

TESIS DEFENDIDA POR

Jorge Antonio Acosta Rodríguez

Y aprobada por el siguiente comité:

Dr. Antatoli Khomenko Filatova

Director del Comité

Dr. Alfonso García Weidner

Miembro del Comité

Dr. Roger Sean Cudney Bueno

Miembro del Comité

Dr. Mikhail Shlyagin

Miembro del Comité

Dr. Enrique Gómez Treviño

Miembro del Comité

Dr. Serguei Stepanov

*Coordinador del programa de
posgrado en Óptica*

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

*Encargado del despacho de la dirección
de estudios de posgrado*

1 de Septiembre de 2008

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN
SUPERIOR DE ENSENADA



DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA
DEPARTAMENTO DE ÓPTICA

**Optimización de un interferómetro adaptativo basado en los
cristales fotorrefractivos de silenita**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

Jorge Antonio Acosta Rodríguez

Ensenada, Baja California a Septiembre de 2008.

RESUMEN de la tesis de **Jorge Antonio Acosta Rodríguez**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ÓPTICA. Ensenada, B. C. Septiembre de 2008.

Optimización de un interferómetro adaptativo basado en los cristales fotorrefractivos de silenita

Resumen aprobado por:

Dr. Antatoli Khomenko Filatova

Director de Tesis

Un interferómetro adaptativo basado en cristales fotorrefractivos es una técnica relativamente simple y altamente sensible para la medición de vibraciones ultrasónicas de pequeña amplitud en superficies irregulares. Esta capacidad es altamente valorada por la industria por su posible aplicación en pruebas no destructivas de materiales y monitoreo de estructuras.

Los cristales de silenitas como lo son el BTO, BGO y BSO tienen una alta sensibilidad y un tiempo de respuesta corto lo que los hace buenos candidatos para utilizarse dentro del interferómetro como el elemento activo que permite la adaptabilidad.

El presente trabajo de tesis comprende el desarrollo de un interferómetro adaptativo con un cristal fotorrefractivo de silenita, así como su investigación experimental y teórica con el objetivo de definir las dimensiones óptimas del cristal y la configuración del interferómetro con la sensibilidad más alta para la medición de vibraciones.

En la parte experimental se determinó que la sensibilidad más alta alcanzada fue con un cristal BTO con 3 mm longitud del cual se logró diferenciar desplazamientos de 93 fm cuando el ancho de banda de frecuencias es 1Hz.

El análisis teórico fue realizado en base a las ecuaciones de ondas acopladas vectoriales. Se desarrolló un programa para resolver esas ecuaciones que nos permiten analizar el desempeño de diferentes modificaciones del interferómetro adaptativo para su optimización.

Palabras clave: Interferómetro adaptativo, Cristales fotorrefractivos, Mezcla de dos ondas.

ABSTRACT of the thesis presented by **Jorge Antonio Acosta Rodríguez**, as a partial requirement to obtain the MASTER IN SCIENCE degree in OPTICS. Ensenada, B. C. September 2008.

Optimization of an adaptive interferometer based on silenites crystals

Abstract approved by:

Dr. Antatoli Khomenko Filatova

Thesis director

Measurement of small-amplitude ultrasound vibration by an adaptive interferometer is a relatively simple and sensitive technique used on applications like non-destructive test of materials.

An adaptive interferometer based on photorefractive crystals is a relatively simple and highly sensitive technique to measure small amplitude ultrasonic vibrations of irregular shapes. This technique has many important applications in industry for non-destructive materials testing and structures monitoring.

Silenites crystals such as BTO, BGO y BSO have a high sensitivity and a fast response, making them good candidates to be used inside the interferometer as the active element that enables the adaptability.

The present thesis comprises the development both experimentally and theoretically of an adaptive interferometer based in silenite crystals, with the objective of defining the optimum crystal length and configuration for vibration measurements.

On the experimental side it was found that the highest sensitivity was obtained using a 3 mm BTO crystal being able to detect 93 fm displacements when the frequency bandwidth was 1 Hz.

The theoretical analysis was based on coupled-wave equations. To solve these equations a MATLAB program was developed that has allowed analysis and optimization of the main characteristics of the adaptive interferometer.

Keywords: Adaptive interferometer, photorefractive crystals, Two wave mixing.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres, y hermana por su apoyo incondicional.

Agradezco al Dr. Anatoly Khomenko por la oportunidad que me dio de trabajar con él y su constante apoyo y asesorías durante el desarrollo de mi tesis.

A los miembros del comité Dr. Roger Cudney, Dr. Alfonso García Weidner, Dr. Mikhail Shlyagin y Dr. Enrique Gómez Treviño por su disposición para revisar la tesis en tan corto tiempo.

A Marco Garcia por la ayuda técnica brindada durante el experimento.

A mis compañeros de maestría y amigos, Alejandra, Alejandro, Felipe, Gaby, Hector, J. Pablo, Lis, María, Minerva, Nohemi y Ruben.

Al Departamento de Física Aplicada y a la Dirección General del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, (CICESE) por el apoyo durante mi estancia en el programa de maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca durante los dos años de maestría.

Ensenada, México
1 de Septiembre de 2008.

Jorge Antonio Acosta Rodríguez

Tabla de Contenido

Capítulo/Sección	Página
Tabla de Contenido	i
Resumen	ii
Abstract	iii
Agradecimientos	iv
Lista de Figuras	vii
Lista de Tablas	x
I Introducción	1
I.1 Antecedentes	2
I.2 Objetivos	3
I.3 Metas específicas	4
I.4 Estructura de tesis	4
II Interferometría adaptativa basada en cristales fotorrefractivos	5
II.1 Introducción	5
II.2 Interferometría adaptativa	5
II.3 Cristales cúbicos fotorrefractivos	11
II.4 Efecto fotorrefractivo	14
II.5 Mezclado de ondas en cristales fotorrefractivos	21
III Metodología y resultados experimentales	28
III.1 Introducción	28
III.2 Metodología experimental	29
III.2.1 Desarrollo de herramientas de software y hardware	29
III.2.2 Verificación de láser	31
III.2.3 Verificación de cristal fotorrefractivo	33
III.2.4 Caracterización de piezoeléctrico	34
III.2.5 Mediciones de los parámetros de la rejilla fotorrefractiva	37
III.2.6 Metodología de los experimentos	39
III.2.7 Datos obtenidos	44
III.3 Sensitividad de un interferómetro adaptativo	51
III.3.1 Estimación teórica	51
IV Modelo teórico y cálculos numéricos	54
IV.1 Introducción	54
IV.2 Implementación del método numérico	54
IV.2.1 Rotación de elementos ópticos	56
IV.2.2 Orientación de cristal	56
IV.2.3 Formación de la rejilla de índice	57
IV.2.4 Ecuaciones de formación del campo espacio carga	58
IV.2.5 Analizador de salida	62

Tabla de Contenido (Continuación)

Capítulo/Sección	Página
IV.2.6 Detección de señal y filtrado de 1ro y 2do armónicos	63
IV.3 Resultados numéricos	65
IV.3.1 Resultados de calculos de señal del interferómetro adaptativo . .	65
IV.3.2 Óptimo espesor del cristal para mejor sensibilidad	67
V Conclusiones	74
References	75

Lista de Figuras

Figura	Página
1 Interferómetro adaptativo basado en retro-alimentación electrónica para compensación de cambios lentos de fase	6
2 Interferómetro adaptativo basado en holografía para corrección de frente de onda de un objeto definido	8
3 Interferómetro adaptativo basado en cristal fotorrefractivo como elemento compensador de fase y frente de onda	9
4 Aplicación práctica de interferometría basada en cristales fotorrefractivos donde múltiples sensores son compensados simultáneamente de cambios quasi-estáticos ambientales (Yi Qiao, 2006).	10
5 Método Czochralski para crecimiento de cristales	12
6 Patrón de interferencia por haces en contra-propagación.	16
7 Foto-ionización	16
8 Secuencia de fenómenos que toman lugar hasta modificar el índice de refracción del cristal conocido como efecto fotorrefractivo	19
9 Rejilla formada por haces en contrapropagación	23
10 Reflexión estimada de rejilla de fase dentro de un cristal fotorrefractivo con 5 mm de longitud sin actividad óptica en relación de número de defectos cristalinos.	27
11 Arreglo experimental para la medición de la longitud de coherencia del láser Nd:YAG	31
12 Medición de longitud de coherencia de láser Nd:YAG, la envolvente gris representa 50 segundos de captura de datos durante un desplazamiento constante. La sinusoidal formada por puntos representa un acercamiento de 10,000X	32
13 Arreglo experimental para generación de haz conjugado para la verificación de la capacidad del cristal BTO para formar rejillas holográficas.	33
14 Incremento en el reflejo de haz conjugado con respecto al tiempo.	34
15 Valor absoluto de la amplitud de modulación de la intensidad contra amplitud de desfaseamiento (teórico)	35
16 Interferómetro Michelson utilizado para obtener relación voltaje aplicado a piezoeléctrico vs. desplazamiento del piezoeléctrico.	35
17 Caracterización de piezoeléctrico usado.	36
18 Amplitud de primer armónico vs voltaje RMS aplicado a controlado de piezoeléctrico, el punto muestra el voltaje seleccionado para las mediciones.	37
19 Arreglo experimental utilizado en la medición de las características de la rejilla holográfica	38

Lista de Figuras (Continuación)

Figura	Página
20 Reflexión rejilla no local esta en fase con señal referencia, causando relación cuadrática en intensidad por cambios de fase.	40
21 Mezcla por medio de polarizador de los componentes ortogonales de haz referencia y reflejado en rejilla, causando relación lineal en intensidad por cambios de fase	41
22 Diagrama de flujo para la secuencia de eventos y toma de datos del arreglo experimental sin utilizar polarizador.	42
23 Diagrama de flujo para la toma de datos y control del arreglo experimental.	43
24 Amplitud de primer armónico de señal vs. angulo de placa $\lambda/4$ y posición angular de analizador en cristal BTO con 12mm en el eje de propagación	45
25 a) Magnitud del primer armónico reflejado de la rejilla holográfica con una señal de 45 Hz y una amplitud de 7.9V RMS hacia el piezoeléctrico, b) Magnitud de segundo armónico	46
26 Magnitud del primer armónico reflejado de la rejilla holográfica con cristales BTO y diferentes longitudes de propagación	47
27 Magnitud del primer armónico reflejado de la rejilla holográfica de cristales BTO, BGO, BSO con 5 mm de propagación	48
28 Amplitud de primer armónico medido en un cristal BTO con espesor 1.2 mm (A), 3 mm (B).	49
29 Amplitud de primer armónico cristal BTO 3mm contra frecuencia de vibración	50
30 Estimación de ruido apartir de datos medidos en cristal BTO 3mm. El eje rápido de la placa $\lambda/4$ a 0° es paralelo al plano de la mesa, la polarización de láser es lineal a 45° con respecto al mismo plano.	52
31 Esquema de acoplamiento de dos ondas en configuración de contrapropagación, R_2 y S_2 son los haces generados por la difracción de S y R respectivamente.	56
32 Diagrama de flujo para cálculo de la respuesta del interferómetro variando la elipticidad del haz referencia R y posición angular de un polarizador lineal en la salida	59
33 Condiciones iniciales en la frontera para calculo de transmitancia y reflexión de la onda señal.	61
34 Simulación de nivel promedio de señal de un cristal BTO con actividad óptica de 6° mm propagando por eje cristalográfico $[11\bar{2}]$	65
35 Amplitud de primer armónico (a) y sensibilidad relativa (b) de un interferómetro con un cristal BTO con actividad óptica de $6^\circ/\text{mm}$ con dirección de propagación de la luz $[11\bar{2}]$	66

Lista de Figuras (Continuación)

Figura		Página
36	Corte de las superficies normalizadas de amplitud de primer armónico y sensibilidad relativa, donde se muestra como el punto más alto de señal no coincide con la mejor sensibilidad relativa	67
37	Diagrama de flujo para cálculos de la respuesta del interferómetro variando el espesor y actividad óptica del cristal	69
38	Máximo de primer armónico (a) y sensibilidad relativa (b) variando la longitud del cristal vs. actividad óptica.	70
39	Máximo de primer armónico (a) y sensibilidad relativa (b) variando la longitud del cristal vs. actividad óptica sin incluir polarizador en el arreglo	72
40	Datos experimentales y teóricos de amplitud de señal contra longitud de un cristal BTO con actividad óptica 5 grados/mm y sin incluir analizador en el arreglo	73

Lista de Tablas

Tabla		Página
I	Valores típicos de cristales BTO, BGO y BSO @ $\lambda = 633\text{nm}$	13
II	Tipos y dimensiones de cristales medidos.	44
III	Condiciones donde se obtuvieron los mejores puntos de amplitud y sensibilidad relativa	71

Capítulo I

Introducción

El presente proyecto está dedicado a la investigación en el área de sensores ópticos interferométricos. La interferometría óptica es una poderosa herramienta utilizada en la medición de un amplio rango de parámetros en la ciencia e industria reconocida principalmente por su precisión y sensibilidad. Tan alta es la sensibilidad que, para obtener mediciones confiables los arreglos interferométricos tienen que ser protegidos contra cambios ambientales no deseados (y normalmente no perceptibles a los sentidos) como vibraciones, cambios de temperatura o turbulencias de aire. Esta es la razón por la cual se utilizan pesadas mesas metálicas sostenidas mediante amortiguadores neumáticos en nuestros laboratorios que mitigan los cambios de temperatura y vibraciones. Obviamente estos requerimientos complican cualquier implementación de un interferómetro en ambientes fuera de un laboratorio.

La interferometría adaptativa basada en cristales fotorrefractivos, permite resolver este problema de forma relativamente simple mediante la compensación de cambios lentos de fase entre los brazos del interferómetro (Solimar *et al.*, 1996).

El fenómeno físico fundamental que permite la adaptabilidad del interferómetro es el efecto fotorrefractivo, el cual puede ser definido como el cambio en el índice de refracción local de un material provocado por iluminación modulada en espacio (Yeh, 1993). Una breve explicación del efecto fotorrefractivo en cristales es la siguiente:

El cristal contiene impurezas distribuidas aleatoriamente en su volumen. Estas impurezas están ocupadas parcialmente por portadores eléctricos, electrones o huecos. Bajo iluminación los portadores son excitados pasando a la banda de conducción, si la

iluminación es no uniforme provocará la difusión de los portadores que se acumularán por atrapamiento en zonas no iluminadas. La separación de cargas crea un campo eléctrico y finalmente un cambio del índice de refracción o bien de birrefringencia del cristal por el efecto electro-óptico.

Lo anterior nos lleva a preguntar, ¿cómo es que gracias al fenómeno fotorrefractivo podemos compensar cambios lentos de fase dentro del interferómetro adaptativo?

Aprovechando el efecto fotorrefractivo, puede ser grabada una rejilla de fase si el cristal está expuesto a un patrón de iluminación periódico, el cual podemos generar fácilmente interfiriendo dos ondas coherentes. La rejilla difracta la luz de los mismos haces que la formaron provocando un intercambio de energía entre ellos. Este efecto es conocido como acoplamiento de dos ondas la cual es la base del funcionamiento del interferómetro adaptativo utilizado en este estudio. La rejilla sirve como un espejo adaptativo que cambia su posición para compensar cualquier cambio lento de diferencias en caminos ópticos del interferómetro provocado por factores ambientales. Ha sido demostrado que el mezclado de dos ondas en cristales fotorrefractivos es una técnica muy prometedora para la implementación de interferómetros adaptativos (Yi Qiao, 2006).

I.1 Antecedentes

Con la invención del láser en 1960 por Theodore Maiman, se inició el estudio de fenómenos no-lineales en la óptica. Permitted a los investigadores obtener por primera vez luz con la coherencia e intensidad luminosa lo suficientemente altas para observar tales fenómenos comenzando en 1961 con la generación del segundo armónico. Poco después en 1966 A Ashkin *et al.* descubría el fenómeno fotorrefractivo en los laboratorios Bell al observar como el paso de un haz láser relativamente poderoso, modificaba localmente el índice de refracción en un cristal electro-óptico de $LiNbO_3$ distorsionando

su frente de onda. (Ashkin *et al.*, 1966). Es por esto que inicialmente a este efecto se le conocía como “daño óptico”, posteriormente debido a su naturaleza reversible fue renombrado a su forma actual como efecto fotorrefractivo. En 1968 Chen *et al.* utilizaba por primera vez un cristal fotorrefractivo como un medio holográfico reutilizable y en 1979, Kukhtarev *et al* consolidó el modelo de transporte de bandas, ya usado para explicar el efecto fotorrefractivo. La importancia de este fenómeno fue reconocido inmediatamente, ya que permite un control de luz por luz y grabación de información, su naturaleza reversible le confirió el título de material fotosensible reciclable.

Los primeros sensores ópticos adaptativos reconocidos como tales, fueron interferómetros que utilizaban hologramas no dinámicos (convencionales), ya que los hologramas compensan (se adaptan) a la forma del objeto a observar, permitiendo la detección de cambios de forma o de movimiento de objetos con geometrías complicadas. Con el descubrimiento del efecto fotorrefractivo, fue un paso natural el reemplazar los hologramas convencionales con materiales fotorrefractivos que permitían grabar en “tiempo real” los hologramas, sin necesidad de procesamiento fotográfico como hasta entonces se requería.

I.2 Objetivos

- Construir un interferómetro adaptativo con un cristal fotorrefractivo cúbico con actividad óptica (BTO, BSO y BGO) con el esquema de contrapropagación de haces.
- Investigar experimental y numéricamente la reflectividad de las rejillas dinámicas de Bragg grabadas en los cristales cúbicos con actividad óptica.
- Investigar características principales del interferómetro adaptativo y optimizar la configuración para mejorar la sensibilidad a vibraciones de un objeto con alta

reflectancia.

I.3 Metas específicas

- Desarrollo de la metodología de investigación y caracterización de un interferómetro adaptativo con cristal fotorrefractivo.
- Automatización del arreglo experimental.
- Desarrollo de los programas y cálculos numéricos de los parámetros principales de los interferómetros adaptativos.

I.4 Estructura de tesis

La presente tesis se divide en 5 capítulos, comenzando con la introducción donde se explican de forma general los principales conceptos necesarios para el entendimiento de este estudio, así como un poco de historia sobre el fenómeno fotorrefractivo. El segundo capítulo trata específicamente sobre interferometría dinámica o adaptativa utilizando el fenómeno fotorrefractivo, mencionando trabajos previos en esta área. El tercer capítulo describe los experimentos realizados en este estudio y resultados obtenidos

El cuarto capítulo trata el desarrollo de un método numérico que permita la descripción de los resultados obtenidos en el capítulo anterior y que además nos permita la optimización del interferómetro adaptativo con cristales cúbicos fotorrefractivos, lo cual es uno de los objetivos de esta tesis.

En el quinto y último capítulo, hacemos una discusión de los resultados y de cómo el modelo matemático desarrollado en el anterior capítulo se apega a la realidad, así como el siguiente paso en la continuación del estudio de interferómetros adaptivos basado en cristales cúbicos fotorrefractivos.

Capítulo II

Interferometría adaptativa basada en cristales fotorrefractivos

II.1 Introducción

Al inicio de este capítulo se expondrá el concepto de interferometría adaptativa, algunos arreglos experimentales, así como aplicaciones prácticas de esta técnica. Posteriormente el efecto fotorrefractivo es tratado, cubriendo entre otras cosas, su mecanismo físico, la descripción matemática del fenómeno y las propiedades de los cristales cúbicos fotorrefractivos, usados en este estudio.

Al final del capítulo se tratará la teoría de difracción por rejillas de fase, debido a que tales rejillas de fase serán inducidas dentro de los cristales fotorrefractivos. La rejilla formará parte del interferómetro funcionando como un espejo, pero con características adaptativas.

II.2 Interferometría adaptativa

Normalmente cuando se habla acerca de interferómetros adaptativos nos referimos a la capacidad que tienen para ajustar el frente de onda reflejado por un objeto contra un frente de onda referencia, y además que responda solo a cambios rápidos del objeto filtrando cambios lentos en el sistema interferométrico. Por cambios en el interferómetro nos referimos a inestabilidades mecánicas, expansión térmica o turbulencia en el aire.

Los dos parámetros clave en cualquier interferómetro adaptativo es su sensibilidad, o capacidad de determinar pequeñas variaciones de fase y su tiempo de respuesta, que

define que tan rápido el interferómetro es capaz de adaptarse a cambios en el ambiente. Por ejemplo, en ambientes industriales es normalmente requerido una alta inmunidad a vibraciones de 50/60 Hz, consecuentemente la respuesta del interferómetro (y por ende del cristal fotorrefractivo) normalmente debe exceder 500 Hz (Girolamo y Kamshilin, 2006) . Dentro de los cristales fotorrefractivos, solamente los cristales semiconductores (*InP*, *GaAs*, *CdTe*) poseen respuesta suficientemente rápida. Sin embargo la magnitud del efecto fotorrefractivo en estos cristales es menor que en los cristales ferroeléctricos tales como *BaTiO₃* o *LiNbO₃*. Los cristales de silenita como lo son *Bi₁₂TiO₂₀*, *Bi₁₂GeO₂₀* (BGO) y *Bi₁₂SiO₂₀* (BSO), tienen respuestas más rápidas que los cristales ferroeléctricos y una magnitud de señal mayor a los cristales semiconductores colocandolos en un punto intermedio.

Arriba se menciona un interferómetro adaptativo que utiliza un cristal fotorrefractivo como elemento activo, sin embargo los primeros interferómetros adaptativos se implementaron de forma electrónica u holográfica.

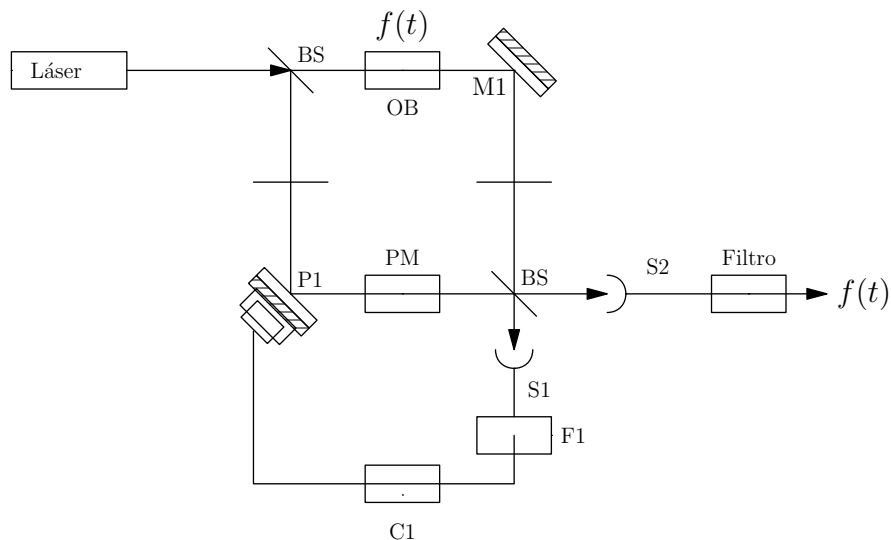


Figura 1: Interferómetro adaptativo basado en retro-alimentación electrónica para compensación de cambios lentos de fase

Un ejemplo de arreglo interferométrico adaptativo electrónico (Rodríguez-Zurita

y Pastrana-Sanchez, 1998) es mostrado en la figura 1, el cual es un sistema retro-alimentado que permite compensar cambios lentos en la diferencia de caminos ópticos.

Aquí BS es un divisor de haz, OB es un objeto que genera cambios rápidos de fase $f(t)$ simulando una señal deseada, PM modula la fase del haz referencia con una frecuencia menor o mayor a la frecuencia que se desea sensar. Un elemento modulador de fase puede ser desde un simple espejo unido a un piezo eléctrico, hasta cristales con propiedades electro-ópticas, como lo es el niobato de litio ($LiNbO_3$), el cual modifica su índice de refracción con la aplicación de un campo eléctrico, cambiando la velocidad de propagación de la luz y por ende la fase del haz que se propague por el cristal. La señal detectada por el fotodetector S1 es filtrada y procesada electrónicamente por los bloques F1 y C1 respectivamente determinando la diferencia de fase y adecuando la señal para ser retro-alimentando al sistema por medio del piezoeléctrico P1, de esta forma compensa los cambios de fase provocados por cambios lentos en el sistema, como son los cambios de temperatura, presión, etc. Este interferómetro no tiene la capacidad de corregir el frente de onda por lo que en ambos brazos requiere frentes de onda iguales para su adecuado funcionamiento, normalmente frentes planos.

La necesidad de procesar señales para luego acondicionar y retro-alimentar hacen este arreglo interferométrico sea físicamente grande, complicado y costoso.

Otro tipo de interferómetro adaptativo se muestra en la figura 2 en la cual se sustituye un divisor de haz por un holograma H1, en el cual se grabó previamente el frente de onda del objeto del cual se desea sensar vibraciones. Al iluminar el holograma con el frente de onda, proveniente del objeto, la luz se difractará en el holograma reconstruyéndose el haz referencia con que fue grabado (normalmente un frente de onda plano), el cual interferirá con el haz de referencia del interferómetro (también plano) transmitido. La principal diferencia contra el interferómetro de la figura 1 es el hecho que puede funcionar con frentes de onda complejos. Este tipo de interferómetro es utilizado en la

detección de defectos (ej. burbujas de aire, fatiga) dentro de piezas de metal de muy alta calidad como lo son los álabes de las turbinas utilizadas en los motores de aviones. Sin embargo, si el objeto a sensor cambia de forma, se tiene que actualizar el holograma con la nueva imagen del objeto, además el interferómetro holográfico no permite compensar los cambios lentos provocados por factores ambientales, que requiere la alta estabilidad del interferómetro. Esto vuelve esta técnica costosa y lenta por el tiempo utilizado en exponer y revelar múltiples hologramas.

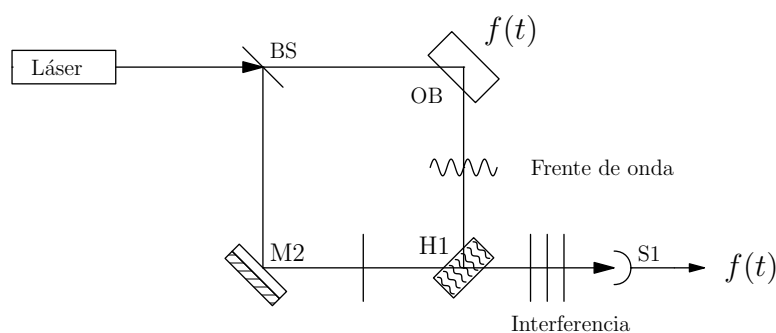


Figura 2: Interferómetro adaptativo basado en holografía para corrección de frente de onda de un objeto definido

Finalmente el interferómetro adaptativo basado en cristales fotorrefractivos es una técnica simple y altamente sensible que permite la medición de vibraciones cuyos desplazamientos son fracciones de longitud de onda ópticos, en objetos bajo condiciones ambientales inestables con la ventaja de que el objeto a sensor no requiere tener una superficie rigurosamente pulida.

El interferómetro adaptativo basado en cristales fotorrefractivos mostrado en la figura 3 no requiere de componentes electrónicos adicionales (aparte del cristal) para responder de forma similar al interferómetro retro-alimentado, ni tener conocimiento previo de la forma del objeto a sensor como se requiere en el caso del interferómetro holográfico de la figura 2 el cual requiere el holograma del objeto a sensor, por lo tanto el arreglo es más simple y de menor tamaño. El cristal compensa el frente de onda del

objeto permitiendo la medición de vibraciones en superficies rugosas.

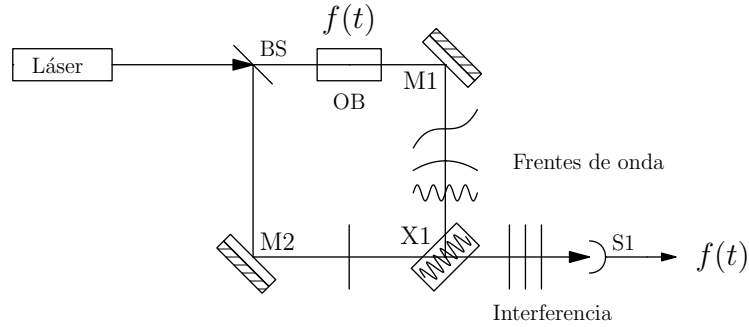


Figura 3: Interferómetro adaptativo basado en cristal fotorrefractivo como elemento compensador de fase y frente de onda

La adaptabilidad al frente de onda puede ser comprendido de mejor forma si pensamos que dentro del cristal se graba un holograma de fase en tiempo real con el contorno de la superficie del objeto, lo que compensa las aberraciones del frente de onda. El holograma será grabado mientras haya un traslape entre los haces de referencia y objeto. Por lo general, el área transversal de tales haces es comparable con las dimensiones del cristal, esto permite que la alineación del arreglo no sea estricta. Solo basta con observar que los haces coincidan en el cristal sin importar pequeñas diferencias de ángulos o de posición entre los 2 haces.

Los cristales fotorrefractivos son capaces de grabar y borrar hologramas desde microsegundos (en los mejores casos) hasta segundos siendo las intensidades necesarias para su formación moderadas en un rango de 10^{-5} a $10 W/cm^2$. Una de las ventajas de tener la capacidad de corregir el frente de onda es el no requerir una alineación estricta, de ahí que los interferómetros que utilizan cristales fotorrefractivos como elemento compensador de fase sean preferidos para tal aplicación.

Las características mostradas por un interferómetro adaptativo basado en cristales fotorrefractivos son:

1. Tender a mantener una diferencia de fase constante entre los haces del objeto y

referencia.

2. Corregir aberraciones en el frente de onda, permitiendo el uso de superficies irregulares.
3. Tolerancia a desalineaciones del arreglo.

Una de las aplicaciones desarrolladas que utilizan este tipo de tecnología es el monitoreo inteligente de estructuras civiles, mecánicas, navales y aeroespaciales (Yi Qiao, 2006), donde una fibra óptica con múltiples rejillas de Bragg (FBG), codificadas espectralmente, actúan como sensores de estrés estático o dinámico (figura 4). La aplicación

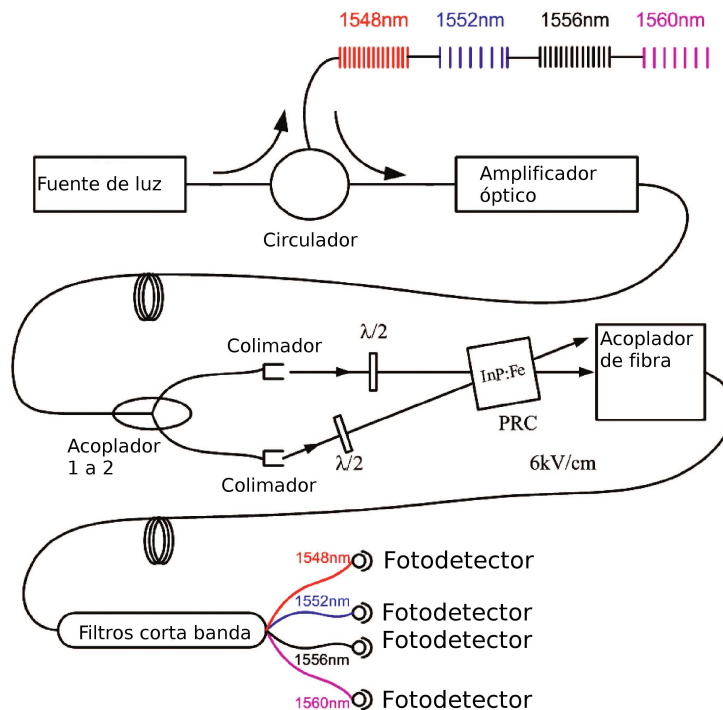


Figura 4: Aplicación práctica de interferometría basada en cristales fotorrefractivos donde múltiples sensores son compensados simultáneamente de cambios quasi-estáticos ambientales (Yi Qiao, 2006).

requiere eliminar cambios quasi-estáticos provocados entre otras cosas, por cambios de

temperatura en la fibra, pero permitiendo la detección de impactos y emisiones acústicas.

Las rejillas de Bragg son iluminadas por una fuente de luz de amplio espectro (1530-1570), éstas reflejan su correspondiente longitud de onda, la cual es amplificada y posteriormente mediante un acoplador de fibra de 1 a 2 el haz es dividido en haz señal y referencia. Las placas de $\lambda/2$ permiten el ajuste de la polarización de los haces para que tengan la misma polarización y puedan interferir dentro del cristal formando un patrón de interferencia. Por medio del efecto fotorrefractivo se genera una rejilla de fase dentro del cristal, reflejando parte del haz señal e interfiriendo con el haz referencia que pasa a través del cristal. Debido a que el esquema corresponde a un interferómetro desbalanceado (los caminos ópticos no son iguales), un cambio en la longitud de onda de la luz λ , provoca un cambio de fase φ dada por la siguiente expresión:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(L_1 - L_2)}{\lambda}, \quad (1)$$

donde L_1 y L_2 , son los caminos ópticos de los haces señal y referencia. Los cambios en la longitud de onda se deben a cambios de periodicidad de la rejilla de Bragg por estrés mecánico.

Como cada sensor (rejilla de Bragg) utiliza diferente longitud de onda, se generaran diferentes patrones de interferencia dentro del cristal. Todos los patrones de interferencia se superponen formando una rejilla de fase compleja que permite la compensación de cambios quasi-estáticos de todos los sensores simultáneamente.

II.3 Cristales cúbicos fotorrefractivos

Los cristales fotorrefractivos utilizados en este trabajo son $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO), $Bi_{12}GeO_{20}$ (BGO) y $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO), miembros de la familia de las silenitas. Son el elemento activo responsable de la adaptabilidad del interferómetro mostrado en la figura

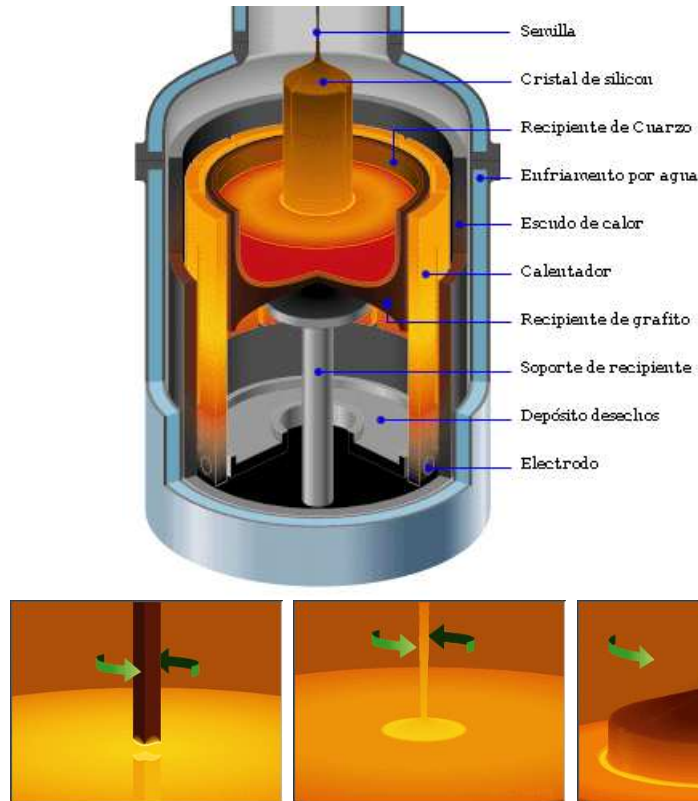


Figura 5: Método Czochralski para crecimiento de cristales

3. Estos cristales son crecidos mediante la técnica Czochralski, utilizada ampliamente por la industria electrónica para el crecimiento de lingotes de silicio de alta pureza utilizado en la fabricación de circuitos integrados.

En términos generales esta técnica consiste en introducir y remover con cierta velocidad un trozo de cristal “semilla” de una mezcla fundida de $Bi_2O_3 + TiO_2$, GeO_2 o SiO_2 , respectivamente, dando lugar al crecimiento del cristal, una manera gráfica de esta técnica puede observarse en la figura 5.

La tabla I muestra valores de las principales propiedades de los cristales de silenita, donde:

- ρ es la actividad óptica. Que especifica el ángulo de rotación del plano de

Tabla I: Valores típicos de cristales BTO, BGO y BSO @ $\lambda = 633\text{nm}$.

Parámetro	Unidades	BGO	BTO	BSO
ϵ		40	47	56
ρ	deg/mm	19.5	6.3	20.5
n		2.54	2.25	2.54
ΔW	eV	3.15 \sim 3.25	3.47	3.15 \sim 3.25
r_{41}	cm/V	$3.2 \cdot 10^{-10}$	$5.17 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-10}$
Densidad	g/cm^3	9.22 \sim 9.39	9.1	9.14 \sim 9.22
α	cm^{-1}		0.3 \sim 0.5	
σ^d	$(\Omega \cdot cm)^{-1}$	$1.2 \cdot 10^{11}$		$2 \cdot 10^{14}$
$\mu\tau$	cm^2/V	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^{-8}$	$10^{-7} \cdot 10^{-6}$
L_D	μm	2.3 \sim 8	0.25	10

polarización de luz por unidad de distancia de propagación.

- μ es **movilidad de portador de carga**. Relación entre la velocidad de deriva de cargas (electrones en nuestro caso), y un campo aplicado $V_d = \mu E$.
- τ es **tiempo de vida de un portador de carga**. Tiempo promedio que el electrón se encuentra en la banda de conducción antes de ser atrapado o recombinado.
- L_D ($E_D \mu \tau$) es **la distancia de difusión**. Distancia promedio recorrida por los electrones en banda de conducción.
- α es **el coeficiente de absorción**. Cociente entre la energía incidente y la energía absorbida por el cristal.
- r_{41} es **el coeficiente electro-óptico**. Indica la magnitud de cambio de índice de refracción en relación con un campo eléctrico aplicado.
- ΔW es **diferencia de energías**. entre banda de conducción y base.
- σ^d es **resistividad eléctrica**.

Otras propiedades físicas de este tipo de cristales podemos mencionar:

- Celdas con geometría cúbica (de ahí el nombre de cristales cúbicos) y simetría 23.
- No presentan polarización espontánea

II.4 Efecto fotorrefractivo

Como fue mencionado en el primer capítulo, el efecto fotorrefractivo es un fenómeno no lineal observado en ciertos materiales que al ser expuestos a iluminación no uniforme modifican su índice de refracción en función al *gradiente* de las no-uniformidades luminosas (Yeh, 1993). Esto permite utilizar los cristales fotorrefractivos para generar elementos complejos de fase en función directa del patrón de luz formado dentro del volumen.

El efecto fotorrefractivo presenta características específicas que difieren de otros fenómenos no lineales conocidos (Arnaud Brignon, 2004). No tienen efecto de umbral, lo que significa que el fenómeno se presenta desde intensidades luminosas bajas. Solamente iluminación no uniforme provoca cambios en el índice de refracción, a diferencia de los fenómenos no lineales tipo Kerr, donde el patrón luminoso no importa mientras la intensidad sea suficientemente alta.

Para ser fotorrefractivo un material tiene que presentar las siguientes propiedades:

1. **Ser aislante en oscuridad.** Esto permite conservar la rejilla grabada por un tiempo considerado y permite crear un campo eléctrico suficientemente grande dentro de este material.
2. **Tener defectos o impurezas** que generen niveles de energía intermedios entre la banda de conducción y valencia del material. El número de defectos o impurezas son mucho menores a la cantidad de átomos que forman el cristal permitiendo

que se mantenga transparente con espesores grandes. Esto no sería posible si la transición de las cargas sólo ocurriera entre las bandas de valencia y conducción, ya que el material aparecería como opaco. Así como los niveles intermedios proveen, también atrapan portadores libres acumulándolos en las zonas donde el material no es iluminado.

3. **Ser electro-óptico**, lo que significa que cambian sus propiedades ópticas en respuesta a campos eléctricos que varían lentamente comparados contra frecuencias ópticas. En el caso específico de este trabajo será el cambio en el índice de refracción debido al efecto electro-óptico lineal conocido como efecto Pockels, que es un cambio en el índice de refracción proporcional a un campo eléctrico.

Después de definir las propiedades físicas indispensables para que el efecto fotorrefractivo sea posible en un material, hay que describir la secuencia e interrelaciones de cada fenómeno que se llevan a cabo hasta observar el efecto fotorrefractivo. Hay varios modelos para describir las propiedades básicas de los cristales fotorrefractivos. Sin embargo el modelo de un defecto y una banda de energía desarrollado por Nikolai V. Kukhtarev *et. al.* es el que más se apega a los cristales cúbicos fotorrefractivos, como lo es el BTO utilizado en este trabajo (Petrov *et al.*, 1991; Stepanov, 1994)

Kukhtarev *et.al.* desarrollaron un modelo del efecto fotorrefractivo en materiales semiconductores tomando en cuenta el transporte de cargas, campos eléctricos estáticos, respuesta electro-óptica y la difracción de la luz en una forma auto-consistente mediante un conjunto de ecuaciones materiales no lineales. Aquí presentamos el modelo del efecto fotorrefractivo más sencillo que toma en consideración solo un portador de carga, en nuestro caso electrones, que pueden ser liberados por fotoexcitación a la zona de conductividad desde un nivel de energía inferior dentro de la banda prohibida.

El efecto fotorrefractivo es el resultado final de la siguiente secuencia de eventos.

1. **Iluminación no uniforme.** En nuestro caso, será el patrón de intensidad generado por la interferencia de dos haces coherentes generados de una misma fuente y en contra-propagación, como se muestra en la figura 6.

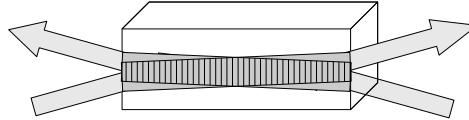


Figura 6: Patrón de interferencia por haces en contra-propagación.

2. **Foto-ionización.** Los electrones que se encuentren atrapados en un nivel intermedio de energía, entre las bandas de conducción y de valencia del cristal, subirán a banda de conducción tras absorber energía de fotones incidentes, como se muestra en la figura 7. Este nivel intermedio de energía es posible debido a las impurezas o defectos en la red cristalina que en la mayoría de los casos de cristales de silenita son por falta de átomos de oxígeno. La distancia promedio que el electrón recorrerá está en función de la movilidad (μ) del electrón y de su tiempo de vida (τ) en la banda de conducción.

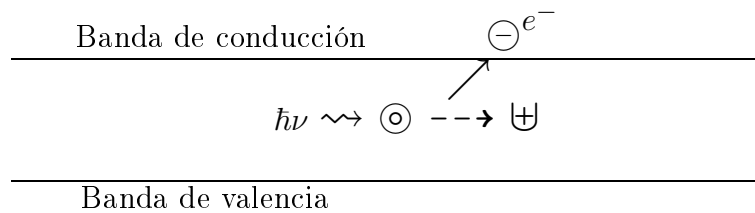


Figura 7: Foto-ionización

La rapidez de foto-ionización, está en relación directa con la intensidad de la luz y puede ser descrita mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI + \beta_T)(N_D - N_D^+) - \gamma_R n_e N_D^+, \quad (2)$$

donde $\left(\frac{\partial N_D^+}{\partial t}\right)$ es la rapidez de cambio en el número de donadores ionizados o generación de foto-electrones, la cual está en función del número de donadores totales no ionizados $(N_D - N_D^+)$ y la intensidad (I) del haz incidente multiplicado por la sección transversal irradiada (s) más un factor de ionización debida a la temperatura (β_T) menos los electrones libres que son atrapados (recombinados) por donadores ionizados $(\gamma_R n_e N_D^+)$, donde γ_R es un coeficiente de recombinación y n_e es la densidad de electrones libres.

3. **Difusión.** Los electrones generados en el proceso anterior se desplazarán de forma aleatoria hasta ser atrapados nuevamente por iones positivos. Sin embargo, en zonas iluminadas habrá mayor fotogeneración de electrones que en zonas oscuras y aunque las trayectorias de los electrones son aleatorias, estadísticamente se desplazan de zonas iluminadas a no iluminadas formando una corriente eléctrica conocida como corriente de difusión, la cual esta en relación directa con el gradiente luminoso. Entre mayor sea la razón de cambio mayor sera la corriente de difusión.

El transporte de cargas en forma de densidad de corriente \vec{J} nos lo da la ecuación:

$$\vec{J} = e\mu n_e \vec{E} - k_B T \mu \nabla n_e, \quad (3)$$

donde $e\mu n_e \vec{E}$ representa el mecanismo de arrastre de los electrones por un campo eléctrico y $k_B T \mu \nabla n_e$ difusión; aquí \vec{E} es campo eléctrico, μ es la movilidad de los electrones en la banda de conducción, k_B es la constante de Boltzman y T la temperatura absoluta en grados Kelvin.

La rapidez de cambio en la densidad de electrones libres $\left(\frac{\partial n_e}{\partial t}\right)$ puede ser presentada como lo muestra la Ecuación (4).

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{1}{e}(\nabla \cdot \vec{J}), \quad (4)$$

donde e es la carga del electrón, $\left(\frac{\partial N_D^+}{\partial t}\right)$ es la rapidez de cambio en el número de donadores ionizados explicado anteriormente. Los electrones en movimiento son por definición corriente eléctrica J . Sin embargo si en ausencia de campo eléctrico el cristal es iluminado uniformemente, la corriente resultante será nula, los electrones foto-generados en banda de conducción se desplazarán de forma aleatoria, y la suma de todas sus desplazamientos será 0. En nuestro caso, la distribución de intensidad es sinusoidal, debida a la interferencia de dos ondas planas coherentes con la misma polarización y en contra-propagación como se mostró en la figura 6.

Tal distribución espacial de la intensidad permite la redistribución de electrones de las zonas más iluminadas a zonas con menor iluminación por el efecto de difusión en los primeros instantes de la aplicación de la iluminación. Entre mayor sea el gradiente luminoso mayor es la corriente de difusión de los electrones como se muestra en la figura 8(c). Después de cierto tiempo hay acumulación espacialmente inhomogénea de electrones e iones, generando gradualmente un campo eléctrico que se opone a la corriente de difusión que separó las cargas. El proceso de acumulación de cargas continúa hasta alcanzar el equilibrio entre la corriente generada por la difusión y la corriente de arrastre generada por el campo interno (repulsión del campo espacio carga). La magnitud del campo interno E_{SC} puede alcanzar valores de varios kV/cm.

En zonas oscuras se acumulará mayor cantidad de electrones que las zonas iluminadas. Sin embargo, este proceso tiene un límite, al cual se llega en el momento

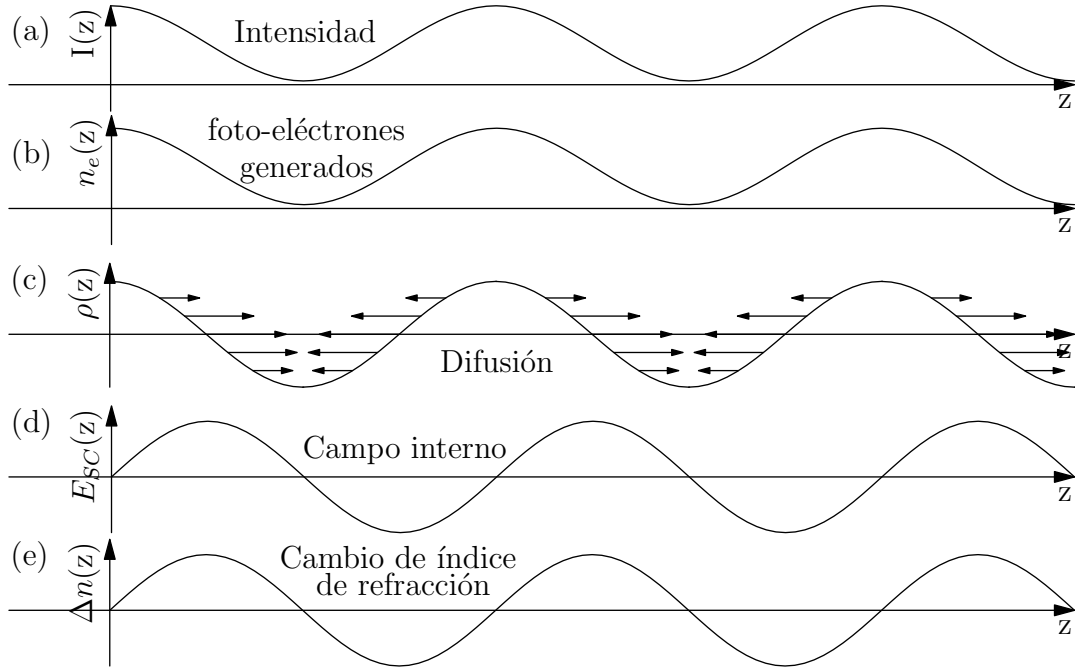


Figura 8: Secuencia de fenómenos que toman lugar hasta modificar el índice de refracción del cristal conocido como efecto fotorrefractivo

que el campo eléctrico generado (campo interno E_{SC}), por la acumulación de electrones e^- en las zonas oscuras, contrarreste la corriente de difusión debida al gradiente de intensidad.

4. **Generación de campo interno por acumulación de cargas.** La acumulación de cargas negativas en zonas oscuras y cargas positivas (átomos ionizados por fotoexcitación) en zonas iluminadas después de la difusión de electrones y acorde con la ley de Gauss genera el campo eléctrico espacio-carga $E_{SC}(x)$ figura 8(d).

A continuación se muestra la forma diferencial de la ley de Gauss que relaciona la densidad de carga con el campo interno.

$$\varepsilon_0 \nabla(\hat{\varepsilon} \overrightarrow{E_{SC}}) = e(N_D^+ - N_A - n_e) = \rho, \quad (5)$$

donde ρ es la densidad total de carga, mientras que ε_0 es la permitividad del vacío

y $\hat{\epsilon}$ es el tensor dieléctrico.

5. **Cambio de índice de refracción por efecto electro-óptico.** La presencia del campo interno $E_{SC}(x)$ modificara el índice de refracción del material debido al efecto Pockels. El cambio de índice de refracción es proporcional a la intensidad del campo eléctrico generado. Solo cristales no centro-simétricos muestran el efecto electro-óptico lineal ó efecto Pockels.

Las ecuaciones (2)-(5) son conocidas como “ecuaciones de Kukhtarev” (Kukhtarev *et al.*, 1979) y fueron desarrolladas apartir del modelo donde supone que el cristal fotorrefractivo puede ser visto como un sistema con solo una banda de conductividad y un portador de carga, y nos permiten determinar la magnitud de cambio de índice de refracción debido al efecto fotorrefractivo.

Para esto, apartir de las ecuaciones se soluciona para el campo $E_{SC}(x)$, lo cual ya ha sido desarrollado por varios autores (Petrov *et al.*, 1991) y se muestra a continuación.

$$\frac{\partial E_{SC}}{\partial t} = -\frac{1}{2\tau_d} \frac{E_M}{E_q} + \frac{m(E_0 + iE_D)E_q + 2(E_q + E_D - iE_0)E_{SC}}{E_M + E_D - iE_0}. \quad (6)$$

La solución aquí descrita contiene la aproximación de contraste bajo $|m| \ll 1$, y describe la evolución temporal del campo interno $E_{SC}(x)$, donde τ_d es el tiempo de relajación dieléctrica de Maxwell, que en este caso es el tiempo en que se forma este campo espacio-carga; E_D es el campo de difusión; E_q es la amplitud máxima del campo espacio-carga, y E_M es un parámetro constante definidos como:

$$E_D = \frac{Kk_B T}{e}, E_q = \frac{eN_A}{\epsilon K} \text{ y } E_M = \frac{1}{K\mu\tau}, \quad (7)$$

dónde N_A es la densidad de trampas del cristal τ es el tiempo de recombinación o tiempo de vida de la carga foto-generada.

En nuestro caso dónde no tenemos campos eléctricos externos, una vez llegado al

estado estacionario o $\frac{\partial E_{SC}}{\partial t} = 0$, la ecuación (6) se simplifica a:

$$E_{SC} = -i \frac{m}{2} \frac{E_D}{(1 + E_D/E_q)}, \quad (8)$$

dónde el factor i representa el desfase de $\pi/2$ del campo interno con respecto al patrón de iluminación y el contraste complejo m dado por:

$$m = 2 \frac{SR^*}{|S|^2 + |R|^2}. \quad (9)$$

Ya formado el campo interno solo falta determinar el cambio de índice de refracción por el efecto Pockels. El cambio en el tensor dieléctrico está dado por:

$$\Delta \hat{\epsilon}_{i,j} = -\epsilon_0 n_i^2 n_j^2 r_{ijk} E_{SC}^k, \quad (10)$$

donde ϵ_0 es la constante dieléctrica en el vacío; $n_{i,j}$ son los índices de refracción principales, para el caso de cristales birrefringentes; E_{SC}^k es la k -ésima componente del campo eléctrico interno espacio-carga y r_{ijk} el coeficiente electro-óptico, el cual es un tensor de orden tres. El valor de cambio en el tensor dieléctrico depende de la orientación en la que se aplica el campo eléctrico con respecto a los ejes principales del cristal.

El cambio de índice de refracción es proporcional a la raíz cuadrada de cambio en el tensor dieléctrico,

$$\Delta n \propto \sqrt{\Delta \epsilon}. \quad (11)$$

El siguiente paso de nuestro estudio es determinar las propiedades de la rejilla de fase formada por el efecto fotorrefractivo.

II.5 Mezclado de ondas en cristales fotorrefractivos

La difracción resultante de la luz que se propaga a través de las rejillas u hologramas formados en los cristales fotorrefractivos, nos permite observar fenómenos valiosos por sus aplicaciones, como lo son mezclado de ondas, conjugación de fase, holografía dinámica,

etc (Yeh, 1993). Para poder determinar las intensidades de las ondas difractadas se requiere el análisis de ondas acoplados, lo que nos permitirá describir matemáticamente la evolución del campo eléctrico óptico formado por los haces en contrapropagación que generan la rejilla mostrada en la figura 9, y ya formada la difracción al pasar por ella, dentro del cristal fotorrefractivo.

Tomando como referencia nuestro arreglo experimental, el proceso comienza con la interferencia de dos haces en contrapropagación dentro del cristal, cuyos campos eléctricos podemos describir como:

$$E = S(z)e^{i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + R(z)e^{i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})}, \quad (12)$$

donde k_1 y k_2 , son los vectores de onda, ω es la frecuencia de los haces de luz, S y R son las amplitudes de las ondas. Aquí estamos asumiendo que los campos eléctricos se encuentran polarizados perpendiculares al plano de incidencia y que nuestro medio es isotrópico.

Como los haces son de la misma frecuencia generan un patrón sinusoidal estático de intensidad dentro del volumen del cristal, la intensidad puede ser descrita como:

$$I(r) = \langle |E|^2 \rangle. \quad (13)$$

Sustituyendo el campo eléctrico dado en la ecuación (12) y desarrollando en una dimensión, la intensidad puede ser descrita como:

$$I(Z) = |S|^2 + |R|^2 + S^* R e^{-i\vec{K} \cdot z} + S R^* e^{-i\vec{K} \cdot z}, \quad (14)$$

donde $\vec{K} = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$ es el vector de onda del patrón de interferencia y su magnitud es $2\pi/\Lambda$, donde Λ es el periodo del patrón de intensidad. El periodo de la rejilla para esta configuración esta dada por la expresión $\Lambda = \lambda/(2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta})$, donde θ es el ángulo entre los haces antes de entrar al cristal como se muestra en la figura 9.

El modelo fotorrefractivo descrito en el capítulo anterior explica como el patrón no uniforme provocara la redistribución de cargas por difusión, que a su vez generará un campo eléctrico interno llamado espacio-carga, que finalmente inducirá una rejilla de índice por medio del efecto Pockels. El índice de refracción resultante puede ser escrito

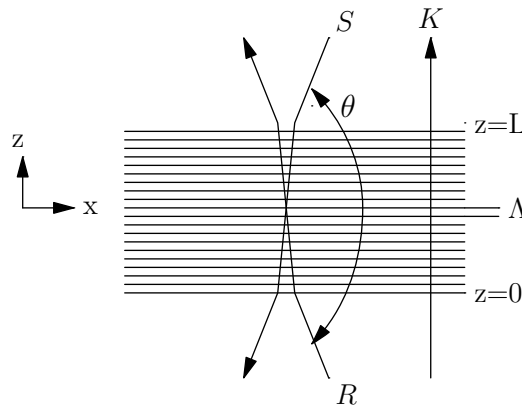


Figura 9: Rejilla formada por haces en contrapropagación

como:

$$n(z) = n_0 + \left[\frac{n_1}{2} e^{i\varphi} \frac{S^* R}{|S|^2 + |R|^2} e^{-i\vec{K} \cdot z} + c.c. \right] \quad (15)$$

donde *c.c.* representa el complejo conjugado, n_0 es el índice promedio de refracción del cristal, φ es el desfase espacial del patrón de intensidad con respecto a la rejilla de índice que en nuestro caso es $\pi/2$ (Figura 8). n_1 que para fines de facilitar esta explicación será un número real y positivo. En realidad el parámetro n_1 depende del periodo de la rejilla, su orientación así como las propiedades del material y su valor puede ser encontrado mediante la resolución de las ecuaciones de Kuktarev.

El desfase que hay entre el patrón de intensidad y la rejilla de fase inducida, permite la transferencia de energía no recíproca entre los haces, este efecto es conocido como mezcla de 2 ondas.

Para investigar el acoplamiento de las ondas se sustituye las expresiones de índice

de refracción Ec. (15) y campo eléctrico Ec. (12) en la siguiente ecuación de onda

$$\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 E = 0 \quad (16)$$

donde c es la velocidad de la luz.

Asumiendo que los haces viajan por el plano xz y que las dimensiones transversales de los haces son infinitas, de forma que las condiciones de frontera para las amplitudes de las ondas S y R estén en función de z solamente (ver Figura 9). se encontrará una solución para el estado estacionario, dónde S y R son invariables en el tiempo.

Usando la aproximación de envolvente suave $\left| \frac{d^2}{dz^2} S \right| \ll \left| \beta_j \frac{d}{dz} S \right|$, $\left| \frac{d^2}{dz^2} R \right| \ll \left| \beta_j \frac{d}{dz} R \right|$, que aparte de facilitar los cálculos permite tener dos ecuaciones independientes mostradas a continuación:

$$2i\beta_1 \frac{d}{dz} S = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} e^{-i\varphi} R^* R S, \quad (17)$$

$$2i\beta_2 \frac{d}{dz} R = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} e^{i\varphi} S^* S R, \quad (18)$$

donde β_1 y β_2 son las proyecciones en z de los vectores de onda k_1 y k_2 dentro del medio, el acoplamiento de energía depende del signo relativo entre β_1 y β_2 . En nuestro caso por ser contrapropagación los signos son contrarios, en este caso:

$$\beta_1 = -\beta_2 = k \cos \theta = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \cos \theta, \quad (19)$$

donde θ es el ángulo entre cada uno de los haces y el eje z .

Sustituyendo la definición (19) para β_1 y β_2 en las Ec. (17) y (18), y expresando las Amplitudes complejas como:

$$S = \sqrt{I_1} e^{-i\psi_1}, \quad R = \sqrt{I_2} e^{-i\psi_2}, \quad (20)$$

donde ψ_1 y ψ_2 , son las fases de las amplitudes complejas, el set de ecuaciones acopladas

se vuelve:

$$\frac{d}{dz}I_1 = -\gamma \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha_1, \quad (21)$$

$$\frac{d}{dz}I_2 = -\gamma \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} + \alpha_1, \quad (22)$$

y

$$\frac{d}{dz}\psi_1 = \zeta \frac{I_2}{I_1 + I_2}, \quad (23)$$

$$\frac{d}{dz}\psi_1 = -\zeta \frac{I_1}{I_1 + I_2}, \quad (24)$$

donde ζ y γ son coeficientes de acoplamiento para la fase y amplitud dados por:

$$\gamma = \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos\theta} \sin\phi, \quad (25)$$

$$\zeta = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos\theta} \sin\phi. \quad (26)$$

Soluciones analíticas para las ecuaciones (21) y (22) son complejas, sin embargo pueden ser integradas numéricamente. Se ha encontrado que una solución aproximada es:

$$I_1^\alpha(z) = I_1^{\alpha=0}(z)e^{(-\alpha z)}, \quad (27)$$

$$I_2^\alpha(z) = I_2^{\alpha=0}(z)e^{[\alpha(z-L)]}. \quad (28)$$

Esta aproximación es válida mientras $\alpha \ll |\gamma|$

El desarrollo anterior que por sencillas, supone que los campos aplicados son escalares y por lo tanto la modulación del índice de refracción no depende de su polarización, sin embargo en nuestro caso de estudio donde los cristales utilizados presentan actividad óptica y por tanto la polarización de los haces gira durante la propagación dentro del cristal, modificando la interferencia y por ende la rejilla de fase generada. El desarrollo de las ecuaciones que tomen en cuenta la naturaleza vectorial de la luz es complicado, sin embargo ya fue desarrollado previamente y por lo tanto utilizaremos las siguientes ecuaciones acopladas (Shamonina *et al.*, 1998; Rocha-Mendoza, 2004) :

$$\frac{d\vec{R}}{dz} = i\hat{\eta}^* \vec{R} + \hat{M} \vec{S}, \quad (29)$$

$$\frac{d\vec{S}}{dz} = i\hat{\eta} \vec{S} + \hat{M} \vec{R}, \quad (30)$$

con las matrices,

$$\hat{\eta} = k_0 \begin{bmatrix} \Delta n_x^0(E_{SC}) & 0 \\ 0 & \Delta n_y^0(E_{SC}) \end{bmatrix}, \quad \hat{M} = \begin{bmatrix} k_0 \Delta n_x^0(E_0) & \rho \\ \rho & k_0 \Delta n_y^0(E_0) \end{bmatrix}, \quad (31)$$

donde $S = \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \end{bmatrix}$ y $R = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix}$ son los haces interactuantes, ρ es el poder rotatorio del cristal debido a la actividad óptica, E_0 es la amplitud de un campo eléctrico externo aplicado, Δn_x^0 y Δn_y^0 son el cambio de índice de refracción en función de la amplitud compleja del campo espacio-carga interno E_{SC} y de la polarización de la luz, k_0 es la longitud de vector de onda.

En el capítulo IV estas mismas ecuaciones se implementaran utilizando métodos numérico para simular los cristales y poder determinar las condiciones que podrían mejorar la sensibilidad del interferómetro.

La gráfica 10 muestra la reflexión esperada de una rejilla formada dentro de un cristal fotorrefractivo de 5mm de espesor con respecto a la cantidad de impurezas receptoras de carga. La ecuación 32 se utilizó en el cálculo de la reflexión con respecto a la cantidad de impurezas receptoras de carga (Erdogan, 1997) la cual fue desarrollada a partir de las ecuaciones acopladas,

$$r_{max} = \tanh^2 \left(\frac{\pi \cdot L}{\lambda} \cdot m \cdot \Delta n \right), \quad (32)$$

donde r_{max} es la magnitud de la reflexión esperada de la rejilla de fase y L es la longitud de la rejilla, m es el contraste complejo (Ec. 9), Δn es la amplitud de cambio de índice de refracción.

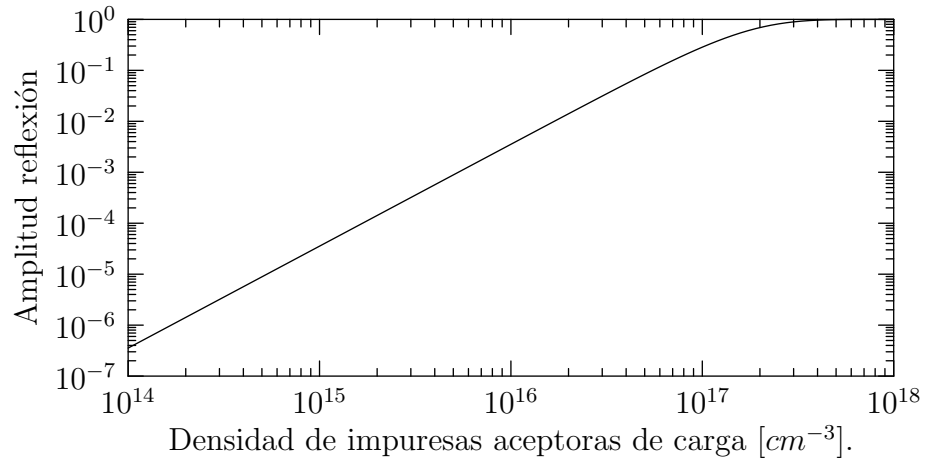


Figura 10: Reflexión estimada de rejilla de fase dentro de un cristal fotorrefractivo con 5 mm de longitud sin actividad óptica en relación de número de defectos cristalinos.

Al crecer cristales fotorrefractivos no se conoce de antemano la densidad de defectos que tendrá finalmente, pero podemos estimar al comparar su reflexión con los datos previamente mostrados.

Capítulo III

Metodología y resultados experimentales

III.1 Introducción

En este capítulo se describen los métodos y arreglos experimentales desarrollados para el estudio de las características del interferómetro basado en cristales de silenita.

Los experimentos realizados pueden ser divididos en 2 categorías, experimentos preliminares (verificación de componentes y estudio de sus características) y estudio y optimización del interferómetro. La verificación de componentes fue necesaria debido a que se utilizaría un láser de Nd:YAG ($\lambda = 532 \text{ nm}$) y muestras de cristales recién adquiridos por el laboratorio.

Del láser se requería conocer principalmente su longitud de coherencia, ya que éste parámetro nos limita la longitud máxima de la rejilla que puede ser formada y al mismo tiempo las tolerancias aceptables por desajustes en distancia entre las ramas del interferómetro.

En el caso del cristal, es conocido que algunos cristales de silenita tienen una sensibilidad fotorrefractiva muy baja aunque su composición química sea idéntica (las propiedades varían entre diferentes vendedores y condiciones de crecimiento) se verificó que los cristales recién adquiridos fuesen capaces de formar una rejilla holográfica. Para este propósito se utilizó un arreglo para la generación de haz conjugado (mezcla de 4 ondas).

Una parte importante del trabajo de tesis fue el desarrollo de las herramientas que

permitieron la construcción de un arreglo altamente automatizado para el estudio del interferómetro adaptativo y de esta forma obtener una mayor cantidad de datos de lo que sería posible de forma manual, con un alto grado de repetitividad y reproducibilidad en las mediciones.

Terminado el arreglo se procedió a medir las señales del interferómetro con diferentes cristales de BTO, BSO y BGO con las mismas dimensiones, lo que permitió una comparación directa de datos entre ellos.

Afortunadamente también se contaba con inventario de cristales BTO con diferentes dimensiones, permitiendo el estudio que relaciona la magnitud de la señal del interferómetro contra la longitud del cristal. Los resultados obtenidos son presentados en este capítulo.

III.2 Metodología experimental

III.2.1 Desarrollo de herramientas de software y hardware

Como uno de los objetivos de esta tesis se automatizó en la medida de lo posible la captura de datos de las mediciones experimentales. Como primer paso se escogió la plataforma de desarrollo del software de control, que tuviese soporte para la interfaz GPIB (cuyas siglas estan en ingles y significan bus de propósito general) ya que la mayoría de los instrumentos cuentan con este medio de control. Esto reduce las opciones a lenguajes comerciales como los encontrados en el paquete Visual studio de Microsoft[®], u especializados como lo es LabVIEW[®] de National Instruments, sin embargo después de analizar estas opciones son descartadas por varias razones, siendo la económica la principal, ya que cada licencia es costosa.

La segunda razón es la portabilidad del código, que aunque se pagasen las licencias de LabVIEW para las computadoras de laboratorio, con los subsecuentes estudiantes siempre preferirán desarrollar en sus computadoras personales obligándolos a instalar

las plataformas de desarrollo Finalmente las computadoras disponibles en el laboratorio no tienen la suficiente capacidad para desarrollar eficientemente esas plataformas.

Como solución se decidió utilizar al propio Matlab, ampliamente utilizado en CICESE, con la ventaja de tener licencias legales disponibles. Apartir de Matlab 7 están incluidos los controladores de GPIB necesarios para control de instrumentos, sin embargo, por razones que tienen que ver con defectos de software en Matlab no funciona bien en todas las computadoras (problemas con los procesadores AMD) siendo mi computadora personal una de ellas.

De ahí la necesidad de encontrar una librería GPIB compatible con todas las versiones de Matlab utilizadas en el laboratorio, (desde 5.2 hasta 7) de esta forma el programa pudo ser desarrollado y ejecutado en cualquier computadora sin problemas de compatibilidad.

Ya definida la plataforma de desarrollo se continuó con la creación de las librerías y funciones necesarias para controlar de forma intuitiva los equipos de medición, de esta forma se crearon las rutinas de inicialización de los siguientes instrumentos:

Amplificador de amarre de fase.

Controlador de actuador giratorio y lineal Klinger.

Osciloscopios HP, Tecktronix y WaveRunner.

Medidor de potencia Newport.

Láser sintonizable.

Control de obturador y láser.

Camara infraroja y tarjeta para captura de imágenes.

No todo el equipo mencionado anteriormente se utilizo en el arreglo final, pero si en algún momento del desarrollo de los experimentos.

III.2.2 Verificación de láser

La longitud de coherencia es una característica importante del láser y en nuestro caso se desea que sea mayor a la longitud del cristal, que en principio permite que haya interferencia en toda la longitud del cristal dónde se formara la rejilla.

Utilizando un interferómetro Michelson se verifico la longitud de coherencia variando la distancia de caminos ópticos mediante un actuador lineal, como se muestra en la figura 11. La intensidad de luz registrada en el fotodetector, variaba de forma sinusoidal

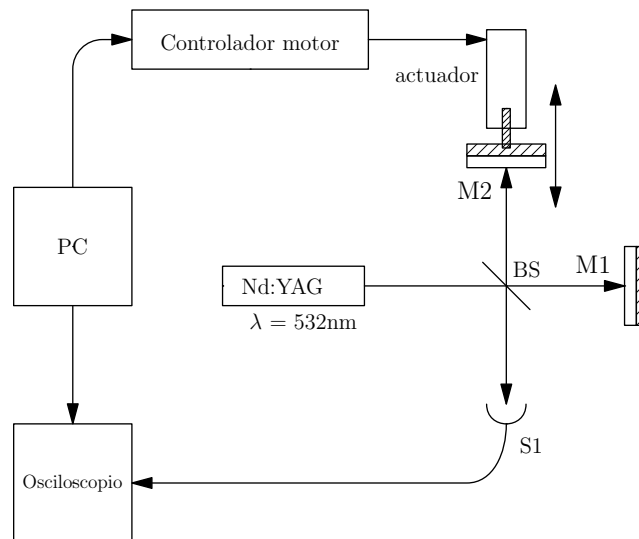


Figura 11: Arreglo experimental para la medición de la longitud de coherencia del láser Nd:YAG

(como era de esperarse) en función de la posición del espejo móvil como se muestra en la figura 12. Se puede observar la variación de la intensidad del haz en color gris con respecto al tiempo, su aspecto continuo es debido a la gran cantidad de datos tomados (10^6). La sinusoidal formada de puntos en la parte inferior corresponde a un acercamiento de 10000X de la sección en color negro, mostrando los cambios de intensidad. Cada periodo equivale a 266 nm en longitud o $\lambda/2$.

La longitud total medida mediante este arreglo fue de aproximadamente 30 cm

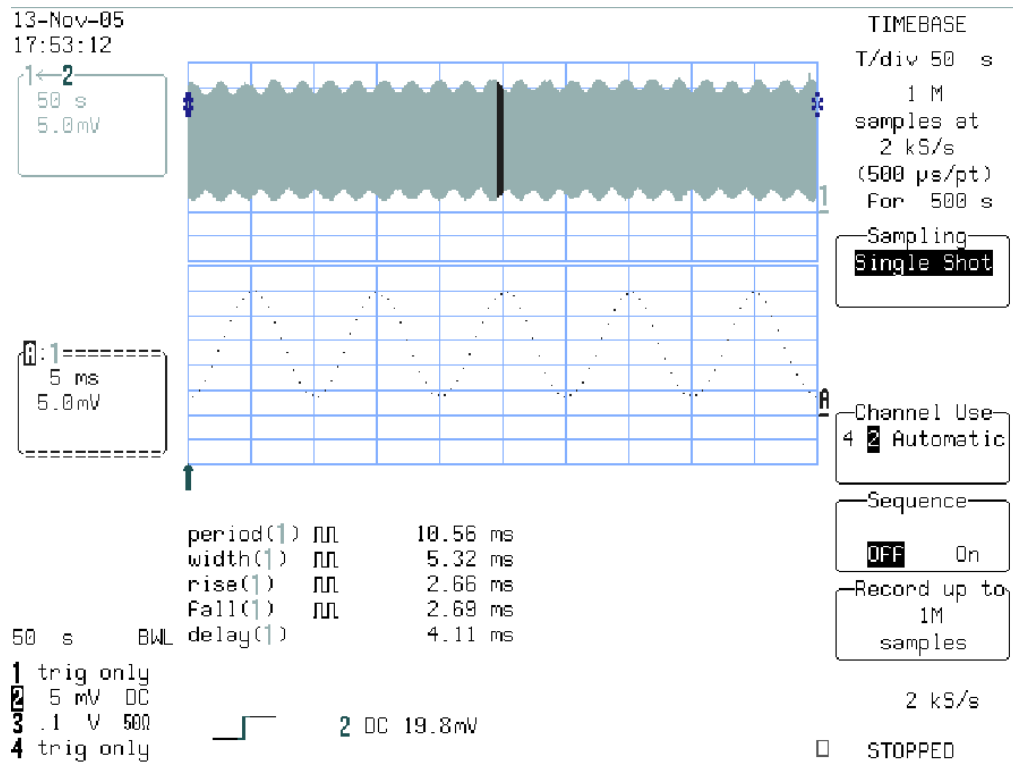


Figura 12: Medición de longitud de coherencia de láser Nd:YAG, la envolvente gris representa 50 segundos de captura de datos durante un desplazamiento constante. La sinusoidal formada por puntos representa un acercamiento de 10,000X

(limitada por el rango del actuador lineal), lo cual excede por mucho las dimensiones de los cristales a ser utilizados.

No se observó tendencia a disminuir el contraste de la interferencia, lo cual indica una longitud de coherencia mucho mayor. Un fenómeno claramente observable es la modulación de la visibilidad de la interferencia en función de la posición, esto nos indica que el espectro del láser tiene una emisión de menor intensidad y con una longitud de onda muy cercana, en este caso aproximadamente 0.1nm con respecto a la longitud de onda central de 532nm. Aunque en principio este efecto provoca que la rejilla holográfica varíe su contraste con respecto a su posición, la profundidad de modulación es relativamente pequeña y su pendiente o razón de cambio es muy pequeña comparada

con las frecuencias ópticas no esperamos efecto en los datos finales.

En un intento por estimar la longitud total de coherencia se recorrió uno de los espejos hasta los límites de nuestra mesa holográfica, dándonos una diferencia relativa entre brazos del interferómetro mayor a 2 metros (o 4 mts en camino óptico), sin embargo no se observó una caída en contraste.

III.2.3 Verificación de cristal fotorrefractivo

La capacidad de los cristales BTO para formar una rejilla de fase fue demostrado al observar la generación de haz conjugado, mediante mezcla de 4 ondas dentro del cristal. Este arreglo fue utilizado por las tolerancias holgadas en alineación consecuencia de la adaptabilidad de la rejilla holográfica. En la gráfica 14 observamos la evolución de la formación de la rejilla con respecto al tiempo.

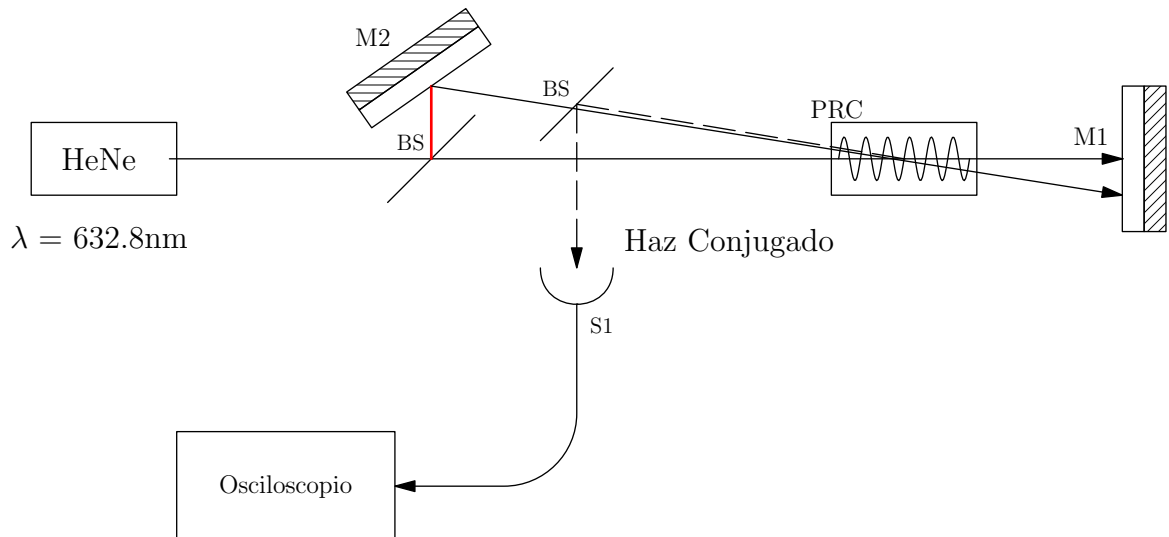


Figura 13: Arreglo experimental para generación de haz conjugado para la verificación de la capacidad del cristal BTO para formar rejillas holográficas.

Se estimo una reflexión de por lo menos 5% debido a que el haz conjugado obtenido fue comparable en intensidad con la reflexiones especulares cuando el haz incide cerca

de la perpendicular, esto nos confirmó disponibilidad de los cristales con alta reflexión de la rejilla fotorrefractiva en configuración de contrapropagación.

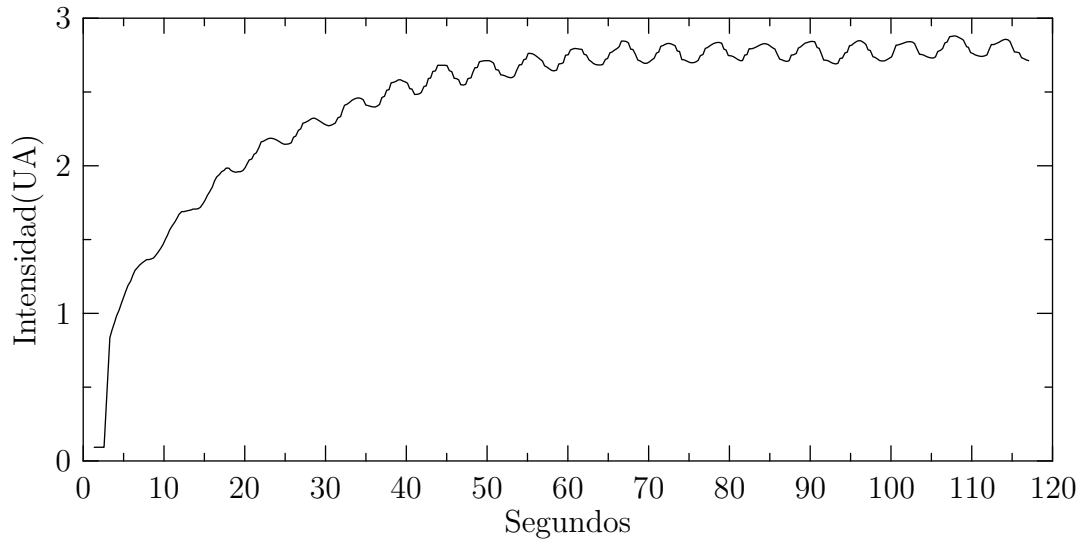


Figura 14: Incremento en el reflejo de haz conjugado con respecto al tiempo.

III.2.4 Caracterización de piezoeléctrico

Mediante el desplazamiento de un espejo se introducirán los cambios de fase, necesarios para caracterizar la respuesta de la rejilla holográfica. El elemento activo que desplaza al espejo es una cerámica piezoeléctrica, la cual varía sus dimensiones en relación a voltaje aplicado. La calibración del piezoeléctrico fue necesaria debido a que sus características eran desconocidas, nos referimos a su desplazamiento contra voltaje aplicado.

La relación de amplitud-desplazamiento no es lineal es por esto que en nuestras mediciones desplazamos apartir del punto de cuadratura con un valor menor a $\pm\lambda/4$. Como es bien conocido Petrov *et al.* (2007) la amplitud de modulación de la intensidad de la salida de un interferómetro adaptativo puede ser escrita como:

$$\Delta I = \sqrt{\eta I_s I_R} J_0(\Delta\phi) J_1(\Delta\phi), \quad (33)$$

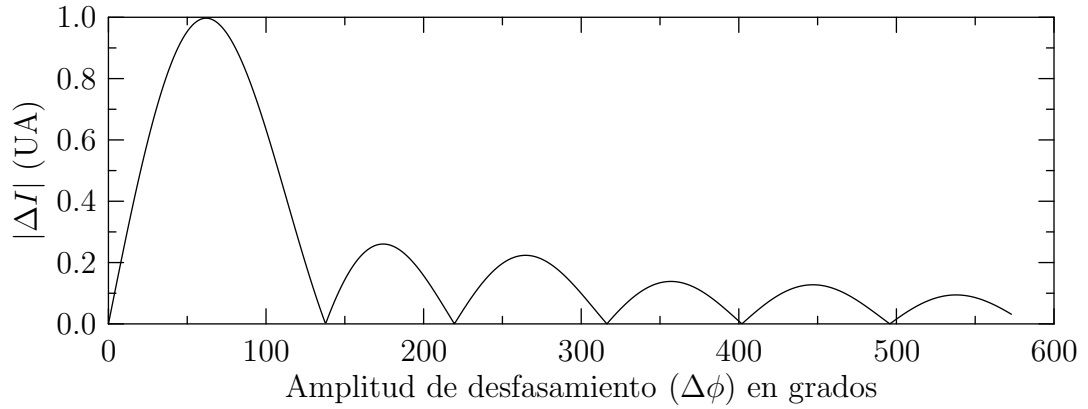


Figura 15: Valor absoluto de la amplitud de modulación de la intensidad contra amplitud de desfasamiento (teórico)

donde I_S y I_R son las intensidades de haz de señal y de bombeo, respectivamente, $\Delta\phi = \frac{4\pi\Delta L \cos(\alpha)}{\lambda}$ es la amplitud de modulación de fase del haz de señal provocado por vibración del objeto. La Ec. 33 es válida cuando la frecuencia de vibración del objeto f es bastante alta y el cristal no puede seguir los movimientos del patrón de interferencia. Si el tiempo de respuesta es τ , esta condición puede ser expresada como $f \cdot \tau \gg 1$. En la figura 15 se presenta la amplitud de la señal del interferómetro como función de amplitud de modulación de fase del haz de la señal. Para pequeños cambios de

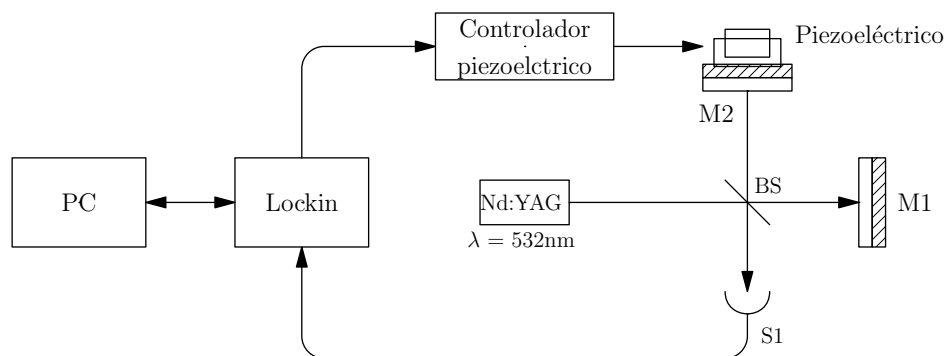


Figura 16: Interferómetro Michelson utilizado para obtener relación voltaje aplicado a piezoeléctrico vs. desplazamiento del piezoeléctrico.

fase ($\approx \delta\phi < 0.5$ rad) los cambios de intensidad-desfasamiento siguen una dependencia lineal. En todos los experimentos realizados en el presente trabajo respetamos esta condición para evitar la ambigüedad en los datos experimentales.

La dependencia presentada en la Fig. 15 es también útil para la calibración del arreglo experimental que puede ser realizado con amplitudes de modulación bastante grandes. En este caso detectando varios máximos y mínimos de señal podemos calibrar el piezoeléctrico conociendo que el primer máximo ocurre cuando $\Delta\phi = 1.1$ rad, y el primer mínimo cuando $\Delta\phi = 2.4$ rad. Para determinar la relación entre desplazamiento del piezoeléctrico y voltaje aplicado se utilizó el arreglo de la figura 16 en donde se varió la frecuencia y amplitud del voltaje aplicado al piezoeléctrico. Los datos obtenidos se

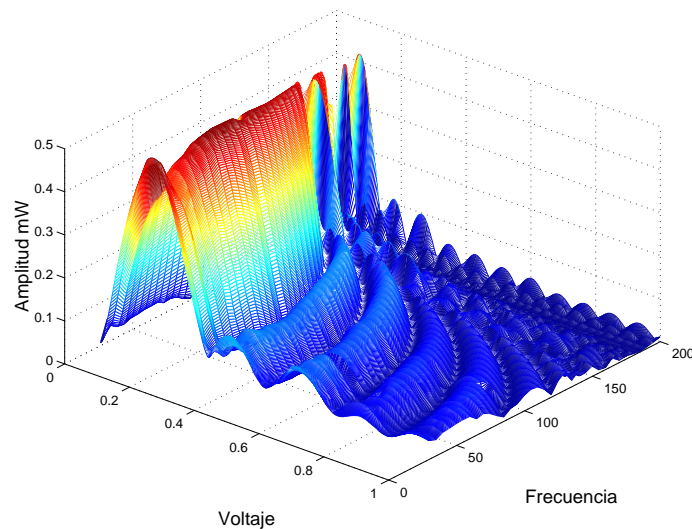


Figura 17: Caracterización de piezoeléctrico usado.

muestran en la figura 17. Podemos observar como el desplazamiento vs. voltaje del piezoeléctrico se reduce al incrementarse la frecuencia, ya que se requiere mayor energía si se quiere vibrar más rápidamente.

Observando la gráfica 17 se escogió la frecuencia de 45Hz para los experimentos.

Habiendo fijado la frecuencia se genero el corte de la gráfica como se observa en la figura 18 donde se definió el voltaje aplicado al controlador del piezoeléctrico en 0.06 V, no se recomienda utilizar el valor mas alto ya que se encuentra en una zona no lineal donde los desplazamientos no tienen una relación lineal con respecto al nivel del primer harmónico detectado, por esto se escogió un valor de aproximadamente la mitad del valor máximo. De esta forma hemos definido los valores que serán utilizados en los subsecuentes experimentos.

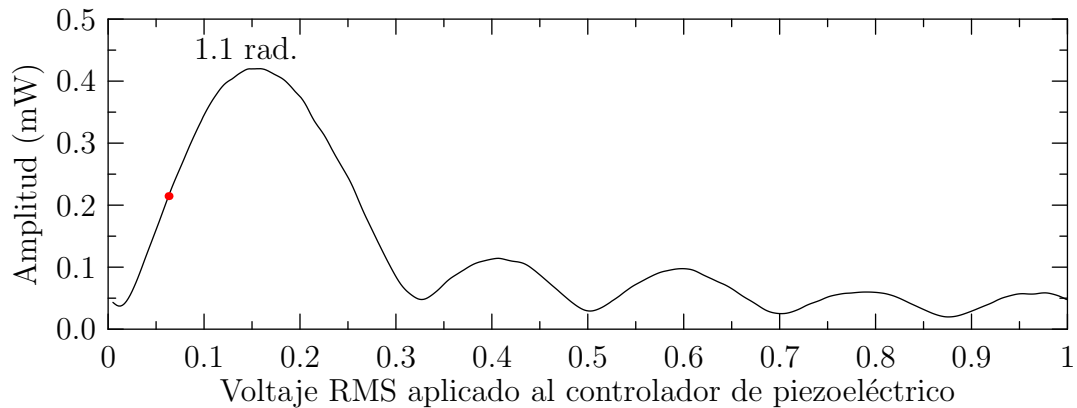


Figura 18: Amplitud de primer harmónico vs voltaje RMS aplicado a controlado de piezoeléctrico, el punto muestra el voltaje seleccionado para las mediciones.

De la gráfica 18 también se obtiene la relación voltaje-desplazamiento ya que el punto máximo observado equivale a modulación de fase con amplitud de 1.1 rad, que corresponde a una amplitud de desplazamiento del espejo de 46nm. Esto nos permite determinar que aproximadamente el piezoeléctrico se desplaza 300pm por cada mV.

III.2.5 Mediciones de los parámetros de la rejilla fotorrefractiva

Si el cristal contiene una concentración lo suficientemente alta de centros fotorrefractivos, ha sido demostrado (Girolamo y Kamshilin, 2006) que el arreglo en reflexión (haces en contrapropagación) para un interferómetro basado en cristales fotorrefractivos tiene

la mejor sensibilidad en comparación de un arreglo en transmisión. Tomando en cuenta

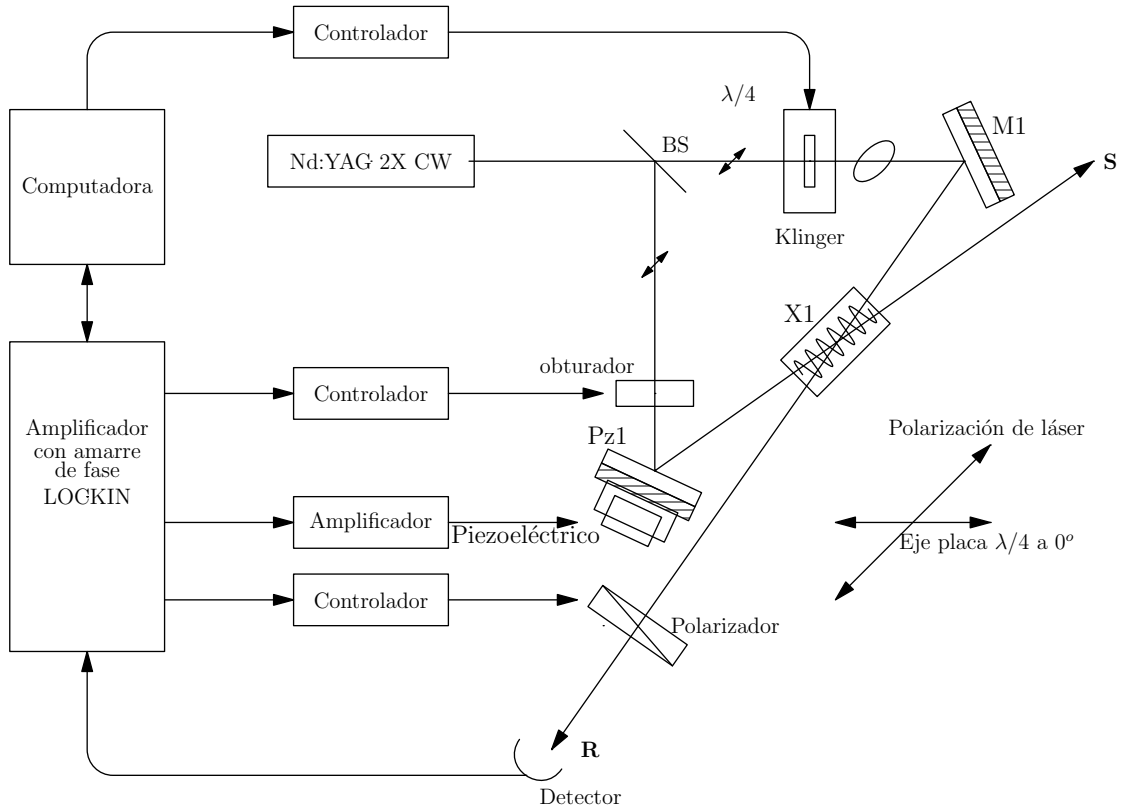


Figura 19: Arreglo experimental utilizado en la medición de las características de la rejilla holográfica

lo anterior se procedió a construir el arreglo experimental como se muestra en la figura 19 para el estudio de la rejilla holográfica dentro de los cristales de silenita. Los haces referencia (**R**) y señal (**S**) son generados apartir de la misma fuente mediante un divisor de haz 50/50.

En el camino del haz referencia (**R**) se colocó una placa retardadora de $\lambda/4$ sujeta en un actuador giratorio (Klinger UR80), permitiendo cambiar la elipticidad de la polarización del haz que incide sobre el cristal. El haz señal (**S**) pasa a través de un obturador y es reflejado en dirección del cristal mediante un espejo unido a piezoeléctricos.

Los piezoeléctricos son excitados por medio de un amplificador de voltaje, al cual se le alimenta una señal con una frecuencia y amplitud determinada por el amplificador

con amarre de fase al cual denominaremos LOCKIN de ahora en adelante. El haz reflejado por la rejilla holográfica tiene la misma dirección que el haz referencia \mathbf{R} por lo que interfieren, provocando modulación de intensidad que es registrado mediante el fotodetector. La señal del fotodetector es introducida al LOCKIN, el cual acondicionará y filtrará el primer armónico de la señal, calculando su fase y amplitud. La polarización inicial del láser es lineal a -45° con respecto a la mesa de trabajo. Mediante el arreglo anterior se obtuvieron un serie de mediciones que permitieron determinar las siguientes características:

1. Calibración del interferómetro como sensor de vibraciones.
2. Tiempo de formación de la rejilla fotorrefractiva.
3. Amplitud de señal del interferómetro vs. polarización del haz incidente en cristales BTO BSO BGO con dimensiones iguales
4. Amplitud de señal del interferómetro vs. polarización del haz incidente en 4 diferentes cristales de BTO con diferentes espesores.

III.2.6 Metodología de los experimentos

La grabación de un patron de interferencia en cristales fotorrefractivos sin campo aplicado permite la formación de una rejilla no local dentro del cristal, lo que significa que las variaciones periódicas del índice de refracción estarán desfasadas $\pi/2$ con respecto al patrón de intensidad, como se mostró en la figura 8. Debido a esto la luz reflejada por la rejilla y el haz referencia saliente del cristal, no se encuentran desfasados o lo están por π . Cualquier cambio de fase entre ellos se observara a la salida del interferómetro como cambios de intensidad con un comportamiento cuadrático como se muestra en la figura 20, lo que es adverso para la detección de pequeños cambios de fase. Lo ideal es una transformación lineal de fase-intensidad, para esto se requiere que el haz

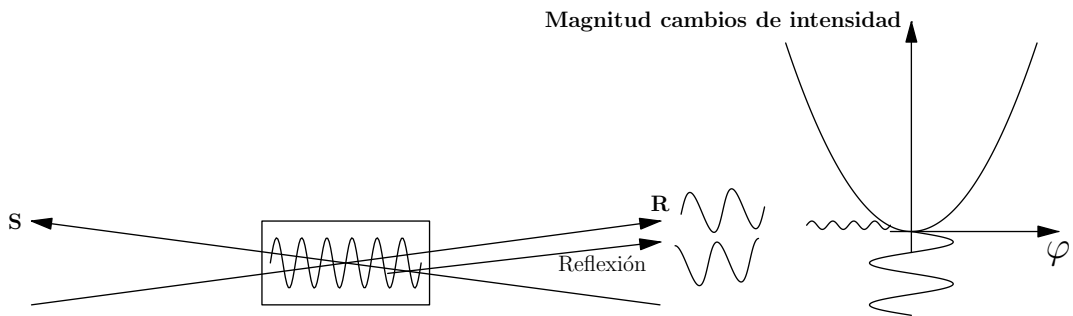


Figura 20: Reflexión rejilla no local esta en fase con señal referencia, causando relación cuadrática en intensidad por cambios de fase.

reflejado y haz referencia se encuentren en cuadratura (desfasados $\pi/2$ entre si). De esta forma cualquier cambio de fase se manifestará en el fotodetector como un cambio de intensidad con una relación lineal a la fase.

El método utilizado para generar haces en cuadratura, fue el cambiar la elipticidad de la polarización del haz referencia mediante una placa de $\lambda/4$, de esta forma, el haz se descompondrá en 2 componentes ortogonales siendo clave el hecho que hay un desfase de $\pi/2$ entre ellos, la componente que tenga la misma polarización que el haz objeto interferirá generando la rejilla, el otro componente, pasará por el cristal como una componente de intensidad. Parte del haz objeto se reflejará en la rejilla holográfica manteniendo la orientación de su polarización.

Sin embargo aunque ya tenemos 2 haces desfasados (reflexión del haz objeto y componente ortogonal del haz referencia) no pueden interferir debido a que son ortogonales, para esto se agrego un polarizador orientado a 45° con respecto a los haces como se muestra en la figura 21, mezcla las componentes de cada haz sobre el plano del polarizador, interfiriendo los haces. Una de las ventajas de este arreglo es el poder igualar la componente de la reflexión con la señal referencia ajustando el ángulo del eje del polarizador, reduciendo intensidades parásitas e incrementando la relación señal a ruido.

El esquema del interferómetro utilizado en el presente trabajo fue presentado por primera vez en (Ing y Monchalin, 1991) y después utilizado en varios trabajos realizados

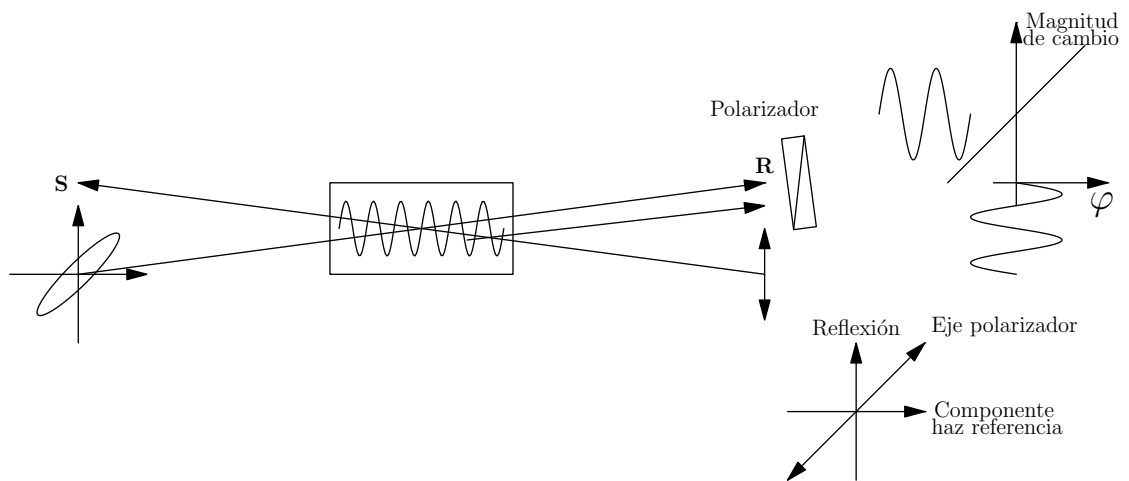


Figura 21: Mezcla por medio de polarizador de los componentes ortogonales de haz referencia y reflejado en rejilla, causando relación lineal en intensidad por cambios de fase

con diferentes cristales fotorrefractivos (ver por ejemplo (Paivasaari *et al.*, 2001) (Petrov *et al.*, 2007)) La figura 22 muestra el diagrama de flujo que describe la secuencia de eventos en el arreglo experimental para la toma de datos, sin utilizar polarizador antes del fotodetector. La figura 23, se muestra el diagrama de flujo que incluye polarizador.

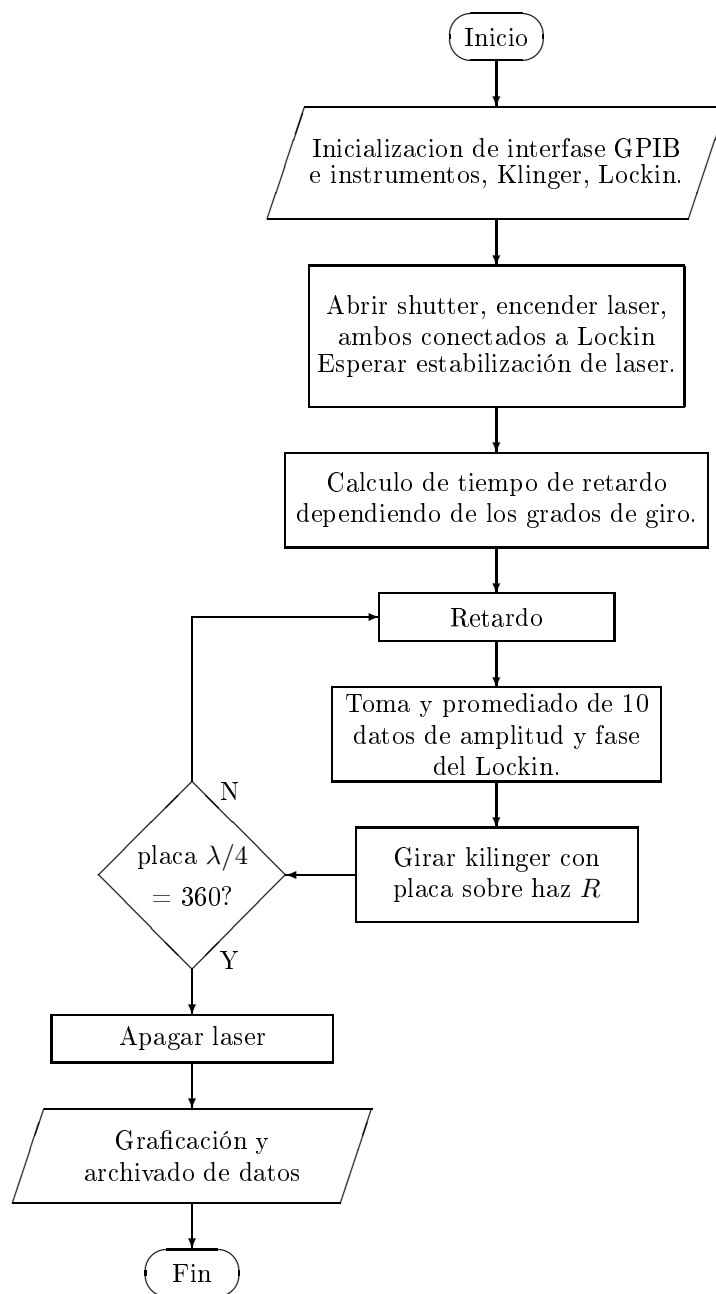


Figura 22: Diagrama de flujo para la secuencia de eventos y toma de datos del arreglo experimental sin utilizar polarizador.

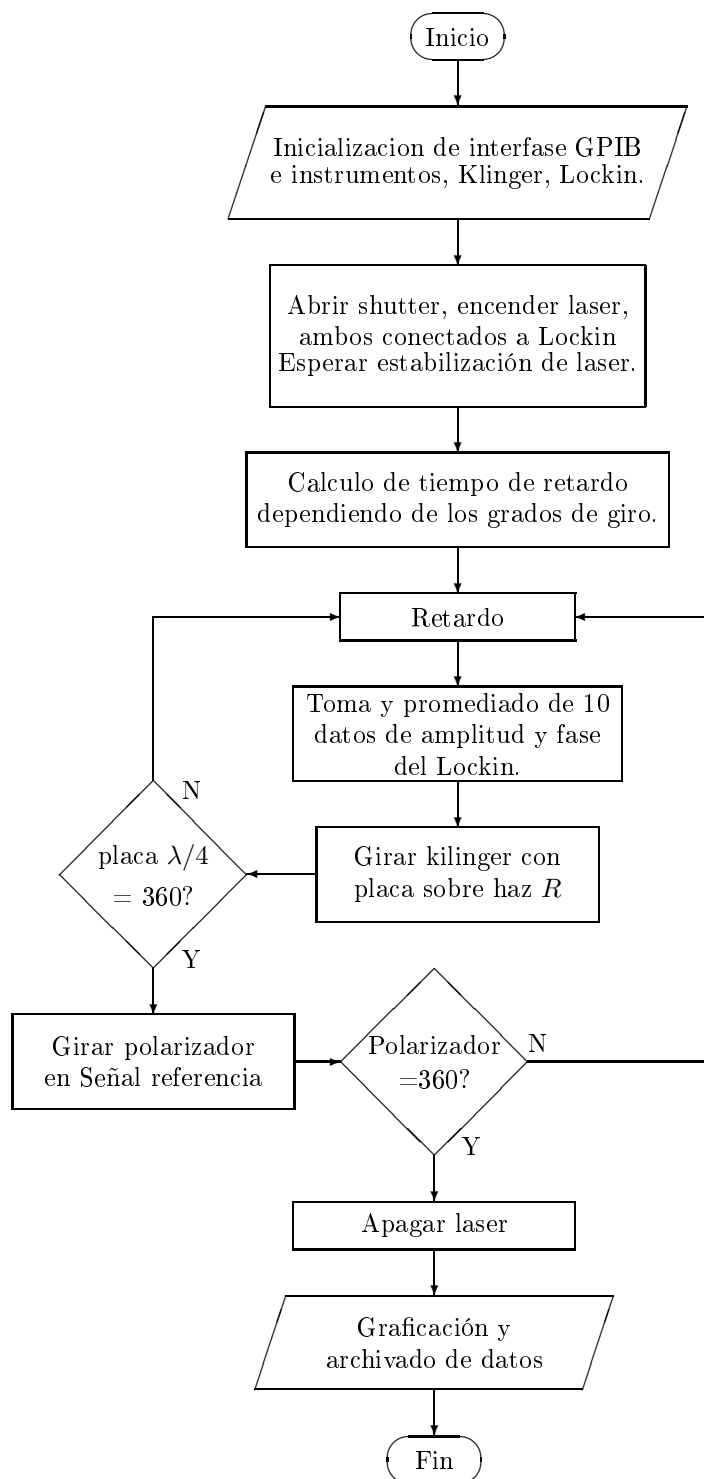


Figura 23: Diagrama de flujo para la toma de datos y control del arreglo experimental.

III.2.7 Datos obtenidos

En la tabla II se presenta la lista de cristales medidos con sus dimensiones. El cristal #3 fue el primero en ser caracterizado, ya que por tener la mayor longitud de propagación se pensaba tendría mayor calidad en la señal. Sin embargo el nivel de señal obtenida fue muy pequeña en comparación con cristales mas delgados como se verá mas adelante.

Tabla II: Tipos y dimensiones de cristales medidos.

#	Tipo	eje de propagación mm	alto mm	ancho mm
1	BTO	1.2	6	20
2	BTO	3	6	20
3	BTO	12	6	20
4	BTO	5	2	3
5	BGO	5	2	3
6	BSO	5	2	3

Los datos obtenidos del arreglo principal mostrado en la figura 19, nos da una caracterización completa del vibrómetro, como se puede ver en la gráfica 24. Los parámetros principales son la elipticidad con la que se introduce el haz R mediante el giro de una placa de $\lambda/4$ y el ángulo del polarizador que interferirá el haz reflejado con el transmitido.

La superficie resultante muestra varios puntos donde la amplitud de señal es máxima, y por tanto las condiciones óptimas de elipticidad y posición del analizador son obtenidas para señal máxima. Sin embargo durante los experimentos nos percatamos que se observa señal de primer armónico inclusive al eliminar el polarizador de salida.

De la observación anterior se decidió tomar datos de todos los cristales variando solamente la polarización de entrada mediante el giro de la placa de $\lambda/4$ y observar como la elipticidad del haz referencia afecta la señal, así obtuvimos la gráfica 25.

Los resultados experimentales estan mostrados en las figuras 25, 26, 27, 28.

Comenzamos con la figura 25, que nos muestra la amplitud de primer armónico con respecto al ángulo de giro de la placa retardadora $\lambda/4$ de todos los cristales evaluados,

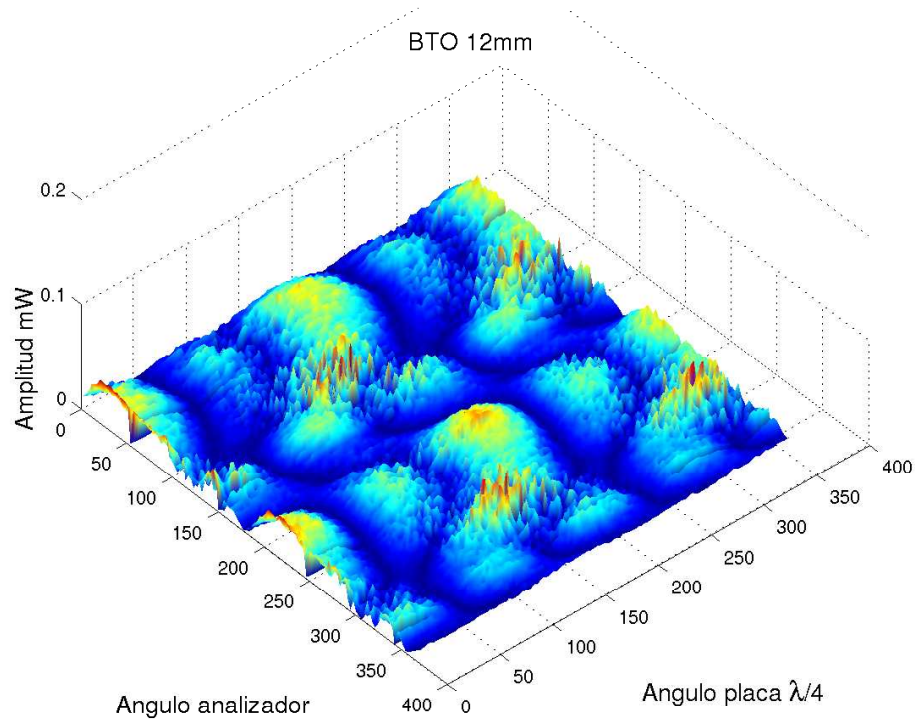


Figura 24: Amplitud de primer harmónico de señal vs. angulo de placa $\lambda/4$ y posición angular de analizador en cristal BTO con 12mm en el eje de propagación

donde podemos observar como los cristales BTO de 1.2 y 3 mm de espesor tienen claramente una mayor amplitud en comparación con el resto de los cristales. La magnitud de segundo harmónico estaba disponible al mismo tiempo que el primer harmónico, por lo que se decidió obtener el dato como información extra.

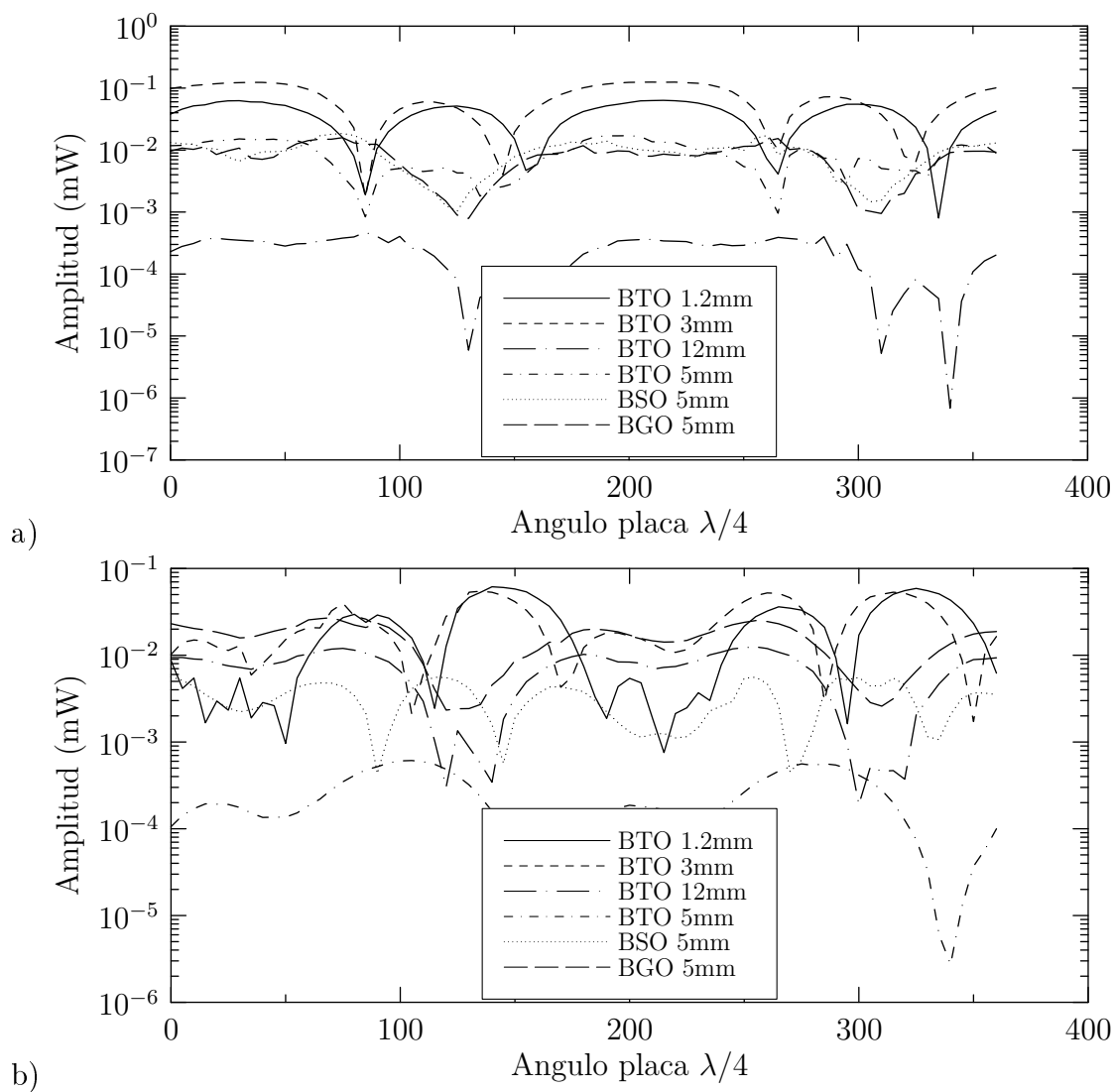


Figura 25: a) Magnitud del primer armónico reflejado de la rejilla holográfica con una señal de 45 Hz y una amplitud de 7.9V RMS hacia el piezoeléctrico, b) Magnitud de segundo armónico

Los datos obtenidos permitieron hacer la comparación entre cristales con misma composición química con diferentes longitudes de propagación o misma longitud de propagación pero diferentes composiciones químicas. En la figura 26 se muestra la magnitud de primer armónico entre muestras de BTO con diferentes espesores, donde la mayor amplitud fue obtenida en el cristal con 3 mm de espesor.

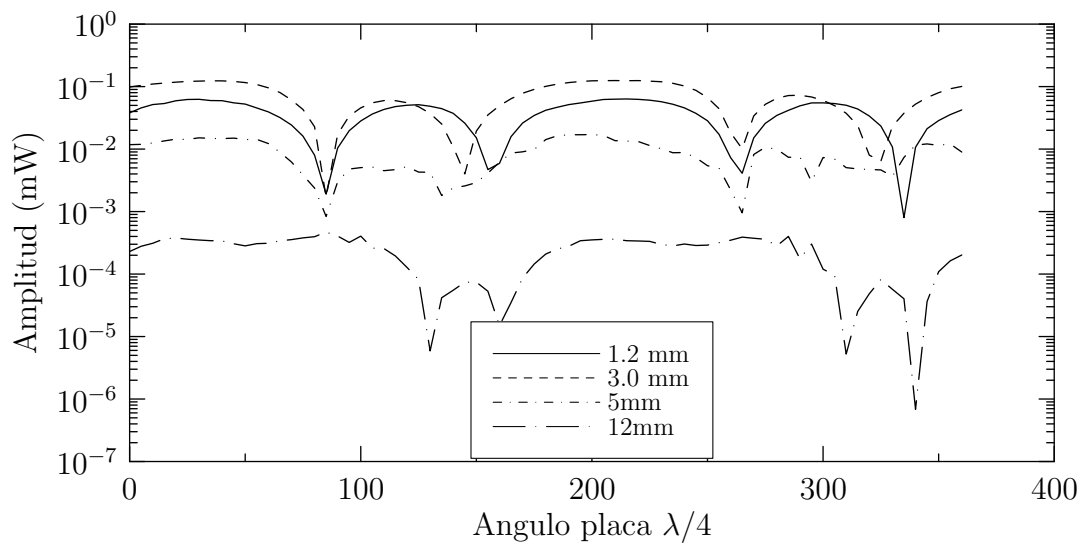


Figura 26: Magnitud del primer armónico reflejado de la rejilla holográfica con cristales BTO y diferentes longitudes de propagación

En la figura 27 se muestra la magnitud de primer armónico entre muestras con 5mm en el eje de propagación pero con diferente composición química, en este caso cristales BTO, BSO y BGO. De esta gráfica podemos observar que no hay gran diferencia en amplitud entre los diferentes cristales, y en el caso de los cristales BSO y BGO tienen comportamientos semejantes.

Los datos anteriores fueron obtenidos sin utilizar el polarizador antes del fotodetector dentro del arreglo experimental, lo que nos permitió obtener una caracterización rápida. Al incluir el polarizador dentro del arreglo los tiempos de captura de datos se alargaron considerablemente, aproximadamente 12 horas. El incremento en tiempo se

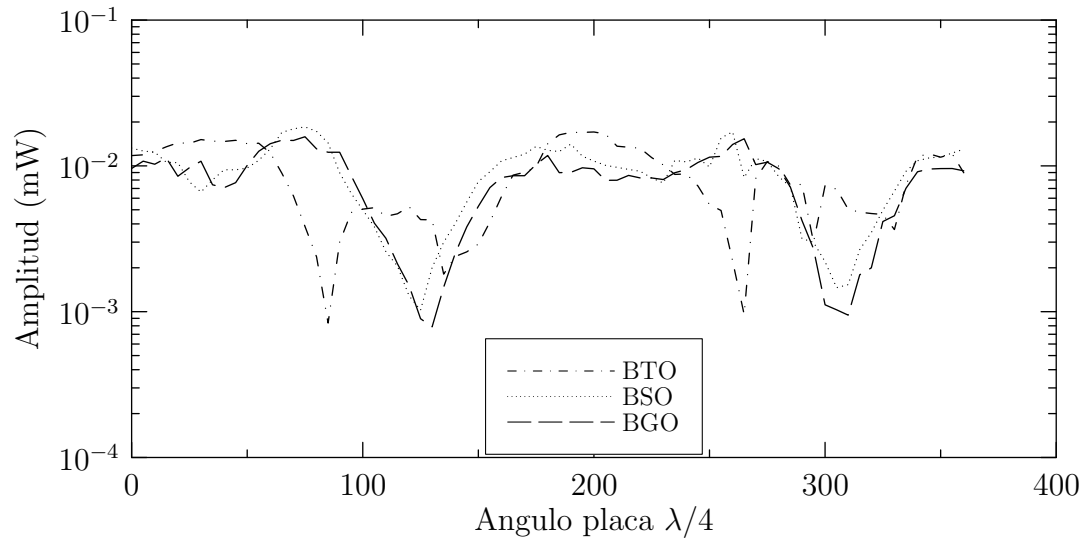


Figura 27: Magnitud del primer armónico reflejado de la rejilla holográfica de cristales BTO, BGO, BSO con 5 mm de propagación

debió a que los datos se capturaban a cada incremento de 5° en el giro del polarizador recién instalado, incrementando por un factor de 72 el tiempo utilizado. Debido a esto, sólo se caracterizaron a los cristales que mayor amplitud de señal mostraron en el experimento anterior, en este caso los cristales BTO con 1.2 y 3 mm de propagación. De esta forma obtuvimos las gráficas 28(A) y 28(B).

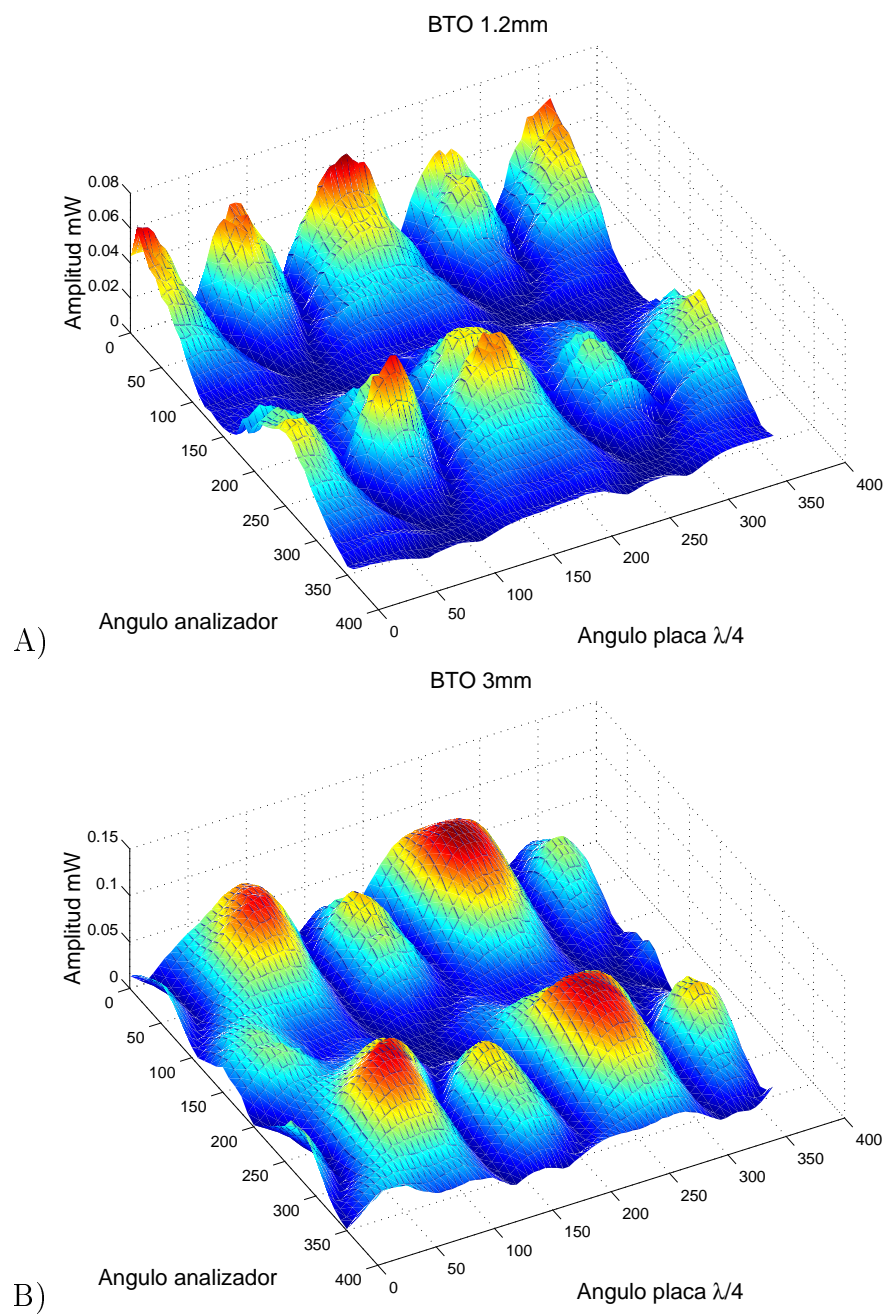


Figura 28: Amplitud de primer armónico medido en un cristal BTO con espesor 1.2 mm (A), 3 mm (B).

La información de fase estaba disponible al mismo tiempo que la información de amplitud, por lo que se adquirió el dato y se presenta en la misma figura, podemos observar como la diferencia de espesor de 1.8 mm entre los cristales invirtió la fase de la señal obtenida. Al comparar los máximos de señal con respecto a los datos obtenidos sin utilizar polarizador a la salida vemos que las amplitudes son comparables con los máximos obtenidos cuando el polarizador esta incluido en el arreglo.

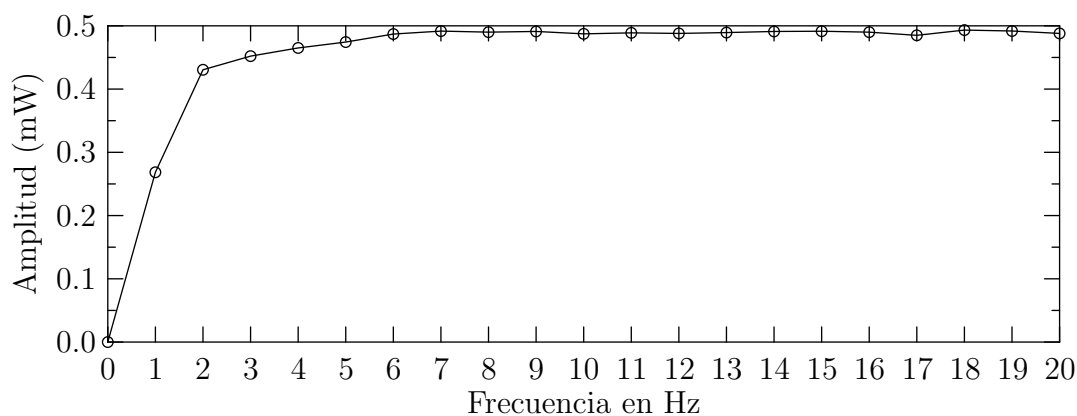


Figura 29: Amplitud de primer armónico cristal BTO 3mm contra frecuencia de vibración

Otra medición importante es la respuesta del cristal contra frecuencia, la cual se obtuvo midiendo la amplitud de primer armónico al incrementar la frecuencia, comenzando desde 1Hz. De la gráfica 29 podemos ver que nuestro interferómetro tiene una frecuencia de corte de aproximadamente 1Hz.

III.3 Sensitividad de un interferómetro adaptativo

III.3.1 Estimación teórica

La forma de estimar el desempeño de un interferómetro adaptativo, es comparar su sensibilidad contra un interferómetro clásico, esto significa que es libre de pérdidas ópticas quedando solamente el ruido cuántico. Bajo esas condiciones la relación señal a ruido SNR (por sus siglas en ingles) de un interferómetro clásico ideal se expresa como (Wayner y Spicer, 1987; Girolamo y Kamshilin, 2006):

$$SNR = \frac{\Delta P_s}{Q\sqrt{P_s}}, \quad \text{donde } Q = \sqrt{\frac{4\Delta f \hbar \nu}{\eta}} \quad (34)$$

dónde P_s es la potencia promedio de un haz incidiendo en el fotodetector; ΔP_s es la variación del haz causado por la modulación de fase; η es la eficiencia cuántica del fotodetector; $\hbar \nu$ es la energía del fotón; Δf es el ancho de banda de la electrónica de detección.

Bajo condiciones ideales la amplitud máxima de modulación de potencia será de $2P_s$ por lo que $\Delta P_s \approx 2P_s\varphi$ para pequeñas variaciones de fase ($\varphi \ll 1$). Por tanto la mínima variación de fase φ^{min} se obtiene al igualar SNR a 1 y sustituyendo en la ecuación (34).

$$\varphi^{min} \approx \frac{Q}{\sqrt{2P_s}} = \sqrt{\frac{2\Delta f \hbar \nu}{\eta P_s}}. \quad (35)$$

En nuestro caso los parámetros típicos del experimento son:

$$\begin{aligned} \Delta f &= 1Hz & \eta &= 0.7 \text{ (típico)} \\ P_s &= 100mW & \hbar \nu &= 5.9 \cdot 10^{-20} J \text{ (para } \lambda = 532nm) \end{aligned}$$

Idealmente el interferómetro puede detectar diferencias de fase de $\varphi^{min} = 1.3 \cdot 10^{-8}$ rad, esto equivale a un desplazamiento mínimo $\Delta L_{min_c} = 5.5 \cdot 10^{-17}m$ calculado de la

siguiente forma.

$$\Delta L_{min_c} = \frac{\varphi^{min} \lambda}{4\pi}. \quad (36)$$

El valor de ruido de nuestro sistema fue estimado extrayéndolo apartir de los mejores datos experimentales tomados anteriormente y mostrados en la figura 28(B). De la seccion con mayor amplitud de señal se calculo la curva correpondiente al ajuste polinomial. Posteriormente se calculo la desviación estándar de la diferencia entre el ajuste polimomial y los datos experimentales, como se muestra en la figura 30. De esta forma se estimo que el ruido de nuestro sistema es de $0.28 \mu V$ apartir de los mejores valores experimentales leídos. De la caracterización del piezoeléctrico obtuvimos que la relación desplazamiento vs. voltaje es de 300pm/mV y mediante una simple regla de tres calculamos que los desplazamientos del ruido son de 93 femtometros, definiendo así nuestra sensibilidad o mínimo desplazamiento que podemos discernir con nuestro interferómetro adaptativo.

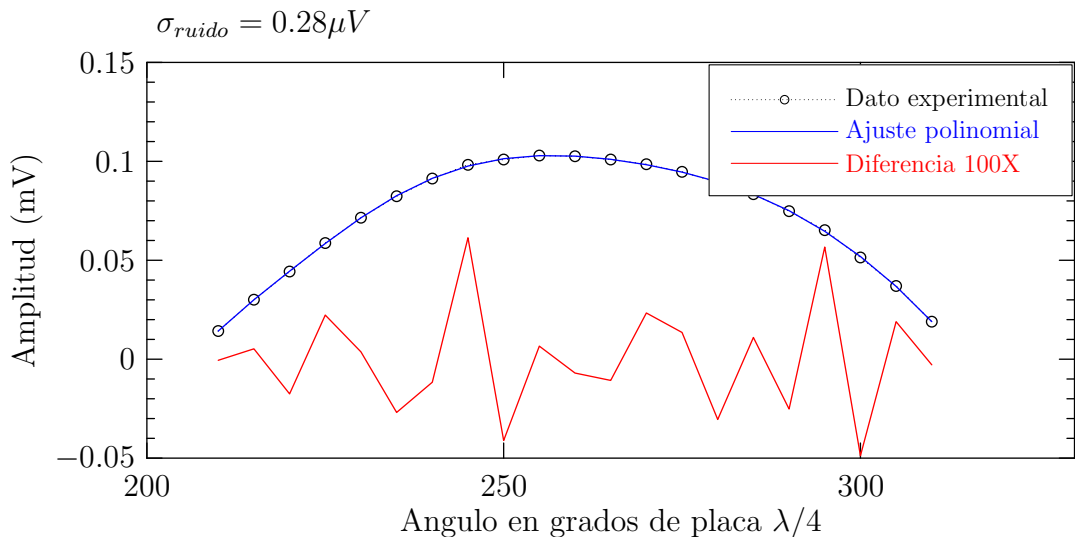


Figura 30: Estimación de ruido apartir de datos medidos en cristal BTO 3mm. El eje rápido de la placa $\lambda/4$ a 0° es paralelo al plano de la mesa, la polarización de láser es lineal a 45° con respecto al mismo plano.

Todos los datos experimentales fueron tomados en valores RMS, sin embargo el teórico es valor pico, por lo que para poder comparar dividimos el valor teórico entre $\sqrt{2}$. Comparando el valor de sensibilidad experimental vs teórico tenemos que nuestro interferómetro es 120 veces menos sensible que un interferómetro ideal.

Entre los factores que degradan la sensibilidad del interferómetro experimental contra lo ideal podemos mencionar: pérdidas ópticas por reflexiones especulares de todas las fronteras por donde pasa el haz (placa de $\lambda/4$, cristal y atenuadores), absorción del cristal y atenuador, ruido de fase y amplitud de láser, etc.

Capítulo IV

Modelo teórico y cálculos numéricos

IV.1 Introducción

En esta sección se describe el algoritmo que nos permitió calcular la señal generada de nuestro interferómetro adaptativo. Herramienta indispensable para encontrar los parámetros requeridos para el óptimo funcionamiento del interferómetro lo que es uno de los objetivos de esta tesis, principalmente parámetros que en la práctica son muy difíciles de variar como lo es el tamaño de cristal.

IV.2 Implementación del método numérico

El algoritmo es desarrollado para resolver numéricamente las ecuaciones descritas en el capítulo II aunque con ciertas modificaciones, para adaptarse al experimento realizado.

A continuación definimos las variables se ocuparan durante el programa, así como sus unidades.

Z	Longitud de propagación de la luz dentro del cristal en μm .
r_{41}	Coefficientes electroópticos con unidades de $V/\mu m$.
λ	Longitud de onda láser en nuestro caso $\lambda = 532nm$.
Δz	Incremento de coordenada (un paso del programa) a lo largo de la dirección de propagación de la luz utilizado en el método numérico $\Delta z=20 \mu m$.
n	Índice de refracción $\simeq 2.54$.
α	Coefficiente de absorción ($\alpha \approx 1cm^{-1}$ para BSO).
o_a	Actividad óptica en grados por mm.

A_R	Ángulo de entrada entre haces definido en radianes.
L	Longitud del cristal en μm .
r_a	Rason de intensidades de haces señal y referencia
I_0	Intensidad inicial del láser en unidades arbitrarias.
k_B	Constante de Boltzmann $1.38 \cdot 10^{23} J/^\circ K$.
e	Carga del electrón $1.602 \cdot 10^{19} C$.
T	Temperatura ambiente en grados Kelvin $T = 300^\circ K$.

Comenzamos con el cálculo del campo interno de difusión, dato necesario para determinar la magnitud del cambio de índice de refracción por el efecto fotorrefractivo inducido. Como en nuestro experimento no tenemos campos externos, el campo espacio-carga sera igual al campo de difusión. El campo de difusión dentro de cristales fotorrefractivos con haces en contrapropagación fue tratado previamente (Nolte, 1995), en dónde se incluye el ángulo entre los haces y el índice de refracción, variables necesarias para determinar el periodo espacial de interferencia dentro del cristal y por tanto el gradiente luminoso, que como se vio en el capítulo II, esta directamente relacionado al campo de difusión.

$$E_D = \frac{-ik_B T}{e} \frac{4 \pi \sqrt{n^2 - \sin^2(A_R/2)}}{\lambda} \quad (37)$$

Donde la i indica el desfaseamiento por $\pi/2$ que este campo tiene con respecto a la interferencia de los haces, A_R es el ángulo formado entre los haces entrando al cristal, como se muestra en la figura 31.

En todos los experimentos utilizamos luz polarizada que permite utilizar matrices y vectores de Jones para representar los elementos ópticos y los haces como a continuación:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} e^{i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/4} \end{bmatrix} \quad \hat{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Donde \hat{P} representa a la placa de $\lambda/4$ y \hat{R} es la matriz de rotación.

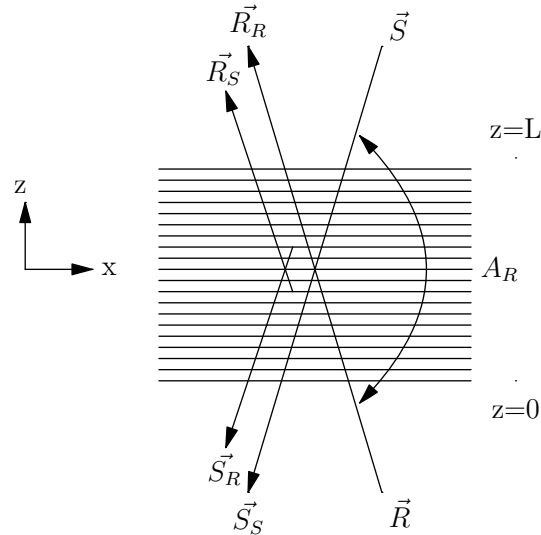


Figura 31: Esquema de acoplamiento de dos ondas en configuración de contrapropagación, R_2 y S_2 son los haces generados por la difracción de S y R respectivamente.

IV.2.1 Rotación de elementos ópticos

El cambio de polarización que sufre el haz incidente (R) por el giro de la placa $\lambda/4$ (u cualquier otro elemento) es calculado mediante la multiplicación de la matriz de rotación por la matriz que representa una placa retardadora $\lambda/4$ y nuevamente contra la matriz de rotación pero inversa, esta última operación es necesaria para regresar a los ejes coordenados originales.

$$\vec{R}_t = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e^{i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) \\ \sin(\theta_R) \end{bmatrix} \quad (39)$$

donde \vec{R}_t es la amplitud de la onda referencia despues de la placa retardadora, θ_R es el angulo entre el plano de polarización de haz R y el eje x en la entrada a la placa retardadora.

IV.2.2 Orientación de cristal

Los cristales de selenita utilizados presentan el efecto Pókel en donde un campo eléctrico provoca un cambio de índice de refracción. Sin embargo la dirección del campo

con respecto a los ejes cristalográficos es importante porque hay orientaciones dónde el campo eléctrico puede provocar disminución, incremento o inclusive no haber cambio alguno del índice de refracción.

La forma como se representa la orientación del cristal dentro del programa es mediante los valores de los coeficientes electroópticos efectivos, los cuales cambian con respecto a la orientación.

$$z||[001], x||[110], y||[\bar{1}10], \quad r_x = \frac{r_{41}}{2} \quad r_y = -\frac{r_{41}}{2} \quad (40)$$

$$z||[111], \quad r_x = \frac{r_{41}}{2\sqrt{3}} \quad r_y = \frac{r_{41}}{2\sqrt{3}} \quad (41)$$

$$z||[11\bar{2}], x||[1\bar{1}0], y||[11\bar{1}], \quad r_x = \frac{r_{41}}{\sqrt{6}} \quad r_y = 0 \quad (42)$$

IV.2.3 Formación de la rejilla de índice

Ya definido el cálculo que nos permite conocer la magnitud del cambio de índice de refracción podemos calcular la amplitud de índice de refracción de la rejilla, para lo cual primero calculamos el contraste complejo de la interferencia provocada por los haces mediante la siguiente ecuación:

$$m = \left[\frac{2(R \cdot S^* + R^* \cdot S)}{|R|^2 + |R|^2 + |S|^2 + |S|^2} \right] \quad (43)$$

Teniendo definido el contraste, que físicamente nos indica la magnitud y posición del campo de difusión a lo largo del cristal, multiplicamos por un factor que incrementa de forma exponencial en el tiempo, simulando de esta forma que el campo de difusión se incrementa con el tiempo, como realmente sucede ya que el efecto no es instantáneo. De esta forma tenemos que la amplitud del campo eléctrico es representado en el programa por:

$$E = [1 - e^{-t/\tau}] m E_D \quad (44)$$

donde τ es el tiempo de respuesta del cristal.

IV.2.4 Ecuaciones de formación del campo espacio carga

Ya que se ha definido la amplitud de la rejilla, podemos calcular la propagación y difracción de los mismos haces que la formaron y para eso requerimos el conjunto de ecuaciones acopladas descritas previamente. Si incluimos la absorción y la actividad óptica que presenta el cristal utilizado las ecuaciones de ondas acopladas son:

$$\frac{d\vec{S}}{dz} = i\hat{\eta}\vec{R} + \alpha\vec{S} + \hat{G}\vec{S}, \quad (45)$$

$$\frac{d\vec{R}}{dz} = -i\hat{\eta}^*\vec{S} - \alpha\vec{R} - \hat{G}\vec{R}, \quad (46)$$

donde $\hat{\eta}$ es la matriz que describe el acoplamiento entre los haces provocado por la difracción y \hat{G} es matriz de actividad óptica del cristal,

$$\hat{\eta} = \frac{2\pi n^3 E}{\lambda \cos A_R} \begin{bmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_y \end{bmatrix}; \quad G = \frac{o_a \cdot \pi}{180} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (47)$$

donde $j = x, y$ y o_a es la actividad óptica que se convierte a radianes/mm.

Para la resolución de las anteriores ecuaciones acopladas existen varios métodos numéricos, sin embargo se decidió aplicar el método de Runge-Kutta de 4to orden como el que mejores características de complejidad de implementación y exactitud de resultados hay para nuestro caso (Navarro, 2005). El método de Runge-Kutta es un método numérico para resolver las ecuaciones diferenciales de primer orden con lo son 45 y 46. Estas ecuaciones tienen una forma general (Arfken y Weber, 2001):

$$\frac{d}{dz}y(z) = f(z, y), \quad (48)$$

con una condición en la frontera $y(z_0) = y_0$.

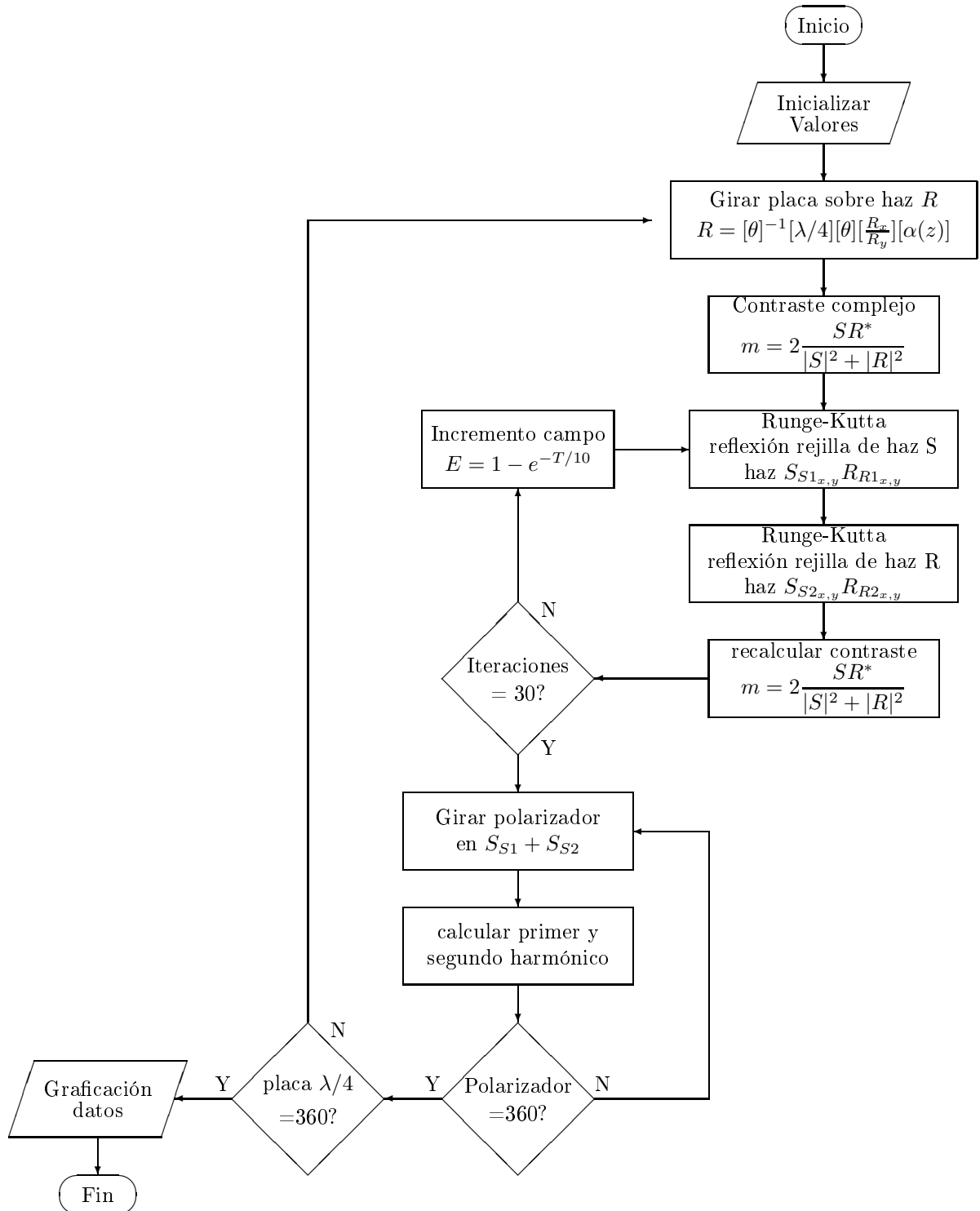


Figura 32: Diagrama de flujo para cálculo de la respuesta del interferómetro variando la elipticidad del haz referencia R y posición angular de un polarizador lineal en la salida

El método de Runge-Kutta es un método “paso-por-paso” o bien de “incrementos finitos” que permite calcular un valor de $y(z_{n+1})$ si conocemos el valor de $y(z_n)$, cuando el tamaño del paso $z_{n+1} - z_n = \Delta z$. Las formulas para tal calculo son:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4], \quad (49)$$

donde

$$k_1 = \Delta z f(z_n, y_n), \quad (50)$$

$$k_2 = \Delta z f\left(z_n + \frac{1}{2}\Delta z, y_n + \frac{1}{2}k_1\right), \quad (51)$$

$$k_3 = \Delta z f\left(z_n + \frac{1}{2}\Delta z, y_n + \frac{1}{2}k_2\right), \quad (52)$$

$$k_4 = \Delta z f(z_n + \Delta z, y_n + k_3). \quad (53)$$

Un diagrama de flujo del programa para calculos de señal del interferómetro esta presentado en la figura 32. El cálculo de las amplitudes de la luz se encuentran dentro de dos ciclos el primero evalúa la evolución de los haces R y S en cada posición a lo largo de la longitud del cristal en un tiempo t .

Con los nuevos valores de los haces se recalcula el contraste complejo, y volvemos al ciclo despues de incrementando el tiempo, simulando así el incremento gradual del campo de difusión y por ende el incremento de la amplitud de la rejilla de fase.

Después de un número de iteraciones obtenemos la evolución del los haces dentro del cristal con la rejilla de fase en estado estacionario, interesándonos principalmente la amplitud de los haces en las fronteras, que son finalmente los haces emergentes.

Sin embargo a diferencia de arreglos donde los haces se encuentran en copropagación y entran simultáneamente en la misma frontera del cristal, en nuestro esquema de interferómetro, conocemos las condiciones iniciales de los haces R y S en caras opuestas del cristal, aunque el método numérico requiere conocer las condiciones iniciales apartir de la misma frontera.

Para solucionar este problema suponemos que el tiempo de grabación de la rejilla es bastante largo en comparación con el tiempo de propagación de la luz dentro del cristal de tal manera que podemos considerar que la rejilla es fija en cualquier tiempo. En este caso el cristal con la rejilla es un elemento óptico lineal que nos permite calcular por separado la propagación de diferentes componentes de polarización de dos ondas que entran al cristal por sus caras opuestas.

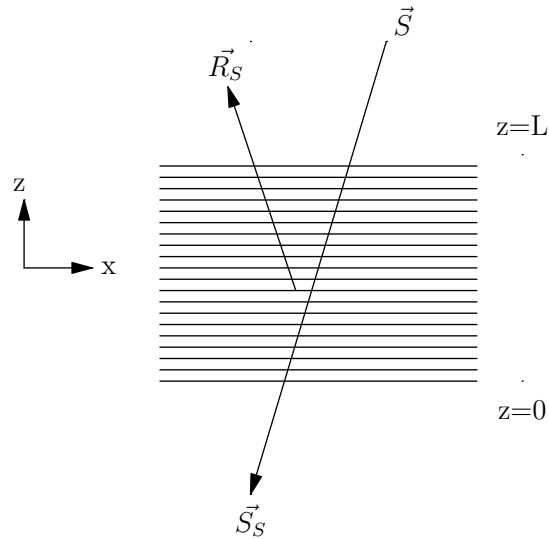


Figura 33: Condiciones iniciales en la frontera para calculo de transmitancia y reflexión de la onda señal.

El programa a través de la solución de las ecuaciones de ondas acopladas calcula la solución del problema en forma inversa, calcula que distribución espacial tiene cada componente de la polarización cuando sale de cristal con amplitud unitaria, polarizado paralelo de eje x o y . Después de este cálculo aplicamos las condiciones en las fronteras que permite calcular la distribución de la amplitud de la luz en todo el cristal. Las condiciones en la frontera puede ser escritas de forma de ecuación matricial como:

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x(L) \\ S_y(L) \end{bmatrix} \quad (54)$$

donde S_{xx} y S_{xy} son las amplitudes de dos componentes de polarización calculadas para el caso de salida de la onda unitaria con la polarización paralelo al eje x, S_{yx} y S_{yy} son las amplitudes para el caso de salida de la onda con la polarización y, $S_x(L)$ y $S_y(L)$ son las componentes de polarización de la onda de señal en sus entrada al cristal (ver Fig. 33). La onda transmitida y reflejada cuando el cristal esta iluminado solo por la onda de señal calculamos como:

$$S_{SX} = a_x S_{xx} + a_y S_{yx}, \quad S_{SY} = a_x S_{xy} + a_y S_{yy}, \quad (55)$$

$$R_{SX} = a_x R_{xx} + a_y R_{yx}, \quad R_{SY} = a_x R_{xy} + a_y R_{yy}. \quad (56)$$

El mismo procedimiento se aplica ahora al haz referencia. Finalmente calculamos el campo total para la iluminación del cristal cuando es iluminado por ambas caras simultáneamente como:

$$S_x(z) = S_{SX}(z) + S_{RX}(z), \quad S_y(z) = S_{SY}(z) + S_{RY}(z), \quad (57)$$

$$R_x(z) = R_{SX}(z) + R_{RX}(z), \quad R_y(z) = R_{SY}(z) + R_{RY}(z). \quad (58)$$

El conocimiento de las amplitudes nos permite recalcular el contraste del patrón de interferencia y regresar al cálculo de las nuevas distribuciones de amplitudes de ondas primero incrementando el campo interno, simulando como la rejilla se genera gradualmente. Los cálculos terminan cuando el valor del campo eléctrico llega a saturación.

IV.2.5 Analizador de salida

De los haces emergentes tomamos referencia transmitido R_R y señal reflejada R_S los cuales podrían ser ortogonales como fue mencionado en el capítulo anterior, y por lo tanto en principio no pueden interferir. Para esto se incluyo un polarizador que interactúa con los haces y fue implementado de la siguiente forma:

$$R_{salida} = \hat{P}\vec{R}, \quad \hat{P} = \begin{bmatrix} \cos^2\phi & \sin\phi \cos\phi \\ \sin\phi \cos\phi & \sin^2\phi \end{bmatrix}, \quad (59)$$

donde ϕ es el ángulo del analizador con respecto al eje horizontal. El resultado serán los haces que finalmente utilizaremos para detectar los cambios de fase. El cálculo es ciclado para obtener los valores correspondientes a un giro completo del polarizador antes de continuar con el ciclo principal del programa.

IV.2.6 Detección de señal y filtrado de 1ro y 2do armónicos

Los haces S y R son sumados formando así la interferencia entre ellos. Es en este momento cuando introducimos los cambios de fase a uno de los haces simulando el espejo móvil de nuestro experimento.

Para introducir la modulación se multiplica por un factor de fase θ como se muestra en la siguiente ecuación:

$$I_{out}(\theta) = \left[R_S e^{\frac{i\pi\theta}{180^\circ}} + R_R \right]^2, \quad (60)$$

donde R_R es la amplitud de onda de referencia transmitida, R_S es la amplitud de onda señal reflejada, θ es el cambio de fase de haz de señal provocada por cambio de posición del espejo. El programa calcula la intensidad en la salida del interferómetro en tres valores, -2, 0 y 2 grados, valores pequeños que garantizan la linealidad de la respuesta del interferómetro. La amplitud del primer armónico de la modulación de la intensidad calculamos como:

$$H_1 = \frac{I(-1) - I(1)}{2}. \quad (61)$$

La amplitud del segundo armónico se obtiene como:

$$H_2 = \frac{(I(-1) + I(1)) - 2I(0)}{2}. \quad (62)$$

El valor promedio es almacenado en una matriz para luego ser utilizada en el cálculo del límite de detección del interferómetro adaptativo, o mínimo cambio de fase

detectable, el cual se encuentra cuando la SNR (Ec. 34) es igual a 1 y esta determinado por:

$$\Delta L_{min} = \frac{\Delta L}{SNR} = \frac{\Delta L \sqrt{P_s}}{Q \Delta P_s}, \quad (63)$$

donde ΔP_s es la amplitud de primer armónico y P_s es el nivel promedio de señal y ΔL es el valor pico de desplazamiento utilizado para generar la modulación de la señal, en nuestro caso 3nm que equivale a un desfase de 2 grados. Usando las ecuaciones 63 y 36, obtenemos el *límite de detección relativo* expresado de la siguiente forma:

$$\delta_{rel} = \frac{\Delta L_{min_c}}{\Delta L_{min}}, \quad (64)$$

donde ΔL_{min_c} es el límite de detección de un interferómetro clásico visto en el capítulo anterior y su valor es de 0.05 femtómetros. El resultado anterior nos indica que tan sensible es el interferómetro simulado con respecto al interferómetro ideal, donde el máximo es la unidad.

De esta forma llegamos al final del primer ciclo correspondiente al giro de la placa $\lambda/4$, por lo que regresamos nuevamente hasta completar el giro definido para esta placa, que en el caso de la caracterización completa es de 360 grados.

IV.3 Resultados numéricos

IV.3.1 Resultados de calculos de señal del interferómetro adaptativo

Los cálculos numéricos nos proporcionan información de amplitud de primer harmónico, nivel promedio y sensibilidad relativa, que son convenientemente representadas mediante superficies tridimensionales, donde uno de sus ejes es el ángulo de giro de una placa $\lambda/4$ y el segundo eje es el ángulo de giro del analizador, de la misma forma como fueron realizados los experimentos. Así es como se obtienen las gráficas 34 y 35.

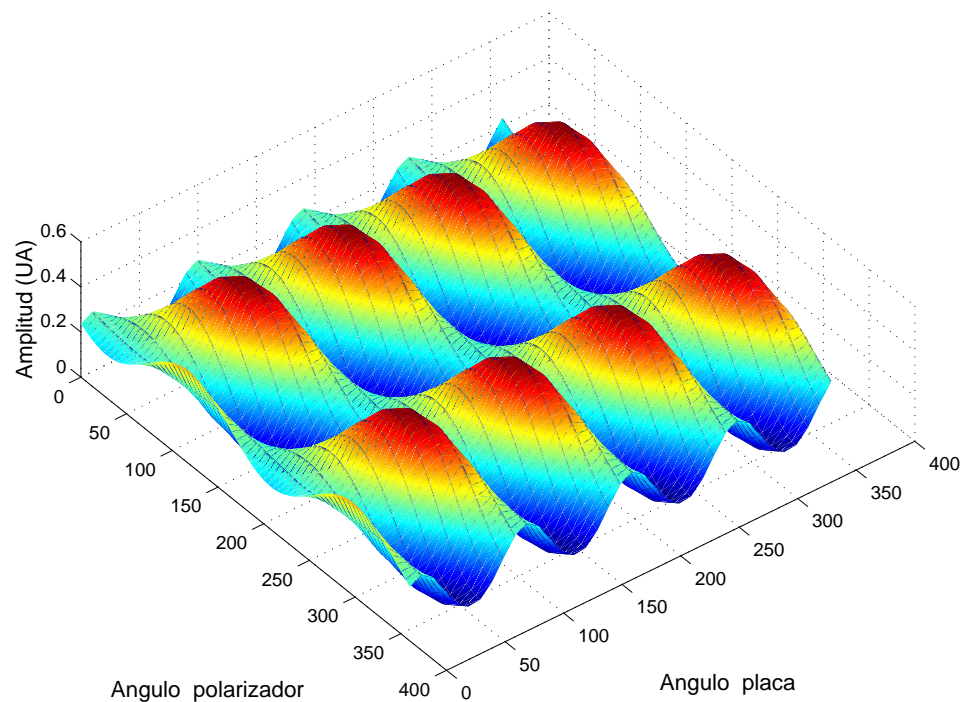


Figura 34: Simulación de nivel promedio de señal de un cristal BTO con actividad óptica de 6° mm propagando por eje cristalográfico $[11\bar{2}]$

Podemos observar en las figuras 35 y 36 cómo el punto de sensibilidad relativa no coincide con el punto de máxima señal, lo cual es un resultado relevante en este estudio.

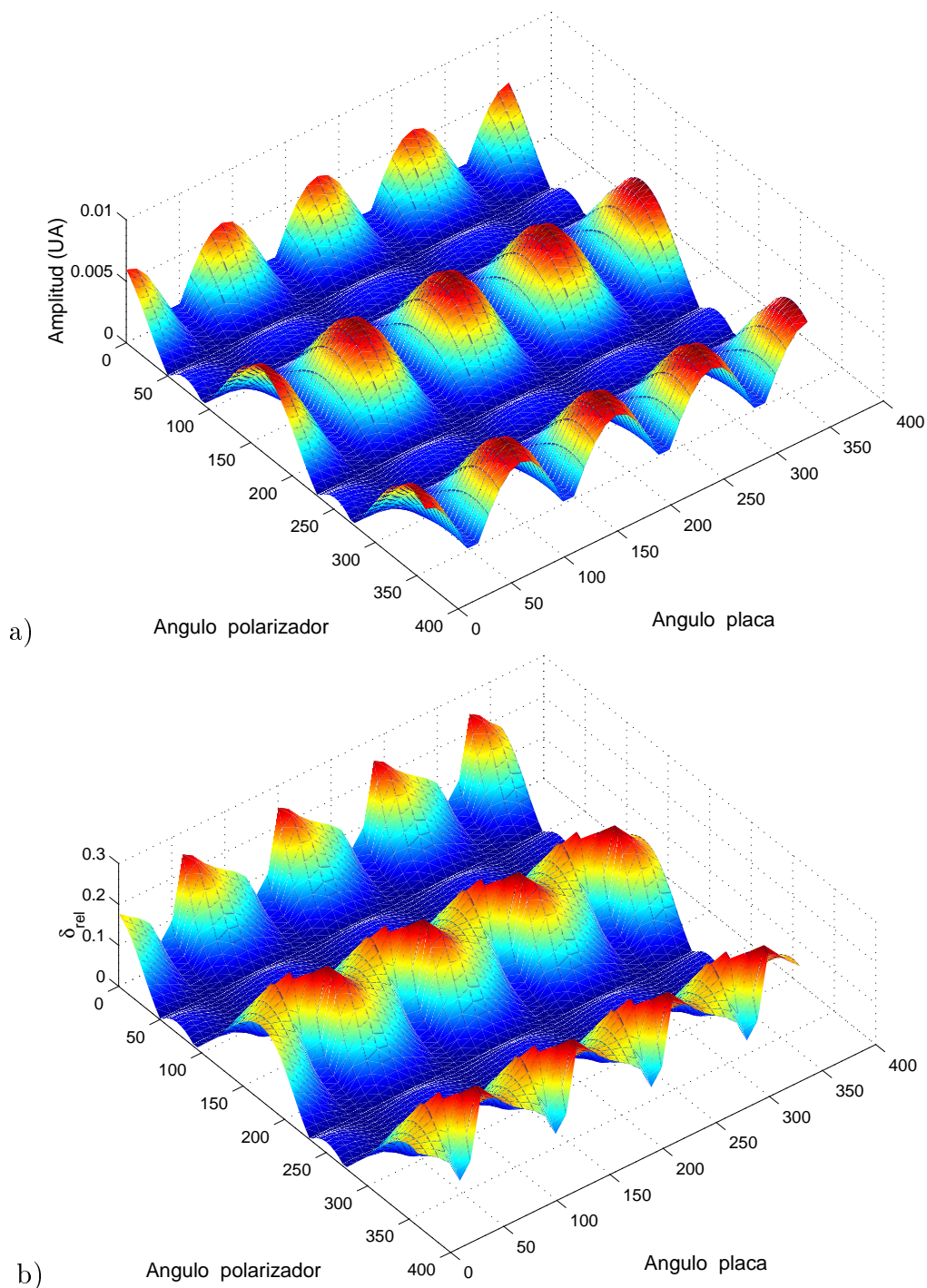


Figura 35: Amplitud de primer armónico (a) y sensibilidad relativa (b) de un interferómetro con un cristal BTO con actividad óptica de $6^\circ/\text{mm}$ con dirección de propagación de la luz $[11\bar{2}]$

Para mejor apreciación de este resultado, se normalizaron los datos de amplitud y sensibilidad, superponiendo ambas superficies y generando un corte en un punto donde la amplitud de señal es máxima, de esta forma obtenemos la gráfica 36, donde se muestra claramente como el nivel máximo de señal no corresponde a una mejor relación señal a ruido.

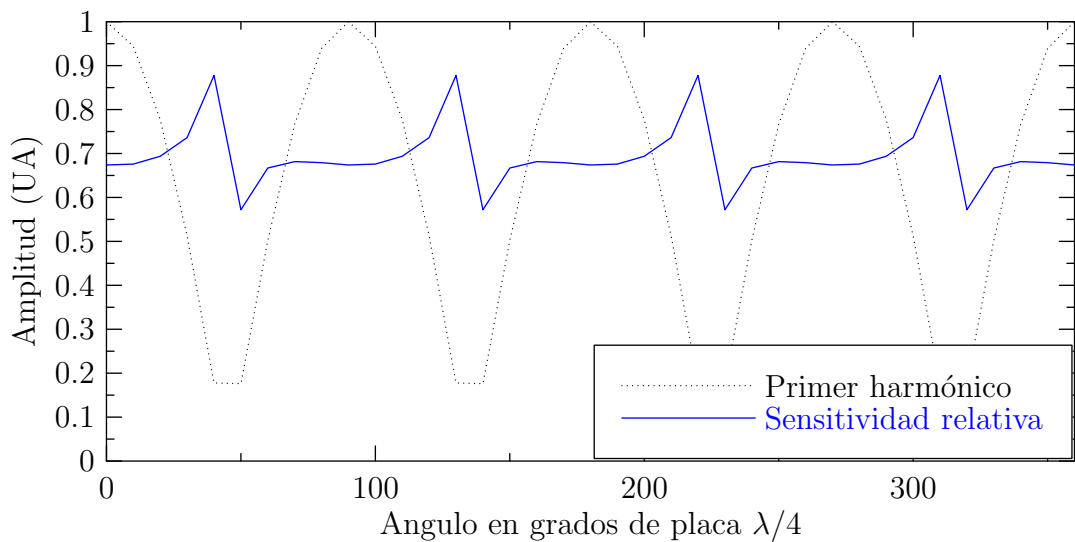


Figura 36: Corte de las superficies normalizadas de amplitud de primer armónico y sensibilidad relativa, donde se muestra como el punto más alto de señal no coincide con la mejor sensibilidad relativa

IV.3.2 Óptimo espesor del cristal para mejor sensibilidad

En esta parte del estudio se encontrará la longitud a la cual tiene que ser cortado el cristal para obtener mejor sensibilidad, para esto utilizamos los parámetros mostrados en la sección IV.2 y sólo variaremos la longitud del cristal y su actividad óptica por ser una característica sobresaliente de los cristales de Silenita. Para estudiar las dependencia de las características del interferómetro al variar el espesor del cristal y cómo la actividad óptica influye, se agregan dos ciclos mas, el primero incrementa la longitud

de cristal y el segundo ciclo incrementa la actividad óptica, como se muestra en el diagrama de flujo mostrado en la figura 37. Como en el caso anterior el programa calcula las dependencias de la amplitud de señal y la sensibilidad relativa como función de la posición de la placa $\lambda/4$ y del polarizador determinando el valor máximo de señal y sensibilidad para cada longitud del cristal y valor de actividad óptica. Para hacer mas rápido el cálculo, solo se simularon giros de hasta 90 grados en polarizador y placa $\lambda/4$. De esta forma obtenemos una superficie como la mostrada en la figura 38 que muestra el espesor óptimo de un cristal BTO en relación con su actividad óptica.

De la figura 38(a) podemos observar máximo de señal cuando tiene actividad óptica cercana a $5^\circ/\text{mm}$ y una longitud de cristal de 1.9 mm. Sin embargo cuando se calculo la sensibilidad relativa, se encontró que el mejor punto se encuentra cuando el cristal tiene una longitud de 2.8 mm y no tiene actividad óptica como se muestra en la figura 38(b), donde podemos también apreciar como la actividad óptica decrementa la sensibilidad, lo cual era ya comentado en la literatura (Nazhestkina *et al.*, 2001) aunque no de forma cuantitativa .

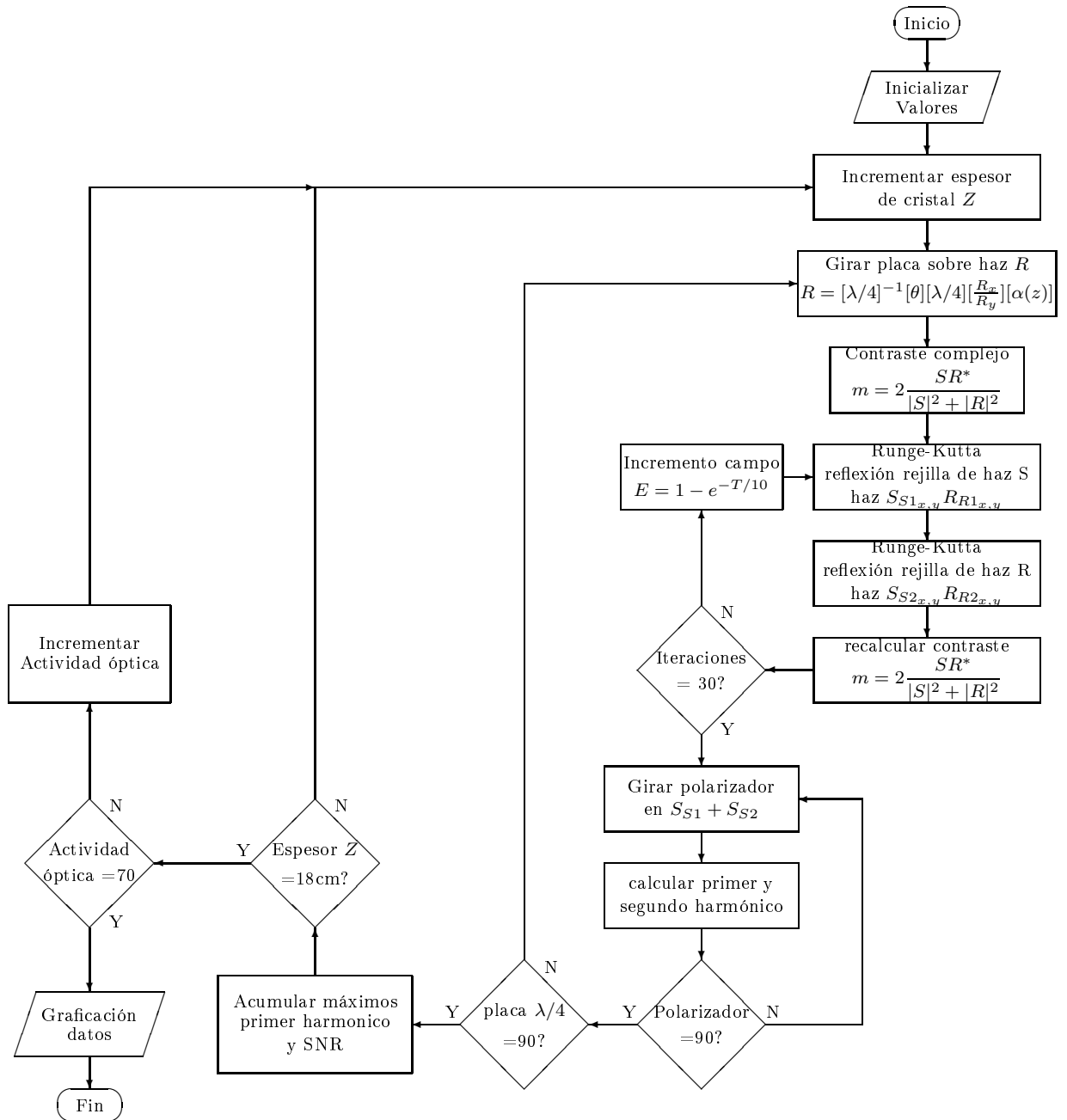


Figura 37: Diagrama de flujo para cálculos de la respuesta del interferómetro variando el espesor y actividad óptica del cristal

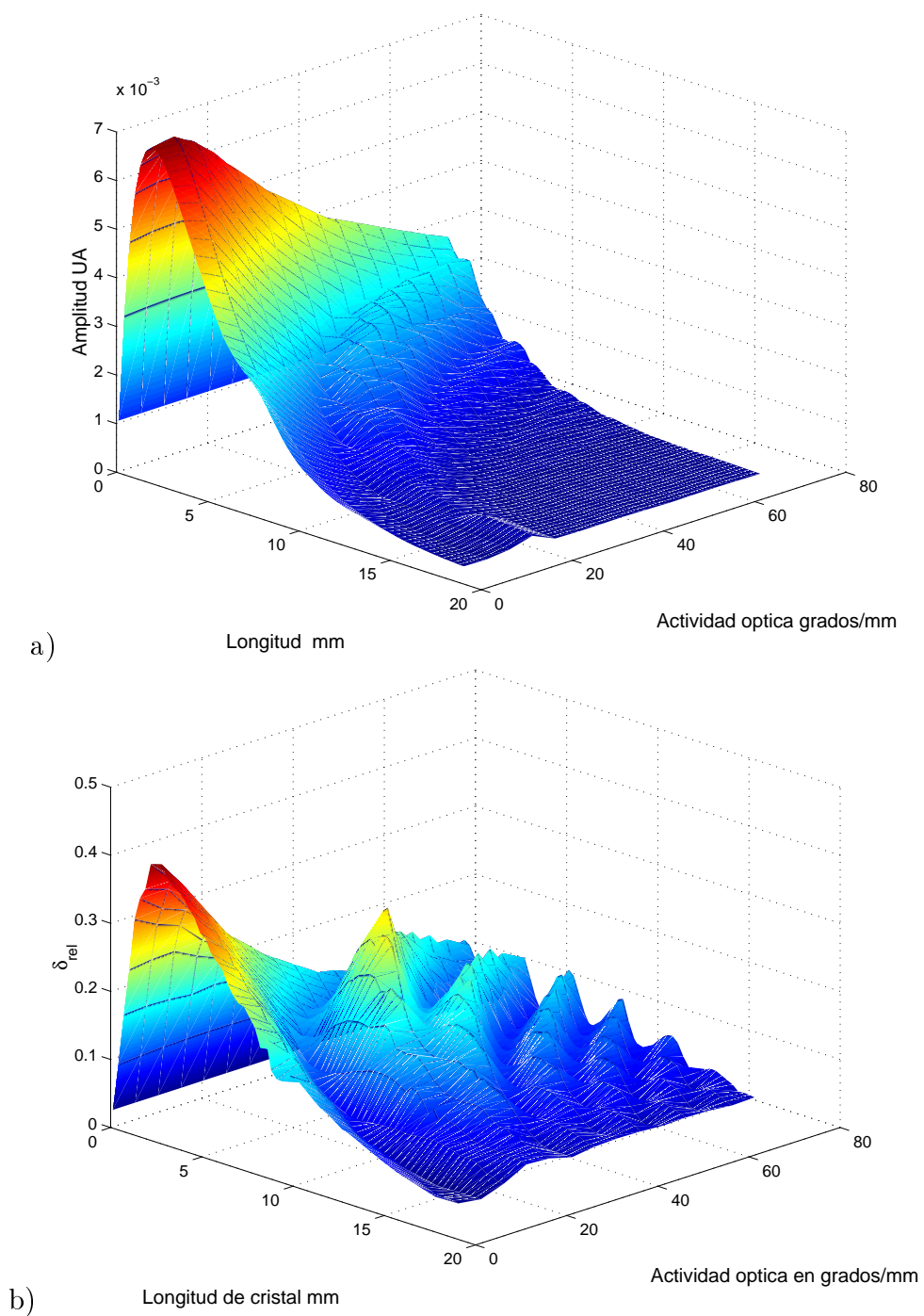


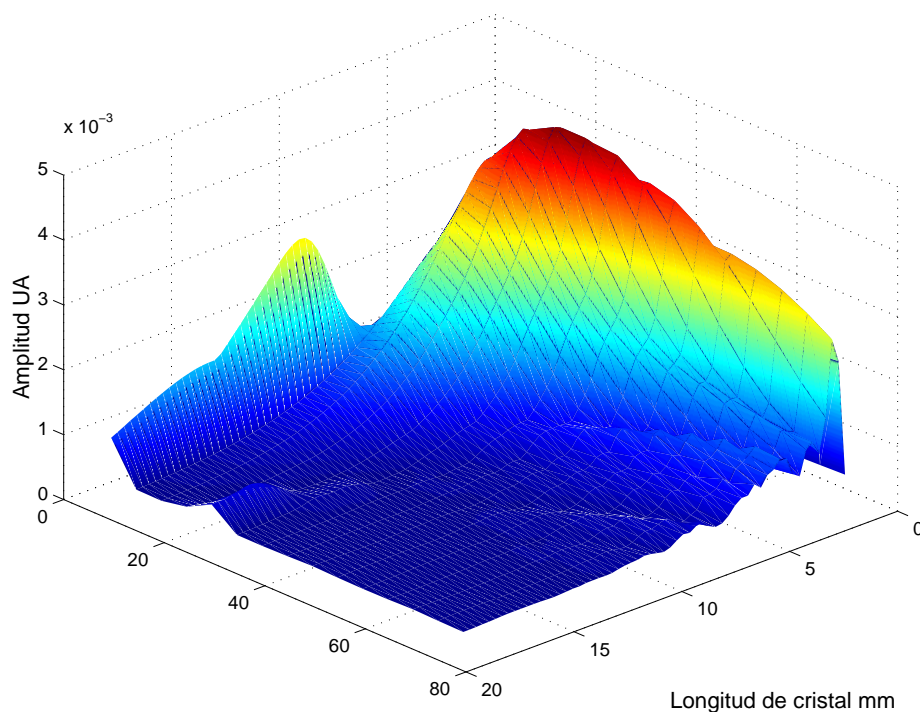
Figura 38: Máximo de primer armónico (a) y sensibilidad relativa (b) variando la longitud del cristal vs. actividad óptica.

La última simulación fue inspirada por un resultado experimental, en donde nos percatamos que la señal de primer armónico estaba presente aún sin la presencia del analizador en el arreglo y que la señal obtenida era de una magnitud comparable al arreglo que incluía el polarizador. Removiendo en el programa la sección del analizador se calcularon nuevamente las superficies de amplitud de señal y la relación señal a ruido mostrándose los resultados en la figura 39, donde podemos ver nuevamente que los puntos de amplitud y mejor sensibilidad no coinciden. La tabla III muestra los mejores datos obtenidos con respecto a su actividad óptica y longitud de cristal.

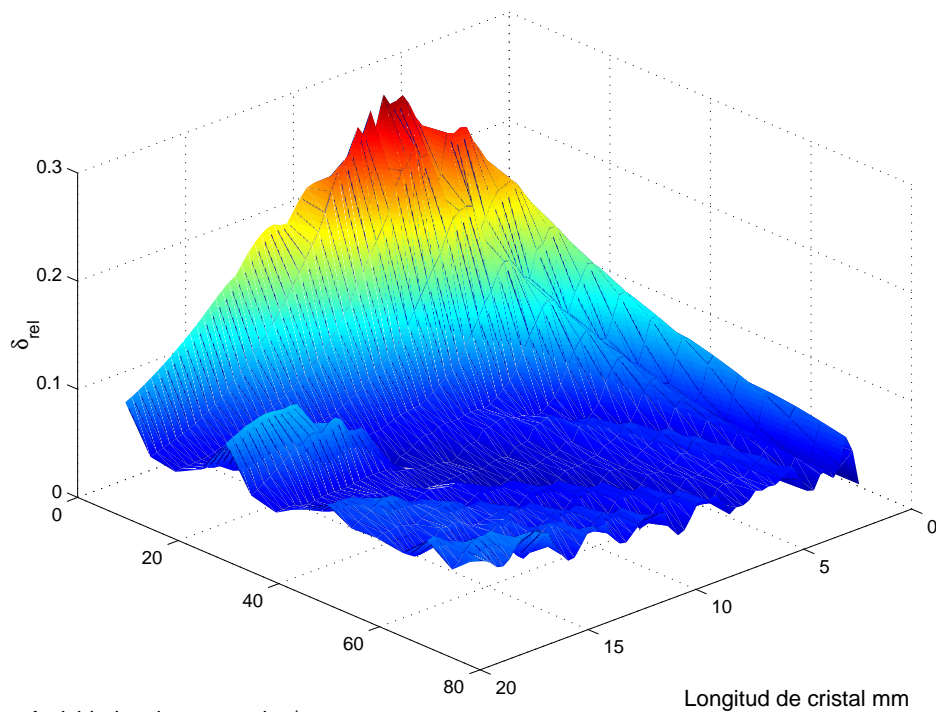
Tabla III: Condiciones donde se obtuvieron los mejores puntos de amplitud y sensibilidad relativa

Condición	Parámetro	Valor	Actividad óptica $^{\circ}mm$	Largo mm
Con polarizador	Amplitud UA	7	5	1.9
	δ_{rel}	0.41	0	2.8
Sin polarizador	Amplitud UA	4	20	1.9
	δ_{rel}	0.28	5	7

De la tabla anterior podemos concluir que el arreglo con polarizador es necesario para obtener la mejor sensibilidad del interferómetro



a) Actividad optica en grados/mm



b) Actividad optica en grados/mm

Figura 39: Máximo de primer armnico (a) y sensibilidad relativa (b) variando la longitud del cristal vs. actividad óptica sin incluir polarizador en el arreglo

La longitud de cristal es parámetro muy complicado de variar experimentalmente, por fortuna contábamos con 4 cristales BTO con diferentes longitudes, lo que nos permitió comparar puntos de amplitud experimentales contra la simulación numérica con las mismas condiciones experimentales como se muestra en la figura 40. Los datos de la gráfica experimental fueron escalados para que ambas gráficas tuviesen las mismas proporciones.

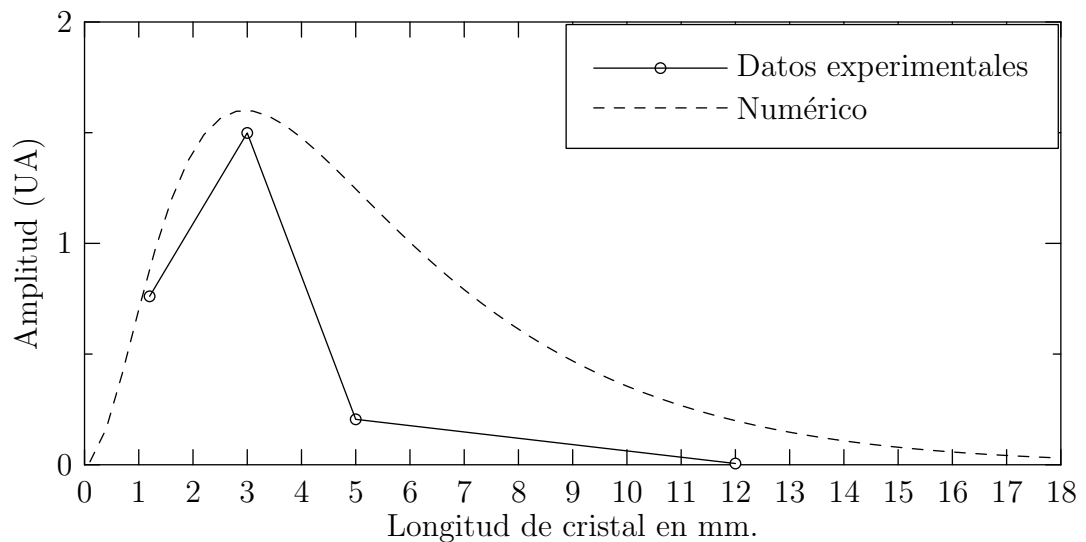


Figura 40: Datos experimentales y teóricos de amplitud de señal contra longitud de un cristal BTO con actividad óptica 5 grados/mm y sin incluir analizador en el arreglo

Podemos observar como los datos experimentales muestran una tendencia semejante a lo pronosticado por la simulación numérica. En el caso del dato experimental correspondiente al cristal de 5 mm, la amplia diferencia pudiese ser entre otras causas: Menor sensibilidad fotorrefractiva con respecto a los cristales restantes, un error en medición (calibración en la atenuación del filtro usado) , mayor atenuación en el cristal, etc.

Capítulo V

Conclusiones

En esta tesis se realizó la construcción y optimización de un interferómetro adaptativo con cristales cúbicos fotorrefractivos de silenitas (BTO, BSO y BGO), los cuales presentan actividad óptica. La optimización estuvo enfocada en la sensibilidad del interferómetro para vibraciones.

Se desarrolló un prototipo del interferómetro en el laboratorio. Su configuración de contra propagación de haces permitió obtener alta reflexión de la rejilla fotorrefractiva sin la necesidad de aplicar un campo eléctrico externo al cristal. Este arreglo permitió investigar experimentalmente el interferómetro utilizando diferentes muestras de cristales silenitas con diferentes espesores. Fueron investigadas las dependencias de señal del interferómetro como funciones de estado de polarización de la luz en la entrada del interferómetro y del filtraje de polarización en su salida. La mejor sensibilidad del interferómetro a vibraciones fue obtenida con cristal BTO con espesor alrededor de 3 mm. Entre los resultados experimentales más relevantes esta la comparación directa de los principales cristales de la familia silenita así como las muestras del mismo cristal con un gran rango de espesores.

El arreglo experimental fue automatizado lo que permitió aumentar la confiabilidad, número y exactitud de datos experimentales. Los programas para el control del arreglo experimental fueron escritos en base de MATLAB que permite gran flexibilidad al modificar el arreglo y la metodología experimental del experimento lo que permite utilizar en futuros experimentos.

La investigación experimental fue complementada por un estudio teórico donde fueron desarrollados los programas con los cálculos numéricos que permitieron investigar las dependencias de las principales características del interferómetro adaptativo en función de parámetros de los cristales fotorrefractivos y el arreglo experimental. Los programas fueron basados en soluciones numéricas de las ecuaciones vectoriales de ondas acopladas. Los resultados teóricos obtenidos están en buena concordancia con los resultados de la investigación experimental.

Con base de los resultados experimentales así como teóricos fue seleccionada la configuración óptima del interferómetro adaptativo. Se mostró que el cristal que permite obtener la sensibilidad del interferómetro más alta es el BTO que tiene una actividad óptica mínima entre la familia de las silenitas. La investigación teórica confirmó que la sensibilidad decrece al aumentar la actividad óptica. Se mostró también que para la linealización de la respuesta del interferómetro no es obligatorio tener el filtraje de polarización a la salida si el cristal tiene actividad óptica. Sin embargo la mejor sensibilidad del interferómetro fue obtenida en el esquema con filtraje de polarización. Vale la pena mencionar que la investigación mostró que la mejor sensibilidad se obtuvo con un cristal corto, alrededor de 3 mm. Esta longitud de cristal es menor que las longitudes de cristales utilizados en los trabajos publicados hasta el momento.

Durante del desarrollo de la tesis surgen experimentos y actividades que complementarían los resultados pero por restricción de tiempo no se realizaron, como: Determinación de los ruidos involucrados en la degradación de la sensibilidad del interferómetro experimental. Agregar en la simulación numérica ciclos que varíen la absorción óptica, coeficientes electroópticos, longitud de onda, ángulo entre haces y diferentes orientaciones de cristal. Utilizar cristales fotorrefractivos diferentes a las silenitas. Incluir películas antirreflejantes en las caras del cristal, que permitan que el ángulo entre haces.

Bibliografía

- Arfken, G. B. y Weber, H. J. (2001). *Mathematical Methods for Physicist*. A Harcourt Science and technology Company.
- Arnaud Brignon, J. (2004). *Phase conjugate laser optics*. John Wiley and Sons, Inc.
- Ashkin, A., Boyd, G. D., Dziedzic, J. M., Smith, R. G., Ballman, A. A., Levinstein, J. J., y Nassau, K. (1966). Optically induced refractive index inhomogeneities in *linbo3* and *litao3*. *Applied Physics Letters*, **9**, 72–74.
- Erdogan (1997). Fiber grating spectra. *Journal of lightwave technology*, **15**(8), 1277–1294.
- Girolamo, S. D. y Kamshilin, A. A. (2006). Fast adaptive interferometer on dynamic reflection hologram in *cdte:v*. *Optics express*, **15**(2), 545–555.
- Ing, R. K. y Monchalin, J. P. (1991). Broadband optical detection of ultrasound by two-wave mixing in a photorefractive crystal. *Applied Physics Letters*, **59**, 3233–3235.
- Kukhtarev, N. V., Markov, V. B., Odulov, S. G., Soskin, M. S., y Vinteskkii, V. L. (1979). *Ferroelectrics*. **22**, 949–960.
- Navarro, A. L. (2005). *Control óptico del efecto fotorrefractivo en el telurio de cadmio Amplificación de la luz y detección de vibraciones*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada Baja California.
- Nazhestkina, N. I., Kamshilin, A. A., Kobozev, O., y Prokofiev, V. (2001). Detection of small phase modulation using two-wave mixing in photorefractive crystals photorefractive crystals. *Applied Physics B*, **72**, 767–773.

- Nolte, D. (1995). *Photorefractive effects and materials*. Boston.
- Paivasaari, K., Kamshilin, A., Prokofiev, V. V., Sturman, B. I., Calvo, G. F., Carrascosa, M., y Agullo-Lopez, F. (2001). Linear phase demodulation in photorefractive crystals with nonlocal response. *Applied Physics Letters*, **90**, 3135–3141.
- Petrov, M. P., Stepanov, S. I., y Khomenko, A. V. (1991). *Photorefractive crystals in coherent optical systems*. Springer-Verlag, Berlin.
- Petrov, V. M., Khomenko, A. V., y Tschudi, T. (2007). A high-sensitive holographic interferometer for the measurements of weak forces and small mechanical displacements. Resúmenes del congreso "Controlling light with light", EEUU.
- Rocha-Mendoza (2004). Polarization orthogonalization of interacting beams in cubic photorefractive crystals. *Journal of the Optical Society of America*, **21**(4), 770–776.
- Rodriguez-Zurita, G. y Pastrana-Sanchez, R. (1998). Aplicaciones interferométricas de cristales fotorrefractivos. *Revista Mexicana de Física*, **43**, 315–343.
- Shamonina, E., Ringhofer, K. H., Sturman, B. I., Kamenov, V. P., Cedilnik, G., Kiessling, A., Kowarschik, R., Kamshilin, A. A., Prokofiev, V. V., y Jaaskelainen, T. (1998). *Optics letters*, **23**(18), 1435–1437.
- Solimar, L., Webb, D. J., y A., G.-J. (1996). *The physics and applications of photorefractive materials*. Clarendon Press, Oxford.
- Stepanov, S. I. (1994). Applications of photorefractive crystals. **57**(1), 39–116.
- Wayner, J. W. y Spicer, J. B. (1987). Theoretical noise-limited sensitivity of classical interferometry. *Journal of the Optical society B*, **4**(8), 1316–1326.
- Yeh, P. (1993). *Introduction to photorefractive Nonlinear Optics*. John Wiley & Sons.

Yi Qiao, Yi Zhou, S. K. (2006). Adaptive demodulation of dynamic signals from fiber bragg gratings using two-wave mixing technology. *Applied optics*, **45**(21), 5132–5143.