la amplitud compleja del campo eléctrico.

Tomando en consideración la Ec. (104) y  $\Delta n_y = 0$ , la matriz  $\hat{\eta}$  nos queda de la siguiente manera:

$$\hat{\eta} = k_o \begin{bmatrix} \Delta n_x & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (105)$$

La amplitud del campo eléctrico espacio-carga esta escrita como (Nolte, 1995):

$$E_1 = im \frac{4\pi\xi k_B T}{q\lambda} \sqrt{n_o^2 - \text{sen}^2\theta}, \quad (106)$$

el valor de  $n_o$  corresponde al índice de refracción del cristal en ausencia del campo eléctrico,  $\xi$  es el factor de competencia del par electrón-hueco,  $\lambda$  es la longitud de onda del láser,  $\theta$  es el ángulo en el que entran los haces de luz con respecto al plano normal a la cara del cristal y  $m_c$  es el índice complejo de la modulación de intensidad correspondiente al patrón de interferencia formado dentro del cristal definido como:

$$m_c(z) = \frac{2[R_x(z)S_x^*(z) + R_y(z)S_y^*(z)]}{I_0}. \quad (107)$$

donde  $S_x(z)$ ,  $S_y(z)$ ,  $R_x(z)$  y  $R_y(z)$  representan los componentes lineales de polarización de los vectores  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{R}$  respectivamente, a través de los ejes principales  $x$  y  $y$ .  $I_0$  es la intensidad total definida por:

$$I_0 = |S_x|^2 + |S_y|^2 + |R_x|^2 + |R_y|^2. \quad (108)$$

### IV.3 Diagramas de flujo para la solución numérica

Como es conocido, se tiene una dependencia temporal de la formación del campo espacio-carga (Yeh, 1993):

$$E(t) = E_1(1 - e^{-t/\tau_R}), \quad (109)$$

donde  $\tau_R$  es el tiempo de respuesta del cristal. Se considera que para el tiempo  $5\tau_R$  la formación del campo espacio-carga esta completa. Para calcular la reflexión de la rejilla grabada en el cristal fotorrefractivo dividimos el periodo  $5\tau_R$  en 50 pasos. Para cada paso tenemos un nuevo valor de  $m_c(z)$ . Conociendo  $m_c(z)$  y usando las ecs. (101) y (102) podemos calcular la amplitud de la luz dentro del cristal resultante de la suma de las ondas incidentes y reflejadas, que a su vez nos permite calcular nuevos valores de  $m_c(z)$ . De esta manera, después de 50 pasos encontramos las amplitudes de luz estacionarias. Para resolver numéricamente las ecuaciones de ondas acopladas (101) y (102), utilizamos el método de Runge-Kutta de cuarto orden (Arfken y Weber, 2007). Como ha sido mostrado en trabajos anteriores, este método nos permite calcular la reflexión del cristal fotorrefractivo en un

tiempo más corto y con una precisión mayor que otros métodos de diferencias finitas (López Navarro, 2005). Para utilizar este método, el cristal fue dividido por un número finito de capas ( $z_n = 400$ ) donde los incrementos de las amplitudes  $SS1, SS2, RR1$  y  $RR2$  (Figura 34) fueron calculados en cada capa.

El valor de  $RR1$  representa la amplitud del haz de señal  $\mathbf{S}$  reflejado por la rejilla fotorrefractiva, mientras que  $RR2$  es la amplitud del haz de referencia transmitido a través del cristal, en el cual  $RR1$  tendrá una modulación de fase con respecto a  $RR2$  para simular la vibración del piezoeléctrico. Estos valores serán afectados por el polarizador (al igual que en el experimento) para finalmente ser analizados en términos de intensidad para encontrar la amplitud del primer armónico de la señal ( $\Delta P_s$ ) y el nivel promedio de la modulación de la señal ( $P_s$ ).

En el programa que calcula la respuesta de un interferómetro con un polarizador y una placa, el ciclo de la variación de ángulo del polarizador se encuentra fuera de la iteración temporal del campo espacio-carga debido a que en el arreglo experimental el polarizador no afecta la formación de la rejilla de índice. A diferencia del arreglo con un polarizador y una placa, en el arreglo con dos placas, la variación de ángulo de la placa de  $\lambda/2$  también afecta el estado de polarización del haz  $\mathbf{R}$  antes de llegar al cristal, por lo tanto, la iteración temporal para la formación del campo espacio-carga será incluida dentro de los ciclos que varían los ángulos de las dos placas. Como parámetros iniciales se consideró la longitud de onda del láser, las amplitudes de los haces  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{R}$  (amplitud afectada por una placa retardadora), el índice de refracción, absorción y coeficiente electroóptico del cristal, los valores de  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$  correspondientes a la cara del cristal por la que inciden los haces y el estado de polarización inicial de estos.

En la Figura 35 se muestra el diagrama de flujo de la simulación numérica para el arreglo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador, y en la Figura 36 se muestra el diagrama de flujo de la simulación numérica para el arreglo con placas “ $\lambda/4$ ” y “ $\lambda/2$ ”.

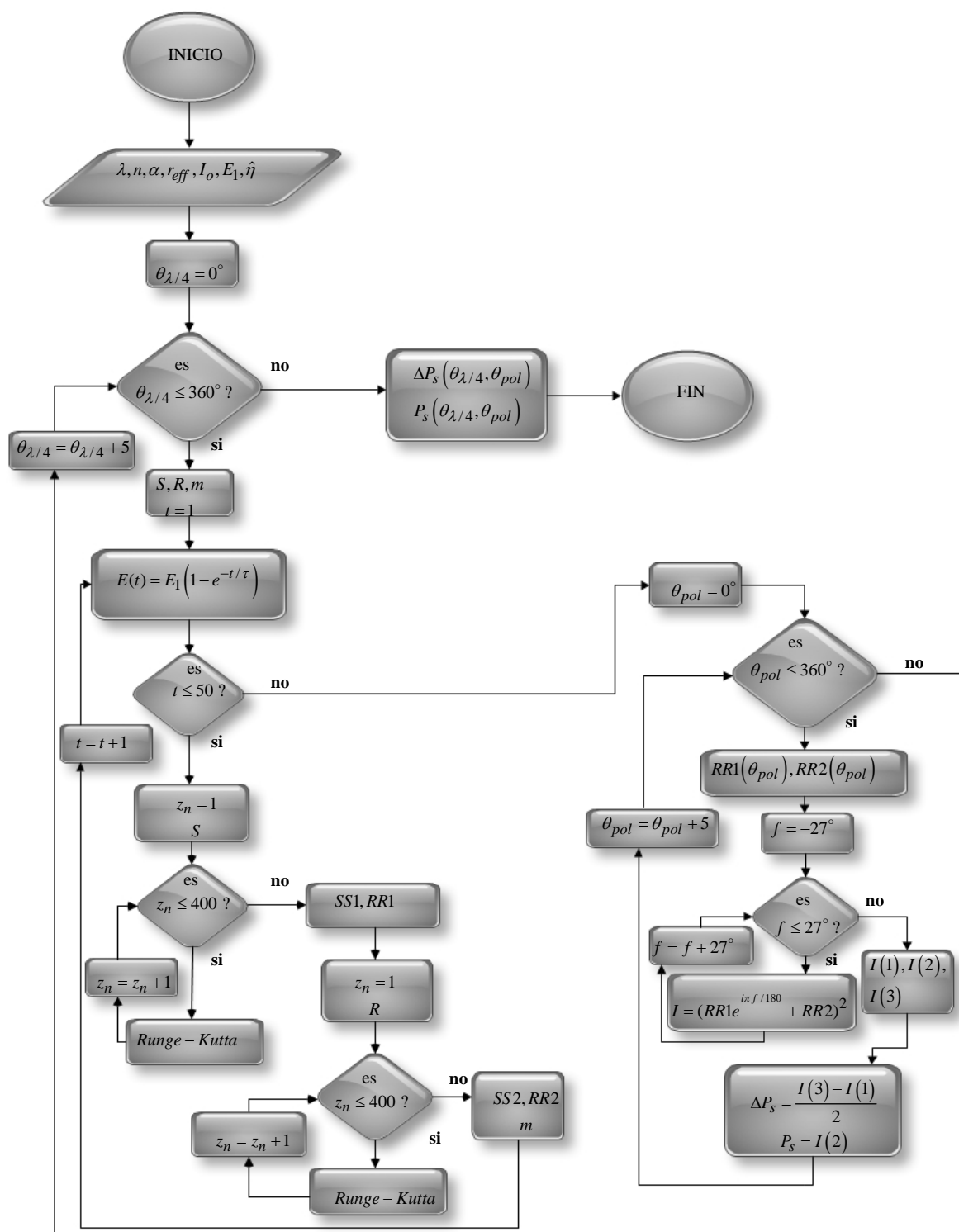


Figura 35. Diagrama de flujo para arreglo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador

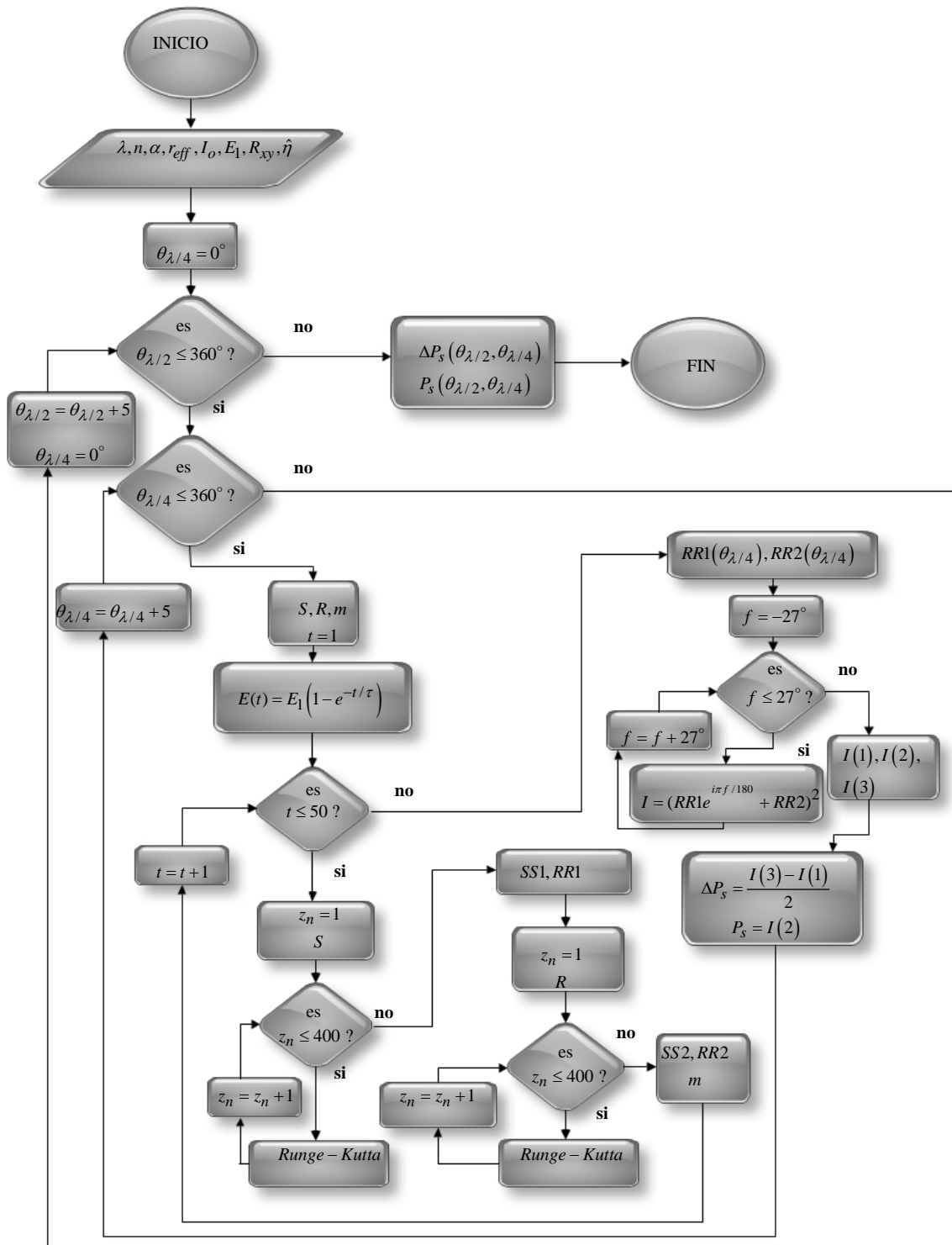


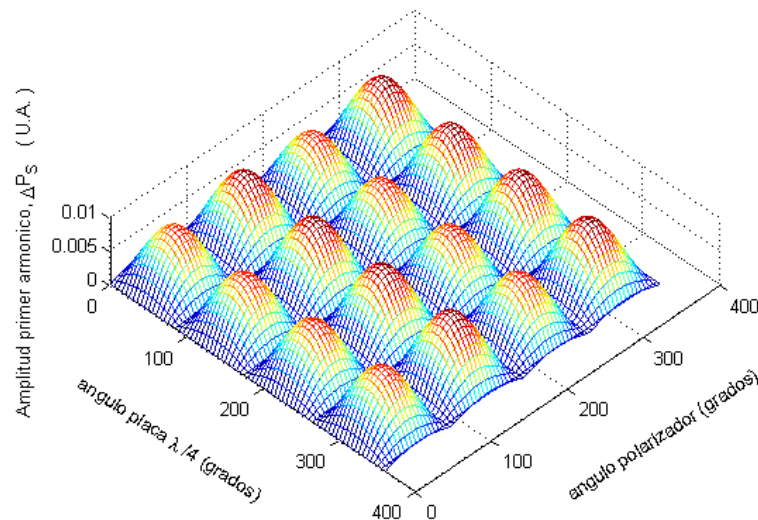
Figura 36. Diagrama de flujo para arreglo con placas “ $\lambda/4$ ” y “ $\lambda/2$ ”.

## IV.4 Resultados numéricos

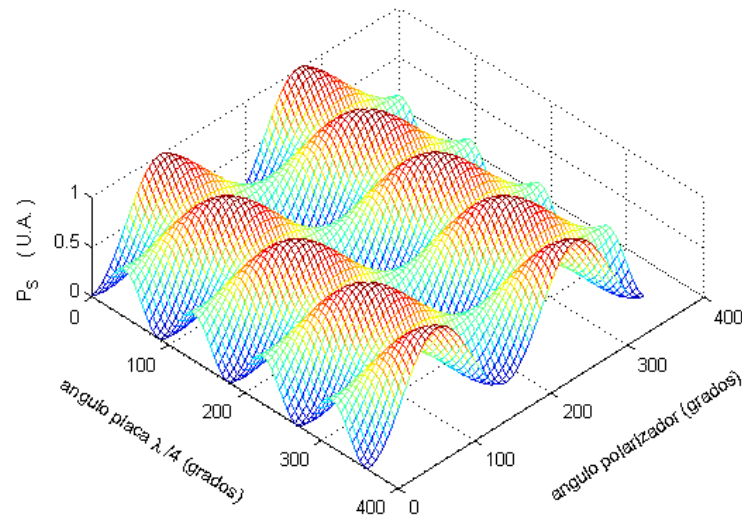
En los datos numéricos se consideró la intensidad de entrada  $P_o = 1.1790 \text{ mW}$  y la longitud de onda del láser  $\lambda = 1150 \text{ nm}$ . Como fue mencionado en el Capítulo 3, las placas retardadoras utilizadas en el experimento provocan una diferencia de fase de  $0.92\pi$  y  $0.46\pi$  para la placa “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” respectivamente. Este desfase es también considerado en los cálculos numéricos. El desplazamiento del piezoeléctrico fue de  $\Delta L = 43 \text{ nm}$  que corresponde a  $\varphi = 0.47 \text{ radianes}$ .

### IV.4.1 Resultados numéricos usando un interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador

En la simulación numérica del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador (Figuras 37 y 38), el máximo valor de  $\Delta P_s$  se localiza a un ángulo de  $135^\circ$  para el polarizador y  $40^\circ$  para la placa retardadora (Figura 37), mientras que el comportamiento de  $P_s$  (Figura 38) es similar al obtenido experimentalmente.



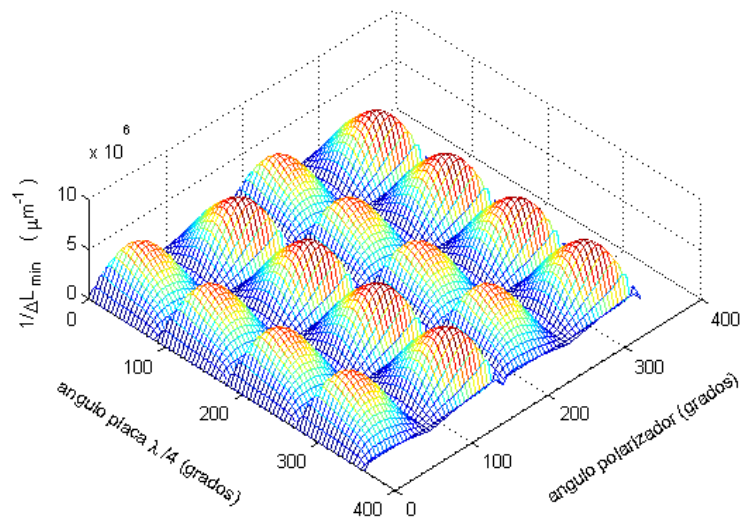
**Figura 37. Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).**



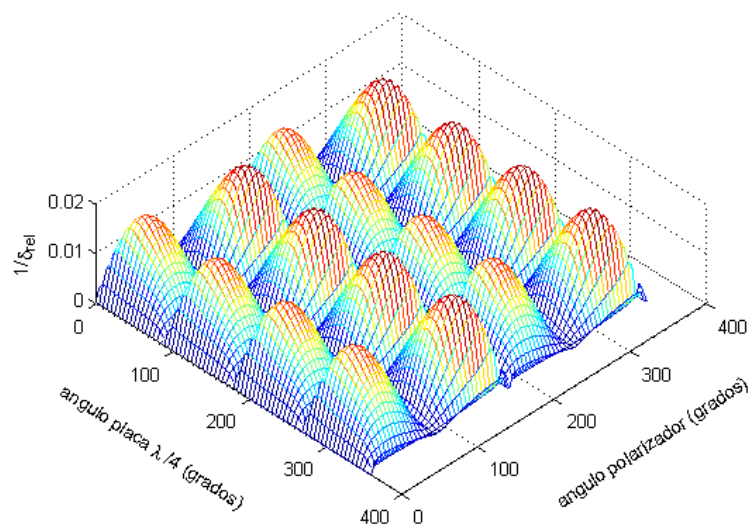
**Figura 38.** Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).

#### IV.4.1.1 Resultados numéricos del límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador

El valor mínimo de detección del interferómetro (Figura 39) es de  $\Delta L_{\min} = 0.16$  *picometros*, por lo tanto, el límite de detección relativo más pequeño es de  $\delta_{rel} = 51$ , en donde la placa retardadora y el polarizador están a un ángulo de  $55^\circ$  y  $140^\circ$  respectivamente (Figura 40). Cuando el polarizador está a un ángulo de  $135^\circ$  y la placa retardadora a un ángulo de  $40^\circ$  (mayor  $\Delta P_s$ ), el desplazamiento relativo es de  $\delta_{rel} = 60$ , el cual disminuye la sensibilidad del interferómetro.



**Figura 39.** Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).

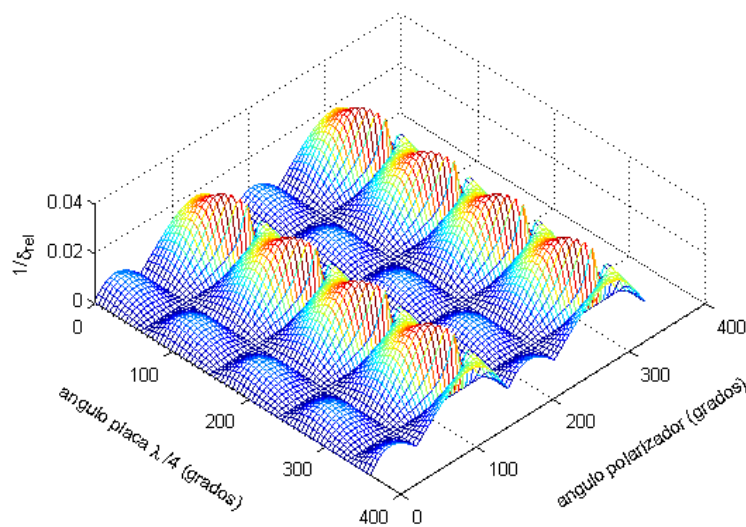


**Figura 40.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).



### IV.4.1.2 Optimización del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador

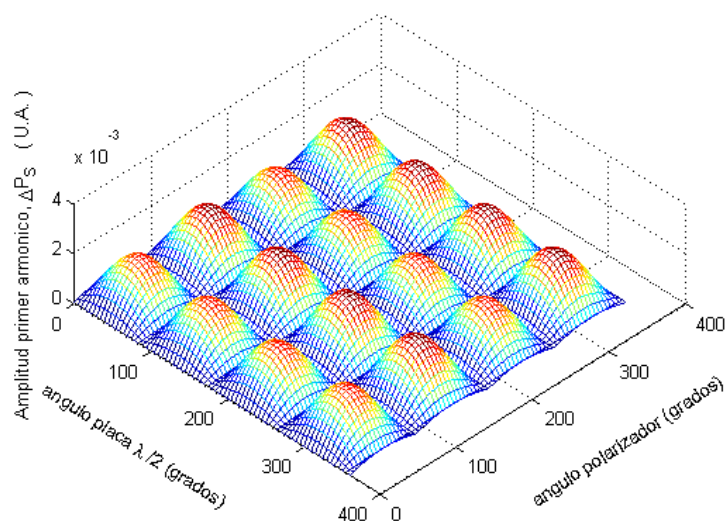
Si los haces **S** y **R** inciden con una polarización lineal de  $30^\circ$  con respecto al eje vertical, obtendremos la mayor sensibilidad de este interferómetro, con un desplazamiento mínimo de  $\Delta L_{\min} = 0.12$  *picometros*, donde el límite de detección relativo es de  $\delta_{rel} = 38$ , localizado a un ángulo de  $130^\circ$  tanto para el polarizador como para la placa de “ $\lambda/4$ ” (Figura 41).



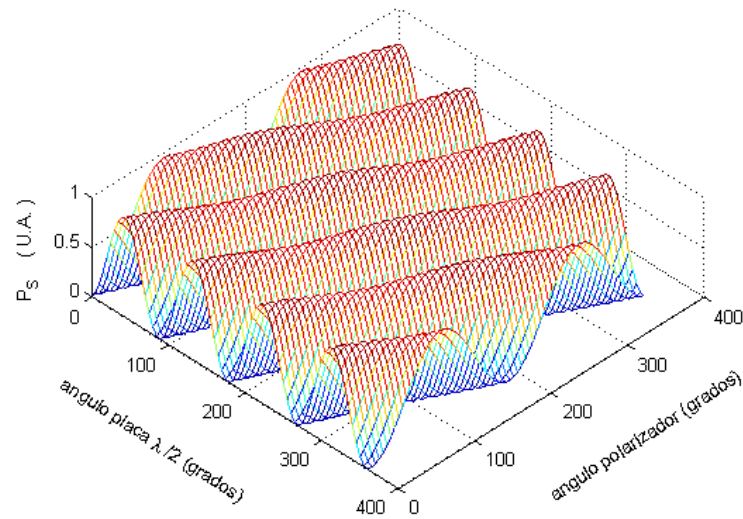
**Figura 41.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).

## IV.4.2 Resultados numéricos del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador

La presencia de una señal de primer armónico, detectada en el experimento para este interferómetro, fue justificada con el uso de una placa de “ $\lambda/2$ ” que causaba una diferencia de fase de  $0.92\pi$  entre los componentes de polarización vertical y horizontal del haz de referencia. Esta consideración se utilizó en la simulación numérica, y de esta manera se tuvo la presencia de una detección lineal (Figura 42). El máximo valor de  $\Delta P_s$  se encuentra a  $135^\circ$  para el polarizador y  $40^\circ$  para la placa (Figura 43).



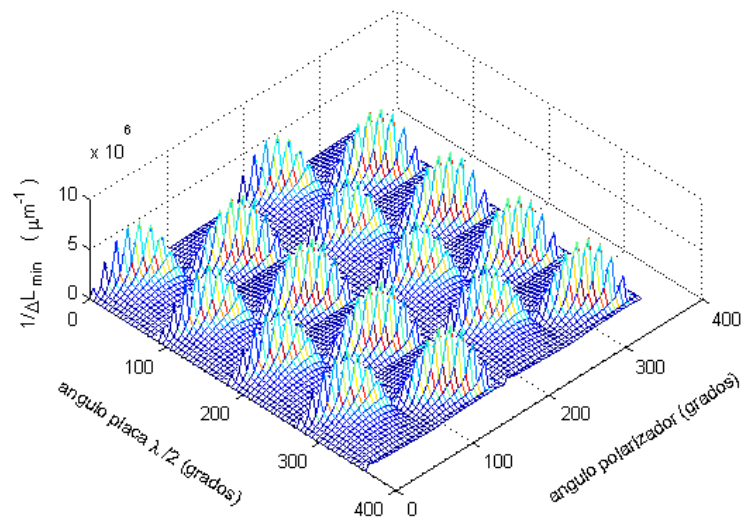
**Figura 42.** Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico).



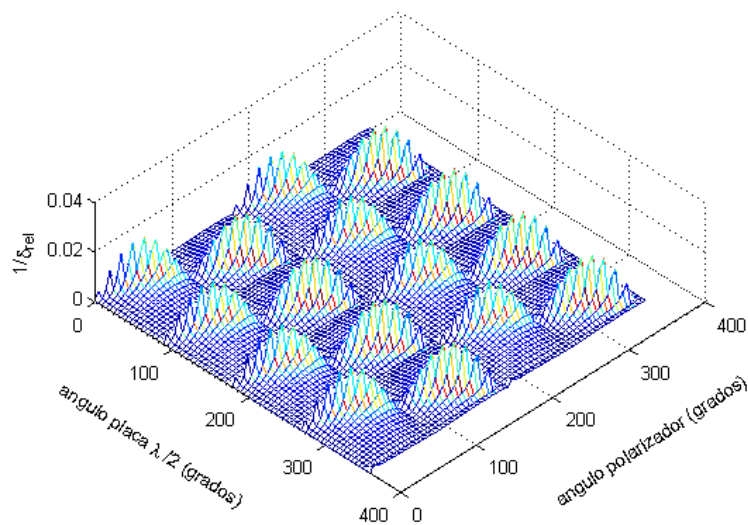
**Figura 43.** Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico).

#### IV.4.2.1 Resultados numéricos del límite de detección del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador

El mejor desplazamiento mínimo detectable es de  $\Delta L_{\min} = 0.14$  picómetros, correspondiente a un límite de detección relativo de  $\delta_{rel} = 45$ , en donde la placa retardadora y el polarizador están a un ángulo de  $65^\circ$  y  $135^\circ$  respectivamente (ver Figuras 44 y 45). El límite de detección relativo empeora de manera considerable si trabajamos en el punto donde tenemos la mejor señal, es decir, tendríamos un límite de detección de  $\delta_{rel} = 284$ .



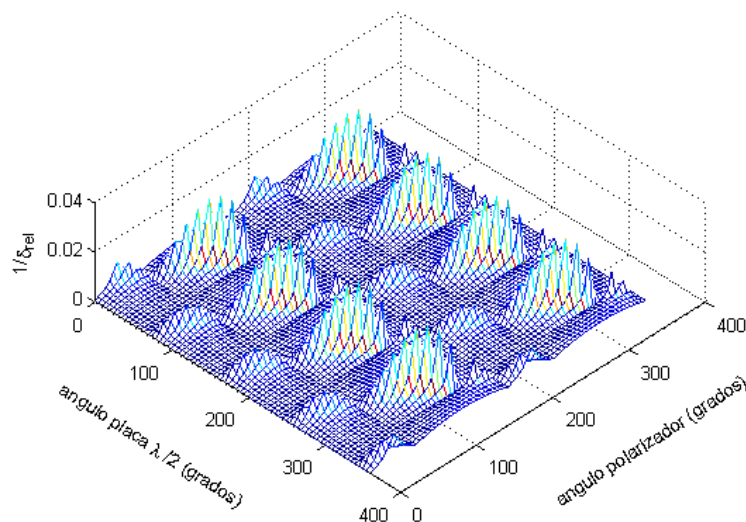
**Figura 44.** Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico).



**Figura 45.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos del polarizador y la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico).

### IV.4.2.2 Optimización del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/2$ ” y polarizador

Para este arreglo, usando la placa de  $0.92\pi$ , si cambiamos el estado de polarización de los haces **S** y **R** para que inciden al cristal por una polarización lineal de  $30^\circ$  con respecto al eje vertical, conseguiremos un desplazamiento mínimo de  $\Delta L_{\min} = 0.11$  *picómetros*, con un límite de detección relativo de  $\delta_{rel} = 36$  localizado a un ángulo de  $120^\circ$  para el polarizador y  $45^\circ$  para la placa (Figura 46). Recordemos que si tuviéramos una placa de  $\lambda/2$  adecuada para la longitud de onda con la que se trabajó, no tendríamos la presencia de una señal de primer armónico (detección lineal), sin embargo, la placa provoca un desfase de  $0.92\pi$ , provocando la presencia del primer armónico.

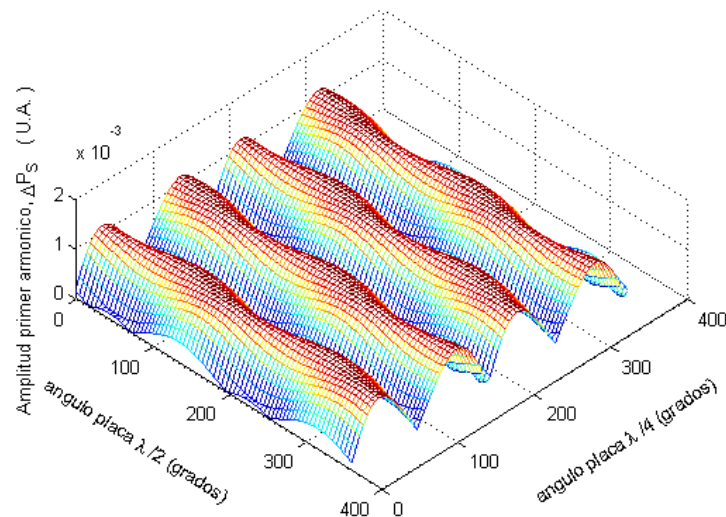


**Figura 46.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” (cálculo numérico).

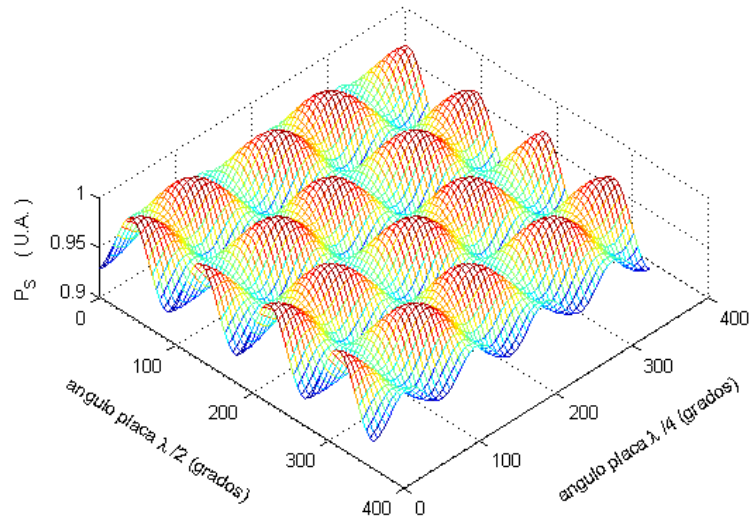
### IV.4.3 Resultados numéricos usando un interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ”

En los resultados experimentales se justificó la presencia de una señal de primer armónico debido a que el estado de polarización del haz **S** no era completamente vertical. Esto fue establecido en la simulación numérica, en que el estado de polarización de este haz se inclinó 4 grados con respecto al eje vertical para obtener una detección lineal (Figura 47). Si el estado de polarización del haz **S** se mantiene vertical, no se tendrá la presencia de un primer armónico. Es importante mencionar que la forma de “*tubos ondulados*” que se observa en las Figura 29 y 47, se debe a las placas retardadoras diseñadas exclusivamente para trabajar con una longitud de onda 1064 nm. Si se hubieran utilizado placas retardadoras diseñadas para 1150 nm, la forma del grafica sería de “*tubos*” completamente rectos y alineados.

El máximo valor de  $\Delta P_s$  se localiza a  $160^\circ$  para la placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” y  $35^\circ$  para la placa retardadora de “ $\lambda/4$ ” (ver Figuras 47 y 48).



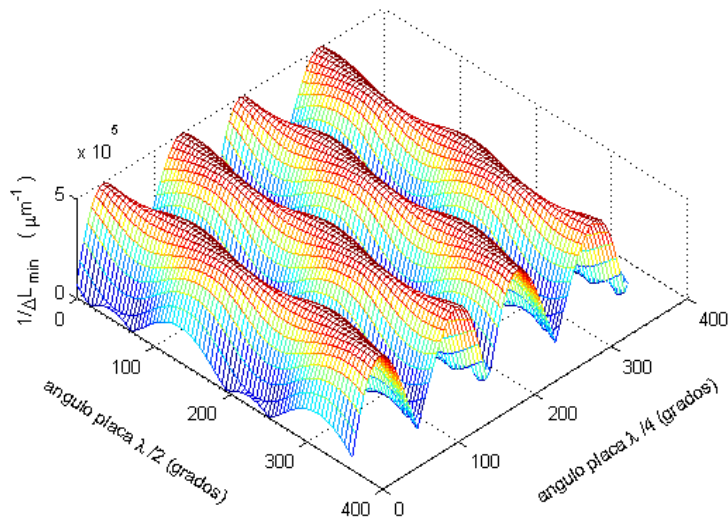
**Figura 47.** Dependencia de la polarización para la amplitud del primer armónico en el CdTe:Ge utilizando una placa retardadora de “ $\lambda/2$ ” y una de “ $\lambda/4$ ”.



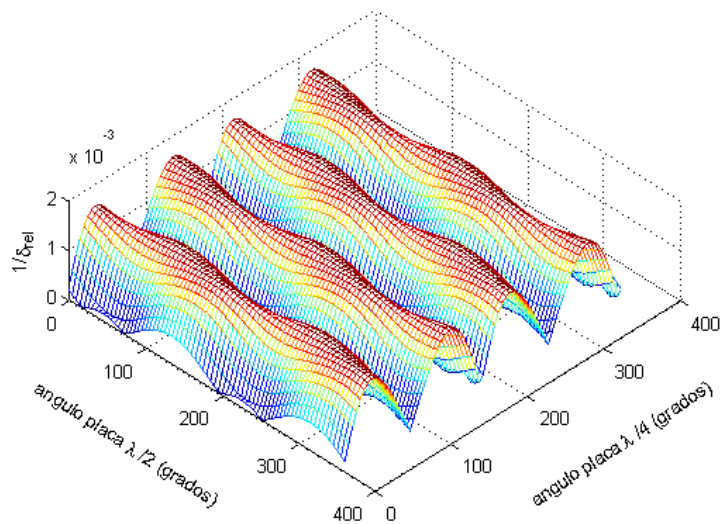
**Figura 48.** Nivel promedio de la intensidad de salida del interferómetro para diferentes ángulos de la placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ”.

#### IV.4.3.1 Resultados numéricos del límite de detección del interferómetro con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ”

El mínimo valor de  $\Delta L_{\min} = 2$  picometros, que corresponde al límite de detección relativo mas pequeño de  $\delta_{rel} = 637$ , está localizado a un ángulo de  $160^\circ$  para la placa de “ $\lambda/2$ ” y  $35^\circ$  para la placa de “ $\lambda/4$ ” (ver Figuras 49 y 50).



**Figura 49.** Límite de detección del interferómetro adaptativo para diferentes ángulos de la placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).

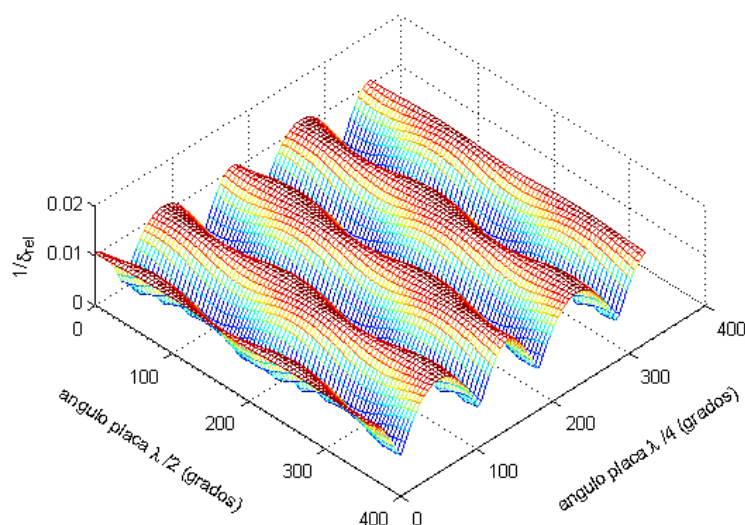


**Figura 50.** Límite de detección del interferómetro adaptativo (considerando al ruido térmico) para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).



### IV.4.3.2 Optimización del interferómetro adaptativo con placa “ $\lambda/4$ ” y placa “ $\lambda/2$ ”

Para este interferómetro tenemos la mayor sensibilidad cuando los haces **S** y **R** inciden con una polarización lineal de  $45^\circ$  con respecto al eje vertical, con un desplazamiento mínimo de  $\Delta L_{\min} = 0.28$  *picometros*, donde el límite de detección relativo es de  $\delta_{rel} = 89$ , localizado a un ángulo de  $175^\circ$  para la placa de “ $\lambda/4$ ” y  $115^\circ$  para la placa de “ $\lambda/2$ ” (Figura 51).



**Figura 51.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos de las placas retardadoras de “ $\lambda/2$ ” y “ $\lambda/4$ ” (cálculo numérico).

## IV.5 Análisis de resultados numéricos

Los cálculos numéricos muestran que la diferencia entre los valores de  $\delta_{rel}$  experimentales y  $\delta_{rel}$  numéricos puede ser explicada por una incertidumbre en la alineación de la polarización del haz **S** o **R** con respecto a los ejes cristalográficos de la muestra del cristal

fotorrefractivo. Esta incertidumbre se debe principalmente a errores de fabricación de la muestra y errores en la alineación del arreglo experimental. La suma de estos errores puede llegar a causar un error de alineación de  $10^\circ$ , es decir, el estado de polarización lineal del haz **S** o **R** puede ser de  $10^\circ$  con respecto al eje vertical, mientras que los cálculos numéricos muestran un error de  $4^\circ$  la cual nos permite explicar la diferencia entre los datos experimentales y numéricos. Además, los errores de alineación ayudan a explicar la presencia de una detección lineal en el experimento con el arreglo de dos placas retardadoras. Los cálculos numéricos muestran una sensibilidad alta a la alineación de este arreglo, justificando así el mayor margen de diferencia entre los resultados experimentales y numéricos para el arreglo con dos placas, sin embargo, los errores de alineación no provocan una variación tan drástica a los valores de sensibilidad relativa  $\delta_{rel}$  para los arreglos con polarizador, reafirmando de esta manera, la validez del cálculo numérico (Tabla IV).

**Tabla IV. Límite de detección relativo para diferentes interferómetros (cálculo numérico).**

arreglo experimental	ángulo placa $\lambda/2$ (grados)	ángulo placa $\lambda/4$ (grados)	ángulo polarizador (grados)	$\Delta L_{min}$ (pm)	$\Delta L_{min_c}$ (pm)	$\delta_{rel}$
placa $\lambda/4$ y polarizador	x	55	140	0.16	0.0031	51
placa $\lambda/2$ y polarizador	65	x	135	0.14	0.0031	45
placa $\lambda/2$ y placa $\lambda/4$	160	35	x	2	0.0031	637

El hecho de no conocer con exactitud el factor de competencia entre electrones y huecos también provoca una ligera discrepancia entre los resultados experimentales y numéricos para los diferentes arreglos del interferómetro. El factor de competencia depende de la longitud de onda de la luz. Recientemente fue mostrado que el factor de competencia

para un cristal de CdTe tiene valores pequeños para la longitud de onda  $\lambda = 1150 \text{ nm}$  que fue utilizada en el presente trabajo (Khomenko *et al*, 2007). Sin embargo, el valor exacto del factor de competencia no ha sido reportado y es necesaria una investigación especial para determinar este factor que no estuvo entre las metas del presente trabajo. Por lo tanto, en los cálculos numéricos realizados, el factor de competencia fue utilizado como un parámetro de ajuste para aproximar los datos experimentales a los resultados numéricos (Tabla V).

**Tabla V. Comparación de resultados experimentales y numéricos**

arreglo	$\delta_{rel}$ experimental	$\delta_{rel}$ numérico
placa “ $\lambda/4$ ” y polarizador	53	51
placa “ $\lambda/2$ ”y polarizador	38	45
placa “ $\lambda/2$ ” y placa “ $\lambda/4$ ”	166	637

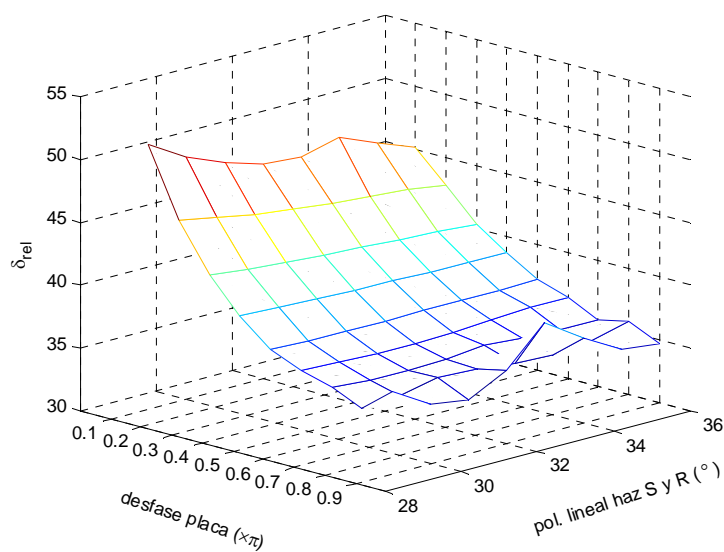
Se comparó la sensibilidad del interferómetro en sus diferentes arreglos, cada uno en su configuración más óptima (Tabla VI), y aun así, el límite de detección relativo más pequeño le corresponde a los arreglos con polarizador, demostrando la importancia de éste para aumentar la sensibilidad del interferómetro.

Según Di Girolamo *et al.* (2007), la instalación de un polarizador antes del fotodetector introduce pérdidas ópticas que llevan a un empeoramiento de la sensibilidad. Sin embargo la ausencia de un polarizador en el arreglo con dos placas causará un incremento considerable al valor de  $P_s$ , provocando un empeoramiento de la SNR, y por lo tanto de la sensibilidad, entonces podemos corroborar la importancia del uso de un polarizador en un interferómetro adaptativo para mejorar la SNR de manera considerable.

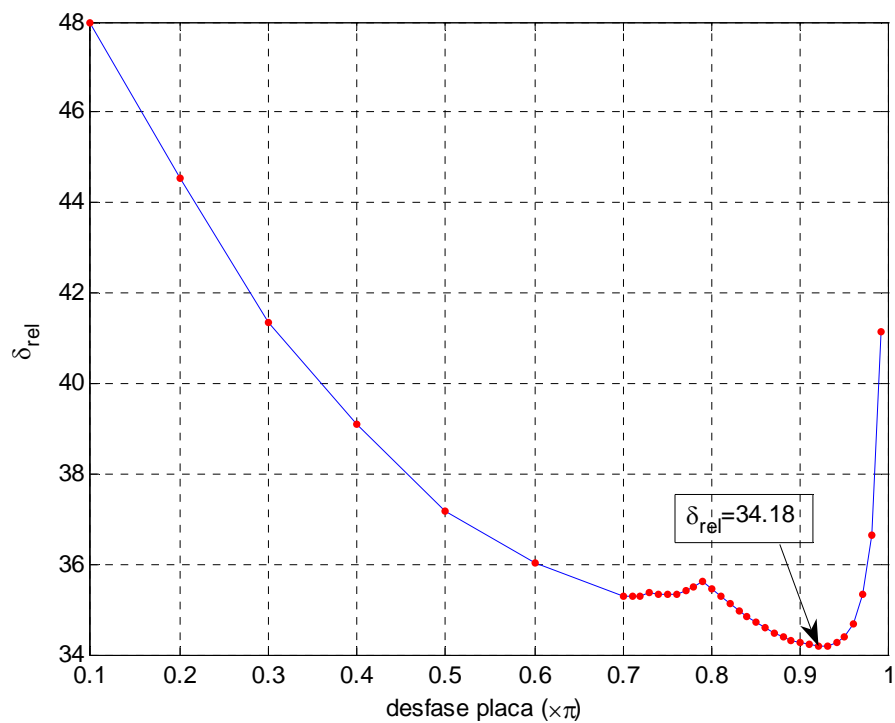
**Tabla VI. Límite de detección relativo para diferentes interferómetros en su configuración óptima (cálculo numérico)**

arreglo experimental	ángulo placa $\lambda/2$ (grados)	ángulo placa $\lambda/4$ (grados)	ángulo polarizador (grados)	$\Delta L_{\min}$ (pm)	$\Delta L_{\min_c}$ (pm)	$\delta_{rel}$
placa $\lambda/4$ y polarizador	x	130	130	0.12	0.0031	38
placa $\lambda/2$ y polarizador	45	x	120	0.11	0.0031	36
placa $\lambda/2$ y placa $\lambda/4$	115	175	x	0.28	0.0031	89

En los resultados numéricos y experimentales observamos que el arreglo que utiliza una placa de “ $\lambda/2$ ”, diseñada para trabajar con  $1064 \text{ nm}$ , tiene el menor límite de detección relativo (ver Tablas II, IV y V). Esto nos llevó a realizar en la simulación numérica un barrido de diferentes placas retardadoras y diferentes ángulos de polarización lineal para los haces **S** y **R** (Figuras 52 y 53), y de esta manera encontrar la placa y la polarización de los haces mas adecuada para obtener, de manera definitiva, el menor límite de detección relativo  $\delta_{rel}$ .



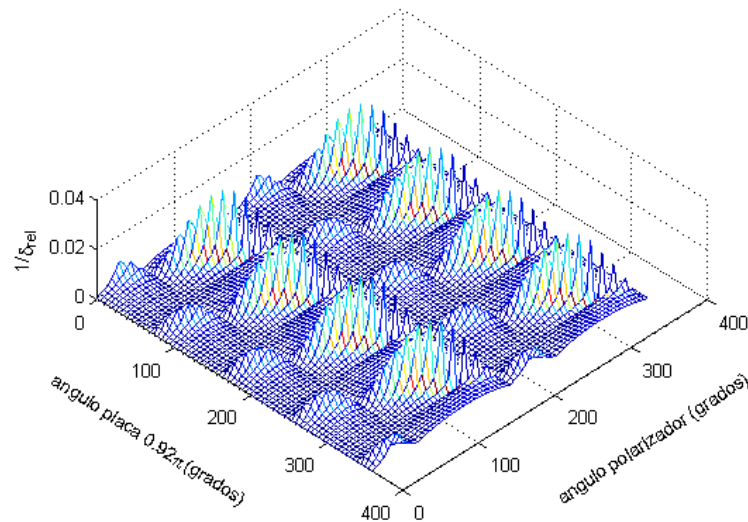
**Figura 52. Límite de detección relativo para interferómetros con diferentes placas retardadoras para un interferómetro usando un polarizador a la entrada del fotodetector (cálculo numérico).**



**Figura 53. Límite de detección relativo para interferómetros con diferentes placas retardadoras para un interferómetro usando un polarizador a la entrada del fotodetector, con una polarización lineal para los haces S y R de  $31^\circ$  con respecto al eje vertical.**

Analizando la Figura 53, observamos que haciendo uso de un polarizador y una placa de  $0.92\pi$  se tendrá el menor  $\delta_{rel}$  posible. El desfase que causa esta placa es muy cercano al desfase que provocó la placa de  $\lambda/2$  utilizada en el experimento. Debido a esto, en el experimento tenemos el menor límite de detección relativo para el interferómetro con polarizador y placa  $\lambda/2$  diseñada para  $1064nm$ .

Si los haces **S** y **R** inciden con una polarización lineal de  $31^\circ$  con respecto al eje vertical, usando una placa retardadora donde la diferencia de fase entre los componentes de polarización vertical y horizontal del haz de referencia es de  $0.92\pi$ , y trabajando a un ángulo de  $120^\circ$  para el polarizador y  $105^\circ$  para la placa retardadora, obtendremos un desplazamiento mínimo de  $\Delta L_{min} = 0.11 \text{ pm}$  que corresponde a un límite de detección relativo de  $\delta_{rel} = 34$  (Figura 54).



**Figura 54.** Límite de detección relativo del interferómetro adaptativo (en su configuración óptima) para diferentes ángulos del polarizador y placa retardadora de  $0.92\pi$ .

# Capítulo V

## Conclusiones

En esta tesis se presentó un interferómetro adaptativo con un cristal fotorrefractivo CdTe:Ge. La aplicación principal de este interferómetro se encuentra en la detección de vibraciones que varían en amplitud dentro del rango de picómetros.

La configuración básica de este interferómetro consiste en el esquema de contrapropagación de haces que nos permite aumentar la reflexión de la rejilla de índice dentro del cristal fotorrefractivo sin la necesidad de aplicar un campo eléctrico externo, mejorando así la sensibilidad del interferómetro adaptativo. Para lograr una transformación lineal de fase a intensidad se experimentó con diferentes estados de polarización para los haces que inciden dentro del cristal.

La sensibilidad más alta fue obtenida por los arreglos con un polarizador a la entrada del fotodetector. Pero debido al ruido térmico presente en el fotodetector, el menor límite de detección le corresponde al interferómetro con una placa retardadora de  $\lambda/4$  y un polarizador que controla la intensidad promedio a la entrada del fotodetector y provoca el mezclado de dos ondas para las polarizaciones ortogonales. En esta configuración se alcanzó un límite de detección de 5 pm trabajando con un ancho de banda de frecuencias de vibración de 1 Hz.

En la parte teórica fue realizado un análisis del desempeño del interferómetro en base a las ecuaciones de ondas acopladas. Se desarrolló un cálculo numérico para resolver dichas ecuaciones en el esquema de contra-propagación de haces con diferentes polarizaciones, permitiéndonos calcular la sensibilidad del interferómetro adaptativo en sus diferentes modificaciones. Los resultados numéricos y experimentales fueron comparados entre sí y se observó una similitud entre ellos, lo que permitió comprender con mayor claridad estos resultados.

Fue mostrado por primera vez por simulación numérica que la configuración óptima de un interferómetro adaptativo consiste en la presencia de una placa retardadora diferente a las placas de  $\lambda/4$  y  $\lambda/2$  que normalmente son usadas en trabajos publicados.

En resumen, no solo se demostró la eficiencia de un interferómetro adaptativo sin el uso de un campo eléctrico externo, también se corroboró la importancia del uso de un polarizador para mejorar considerablemente la SNR y de esta manera aumentar la sensibilidad del interferómetro. Finalmente, entre las ventajas más importantes de un interferómetro adaptativo como sensor de vibración se encuentran, la ausencia de un campo eléctrico externo y la eficiencia para rechazar vibraciones que provienen del ruido, lo que permite a su vez una alta sensibilidad a desplazamientos pequeños con frecuencias mucho mayores que el ruido.



# Bibliografía

Arfken, G. B. y H. H. Weber. 2007. *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press, San Diego. 1029 p.

Boyd R.V. 1992. *Nonlinear optics*. Academic Press, Inc. USA. 439 p.

Di Girolamo, S., Alexei A. Kamshilin, Roman V. Romashko, Yuriy N. Kulchin y Jean Claude Launay. 2006. *Fast adaptive interferometer on dynamic reflection hologram in CdTe:V*. Optics Express. 15(2): 545-555 p.

Erdogan, T. 1997. *Fiber grating spectra*. J. Lightwave Technol. 15(8): 1277-1294.

Hecht E. 2000. *Óptica*. Addison Wesley Iberoamericana. Tercera Edición. España. 708 p.

Ing, R. K. y J.-P. Monchalín. 1991. *Broadband optical detection of ultrasound by two-wave mixing in a photorefractive crystal*. Appl. Phys. Lett. 59: 3233-3235 p.

Khomenko, A. V., A. Lopez Navarro, M. Garcia Zarate y K. Shcherbin. 2007. *Optically stimulated electron-hole resonant in photorefractive CdTe with an optimum frequency ac field*. J. Opt. Soc. Am. B. 24(9): 2172-2177 p.

López Navarro, A. 2005. *Control óptico del efecto fotorrefractivo en el telurio de cadmio*. Tesis de Maestría, CICESE. 100 p

Nolte, D.D. 1995. *“Photorefractive effects and materials”*. USA. 489 p.

Petrov M.P., S.I Stepanov y A.V. Khomenko 1991. *Photorefractive crystals in coherent optical systems*. Springer-Verlag. Berlin. 275 p.

Petrov, V.M., A.V. Khomenko y T.Tschudi. 2007. *A High-Sensitive Holographic Interferometer for the Measurements of Weak Forces and Small Mechanical Displacements*,

in *Controlling Light with Light: Photorefractive Effects, Photosensitivity, Fiber Gratings, Photonic Materials and More on CD-ROM* (The Optical Society of America, Washington, DC. TuB2 1-3 p.

Picoli, G., P. Gravey y C. Ozkul. 1989. *Model for resonant intensity dependence of photorefractive two-wave mixing in InP:Fe*. Opt. Lett. 14: 1362-1364 p.

Picoli, G., P. Gravey, C. Ozkul y V. Vieux. 1990. *Theory of two-wave mixing gain enhancement in photorefractive InP:Fe: new mechanism of resonance*. J. Appl. Phys. 66: 3798-3813 p.

Pogany, P., H. J. Eichler y M. Hage Ali. 1998. *Two-wave mixing gain enhancement in photorefractive CdZnTe:V by optically stimulated electron-hole resonance*. J. Opt. Soc. Am. B. 15(11): 2716-2720 p.

Rodríguez Zurita, G. y R. Pastrana Sánchez. 1996. *Aplicaciones interferométricas de cristales fotorrefractivos*. Revista Mexicana de Física. 43(3). 315-342 p.

Shamonina, K. H. Ringhofer, B. I Sturman, V. P. Kamenov, G. Cedilnik, M. Esselbach, A. Kiessling, R. Kowarschik, A. A. Kamshilin, V. V. Prokofiev y T. Jaaskelainen. 1998. *Giant momentary readout produced by switching electric fields during two-wave mixing in sillenites*. Optics Letters. 23: 1435-1437 p.

Stepanov, S.I. 1994. *Application of photorefractive crystals*. Rep.Prog. Phys. 57: 39-116 p.

Strohkendl, F. P., J. M. C. Jonathan y R. W. Hellwarth. 1986. *Hole-electron competition in photorefractive gratings*. Optics Letters. 11(5): 312-314 p.

Wagner J.W. y James B. Spicer. 1987. *Theoretical noise-limited sensitivity of classical interferometry*. J. Opt. Soc. Am. B. 4(8): 1316-1326 p.

Yariv, A. y P. Yeh. 1984. *Optical waves in crystals*. Willey-Interscience. USA. 589 p.

Yeh, P. 1993. *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics*. Willey-Interscience. USA. 410 p.