

TESIS DEFENDIDA POR

Yasser Jerónimo Moreno

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés

Director del Comité

Dr. Raúl Rangel Rojo

Miembro del Comité

Dr. Kevin Arthur O'Donnell

Miembro del Comité

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Miembro del Comité

Dr. Juan Pérez Torres

Miembro del Comité

Dr. Pedro Negrete Regagnon

*Coordinador del programa de
posgrado en Óptica*

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Estudios de Posgrado

20 Agosto de 2010

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN
SUPERIOR DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN ÓPTICA**

**ESTUDIO DEL ENREDAMIENTO ESPECTRAL EN PAREJAS DE FOTONES
GENERADAS POR CONVERSIÓN PARAMÉTRICA DESCENDENTE**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

YASSER JERÓNIMO MORENO

Ensenada, Baja California, México, 20 Agosto de 2010

RESUMEN de la tesis de **YASSER JERÓNIMO MORENO**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS en ÓPTICA con orientación en ÓPTICA FÍSICA. Ensenada, Baja California, 20 Agosto de 2010.

ESTUDIO DEL ENREDAMIENTO ESPECTRAL EN PAREJAS DE FOTONES GENERADAS POR CONVERSIÓN PARAMÉTRICA DESCENDENTE

Resumen aprobado por:

Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés

Director de Tesis

Un método eficaz para la generación de parejas de fotones es el proceso de conversión paramétrica descendente espontáneo (SPDC). Tales parejas de fotones pueden exhibir enredamiento cuántico en grados de libertad continuos como frecuencia-tiempo, el cual se estudia en esta tesis para casos donde el haz de bombeo y los fotones generados experimentan dispersión de velocidad de grupo (GVD). GVD en el haz de bombeo es útil para controlar el grado de enredamiento espectral. Es posible suprimir efectos asociados a GVD, tanto por el haz de bombeo como por las parejas de fotones para configuraciones específicas de la fuente. Mostraremos que aunque el nivel de enredamiento cuántico se mantiene constante tras la propagación en un medio dispersivo de los fotones emitidos, el tipo de correlaciones subyacentes entre los fotones puede cambiar dramáticamente durante la propagación.

Una de las aplicaciones del PDC es la generación de fotones individuales por preparación condicional. Se presenta un estudio en el marco de la función cronocíclica de Wigner para el fotón individual anunciado con el cual se puede caracterizar de manera completa las propiedades espectrales y temporales del paquete de onda uni-fotónico.

Se presenta un estudio de una fuente de parejas de fotones PDC situada dentro de una cavidad óptica no lineal para dos regímenes: i) cavidad con resonancia sencilla donde la cavidad es resonante a la frecuencia de los fotones señal y acompañante, y ii) cavidad con resonancia doble donde la cavidad también es resonante a la frecuencia del haz de bombeo. Esta técnica permite el acondicionamiento espectral de las parejas de fotones emitidas donde las múltiples reflexiones de la pareja de fotones en los espejos que conforman la cavidad conllevan a una redistribución en el espacio de frecuencias señal y acompañante de la amplitud espectral conjunta la cual estará determinada por los modos permitidos de la cavidad. Al aislar un solo modo resultante en la cavidad sencilla, se pueden obtener parejas de fotones factorizables con ancho de banda angosto y centrados en la longitud de onda de interés para aplicaciones donde fotones individuales interactúan con transiciones atómicas específicas.

Palabras Clave: Conversión paramétrica descendente, Enredamiento cuántico, Dispersión de velocidad de grupo, Cavidad óptica.

ABSTRACT of the thesis presented by **YASSER JERÓNIMO MORENO**, in partial fulfillment of the requirements of the degree of DOCTOR IN SCIENCES in OPTICS with orientation in PHYSICAL OPTICS. Ensenada, Baja California, 20 August 2010.

STUDY OF SPECTRAL ENTANGLEMENT IN PHOTON PAIRS GENERATED BY THE PROCESS OF PARAMETRIC DOWNCONVERSION

An effective method for the generation of photon pairs is the process of spontaneous parametric downconversion (PDC). Pairs of photons can exhibit quantum entanglement in continuous degrees of freedom such as frequency-time, which is studied in this thesis for cases where the pump beam and the generated photons experience group velocity dispersion (GVD). GVD experienced by the pump beam is useful for controlling the degree of spectral entanglement. It is possible to suppress effects associated with GVD for specific configurations of the source and for particular properties of the GVD experienced by both the pump beam and by the generated photon pairs. We show that although the level of quantum entanglement of emitted photons remains constant during propagation in a dispersive medium, the type of underlying correlations between the photons can change dramatically during their propagation.

An application of PDC is the generation of single photons by conditional preparation. We present a study within the framework of the chronocyclic Wigner function for the heralded single-photon through which we can completely characterize the spectral and temporal properties of the single-photon wave packet.

We also present a study of a PDC photon-pair source located within an optical cavity for two regimes: i) simply-resonant cavity where the cavity is resonant at the frequency of the signal and idler photons, and ii) doubly-resonant cavity where the cavity is also resonant at the pump beam frequency. This technique allows the spectral engineering of emitted photon pairs where the multiple reflections on the mirrors by the photons that form the cavity leads to a redistribution of the joint spectral amplitude in signal-idler frequency space, as determined by the cavity allowed modes. By isolating a single cavity-allowed mode generated in the simply-resonant cavity configuration, factorable photon pairs can be obtained with narrow bandwidth centered at the wavelength of interest for applications where single photons interact with specific atomic transitions.

Keywords: Downconversion parametric, Quantum entanglement, Group velocity dispersion, Optical cavity.

Con admiración y cariño a mis padres:

Guillermina Moreno V. y

Gilberto Jerónimo M.

Agradecimientos

Durante los años que han transcurrido desde el inicio de esta nueva meta, han sido varias las personas, y muchos los momentos, que merecen unas palabras de agradecimiento en esta tesis doctoral la cual ha resultado gratificante y satisfactorio.

A mi familia con quienes conté con su apoyo incondicional en todo momento y que quizá sin poder verlo, han estado presentes en todo este proceso.

A los doctores miembros de mi comité por sus acertados comentarios que enriquecieron mi tesis, mostrando su apoyo en todo momento a mi trabajo de investigación. Al Dr. Kevin O'Donnell y al Dr. Eugenio Méndez quienes han supervisado mi trabajo de investigación desde la maestría y al Dr. Raul Rangel quien se incorporó a mi comité de doctorado. Al Dr. Juan P. Torres quien además de haber aceptado ser el miembro externo de mi comité, me permitió colaborar en su grupo Quantum Information with Photons del Institut de Ciències Fotòniques.

Especial y profundo agradecimiento al Dr. Alfred B. U'Ren Cortés, quien ha dedicado con esmero su tiempo y conocimiento, al otorgarme la confianza en el desarrollo de este proyecto de investigación apoyandome en todo momento en mi formación científica desde la maestría.

Por supuesto a Kari quien ha estado a mi lado, siendo un impulso y fuerza para conseguir las metas propuestas. Espero seguir compartiendo mis logros y disfrutar tus éxitos por siempre.

A los compañeros y amigos que integramos el grupo de Óptica Cuántica Experimental, el cual ha crecido de manera considerable en los pocos años que lleva de creación, en especial a: María Corona, Xóchitl Sánchez, Hector Cruz, Daniel Rojano y Roberto Ramirez. A Saúl Rodriguez B. quién se integró al grupo para realizar su tesis de licenciatura y que colaboramos

estrechamente, que el artículo producto de esta colaboración marque el inicio de una vida productiva en su carrera científica.

Al los doctores miembros del grupo de Óptica Cuántica del departamento de Estructura de la Materia del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM quienes nos recibieron con los brazos abiertos ofreciendo las condiciones necesarias para poder continuar con mi trabajo de investigación.

Con aprecio a mis amigos Norma Barboza, Noemí Lizarraga, Sergio de la Cruz, Daniel Casillas, Gabriel Ortiz y Juan Pablo Vite, valoraré la amistad que me han ofrecido y corresponderé enteramente con aprecio.

Agradezco profundamente a las personas nombradas y a todas aquellas que de una u otra forma contribuyeron no solamente en la ejecución de este trabajo sino también en mi formación a lo largo de mi vida.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca que me otorgó para realizar los estudios de doctorado en CICESE.

Contenido

| | Página |
|--|-------------|
| Resumen en español | i |
| Resumen en inglés | ii |
| Dedicatoria | iii |
| Agradecimientos | iv |
| Contenido | vi |
| Lista de Figuras | viii |
| I. Introducción | 1 |
| I.1 Objetivos de la tesis | 5 |
| II. Derivación del estado de conversión paramétrica descendente | 8 |
| II.1 La amplitud temporal conjunta. | 14 |
| III. Propiedades espectrales y temporales de fotones individuales | 22 |
| III.1 Interferometría de múltiples fuentes | 22 |
| III.2 Descripción de los fotones individuales anunciados | 27 |
| III.3 Función Cronocíclica de Wigner | 29 |
| III.3.1 Fotones individuales limitados por la transformada de Fourier via empatamiento de velocidad de grupo | 34 |
| IV. Efectos por la propagación en medios dispersivos | 45 |
| IV.1 Efectos dispersivos sobre el pulso de bombeo | 46 |
| IV.2 Supresión de efectos dispersivos | 54 |
| IV.3 Fenómeno de migración del enredamiento | 59 |
| V. El proceso de conversión paramétrica descendente en el interior de una cavidad no lineal | 64 |
| V.1 Cavidad con resonancia sencilla | 67 |
| V.1.1 Cavidad con resonancia doble | 76 |
| V.1.2 Tasa de emisión de la pareja de fotones | 82 |
| V.1.3 tasa de emisión de la pareja de fotones para la cavidad sencilla | 83 |
| V.1.4 Tasa de emisión de la cavidad con resonancia doble | 87 |
| V.2 Diseño de la fuente para aplicación específica | 89 |
| VI. Conclusiones | 93 |

Contenido (continuación)

| | Página |
|--------------------|-----------|
| REFERENCIAS | 97 |

Lista de Figuras

| Figura | | Página |
|--------|--|--------|
| 1 | Esquema del proceso de conversión paramétrica descendente con propagación no colineal en un cristal | 12 |
| 2 | Amplitudes conjuntas de una fuente implementada con un cristal KDP de 2 cm de longitud | 20 |
| 3 | (a) Esquema de un arreglo del interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde fotones señal y acompañante provenientes de una misma fuente se hacen interferir en un divisor de haz 50 : 50. (b) Curva característica obtenida de la tasa de coincidencias en los detectores. | 23 |
| 4 | Diagrama esquemático de un interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde se hacen interferir fotones individuales provenientes de distintas fuentes. | 24 |
| 5 | Curvas de interferencia correspondiente a un interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde se hacen interferir fotones individuales procedentes de dos fuentes PDC similares. La línea roja continua corresponde a un cálculo numérico sin aproximaciones, mientras que la línea azul segmentada se ha obtenido a partir de la expresión analítica (Ec.(48)) recurriendo a aproximaciones. | 25 |
| 6 | Fuente de fotones individuales emitidos por preparación condicional basados en una fuente PDC. La detección de uno de los fotones “anuncia” la existencia de otro fotón en el modo conjugado. | 28 |
| 7 | Esquema de la distribución máxima de tiempos con que emergen los fotones del cristal cuando los fotones son creados en: (a) la segunda cara del cristal y (b) en la primera cara del cristal. | 36 |
| 8 | Función cronocíclica de Wigner obtenida de manera numérica para el fotón individual anunciado emitido por una fuente formada por un cristal BBO de 5mm de longitud bombeado por un pulso ultra corto con ancho de banda de 5nm. La configuración de la fuente cumple con la condición de empatamiento de fases tipo I, emisión colineal, degenerada a la longitud de onda de 800 nm. | 37 |

Lista de Figuras (continuación)

| Figura | | Página |
|--------|--|--------|
| 9 | Los paneles (a)-(c) ilustran la CWF obtenida de manera numérica sin aproximaciones para tres fuentes distintas:(a) fuente implementada con un cristal KDP que cumple con la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo. (b) fuente implementada con un cristal de BBO, la cual cumple con la condición de empatamiento simétrico de velocidad de grupo y (c) fuente implementada con un cristal BBO y que no cumple con una condición de velocidad de grupo en particular. Los paneles (d)-(f) ilustra los contornos asociados a la mitad del máximo de las CWF's correspondientes a los paneles (a)-(c), el contorno en línea roja continua corresponde al caso numérico, mientras que la línea negra segmentada corresponde al contorno generado con la expresión analítica (ver Ec.(64)). | 42 |
| 10 | Intensidades temporales conjuntas para distintos valores de dispersión de velocidad de grupo que experimenta el pulso de bombeo | 47 |
| 11 | Comportamiento del número de Schmidt, el cual cuantifica el enredamiento cuántico | 48 |
| 12 | Curvas de interferencia obtenidas en un interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde interfieren fotones individuales provenientes de dos fuentes similares. Las curvas en (a) fueron obtenidas mediante la Ec.(44) de manera numérica sin recurrir a aproximaciones. Las curvas en (b) fueron obtenidas de manera analítica mediante las expresiones definidas en la Ec.(48), Ec.(85) y Ec.(86). | 50 |
| 13 | Funciones cronocíclicas de Wigner correspondientes a una fuente factorizable con elongación espectral para distintas configuraciones de dispersión experimentada por los tres campos involucrados. | 53 |
| 14 | (a) Duración temporal del fotón individual anunciado en función de la dispersión de velocidad de grupo | 58 |
| 15 | Evolución del número de Schmidt K y del número de Schmidt reducido | 62 |
| 16 | Arreglo de la cavidad óptica no lineal formada por dos espejos, etiquetados como 1 y 2. En el interior de la cavidad óptica resultante se sitúa un medio no lineal de longitud ℓ | 67 |
| 17 | Cavidad óptica desdoblada, equivalente a la Fig.16, donde todas las ondas involucradas se propagan hacia la derecha. | 69 |
| 18 | (a) Intensidad espectral conjunta que corresponde al caso de la fuente sin cavidad.(b) Función. | 73 |

Lista de Figuras (continuación)

| Figura | | Página |
|--------|---|--------|
| 19 | (a) Distribución de diferencias de tiempos de emisión entre los modos señal y acompañante, la cual muestra una serie de máximos bien definidos. La separación entre cada máximo corresponde al tiempo que le toma a los fotones efectuar una vuelta completa en el interior de la cavidad. (b) Se ilustra el ancho espectral de los modos permitidos por la cavidad y el tiempo de correlación de la pareja de fotones en función de la reflectividad del espejo 2. . . | 75 |
| 20 | (a) Intensidad espectral conjunta correspondiente a la cavidad no lineal con resonancia sencilla. (b) Función de Airy correspondiente a la condición de resonancia para el pulso de bombeo | 79 |
| 21 | Efectos producidos sobre el modo central de la cavidad al variar la reflectividad asociada al pulso bombeo en el espejo 1 en el espacio de frecuencias $\{i,s\}$. Los valores del coeficiente de reflexión considerados son: (a) $ r_{1p} = 0.3$ para el panel (a), $ r_{1p} = 0.65$ en el panel (b), y $ r_{1p} = 0.95$ en el panel (c). La fuente utilizada es similar a la usada en la Fig. 20. | 82 |
| 22 | En el panel (a) se ilustra la brillantez de la fuente en función del ancho de banda del pulso de bombeo | 87 |
| 23 | Gráficas de la brillantez como función de la reflectividad en el espejo r_{1p} , para tres valores distintos del ancho de banda del pulso de bombeo. La figura (b) es similar a la del panel (a) pero enfocada en la región de finess altas. Al observar los valores del eje correspondiente a la brillantez se observa el incremento considerable de la misma. | 89 |
| 24 | En el panel (a) se ilustra la intensidad espectral conjunta asociada a la cavidad para el modo de interés emitido. (b) Espectro del fotón individual el cual esta centrado a 854.2 nm con ancho de banda espectral de 20 MHz. | 92 |

Capítulo I

Introducción

El fenómeno de conversión paramétrica descendente (PDC, de las siglas en inglés parametric down conversion) (Burnham y Weinberg, 1970; Hong y Mandel, 1985) constituye un método práctico para la generación de luz no clásica y se ha aplicado como base para implementaciones en tecnologías de procesamiento de información cuántica, así como para demostrar la validez de la mecánica cuántica, por ejemplo a través de la violación de desigualdades de Bell (Bell, 1966).

El fenómeno de PDC se basa en un proceso de mezclado de tres ondas electromagnéticas en un material no lineal de segundo orden caracterizado por un coeficiente $\chi^{(2)}$. Un haz de bombeo (con frecuencia ω_p y vector de onda \vec{k}_p) incide sobre un cristal óptico no lineal; fotones individuales del haz de bombeo decaen espontáneamente generando parejas de fotones, uno llamado regularmente señal (con frecuencia ω_s y con vector de onda \vec{k}_s) y el otro llamado fotón acompañante (con frecuencia ω_i y vector de onda \vec{k}_i). Este proceso cumple con la conservación de energía ($\omega_p = \omega_s + \omega_i$) y de momento ($\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i$).

La naturaleza no-clásica de las parejas de fotones es evidente en la aparición de correlaciones en el número de fotones entre los dos modos señal y acompañante, así como también en variables continuas como son frecuencia y momento transversal. Dichas correlaciones en las parejas de fotones dan lugar al enredamiento cuántico, lo cual significa que el estado cuántico de la pareja de fotones no se puede descomponer en el producto directo de estados independientes para cada fotón. El enredamiento cuántico presente en las parejas de fotones se puede cuantificar a través del parámetro de cooperatividad K , el cual está definido en términos de la descomposición de Schmidt (Law *et al.*, 2000), donde el valor mínimo permitido es $K = 1$,

y corresponde a un estado factorizable que representa un estado sin enredamiento cuántico (quantum entanglement en inglés), mientras que $K \gg 1$, representa un estado con alto grado de enredamiento.

Debido a que el control de la polarización de fotones mediante elementos ópticos lineales es experimentalmente accesible, la mayoría de los experimentos que exploran el enredamiento cuántico en las parejas de fotones PDC se han llevado a cabo en el grado de libertad de polarización; dicho enredamiento ha sido utilizado para demostrar la operación de una variedad de protocolos de procesamiento de información cuántica, tales como teleportación (Bouwmeester *et al.*, 1997; Boschi *et al.*, 1998) y compuertas lógicas basadas en computación cuántica con óptica lineal (Ralph *et al.*, 2001; Knill *et al.*, 2001).

Una de las ventajas del PDC frente a otros métodos de generación de luz no-clásica, es que el estado cuántico que describe a las parejas de fotones emitidas permite una gran libertad de manipulación y de acondicionamiento de las propiedades de enredamiento en grados de libertad continuos (espectral y momento transversal) entre los fotones señal y acompañante. El enredamiento de variable continua en parejas de fotones se ha estudiado tanto en el dominio espectral mediante la función de intensidad espectral conjunta, como en el dominio temporal mediante la función de intensidad temporal conjunta (Grice *et al.*, 2001; U'Ren *et al.*, 2004, 2005a) y se encuentra determinado en gran medida por la dispersión experimentada por el haz de bombeo y por los paquetes de onda uni-fotónicos señal y acompañante en el cristal no lineal. Esto último permite el acondicionamiento de la estructura modal del estado de dos fotones y para este propósito se cuenta con herramientas experimentales específicas, como la utilización de un haz de bombeo en la forma de pulsos ultra-cortos y la selección apropiada del tipo del cristal no lineal tomando en cuenta las propiedades dispersivas.

Una de las aplicaciones del fenómeno de PDC es la generación de fotones individuales por preparación condicional (U'Ren *et al.*, 2004, 2005b). Las correlaciones de número de fotones

generados entre los modos señal y acompañante permiten que la detección de uno de los fotones bajo condiciones ideales “anuncie” la presencia de un paquete de onda uni-fotónico en el modo conjugado. Existen múltiples aplicaciones para fuentes de un solo fotón en el campo de procesamiento de información cuántica. Ejemplos de lo anterior son la criptografía cuántica y la computación cuántica con óptica lineal (Pittman *et al.*, 2003).

En muchas de las aplicaciones potenciales donde se usan parejas de fotones producidas por PDC, es necesario que éstas sean transmitidas a través de medios dispersivos adicionales al cristal no lineal; un ejemplo de lo anterior es la comunicación cuántica a lo largo de fibras ópticas (Tittel *et al.*, 1998). Por ello, es de gran relevancia estudiar los efectos de la propagación en medios dispersivos sobre las parejas de fotones y su efecto en el estado cuántico. Un efecto interesante derivado de la naturaleza cuántica de la luz y su interacción con medios dispersivos, es que bajo ciertas condiciones es posible la supresión e incluso la cancelación no-local de efectos dispersivos (Franson, 1992; Erdmann *et al.*, 2000; Nasr *et al.*, 2003).

Un fenómeno de reciente estudio que se presenta en los sistemas que exhiben enredamiento cuántico de variable continua, es la llamada “migración” de enredamiento, en la cual, aunque el enredamiento cuántico de las parejas de fotones se mantiene constante tras la propagación, el tipo de correlaciones entre los fotones que determinan el enredamiento del sistema puede cambiar dramáticamente durante la propagación. Para el caso en particular en donde las parejas de fotones PDC se propagan en el espacio libre, la migración de enredamiento ocurre entre la componente de enredamiento que reside en el módulo de la amplitud conjunta y la componente que reside en la fase de la amplitud conjunta (Chan *et al.*, 2007).

Resulta muy importante tener en cuenta la migración de enredamiento porque algunas de las técnicas usadas para cuantificar el enredamiento cuántico de un sistema están basadas en la medición de las correlaciones del sistema que éste presenta. La magnitud del enredamiento de un estado cuántico se puede obtener de la medición de las correlaciones de módulo y fase

de las parejas de fotones generadas. Sin embargo, dada la dificultad de medir correlaciones de fase, en ocasiones se recurre a una medición de correlaciones de módulo únicamente. Es posible que bajo ciertas configuraciones experimentales, una medición de este tipo arroje un resultado erróneo. Una medición completa del enredamiento deberá incluir tanto el módulo como la fase de la amplitud conjunta.

Por otro lado, un método sencillo y utilizado frecuentemente en experimentos típicos de PDC para lograr estados de dos fotones sin correlaciones es la filtración espectral y/o espacial; esto normalmente implica una reducción prohibitiva en la tasa de detección, y además, evidentemente limita el ancho de banda de los fotones generados. En los últimos años se han desarrollado técnicas experimentales para el acondicionamiento del estado cuántico de parejas de fotones PDC a través del control dispersivo sin necesidad de recurrir a filtración.

Una técnica que permite acondicionar la correlación espectral entre dos fotones generados por PDC, evitando la necesidad de recurrir a filtración directa, consiste en insertar la fuente de PDC dentro de una cavidad óptica (Ou y Lu, 1999; Wang *et al.*, 2004; Shapiro y Wong, 2000; Kuklewicz *et al.*, 2002). En este caso, a través de la interferencia resultante de las múltiples reflexiones de la luz generada, la amplitud espectral conjunta se re-distribuye sobre el espacio de frecuencias señal y acompañante. Esto puede ser considerado como filtración efectiva de la amplitud conjunta con la propiedad importante que no se reduce la tasa de generación con respecto a una fuente equivalente sin cavidad, a diferencia de la filtración directa. Sin embargo, la separación espectral entre los modos es inversamente proporcional al tiempo de recorrido de los fotones en la cavidad, y por lo tanto, a la longitud de la misma. Esto significa que para obtener modos espectrales factorizables aislados se requiere de cavidades cortas. Lo anterior no compromete la tasa de generación de parejas de fotones (en fuentes de PDC la probabilidad de emisión de parejas de fotones es proporcional a la longitud del medio no lineal) ya que como veremos en esta tesis, incrementar la reflectividad de los espejos que

componen la cavidad y la elección apropiada del ancho de banda del pulso de bombeo, dan como resultado un incremento en la tasa de emisión, la cual es mucho mayor a la brillantez correspondiente a la fuente sin cavidad.

Al aislar un solo modo resultante de la cavidad, se pueden obtener parejas de fotones factorizables y con un ancho de banda cercano a monocromático. Esta característica permite el acoplamiento entre sistemas fotónicos y atómicos ya que es posible cumplir con los requisitos para una absorción eficiente de fotones individuales por átomos, para lo cual es necesario, además de igualar la frecuencia óptica a la frecuencia de la transición electrónica, que el ancho de banda del fotón sea comparable con el ancho de banda de la transición electrónica. Esto último es de importancia para aplicaciones en memorias cuánticas, donde se requiere de la interacción de fotones individuales con átomos individuales.

I.1 Objetivos de la tesis

El objetivo principal a desarrollar en esta tesis es el estudio cuantitativo del enredamiento cuántico en las parejas de fotones generadas por el proceso de conversión paramétrica descendente. En particular, nos concentraremos en el grado de libertad espectral.

Por otra parte, se realizará un estudio teórico para el diseño e implementación de una fuente de parejas de fotones basada en una cavidad óptica no lineal con el fin de generar estados factorizables y con ancho de banda reducido.

Como objetivos particulares se enumeran los siguientes:

1. Realizar un estudio analítico y numérico detallado de las propiedades espectrales y temporales de fotones individuales anunciados por preparación condicional en términos de: *i*) la función cronocíclica de Wigner y *ii*) las características de interferencia en un interferómetro de Hong-Ou-Mandel. Lo anterior sin la presencia de medios dispersivos

adicionales al cristal no lineal.

2. Incluir en el estudio del punto anterior un análisis de los efectos producidos por medios dispersivos adicionales al cristal no lineal, ésto como herramienta para modelar la propagación de los tres campos involucrados en fibras ópticas.
3. Estudiar el fenómeno de migración de enredamiento cuántico en los grados de libertad espectral y temporal al propagar parejas de fotones en medios dispersivos adicionales al cristal no lineal. Este fenómeno es análogo al de migración de enredamiento espacial analizado en (Chan *et al.*, 2007).
4. Estudiar el estado cuántico de dos fotones producidos por conversión paramétrica descendente en una cavidad no-lineal. Se explorará el potencial de cavidades no lineales como técnica alterna a las ya exploradas en trabajos previos para el acondicionamiento de las parejas de fotones emitidas y la generación de estados factorizables. Se espera que la filtración espectral efectiva que resulta de la cavidad (a diferencia de filtración directa) no conlleve a una reducción de la brillantez de la fuente.

Del trabajo de investigación realizado para dar cumplimiento con los objetivos antes descritos, se ha obtenido la publicación de tres artículos. Los resultados del capítulo III donde se presenta una descripción de las propiedades espectrales y temporales de fotones individuales anunciados a través de la función cronocíclica de Wigner, se encuentran publicados en el artículo U'Ren *et al.* (2007). En el capítulo IV, se presenta un estudio de los efectos producidos por la propagación en medios dispersivo externos al medio no lineal de los tres campos involucrados (pulso de bombeo, fotones señal y acompañante), los resultados obtenidos de éste estudio están contenidos en el artículo Jeronimo-Moreno y U'Ren (2009). En el capítulo V donde se analiza los efectos producidos por introducir una fuente de conversión paramétrica

descendente en una cavidad no lineal, los resultados derivados de dicho análisis forman parte de un artículo publicado recientemente (Jeronimo-Moreno *et al.*, 2010).

Capítulo II

Derivación del estado de conversión paramétrica descendente

Como ya ha sido mencionado, el proceso de conversión paramétrica descendente (PDC) se basa en el proceso de mezclado de tres ondas electromagnéticas en un material no lineal de segundo orden, en el cual un haz de bombeo de frecuencia ω_p y vector de onda \vec{k}_p incide sobre un cristal óptico no lineal. Fotones individuales del haz de bombeo, al atravesar el cristal no lineal decaen de manera espontánea generando parejas de fotones llamados regularmente fotón señal y fotón acompañante. El fotón señal estará caracterizado por tener frecuencia ω_s y con vector de onda \vec{k}_s , mientras que el fotón acompañante tendrá frecuencia ω_i y vector de onda \vec{k}_i . En el proceso de PDC, las ondas involucradas deben cumplir con las condiciones de conservación de energía y de momento:

$$\begin{aligned}\omega_p &= \omega_s + \omega_i, \\ \vec{k}_p &= \vec{k}_s + \vec{k}_i.\end{aligned}\tag{1}$$

En este capítulo nos concentraremos en la derivación del estado cuántico que representa al estado de parejas de fotones emitidas mediante el proceso de conversión paramétrica descendente. El cálculo aquí mostrado incluye la propagación de las ondas involucradas (pulso de bombeo y fotones señal y acompañante) en medios dispersivos externos al medio no lineal, ya que es fundamental para el estudio que se presenta en esta tesis.

En este trabajo se considerará un cristal no centro-simétrico cuya respuesta dominante es de segundo orden. Al expresar el operador del momento dipolar $\hat{P}_i(\vec{r}, t)$ en serie de potencias del campo eléctrico, el término del momento dipolar por unidad de volumen puede ser escrito

como:

$$\hat{P}_i(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} \hat{E}_j(\vec{r}, t) \hat{E}_k(\vec{r}, t), \quad (2)$$

donde los subíndices i, j, k denotan las componentes cartesianas de los operadores del campo eléctrico y de polarización, el término $\chi_{ijk}^{(2)}$ es la susceptibilidad no lineal de segundo orden que relaciona la polarización no lineal con el producto de las amplitudes del campo eléctrico y que da a lugar a la emisión de parejas de fotones. Restringiendo nuestra atención a un elemento en particular del tensor $\chi^{(2)}$, se puede escribir una versión escalar para la polarización introducida por la presencia de dos campos eléctricos, los cuales serán referidos a lo largo de este trabajo como señal y acompañante (s e i por sus siglas en inglés) como:

$$\hat{P}(\vec{r}, t) = d(\vec{r}) \hat{E}_s(\vec{r}, t) \hat{E}_i(\vec{r}, t), \quad (3)$$

donde $d(\vec{r}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}$ para valores particulares fijos de i, j y k , determinados por el estado de polarización de cada una de las tres ondas involucradas.

A partir del vector de desplazamiento $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ y de la Ec.(3), se puede obtener el término asociado con la energía de polarización del medio, la cual viene de la expresión para la densidad de energía del campo electromagnético $U = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$ y que puede ser expresada como:

$$U = d(\vec{r}) \hat{E}_p(\vec{r}, t) \hat{E}_s(\vec{r}, t) \hat{E}_i(\vec{r}, t), \quad (4)$$

donde $\hat{E}_p(\vec{r}, t)$ es el operador de campo eléctrico del haz de bombeo. De esta manera es posible obtener una expresión para el Hamiltoniano efectivo, el cual será el responsable de describir el proceso cuántico en el cuadro de interacción:

$$\hat{H}(t) = \int_V dV d(\vec{r}) \hat{E}_p^{(-)}(\vec{r}, t) \hat{E}_s^{(+)}(\vec{r}, t) \hat{E}_i^{(+)}(\vec{r}, t) + \text{H.C.}, \quad (5)$$

donde H.C. denota el conjugado hermítico y se ha expresado cada uno de los campos eléctricos como la suma de las partes de frecuencia positiva y frecuencia negativa para los tres campos

eléctricos involucrados ($\mu = p, s, i$):

$$\hat{E}_\mu = \hat{E}_\mu^{(+)} + \hat{E}_\mu^{(-)}, \quad (6)$$

y donde la integral se extiende sobre el volumen de interacción V (i.e., el volumen iluminado del cristal no lineal). Ahora se puede aplicar el operador unitario de evolución temporal para determinar el estado cuántico al tiempo t dado el estado inicial $|\Psi_0\rangle$ (Cohen-Tannoudji y Bernard, 1977):

$$|\Psi(t)\rangle = \exp\left[\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}(t')\right] |\Psi_0\rangle, \quad (7)$$

donde $\hat{H}(t)$ es el Hamiltoniano dependiente del tiempo (ver Ec.(5)). Para tiempos de interacción cortos comparados con el tiempo entre interacciones paramétricas sucesivas, lo cual significa una probabilidad pequeña de que un pulso de bombeo específico genere una pareja de fotones, la función exponencial que aparece en la Ec.(7) se puede expandir como:

$$|\Psi(t)\rangle \approx \left[1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}(t')\right] |\text{vac}\rangle, \quad (8)$$

donde se ha supuesto que el estado inicial es el vacío, es decir, $|\Psi_0\rangle = |\text{vac}\rangle$ y se ha truncado la expansión de la exponencial a primer orden. Como se verá más adelante, de esta aproximación resulta un estado cuántico dado por la suma coherente del vacío con la contribución de dos fotones. Los experimentos de conversión paramétrica descendente algunas veces operan en el régimen de baja ganancia (ver Ec.(8)), en donde la probabilidad de emisión de múltiples parejas es despreciable. A lo largo del presente trabajo se supone que términos de orden mayor del operador unitario de evolución pueden ser despreciados, lo que significa que solo nos concentraremos en la generación de una pareja de fotones y despreciamos la generación de dos o más parejas de fotones .

Para simplificar el análisis, en este trabajo se supone que los campos eléctricos de las tres ondas involucradas pueden ser descritos adecuadamente por ondas planas. El campo

eléctrico correspondiente al haz de bombeo será descrito por un pulso ultra-corto con polarización lineal y frecuencia central ω_p que se propaga de acuerdo al vector de onda \vec{k}_p , el cual viajará a través de un medio dispersivo para posteriormente incidir sobre el cristal no lineal como se muestra en la Fig.1. En el contexto de esta tesis un pulso ultra-corto es un pulso electromagnético con duración del orden de femtosegundos ($1fs = 10^{-15}s$) y tiene un ancho de banda espectral considerable. Dicha propiedad permite el acondicionamiento de las propiedades espectrales de la pareja de fotones así como definir una ventana de tiempo, lo cual facilita detección temporalmente selectiva. Dado que en el régimen de operación el haz de bombeo muestra una intensidad mucho mayor que el nivel de fotones individuales, éste será tratado clásicamente (donde el operador de campo eléctrico es reemplazado por una función compleja):

$$\hat{E}_p(\vec{r}, t) \rightarrow A_p \int d\omega_p \alpha(\omega_p) \exp[i(\vec{k}_p(\omega_p) \cdot \vec{r} - \omega_p t)] \exp[i\varphi_p(\omega_p)] + C.C., \quad (9)$$

donde C.C. indica el complejo conjugado y $A_p \alpha(\omega)$ representa la amplitud espectral del haz de bombeo. La función $\varphi_p(\omega_p) = \kappa_p(\omega_p) L_p$, representa la fase acumulada por el haz de bombeo al recorrer un medio óptico dispersivo de longitud L_p caracterizado por el número de onda $\kappa_p(\omega_p)$ y colocado previo al cristal no lineal (ver Fig.1).

El campo eléctrico correspondiente a los fotones señal y acompañante está dado de la siguiente forma (con $\mu=s, i$) (Loudon, 1980):

$$\hat{E}_\mu(\vec{r}, t) = i \int d\omega_\mu A(\omega_\mu) \hat{a}_\mu(\omega_\mu) \exp[i(\vec{k}_\mu(\omega_\mu) \cdot \vec{r} - \omega_\mu t)] \exp[i\varphi_\mu(\omega_\mu)] + C.C., \quad (10)$$

donde

$$A(\omega_\mu) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_\mu}{2\epsilon_0 n(\omega_\mu) V_Q}}, \quad (11)$$

representa la amplitud del campo eléctrico correspondiente a un sólo fotón, V_Q representa el volumen de cuantización, $\hat{a}_\mu(\omega_\mu)$ representa el operador de aniquilación evaluado en la

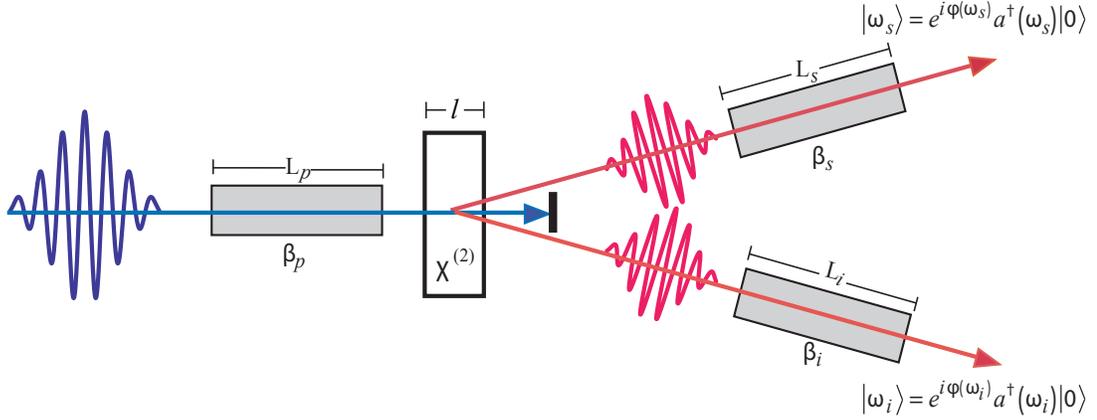


Figura 1. Esquema del proceso de conversión paramétrica descendente con propagación no colineal en un cristal

frecuencia ω_μ , $|\vec{k}_\mu| = n(\omega_\mu)\omega_\mu/c$ es el vector de onda y $\varphi_\mu(\omega_\mu) = \kappa(\omega_\mu)L_\mu$ es la fase introducida por un medio dispersivo de longitud L_μ que adquiere el modo μ (con $\mu = s, i$) al viajar por dicho medio dispersivo y caracterizado por el número de onda $\kappa_\mu(\omega_\mu)$. Sustituyendo la expresión para los campos eléctricos (Ec.(10) y Ec.(9)) dentro de la expresión del hamiltoniano efectivo (Ec.(5)), se obtiene:

$$\begin{aligned} \hat{H}(t) = & A_p \int d\omega_p \int d\omega_s \int d\omega_i A(\omega_s) A(\omega_i) \alpha(\omega_p) \exp[-i(\omega_p - \omega_s - \omega_i)t] \\ & \times \exp[i(\varphi_p(\omega_p) + \varphi_s(\omega_s) + \varphi_i(\omega_i))] \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) \\ & \times \int dV(\vec{r}) \exp[i\{\vec{k}_p(\omega_p) - \vec{k}_s(\omega_s) - \vec{k}_i(\omega_i)\} \cdot \vec{r}]. \end{aligned} \quad (12)$$

Haciendo uso de las Ec.(9) y Ec.(12), se puede escribir el estado cuántico resultante al tiempo $t = t_p$, como:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle = & |\text{vac}\rangle + \frac{t_p A_p V}{i\hbar} \int d\omega_p \int d\omega_s \int d\omega_i \left\{ \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} dt' e^{-i\Delta\omega t'} \right\} e^{\varphi_{disp}} A(\omega_s) A(\omega_i) \alpha(\omega_p) \\ & \times \left\{ \frac{1}{V} \int_V d(\vec{r}) \exp[i\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}] \right\} a^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \end{aligned} \quad (13)$$

donde $\Delta\vec{k}$ representa el desempatamiento de fases:

$$\Delta\vec{k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i, \quad (14)$$

$\Delta\omega$ representa el desempatamiento de frecuencia:

$$\Delta\omega = \omega_p - \omega_s - \omega_i, \quad (15)$$

y φ_{disp} agrupa las fases adquiridas por cada una de las ondas involucradas al atravesar los medios dispersivos externos al cristal no lineal:

$$\varphi_{disp} = \varphi_p(\omega_p) + \varphi_s(\omega_s) + \varphi_i(\omega_i). \quad (16)$$

En la Ec.(13) el tiempo de interacción t_p esta definido como el tiempo que le toma al pulso de bombeo (del orden de femto segundos) propagarse a través del medio no lineal, es decir, el pulso entra al cristal a un tiempo $t = 0$ y emerge del cristal a un tiempo $t = t_p$. La integral del segundo término que se encuentra entre llaves en la Ec.(13) se puede expresar como:

$$\Phi(\omega_i, \omega_s) = \frac{1}{V} \int dV d(\vec{r}) \exp(i\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (17)$$

la cual recibe el nombre de función de empatamiento de fases y describe las propiedades dispersivas del cristal no lineal. Esta función determinará la distribución de energía del fotón del haz de bombeo entre los fotones señal y acompañante dado un pulso de bombeo. Al integrar sobre el volumen de interacción se obtiene que la función de empatamiento de fases se escribe como:

$$\Phi(\omega_i, \omega_s) = \text{sinc}(\ell\Delta k/2) \exp(i\ell\Delta k/2) \quad (18)$$

donde ℓ es la longitud del medio no lineal y la función $\text{sinc}(x)$ esta definida como:

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}. \quad (19)$$

Dado que el tiempo de interacción es mucho más corto que el tiempo promedio entre eventos PDC, la función $\text{sinc}(x)$ puede ser aproximada en el límite cuando $t_p \rightarrow \infty$

como $\delta(\Delta\omega) = \delta(\omega_p - \omega_s - \omega_i)$. La amplitud del campo eléctrico uni-fotónico (Ec.(11)) es una función lenta de la frecuencia, por lo tanto, su valor puede ser aproximado como una constante, evaluando en la frecuencia central de conversión descendente. Usando la propiedad $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) f(x) dx = f(x_0)$ en la variable de integración ω_p , se obtiene la siguiente expresión para el estado cuántico producido por el proceso de PDC bajo efectos de dispersión externa:

$$|\Psi\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int_0^{\infty} d\omega_s \int_0^{\infty} d\omega_i f(\omega_i, \omega_s) a^\dagger(\omega_s) \hat{a}^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (20)$$

en la cual el parámetro η , que es proporcional al cuadrado de la magnitud de la no linealidad y a la potencia del haz de bombeo, representa la eficiencia del proceso de PDC. La función:

$$f(\omega_i, \omega_s) = \alpha(\omega_i + \omega_s) \Phi(\omega_i, \omega_s) D(\omega_i, \omega_s), \quad (21)$$

representa una función de peso en la superposición de los operadores de creación actuando sobre el vacío (ver Ec.(20)) y constituye la amplitud espectral conjunta de la pareja de fotones. La función $\alpha(\omega_i + \omega_s)$ es la función de la envolvente espectral del haz de bombeo que podrá ser modelada por una función Gaussiana con ancho σ :

$$\alpha(\omega_i + \omega_s) = \exp\left[-\frac{(\omega_s - \omega_{s0} + \omega_i - \omega_{i0})^2}{\sigma^2}\right], \quad (22)$$

donde ω_{i0} y ω_{s0} son las frecuencias centrales del fotón señal y acompañante, respectivamente. La función $D(\omega_i, \omega_s) = e^{i\varphi_{disp}}$, describe el comportamiento de las ondas involucradas en los medios dispersivos externos al cristal no lineal.

II.1 La amplitud temporal conjunta.

En la sección anterior se ha derivado una expresión general para la amplitud espectral conjunta para estados de dos fotones generados por conversión paramétrica descendente en el

régimen de bombeo pulsado y bajo efectos dispersivos. En esta sección se derivarán expresiones analíticas útiles para las amplitudes conjuntas tanto en el dominio espectral como en el dominio temporal. En el dominio temporal la amplitud temporal conjunta (JTA, del inglés joint temporal amplitud) $\tilde{f}(t_i, t_s)$, es obtenida por la transformada de Fourier bidimensional de la amplitud espectral conjunta:

$$\tilde{f}(t_i, t_s) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_s \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_i f(\omega_i, \omega_s) e^{-i(\omega_s t_s + \omega_i t_i)}. \quad (23)$$

En términos de la JTA el estado de dos fotones se puede escribir como:

$$|\Psi\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int dt_s \int dt_i \tilde{f}(t_i, t_s) |t_s\rangle_s |t_i\rangle_i \quad (24)$$

donde $|t_\mu\rangle_\mu = \tilde{a}_\mu^\dagger(t)|\text{vac}\rangle$, definido en términos de los operadores de aniquilación en el dominio temporal:

$$\tilde{a}_\mu(t) = \int d\omega \hat{a}_\mu(\omega) e^{-i\omega t}. \quad (25)$$

Para obtener una expresión analítica de la amplitud temporal conjunta, empezaremos por escribir la amplitud espectral conjunta de una manera más general donde supondremos que filtros espectrales actúan sobre la pareja de fotones, de manera que la amplitud espectral conjunta se expresa como:

$$f(\omega_i, \omega_s) = \Phi(\omega_i, \omega_s) \alpha(\omega_i + \omega_s) D(\omega_i, \omega_s) F_i(\omega_i) F_s(\omega_s), \quad (26)$$

donde $\Phi(\omega_i, \omega_s)$ denota la función de empatamiento de fases (PMF, del inglés phase matching function), $\alpha(\omega_i + \omega_s)$ representa la función envolvente espectral del pulso de bombeo (PEF, del inglés pump envelope function), $D(\omega_i, \omega_s)$ describe el término de fase asociado a la dispersión externa, y $F_\mu(\omega)$ (para $\mu = i, s$) describe los filtros espectrales que actúan sobre los fotones señal y acompañante.

Considerando una configuración donde los fotones se emiten de forma colineal, es decir, que el pulso de bombeo y la pareja de fotones se propagan paralelamente y haciendo una

expansión en series de Taylor del término del desempatamiento de fases Δk como función de ω alrededor de la frecuencia central $\omega_{\mu 0}$ (con $\mu = s, i, p.$), se obtiene que:

$$\begin{aligned} \ell \Delta k(\omega_i, \omega_s) = & \ell [k_s(\omega_{s0}) + k'_s(\omega_{s0})(\omega_s - \omega_{s0}) + \frac{1}{2}k''_s(\omega_{s0})(\omega_s - \omega_{s0})^2 \\ & + k_i(\omega_{i0}) + k'_i(\omega_{i0})(\omega_i - \omega_{i0}) + \frac{1}{2}k''_i(\omega_{i0})(\omega_i - \omega_{i0})^2 \\ & - k_p(\omega_{p0}) + k'_i(\omega_{p0})(\omega_p - \omega_{p0}) - \frac{1}{2}k''_p(\omega_{p0})(\omega_p - \omega_{p0})^2] + O(\omega^3), \end{aligned} \quad (27)$$

En las expresiones anteriores $k'_\mu(\omega) = dk(\omega)/d\omega|_{\omega=\omega_{\mu 0}}$ y $k''_\mu(\omega) = d^2k(\omega)/d^2\omega|_{\omega=\omega_{\mu 0}}$. $O(\omega^3)$ denota los términos de tercer orden y mayores de la expansión. Escribiendo la expresión anterior en términos de las “desintonizaciones” ($\nu_\mu = \omega_\mu - \omega_{\mu 0}$, con $\mu = s, i$) y considerando el caso degenerado, es decir, suponiendo que ambos fotones tienen la misma frecuencia y cuyo valor es la mitad de la frecuencia del haz de bombeo ($\omega_{i0} = \omega_{s0} = \omega_0$ y $\omega_{p0} = \omega_{s0} + \omega_{i0} = 2\omega_0$), la Ec.(27) se escribe como:

$$\ell \Delta k(\nu_i, \nu_s) = \ell \Delta k^{(0)} + \tau_s \nu_s + \tau_i \nu_i + b_s \nu_s^2 + b_i \nu_i^2 + b_p \nu_s \nu_i + O(\nu^3), \quad (28)$$

donde:

$$\Delta k^{(0)} = k_s(\omega_0) + k_i(\omega_0) - k_p(2\omega_0), \quad (29)$$

representa el término constante de la expansión en serie de Taylor, el cual debe ser cero para garantizar la existencia de empatación de fases en las frecuencias centrales de interés. Los coeficientes de los términos de primer y segundo orden quedan como:

$$\begin{aligned} \tau_\mu &= \ell [k'_\mu(\omega_0) - k'_p(2\omega_0)] = \ell (u_\mu^{-1} - u_p^{-1}), \\ b_\mu &= \frac{\ell}{2} [k''_\mu(\omega_0) - k''_p(2\omega_0)], \\ b_p &= -\ell k''_p(2\omega_0). \end{aligned} \quad (30)$$

u_p representa la velocidad de grupo del haz de bombeo y u_μ ($\mu = s, i$) representa la velocidad de grupo de los fotones señal y acompañante. El término b_μ ($\mu = s, i, p$) representa los términos de dispersión de la velocidad de grupo relevantes introducidos por el cristal no lineal. Dicha dispersión introduce una fase espectral cuadrática a lo largo del espectro del pulso,

ocasionando así el ensanchamiento temporal de éste. Los parámetros τ_s y τ_i se pueden entender como la máxima diferencia temporal de emisión entre los fotones señal y acompañante, respectivamente, y el pulso de bombeo.

En este trabajo modelaremos la amplitud espectral del haz de bombeo por una función gaussiana con ancho de banda σ :

$$\alpha(\nu_s + \nu_i) = \exp [-(\nu_s + \nu_i)^2 / \sigma^2]. \quad (31)$$

De la misma manera, la función $F_\mu(\omega)$ (con $\mu = s, i$) es modelada como una función gaussiana con ancho de banda σ_F , i.e. $F_\mu(\nu) = \exp(-\nu^2 / \sigma_F^2)$. Despreciando ordenes cúbicos y mayores así como también los términos lineales, los cuales resultan en un corrimiento temporal sin modificar la estructura espectral (temporal) del estado de la pareja de fotones, podemos expresar la función $D(\nu_i, \nu_s)$ como:

$$D(\nu_i, \nu_s) = \exp [i\beta_p(\nu_i + \nu_s)^2] \exp [i\beta_i\nu_i^2] \exp [i\beta_s\nu_s^2] \quad (32)$$

en función de la dispersión de velocidad de grupo (GVD) β_μ (para $\mu = p, s, i$), donde los términos β corresponde a $\beta_\mu = L_\mu k''_\mu / 2$. L_μ denota la longitud del medio dispersivo, k es el número de onda en el medio dispersivo y $k''_\mu = d^2k/d^2\omega|_{\omega_c}$ denota la segunda derivada, evaluada en ω_c para los fotones PDC y $2\omega_c$ para el pulso de bombeo.

Para algunos de los cálculos por ser presentados en esta tesis recurriremos a una consideración adicional para la función de empatamiento de fases, donde la función de empatamiento de fases (Ec.(18)) la aproximaremos a una función gaussiana, es decir:

$$\Phi(\omega_i, \omega_s) = \exp [-\gamma(\ell\Delta k/2)^2], \quad (33)$$

donde el valor $\gamma \approx 0.193$, asegura que el ancho completo a la mitad del máximo de la función (FWHM, del inglés full width at half maximum) gaussiana coincide con el FWHM del lóbulo principal de la función sinc. Esta aproximación nos permitirá obtener expresiones analíticas

(descritas en los siguientes capítulos) para: i) el interferograma de Hong-Ou-Mandel con fotones individuales provenientes de dos fuentes iguales, ii) la función cronocíclica de Wigner y iii) la cuantificación del enredamiento de la pareja de fotones a través de la descomposición de Schmidt del módulo de la amplitud temporal conjunta.

Con la aproximación descrita, la amplitud espectral conjunta se puede escribir como:

$$f(\nu_i, \nu_s) = N_\omega \exp \left[-(T_{ii}^2 \nu_i^2 + T_{ss}^2 \nu_s^2 + 2T_{si}^2 \nu_i \nu_s) \right], \quad (34)$$

donde N_ω es una constante de normalización y los parámetros $T_{\lambda\mu}^2$ (con $\lambda, \mu = s, i$) están definidos en términos de su partes real e imaginaria como:

$$\begin{aligned} T_{\lambda\mu,R}^2 &= \delta_{\lambda\mu} / \sigma_F^2 + 1/\sigma^2 + \gamma\tau_\lambda\tau_\mu/4 \\ T_{\lambda\mu,I}^2 &= (\beta_p + \delta_{\lambda\mu}\beta_\mu). \end{aligned} \quad (35)$$

Utilizando la Ec.(34) y la Ec.(23) se puede obtener la expresión correspondiente para la amplitud temporal conjunta:

$$\tilde{f}(t_i, t_s) = N_t \exp \left[\Omega_s^2 t_i^2 + \Omega_i^2 t_s^2 - 2\Omega_{si}^2 t_i t_s \right], \quad (36)$$

donde N_t es una constante de normalización y donde se han definido los paraámetros Ω_μ con $\mu = i, s$ y Ω_{si} como:

$$\Omega_\mu^2 = \frac{T_{\mu\mu}^2}{4(T_{si}^4 - T_{ii}^2 T_{ss}^2)} \quad (37)$$

$$\Omega_{si}^2 = \frac{T_{si}^2}{4(T_{si}^4 - T_{ii}^2 T_{ss}^2)}. \quad (38)$$

Si la amplitud conjunta cumple con $\int d\nu_s \int d\nu_i |f(\nu_i, \nu_s)|^2 = 1$, $|f(\nu_i, \nu_s)|^2$ representa la distribución de probabilidad conjunta para la emisión de parejas de fotones con desin-

tonizaciones espectrales ν_s y ν_i . Nos referiremos a $|f(\nu_i, \nu_s)|^2$ como la intensidad espectral conjunta.

Definiremos el coeficiente de correlación, el cual será utilizado a lo largo de esta tesis como:

$$\Xi = -\sigma_{si}^2 / \sigma_s \sigma_i \quad (39)$$

donde σ_{si}^2 representa la covarianza asociada a la distribución de probabilidad y donde σ_μ (con $\mu = s, i$) representa la desviación estandar para cada una de las dos distribuciones marginales. El coeficiente de correlación está limitado a tomar valores en el rango $-1 \leq \Xi \leq 1$. En términos de los parámetros definidos en la Ec.(35), el coeficiente de correlación está definido por:

$$\Xi = \frac{T_{si,R}^2}{(T_{ss,R}^2 T_{ii,R}^2)^{1/2}} \quad (40)$$

Una herramienta útil para cuantificar el grado del enredamiento presente en el estado de dos fotones es la descomposición de Schmidt (Law *et al.*, 2000), para el cual se expresa la amplitud espectral conjunta como:

$$f(\omega_i, \omega_s) = \sum_n \sqrt{\lambda_n} u_n(\omega_i) v_n(\omega_s), \quad (41)$$

donde λ_n son los eigenvalores de Schmidt correspondientes a las eigenfunciones de Schmidt $u_n(\omega_i)$ y $v_n(\omega_s)$. Hay que hacer notar, que la descomposición de Schmidt se puede calcular también en el dominio temporal, en términos de los eigenvalores correspondientes $u_n^{(t)}(t_i)$ y $v_n^{(t)}(t_s)$:

$$f(t_i, t_s) = \sum_n \sqrt{\lambda_n^{(t)}} u_n^{(t)}(t_i) v_n^{(t)}(t_s). \quad (42)$$

A lo largo de esta tesis, como ejemplo de interés, se concentrará en una fuente de parejas de fotones factorizable y espectralmente elongada, la cual es obtenida mediante la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo (GVM). En la Fig.2 se ilustran las intensi-

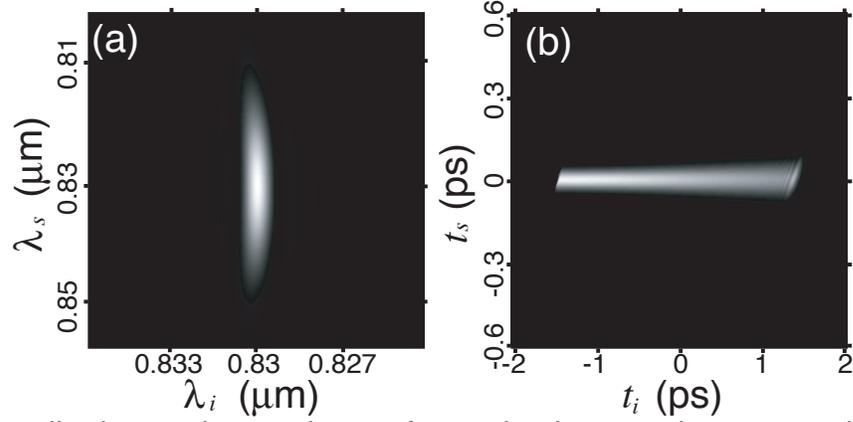


Figura 2. Amplitudes conjuntas de una fuente implementada con un cristal KDP de 2 cm de longitud, con ángulo de corte de 67.8° para obtener empatamiento de fases tipo II, con emisión colineal y degenerada a la frecuencia de 830 nm, el ancho de banda del pulso de bombeo es $\sigma = 5\text{nm}$. (a) Intensidad espectral conjunta y (b) intensidad temporal conjunta.

dades conjuntas para la fuente mencionada, en ausencia de dispersión externa. Más adelante exploraremos los efectos que se observan al incluir elementos dispersivos externos.

La fuente está implementada en un cristal KDP de 2 cm de longitud, con ángulo de corte de 67.8° para obtener empatamiento de fases tipo II, con emisión colineal y degenerada a la frecuencia de 830 nm, y donde el ancho de banda del pulso de bombeo es $\sigma = 5\text{nm}$. Estas gráficas han sido generadas numéricamente sin recurrir a aproximaciones, es decir, se ha usado la expresión completa para el estado de dos fotones (ver Ec.(21)).

El grado de enredamiento puede ser cuantificado mediante el parámetro de cooperatividad (Huang y Eberly, 1993), el cual se encuentra definido en términos de los eigenvalores de Schmidt como:

$$K = \frac{1}{\sum_n \lambda_n^2} \quad (43)$$

donde K recibe también el nombre de número de Schmidt y cuantifica el grado del enredamiento presente en el estado de dos fotones. El número de Schmidt asume su valor mínimo permitido para un estado factorizable sin correlaciones, al que corresponde $K = 1$, mientras que

$K \rightarrow \infty$ indica la existencia del enredamiento maximal.

Capítulo III

Propiedades espectrales y temporales de fotones individuales

III.1 Interferometría de múltiples fuentes

Una manera de caracterizar las propiedades espectrales-temporales de parejas de fotones es a través de sus propiedades de interferencia. Una posibilidad es implementar un interferómetro de Hong-Ou-Mandel (HOMI) (Hong *et al.*, 1987), el cual consiste básicamente en un divisor de haz 50 : 50 donde se hacen incidir los fotones. A la salida de cada uno de los brazos del divisor de haz se colocan detectores con los cuales se detecta coincidencias (ver Fig 3(a)), es decir el arribo de los fotones en cada uno de los detectores. En el caso del esquema mostrado los fotones provienen de una misma fuente. En éste cuando los caminos ópticos del fotón señal y acompañante se encuentran balanceados, es decir, el tiempo de retraso de arribo al divisor de haz es $\tau = 0$, ambos fotones emergerán por cualquiera de los dos puertos de salida del divisor de haz. Por lo tanto se observarán coincidencias nulas en los detectores, lo anterior indicará interferencia destructiva. Al variar el tiempo de retraso τ y graficar la tasa de coincidencias en los detectores, se obtiene un comportamiento como el que se ilustra en la Fig.3(b), en este caso, la curva de coincidencias está normalizada al valor máximo de coincidencias. Conforme se incrementa el retraso en el tiempo de arribo de un fotón con respecto al fotón conjugado (en el caso que se ilustra es el fotón acompañante), se obtiene un aumento en la detección de coincidencias en los detectores y se observa la curva característica del HOMI. De esta manera, dos fotones interferirán con visibilidad perfecta si son indistinguibles. La indistinguibilidad en este caso implica que la función de amplitud conjunta sea simétrica. En la presente sección

el análisis se concentra en el grado de libertad espectral, es decir $f(\omega_i, \omega_s) = f(\omega_s, \omega_i)$.

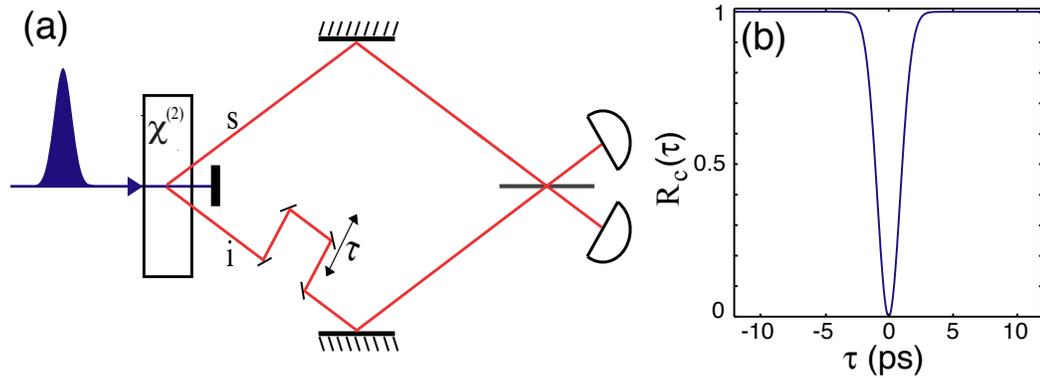


Figura 3. (a) Esquema de un arreglo del interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde fotones señal y acompañante provenientes de una misma fuente se hacen interferir en un divisor de haz 50 : 50. (b) Curva característica obtenida de la tasa de coincidencias en los detectores.

Una variante del HOMI sencillo es el caso donde interfieren dos fotones individuales anunciados provenientes de distintas fuentes. En este caso, la indistinguibilidad requiere que la amplitud espectral conjunta del estado de dos fotones de cada una de las dos fuentes sea factorizable. En el análisis presentado a continuación, estudiaremos el montaje experimental descrito en la figura Fig. 4, donde dos fotones individuales, cada uno en su modo señal, provenientes de dos fuentes idénticas los cuales se hacen interferir en un divisor de haz 50 : 50. En este caso, asumimos que las funciones de amplitud espectral conjunta están dadas por $f_1(\omega_i, \omega_s)$ y $f_2(\omega_i, \omega_s)$.

La expresión para la tasa de coincidencias cuádruple como función del tiempo de retraso τ entre los dos fotones que se hacen interferir en un arreglo HOMI (U'Ren *et al.*, 2003) es:

$$R_c(\tau) = 1 - \int_0^\infty d\omega_1 \int_0^\infty d\omega_2 \int_0^\infty d\omega_3 \int_0^\infty d\omega_4 f_1(\omega_1, \omega_2) \times f_2(\omega_3, \omega_4) f_1^*(\omega_1, \omega_4) f_2^*(\omega_3, \omega_2) e^{i(\omega_1 - \omega_3)\tau}, \quad (44)$$

donde los subíndices 1 – 4 hacen referencia a cada uno de los caminos ópticos de la figura Fig. 4 y las funciones $f_1(\omega_i, \omega_s)$ y $f_2(\omega_i, \omega_s)$ están debidamente normalizadas. Se supone

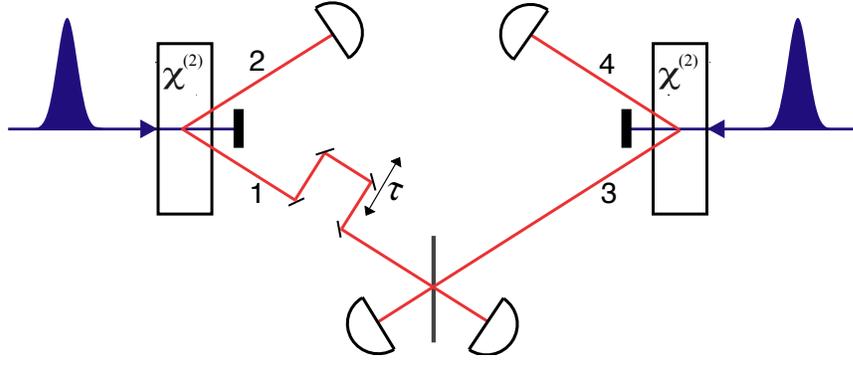


Figura 4. Diagrama esquemático de un interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde se hacen interferir fotones individuales provenientes de distintas fuentes.

que el mínimo de la tasa de coincidencias (es decir el valor mínimo posible en la curva del interferómetro de Hong-Ou-Mandel) ocurre cuando el retraso es cero ($\tau = 0$) y por lo tanto ambos fotones arriban al divisor de haz al mismo tiempo. La visibilidad de interferencia V , que está definida como la profundidad normalizada de la curva de interferencia por la coincidencias de fondo, está dada por:

$$V = 1 - R_c(0) = \int_0^\infty d\omega \int_0^\infty d\omega' \rho_{s1}(\omega, \omega') \rho_{s2}(\omega', \omega) = \text{Tr}(\hat{\rho}_{s1} \hat{\rho}_{s2}), \quad (45)$$

donde el operador de densidad parcial $\hat{\rho}_{s\mu}$ para fotones que provienen de dos fuentes distintas ($\mu = 1, 2$) que se hacen interferir, se obtiene tomando la traza sobre las frecuencias del fotón conjugado. En este caso la matriz de densidad correspondiente es:

$$\rho_{s\mu}(\omega, \omega') = \langle \omega | \text{Tr}_i(\hat{\rho}_\mu) | \omega' \rangle = \int_0^\infty d\omega_0 f_\mu(\omega_0, \omega) f_\mu^*(\omega_0, \omega'), \quad (46)$$

la cual está dada en términos del operador de densidad del estados de la pareja de fotones $\hat{\rho}_\mu = |\Psi_\mu\rangle\langle\Psi_\mu|$ y de la traza parcial sobre las frecuencias del fotón acompañante Tr_i . Dado que las dos fuentes son idénticas, los dos fotones individuales que interfieren serán idénticos ($\hat{\rho}_{s1} = \hat{\rho}_{s2} \equiv \hat{\rho}$) y se tiene que la visibilidad es:

$$V = \text{Tr}(\hat{\rho}^2) = \sum_n \lambda_n^2 \equiv K^{-1}, \quad (47)$$

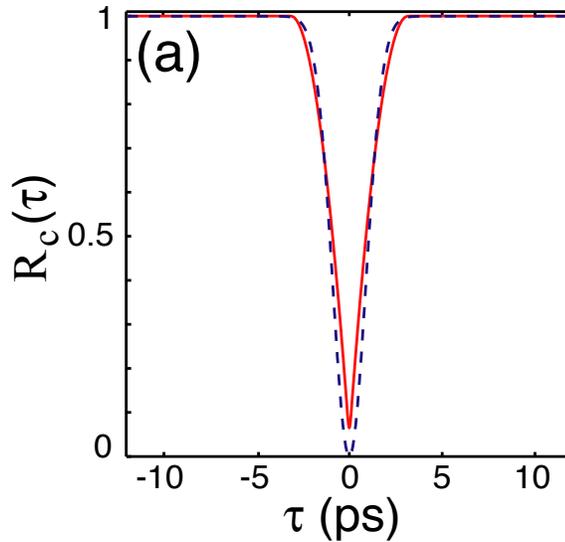


Figura 5. Curvas de interferencia correspondiente a un interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde se hacen interferir fotones individuales procedentes de dos fuentes PDC similares. La línea roja continua corresponde a un cálculo numérico sin aproximaciones, mientras que la línea azul segmentada se ha obtenido a partir de la expresión analítica (Ec.(48)) recurriendo a aproximaciones.

donde se ha tenido en cuenta que las eigenfunciones de Schmidt son funciones ortogonales. Como puede apreciarse en el Ec.(47), la visibilidad en el HOMI, en el caso específico donde dos fotones idénticos interfieren corresponde al inverso del número de Schmidt. Por lo tanto, de acuerdo con la Ec.(47), a partir de una medición experimental de la curva de interferencia en un arreglo de HOMI con dos fuentes, es posible inferir el grado del enredamiento cuántico del estado de dos fotones. Para el estado de dos fotones expresado en términos del desempataamiento de fases hasta primer orden y en términos de la aproximación gaussiana (ver Ec. 34) y sin influencia de dispersión externa (los efectos dispersivos se estudiarán en el capítulo IV) la tasa de coincidencias cuádruple para un arreglo de HOMI con dos fuentes es:

$$R_c(\tau) = 1 - V \exp(-\tau^2/\Delta\tau^2), \quad (48)$$

en el cual el término de visibilidad V está dado por:

$$V = \left(\frac{T_{ii,R}^2 T_{ss,R}^2 - (T_{si,R}^2)^2}{T_{ii,R}^2 T_{ss,R}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

y el ancho temporal de la curva de interferencia $\Delta\tau$ es:

$$\Delta\tau^2 = 4T_{ss,R}^2. \quad (50)$$

De acuerdo con la Ec.(47), se tiene una relación entre el coeficiente de visibilidad V y el número de Schmidt K : $V = 1/K$, con V dada por la Ec.(49). Como es de esperarse, la visibilidad alcanza el valor de uno si el término responsable del enredamiento espectral T_{si}^2 se cancela. Como veremos en el siguiente capítulo, donde estudiaremos los efectos introducidos por dispersión externa, en general el término T_{si}^2 no se anula por lo que tendremos curvas donde $V \neq 1$.

En la Fig.5 se ilustra la curva de interferencia del HOMI para un cálculo numérico sin aproximaciones (línea roja continua) y mediante la expresión analítica (ver Ec.(48), Ec.(49) y Ec.(50)) obtenida recurriendo a aproximaciones (línea azul segmentada). Las curvas se obtuvieron para una fuente espectralmente factorizable, asimétrica y con alto grado de elongación. La fuente está basada en un cristal KDP de 2 cm de longitud, con ángulo de corte de $\theta_{pm} = 67.8^\circ$ para obtener empatamiento de fases tipo II con emisión colineal y degenerada a la frecuencia central correspondiente a 830 nm. Se ha considerado el pulso de bombeo del orden de femto segundos con ancho de banda espectral de $\sigma = 15\text{nm}$. La diferencia entre ambas curvas de interferencia proviene de la estructura que presenta la función de amplitud espectral conjunta debido a la función sinc, lo que resulta en una visibilidad menor.

En capítulos posteriores se estudiará uno de los efectos producidos al hacer pasar el pulso de bombeo por un elemento dispersivo, que consiste en introducir enredamiento cuántico en la pareja fotones dependiendo del valor de dispersión adquirida. Bajo estos efectos, al estudiar

el estado de dos fotones, mediante el arreglo de HOMI, se observará, que el perfil de la curva de interferencia se modificará.

III.2 Descripción de los fotones individuales anunciados

La preparación condicional de fotones individuales consiste en la generación de parejas de fotones (en este caso por PDC) seguida de la detección de uno de los fotones emitidos, lo cual en condiciones ideales, que corresponde a pérdidas nulas y supresión perfecta de fotones no deseados, “anuncia” la presencia de un fotón individual en el modo conjugado (Fig.6). Este proceso se ha demostrado experimentalmente de manera exitosa, en particular cuando se utiliza el proceso PDC en guías de onda no lineales (U’Ren *et al.*, 2003; Pittman *et al.*, 2005). La estructura espectral de las parejas de fotones utilizadas como base juega un papel fundamental en la determinación de las propiedades de los fotones individuales preparados condicionalmente. En particular, se ha demostrado que la preparación condicional de fotones individuales descritos por un estado cuántico puro requiere de la supresión total de enredamiento entre el fotón señal y el fotón acompañante (U’Ren *et al.*, 2006). Esto último incluye correlaciones en todos los grados de libertad, en particular el grado de libertad espectral-temporal que a continuación estudiaremos en detalle (U’Ren *et al.*, 2007).

Los fotones individuales anunciados en el modo señal pueden ser representados por su operador de densidad:

$$\rho_s = \text{Tr}_i \left(\hat{\rho} \hat{\Pi}_t \right), \quad (51)$$

donde $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ es el operador de densidad del estado de dos fotones. Tr_i representa la traza parcial sobre el modo que es utilizado como anunciante (por ejemplo el acompañante), mientras que el operador $\hat{\Pi}_t$ es el correspondiente operador de medición definido como:

$$\hat{\Pi}_t = \int d\omega g(\omega) |\omega\rangle_i \langle\omega|_i \quad (52)$$

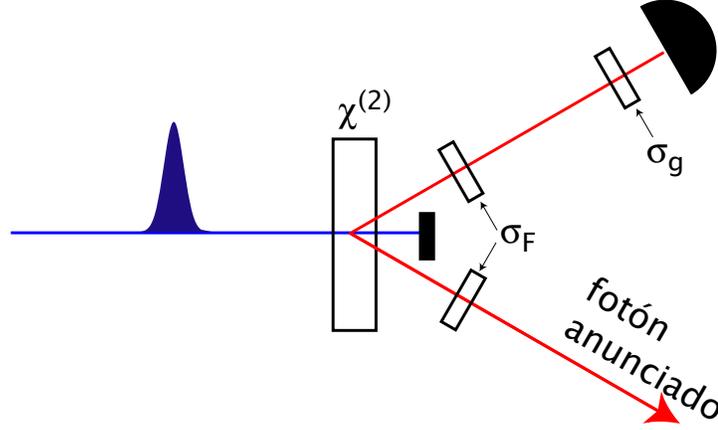


Figura 6. Fuente de fotones individuales emitidos por preparación condicional basados en una fuente PDC. La detección de uno de los fotones “anuncia” la existencia de otro fotón en el modo conjugado.

el cual es representado en términos de la eficiencia de detección espectral del fotón anunciante.

Si se desprecian las componentes transversales del vector de onda podemos escribir el estado

de dos fotones como:

$$|\Psi\rangle = \int d\omega_s \int d\omega_i f(\omega_i, \omega_s) |\omega_s\rangle_s |\omega_i\rangle_i, \quad (53)$$

donde $|\omega_\mu\rangle = \hat{a}^\dagger(\omega_\mu)|\text{vac}\rangle_\mu$ con $\mu = s, i$, en términos de la amplitud espectral conjunta (JSA):

$$f(\omega_i, \omega_s) = \Phi(\omega_i, \omega_s) \alpha(\omega_s + \omega_i) F(\omega_i, \omega_s), \quad (54)$$

la cual está definida por la función de empaquetamiento de fases $\Phi(\omega_i, \omega_s)$, la función envolvente

espectral del pulso de bombeo $\alpha(\omega_s + \omega_i)$ y la función del filtro que actúa sobre los modos

$F(\omega_i, \omega_s)$, que en este caso consideraremos que actúan filtros espectrales idénticos en ambos

modos señal y acompañante. Sustituyendo el operador de densidad $\hat{\rho}$ en la Ec.(51), podemos

escribir el operador de densidad del fotón anunciado en el modo señal como:

$$\hat{\rho}_s = \int_0^\infty d\omega_0 g(\omega_0) |\phi(\omega_0)\rangle \langle \phi(\omega_0)|, \quad (55)$$

donde

$$|\phi(\omega_0)\rangle = \int_0^\infty d\omega_1 f(\omega_1, \omega_0) |\omega_1\rangle_s. \quad (56)$$

Hacemos notar que en contraste con el operador de densidad de la pareja de fotones $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, en general el operador de densidad $\hat{\rho}_s$ representa a un estado mezclado. Consideremos el caso donde el filtro espectral es aplicado al modo anunciante (denotado como σ_g en la Fig.(6)). En el límite de filtración monocromática podemos escribir la eficiencia del detector como una función delta de Dirac $\delta(\omega) \rightarrow \delta(\omega - \omega_F)$. Bajo estas circunstancias, el operador de densidad del fotón anunciado está dado por:

$$\hat{\rho}_s = |\phi(\omega_F)\rangle\langle\phi(\omega_F)|, \quad (57)$$

lo cual representa un estado puro (Rubin, 2000). De manera que, para obtener un fotón individual puro es necesario implementar una filtración monocromática sobre el fotón anunciante. Lo anterior tiene la desventaja de reducir de manera considerable el flujo emitido de la fuente, así como también reduce el ancho de banda del fotón anunciado mediante la proyección no local del estado.

Es posible obtener estados puros sin necesidad de recurrir a una filtración espectral monocromática, si consideramos una función de amplitud espectral conjunta factorizable, i.e., $f(\omega_i, \omega_s) = p(\omega_s)q(\omega_i)$, para la cual mediante la Ec.(55) y Ec.(56) se obtiene que el fotón anunciado es puro.

III.3 Función Cronocíclica de Wigner

Es conveniente realizar el estudio de las propiedades espectrales y temporales del fotón anunciado en el formalismo de la función cronocíclica de Wigner (CWF, del inglés chronocycle Wigner function), la cual ha resultado una herramienta útil en la descripción clásica de pulsos ultra cortos (Paye, 1992; Walmsley y Wong, 1996), y que también ha sido una herramienta utilizada para representar parejas de fotones PDC (Grice, 1997). En nuestro análisis definiremos la CWF del fotón individual anunciado, expresada en términos del operador (matriz) de

densidad del fotón individual ρ_s (Ec.57) como:

$$W_s(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \langle \omega + \omega'/2 | \hat{\rho}_s | \omega - \omega'/2 \rangle e^{i\omega' t} \quad (58)$$

donde los subíndices s en la frecuencia del bra y ket han sido omitidos por claridad. Esta función caracterizará completamente las propiedades espectrales y temporales de los fotones individuales. En términos de la amplitud espectral conjunta $f(\omega_i, \omega_s)$, la función cronocíclica de Wigner para el fotón individual anunciado se puede expresar como:

$$W_s(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega_0 g(\omega_0) \int d\omega' f\left(\omega + \frac{\omega'}{2}, \omega_0\right) f^*\left(\omega - \frac{\omega'}{2}, \omega_0\right) e^{i\omega' t}. \quad (59)$$

La distribución marginal resultante de integrar la CWF con respecto a la variable temporal describe el perfil espectral de intensidad del fotón individual,

$$I_\omega(\omega) = \int dt W_s(\omega, t) = \int d\omega_0 g(\omega_0) |f(\omega, \omega_0)|^2, \quad (60)$$

mientras que el perfil de intensidad temporal está dado por la integral respecto a la variable espectral de la CWF:

$$I_t(t) = \int d\omega W_s(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega_0 g(\omega_0) \left| \int d\omega f(\omega, \omega_0) e^{i\omega t} \right|^2. \quad (61)$$

Para obtener una expresión de la función CWF, es decir resolver analíticamente la integral definida en la Ec.(59) es necesario hacer uso de la amplitud espectral conjunta con aproximación lineal del término de desempatamiento de fases, así como la aproximación gaussiana de la función de empatamiento de fases, es decir partiendo de la Ec.(34).

Suponiendo que los términos asociados a la dispersión externa se anulan (Ec.(35)); que la eficiencia de detección $g(\omega)$ en el modo anunciante tiene un perfil gaussiano centrado en la frecuencia ω_{g0} y con ancho de banda σ_g (ver Ec.(55)):

$$g(\omega) = \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_{g0})^2}{\sigma_g^2} \right], \quad (62)$$

y además al aplicar un filtro espectral con perfil gaussiano con ancho espectral σ_F a la pareja de fotones, es decir:

$$F(\omega_i, \omega_s) = \exp \left[-\frac{(\omega_s - \omega_c)^2 + (\omega_i - \omega_c)^2}{\sigma_F^2} \right], \quad (63)$$

se puede resolver la integral de la expresión para la CWF (Ec.(59)), obteniendo:

$$W_s(\omega, t) = \frac{1}{\pi \Delta\omega \Delta t} \exp \left(-\frac{[\omega - \omega_c + \Omega]^2}{\Delta\omega^2} \right) \exp \left(-\frac{[t - T]^2}{\Delta t^2} \right), \quad (64)$$

donde los ancho temporales Δt y espectrales $\Delta\omega$ se definen como:

$$\Delta t^2 = T_1^2, \quad (65)$$

$$\Delta\omega^2 = \frac{1}{T_3^2}, \quad (66)$$

y los corrimientos espectrales Ω y temporal T :

$$T = \tau_s/2, \quad (67)$$

$$\Omega = \frac{1}{\sigma_g^2 T_{ss,R}^2 \hat{T}_{ii,R}^2 - (T_{si,R}^2)^2} (\omega_{g0} - \omega_c), \quad (68)$$

donde hemos definido las cantidades T_1 y T_3 como:

$$\begin{aligned} T_1^2 &= 2T_{ss,R}^2 \\ T_3^2 &= \frac{2}{\hat{T}_{ii,R}^2} (T_{ss,R}^2 \hat{T}_{ii,R}^2 - (T_{si,R}^2)^2), \end{aligned} \quad (69)$$

en términos de los parámetros T_{ss} , T_{ii} y T_{si} definidos en la Ec.(35). Aquí, se ha redefinido el término T_{ii} (ver Ec.(35)), como \hat{T}_{ii} y el cual incluye el efecto de la eficiencia de detección del fotón acompañante, quedando expresado como:

$$\hat{T}_{ii}^2 = T_{ii}^2 + \frac{1}{\sigma_g^2}. \quad (70)$$

Es posible expresar la amplitud espectral conjunta del estado de dos fotones en términos de funciones gaussianas, donde el ancho espectral $\Delta\omega$ y la duración temporal Δt deben satisfacer

la desigualdad $\Delta t \Delta \omega \geq 1$; aquí $\Delta \omega$ y Δt representan ancho a la mitad en $1/e$ (FW1/eM, del inglés full width at 1/e maximum). Hay que tener en cuenta que este es un caso particular de la relación de incertidumbre $\delta \omega \delta t \geq 1/2$, que se cumple para una amplia clase de funciones. Sin embargo, el estado de la pareja de fotones está definida en términos de una función sinc, la cual no tiene una varianza bien definida y por lo tanto no es posible aplicar este resultado. El enfoque en esta sección es el de utilizar la aproximación gaussiana y emplear la relación de incertidumbre asociada con las funciones gaussianas.

Con el fin de estudiar regímenes que puedan resultar en la generación condicional de fotones individuales limitados por la transformada de Fourier, calculamos el producto del ancho de banda espectral y del ancho temporal (TB):

$$\text{TB} = \Delta t \Delta \omega = \left(1 - (T_{si,R}^2)^2 / T_{ss,R}^2 T_{ii,R}^2\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (71)$$

La cantidad TB asume su valor mínimo (TB=1) para fotones individuales limitados por la transformada de Fourier. Estos fotones están caracterizados por una propiedad importante: su duración temporal Δt es la más corta compatible con su respectivo ancho espectral $\Delta \omega$. Para fotones individuales que no están limitados por la transformada de Fourier, el valor TB puede asumir valores mucho mayores a la unidad. El valor TB provee una medida conveniente para cuantificar qué tan alejado se está de tener fotones individuales limitados por la transformada de Fourier.

Además de la duración temporal del fotón individual anunciado, otra característica importante a considerar es la diferencia de tiempos de emisión entre el fotón señal y el fotón acompañante. Este valor temporal es importante ya que define la incertidumbre entre el valor esperado del tiempo de detección entre el fotón anunciado y el fotón anunciante. Para calcular el tiempo de correlación τ_c , se debe calcular la intensidad temporal conjunta $|\tilde{f}(t_i, t_s)|^2$, donde $\tilde{f}(t_i, t_s)$ corresponde a la transformada de Fourier bidimensional de la amplitud espectral conjunta $f(\omega_i, \omega_s)$. La intensidad temporal conjunta representa la función de densidad de

probabilidad para producir parejas de fotones a tiempos específicos t_s y t_i . Una vez que se obtiene la intensidad temporal conjunta, debemos expresar esta última en términos de nuevas variables $t_+ = t_s + t_i$ y $t_- = t_s - t_i$. A partir de este cambio de variables calculamos la distribución marginal $S_-(t_-)$, es decir, resolver la siguiente integral:

$$S_-(t_-) = \int dt_+ |\tilde{f}(t_+, t_-)|^2, \quad (72)$$

la cual describe la densidad de probabilidad de emitir parejas de fotones con distintas diferencias de tiempo de emisión t_- entre los fotones señal y acompañante. Bajo la aproximación usada en este cálculo (aproximación lineal del término de desempataamiento de fases así como la aproximación gaussiana de la función de empataamiento de fases) podemos expresar la distribución marginal $S_-(t_-)$ como:

$$S_-(t_-) = \frac{1}{\tau_c \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{t_-^2}{\tau_c^2}\right) \quad (73)$$

en términos del tiempo de correlación τ_c :

$$\tau_c = \frac{\sqrt{8 + \gamma \sigma_F^2 (\tau_i - \tau_s)^2}}{\sqrt{2} \sigma_F}, \quad (74)$$

la cual, en ausencia del filtro espectral ($\sigma_F \rightarrow \infty$) se reduce a:

$$\tau_c = \sqrt{\gamma/2} |\tau_-|, \quad (75)$$

donde:

$$\tau_- = \tau_s - \tau_i = \ell[k'_s(\omega_c) - k'_i(\omega_c)]. \quad (76)$$

Es instructivo comparar la expresión en la Ec.(65) (junto con la expresión correspondiente al fotón señal, $T_{ss,R}^2$ en la Ec.(35)) para la duración temporal de los fotones individuales anunciados, con la Ec.(75) (junto con la Ec.(76) para el tiempo de correlación, donde es evidente que mientras la duración temporal está definida por el término de desempataamiento de velocidad de grupo entre el pulso de bombeo y el fotón anunciado τ_s , el tiempo de correlación está

definido por el término de desempataamiento de velocidad de grupo τ_- entre el fotón señal y el fotón acompañante. Hay que destacar que el tiempo de correlación no depende del ancho de banda de pulso de bombeo (Friberg *et al.*, 1985).

III.3.1 Fotonos individuales limitados por la transformada de Fourier via empatamiento de velocidad de grupo

Considerando primero el caso monocromático ($\sigma \rightarrow 0$), es claro de la Ec.(65) y de la expresión para $T_{ss,R}^2$ la Ec.(35) asociada al fotón señal, que si se cumple que el ancho de banda espectral del pulso de bombeo es mucho más pequeño que el inverso del desempataamiento de velocidad de grupo (i.e. $\sigma \ll 1/\tau_s$), la duración temporal del fotón anunciado dependerá solamente del ancho de banda del pulso de bombeo $\Delta t = \sqrt{2}/\sigma$. Como es de esperarse, la duración temporal tenderá a valores muy grandes y en el caso ideal monocromático será infinita. De igual manera, el ancho espectral en el límite $\sigma \rightarrow 0$ de la Ec.(66) se obtiene que es:

$$\Delta\omega = \sqrt{2/\gamma}/|\tau_-|, \quad (77)$$

lo cual corresponde al recíproco del tiempo de correlación en el caso sin filtrar ($\sigma_F \rightarrow \infty$) (ver Ec.(75)). Así, el producto TB en el límite donde se tiene un ancho de banda angosto del pulso de bombeo el término $TB = 2/(\sqrt{\gamma}\sigma|\tau_-|)$ diverge. De esta manera, vemos que en el límite monocromático es imposible obtener fotonos individuales limitados por la transformada de Fourier.

Como caso particular consideremos una fuente de PDC con emisión colineal, degenerada, con empatamiento de fases tipo II y bombeado por pulsos ultra cortos. En la teoría de pulsos ultra cortos, durante la propagación de éstos pulsos a través de un medio dispersivo, la dispersión de velocidad de grupo y órdenes mayores de dispersión dan como resultado un

ensanchamiento temporal, mientras que los términos correspondientes a velocidad de grupo resultan en una propagación del pulso sin distorsión. La situación es distinta en la generación de fotones PDC mediante pulsos ultra cortos, donde los términos de velocidad de grupo en el cristal dan como resultado parejas de fotones donde los paquetes de onda unifotónicos constituyentes son temporalmente mucho más largos comparados con la duración temporal del pulso de bombeo.

Podemos escribir la duración temporal del pulso asociado al fotón anunciado, Ec.(65), en términos de la duración del pulso de bombeo $\tau_p = \sqrt{2}/\sigma$ como:

$$\Delta t = \tau_p \sqrt{1 + \frac{2}{\sigma_F^2 \tau_p^2} + \frac{\gamma \tau_s^2}{2 \tau_p^2}}. \quad (78)$$

Resulta claro de la ecuación anterior que la duración temporal más corta corresponde a la duración temporal del pulso de bombeo τ_p , la cual es obtenida en el límite cuando no existe filtración actuando en los modos emitidos ($\sigma_f \rightarrow \infty$) y además para valores despreciables de los retrasos de las velocidades de grupo comparados con la duración del pulso de bombeo, i.e., $\tau_s \ll \tau_p$. Es evidente que para bombeos con pulsos ultra cortos la duración temporal más corta que es posible obtener está limitada por el término de velocidades de grupo τ_s . Existen dos posibilidades para cumplir con la condición $\tau_s/\tau_p \ll 1$, la primera implica el uso de un cristal no lineal de longitud corta, concretamente obedeciendo la desigualdad $\ell \tau_p \ll / (k'_p - k'_s)$. De hecho para longitudes cortas de cristales, el retraso de velocidades de grupo τ_s debido al desempatamiento de velocidades de grupo puede ser insignificante. Lo anterior implica el uso de cristales cada vez más cortos conforme la duración del pulso de bombeo decrece, aunque esta solución resulta inviable ya que implica una reducción prohibitiva del flujo emitido de fotones. La segunda opción es emplear configuraciones de fuentes de PDC que cumplan con empatamiento de velocidad de grupo entre el pulso de bombeo y los fotones emitidos. Es claro de la Ec.(78) que para $\tau_s = 0$ (que implica $k'_p = k'_s$) y sin recurrir a filtración espectral, es posible obtener la duración temporal más corta τ_p , independientemente

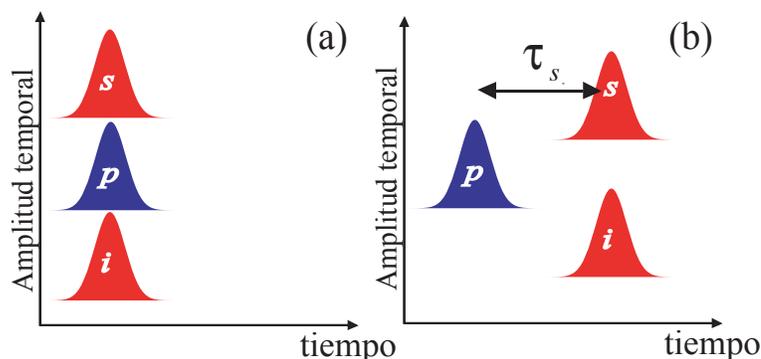


Figura 7. Esquema de la distribución máxima de tiempos con que emergen los fotones del cristal cuando los fotones son creados en: (a) la segunda cara del cristal y (b) en la primera cara del cristal.

del valor de la longitud del cristal.

En el análisis anterior no hemos considerado los términos correspondientes a la dispersión de velocidad de grupo así como órdenes mayores de dispersión. Bajo estas aproximaciones en propagación de pulsos clásicos, esperaríamos que no hubiera ensanchamiento temporal. Sin embargo, en la Ec.(71) para fotones individuales anunciados el producto TB puede tomar valores mucho mayores a la unidad, incluso para pulsos de bombeo sin ensanchamiento debido a efectos dispersivos. Lo anterior es porque los fotones emitidos sufren ensanchamiento temporal debido al desempataje de velocidad de grupo entre los fotones generados y el pulso de bombeo. En el límite de un cristal largo, la duración temporal del fotón anunciado está determinada simplemente por el término de desempataje de velocidad de grupo $\Delta t_s \rightarrow \sqrt{\gamma} \tau_s / \sqrt{2}$. Para entender lo anterior, analicemos dos casos, uno donde la pareja de fotones se crean en la segunda cara del cristal y el otro cuando los fotones se crean en la primera cara del cristal. En el primer caso ambos fotones y el pulso de bombeo emergen del cristal temporalmente superpuestos (Fig.7(a)), mientras que en el segundo caso los fotones emergen a un tiempo τ_s delante del pulso de bombeo debido al desempataje de velocidad de grupo (Fig.7(b)).

A manera de ejemplo consideraremos una fuente PDC con emisión de parejas de fotones

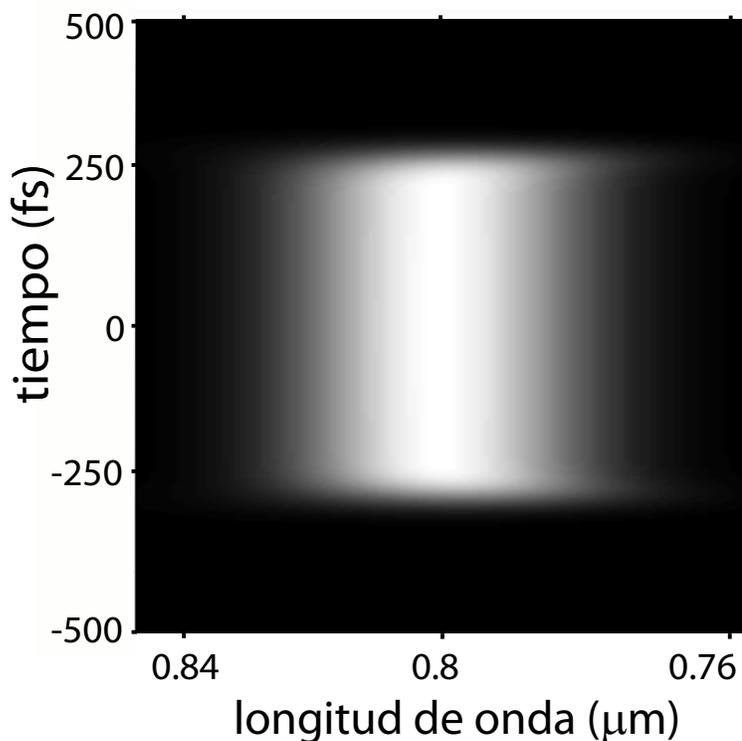


Figura 8. Función cronocíclica de Wigner obtenida de manera numérica para el fotón individual anunciado emitido por una fuente formada por un cristal BBO de 5mm de longitud bombeado por un pulso ultra corto con ancho de banda de 5nm. La configuración de la fuente cumple con la condición de empatamiento de fases tipo I, emisión colineal, degenerada a la longitud de onda de 800 nm.

centrados a 800 nm generados en un cristal no lineal de beta-bario-borato (BBO) de 5 mm de longitud, cortado y alineado para empatamiento de fases tipo I con ángulo de corte 29.2° y bombeado por un pulso de 4 nm de ancho de banda espectral. En la Fig. 8 se ilustra la función cronocíclica de Wigner para el fotón anunciado, donde se obtienen los siguientes valores: el ancho temporal del fotón anunciado es $\Delta t = 288.01\text{fs}$ y el ancho espectral $\Delta\omega = 61.4\text{THz}$, a lo que le corresponde un valor de $TB = \Delta\omega\Delta t = 17.8$, lo cual muestra estar lejos de tener un fotón individual limitado por la transformada de Fourier.

Para lograr obtener fotones individuales limitados por la transformada de Fourier, de la Ec.(71) se observa que el valor $TB=1$ se logra si el coeficiente de correlación $(T_{si,R}^2)^2 / T_{ss,R}^2 T_{ii,R}^2$

se anula. Una manera de lograr lo anterior es aplicando filtración monocromática en ambos fotones ($\sigma_F \rightarrow 0$) o filtración monocromática para el fotón anunciante ($\sigma_g \rightarrow 0$). Como ya ha sido mencionado, usar filtración monocromática representa una desventaja manifestada en una reducción prohibitiva de la tasa de emisión de la fuente. Cabe destacar que si bien el límite de transformada de Fourier puede lograrse a través de filtrado, el ancho de banda se reduce considerablemente, lo que evita que los fotones emitidos tengan un carácter ultra corto. De manera alterna, el término $(T_{si,R}^2)^2/T_{ss,R}^2 T_{ii,R}^2$ se anula si $T_{si,R}^2 = 0$, esta condición es similar a la obtenida en (Grice *et al.*, 2001), para factorabilidad espectral en estados de parejas de fotones. De esta manera se llega a la conclusión de que estados de parejas de fotones factorizables (U'Ren *et al.*, 2005b; Grice *et al.*, 2001; Giovannetti *et al.*, 2002; U'Ren *et al.*, 2003; Walton *et al.*, 2004; Torres *et al.*, 2005; Raymer *et al.*, 2005; Kuzucu *et al.*, 2005), producen fotones individuales limitados por la transformada de Fourier. Lo anterior representa una ventaja ya que no es necesario aplicar filtros espectrales, lo cual no afecta el ancho espectral de los fotones emitidos ni el flujo de emisión de la fuente.

Un análisis de la CWF (Ec.(58)) revela que el espectro del fotón se encuentra corrido de su frecuencia central ω_c por un valor de Ω (definida por la Ec.(68)), la cual depende linealmente de la desintonización de la frecuencia central del filtro que actúa sobre el fotón anunciante respecto a la frecuencia central de emisión PDC. Por lo tanto, conforme esta desintonización es variada el espectro del fotón individual anunciado también varía. Lo anterior es consecuencia de la correlación espectral en el estado de la pareja de fotones; al filtrar uno de los fotones se tiene una proyección (no local) del fotón conjugado en una banda espectral particular. El corrimiento Ω es proporcional a $T_{si,R}$, el cual controla el grado de factorabilidad de la amplitud conjunta (Grice *et al.*, 2001), así para un estado factorizable (para el cual se cumple $T_{si,R} = 0$) el fotón individual anunciado no sufre corrimiento alguno debido a corrimientos del filtro aplicado al modo anunciante. Esto sugiere una prueba experimental para probar el

grado de factorabilidad y por lo tanto de qué tan alejado se está de tener la condición del límite de la transformada de Fourier.

La condición de factorabilidad $T_{si,R} = 0$ (ver Ec.(35)) se puede satisfacer, por ejemplo, para la condición de empatamiento simétrico de velocidad de grupo (SGVM) (Keller y Rubin, 2005; Grice *et al.*, 2001; Kuzucu *et al.*, 2005), expresada como $\tau_s + \tau_i = 0$, o de manera alterna:

$$2k'_p(2\omega_c) - k'_s(\omega_c) - k'_i(\omega_c) = 0. \quad (79)$$

Físicamente esta condición significa que los fotones se separan de manera simétrica respecto al pulso de bombeo, es decir, un fotón se atrasa mientras que el otro fotón se adelanta de manera simétrica respecto al pulso de bombeo. La duración temporal resultante se puede calcular mediante la Ec.(65) con ayuda de la condición $\tau_s + \tau_i = 0$ and $T_{si,R} = 0$ (ver Ec. 35), obteniéndose que:

$$\Delta t = \sqrt{2}\tau_p. \quad (80)$$

De esta manera, bajo el régimen de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo, la duración temporal del fotón anunciado asume, con un factor de $\sqrt{2}$, su valor mínimo posible. De manera similar, para este caso el ancho espectral estará dado por el recíproco de la duración temporal, por lo tanto la condición de estar limitado por la transformada de Fourier se logra sin necesidad de recurrir a filtración.

Para el caso cuando se logra cumplir con la condición de estar limitado por la transformada de Fourier, mediante el empatamiento de velocidad de grupo del fotón señal con el pulso de bombeo, i.e. $k'_p(2\omega_c) = k'_s(\omega_c)$ o $\tau_s = 0$, es decir se cumple con la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo (AGVM), se observa que se cumple $TB \rightarrow 1$ si $\sigma\tau_i \gg 1$. Esta última condición puede ser expresada como:

$$\sigma\ell \gg \frac{1}{k'_p(2\omega_c) - k'_i(\omega_c)}. \quad (81)$$

De esta manera, imponiendo la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo y el uso de un cristal no lineal largo, es posible generar fotones individuales anunciados limitados por la transformada de Fourier. Cumplir la condición AGVM presenta ventajas sobre la de SGVM en el sentido de que los fotones anunciados emitidos alcanzan la duración temporal mínima posible $\Delta t = \tau_p$, es decir, la duración temporal del pulso de bombeo, junto con su mayor ancho de banda posible $\Delta\omega = 1/\tau_p$, que a diferencia del caso SGVM estos parámetros difieren del valor ideal por un factor de $\sqrt{2}$. Sin embargo, cabe destacar que a pesar de que la condición AGVM conduce a fotones señal y acompañante que son distinguibles el uno del otro, esto no representa alguna limitación para fotones individuales anunciados pero puede ser una limitación en experimentos donde el fotón señal y el fotón acompañante se hacen interferir. De hecho una ventaja de la condición de SGVM es que combina fotones individuales anunciados ultracortos que están limitados por la transformada de Fourier, con una función de amplitud espectral conjunta simétrica lo que da lugar a indistinguibilidad entre los fotones señal y acompañante (excepto en polarización).

Otro aspecto importante a considerar cuando se diseña una fuente de parejas de fotones es el tiempo de correlación. Este tiempo determina la incertidumbre de expectación del tiempo de arribo del fotón individual anunciado con respecto al tiempo en que es detectado el fotón anunciante. Como ya ha sido mencionado, PDC con empatamiento de fases tipo I resulta en tiempos de correlación muy cortos (del orden de fs), esto debido a que pueden lograrse los anchos de banda más grandes posibles en PDC. A pesar de lo anterior, que representa una ventaja, fuentes de PDC con empatamiento de fases tipo I generan estados que están muy alejados de estar limitados por la transformada de Fourier. Si comparamos los valores obtenidos para los tiempos de correlación τ_c para el caso en que se cumple SGVM y AGVM, obtenemos que para el caso SGVM, el cual cumple $\tau_s = -\tau_i$ y por lo tanto la Ec.(75) se

reduce a:

$$\tau_c = \sqrt{2\gamma}|\tau_i|, \quad (82)$$

mientras que para el caso AGVM, $\tau_s = 0$ y la Ec.(75) se reduce a:

$$\tau_c = \sqrt{\gamma/2}|\tau_i|. \quad (83)$$

Comparando ambos resultados hay que recordar que τ_i varía linealmente con la longitud del cristal no lineal y que a fin de obtener un estado factorizable a través de cumplir con la condición AGVM, es fundamental el uso de cristales bastante largos (ver la Ec.(81)). En la práctica esto significa que el tiempo de correlación tiende a ser mucho más largo para fotones individuales anunciados producidos a través de AGVM, en comparación con fotones individuales anunciados producidos a través de cumplir la condición de SGVM.

Para ilustrar el comportamiento del tiempo de correlación y duración temporal de los fotones individuales anunciados consideraremos como ejemplo una fuente PDC formada por un cristal a KDP de 2cm de longitud, con ángulo de corte de 67.7° para obtener empatamiento de fases tipo II, con lo cual se tendrá emisión colineal y degenerada centrada a 830 nm. Bajo estas condiciones se producen fotones individuales limitados por la transformada de Fourier ya que se cumple con la condición de AGVM (U'Ren *et al.*, 2005b). La Fig. 9(A) ilustra la CWF obtenida numéricamente para este caso, donde se ha asumido la duración temporal del pulso de bombeo de $\tau_p = 30.4\text{fs}$ (que corresponde a $\sigma = 5\text{nm}$ de ancho de banda espectral). La duración temporal resultante para el fotón individual bajo la aproximaciones utilizadas es $\Delta t = \tau_p$ (donde $\Delta\omega = 1/\Delta t$), mientras que el tiempo de correlación es $\tau_c = 896.3\text{fs}$.

Consideremos ahora una fuente implementada con un cristal BBO de 2.3mm de longitud con ángulo de corte de 28.8° para obtener tener empatamiento de fases tipo II, con emisión degenerada centrada a 1514nm y colineal. En este caso se obtienen fotones individuales limitados por la transformada de Fourier mediante la condición de SGVM (Grice *et al.*, 2001). La

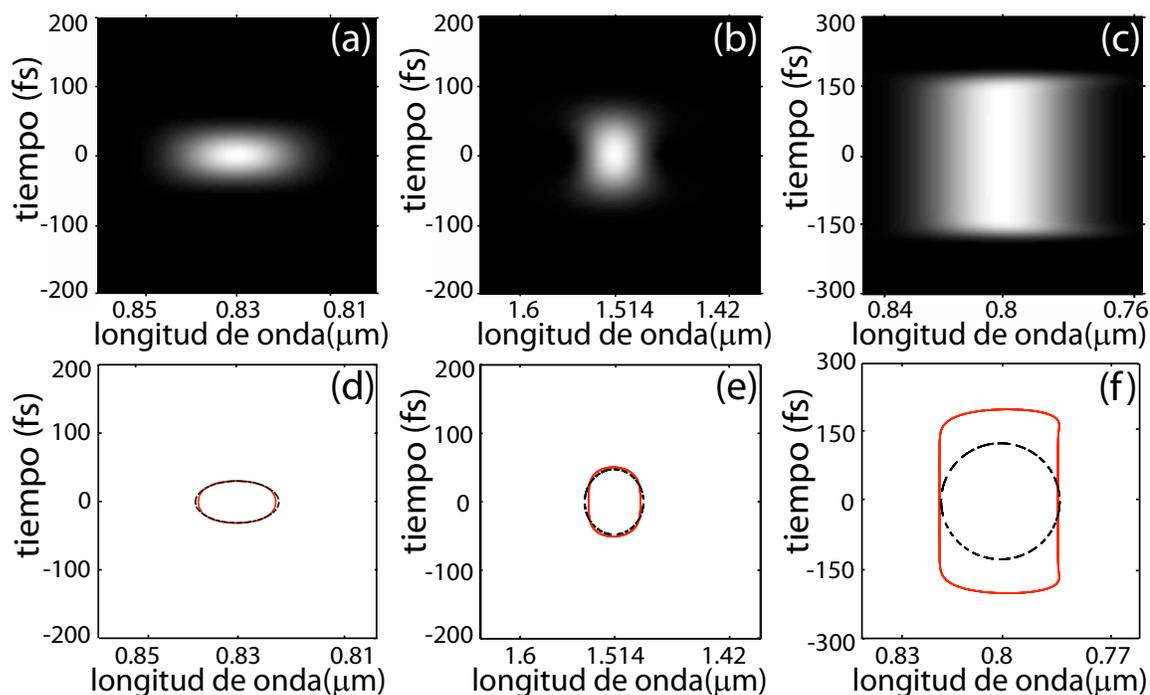


Figura 9. Los paneles (a)-(c) ilustran la CWF obtenida de manera numérica sin aproximaciones para tres fuentes distintas: (a) fuente implementada con un cristal KDP que cumple con la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo. (b) fuente implementada con un cristal de BBO, la cual cumple con la condición de empatamiento simétrico de velocidad de grupo y (c) fuente implementada con un cristal BBO y que no cumple con una condición de velocidad de grupo en particular. Los paneles (d)-(f) ilustra los contornos asociados a la mitad del máximo de las CWF's correspondientes a los paneles (a)-(c), el contorno en línea roja continua corresponde al caso numérico, mientras que la línea negra segmentada corresponde al contorno generado con la expresión analítica (ver Ec.(64)).

Fig. 9(B) ilustra la CWF calculada numéricamente para este caso, suponiendo una duración temporal del pulso de bombeo de $\tau_p = 33.7\text{fs}$ (que corresponde a 15nm de ancho de banda). La duración temporal resultante bajo las aproximaciones implementadas es $\Delta t = \sqrt{2}\tau_p$ (donde $\Delta\omega = 1/\Delta t$), donde el tiempo de correlación es $\tau_c = 67.5\text{fs}$ (este valor es independiente del valor del ancho espectral del pulso de bombeo). De esta manera mientras AGVM produce las duraciones temporales más cortas, involucra distinguibilidad entre fotones señal y acompañante además de tiempos de correlación superiores, comparados con una fuente que cumple con la condición SGVM.

Para comparar con un caso en donde no se cumple con alguna condición de empatamiento de velocidad en particular y por lo tanto la fuente resultante no es útil para generar fotones individuales limitados por la transformada de Fourier, la Fig. 9(C) ilustra la CWF correspondiente a una fuente implementada con un cristal de BBO de 5mm longitud con ángulo de corte de 42.3° para tener empatamiento de fases II, con emisión colineal y degenerada a la longitud de onda de 800nm. La duración temporal obtenida en este caso para el fotón individual anunciado es $\Delta t = 205.7\text{fs}$ mientras que el ancho de banda correspondiente es $\Delta\omega = 50.1\text{THz}$, por lo que el producto $\Delta t\Delta\omega \approx 10.3$. Este valor se encuentra alejado de ser el valor correspondiente al caso limitado por la transformada de Fourier.

Las Figs. 9(D)-(F) muestran los contornos definidos en la mitad del máximo a partir de la CWF correspondiente, estos contornos fueron calculados numéricamente (línea roja continua) y analíticamente mediante la Ec.(64) (línea negra segmentada) para cada una de las Figs. 9(A)-(C). En términos generales, mientras que el ancho de banda del fotón individual calculado tanto numéricamente como analíticamente esencialmente coinciden, el resultado analítico basado en una aproximación gaussiana discrepa del calculado numéricamente sin aproximaciones, debido a la dificultad que representa aproximar la función sinc como una función gaussiana, en donde se pierde la estructura de los lóbulos exteriores de la función

sinc.

También hay que señalar, existen estados de dos fotones en donde la aproximación gaussiana conduce al mismo resultado obtenido sin recurrir a esta aproximación. Esto incluye aquellos estados donde la longitud del cristal ℓ y/o el ancho de banda del pulso de bombeo σ son angostos. El valor máximo para el producto $\ell\sigma$ en el cual se puede usar la aproximación gaussiana, depende de la orientación de la función de empaquetamiento de fases (PMF) en el espacio de frecuencias $\{\omega_i, \omega_s\}$. Por lo tanto, para los casos donde la función PMF está orientada de manera vertical, como es el caso donde se cumple la condición AGVM, la estructura de la función sinc está totalmente contenida por el fotón individual, el cual está trazado por el fotón anunciante de manera que no tiene ningún efecto sobre el paquete de onda del fotón anunciado. Como se puede observar, se tiene buena correspondencia entre los resultados numéricos y analíticos (ver Fig. 9(D)); la pequeña discrepancia es debido a los términos cuadráticos y mayores de dispersión que fueron ignorados en el cálculo analítico. Del mismo modo para el ejemplo donde se cumple con la condición SGVM el cristal es lo suficientemente corto por lo que la concordancia sigue siendo buena aunque la discrepancia es aún más evidente que para el ejemplo con AGVM (ver Fig. 9(E)). Finalmente, para el tercer ejemplo mostrado en donde no se cumple alguna condición de GVM en particular la discrepancia es más que evidente. En el caso analítico y numérico, ambos cálculos predicen que el ancho espectral es $\Delta\omega = 50.1\text{THz}$, pero la duración temporal difiere: $\Delta t_{\text{analítico}} = 127.2\text{fs}$ y $\Delta t_{\text{numérico}} = 205.7\text{fs}$ (ver Fig. 9(F)).

Capítulo IV

Efectos por la propagación en medios dispersivos

Como ya ha sido mencionado los paquetes de onda uni-fotónicos son vulnerables a experimentar ensanchamiento temporal al transitar a través de un medio dispersivo, al igual que pulsos clásicos de luz. En la literatura se han presentado algunos arreglos experimentales donde las propiedades no clásicas de parejas de fotones permiten la cancelación de ciertos efectos dispersivos. En este capítulo se realizará un estudio detallado de los efectos producidos sobre la intensidad temporal conjunta que caracteriza a la pareja de fotones producida por PDC en el dominio temporal cuando cualquiera de las tres ondas involucradas experimentan fases dispersivas. Se prestará especial atención a la posible identificación de regímenes donde los efectos dispersivos son minimizados (Jeronimo-Moreno y U'Ren, 2009).

Como se estudió en el capítulo II, la presencia de dispersión de la velocidad de grupo sobre las tres ondas involucradas se manifiesta a través del siguiente factor de fase, expresado en términos de las “desintonizaciones” $\nu_\mu = \omega_\mu - \omega_{\mu 0}$ (con $\mu = s, i$):

$$D(\nu_i, \nu_s) = e^{i\beta_p(\nu_s + \nu_i)^2} e^{i\beta_i \nu_i^2} e^{i\beta_s \nu_s^2}, \quad (84)$$

donde β_p , β_i y β_s representan los coeficientes de dispersión de la velocidad de grupo correspondientes a los medios dispersivos insertados en la trayectoria del haz de bombeo, del fotón acompañante y del fotón señal respectivamente.

IV.1 Efectos dispersivos sobre el pulso de bombeo

La información perteneciente a la dispersión en el estado de dos fotones, como se puede observar en la ecuación (84), está contenida en los términos correspondientes a la fase. Hay que resaltar que la información concerniente a la fase de propagación por las parejas de fotones señal y acompañante a través del medio dispersivo, es factorizable en contribuciones individuales para el fotón señal y el fotón acompañante y por lo tanto no contribuye al enredamiento cuántico. En contraste, la fase asociada al pulso de bombeo (por ejemplo debido a la transmisión del haz de bombeo a través de un medio dispersivo colocado previo al cristal no lineal), en general no se puede factorizar como producto de funciones individuales dependientes de factores señal y acompañante y por lo tanto contribuye al enredamiento. Esta contribución al enredamiento cuántico producto del ensanchamiento del pulso de bombeo, en el dominio espectral es necesariamente en la forma de enredamiento de fase (Chan y Eberly, 2004), y no tiene efectos sobre la intensidad espectral conjunta. Sin embargo, enredamiento en la fase en el dominio espectral, como se verá a continuación, se traduce en correlaciones en el dominio temporal. Por supuesto, además de dispersión externa, otros parámetros experimentales como son la longitud del cristal no lineal ℓ o el ancho de banda espectral del pulso de bombeo σ pueden tener efectos considerables en el resultado del grado de enredamiento. Estos efectos han sido estudiados por ejemplo en (Grice *et al.*, 2001) y (Mikhailova *et al.*, 2008).

El término de fase debido a la dispersión de velocidad de grupo experimentada por el pulso de bombeo es lineal en la suma de frecuencias $\omega_s + \omega_i$ y en general se manifestará como una elongación de la intensidad temporal conjunta a lo largo de la dirección $t_s + t_i$, cuando se grafica en el espacio de tiempos de emisión $\{t_i, t_s\}$. Ilustramos en la Fig.10 el efecto de dispersión en el pulso de bombeo sobre la intensidad temporal conjunta para el caso donde se tiene una fuente de parejas de fotones factorizable que cumple con la condición de AGVM. La

fuente corresponde a un cristal KDP de 2 cm de longitud con ángulo de corte $\theta = 67.8^\circ$ para obtener empatamiento de fases tipo II con emisión colineal y degenerada centrada a la longitud de onda de 830 nm. En el panel (a) se observa la JTI que corresponde al caso sin dispersión en el pulso de bombeo, $\beta_p = 0$. Al incrementar el valor de la dispersión que actúa sobre el pulso de bombeo a $\beta_p = 2.07 \times 10^{-26} s^2$, se observa un ensanchamiento temporal de la JTI en la dirección $t_i + t_s$. Al incrementar aún más el valor de dispersión del pulso de bombeo a $\beta_p = 1.01 \times 10^{-25} s^2$, se observa un ensanchamiento mayor de la JTI. Es evidente entonces

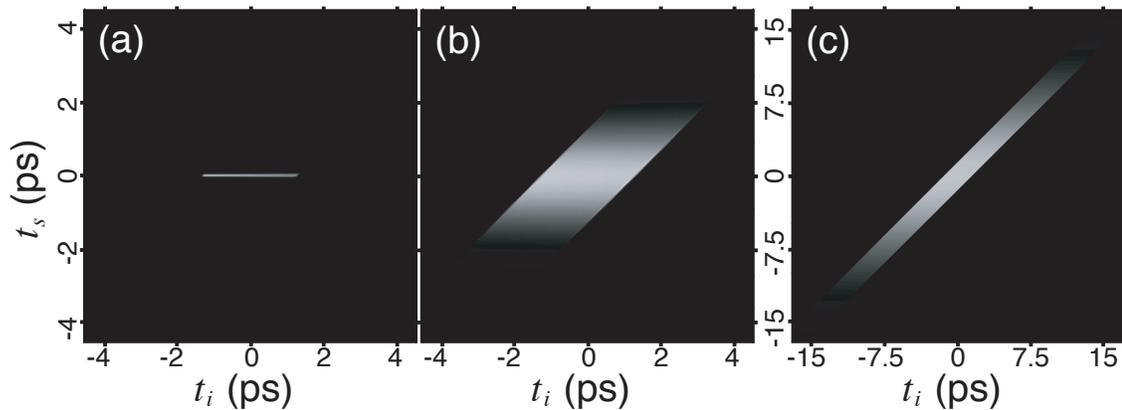


Figura 10. Intensidades temporales conjuntas para distintos valores de dispersión de velocidad de grupo que experimenta el pulso de bombeo. Panel (a) corresponde al caso donde no hay dispersión en el pulso de bombeo ($\beta_p = 0$). (b) ilustra la intensidad temporal conjunta para $\beta_p = 2.07 \times 10^{-26} s^2$ y (c) el nivel de dispersión del pulso de bombeo es $\beta_p = 1.01 \times 10^{-25} s^2$.

que la dispersión de velocidad de grupo que experimenta el pulso de bombeo, incrementa las correlaciones en la JTI, haciéndose éstas más pronunciadas. Así, si el estado de dos fotones es factorizable en ausencia de dispersión, al introducir un nivel de dispersión en el pulso de bombeo (antes de atravesar el cristal no lineal), es posible generar parejas de fotones con un grado de enredamiento arbitrario. Para ilustrar el comportamiento anterior, la Fig.11(a) muestra para la misma fuente descrita anteriormente, el número de Schmidt calculado de manera numérica como función de la dispersión en el pulso de bombeo β_p y se ha supuesto ausencia de dispersión en la pareja de fotones ($\beta_s = \beta_i = 0$).

Como se puede observar en la curva del número de Schmidt, ésta crece de manera monótona conforme la dispersión en el pulso de bombeo β_p se incrementa. Los puntos denotados con etiquetas a-c, corresponden al mismo valor de dispersión en el pulso de bombeo con que fueron obtenidas las intensidades temporales conjuntas en los paneles (a)-(c) de la Fig.10. La línea horizontal segmentada en azul corresponde al caso factorizable (sin dispersión externa $\beta_p = 0$), el cual corresponde a un valor del número de Schmidt $K = 1$. De esta manera podemos concluir que la dispersión en el pulso de bombeo puede ser una herramienta efectiva para controlar el grado del enredamiento de una fuente de parejas de fotones PDC.

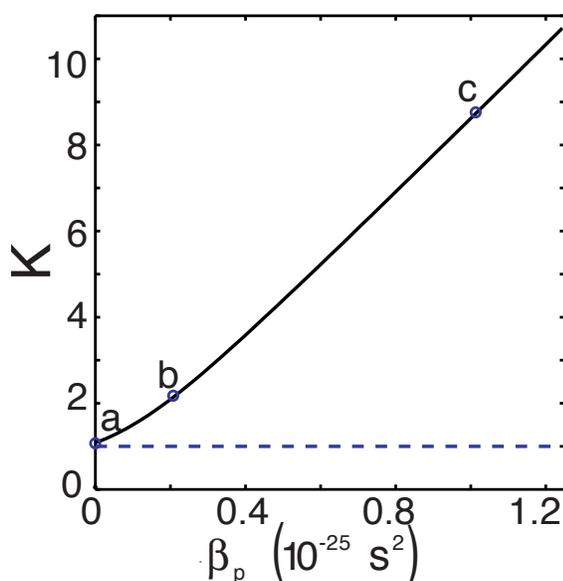


Figura 11. Comportamiento del número de Schmidt, el cual cuantifica el enredamiento cuántico, en función de la dispersión de velocidad de grupo en el pulso de bombeo β_p .

Como ya ha sido estudiado en la sección III.1, un montaje experimental útil para cuantificar el grado de enredamiento cuántico es mediante el arreglo del interferómetro de Hong-Ou-Mandel. A continuación estudiaremos los efectos producidos al introducir dispersión de velocidad de grupo al pulso de bombeo, en el marco del interferómetro de Hong-Ou-Mandel.

Llevando a cabo la integral definida para calcular la visibilidad Ec.(45) donde la amplitud

espectral conjunta está definida por la Ec.(34), la expresión para calcular la visibilidad para el caso en que se tienen efectos dispersivos externos actuando en los tres campos es:

$$V = \left(\frac{T_{ii,R}^2 T_{ss,R}^2 - (T_{si,R}^2)^2}{(T_{si,I}^2)^2 + T_{ii,R}^2 T_{ss,R}^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (85)$$

y el ancho temporal de $\Delta\tau$ es:

$$\Delta\tau^2 = 4 \frac{(T_{si,I}^2)^2 + T_{ii,R}^2 T_{ss,R}^2}{T_{ii,R}^2}. \quad (86)$$

A diferencia de las expresiones presentadas en las Ecs.(49) y (50), que corresponden al caso sin dispersión externa, las ecuaciones (85) y (86) incluyen el término correspondiente a la dispersión externa $T_{si,I}$. Así, la curva de interferencia obtenida alcanza el valor máximo (la unidad) si el término mixto T_{si}^2 que es el responsable del enredamiento espectral, se anula (este caso corresponde a la ausencia de dispersión externa). También debemos resaltar que el perfil de la curva de interferencia (visibilidad y el ancho temporal), exhibe dependencia sólo del término de la dispersión experimentada por el pulso de bombeo y es independiente de la dispersión experimentada por los fotones señal y acompañante después de que emergen del cristal. Esto es de esperarse ya que el perfil de la curva de interferencia está asociado con el grado de enredamiento presente, el cual no puede cambiar por propagación sin pérdidas, una vez que la pareja de fotones emergen del cristal no lineal.

En la Fig.12 se ilustra la curva de HOMI para cuatro valores distintos de dispersión de velocidad de grupo asociado al pulso de bombeo. Mientras que las curvas de interferencia mostradas en Fig. 12(a) fueron calculadas de manera numérica a partir de la amplitud espectral conjunta completa (mediante la expresión para la JSA en la Ec.(34) y la Ec.(44)), en la figura Fig. 12(b) las curvas fueron calculadas a través de las expresiones analíticas dadas por la Ec.(48) y Ecs.(85)-(86). Las curvas en cada panel corresponden a los siguientes niveles de dispersión de velocidad de grupo que experimenta el pulso de bombeo: i) La curva en rojo

con marcas cuadradas corresponde a $\beta_p = 0$, ii) la curva segmentada en verde corresponde a un valor de $\beta_p = 1.19 \times 10^{-26} \text{ s}^2$ iii) la curva en azul con marcas triangulares apuntando hacia arriba representa una dispersión de velocidad de grupo de $\beta_p = 2.39 \times 10^{-26} \text{ s}^2$, iv) la curva en naranja con marcas circulares corresponde un valor de $\beta_p = 3.58 \times 10^{-26} \text{ s}^2$ y por último la curva en violeta con marcas triangulares apuntando hacia abajo corresponde a $\beta_p = 4.77 \times 10^{-26} \text{ s}^2$.

Como era de esperarse, valores mayores de dispersión de velocidad de grupo para el pulso de bombeo, corresponde a valores de visibilidad más bajas, lo cual refleja el aumento del grado de enredamiento en el estado de dos fotones debido a la dispersión experimentada por el pulso de bombeo.

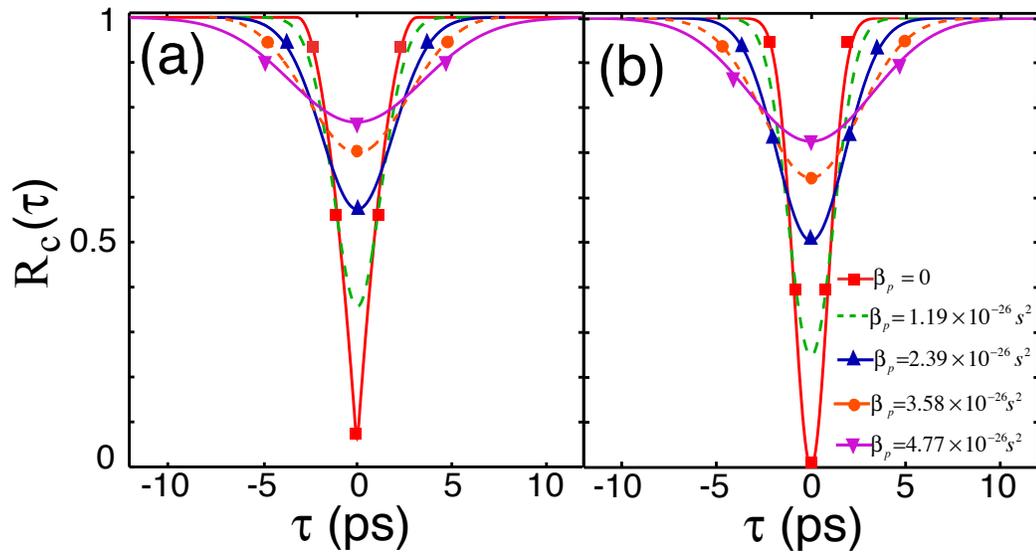


Figura 12. Curvas de interferencia obtenidas en un interferómetro de Hong-Ou-Mandel donde interfieren fotones individuales provenientes de dos fuentes similares. Las curvas en (a) fueron obtenidas mediante la Ec.(44) de manera numérica sin recurrir a aproximaciones. Las curvas en (b) fueron obtenidas de manera analítica mediante las expresiones definidas en la Ec.(48), Ec.(85) y Ec.(86).

Ahora estudiaremos los efectos de la dispersión externa en el marco de la función cronocíclica de Wigner (en la sección III.2 se analizó el caso sin dispersión $\beta_s = \beta_i = \beta_p = 0$). Partiendo

de la expresión para la amplitud espectral conjunta (Ec.(34)) y suponiendo que la eficiencia de detección del fotón acompañante tiene un perfil espectral gaussiano $g(\nu) = \exp[-\nu^2/\sigma_g^2]$ (centrado en $\omega = \omega_c$ y con ancho de banda σ_g), al resolver la integral en la Ec.(59), se obtiene que la expresión para la función cronocíclica de Wigner se puede escribir como:

$$W_s(\nu, t) = \frac{\sqrt{4 - \Gamma^2 \Delta t^2 \Delta \omega^2}}{2\pi \Delta t \Delta \omega} \exp\left[-\frac{\nu^2}{\Delta \omega^2}\right] \exp\left[-\frac{t^2}{\Delta t^2}\right] \exp[\Gamma \nu t], \quad (87)$$

en términos del coeficiente de Γ , de la duración temporal Δt y del ancho espectral $\Delta \omega$:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2T_2^2}{T_1^2} \\ \Delta t^2 &= T_1^2 \\ \Delta \omega^2 &= \frac{T_1^2}{T_2^4 + T_1^2 T_3^2}, \end{aligned} \quad (88)$$

las cuales han sido expresadas en términos de las siguiente definiciones:

$$\begin{aligned} T_1^2 &= \frac{2}{\hat{T}_{ii,R}^2} (T_{ss,R}^2 \hat{T}_{ii,R}^2 + (T_{si,I}^2)^2) \\ T_2^2 &= \frac{2}{\hat{T}_{ii,R}^2} (T_{ss,I}^2 \hat{T}_{ii,R}^2 - T_{si,R}^2 T_{si,I}^2) \\ T_3^2 &= \frac{2}{\hat{T}_{ii,R}^2} (T_{ss,R}^2 \hat{T}_{ii,R}^2 - (T_{si,R}^2)^2). \end{aligned} \quad (89)$$

Donde los parámetros T_{ss} , T_{ii} y T_{si} están definidos en la Ec.(35) y \hat{T}_{ii} en la Ec.(70). Hay que recalcar que en ausencia de dispersión externa, i.e. si $\beta_s = \beta_i = \beta_p = 0$, T_1^2 se reduce a $T_1^2 = 2T_{ss,R}^2$, y $T_2^2 = 0$; mientras tanto el término T_3^2 se mantiene sin cambios por la presencia o ausencia de dispersión externa. Esto implica que de acuerdo con la Ec.(89), en ausencia de dispersión externa, el término Γ se anula y en ese caso se recupera la expresión para la función cronocíclica de Wigner definida en la Ec.(64). El efecto de este término mixto que aparece debido a la dispersión, es que la función cronocíclica de Wigner adquiere una orientación no paralela a los ejes ω o t de forma tal que la distribución marginal espectral permanece inalterada mientras que la distribución marginal temporal se ensancha. Para observar lo anterior,

a continuación se derivarán las expresiones para las distribuciones marginales. El perfil de la intensidad espectral para el fotón individual anunciado es:

$$I_\nu(\nu) = \int dt W_s(\nu, t) = \left(\frac{4 - \Gamma^2 \Delta t^2 \Delta \omega^2}{4\pi \Delta \omega^2} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{\nu^2}{\Delta \omega_M^2} \right],$$

en términos del ancho espectral del fotón individual $\Delta \omega_M$:

$$\Delta \omega_M^2 = \frac{1}{T_3^2}. \quad (90)$$

El perfil de intensidad temporal del fotón individual está dado por:

$$I_t(t) = \int d\nu W_s(\nu, t) = \left(\frac{4 - \Gamma^2 \Delta t^2 \Delta \omega^2}{4\pi \Delta t^2} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{t^2}{\Delta t_M^2} \right], \quad (91)$$

en términos del ancho temporal del fotón individual:

$$\Delta t_M^2 = T_1^2 + \frac{T_2^4}{T_3^2}. \quad (92)$$

Como es de esperarse, mientras que el ancho espectral del fotón individual $\Delta \omega_M$ no exhibe dependencia de los términos de dispersión externa (es decir no aparece una dependencia de términos $T_{\lambda\mu,I}^2$), en general la duración temporal del fotón individual Δt_M es ensanchada debido a la dispersión. Para entender este ensanchamiento, es conveniente escribir la duración temporal como $\Delta t_M^2 = \Delta t_0^2 + \Delta$ donde $\Delta t_0^2 = 2T_{ss,R}^2$ representa la duración temporal del fotón individual para el caso sin dispersión. Podemos expresar Δ como:

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{T_{ii,R}^2 (T_{ss,I}^2)^2 + T_{ss,R}^2 (T_{si,I}^2)^2 - 2T_{si,R}^2 T_{ss,I}^2 T_{si,I}^2}{T_{ss,R}^2 T_{ii,R}^2 - (T_{si,R}^2)^2}. \quad (93)$$

Reescribiendo la expresión anterior en términos del coeficiente Ξ (ver Ec.(40)) y utilizando que: i) Ξ está limitado en el rango $-1 \leq \Xi \leq 1$ y ii) la desigualdad $x^2 + y^2 - 2xy\xi \geq 0$, válida para todo x, y con $-1 \leq \xi \leq 1$, se puede observar fácilmente que $\Delta \geq 0$, por lo tanto Δt_0 representa la duración temporal mínima para el fotón individual anunciado. En otras palabras, como es de esperarse, la duración temporal más corta ocurre cuando no se tiene dispersión externa actuando en ninguno de los tres campos involucrados.

Para ilustrar los efectos de la dispersión en el pulso de bombeo y en la pareja de fotones al determinar las propiedades temporales y espectrales del fotón individual anunciado en la Fig.13 se muestran las funciones cronocíclicas de Wigner obtenidas para distintos regímenes de dispersión, para una fuente en un cristal KDP de 2 cm de longitud, con empatamiento de fases tipo II con emisión colineal y degenerada centrada a 830 nm. Las figuras principales han sido obtenidas de manera numérica sin recurrir a aproximaciones (ver Ec.(21) y Ec.(59)), mientras que las figuras en cada uno de los recuadros fueron calculadas a través de la expresión analítica (ver Ec.(87)). Como se puede observar entre ambos cálculos, numéricos y analíticos existe una excelente correspondencia. Para la gráfica del panel (a) no se ha considerado dispersión externa, es decir $\beta_s = \beta_i = \beta_p = 0$. Mientras que en los paneles (b)-(d) se ha supuesto un valor fijo para la dispersión del pulso de bombeo $\beta_p = -4.77 \times 10^{-26} s^2$ y se varió la dispersión que experimenta la pareja de fotones de la siguiente manera: en el panel (b) $\beta_s = \beta_i = 0$, en el panel (c) $\beta_s = \beta_i = -\beta_p$ y en el panel (d) $\beta_s = \beta_i = -2\beta_p$.

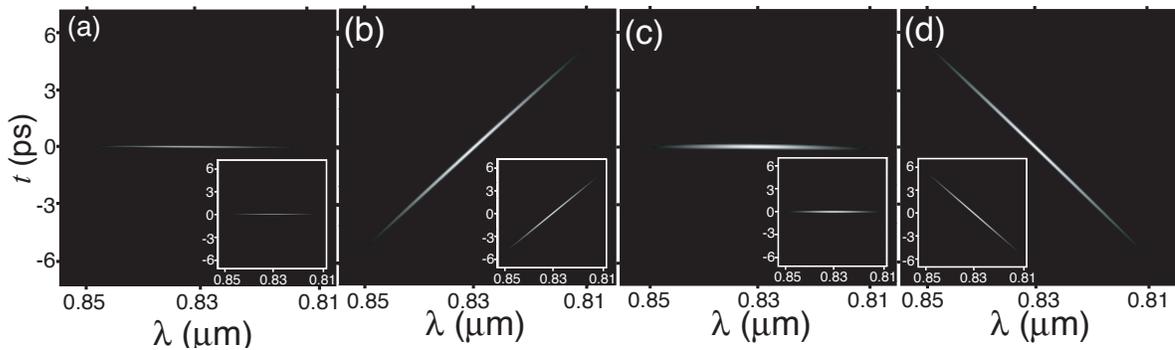


Figura 13. Funciones cronocíclicas de Wigner correspondientes a una fuente factorizable con elongación espectral para distintas configuraciones de dispersión experimentada por los tres campos involucrados. Las gráficas principales fueron calculadas de manera numérica sin aproximaciones, mientras que las gráficas en los recuadros fueron obtenidas mediante la expresión analítica. El panel (a) corresponde al caso sin dispersión externa $\beta_s = \beta_i = \beta_p = 0$, mientras que en los paneles (b)-(d) se ha fijado el valor de dispersión del pulso de bombeo $\beta_p = -4.77 \times 10^{-26} s^2$ y se ha variado la dispersión que experimentan la pareja de fotones, en (b) $\beta_s = \beta_i = 0$, en el panel (c) $\beta_s = \beta_i = -\beta_p$ y en el panel (d) $\beta_s = \beta_i = -2\beta_p$.

Como ya fué mencionado, los efectos de la dispersión externa llevan a una rotación de la función cronocíclica de Wigner de tal manera que el ancho espectral se mantiene constante mientras que la duración temporal varía. Hacemos notar que para el caso $\beta_s = \beta_i = -\beta_p$ (panel (c)), la estructura de la CWF esencialmente se recupera al caso sin dispersión (comparar con el panel (a)), es decir se suprimen los efectos dispersivos externos. En la siguiente sección analizaremos este caso.

IV.2 Supresión de efectos dispersivos

Otro de los efectos interesantes que se observa en una fuente factorizable con alto grado elongación que cumple con la condición de AGVM, es la supresión de efectos dispersivos. Como ya ha sido discutido en (U'Ren *et al.*, 2005b), en el límite ideal para el estado factorizable con alto grado de elongación donde uno de los fotones (por ejemplo el fotón señal) es monocromático, la amplitud espectral conjunta puede ser expresada como $f(\nu_i, \nu_s) = \delta(\nu_s)I(\nu_i)$. En este caso ideal, podemos escribir la amplitud espectral conjunta bajo efectos de dispersión externa como:

$$\begin{aligned} f(\nu_i, \nu_s) &= \delta(\nu_s)I(\nu_i) \exp[i(\beta_p + \beta_s)\nu_s^2] \exp[i(\beta_p + \beta_i)\nu_i^2] \exp[i2\beta_p\nu_s\nu_i] \\ &= \delta(\nu_s)I(\nu_i) \exp[i(\beta_p + \beta_s)\nu_s^2]. \end{aligned} \quad (94)$$

En la expresión anterior se incluye el término de fase debido a la dispersión de velocidad de grupo que experimentan los tres campos y el cual no es factorizable en contribuciones individuales funcionales del fotón señal y acompañante. El efecto de este término de fase, que depende del término mixto $\nu_s\nu_i$ y el cual está controlado por el término de dispersión de velocidad de grupo asociado al pulso de bombeo β_p , puede llegar a ser suprimido en el caso límite donde uno de los dos fotones emitidos es monocromático, ya que para que los efectos dispersivos se hagan presentes, fundamentalmente requieren de un ancho de banda, como

puede observarse en la ecuación anterior, en la cual el modo señal experimenta los efectos dispersivos asociados al pulso de bombeo (β_p) y al mismo fotón señal (β_s).

También podemos observar de la Ec.(94), que si la dispersión que experimenta el pulso de bombeo se compensa con la dispersión que experimentan la pareja de fotones por un valor igual, pero de signo contrario, el estado de dos fotones no es afectado por la presencia de dispersión externa, ya que en este caso los términos de fase no están presentes o no producen un efecto en el estado de dos fotones.

A fin de estudiar los efectos dispersivos en un estado realista, donde el fotón acompañante tiene un ancho de banda angosto (aunque no cero), usaremos las expresiones basada en la aproximación lineal de la dispersión y en la aproximación gaussiana. Empezaremos el análisis escribiendo la amplitud espectral conjunta en términos de desintonizaciones adimensionales definidas como $n_\mu = (T_{\mu\mu,R}^2)^{\frac{1}{2}} \nu_\mu$ (con $\mu = s, i$):

$$f_n(n_i, n_s) = N_\omega \exp \left[-n_s^2 - n_i^2 - 2\Xi n_s n_i - i \frac{T_{ss,I}^2}{T_{ss,R}^2} n_s^2 - i \frac{T_{ii,I}^2}{T_{ii,R}^2} n_i^2 - 2i \frac{T_{si,I}^2}{(T_{ss,R}^2 T_{ii,R}^2)^{\frac{1}{2}}} n_s n_i \right], \quad (95)$$

donde Ξ es el coeficiente de correlación el cual se encuentra definido por la Ec.(40).

Para que el estado de dos fotones sea factorizable, los dos términos mixtos (uno real y otro imaginario) proporcionales a $n_s n_i$ deben anularse. En ausencia de dispersión externa, el estado de dos fotones factorizable y asimétrico puede ser obtenido si se cumple con: i) con la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo ($\tau_s = 0$) y ii) se tiene un cristal largo, aunado con un pulso de bombeo con un ancho de banda considerable, de manera que se cumpla $|\sigma\tau_i| \gg 1$. Bajo estas condiciones, las partes reales de los coeficientes T's que

definen la JSA (ver Ec.(35)) pueden ser expresadas como:

$$T_{ii,R}^2 = \gamma\tau_i^2/4, \quad (96)$$

$$T_{ss,R}^2 = 1/\sigma^2, \quad (97)$$

$$T_{si,R}^2 = 1/\sigma^2. \quad (98)$$

Así el coeficiente de correlación es $\Xi = 2/(\sqrt{\gamma}\sigma\tau_i)$ (ver Ec.(40)), el cual se anula para las condiciones que definen el estado que cumple con las dos condiciones descritas arriba. El coeficiente que define el término mixto puede ser escrito como $(2\sigma^2\beta_p)/(\sqrt{\gamma}\sigma\tau_i)$. Así, el estado que cumple con la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo es factorizable en presencia de dispersión en el pulso de bombeo si además de cumplir con $|\sigma\tau_i| \gg 1$, la condición $|\sigma\tau_i| \gg |\sigma^2\beta_p|$ también se satisface. Esta última condición indica que si el término adimensional del desempatamiento de velocidad de grupo $\sigma\tau_i$ es muy superior al término adimensional de la dispersión en el pulso de bombeo $\sigma^2\beta_p$, el estado de dos fotones permanece factorizable aún con la presencia de dispersión en el pulso de bombeo. Es claro que para un coeficiente grande de τ_i (el cual es proporcional a la longitud del cristal no lineal), un pulso de bombeo ensanchado debido a efectos de dispersión puede estar presente, manteniéndose la factorabilidad del estado de parejas de fotones. También hay que tener en cuenta que esta “inmunidad” para pulsos de bombeo con dispersión se debilita para valores grandes de anchos de banda de bombeo σ . Los estados factorizables con alto grado de elongación, para los cuales se presentan efectos de supresión de dispersión externa, pueden resultar atractivos para implementaciones prácticas de protocolos de procesamiento de información cuántica, (ya que en la mayoría de situaciones realistas la dispersión en el haz de bombeo se encuentra presente, la cual bajo condiciones típicas puede suprimir la característica de factorabilidad del estado).

Recordando que $T_{ss,I}^2 = -(\beta_p + \beta_s)$ (y existe un término similar correspondiente al fotón acompañante), podemos observar de la Ec.(94) que si $-\beta_p = \beta_s = \beta_i$, y de forma com-

plementaria se cumple con las condiciones descritas en el párrafo anterior ($|\sigma\tau_i| \gg 1$ y $|\sigma\tau_i| \gg |\sigma^2\beta_p|$), se tendrá que el estado de dos fotones se vuelve completamente inmune a los efectos de la dispersión externa. En particular, la duración temporal del fotón señal en presencia de dispersión externa se vuelve idéntica a la correspondiente duración temporal en el caso sin dispersión externa. Para aclarar el punto anterior, es claro de la Ec.(35) que si $\beta_p = -\beta_s$ lo cual implica que $T_{ss,I}^2 = 0$, entonces la Ec.(93), se reduce a:

$$\Delta/\beta_p = (\sigma^2\beta_p)/(\gamma\sigma^2\tau_i^2/4 - 1). \quad (99)$$

Entonces si $|\sigma\tau_i| \gg 1$ y $|\sigma^2\beta_p| \ll |\sigma\tau_i|$ (que son las condiciones discutidas en los renglones del párrafo anterior), se tiene que $\Delta \rightarrow 0$ y por lo tanto la duración temporal del fotón señal se reduce al valor que se obtiene en ausencia de dispersión externa.

Para ilustrar el efecto de supresión de efectos dispersivos externos, se ha considerado una fuente implementada con un cristal de KDP similar a la asumida para las Figs. 2(a) y (b), en la cual se cumple con la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo. En la Fig.14(a), se ilustra la duración temporal Δt_M correspondiente al fotón señal, la cual es graficada en función de la distancia de propagación de los fotones en un medio dispersivo (por lo tanto se tendrán distintos valores de dispersión que experimentarán los fotones. En este caso se ha supuesto una fibra de sílice). La línea segmentada en azul indica la duración temporal esperada sin dispersión externa ($\beta = \beta_s = \beta_i = \beta_p = 0$). Es claro que existe un valor específico de distancia de propagación, z_{min} , el cual corresponderá a la condición de empatamiento de dispersión $\beta = \beta_s = \beta_i = -\beta_p$, bajo la cual se alcanza el valor mínimo de la duración temporal. En la Fig.14(b) se muestra un acercamiento de la gráfica en el panel (a), en la región en donde la duración temporal alcanza su valor mínimo. Para esta fuente, se cumple la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo, es decir $\tau_s = 0$, mientras que $|\sigma\tau_i| = 1.34 \times 10^2$, valor que se puede considerar cumple con la condición $|\sigma\tau_i| \gg 1$. Las cantidades $|\sigma^2\beta_p|$ y $|\sigma\tau_i|$ son del mismo orden, por lo tanto la condición

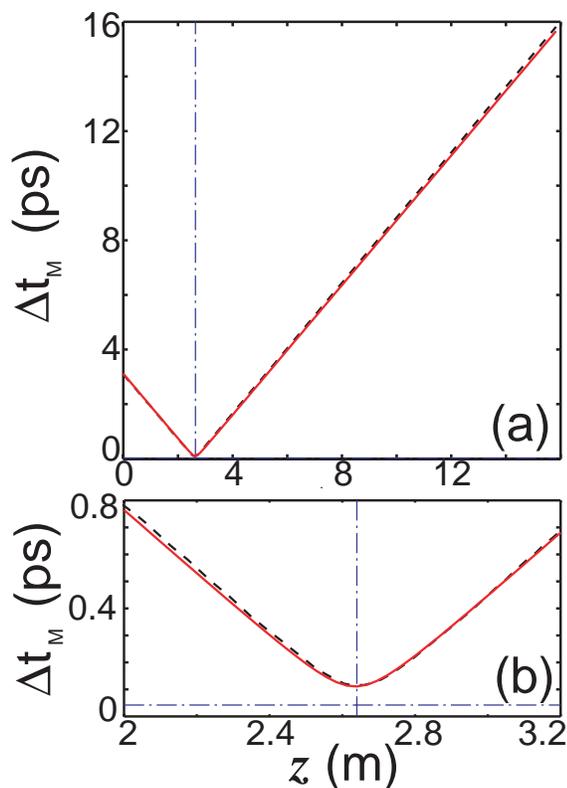


Figura 14. (a) Duración temporal del fotón individual anunciado en función de la distancia de propagación en el medio dispersivo. La línea segmentada negra ha sido calculada de manera numérica la línea roja ha sido calculada con la expresión analítica (ver Ec.(92)). En esta gráfica se ha supuesto un valor de dispersión en el pulso de bombeo $\beta_p = -4.77 \times 10^{-26} s^2$. Hay que resaltar que la duración temporal tiene un valor mínimo para una distancia en donde se cumple con $\beta = -\beta_p$. La línea azul segmentada representa la duración temporal mínima cuando no se tiene dispersión externa ($\beta_p = \beta = 0$). (b) Acercamiento de la gráfica en el panel (a) en la región del mínimo.

$|\sigma^2 \beta_p| \ll |\sigma \tau_i|$ no se cumple, con la implicación de que la duración temporal mínima es mayor a la duración temporal sin dispersión. Para que estas dos últimas duraciones coincidan se requerirá de un cristal con mayor longitud o una menor dispersión en el pulso de bombeo. Para un valor menor de dispersión en el pulso de bombeo o una longitud mayor del cristal no lineal, la duración temporal mínima se puede acercar al valor ideal adquirido sin dispersión.

IV.3 Fenómeno de migración del enredamiento

Ahora exploraremos las características del enredamiento del estados de dos fotones debido a la propagación de la pareja de fotones a través de un medio dispersivo, como por ejemplo puede ser una fibra, la cual supondremos no birrefringente de manera que los fotones con polarización ortogonal experimenten la misma dispersión.

El estado de dos fotones previo a que inicien su propagación a lo largo de una distancia z en un medio con dispersión cuadrática (i.e. ignorando ordenes superiores de dispersión) se puede escribir como:

$$|\Psi(z)\rangle = |\text{vac}\rangle + \eta \int d\nu_s \int d\nu_i f(\nu_i, \nu_s; z) |\nu_s\rangle |\nu_i\rangle, \quad (100)$$

donde z representa la distancia de propagación, escrita en términos de la amplitud espectral conjunta

$$f(\nu_i, \nu_s; z) = f(\nu_i, \nu_s; 0) e^{iBz(\nu_i^2 + \nu_s^2)}. \quad (101)$$

En la Ec.(101), $f(\nu_i, \nu_s; 0)$ es la amplitud espectral conjunta previa a la propagación de los fotones señal y acompañante a través del medio dispersivo, la cual está dada por la Ec.(34); B es el parámetro de dispersión de velocidad de grupo definido como $B = \kappa''/2$ donde κ representa el vector de onda que caracteriza el medio dispersivo por el que se propaga la pareja de fotones. La amplitud espectral conjunta $f(\nu_i, \nu_s; 0)$ incluye cualquier fase dispersiva asociada con el pulso de bombeo.

Mientras que el grado de enredamiento permanece constante durante la propagación del fotón señal y acompañante a través del medio dispersivo, veremos que el enredamiento asociado al módulo de la amplitud conjunta (es decir, ignorando cualquier fase de enredamiento), cuando es calculado en el dominio temporal, puede variar drásticamente durante la propagación. Lo anterior significa que podemos considerar que el enredamiento reside tanto en el módulo como en la fase de la amplitud temporal conjunta y la forma en que éste se dis-

tribuye entre el módulo y la fase depende de la distancia de propagación z de los fotones. A este comportamiento le llamamos migración del enredamiento espectral; existe un efecto correspondiente que ocurre en el dominio espacial para propagación en el espacio libre (Chan *et al.*, 2007).

En el análisis que se presenta nos concentraremos solamente en el módulo de la amplitud conjunta, es decir, despreciaremos el efecto debido a la fases que contribuyen al enredamiento. Para esto, suponemos un estado cuya amplitud conjunta está dada por el módulo de la amplitud conjunta del estado físico. En el caso en que no exista enredamiento asociado a la fase, el grado de enredamiento del estado reducido considerado aquí coincide con el grado de enredamiento del estado físico. Hacemos notar que el espectro conjunto obtenido a través de mediciones espectrográficas insensitivos a la fase e.g. (Kim y Grice, 2005; Poh *et al.*, 2007) corresponde al estado reducido considerado aquí. Realizando la descomposición de Schmidt del estado de dos fotones reducido, el cual corresponde al estado cuya amplitud conjunta está dado por el módulo de la amplitud conjunta del estado físico, para diferentes longitudes de propagación, es posible monitorear directamente el grado de enredamiento que reside en el módulo. Haremos referencia al valor del número de Schmidt calculado a través del módulo de la amplitud espectral en el dominio espectral como $K_{m,S}$, mientras que en el dominio temporal será $K_{m,T}$.

Dado que el número de Schmidt cuantifica el grado de enredamiento del estado, no importa donde se calculó, si en el dominio espectral o en el dominio temporal, el valor obtenido deberá ser el mismo. Sin embargo, lo anterior no es necesariamente cierto para el valor del número de Schmidt calculado a través del módulo, donde en general, $K_{m,S} \neq K_{m,T}$. Debido a que la intensidad espectral conjunta es insensitiva a dispersión, el valor correspondiente de $K_{m,S}$ permanece constante con respecto a la distancia de propagación z de la pareja de fotones, lo cual no sucede en el dominio temporal donde $K_{m,T}$ si presenta una dependencia con

la distancia de propagación.

Es posible realizar la descomposición de Schmidt del estado de dos fotones de manera analítica si escribimos la amplitud espectral conjunta en términos de una función gaussiana en la forma:

$$\exp[-(Ax^2 + By^2 + Cxy)], \quad (102)$$

donde x, y son variables y A, B, C son parámetros. En este caso, las eigenfunciones de Schmidt están dadas en términos de funciones Gauss-Hermite (U'Ren *et al.*, 2003; Starikov y Wolf, 1982), mientras que los eigenvalores están definidos como:

$$\lambda_n = (1 - \mu^2)\mu^{2n}, \quad (103)$$

caracterizados por el parámetro μ . Calculando la descomposición de Schmidt en el dominio temporal obtenemos que el parámetro μ es:

$$\mu_t = \frac{(\Omega_{i,R}^2 \Omega_{s,R}^2)^{1/2} - (\Omega_{i,R}^2 \Omega_{s,R}^2 - (\Omega_{si,R}^2)^2)^{1/2}}{\Omega_{si,R}^2}, \quad (104)$$

donde se obtiene que el número de Schmidt reducido (calculado para el dominio temporal) está dado como:

$$K_{m,T} = \frac{1 + \mu_t^2}{1 - \mu_t^2}. \quad (105)$$

Para ilustrar el fenómeno de migración de enredamiento, consideraremos el estado factorizable (en ausencia de dispersión externa) que cumple con la condición de GVM asimétrico. En la Fig.15 se muestra la dependencia del número de Schmidt reducido $K_{m,T}$ calculado a través de la Ec.(105) para fotones que se propagan a través de una fibra (de material sílice) a lo largo de una distancia z . Se ha supuesto una dispersión de velocidad de grupo asociada al bombeo de $\beta_p = -4.77 \times 10^{-26} s^2$. Nótese que para el caso en que el haz de bombeo no experimente dispersión de velocidad de grupo ($\beta_p = 0$), no se tendrá enredamiento, por lo tanto, $K_{m,T}$ permanece constante e igual a la unidad. También hay que observar que el número de Schmidt “total” K se mantiene constante durante la propagación.

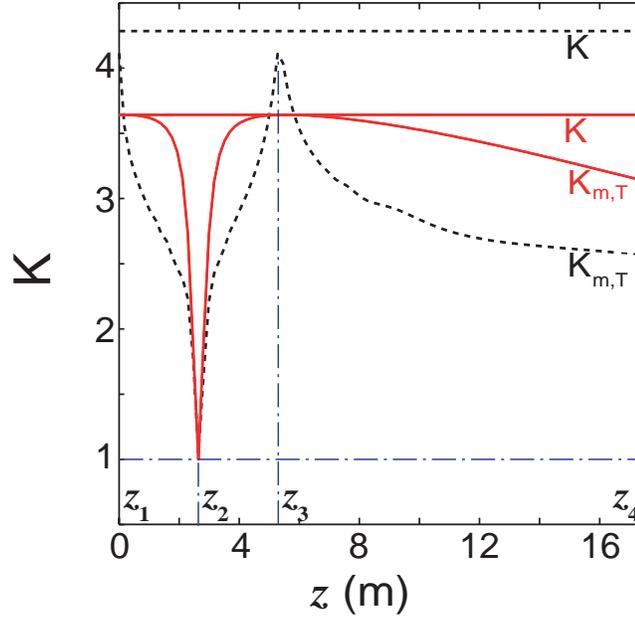


Figura 15. Evolución del número de Schmidt K y el número de Schmidt reducido $K_{m,T}$ al propagarse z pareja de fotones a lo largo de un medio dispersivo una distancia z . Se ilustran curvas calculadas de manera numérica (líneas negras segmentadas) y de manera analítica (líneas rojas continuas). El valor mínimo posible $K = 1$ se indica con la línea segmentada azul. Mientras K permanece constante con la propagación, $K_{m,T}$ cambia mostrando una estructura. El fenómeno ilustrado muestra que el enredamiento migra del módulo de la amplitud temporal conjunta (en $z = z_1$), a la fase (en $z = z_2$), para después regresar al módulo (en $z = z_3$) y regresar de manera gradual a la fase (para valores largos de z).

De la figura 15 observamos que existe una distancia de propagación $z = z_{min}$, para la cual el número de Schmidt reducido $K_{m,T}$ alcanza su valor mínimo (la unidad). Nótese que para este valor de longitud z_{min} se empatan los valores de dispersión externa asociados al pulso de bombeo y a la pareja de fotones, es decir, $-\beta_p = \beta_s = \beta_i$. En la figura 15 se presentan las siguientes curvas: i) La línea roja continua corresponde a $K_{m,T}$ derivado de la expresión analítica Ec.(105) y ii) la curva negra segmentada que corresponde al mismo valor de $K_{m,T}$ obtenida de manera numérica sin recurrir a aproximaciones.

Tanto la curva obtenida con el cálculo analítico como la obtenida numéricamente muestran un comportamiento similar de $K_{m,T}(z)$, una caída del enredamiento entre $z = 0$ y $z =$

z_{min} (distancia en donde se cumple con $\beta = -\beta_p$) donde se alcanza el valor mínimo que corresponde prácticamente a la unidad, para después subir marcadamente y en $z = z_3$ se alcanza un valor similar al valor obtenido para $z = 0$, para después continuar decayendo de manera gradual para distancias propagación mayor.

De esta manera en el dominio temporal, conforme la pareja de fotones se propaga a través de la fibra, el enredamiento migra del módulo a la fase para posteriormente residir en el módulo y volver a migrar de manera gradual a la fase.

En el punto donde la distancia de propagación corresponde a esa en la que la dispersión que experimentan los fotones y el pulso de bombeo es igual, $z = z_{min}$, $K_{m,T}$ implica que en el dominio temporal el enredamiento reside en su totalidad en la fase, mientras que en el dominio espectral, para esta fuente, el enredamiento reside en su totalidad en la fase para cualquier distancia de propagación. Es interesante notar que en el punto que corresponde a $z = z_{min}$, el enredamiento reside completamente en la fase para ambos dominios espectral y temporal.

Capítulo V

El proceso de conversión paramétrica descendente en el interior de una cavidad no lineal

En estudios pasados ha sido demostrado que el acondicionamiento de las propiedades de empatamiento de fases de los cristales no lineales, aunado con la selección apropiada de las características del haz del bombeo pulsado, puede resultar en la emisión de parejas de fotones en un amplio rango de características bien definidas. Regímenes específicos de empatamiento de fases han sido explotados para producir estados que por una lado sean factorizables (Mosley *et al.*, 2008) y por el otro sean estados espectralmente ultra anchos (O'Donnell y U'Ren, 2007). Sin embargo, el empatamiento de fases en un cristal no lineal no puede ser acondicionado típicamente para la emisión de parejas de fotones con ancho espectral corto, lo cual representa un componente crítico para el acoplamiento eficiente de fotones individuales con sistemas basados en transiciones atómicas específicas. Hacemos notar que aunque en un medio no lineal de longitud grande (por ejemplo un sistema basado en fibras, en el cual el mecanismo de generación de parejas de fotones es el mezclado de cuatro ondas espontáneo), se da origen a una función de empatamiento de fases con ciertas características espectrales angostas en el espacio de frecuencias, esto no implica que cada uno de los fotones emitidos en una pareja determinada sea espectralmente angosto.

En este capítulo se presenta un análisis teórico del proceso de conversión paramétrica descendente espontáneo en una cavidad óptica no lineal, la cual está formada por un medio no lineal rodeado por espejos, es decir se trata de un cristal no lineal en el interior de una cavidad óptica. Como demostraremos en lo sucesivo, este sistema físico representa un método viable para lograr la generación de parejas de fotones con un ancho de banda angosto (Jeronimo-

Moreno *et al.*, 2010).

Al conformar una cavidad Fabry Perot implementada con espejos de alta reflectividad, dispuestos a cada lado del medio no lineal, se puede originar la interferencia entre múltiples amplitudes de parejas de fotones desplazadas en el tiempo (resultantes de las múltiples reflexiones), lo cual resulta en la supresión de algunas frecuencias de la pareja de fotones por interferencia destructiva y la selección de otras frecuencias (Herzog *et al.*, 1994) por interferencia constructiva. Con un diseño apropiado, esta técnica puede ser explotada para acondicionar fuentes de parejas de fotones que emitan en anchos de banda pequeños y en las regiones espectrales de interés. Típicamente las fuentes de PDC pueden tener anchos de banda del orden de diez hasta cientos de nm, lo cual corresponde a unos de seis órdenes de magnitud por arriba del ancho de banda típico de una transición atómica (alrededor de decenas de MHz, $1 \text{ MHz} = 1 \times 10^6 \text{ Hz}$). Basados en el trabajo de (Konig *et al.*, 2005; Fedrizzi *et al.*, 2007; Kuklewicz *et al.*, 2006; Wang *et al.*, 2004), trabajos recientes de (Neergaard-Nielsen *et al.*, 2007; Haase *et al.*, 2009) han demostrado experimentalmente la existencia de fuentes PDC con emisión de anchos de banda de decenas de MHz, específicamente adaptadas para transiciones atómicas. La generación de parejas de fotones por medio de cavidades PDC optimizadas representan un punto de partida y motivación para el análisis presentado en este capítulo.

La emisión con anchos de bandas angostos lleva a un correspondiente efecto en el dominio temporal, donde el tiempo de correlación, i.e., el ancho de la diferencia en tiempos de emisión entre los modos señal y acompañante se va ensanchando conforme la pareja de fotones emitida decrece su ancho de banda espectral. Este efecto ha sido explotado con el fin de eludir las dificultades experimentales de resolver las correlaciones temporales de la pareja de fotones con la tecnología de fotodetectores disponibles (Ou y Lu, 1999; Lu y Ou, 2000; Andrews *et al.*, 2001). Otro aspecto prometedor de la emisión de parejas de fotones en las cavidades no lineales es que bajo condiciones apropiadas lleva al mejoramiento de la tasa de emisión

(Hariharan y Sanders, 2000).

En este capítulo estudiaremos el proceso de conversión paramétrica descendente en una cavidad no lineal con bombeo pulsado, con ejemplos realistas donde el ancho de banda de la fuente de pareja de fotones es suficientemente angosto para empatar el ancho de banda de la transición atómica. Una consideración básica a lo largo de este capítulo es que el proceso permanece espontáneo, a pesar de las múltiples reflexiones en la cavidad.

Estudiaremos dos diferentes regímenes para la cavidad no lineal: i) el caso con resonancia sencilla que significa que la cavidad es resonante tanto para el fotón señal y como para el fotón acompañante (los cuales pueden tener frecuencia degenerada o no degenerada) y ii) el caso doblemente resonante, lo que significa que la cavidad también será resonante a la frecuencia del pulso de bombeo. También exploraremos el efecto de la presencia de la cavidad en el flujo de parejas de fotones y mostraremos un diseño específico de una cavidad óptica no lineal donde uno de los fotones emitidos es acoplado a una transición atómica particular.

La Figura 16 muestra el esquema de la fuente donde nombramos al espejo de la izquierda y de la derecha como espejo 1 y 2 respectivamente e indicamos la longitud del cristal ℓ mientras que la longitud de la cavidad es L . Si $L > \ell$, haremos la consideración de que no existen reflexiones en las interfaces aire-cristal y cristal-aire. Una implementación realista podría resultar más práctica si se incorporan espejos de Bragg directamente en las caras extremas del medio no lineal.

Por simplicidad nos concentraremos en el grado de libertad espectral. Un sistema físico en el que se tiene una descripción puramente espectral como la que aquí se presenta, es directamente aplicable a una cavidad formada por una guía de onda no lineal monomodal con espejos incorporados en los extremos (e.g., espejos de Bragg).

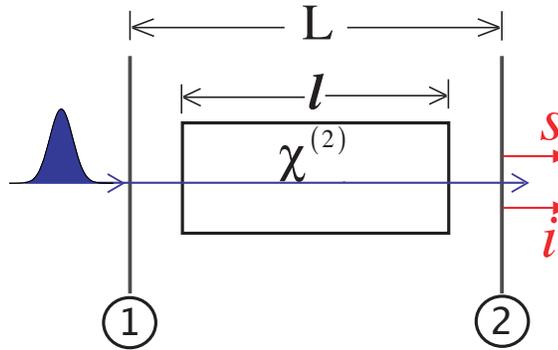


Figura 16. Arreglo de la cavidad óptica no lineal formada por dos espejos, etiquetados como 1 y 2. En el interior de la cavidad óptica resultante se sitúa un medio no lineal de longitud l .

V.1 Cavidad con resonancia sencilla

A continuación desarrollaremos el estudio para una cavidad PDC con resonancia sencilla, esto implica que ambos espejos son perfectamente transmisivos para el pulso de bombeo. Bajo esta configuración cada pulso de bombeo interactúa una sola vez con el cristal no lineal, de manera que las características de los dos fotones emitidos son modificados subsecuentemente por las múltiples reflexiones de los fotones señal y acompañante en ambos espejos que conforman la cavidad.

Para los modos señal y acompañante existirán dos modos de salida que corresponden a los que se propagan hacia la izquierda debido a que son transmitidos por el espejo 1 y los que se propagan hacia la derecha debido a que son transmitidos por el espejo 2. Esta sección de la tesis tiene como objetivo el entender la física esencial de la cavidad PDC sin la complejidad que implica tener los cuatro modos de salida, por lo tanto supondremos que el espejo de la izquierda refleja perfectamente los modos señal y acompañante, de forma que todos los fotones extra-cavidad se propagan hacia la derecha ya que serán transmitidos por el espejo de la derecha.

Supondremos que el espejo 1 tiene una reflectividad en amplitud dada por $r_{1\mu} = e^{i\delta_{1\mu}}$ para

el modo señal ($\mu = s$) y acompañante ($\mu = i$), mientras que el espejo 2 tiene una reflectividad en amplitud dada por $r_{2\mu} = |r_{2\mu}|e^{i\delta_{2\mu}}$. Como ya ha sido establecido, consideraremos que la reflectividad de ambos espejos para el pulso de bombeo es cero y la fuente estará formada por un cristal no lineal con empatamiento de fases tipo I (de forma que los modos señal y acompañante tienen polarización ordinaria).

Para proceder con nuestro análisis, emplearemos un sistema físico equivalente que consiste en una cavidad “desdoblada” en donde todas las ondas se propagan en dirección hacia la derecha conformando un sistema que corresponde a una cavidad que se transforma en una secuencia infinitamente larga de cristales, cada uno rodeado por dos espejos, como se muestra de manera esquemática en al Fig.17.

En la segunda cara del cristal en la cavidad “desdoblada”, el estado de dos fotones es idéntico al que se observaría sin la cavidad, es decir, el estado de dos fotones es:

$$|\Psi\rangle = \int d\omega_s \int d\omega_i f(\omega_i, \omega_s) a_s^\dagger(\omega_s) a_i^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (106)$$

donde $f(\omega_i, \omega_s)$ representa la amplitud espectral conjunta, $a_\mu^\dagger(\omega_\mu)$ representa el operador de creación a la frecuencia ω_μ para el modo intracavidad (donde $\mu = s, i$) y se ha omitido la contribución del vacío. La amplitud espectral conjunta puede ser escrita como $f(\omega_i, \omega_s) = \alpha(\omega_s + \omega_i) \Phi(\omega_i, \omega_s) F_s(\omega_s) F_i(\omega_i)$ en términos de la función envolvente espectral del haz de bombeo $\alpha(\omega_s + \omega_i)$, la función de empatamiento de fases $\Phi(\omega_i, \omega_s)$ y las funciones que describen los filtros espectrales $F_s(\omega_s)$ (con $\mu = s, i$) que actúan sobre los fotones. La función envolvente espectral del haz de bombeo estará descrita por la función gaussiana $\alpha(\omega) = \exp[-(\omega - \omega_{p0})^2/\sigma^2]$, en términos de la frecuencia central del pulso de bombeo ω_{p0} y del ancho espectral del bombeo σ .

Inmediatamente antes del espejo 2 de la cavidad desdoblada, el estado de Fock del fotón

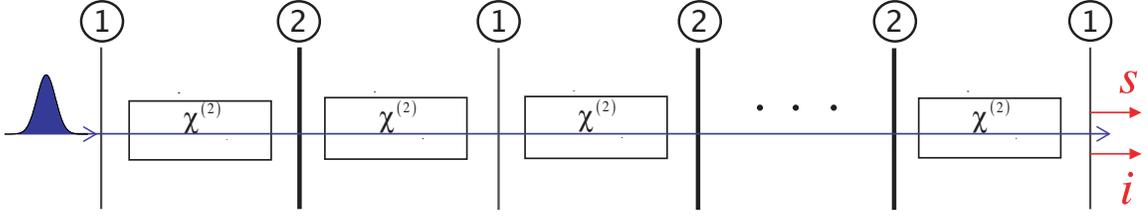


Figura 17. Cavidad óptica desdoblada, equivalente a la Fig.16, donde todas las ondas involucradas se propagan hacia la derecha.

individual $|\omega\rangle_\mu$ que aparece en la Ec.(106) adquiere una fase de propagación quedando como:

$$|\omega\rangle_\mu^{(1)-} = e^{i\gamma} a_\mu^\dagger(\omega) |0\rangle, \quad (107)$$

donde $\gamma = \omega(L - l)/(2c)$ se refiere a la fase adquirida por la propagación en el espacio libre entre la segunda cara del cristal y el espejo 2. La acción del primer espejo 2 es dividir el modo intracavidad $\hat{a}(\omega)$ en dos modos, uno de los cuales corresponde al mismo modo intracavidad en el caso de que se haya reflejado y el otro modo extracavidad $\hat{b}(\omega)$ corresponderá al modo que se ha transmitido al espacio libre. Así el estado de Fock del fotón individual inmediatamente después del segundo espejo es:

$$|\omega\rangle_\mu^{(1)+} = e^{i\gamma} [r_{2\mu} a_\mu^\dagger(\omega) + t_{2\mu} b_\mu^\dagger(\omega)] |0\rangle, \quad (108)$$

dado en términos de sus correspondientes coeficientes de amplitud de transmisión $t_{\nu\mu}$ y de reflexión $r_{\nu\mu}$ para los espejos ν (con $\nu = 1, 2$) y para el modo μ (con $\mu = s, i$). Llevando a cabo el análisis para la propagación entre subsecuentes espejos 2 y transmisión/reflexión en cada espejo 2, obtenemos la siguiente expresión para el estado de Fock uni-fotónico señal/acompañante original ha evolucionado, inmediatamente después del n -ésimo espejo 2:

$$|\omega\rangle_\mu^{(n)} = e^{i\gamma} \left[r_{1\mu}^{n-1} r_{2\mu}^n e^{i2(n-1)\theta_\mu} a_\mu^\dagger(\omega) + t_{2\mu} \sum_{j=0}^{n-1} r_{1\mu}^j r_{2\mu}^j e^{i(n-1-j)\Gamma_\mu} e^{i2j\theta_\mu} b_\mu^\dagger(\omega) \right] |0\rangle, \quad (109)$$

donde Γ_μ representa la fase acumulada por el fotón μ en el modo extracavidad durante el periodo de tiempo que le toma al modo intracavidad desplazarse desde un espejo 2 al subsecuente espejo 2. En el caso específico donde $L = \ell$, este coeficiente está dado por $\Gamma_\mu = 2k'(\omega_\mu)L$ donde $'$ denota la derivada respecto a la frecuencia. La fase $\theta_\mu = \omega_\mu(L - \ell)/c + \ell n_\mu(\omega_\mu)\omega_\mu/c$, se refiere a la fase acumulada durante un solo viaje del fotón μ a través del cristal no lineal.

Llevando a cabo la suma indicada en la Ec.(109) de forma analítica, podemos escribir la componente correspondiente al estado cuántico para el cual ambos fotones están en el modo extracavidad después de n iteraciones en la cavidad, la cual es:

$$|\Psi^{(n)}\rangle = \int d\omega_s \int d\omega_i f_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s) b^\dagger(\omega_s) b^\dagger(\omega_i) |\text{vac}\rangle, \quad (110)$$

en términos de la amplitud espectral conjunta modificada por la cavidad $f_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s)$:

$$f_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s) = f(\omega_i, \omega_s) C_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s), \quad (111)$$

que a su vez está definida en términos de la función $C_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s)$ dada por:

$$C_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s) = A_s(\omega_s) A_i(\omega_i), \quad (112)$$

donde

$$A_\mu(\omega) = t_{2\mu} e^{i[\gamma + (n-1)\Gamma_\mu]} \frac{1 - [r_{2\mu} |e^{i(2\theta_\mu - \Gamma_\mu + \delta_{1\mu} + \delta_{2\mu})}]^n}{1 - |r_{2\mu}| e^{i(2\theta_\mu - \Gamma_\mu + \delta_{1\mu} + \delta_{2\mu})}}. \quad (113)$$

Ya que estamos interesados en el estado cuántico correspondiente al límite donde ambos fotones se encuentran en el modo extracavidad, esto es, considerando un número suficiente de reflexiones (interacciones de la cavidad) tal que la probabilidad de que ambos fotones permanezcan en el interior de la cavidad es nula. Matemáticamente esto corresponde al límite $n \rightarrow \infty$. En este límite, es posible obtener una expresión para la intensidad espectral conjunta resultante:

$$S_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s) = \lim_{n \rightarrow \infty} |f_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s)|^2 = \mathcal{A}_s(\omega_s) \mathcal{A}_i(\omega_i) |f(\omega_i, \omega_s)|^2, \quad (114)$$

la cual está escrita en términos de la función de Airy $\mathcal{A}_\mu(\omega)$ (con $\mu = s, i$):

$$\mathcal{A}_\mu(\omega) = \frac{|t_{2\mu}|^2}{(1 - |r_{2\mu}|)^2} \cdot \frac{1}{1 + \mathcal{F}_\mu \sin^2(\Delta_\mu(\omega)/2)}, \quad (115)$$

definida a su vez en términos del coeficiente de finesa \mathcal{F}_μ , dado como:

$$\mathcal{F}_\mu = \frac{4|r_{2\mu}|}{(1 - |r_{2\mu}|)^2}, \quad (116)$$

y el factor de fase $\Delta_\mu(\omega)$, definido por

$$\Delta_\mu(\omega) = 2\theta_\mu + \delta_{1\mu} + \delta_{2\mu} - \Gamma_\mu. \quad (117)$$

La función de Airy $\mathcal{A}_\mu(\omega)$ (Ec.(115)) produce una secuencia de picos de misma altura, con ancho $\delta\omega$ y separación espectral $\Delta\omega$, también referida como rango espectral libre. En cada uno de los máximos de la función $\mathcal{A}_\mu(\omega)$, la cavidad es resonante para el fotón μ . Hay que hacer notar, que si la condición de resonancia no se cumple a las frecuencias de interés de operación, es posible ajustar las fases de reflexión $\delta_{1\mu}$ y $\delta_{2\mu}$ para asegurar la resonancia. Bajo la aproximación de que el índice de refracción permanece constante entre el máximo central (en $\omega_s = \omega_i = \omega_0$) y el subsecuente (o precedente) máximo, obtenemos las siguientes expresiones para $\delta\omega$ y $\Delta\omega$:

$$\delta\omega = \frac{2c}{\ln(\omega_0) + (L - l)} \mathcal{F}^{-1/2}, \quad (118)$$

y

$$\Delta\omega = \frac{\pi c}{\ln(\omega_0) + (L - l)}, \quad (119)$$

donde $n(\omega_0)$ representa el índice de refracción evaluado en la frecuencia central PDC.

Con el fin de ilustrar la discusión anterior, consideraremos a continuación un ejemplo específico. Consideraremos una cavidad no lineal conformada por un cristal beta borato de bario (BBO) de longitud $\ell = 20\mu\text{m}$, en el interior de una cavidad de igual longitud, i.e., $L = \ell$. Supondremos que los pulsos de bombeo están centrados a 400nm, con un ancho completo a

la mitad del máximo de 5nm, mientras modos emitidos por PDC (señal y acompañante) está centrado a 800 nm. Supondremos para este ejemplo que mientras la reflectividad del espejo 2 es máxima es decir unitaria (a la frecuencia PDC), la reflectividad en el espejo 1 es $|r_1| = 0.73$. Aunque se ha considerado una reflectividad relativamente baja para el espejo 2 por claridad gráfica en las figuras de a continuación, para una cavidad realista, en el diseño de una fuente PDC con ancho de banda angosto (ver sección V.2), el valor de la reflectividad requerida será muy cercano a la unidad.

Hacemos notar que para los cristales de longitud corta considerados aquí, el ancho de banda de los modos permitidos por la cavidad $\delta\omega$ es mucho mas pequeño que el ancho de la función de emparejamiento de fases $\Phi(\omega_i, \omega_s)$; en la ilustración hemos supuesto la presencia de filtros espectrales con función de transmitividad gaussiana y un ancho completo a la mitad del máximo $\Delta\lambda = 30\text{nm}$ colocados en el camino de los fotones PDC después de la cavidad no lineal. Hemos seleccionado valores para las fases de reflexión para $\delta_{\nu\mu}$ (con $\nu = 1, 2$ y $\mu = s, i$) de manera que aseguramos que el factor de fase $\Delta_{\mu}(\omega)$ se anula a la frecuencia central del fotón señal y acompañante. La Fig. 18(a) ilustra la función de intensidad espectral conjunta $|f(\omega_i, \omega_s)|^2$, i.e. la que obtendríamos sin la presencia de la cavidad. La Fig. 18(b) ilustra la función $\mathcal{A}(\omega_s)\mathcal{A}(\omega_i)$; esta función describe el efecto de la interferencia que ocurre debido a las múltiples reflexiones de la pareja de fotones, lo cual resultará en una intensidad espectral conjunta modificada por la cavidad. Como se puede observar, el producto $\mathcal{A}(\omega_s)\mathcal{A}(\omega_i)$ corresponde al arreglo cuadrado de modos espectrales permitidos bien definidos, los cuales tienen ancho $\delta\omega$ y una separación entre los modos $\Delta\omega$. La Fig. 18(d) ilustra el efecto de la cavidad que consiste en modificar la intensidad espectral conjunta $S_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s)$ (ver Ec.(114)). Esta estructura del modo es evidente en la distribución marginal $\int d\omega_s S_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s)$ (la cual esta ilustrada en la Fig. 18(d)), que representa el espectro del fotón individual en el modo acompañante. Como se puede observar en las dos ilustraciones anteriores, el efecto de la

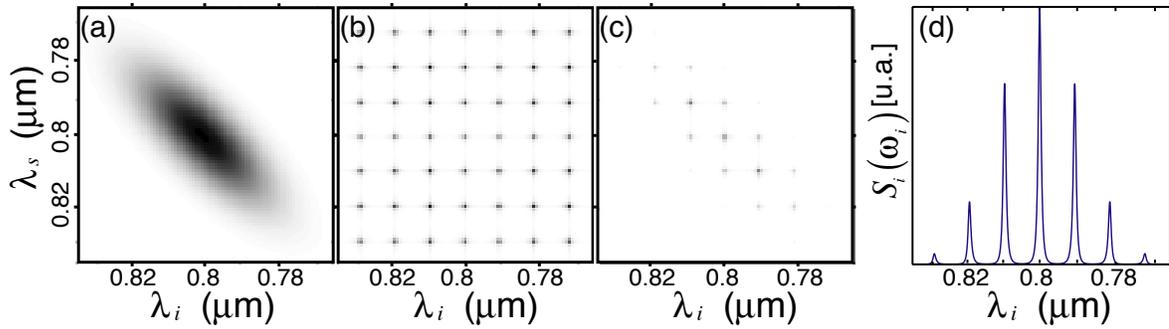


Figura 18. (a) Intensidad espectral conjunta que corresponde al caso de la fuente sin cavidad. (b) Función. $\mathcal{A}(\omega_s)\mathcal{A}(\omega_i)$ que describe los efectos de la cavidad. (c) Intensidad espectral conjunta modificada por los efectos de la cavidad. (d) Espectro del fotón individual señal.

cavidad en el estado de dos fotones es seleccionar aquellas parejas de frecuencias que corresponden a los modos permitidos por la cavidad.

Como se puede observar en la Ec.(118), el ancho de banda de los modos permitidos por la cavidad escala con el coeficiente de finesa \mathcal{F} como $\mathcal{F}^{-1/2}$. Así, para valores grandes del coeficiente de finesa, que corresponde a una cavidad con alta calidad, conduce a una importante reducción en el ancho de banda del PDC, haciendo posible la emisión de parejas de fotones cuasi-monocromáticas. También hay que hacer notar en el caso en que la cavidad y el cristal tienen la misma longitud ($L = \ell$), el ancho espectral del modo $\delta\omega$ y la separación espectral $\Delta\omega$ se escalan con la longitud de la cavidad L como L^{-1} , respectivamente.

En una implementación práctica es deseable que se pueda aislar un solo modo de la cavidad, de manera que la detección de un fotón anuncie inequívocamente un fotón individual en el modo de la cavidad deseada. Cavidades cortas implican separaciones grandes ($\Delta\omega$) entre los modos lo que incrementará la posibilidad de aislar un modo de la cavidad por medio de la transmisión de las parejas de fotones a través de un filtro apropiado con un ancho de banda espectral angosto. De otra manera, debido a que el flujo emitido escala con la longitud del medio no lineal, desde este punto de vista es deseable que la longitud del cristal sea lo más

larga posible. Con esto en mente, proponemos una receta de dos etapas para el diseño de la fuente en la cavidad no lineal, teniendo en cuenta i) que la separación mínima entre los modos permitidos de la cavidad que permita aislar un solo modo de la cavidad sencilla, manteniendo fijo el valor de la longitud de la cavidad (con $L = \ell$), por medio de la Ec.(119). ii) El ancho de banda necesario para pareja de fotones (el cual estará determinado por el ancho de banda de banda de la transición atómica) determina el coeficiente de finesa \mathcal{F} , i.e. $\mathcal{F} \equiv \mathcal{F}_s = \mathcal{F}_i$, mediante la Ec.(118).

Es de esperarse que al conseguir paquetes de onda uni-fotónicos con ancho de banda angosto mediante una finesa alta de la cavidad no lineal, habrá un correspondiente efecto en el dominio temporal. Con el fin de investigar este efecto, consideraremos la amplitud temporal conjunta $\tilde{f}_{\text{SR}}(t_+, t_-)$, definida como la transformada de Fourier de la amplitud espectral conjunta $f_{\text{SR}}(\omega_+, \omega_-)$, expresada en términos de las variables t_{\pm} , que son las variables conjugadas de las variables espectrales $\omega_{\pm} \equiv \omega_s \pm \omega_i$. De aquí obtendremos la intensidad temporal conjunta $|\tilde{f}_{\text{SR}}(t_+, t_-)|^2$ y la distribución de diferencias en tiempos de emisión entre los modos señal y acompañante, que corresponde a la distribución marginal $S_-(t_-) = \int dt_+ |\tilde{f}_{\text{SR}}(t_+, t_-)|^2$. La presencia de la cavidad implica que los fotones señal y acompañante pueden ser emitidos alrededor de tiempos bien definidos, los cuales corresponden al número de veces que cada uno de los fotones recorre la cavidad. Esto está ilustrado en la Fig.19(a), la cual muestra la curva de $S_-(t_-)$, calculada numéricamente para los valores experimentales de la Fig. 18. Esta figura está compuesta por una serie de máximos, donde la separación entre máximos corresponde al tiempo de ida y vuelta en la cavidad (a la frecuencia PDC). El número entero que etiqueta los máximos corresponde al número de viajes de ida y vuelta por el que la emisión del fotón acompañante precede a la emisión del fotón señal de la cavidad. Hay que notar, que mientras el máximo absoluto ocurre a $t_- = t_s - t_i = 0$, para una finesa grande de cavidad la altura de los máximos decaen lentamente, hacia valores grandes de

$|t_- = 0|$. Definiremos el tiempo de correlación de la pareja de fotones t_C como la desviación estandar del conjunto de datos obtenido a partir de cada uno de los máximos de la función $S_-(t_-)$.

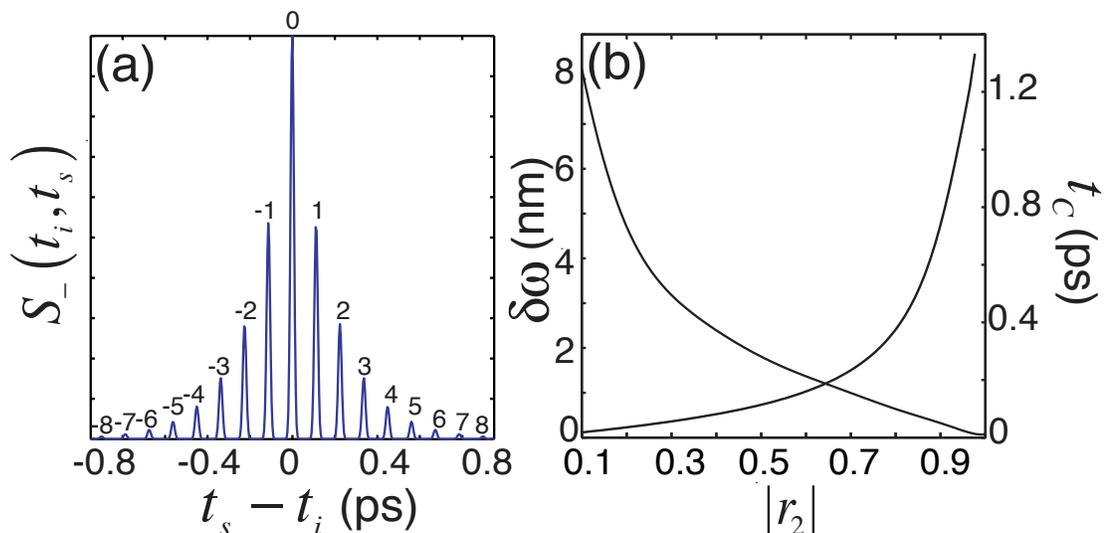


Figura 19. (a) Distribución de diferencias de tiempos de emisión entre los modos señal y acompañante, la cual muestra una serie de máximos bien definidos. La separación entre cada máximo corresponde al tiempo que le toma a los fotones efectuar una vuelta completa en el interior de la cavidad. (b) Se ilustra el ancho espectral de los modos permitidos por la cavidad y el tiempo de correlación de la pareja de fotones en función de la reflectividad del espejo 2.

Un coeficiente de finesa grande (o reflectividad grande en el espejo 2) resultará claramente en una gran cantidad de reflexiones de los fotones señal y acompañante en la cavidad, lo cual se traslada en una reducción más gradual en la altura de los máximos en la distribución de diferencias en tiempos de emisión. Esto nos lleva a la discusión del costo principal de acercarse a la emisión de parejas de fotones monocromáticas mediante una finesa grande de la cavidad no lineal: conforme se incrementa la finesa, el tiempo de correlación t_C también se incrementa. En el límite monocromático que corresponde a una cavidad perfecta con $\mathcal{F} \rightarrow \infty$, el carácter de la pareja de fotones se pierde, i.e., los modos señal y acompañante ya no están sincronizados temporalmente. Este comportamiento es claro en la Fig. 19(b) la cual

muestra: i) el ancho espectral (ancho completo a la mitad del máximo) del modo central permitido por la cavidad $\delta\omega$, y ii) el tiempo de correlación t_C de la pareja de fotones. También notamos que un tiempo de correlación corto (e.g., del orden de femto segundos) puede ser difícil de resolver experimentalmente con la tecnología actual. La cavidad no lineal puede ser usada como herramienta útil para incrementar el tiempo de correlación al punto en que pueda ser resuelto experimentalmente (Ou y Lu, 1999).

Como ya ha sido discutido anteriormente, la necesidad de aislar un solo modo de la cavidad nos conduce a la limitación que está relacionada con la longitud de la cavidad, que a su vez limita la brillantez de la fuente. Una manera de sobrepasar esta limitación es dejando que el pulso de bombeo recorra múltiples veces la cavidad, haciendo que cada paso del pulso de bombeo contribuya a la brillantez de la fuente, en la siguiente sección estudiaremos una cavidad resonante tanto para los fotones señal y acompañante como para el modo del bombeo.

V.1.1 Cavidad con resonancia doble

A continuación estudiaremos los efectos producidos sobre el estado de dos fotones como resultado de una cavidad que resuena a la frecuencia central del pulso de bombeo y a la de los fotones generados. Las consideraciones que supondremos para la frecuencia del pulso de bombeo es que el espejo 1 tiene reflectividad menor que 1, mientras que el espejo 2 refleja perfectamente el pulso de bombeo, por lo tanto, el pulso de bombeo entrará por la izquierda a través del espejo 1 y generará parejas de fotones que emergerán de la cavidad a través del espejo 2. Las reflectividades para el pulso de bombeo serán para el espejo 1, $r_{1p} = |r_{1p}| \exp(i\delta_{1p})$ y para el espejo 2 $r_{2p} = \exp(i\delta_{2p})$.

De la misma manera que en el caso de la cavidad con resonancia sencilla, para el análisis de la cavidad doble consideraremos la cavidad desdoblada, donde las diferentes secciones de la cavidad ahora corresponderán al pulso de bombeo que recorre la cavidad. En cada paso

del pulso de bombeo por la cavidad se tendrá una función de amplitud conjunta dada por $g_{\text{DR}}^{(j)}(\omega_i, \omega_s)$, por lo tanto la amplitud espectral resultante será obtenida como la suma sobre todo las amplitudes individuales. La función $g_{\text{DR}}^{(j)}(\omega_i, \omega_s)$ incorpora las fases acumuladas por el pulso de bombeo conforme recorre la cavidad j veces, así como también la atenuación de la amplitud del pulso de bombeo para el j -ésimo paso (como potencia de $r_{1p}r_{2p}$). Para j par, también incluye la fase acumulada por la pareja de fotones una vez que logran alcanzar el siguiente espejo 2 en la cavidad desdoblada. La función de amplitud $g_{\text{DR}}^{(j)}(\omega_i, \omega_s)$ incorpora la función $f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s)$, definida como el límite cuando $n \rightarrow \infty$ de $f_{\text{SR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s)$, la cual describe la propagación de los fotones señal y acompañante de la sección j -ésima de la cavidad desdoblada en adelante.

Es conveniente agrupar las amplitudes $g_{\text{DR}}^{(j)}(\omega_i, \omega_s)$ como:

$$\begin{aligned}
 g_{\text{DR}}^{(1)}(\omega_i, \omega_s) &= t_{1p} e^{i\gamma_p} f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s) \\
 g_{\text{DR}}^{(2+3)}(\omega_i, \omega_s) &= t_{1p} r_{1p} r_{2p} e^{i\gamma_p} e^{i2\theta_p} Y f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s) \\
 g_{\text{DR}}^{(4+5)}(\omega_i, \omega_s) &= t_{1p} r_{1p}^2 r_{2p}^2 e^{i\gamma_p} e^{i4\theta_p} Y f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s) \\
 g_{\text{DR}}^{(6+7)}(\omega_i, \omega_s) &= t_{1p} r_{1p}^3 r_{2p}^3 e^{i\gamma_p} e^{i6\theta_p} Y f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s), \tag{120}
 \end{aligned}$$

siguiendo el mismo patrón podemos reescribir el término $j + (j + 1)$ como:

$$g_{\text{DR}}^{(j+[j+1])}(\omega_i, \omega_s) \equiv g_{\text{DR}}^{(j)}(\omega_i, \omega_s) + g_{\text{DR}}^{(j+1)}(\omega_i, \omega_s), \tag{121}$$

donde

$$Y \equiv 1 + r_{1p}^{-1} r_{1s} r_{1i} e^{i(\theta_{si} - \theta_p)}. \tag{122}$$

En las expresiones anteriores, t_{1p} representa la transmitividad para el modo de bombeo del espejo 1, γ_p representa la fase acumulada por el pulso de bombeo al recorrer el espacio libre entre el espejo 1 y la primera cara del cristal, $\theta_p = \omega_p(L - l)/c + k_p(\omega_p)l$ es la fase acumulada

por el pulso de bombeo al recorrer una sola vez la cavidad, y $\theta_{si} = \theta_s + \theta_i$. Tomando en cuenta el paso $1 + 2n$ del pulso de bombeo por la cavidad podemos obtener la siguiente expresión para la amplitud espectral conjunta:

$$f_{\text{DR}}^{(1+2n)}(\omega_i, \omega_s) = \sum_{j=1}^{1+2n} g_{\text{DR}}^{(j)}(\omega_i, \omega_s) = t_{1p} e^{i\gamma_p} \left[1 + \left(1 + r_{1p}^{-1} r_{1s} r_{1i} e^{i(\theta_{si} - \theta_p)} \right) \right. \\ \left. \times r_{1p} r_{2p} e^{i2\theta_p} \frac{1 - (r_{1p} r_{2p} e^{i2\theta_p})^n}{1 - r_{1p} r_{2p} e^{i2\theta_p}} \right] f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s). \quad (123)$$

Estamos interesados en el caso particular en donde $n \rightarrow \infty$, es decir, donde el pulso de bombeo ha recorrido la cavidad el suficiente número de veces de manera que la amplitud intracavidad del pulso de bombeo se extingue. En este caso, la amplitud espectral es:

$$f_{\text{DR}}(\omega_i, \omega_s) \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} f_{\text{DR}}^{(n)}(\omega_i, \omega_s) = t_{1p} e^{i\gamma_p} \left[\frac{1 + r_{2p} r_{1s} r_{1i} e^{i(\theta_{si} + \theta_p)}}{1 - r_{1p} r_{2p} e^{i2\theta_p}} \right] f_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s). \quad (124)$$

Podemos escribir una expresión para la intensidad espectral conjunta ($S_{\text{DR}}(\omega_i, \omega_s) = |f_{\text{DR}}(\omega_i, \omega_s)|^2$) resultante para el caso de la cavidad no lineal doble como:

$$S_{\text{DR}}(\omega_i, \omega_s) = \mathcal{A}_s(\omega_s) \mathcal{A}_i(\omega_i) \mathcal{A}_p(\omega_s + \omega_i) \mathcal{P}(\omega_i, \omega_s) |f(\omega_i, \omega_s)|^2 \quad (125)$$

donde $\mathcal{A}_s(\omega)$ y $\mathcal{A}_i(\omega)$ ya han sido definidas (Ec.(116)) y $\mathcal{A}_p(\omega)$ representa la función de Airy asociada al modo de bombeo como:

$$\mathcal{A}_p(\omega) = \frac{|t_{1p}|^2}{(1 - |r_{1p} r_{2p}|)^2} \frac{1}{1 + \mathcal{F}_p \sin^2(\Delta_p(\omega)/2)}, \quad (126)$$

en términos del coeficiente de finesa del pulso de bombeo \mathcal{F}_p :

$$\mathcal{F}_p = \frac{4|r_{1p} r_{2p}|}{(1 - |r_{1p} r_{2p}|)^2}, \quad (127)$$

y el factor de fase $\Delta_p(\omega)$

$$\Delta_p(\omega) = 2\theta_p + \delta_{1p} + \delta_{2p}. \quad (128)$$

En la Ec.(125), $\mathcal{P}(\omega_i, \omega_s)$ representa un factor de equilibrio de fase, el cual está dado por:

$$\mathcal{P}(\omega_i, \omega_s) = (1 + |r_{2p}|)^2 \left(1 - \frac{4|r_{2p}|}{(1 + |r_{2p}|)^2} \sin^2 [\Delta(\omega_i, \omega_s)/2] \right) \quad (129)$$

donde el término de fase $\Delta(\omega_i, \omega_s)$ es:

$$\Delta(\omega_i, \omega_s) = \theta_s + \theta_i + \theta_p + \delta_{1s} + \delta_{1i} + \delta_{2p}. \quad (130)$$

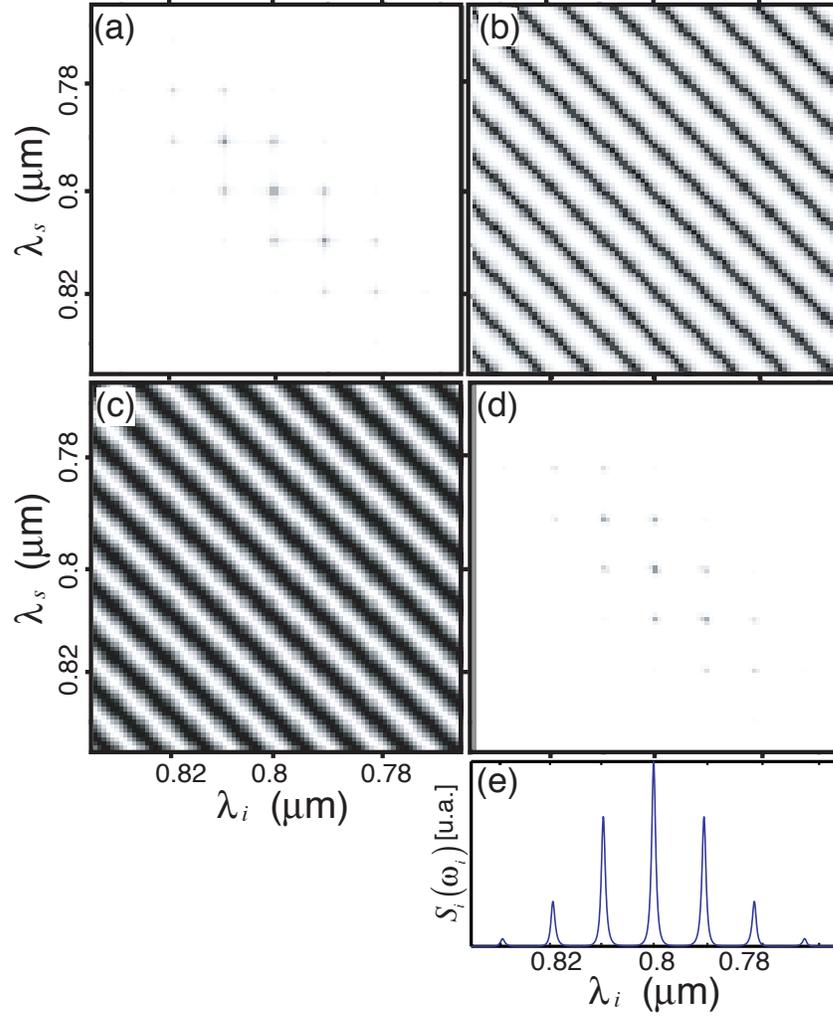


Figura 20. (a) Intensidad espectral conjunta correspondiente a la cavidad no lineal con resonancia sencilla. (b) Función de Airy correspondiente a la condición de resonancia para el pulso de bombeo $\mathcal{A}_p(\omega)$ (c) Función de balance de fases $\mathcal{P}(\omega_i, \omega_s)$. (d) Intensidad espectral conjunta correspondiente a la cavidad con resonancia doble. (e) Espectro del fotón individual correspondiente al modo acompañante.

De la Ec.(125), podemos observar que para maximizar la probabilidad de emisión de parejas de fotones en las frecuencias $\{\omega_{i0}, \omega_{s0}\}$, se debe cumplir con: i) que la cavidad sea

resonante para las frecuencias centrales de los modos señal y acompañante, esto corresponde a maximizar las funciones de Airy $\mathcal{A}_s(\omega)$ y $\mathcal{A}_i(\omega)$ en las frecuencias ω_{s0} y ω_{i0} ii) la cavidad debe ser resonante para el modo de bombeo, esto corresponde a maximizar la función de Airy $\mathcal{A}_p(\omega)$ a la frecuencia central del pulso de bombeo y iii) el término de fase $\Delta(\omega_{i0}, \omega_{s0})$ debe ser múltiplo de 2π . Físicamente esta última condición se cumple cuando la amplitud de la pareja de fotones correspondiente, a un paso dado del pulso de bombeo a través de la cavidad, está en fase con la amplitud correspondiente de la pareja de fotones al subsecuente paso del pulso de bombeo a través de la cavidad. Hay que hacer notar que las fases de reflexión $\delta_{\nu\mu}$ (para $\mu = p, s, i$ y $\nu = 1, 2$), se pueden escoger de manera que las tres condiciones anteriores se cumplan a las frecuencias requeridas para los tres modos. Esto representa un reto de ingeniería, pues es necesario fabricar espejos con fases de reflexión específicas, lo cual en principio es posible mediante espejos con capas dieléctricas, para las cuales el valor de los espesores deben estar debidamente optimizados (Klemens y Fainman, 2006).

A manera de ejemplo consideremos una cavidad con resonancia doble en una configuración similar a la cavidad con resonancia sencilla (ver Fig.20), excepto que el coeficiente de reflexión del espejo 2 es unitario $|r_{2p}| = 1$ para la frecuencia central del pulso de bombeo, mientras que el espejo 1 tendrá un coeficiente de reflexión para el pulso de bombeo $|r_{1p}| = 0.5$. Hemos considerados valores de reflectividades bajos por claridad gráfica, en una implementación realista los valores serán cercanos a la unidad. En la Fig.20(a) se muestra la intensidad espectral conjunta para la cavidad equivalente a resonancia sencilla, la cual está definida como $\mathcal{A}_s(\omega_s)\mathcal{A}_i(\omega_i)|f(\omega_i, \omega_s)|^2$. La Fig. 20(b) muestra la función $\mathcal{A}_p(\omega_s + \omega_i)$, la cual está compuesta de picos de igual altura y orientados de manera diagonal, es decir a lo largo de trayectorias lineales definidas por $\omega_s + \omega_i = \text{constante}$. La Fig. 20(c) ilustra la función $\mathcal{P}(\omega_i, \omega_s)$, la cual muestra una estructura senoidal a lo largo de la dirección definida por $\omega_s + \omega_i$ en el espacio de frecuencias $\{\omega_i, \omega_s\}$. En la Fig. 20(d) se ilustra la in-

tensidad espectral conjunta resultante para la cavidad doblemente resonante y la Fig. 20(e) muestra el espectro del fotón individual en el modo acompañante dada por la distribución marginal $\int d\omega_s |f_{\text{DR}}(\omega_i, \omega_s)|^2$.

Notemos que en el caso de la cavidad no lineal con resonancia sencilla, aún cuando la función de amplitud espectral conjunta $f(\omega_s, \omega_i)$ (la cual corresponde al caso sin cavidad) no tiene un ancho de banda angosto, los modos permitidos por la cavidad estarán determinados por el producto de las funciones de Airy $\mathcal{A}_s(\omega_s)\mathcal{A}_i(\omega_i)$. Esto implica que si es posible aislar un solo modo permitido de la cavidad mediante un filtro apropiado, se obtendría un estado de dos fotones factorizable, es decir, no existiría enredamiento espectral. La situación es diferente en el caso de la cavidad con resonancia doble donde la funciones $\mathcal{A}_p(\omega_s + \omega_i)$ y $\mathcal{P}(\omega_i, \omega_s)$ están orientadas diagonalmente en el espacio de frecuencias $\{\omega_i, \omega_s\}$.

En particular, si el valor del coeficiente de finesa asociado al pulso de bombeo \mathcal{F}_p es considerable, la diagonal en donde se orientan los máximos asociados a la función $\mathcal{A}_p(\omega_s + \omega_i)$ influirá a que los modos permitidos de la cavidad se enlorgen de manera que dichos modos exhibirán anticorrelación espectral. En el límite de una cavidad perfecta para el haz del pulso de bombeo (es decir $\mathcal{F}_p \rightarrow \infty$), se observará que los modos señal y acompañante exhibirán correlación estricta. Lo anterior puede observarse en la Fig. 21 donde los tres paneles muestran el modo espectral permitido central (i.e. centrado a la frecuencia degenerada del fotón señal y acompañante) para la misma fuente de la Fig. 20, excepto que se han tomado valores para el coeficiente de finesa del bombeo de 2.45, o $|r_{1p}| = 0.3$, (panel A), 21.22, o $|r_{1p}| = 0.65$, (panel B), y 1520, o $|r_{1p}| = 0.95$, (panel C). De dicha figura es claro que la correlación espectral se vuelve más acentuado conforme el coeficiente de finesa para el pulso de bombeo se incrementa.

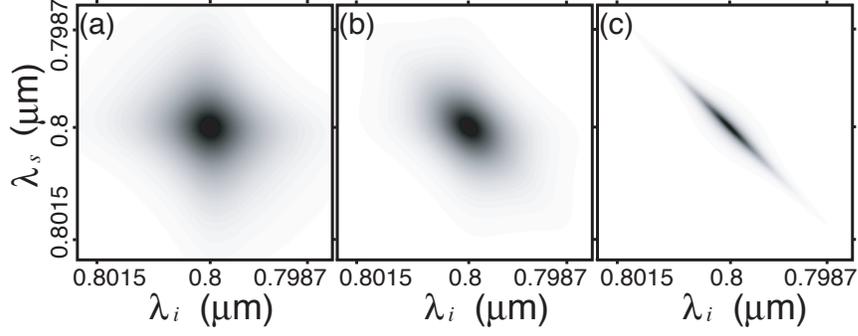


Figura 21. Efectos producidos sobre el modo central de la cavidad al variar la reflectividad asociada al pulso bombeo en el espejo 1 en el espacio de frecuencias $\{i,s\}$. Los valores del coeficiente de reflexión considerados son: (a) $|r_{1p}| = 0.3$ para el panel (a), $|r_{1p}| = 0.65$ en el panel (b), y $|r_{1p}| = 0.95$ en el panel (c). La fuente utilizada es similar a la usada en la Fig. 20.

V.1.2 Tasa de emisión de la pareja de fotones

Como ya se mencionó, un efecto importante de la presencia de una cavidad óptica que rodea a un medio no lineal puede ser una drástica reducción del ancho de banda de emisión, con el costo de incrementar el tiempo de correlación. En esta sección estudiaremos los efectos de la presencia de la cavidad sobre la brillantez de la fuente, la cual se define como el número de fotones emitidos por pulso de bombeo. Estudiaremos el efecto tanto para la cavidad con resonancia sencilla como para la cavidad con resonancia doble.

Se puede demostrar que la brillantez de la fuente está dada por la siguiente expresión:

$$B = \frac{bU}{\sigma} \int d\omega_i \int d\omega_s \left[\frac{k'(\omega_s)\omega_s}{n^2(\omega_s)} \right] \left[\frac{k'(\omega_i)\omega_i}{n^2(\omega_i)} \right] S(\omega_i, \omega_s), \quad (131)$$

donde U representa la energía por pulso de bombeo, la función $S(\omega_i, \omega_s)$ es la función de amplitud espectral conjunta, la cual puede ser reemplazada por $S_{SR}(\omega_i, \omega_s)$ para el caso de la cavidad con resonancia sencilla y por $S_{DR}(\omega_i, \omega_s)$ para la cavidad con resonancia doble; b es una función de los parámetros experimentales como son la longitud de la cavidad no lineal así como la no linealidad del cristal.

V.1.3 tasa de emisión de la pareja de fotones para la cavidad sencilla

A continuación analizaremos el caso de la cavidad con resonancia sencilla, en la sección V.1, concluimos que la presencia de la cavidad implica la aparición del factor $\mathcal{A}_s(\omega_s)\mathcal{A}_i(\omega_i)$ en la amplitud espectral conjunta. Este factor produce que la pareja de fotones emitido por la cavidad tengan valores bien definidos, determinados por los modos espectrales permitidos de la cavidad. Mientras que el ancho de los máximos que definen los modos permitidos de la cavidad decrece con el coeficiente de finesa (ver Ec.(118)), la altura del pico central está dada por $|t_{2\mu}|^2/(1 - |r_{2\mu}|)^2 = (1 + |r_{2\mu}|)/(1 - |r_{2\mu}|)$, dicho factor incrementa con el coeficiente de reflexión del espejo 2 (o lo que es equivalente a su coeficiente de finesa). Esto significa que si la función envolvente espectral del haz de bombeo $\alpha(\omega_s + \omega_i)$ se traslapa con uno o más modos permitidos de la cavidad en el espacio $\{\omega_i, \omega_s\}$, la amplitud de probabilidad resultante para las frecuencias en el interior de estos modos puede ser mucho mayor que si no existiera la cavidad. Sin embargo, para una energía por pulso de bombeo U dada, conforme el ancho de banda incrementa, la energía del pulso debe ser distribuída sobre un rango mayor de frecuencias. Si alguna de estas frecuencias de bombeo ω_p asociadas con la condición de conservación de energía $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ en el espacio $\{\omega_i, \omega_s\}$ no se traslapa con los modos permitidos de la cavidad, ellos no contribuirán a la emisión de parejas de fotones. Una consecuencia de lo anterior, es que para anchos espectrales grandes del pulso de bombeo ($\sigma \gtrsim \Delta\omega/\sqrt{2\ln 2}$, donde $\Delta\omega$ corresponde a la separación espectral entre los modos permitidos de la cavidad la cual está dada por la Ec.(119)), la baja amplitud de probabilidad sin la cavidad sobre un ancho de banda grande resulta en una brillantez de la fuente similar comparada con una amplitud de probabilidad relativamente grande obtenida con anchos de banda angostos de los modos permitidos por la cavidad, en presencia de ésta.

Es importante destacar que para anchos de banda del pulso de bombeo suficientemente grandes, la intensidad espectral conjunta dada por $|f(\omega_i, \omega_s)|^2$ (obtenida sin cavidad) es re-

distribuída en el espacio de frecuencias $\{\omega_i, \omega_s\}$ por la presencia de la cavidad, lo que da lugar a la intensidad espectral conjunta modificada por la cavidad $S_{\text{SR}}(\omega_i, \omega_s)$ sin el resultado de una reducción en el flujo emitido. Esto puede ser comparado con una fuente idéntica donde la cavidad haya sido removida y la pareja de fotones haya sido transmitida a través de un filtro espectral con una función de transmitancia que coincide con la que se asocia a la cavidad no lineal considerada previamente. Matemáticamente esto corresponde a una función de transmitancia dada por $\mathcal{A}_s(\omega_s)\mathcal{A}_i(\omega_i)$, normalizada a la altura máxima con valor de uno. Hay que hacer notar que ésto puede ser implementado con una cavidad óptica apropiada (es decir vacía) situada después del medio no lineal. Para este caso, solo aquellas parejas de frecuencias que coincidan con los modos permitidos serán retenidas, mientras que las otras frecuencias serán suprimidas, lo cual lleva a una considerable reducción del flujo de parejas de fotones. Hay que hacer notar que en el límite donde los modos permitidos filtrados sean monocromáticos (es decir, para finesas grandes de la cavidad filtro), el flujo transmitido se aproxima a cero debido a que la porción que coincide con los modos filtro permitidos resulta muy pequeña. De ésta manera la ventaja esencial de incorporar la fuente de parejas de fotones a la cavidad es que en vez de generar ciertos anchos de banda y retener solo anchos de banda estrechos de los modos específicos (situación que corresponde a un filtrado usual del PDC), podemos acondicionar la fuente de manera que solo ciertos modos de interés con ancho de banda estrechos sean generados. Esto nos lleva a una mejora importante en el flujo emitido por la configuración. Aunque el uso de una cavidad no lineal con resonancia sencilla nos permite no solo mantener, sino en realidad nos permite exceder el flujo obtenido por una fuente equivalente pero sin la cavidad así como reducir el ancho de banda de emisión del PDC.

En efecto, si el coeficiente de finesa se incrementa, lo que conlleva a una reducción del ancho de banda de los modos permitidos por la cavidad, el ancho de banda del pulso del bombeo se debe reducir de manera que se cumpla con $\sigma \lesssim \delta\omega/\sqrt{(2\ln 2)}$, entonces todas las

frecuencias presentes en el pulso de bombeo contribuirán a la generación de parejas de fotones con la amplitud de probabilidad más alta posible en el interior de los modos permitidos de la cavidad. Esto implica un mejoramiento significativo de la brillantez de la fuente sobre la brillantez asociada con una fuente equivalente pero sin cavidad. El incremento en la brillantez se obtiene controlando la reflectividad del espejo 2: altos valores de la reflectividad conllevan a un mayor incremento de la brillantez. Como se mostrará a continuación si el ancho de banda del pulso de bombeo σ se selecciona de manera apropiada, la cavidad con resonancia sencilla puede llevar a una mejora dramática de la brillantez en el límite finesa donde $|r_p| \rightarrow 1$.

Consideraremos como referencia el caso de la dependencia de la brillantez de la fuente con respecto al ancho de banda del pulso del bombeo para una fuente equivalente sin cavidad. Si todas las frecuencias presentes en el pulso de bombeo exhiben empatamiento de fases (es decir, si la función de empatamiento de fases es más amplia que la función envolvente espectral del haz de bombeo), entonces conforme el ancho de banda del pulso de bombeo se incrementa, la función $|f(\omega_i, \omega_s)|$ se ensanchará (a lo largo de la dirección $\omega_s + \omega_i$ en el espacio $\{\omega_i, \omega_s\}$) de manera lineal con σ . El factor $1/\sigma$ en la Ec.(131) implica que en el interior del ancho de banda de la función de empatamiento de fases (para $\sigma \lesssim \sigma_{pm}$ donde σ_{pm} es el ancho de banda de la función de empatamiento de fases), la brillantez de la fuente muestra que no depende con el ancho de banda del pulso del bombeo, o lo que es lo mismo de la duración temporal del pulso de bombeo. Lo anterior se presenta ya que para PDC el número de parejas de fotones producidas depende de la energía del pulso de bombeo incidente en lugar de la potencia instantánea.

Para ilustrar lo anterior, consideraremos la fuente de la Fig. 18, excepto que ahora tanto el ancho de banda del pulso de bombeo y la reflectividad del espejo 2 variarán. La Fig. 22(a) ilustra la dependencia de la brillantez de la fuente con respecto al ancho de banda del pulso de bombeo, para una fuente equivalente sin cavidad (línea en negro), mostrando como era

de esperarse que prácticamente no presenta variación con σ . Cabe hacer notar que el valor numérico calculado de la brillantez asume que los factores $k'\omega/n^2$ en la Ec.(131) son aproximados por su correspondiente valor numérico evaluado a la frecuencia central de emisión del PDC. Las curvas están normalizadas de manera que el valor de uno corresponde al caso de la brillantez de la fuente equivalente sin cavidad para valores pequeños de σ . La Fig. 22(a) también ilustra la dependencia de la brillantez de la fuente variando el ancho de banda del pulso de bombeo, calculada numéricamente para la cavidad con resonancia sencilla para tres valores distintos de $|r_2| = |r_{2s}| = |r_{2i}| = 0.5, 0.7, 0.9$. De dicha figura podemos observar que conforme el ancho de banda del pulso de bombeo decrece, en cierto punto la brillantez de la fuente excede al de la fuente sin cavidad. En ese punto el ancho de banda del pulso de bombeo corresponde a la separación espectral de los modos permitidos por la cavidad, es decir, $\sigma = \Delta\omega/\sqrt{2\ln 2}$. Conforme el ancho del pulso de bombeo es reducido más, alrededor del valor en que σ corresponde al valor del ancho de un modo permitido por la cavidad, la brillantez de la fuente alcanza una “meseta”. El valor máximo accesible de la brillantez (i.e. en el interior de esta meseta) es controlado por el valor de la reflectividad del espejo 2 (que es lo mismo del coeficiente de finesa de la cavidad). La dependencia resultante de la brillantez de la fuente óptima con respecto a la reflectancia del espejo 2 se muestra en la Fig. 22(b). Para valores cercanos a uno de $|r_2|$ el crecimiento de la brillantez se escala como $1/(1 - |r_2|)$, por lo tanto en principio la brillantez se puede incrementar sin límite al incrementar el valor del coeficiente de finesa de la cavidad con resonancia sencilla y reduciendo el ancho de banda del pulso de bombeo, aunque en la práctica se estará limitado por qué tan grande se puede hacer el coeficiente de finesa (o la reflectividad del espejo 2).

La discusión anterior deja en claro que la cavidad con resonancia sencilla da lugar a una mejora drástica de la brillantez de la fuente (junto con una reducción drástica del ancho de banda de emisión) comparado con una fuente equivalente pero sin cavidad. Es de esperarse

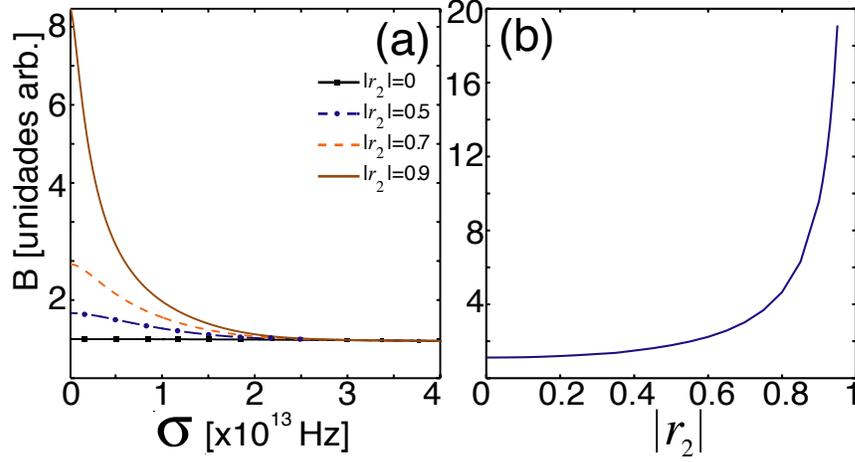


Figura 22. En el panel (a) se ilustra la brillantez de la fuente en función del ancho de banda del pulso de bombeo σ , para distintos valores de reflectividad del espejo $2|r_2|$. El valor $|r_2| = 0$ corresponde a la fuente equivalente sin cavidad. En el panel (b) ilustra la brillantez óptima (para $\sigma \rightarrow 0$) como función del espejo con reflectividad $|r_2|$.

que en el caso de la cavidad doblemente resonante, en la cual el pulso de bombeo al recorrer múltiples veces la cavidad contribuye a la probabilidad de emisión de parejas de fotones en con cada recorrido, la brillantez de la fuente se debe de incrementar considerablemente. Estudiaremos esto en la siguiente sección.

V.1.4 Tasa de emisión de la cavidad con resonancia doble

La amplitud espectral conjunta para la cavidad con resonancia doble difiere de la cavidad con resonancia sencilla por el factor $\mathcal{A}_p(\omega_s + \omega_i)$. Mientras que los modos permitidos por la cavidad muestran una distribución espectral factorizable para la cavidad con resonancia sencilla, en el caso de la cavidad con resonancia doble dichos modos permitidos de la cavidad muestran una elongación espectral, donde el grado de dicha elongación se puede contralar mediante la finesa asociada al pulso de bombeo, es decir r_p . La reducción del ancho de los modos permitidos por la cavidad a lo largo de la dirección $\omega_s + \omega_i$ en el espacio $\{\omega_i, \omega_s\}$ implica que el ancho de banda del pulso de bombeo para una brillantez óptima PDC puede

ser reducido conforme el coeficiente de finesa asociado al pulso de bombeo se incrementa (de otra manera, alguna de las frecuencias de pulso de bombeo no contribuirán a la generación de parejas de fotones, atenuando así la brillantez). Hay que hacer notar que lo anterior es consistente con el hecho que para anchos de banda del pulso de bombeo grandes (lo que corresponde a un pulso de bombeo corto comparado con el tiempo de recorrido de una vuelta completa), y para altas finesas de la cavidad, los pulsos de bombeo incidentes tenderan a ser reflejados en el espejo 1 de la cavidad no lineal, y así no existirá interacción entre el pulso de bombeo y el cristal no lineal y por lo tanto no habrá generación de parejas de fotones.

Para ilustrar el efecto de implementar una cavidad no lineal resonante para el pulso de bombeo y para los modos señal y acompañante, la figura 23(a) se ilustra el comportamiento de la brillantez como función de la reflectancia del espejo 1 asociada al modo de bombeo para tres valores distintos de anchos de banda del pulso de bombeo σ ($\sigma = 2 \times 10^{11}, 3.5 \times 10^{11}, 5 \times 10^{11}$ Hz). Si $r_{1p} = 0$, se tiene el caso de una cavidad con resonancia sencilla, aunque no es exactamente igual al caso estudiado en la sección anterior ya que bajo esta configuración el pulso de bombeo recorre dos veces el cristal no lineal (debido a que el pulso de bombeo se reflejará en el espejo 2) mientras que en el caso de la sección anterior el pulso de bombeo interacciona solo una vez con el cristal no lineal. La mejora que implica el hacer la cavidad doblemente resonante sobre la brillantez de la fuente es clara de la figura 23. El valor de $\sigma = 5 \times 10^{11}$ Hz para una de las curvas corresponde aproximadamente al ancho de banda del pulso de bombeo más grande en el interior del área que produce el óptimo ancho de banda para la correspondiente cavidad con resonancia sencilla (ver Fig. 22(a)). Como ya se mencionó la reducción del ancho de banda del pulso de bombeo empareja la reducción del ancho de los modos permitidos de la cavidad a lo largo de la dirección $\omega_s + \omega_i$ en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$, conduciendo a un incremento en la brillantez de la fuente. En el límite donde la cavidad es perfectamente resonante para el modo de bombeo, i.e., donde $r_{1p} = 1$ el pulso de bombeo no

podrá ingresar a la cavidad haciendo que la brillantez sea cero. La reducción prevista de la brillantez se hace aparente en la figura 23(b) que es similar a la del panel (a), con la diferencia que nos limitamos a mostrar valores muy grandes de reflectividades r_{1p} .

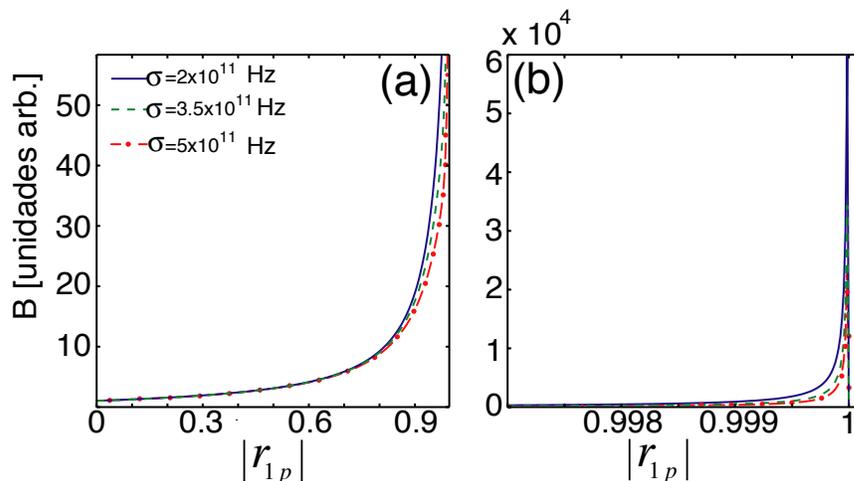


Figura 23. Gráficas de la brillantez como función de la reflectividad en el espejo r_{1p} , para tres valores distintos del ancho de banda del pulso de bombeo. La figura (b) es similar a la del panel (a) pero enfocada en la región de finesas altas. Al observar los valores del eje correspondiente a la brillantez se observa el incremento considerable de la misma.

V.2 Diseño de la fuente para aplicación específica

A continuación presentaremos los pasos a seguir para el diseño de una fuente de parejas de fotones basada en una cavidad con resonancia sencilla donde el objetivo es acoplar los modos PDC a una transición atómica específica. Para poder obtener un acoplamiento eficiente entre los fotones y el átomo, es necesario conseguir que alguno de los dos fotones (señal o acompañante) tenga la longitud de onda y el ancho de banda de la transición. Para ilustrar la manera de lograrlo tomaremos como ejemplo la transición $D_{5/2} - P_{3/2}$ del ion $^{40}\text{Ca}^+$, la cual está centrada a 854.2nm y tiene un ancho de banda 20MHz.

Para el diseño de la fuente sugerimos seguir los siguientes pasos.

1. Seleccionar la frecuencia del fotón señal de manera que coincida con la frecuencia deseada de la transición. En el ejemplo que usamos, esto corresponde a $\omega_{s0} = 2\pi c/\lambda_s$ para $\lambda_s = 854.2\text{nm}$.
2. La frecuencia central del láser de bombeo se elige tomando en cuenta las limitaciones experimentales. En nuestro ejemplo elegimos la frecuencia central del pulso de bombeo $\omega_{p0} = 2\pi c/\lambda_{p0}$, con $\lambda_{p0} = 400\text{nm}$, esto definirá a su vez la frecuencia central del fotón acompañante $\omega_{i0} = \omega_{p0} - \omega_{s0}$ lo cual corresponde a una longitud de onda de 752.26nm .
3. Ya que tenemos definidos las tres frecuencias centrales de los modos, seleccionamos el tipo de cristal no lineal a usar y seleccionamos el ángulo de corte de modo que se cumpla con la condición de emparejamiento de fases ($k_p(\omega_{p0}) - k_s(\omega_{s0}) - k_i(\omega_{i0}) = 0$) en las frecuencias de interés. En nuestro ejemplo utilizamos un cristal BBO con emparejamiento de fases tipo I, lo que resulta en un ángulo de corte de $\theta_{pm} = 29.1^\circ$.
4. La longitud de la cavidad no lineal (y por lo tanto la longitud del medio no lineal $L = \ell$) se escoge mediante la Ec.(119), de manera que la separación entre dos modos permitidos de la cavidad subsecuentes sea mayor a cierto umbral considerado de manera tal que sea posible la filtración espectral que permita la filtración de solo un modo. Para nuestro ejemplo dicho umbral corresponde a $\Delta\lambda_{max} = 0.5\text{nm}$, de lo cual obtenemos que la longitud de la cavidad es $L = 220\mu\text{m}$.
5. Ajustamos el valor de la reflectividad del espejo 2 de manera que el ancho de banda espectral del modo señal sea igual al ancho de banda de la transición atómica (es decir $2\pi \times 20\text{MHz}$ en frecuencia angular), para ello hacemos uso de la Ec.(118). Para nuestro ejemplo, el valor de la reflectividad del espejo 2 es $r_2 = 0.9999$, que corresponde a un valor de coeficiente de finesa de $\mathcal{F} = 4 \times 10^8$. Es posible la fabricación de espejo con

reflectividades altas con las tecnologías experimentales actuales como se muestran en trabajos recientes (Wolfgramm *et al.*, 2008; Ou y Lu, 1999).

6. Para aprovechar las ventajas de mejora sustancial de la brillantez mediante el uso de la cavidad con resonancia sencilla, seleccionamos el ancho de banda del pulso de bombeo σ de manera que $\sigma \lesssim \delta\omega/\sqrt{2\ln 2}$, lo cual definirá el ancho espectral de los modos permitidos de la cavidad. En nuestro ejemplo este valor corresponde a $\sigma \lesssim 106.7\text{MHz}$. Hay que hacer notar que si el valor del ancho de banda es mayor al valor anterior, las características de los fotones emitidos no se verán afectadas, aunque la brillantez de la fuente será más baja que el valor máximo alcanzable. Hacemos notar que este ancho de banda comparable esencialmente a un láser de onda continua. Aunque la técnica que aquí se presenta supone un haz de bombeo en el régimen pulsado, esta técnica será válida en el límite de ancho de banda angosto ($\sigma \rightarrow 0$).

La figura 24(a) ilustra la intensidad espectral conjunta, la cual está graficada en términos de las desintonizaciones $\nu_s = \omega_s - \omega_{s0}$ y $\nu_i = \omega_i - \omega_{i0}$. La Fig. 24(b) ilustra el espectro del modo señal. Tal como es requerido, el fotón señal está centrado a la longitud de onda $\lambda = 854.2\text{nm}$, y el fotón acompañante a $\lambda = 743.9\text{nm}$. También, el ancho de banda del fotón señal es cercano a 20MHz como es requerido. Es importante resaltar que la brillantez obtenida en esta configuración se puede incrementar aún más si se implementa la cavidad con resonancia doble.

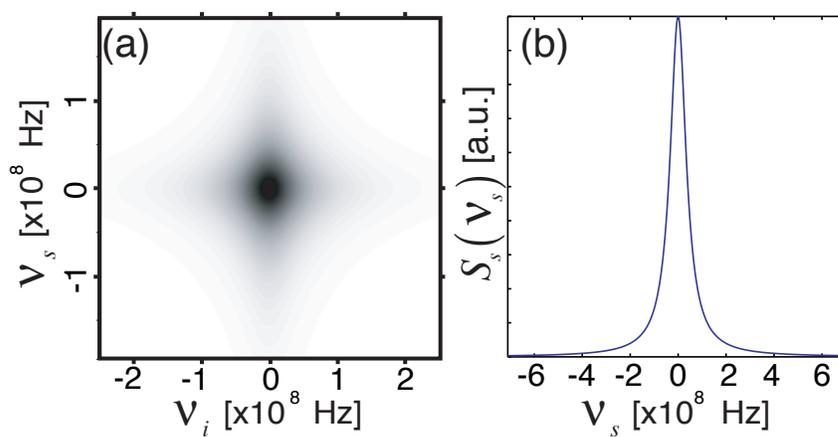


Figura 24. En el panel (a) se ilustra la intensidad espectral conjunta asociada a la cavidad para el modo de interés emitido. (b) Espectro del fotón individual el cual esta centrado a 854.2 nm con ancho de banda espectral de 20 MHz.

Capítulo VI

Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se ha realizado un estudio teórico de las propiedades espectrales-temporales y del enredamiento cuántico presente en parejas de fotones generadas mediante el proceso de conversión paramétrica descendente. A continuación se mencionarán las conclusiones principales obtenidas de esta investigación.

Se ha estudiado, en el formalismo de la función cronocíclica de Wigner, las propiedades espectrales-temporales de fotones individuales anunciados emitidos en una fuente basada en el fenómeno de PDC. Se ha establecido, a través de una aproximación gaussiana de la función de empatamiento de fases, una relación clara entre las propiedades de las parejas de fotones generadas y las propiedades resultantes del fotón individual anunciado.

También se ha mostrado que con un estado de dos fotones factorizable, se obtienen fotones individuales puros y además limitados por la transformada de Fourier. Lo anterior se estudió para dos posibles condiciones de empatamiento de velocidad de grupo (simétrico y asimétrico), donde para ambos casos se obtienen fotones individuales puros y limitados por la transformada de Fourier, con la ventaja que representa el no recurrir a filtración. Se mostró que para el fotón individual anunciado obtenido mediante la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo, éste tiene la duración temporal más corta posible, la cual corresponde a la duración temporal del pulso de bombeo. Por otra parte, fotones individuales anunciados basados en la condición de empatamiento simétrico de velocidad de grupo conduce a fotones con una duración temporal mayor al valor ideal por un factor de $\sqrt{2}$ (U'Ren *et al.*, 2007).

Se incluyó un análisis del efecto inducido debido a efectos de dispersión externa, es decir,

dispersión introducida por elementos ópticos distintos al medio no lineal, para una fuente PDC con empatamiento de fases tipo II, con emisión colineal y degenerada. Se han derivado expresiones analíticas para: i) el interferograma de Hong-Ou-Mandel que involucra dos fuentes de fotones individuales anunciados, ii) la descomposición de Schmidt del módulo de la amplitud temporal conjunta y iii) La función cronocíclica de Wigner para fotones individuales anunciados. Lo anterior recurriendo a aproximaciones para la función de empatamiento de fases y del término de desempatamiento de fases.

Se ha encontrado que dispersión en el pulso de bombeo representa una herramienta útil para controlar el grado de enredamiento cuántico presente en la pareja de fotones. Se encontró que para un estado de dos fotones factorizable en ausencia de dispersión en el pulso de bombeo, se obtiene un número de Schmidt (el cual cuantifica el grado del enredamiento) $K=1$, dicho valor puede ser ajustado al valor deseado a través de introducir dispersión de velocidad de grupo en el pulso de bombeo.

Así mismo, se predice la supresión de efectos dispersivos la cual ocurre para el estado factorizable mediante el cumplimiento de la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo. De esta manera la duración temporal del fotón anunciado en presencia de dispersión en el pulso de bombeo puede alcanzar la duración temporal que se observaría si no existiera dispersión externa actuando en la fuente, lo anterior se logra para condiciones específicas que se deberán de cumplir entre la dispersión en el pulso de bombeo y la dispersión que experimentan las parejas de fotones.

Se muestra una relación explícita entre: i) el número de Schmidt del estado de dos fotones, ii) la visibilidad del interferómetro de Hong-Ou-Mandel en un arreglo con dos fuentes y iii) la pureza del fotón individual anunciado. Esto nos permite tener un método experimental útil para diseñar una fuente caracterizada por un enredamiento arbitrario en la pareja de fotones.

Se ha mostrado que el enredamiento espectral (temporal) presente en el estado de dos

fotones puede migrar entre el módulo y la fase de la amplitud temporal conjunta en aquellos casos cuando los fotones producidos se propagan por una muestra con dispersión de velocidad de grupo. Se presentaron detalles para una fuente específica para la cual el enredamiento esperado puede residir enteramente en la fase, tanto en el dominio temporal como en el dominio espectral (Jeronimo-Moreno y U'Ren, 2009).

En el capítulo V se ha estudiado la generación de parejas de fotones mediante una fuente de conversión paramétrica descendente en una cavidad no lineal, la cual está formada por dos espejos que rodean al medio no lineal. Esta fuente se ha estudiado para dos regímenes: i) cavidad con resonancia sencilla, donde la cavidad es resonante a la frecuencia de los fotones señal y acompañante, y ii) cavidad con resonancia doble donde la cavidad también es resonante al pulso de bombeo. En ambos casos se han estudiado las propiedades espectrales de los fotones generados en términos de los parámetros de la cavidad óptica. Se ha mostrado que en la presencia de la cavidad, la emisión se da en modos espectrales definidos. Estos modos están caracterizados por tener un ancho de banda espectral el cual escala como $\mathcal{F}^{-1/2}$ donde \mathcal{F} es el coeficiente de finesa para los modos PDC. De esta manera cavidades con alta finesa llevan a la emisión de parejas de fotones con ancho de banda espectral estrecho, lo cual puede ser explotado para la implementación de fuentes de parejas de fotones acondicionadas ideales para acoplar uno de los fotones emitidos con sistemas atómicos específicos. También se ha mostrado que lo anterior se logra con el costo de incrementar el tiempo de correlación, el cual en el límite de una cavidad perfecta, la emisión de modos pierden su carácter de parejas de fotones debido a que el fotón señal o acompañante ya no están correlacionados en el tiempo.

También se han explorado los efectos de la cavidad en la brillantez de la fuente, donde se ha visto que para bombeos con anchos de banda considerables, la brillantez de la fuente se mantiene sin cambios respecto a la fuente equivalente sin cavidad. Sin embargo, se ha encontrado que si el ancho de banda del pulso de bombeo es angosto comparado con el ancho de

banda de los modos emitidos por la cavidad, la brillantez de la fuente se ve mejorada sustancialmente respecto a la brillantez de la fuente sin cavidad. Esta mejora incrementa de manera monótona con respecto al coeficiente de finesa. Se ha mostrado que para la cavidad con resonancia doble se produce correlaciones acentuadas en los modos permitidos de la cavidad; en el límite de cavidad perfecta (para el pulso de bombeo), los fotones señal y acompañante se hacen perfectamente correlacionados en frecuencia.

Se ha mostrado que con la cavidad con resonancia doble, se incrementa considerablemente la brillantez de emisión (respecto a la cavidad sencilla); lo cual se debe al hecho de que el pulso de bombeo puede atravesar la cavidad no lineal múltiples veces de manera que en cada paso del pulso de bombeo por el medio no lineal existe la probabilidad de emisión de fotones por la fuente. Conforme el coeficiente de finesa asociado al pulso de bombeo se incrementa, el ancho de banda del pulso de bombeo debe reducirse de manera que se logre alcanzar la brillantez óptima (Jeronimo-Moreno *et al.*, 2010).

Referencias

- Andrews, R., Pike, E. R., y Sarkar, S. (2001). Theory of photon-pair correlations in parametric down conversion in a microcavity. *Appl. Opt.*, **40**: 4050–4053.
- Bell, J. (1966). On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Rev. of Mod. Phys.*, **38**: 447–452.
- Boschi, D., Branca, S., Martini, F. D., Hardy, L., y Popescu, S. (1998). Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, **80**: 1121–1125.
- Bouwmeester, D., Pan, J., Daniell, M., Weinfurter, H., y A., Z. (1997). Experimental quantum teleportation. *Nature*, **390**: 575–579.
- Burnham, D. y Weinberg, D. (1970). Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, **25**: 84–87.
- Chan, K., Torres, J. P., y Eberly, J. H. (2007). Transverse entanglement migration in hilbert space. *Phys. Rev. A*, **75**: 050101(R).
- Chan, K. W. y Eberly, J. H. (2004). Observable phase entanglement. *arXiv:quant-ph*, **0404093**: 1–4.
- Cohen-Tannoudji, C. y Bernard, F. L. (1977). *Quantum mechanics*. Wiley and Sons, Inc., France, primera edición. 898 pp.
- Erdmann, R., Branning, D., Grice, W., y Walmsley, I. A. (2000). Restoring dispersion cancellation for entangled photons produced by ultrashort pulses. *Phys. Rev. A*, **62**: 1–14.
- Fedrizzi, A., Herbst, T., Poppe, A., Jennewien, T., y Zeilinger, A. (2007). A wavelength-tunable fiber-coupled source of narrowband entangled photons. *Opt. Express*, **15**: 15377–15386.
- Franson, J. (1992). Nonlocal cancellation of dispersion. *Phys. Rev. A*, **45**: 3126–3132.
- Friberg, S., Hong, C., y Mandel, L. (1985). Measurement of time delays in the parametric production of photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, **54**: 2011–2013.
- Giovannetti, V., Maccone, L., Shapiro, J. H., y Wong, F. N. C. (2002). Generating entangled two-photon states with coincident frequencies. *Phys. Rev. Lett.*, **88**: 1–4.
- Grice, W., U'Ren, A. B., y Walmsley, I. A. (2001). Eliminating frequency and space-time correlation in multiphoton states. *Phys. Rev. A*, **64**: 1–7.
- Grice, W. P. (1997). *Interference and Indistinguishability in Ultrafast Spontaneous Parametric Downconversion*. University of Rochester, USA, primera edición. 530 pp.

- Haase, A., Piro, N., Eschner, J., y Mitchell, M. (2009). Tunable narrowband entangled photon pair source for resonant single-photon single-atom interaction. *Opt. Lett.*, **34**: 55–57.
- Hariharan, P. y Sanders, B. C. (2000). Cavity-enhanced parametric down-conversion as a source of correlated photons. *J. Mod. Opt.*, **47**: 1739–1744.
- Herzog, T. J., Rarity, J. G., Weinfurter, H., y Zeilinger, A. (1994). Frustrated two-photon creation interference. *Phys. Rev. Lett.*, **72**: 629–632.
- Hong, C. y Mandel, L. (1985). Theory of parametric frequency down conversion of light. *Phys. Rev. A*, **31**: 2409–2418.
- Hong, C. K., Ou, Z. Y., y Mandel, L. (1987). Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, **59**: 2044–2046.
- Huang, H. y Eberly, J. H. (1993). Correlations and one-quantum pulse shapes in photon pair generation. *Phys. Rev. Lett.*, **40**: 915–930.
- Jeronimo-Moreno, Y. y U'Ren, A. B. (2009). Control, measurement, and propagation of entanglement in photon pairs generated through type-ii parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, **79**: 033839.
- Jeronimo-Moreno, Y., Rodriguez-Benavides, S., y U'Ren, A. B. (2010). Theory of cavity-enhanced spontaneous parametric downconversion. *Las. Phys.*, **20**: 1221–1322.
- Keller, T. y Rubin, M. H. (2005). Theory of two-photon entanglement for spontaneous parametric down-conversion driven by a narrow pump pulse. *Phys. Rev. A*, **56**: 1534–1541.
- Kim, Y. H. y Grice, W. (2005). Measurement of the spectral properties of the two-photon state generated via type ii spontaneous parametric downconversion. *Opt. Lett.*, **30**: 908–910.
- Klemens, G. y Fainman, Y. (2006). Optimization-based calculation of optical nonlinear processes in a micro-resonator. *Opt. Express*, **14**: 9864–9872.
- Knill, E., LaFlamme, R., y Milburn, G. (2001). A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature*, **409**: 46–52.
- Konig, F., Mason, E. J., Wong, F. N. C., y Albota, M. A. (2005). Efficient and spectrally bright source of polarization-entangled photons. *Phys. Rev. A*, **71**: 033805.
- Kuklewicz, C. E., Keskiner, E., C., W. F. N., y Shapiro, J. H. (2002). A high-flux entanglement source based on a doubly resonant optical parametric amplifier. *J. Opt. B*, **4**: S162–S168.
- Kuklewicz, C. E., Wong, F. N. C., y Shapiro, J. H. (2006). Time-bin-modulated biphotons from cavity-enhanced down-conversion. *Phys. Rev. Lett.*, **97**: 223601.
- Kuzucu, O., Fiorentino, M., Albota, M. A., Wong, F. N. C., y Kärtner, F. X. (2005). Two-photon coincident-frequency entanglement via extended phase matching. *Phys. Rev. Lett.*, **94**: 083601.

- Law, C. K., Walmsley, I. A., y Eberly, J. H. (2000). Continuous frequency entanglement: effective finite hilbert space and entropy control. *Phys. Rev. Lett.*, **84**: 5304–5307.
- Loudon, R. (1980). *The quantum theory of light*. Claredon Press Oxford, New York, primera edición. 393 pp.
- Lu, Y. J. y Ou, Z. Y. (2000). Optical parametric oscillator far below threshold: Experiment versus theory. *Phys. Rev. A*, **62**: 033804.
- Mikhailova, Y. M., Volkov, P., y Fedorov, M. (2008). Biphoton wave packets in parametric down-conversion: Spectral and temporal structure and degree of entanglement. *Phys. Rev. A*, **78**: 062327.
- Mosley, P. J., Lundeen, J. S., Smith, B. J., Wasylczyk, P., U'Ren, A. B., Silberhorn, C., y Walmsley, I. A. (2008). Heralded generation of ultrafast single photon in pure quantum states. *Phys. Rev. Lett.*, **100**: 133601.
- Nasr, M. B., Saleh, B. E. A., Sergienko, A. V., y Teich, M. C. (2003). Demonstration of dispersion-canceled quantum-optical coherence tomography. *Phys. Rev. Lett.*, **91**: 083601.
- Neergaard-Nielsen, J. S., Nielsen, B. M., Takahashi, H., Vistnes, A. I., y Polzik, E. S. (2007). High purity bright single photon source. *Opt. Express*, **15**: 7940–7949.
- O'Donnell, K. y U'Ren, A. B. (2007). Observation of ultrabroadband, beamlike parametric downconversion. *Optics Letters*, **32**: 817–819.
- Ou, Z. Y. y Lu, Y. J. (1999). Cavity enhanced spontaneous parametric down-conversion for the prolongation of correlation time between conjugate photons. *Phys. Rev. Lett.*, **13**: 2556–2559.
- Paye, J. (1992). The chronocyclic representation of ultrashort light pulses. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**: 2262 – 2273.
- Pittman, T., Jacobs, B., y Franson, J. (2005). Heralding single photons from pulsed parametric downconversion. *Opt. Comm.*, **246**: 545–550.
- Pittman, T. B., Fitch, M., Jacobs, B., y Franson, J. (2003). Experimental controlled not logic gate for single photons in the coincidence basis. *Phys. Rev. A*, **68**: 032316.
- Poh, H. S., Lum, C. Y., Marcikic, I., Lamas-Linares, A., y Kurtsiefer, C. (2007). Joint spectrum mapping of polarization entanglement in spontaneous parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, **75**: 043816.
- Ralph, T., White, A., Munro, W., y Milburn, G. (2001). Simple scheme for efficient linear optics quantum gates. *Phys. Rev. A*, **65**: 012314.
- Raymer, M., Noh, J., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2005). Pure-state single-photon wave-packet generation by parametric down-conversion in a distributed microcavity. *Phys. Rev. A*, **72**: 023825.

- Rubin, M. H. (2000). Entanglement and state preparation. *Phys. Rev. A*, **61**: 022311.
- Shapiro, J. H. y Wong, N. C. (2000). An ultrabright narrowband source of polarization-entangled photon pairs. *J. Opt. B*, **2**: L1–L4.
- Starikov, A. y Wolf, E. J. (1982). Coherent-mode representation of gaussian schell-model sources and of their radiation fields. *J. Opt. Soc. Am.*, **72**: 923–928.
- Tittel, W., Brendel, J., y Gisin, N. (1998). Violation of bell inequalities by photons more than 10 km apart. *Phys. Rev. Lett.*, **81**: 3563–3566.
- Torres, J., Macià, F., Carrasco, S., y Torner, L. (2005). Engineering the frequency correlations of entangled two-photon states by achromatic phase matching. *Opt. Lett.*, **30**: 314–316.
- U'Ren, A., Ball, J., Silberhorn, C., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2005a). Characterization of the non-classical nature of conditionally prepared single photons. *Phys. Rev. A*, **72**: 021802(R).
- U'Ren, A. B., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2003). Photon engineering for quantum information processing. *Quant. Inf. and Comp.*, **3**: 480–502.
- U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2004). Efficient conditional preparation of high-fidelity single photon states for fiber-optic quantum networks. *Phys. Rev. Lett.*, **93**: 093601.
- U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Banaszek, K., Walmsley, I. A., Erdmann, R., Grice, W. P., y Raymer, M. G. (2005b). Generation of pure-state single photon wavepackets by conditional preparation based on spontaneous parametric downconversion. *Laser Phys.*, **15**: 146–161.
- U'Ren, A. B., Erdmann, E., De la Cruz, M., y Walmsley, I. A. (2006). Generation of two-photon states with an arbitrary degree of entanglement via nonlinear crystal superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, **97**: 223602.
- U'Ren, A. B., Jeronimo-Moreno, Y., y Garcia-Gracia, H. (2007). Generation of fourier-transform-limited heralded single photons. *Phys. Rev. A*, **75**: 023810.
- Walmsley, I. A. y Wong, V. (1996). Characterization of the electric field of ultrashort optical pulses. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**: 2453.
- Walton, Z. D., Sergienko, A. V., Saleh, B. E. A., y Teich, M. C. (2004). Generation of polarization-entangled photon pairs with arbitrary joint spectrum. *Phys. Rev. A*, **70**: 052317.
- Wang, H., Horikiri, T., y Kobayashi, T. (2004). Polarization-entangled mode-locked photons from cavity-enhanced spontaneous parametric-down-conversion. *Phys. Rev. A*, **70**: 043804.
- Wolfgramm, F., Xing, X., Cerè, A., Predojević, A., Steinberg, A., y Mitchell, M. (2008). Bright filterfree source of indistinguishable photon pairs. *Opt. Express*, **16**: 18145–18151.