

TESIS DEFENDIDA POR

Karina Garay Palmett

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Raúl Rangel Rojo

Director del Comité

Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés

Miembro del Comité

Dr. Kevin Arthur O'Donnell

Miembro del Comité

Dr. J. Jesús Arriaga Rodríguez

Miembro del Comité

Dr. Juan Pérez Torres

Miembro del Comité

Dr. Pedro Negrete Regagnon

*Coordinador del programa de
posgrado en Óptica*

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Estudios de Posgrado

20 de agosto de 2009

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN ÓPTICA**

**PROPIEDADES DE ENLAZAMIENTO ESPECTRAL DE PAREJAS DE
FOTONES GENERADAS POR MEZCLADO DE CUATRO ONDAS
ESPONTÁNEO EN FIBRA ÓPTICA**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

KARINA GARAY PALMETT

Ensenada, Baja California, México, agosto de 2009

RESUMEN de la tesis de **KARINA GARAY PALMETT**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS en ÓPTICA con orientación en ÓPTICA FÍSICA. Ensenada, Baja California, agosto de 2009.

PROPIEDADES DE ENLAZAMIENTO ESPECTRAL DE PAREJAS DE FOTONES GENERADAS POR MEZCLADO DE CUATRO ONDAS ESPONTÁNEO EN FIBRA ÓPTICA

Resumen aprobado por:

Dr. Raúl Rangel Rojo

Director de Tesis

La implementación de tecnologías cuánticas modernas precisa de la disponibilidad de fuentes de luz no-clásica, las cuales pueden ser generadas por la interacción de campos electromagnéticos clásicos con materiales no-lineales, a través de procesos paramétricos. En este trabajo se presenta un estudio teórico sobre la generación de estados de dos fotones por medio del proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo (SFWM) en fibras ópticas, en particular en fibras de cristal fotónico.

El enfoque de la investigación está dirigido a proponer diseños de fuentes de parejas de fotones que exhiban propiedades de correlación espectral acondicionadas para su aplicación en sistemas de información y comunicación cuántica. Entre esos estados, son de gran interés los estados factorizables, libres de enlazamiento y los estados con un alto grado de correlación espectral. Los primeros son una fuente imprescindible en computación cuántica con óptica lineal, mientras que los segundos resultan ser útiles en la implementación de versiones cuánticas de tomografía óptica coherente. Se ha encontrado que la capacidad para diseñar fibras de cristal fotónico con perfiles de dispersión diferentes, conduce a un sistema flexible que permite generar estados de dos fotones en una clase amplia de regímenes de correlación espectral.

Adicional al estudio de las propiedades espectrales, se han derivado expresiones para calcular la brillantez de las fuentes de parejas de fotones basadas en fibras ópticas y a partir de éstas se ha analizado la dependencia del número de fotones generados, en función de parámetros tales como la longitud de la fibra, la duración y la potencia de los pulsos de bombeo.

Palabras Clave: Estados de dos fotones, Correlaciones cuánticas, Mezclado de cuatro ondas espontáneo, Fibras ópticas.

ABSTRACT of the thesis presented by **KARINA GARAY PALMETT**, in partial fulfillment of the requirements of the degree of DOCTOR IN SCIENCES in OPTICS with orientation in PHYSICAL OPTICS. Ensenada, Baja California, august 2009.

**SPECTRAL ENTANGLEMENT PROPERTIES OF PHOTON PAIRS
GENERATED BY SPONTANEOUS FOUR WAVE MIXING IN
OPTICAL FIBER**

The implementation of modern quantum technologies requires the availability of non-classical light sources, which can be generated by the interaction of classical electromagnetic fields with non-linear media through parametric processes. This thesis presents a theoretical study of the generation of two-photon states by spontaneous four-wave mixing (SFWM) in optical fibers, particularly in photonic crystal fibers.

The research focuses on proposing novel designs of photon pair sources that exhibit spectral correlation properties tailored for application in quantum information processing and quantum communication systems. Particularly, factorable two-photon states, which are characterized by the absence of correlations, and on the other hand, highly entangled two-photon states, are of great interest. The former are an essential source in linear optical quantum computing, while the latter prove to be useful in implementing quantum versions of optical coherence tomography. We found that the ability to design photonic crystal fibers with different dispersion profiles, leads to a flexible system that allows the generation of two-photon states within a broad class of spectral correlation regimes.

In addition to the study of the spectral properties, expressions to calculate the brightness of the photon pair sources based on optical fibers have been derived, and from these the photon number dependence on parameters such as fiber length, pump pulse duration and power was analyzed.

Keywords: Two-photon states, Quantum correlations, Spontaneous four wave mixing, Optical fibers.

*Dedicado con cariño a mis padres:
Marlene y Edilberto*

Agradecimientos

Esta tesis representa la materialización de un objetivo importante en mi proyecto de vida. Naturalmente, este logro no hubiese sido posible sin el respaldo de las personas que más cerca estuvieron de mí y a las cuales les estaré siempre agradecida por el apoyo y respeto que me brindaron y con los cuales espero seguir contando.

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por la fuerza que siempre me ayuda a vencer los obstáculos.

Se merecen un lugar especial en esta lista mis queridos padres, quienes pacientemente tratan de entender y respetar mis decisiones. Es el apoyo de ustedes el más importante para mí.

Agradezco a mis hermanos Nasly y Edilberto por el cariño que me tienen, por el apoyo incondicional que siempre me brindan y por cuidar de mis padres en mis largas ausencias.

Mucho tengo que agradecer a quien ha sido mi pilar durante todo el tiempo que he estado en México, Yass. Gracias a ti por estar conmigo en todo momento, pero sobre todo por valorarme y aceptarme tal cual y como soy.

A mis amigas mexicanas, Norma y Noemí. Cada una de ustedes me ha brindado su amistad y respaldo desinteresado, ustedes hicieron que en estos seis años nunca me sintiera sola, alegraron mi vida. Gracias por aceptarme y créanme que siempre las llevaré conmigo donde quiera que esté.

Una de mis mayores fortunas en este país fue el sentirme siempre bien recibida y aceptada en todos los contextos. Es así, como hoy me llevo un muy buen recuerdo de todos los estudiantes que pasaron por el Departamento durante estos seis años. Con

todos los que pude convivir gracias por dejarme formar parte de su mundo. Se bien que a unos más que a otros estuve molestando (tal vez más de una vez) y por ello también les doy gracias y sepan que siempre podrán contar conmigo. Aquí algunos nombres: Daniel Garcia, Joel Castro, Juan Pablo Vite, Patricia Puente, Jorge Acosta, Rodger Evans, Lis Tamayo, Minerva Robles, Sergio De la Cruz, Maria Corona, Daniel Rojano, ... y también a los recientemente conocidos Luis Felipe Devia y Daniel Staufert con quienes he podido hacer una buena amistad.

En el contexto académico empiezo por agradecer a mi asesor, el Dr. Raúl Rangel Rojo, por dejarme formar parte de su equipo de investigación y por ayudarme durante todos los seis años que trabajé bajo su dirección. También le agradezco por la paciencia que me tuvo y sobre todo por la confianza que depositó en mí.

Quiero agradecer de manera especial al Dr. Alfred U'Ren Cortés, quien me acompañó durante todo el doctorado, brindándome su respaldo académico. Gracias por confiar en mis capacidades y por haberme dedicado tanto tiempo.

Muchas gracias a los miembros de mi comité de tesis por sus valiosos aportes a la realización de esta investigación, ellos son: Dr. Kevin O'Donnell, Dr. Juan P. Torres y Dr. J. Jesús Arriaga.

Especial agradecimiento a todos los investigadores del Departamento de Óptica por el apoyo que me ofrecieron cuando lo necesité.

Muchas gracias al personal de apoyo técnico al Departamento por siempre estar dispuestos a ayudarme. En especial quiero agradecer a Isaac Fimbres por todas las veces que me sacó de mis apuros con la computadora y con el software que necesité.

Gracias al personal de servicios escolares del Cicese por su apoyo y amabilidad. Igualmente, agradezco a las secretarias del Departamento de Óptica toda la ayuda que me proporcionaron a lo largo de mi doctorado.

Y finalmente, muchas gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por la beca que me otorgó para realizar mis estudios de doctorado en el CICESE. Sin ello, naturalmente, esta tesis que hoy entrego no hubiera sido posible.

Contenido

	Página
Resumen en español	i
Resumen en inglés	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	vii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tablas	xiv
I. Introducción	1
I.1 Propuesta y objetivos	7
I.1.1 Objetivos específicos	8
I.2 Estructura de la tesis	10
II. Propiedades de Fibras Ópticas y Procesos No-Lineales	12
II.1 Características generales de las fibras ópticas	12
II.2 Fibras con perfil de índice escalonado	14
II.2.1 La dispersión cromática en fibras ópticas	16
II.3 Fibras de cristal fotónico	20
II.3.1 Modelo de índice escalonado para PCFs	23
II.4 Fenómenos no-lineales en fibras ópticas	24
II.5 Mezclado de cuatro ondas espontáneo	31
II.5.1 Propiedades de empatamiento de fases para SFWM co-polarizado	36
III. Descripción del Estado de Dos Fotones Generado por Mezclado de Cuatro Ondas Espontáneo	44
III.1 Estado cuántico de parejas de fotones generadas por SFWM	44
III.2 Función espectral conjunta	51
III.2.1 Soluciones analíticas cerradas de la JSA a primer orden en el desempatamiento de fases	57
IV. Flujo emitido en el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo	67
IV.1 Dependencia de la tasa de emisión de parejas de fotones SFWM con la longitud de la fibra	81

Contenido (continuación)

	Página
IV.2 Dependencia de la tasa de emisión de parejas de fotones SFWM con la potencia del bombeo	85
IV.3 Tasa de emisión de parejas de fotones SFWM en función del ancho de banda de los pulsos de bombeo	87
V. Taxonomía de Estados de Dos Fotones	92
V.1 Estado de dos fotones con correlación espectral típica	92
V.2 Estado de dos fotones con correlación positiva	95
V.3 Estados de dos fotones factorizables	97
V.4 Estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio	100
VI. Generación de Estados de Dos Fotones con Propiedades Diseñadas	
Ex-profeso	104
VI.1 Condiciones para la factorabilidad en el caso de SFWM con bombeos degenerados	105
VI.2 Método de empatamiento de velocidades de grupo en el proceso de SFWM	107
VI.2.1 Caso de bombeos degenerados	107
VI.2.2 Caso de bombeos no-degenerados	117
VI.3 Empatamiento completo de velocidades de grupo	122
VI.3.1 Teoría de SFWM para la condición de FGVM	126
VI.3.2 Métodos para obtener empatamiento de fases en los puntos FGVM	128
VI.3.3 Estados de dos fotones con propiedades espectrales acondicionadas en la condición de FGVM	131
VI.4 Estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio en el régimen CW	137
VI.4.1 Propiedades de empatamiento de fases alrededor de la frecuencia de cero dispersión	139
VI.4.2 Condiciones para la generación de parejas de fotones UBB	142
VI.4.3 Diseños experimentales específicos de estados de dos fotones UBB	149
VI.4.4 Interferencia cuántica en SFWM	152
VII. Conclusiones	156
REFERENCIAS	161

Lista de Figuras

Figura	Página
1	Conversión paramétrica descendente en cristales no-lineales de segundo orden 2
2	a) Fibra con perfil de índice de refracción escalonado. b) Distribución espacial de la intensidad en una fibra monomodal. 14
3	Parámetro de dispersión de una fibra con perfil de índice escalonado. 19
4	(a) Imagen de una PCF, tomada de la referencia (Wong <i>et al.</i> , 2005). (b) Esquema de la sección transversal de una PCF. d es el diámetro de los huecos de aire y Λ es el período de la red fotónica. El modelo usado para calcular la dispersión de las PCFs supone que $n_2 = f + (1 - f)n_1$ 21
5	Parámetro de dispersión como función de la longitud de onda para una PCF. 22
6	Parámetro de dispersión como función de la longitud de onda para PCFs con diferentes valores de r y f 23
7	Representación en diagrama de niveles de energía del proceso de esparcimiento Raman. a) Emisión de onda Stokes. b) Emisión de onda anti-stokes. 27
8	Espectro de ganancia Raman para fibras de Sílice. Tomado de la referencia Lin y Agrawal (2006). 29
9	a) Mezclado de cuatro ondas colineal en fibra óptica. b) Diagramas de energía para SFWM para los casos de bombeos degenerados y no degenerados. 31
10	Contornos de $\Delta k = 0$ para diferentes valores de la potencia de bombeo en la configuración DP. 38
11	Contornos de $\Delta k = 0$ para una PCF en el régimen NDP. 41
12	Contornos de empatamiento de fases como función de la potencia de bombeo para configuraciones NDP. 43
13	Intensidad espectral conjunta de parejas de fotones generadas por SFWM en una PCF. a) Para un bombeo cercano al límite CW. b) Para un bombeo pulsado con un ancho de banda igual a 1 nm. 53

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
14	Espectro individual (normalizado) de fotones generados por SFWM en una PCF. a) y b) Señal y acompañante, respectivamente, para un bombeo cuasi-monocromático (corresponden a la JSI en la figura 13a)). c) y d) Espectro de la señal y la acompañante correspondientes a la figura 13b).	55
15	Dependencia de la función de empataamiento de fases para el caso NDP con el parámetro B . En los paneles c) y d) las líneas rojas segmentadas representan la función $\text{sinc}(x/2)$.	62
16	Espectro de parejas de fotones generadas en la configuración DP. a) Envoltente espectral del bombeo. b) Función de empataamiento de fases. c) Intensidad espectral conjunta calculada a partir de las ecuaciones (41, 42 y 47).	63
17	Espectro de parejas de fotones generadas en la configuración NDP. a) Envoltente espectral del bombeo. b) Función de empataamiento de fases. c) JSI calculada con las expresiones analíticas. d) JSI evaluada numéricamente, sin aproximaciones.	65
18	Esquema de detección de los fotones generados por SFWM. Al salir de la fibra no-lineal los flujos señal y acompañante son dirigidos hacia los detectores (D1 y D2), a través de las fibras monomodales FM1 y FM2, respectivamente.	68
19	Función de error y su derivada	76
20	Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la longitud de la fibra en el régimen de bombeos degenerados. Los datos numéricos y analíticos son calculados a partir de las ecuaciones (63 y 70), respectivamente.	82
21	Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la longitud de la fibra en el régimen de bombeos no-degenerados.	83
22	Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la potencia de bombeo en la configuración DP.	86
23	Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la potencia de bombeo en la configuración NDP.	87
24	Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la duración del pulso de bombeo en la configuración DP.	89

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
25	Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la duración del pulso de bombeo en la configuración NDP. 1er orden: corresponde a una evaluación numérica considerando sólo los términos lineales en la expansión en series de Δk . 2do orden: resultado numérico truncando la serie a segundo orden. 3er orden: resultado numérico truncando la serie a tercer orden.	90
26	Intensidad espectral conjunta de una fuente de dos fotones típica. a) El ancho de banda del bombeo es 0.8 nm. b) El ancho de banda del bombeo es 0.1 nm.	93
27	Intensidad espectral conjunta de una fuente de dos fotones con correlación espectral positiva	96
28	Estados de dos fotones factorizables generados por SFWM. a) Estado factorizable simétrico. b) y c) Estados de factorizables asimétricos. . . .	98
29	Preparación condicional de fotones individuales a partir del estado de dos fotones SFWM.	99
30	Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones generado por SFWM en una PCF. El estado exhibe un ancho de banda considerable. La JSI ha sido graficada como el contorno a 0.5 del valor máximo. . . .	103
31	Aproximación de la función $\text{sinc}(x)$ por una gaussiana. Γ es elegido tal que las dos funciones tienen el mismo ancho a la mitad de la amplitud máxima.	106
32	Espectro de parejas de fotones generadas en la configuración DP. a) Envoltente espectral del bombeo. b) Función de empatamiento de fases. c) Intensidad espectral conjunta.	108
33	Empatamiento simétrico y asimétrico de velocidades de grupo en una PCF.	111
34	Ángulos de orientación de la función de empatamiento de fases en una PCF	112
35	Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones factorizable simétrico. a) Función de envoltente espectral del bombeo. b) La función de empatamiento de fases. c) JSI analítica obtenida a partir de la ecuación (41). d) JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34).	114

Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página
36	a)-c) JSI para un estado factorizable con alto grado de elongación espectral (horizontal). d)-f) JSI para un estado factorizable con alto grado de elongación espectral (vertical). g)-i) Síntesis de un estado con correlación positiva. Estos estado son obtenidos para la fibra considerada en la figura 34. 115
37	Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones con correlación espectral negativa. El estado exhibe un ancho de banda considerable. La JSI ha sido graficada como el contorno a 0.5 del valor máximo. 118
38	Ángulos de orientación de la función de empataamiento de fases en el caso NDP. La línea sólida es el contorno de $\Delta k = 0$, mientras que el contorno segmentado corresponde a las soluciones de la ecuación $T_s = -T_i$ 119
39	Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones factorizable simétrico en la configuración NDP. a) Función de envolvente espectral del bombeo. b) La función de de empataamiento de fases. c) JSI analítica obtenida a partir de la ecuación (41). d) JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34). 121
40	Diagrama de empataamiento de fases para una SIF 125
41	Métodos para obtener empataamiento de fases en los puntos FGVM 129
42	Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones cuasi-factorizable. a) Función de envolvente espectral del bombeo, ecuación (42). b) La función de de empataamiento de fases, ecuación (85). c) JSI obtenida como el producto de las funciones en a) y b). d) JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34). 133
43	Estado de dos fotones con un ancho de banda ultra amplio generado en la condición FGVM. 135
44	Propiedades de empataamiento de fase alrededor de la frecuencia de cero dispersión. SFWM con bombeos monocromáticos 140
45	Influencia de la dispersión de cuarto orden sobre el desempataamiento de fases 144

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
46	a) Ancho de banda de emisión como función r y f . b) Longitud de onda de cero dispersión correspondiente para cada geometría de fibra considerada en a). Los puntos rojos en a) y b) indican el valor del radio para el cual la dispersión de cuarto orden es nula en el punto de cero dispersión. c) Igual que a) pero sólo para $f = 0.5$. d) JSI obtenida en el punto A señalado en c).	146
47	Diseños específicos de estados de dos fotones UBB	150
48	Interferencia cuántica en SFWM	154

Lista de Tablas

Tabla	Página
I Tasa de emisión de parejas de fotones en una PCF. N_{exp} y N_{teo} corresponden a la estimación experimental y los valores teóricos, respectivamente, del artículo de Alibart <i>et al.</i> . N_{ana} son los resultados derivados a partir de la ecuación (70) y N_{num} son los valores obtenidos por evaluación numérica de la ecuación (63).	80

Capítulo I

Introducción

Diferentes propuestas de dispositivos basados en óptica cuántica precisan de la disponibilidad de fuentes de luz no-clásica, las cuales pueden ser generadas por la interacción de campos electromagnéticos clásicos con materiales no-lineales, a través de procesos paramétricos espontáneos tales como conversión paramétrica descendente (SPDC, *spontaneous parametric down conversion*, en inglés) y mezclado de cuatro ondas (SFWM, *spontaneous four wave mixing*, en inglés). Estos procesos son paramétricos en el sentido de que la energía y momento de los fotones involucrados son conservados y no hay transferencia de energía neta al material. El carácter no clásico de una fuente de luz radica en que sus propiedades no pueden ser explicadas a partir de los fundamentos de la electrodinámica clásica.

Durante los últimos 35 años, el principal mecanismo de generación de fuentes de luz no-clásica ha sido el SPDC en cristales no-lineales con una susceptibilidad $\chi^{(2)}$ (Kwiat *et al.*, 1995). El SPDC es un proceso de mezclado de tres ondas en el cual un fotón del haz de bombeo a la frecuencia ω_p es aniquilado dando origen a la emisión simultánea de un par de fotones llamados señal y acompañante con frecuencias ω_s y ω_i , respectivamente. Un esquema del proceso de SPDC es mostrado en la figura 1. Debido a las condiciones de conservación de energía y momento, inherentes a los procesos paramétricos, las parejas de fotones exhiben correlación en cuanto al número de fotones emitidos, así como correlaciones espectrales, de momento transversal y en tiempos de emisión. Estas correlaciones son de carácter no-clásico y dan lugar al enlazamiento

cuántico. En términos generales, el enlazamiento se puede definir como la correlación cuántica no-local de dos o más sistemas mecánico-cuánticos, tal que el estado del sistema completo no puede escribirse como el producto directo de un estado independiente para cada subsistema. El enlazamiento cuántico de un estado de dos fotones se puede cuantificar a través del parámetro de cooperatividad K , definido en términos de la descomposición de Schmidt (Law *et al.*, 2000), donde $K = 1$ representa un estado factorizable, libre de enlazamiento y $K \gg 1$ corresponde a un estado con un alto grado de enlazamiento.

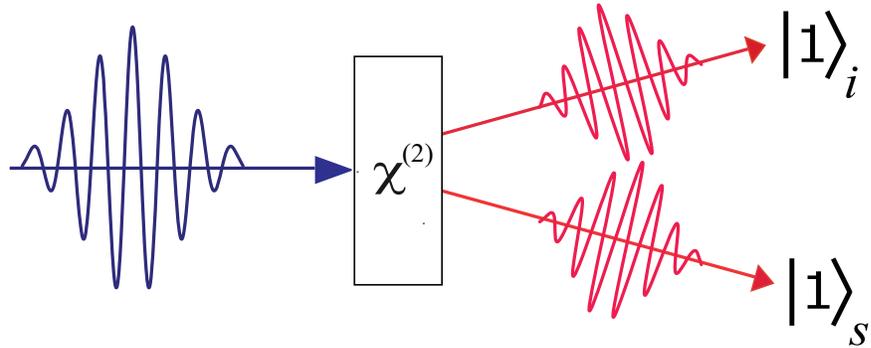


Figura 1. Conversión paramétrica descendente en cristales no-lineales de segundo orden

Estados de dos fotones correlacionados han sido utilizados como portadores básicos en el procesamiento de información cuántica y en comunicación cuántica (Ou y Mandel, 1988). Sin embargo, la implementación de algunos experimentos requiere de estados de dos fotones con propiedades de enlazamiento particulares. Por ejemplo, compuertas lógicas usadas en computación cuántica con óptica lineal (LOQC, linear optics quantum computation, en inglés), requieren de paquetes de onda de un sólo fotón en estado puro (Knill *et al.*, 2001). Estos paquetes de onda uni-fotónicos pueden ser preparados usando la generación de pares de fotones por SPDC y SFWM a través de la detección de uno de los fotones del par (Harris *et al.*, 1967). En general, los fotones individuales anunciados

no reúnen la condición de pureza necesaria para su aplicación directa, debido a que en presencia de enlazamiento, la detección de un fotón proyecta a su contraparte a un estado mixto (mezcla estadística de modos de emisión). Por lo anterior, es necesario recurrir a mecanismos para eliminar las correlaciones en cada grado de libertad de variable continua en donde pueda residir el enlazamiento (U'Ren *et al.*, 2005).

Un estado de dos fotones libre de correlaciones es un estado factorizable, es decir que la función de onda del estado puede ser expresada como el producto de dos funciones independientes, correspondiendo a cada uno de los fotones generados. Físicamente, la factorabilidad conduce a la indistinguibilidad de los fotones de un par; al detectar uno de ellos, la única información que se puede obtener acerca del fotón hermano, es su existencia. Esta indistinguibilidad es clave para garantizar la visibilidad de la interferencia entre fotones provenientes de diferentes fuentes, en experimentos que yacen sobre procesos de interferencia cuántica (Hong *et al.*, 1987). Las correlaciones más difíciles de suprimir son las correlaciones espectrales. Correlaciones espaciales pueden ser suprimidas mediante configuraciones de luz guiada, en guías de onda y fibras ópticas no-lineales (Raymer *et al.*, 2005; U'Ren *et al.*, 2004; Fan y Migdall, 2007; Rarity *et al.*, 2005). Usualmente, en experimentos de interferencia cuántica las correlaciones espectrales son minimizadas por el uso de filtros espectrales, al costo de una disminución fuerte del flujo de fotones hacia los detectores. Como alternativa a esta limitación, se ha demostrado que es posible eliminar las correlaciones espectrales en parejas de fotones generadas por SPDC, mediante el método de empatamiento de velocidad de grupo (GVM, group velocity matching, en inglés), usando un bombeo pulsado y un cristal con propiedades de dispersión diseñadas ex-profeso (Grice *et al.*, 2001; U'Ren *et al.*, 2005).

Por otro lado, procesos paramétricos espontáneos pueden conducir a la generación

de estados de dos fotones con un alto grado de enlazamiento, los cuales son convenientes en aplicaciones tales como distribución de claves cuánticas con un abecedario extendido (Ali-Khan *et al.*, 2007), absorción de dos fotones cuánticamente asistida (Dayan *et al.*, 2004) y teleportación de paquetes de onda uni-fotónicos (Molotkov, 1998). En configuraciones en las cuales un sólo modo transversal puede propagarse en el medio no-lineal, el enlazamiento cuántico reside sólo en el grado de libertad espectral. En estas condiciones un valor de $K \gg 1$ puede ser obtenido acondicionando el proceso de generación de pares de fotones para obtener el ancho de banda de emisión más amplio posible, a partir de un haz de bombeo con el ancho de banda más angosto posible, y para este caso $K \propto \sigma_{SFWM}/\sigma_{pump}$ (Zhang *et al.*, 2007). Un ancho de banda de generación muy grande conduce a un tiempo de correlación muy pequeño (ancho de la distribución de diferencias de tiempos de emisión) entre los fotones del par, lo cual resulta útil en aplicaciones basadas en la medición de diferencias en los instantes de arribo de dos modos ópticos, tales como implementaciones cuánticas de tomografía óptica coherente (Nasr *et al.*, 2003), donde el tiempo de resolución del instrumento es proporcional al tiempo de correlación. Fuentes de parejas de fotones exhibiendo un ancho de banda de emisión muy grande han sido generadas en cristales no-lineales por SPDC (Nasr *et al.*, 2005; Carrasco *et al.*, 2006; O'Donnell y U'Ren, 2007).

Recientemente se ha suscitado un gran interés en desarrollar fuentes de parejas de fotones en fibras ópticas (Fiorentino *et al.*, 2002; Rarity *et al.*, 2005), motivado en parte por la necesidad de contar con una fuente que sea directamente compatible con las redes de telecomunicación estándar. Si bien es cierto que las fuentes de dos fotones basadas en SPDC han contribuído significativamente al auge de las tecnologías de óptica cuántica en las últimas décadas, también lo es el hecho de que presentan importantes limitaciones frente a las recientemente desarrolladas fuentes de parejas

fotones generadas por SFWM. En primer lugar, en un proceso de SPDC los pares de fotones tienden a ser emitidos en un número grande de modos espaciales y espectrales, limitando la eficiencia de acoplamiento a fibras ópticas. De otra parte, en una fuente de parejas de fotones basada en SFWM es posible obtener tasas de emisión mayores a las que se pueden alcanzar en SPDC, debido a dos propiedades fundamentales: i) La potencia de emisión (P_{SFWM}) del proceso SFWM es proporcional al cuadrado de la potencia de bombeo (P_{pump}), $P_{SFWM} \propto P_{pump}^2$, a diferencia del SPDC en el cual la potencia de emisión crece sólo linealmente con la potencia de bombeo. ii) En fibras ópticas se puede acceder a longitudes de interacción esencialmente ilimitadas, mientras que en cristales en bulto las longitudes de interacción para el SPDC son limitadas por difracción; asimismo en guías de ondas $\chi^{(2)}$ estas longitudes están limitadas al tamaño de los cristales, que raramente sobrepasa unos pocos centímetros. En este sentido, fuentes de parejas de fotones generadas por SFWM son más convenientes para la realización de los experimentos actuales basados en la emisión simultánea de múltiples parejas de fotones, donde se requieren de fuentes cada vez más brillantes y con fotones de menor ancho de banda.

Previo al desarrollo de fuentes de parejas de fotones por SFWM en fibras ópticas, se diseñaron fuentes de parejas de fotones por SPDC en fibras con polarización periódica inducida térmicamente y en guías de onda de niobato de litio periódicamente polarizado; ambos medios caracterizados por una susceptibilidad $\chi^{(2)}$ (Bonfrate *et al.*, 1999; Tanzilli *et al.*, 2001). Sin embargo, la tasa de emisión de las primeras es limitada por la baja no-linealidad de las fibras y las segundas tienen el inconveniente de que el área transversal del modo emitido es asimétrico, lo cual tiende a disminuir la eficiencia de acoplamiento a fibras ópticas.

Los anteriores aspectos han suscitado un creciente interés en torno a la generación

de fuentes de parejas fotones por SFWM, basado en una no-linealidad $\chi^{(3)}$, en fibras ópticas, debido a su compatibilidad directa con la tecnología de comunicaciones. Desde el primer desarrollo experimental de una fuente de fotones SFWM en el año 2001 (Sharping *et al.*, 2001), varios trabajos experimentales se han realizado en diversas configuraciones, demostrando el potencial de estas fuentes comparadas a su contraparte de fuentes SPDC. Fibras de dispersión corrida (DSF, dispersion-shifted fiber, en inglés), con frecuencia de cero dispersión en la ventana de telecomunicaciones, fueron utilizadas en un principio para la generación de parejas de fotones correlacionados (Fiorentino *et al.*, 2002), bombeando la fibra en el régimen de dispersión anómala. En este régimen los fotones generados están próximos a la frecuencia del bombeo por lo cual la fuente está expuesta a contaminación por fotones producidos por esparcimiento Raman espontáneo. El esparcimiento Raman es el principal ruido de fondo en el proceso de generación de parejas de fotones por SFWM porque puede adicionar un fotón en el modo señal sin un fotón acompañante, lo cual deteriora la correlación de la fuente. Los fotones Raman son generados a longitudes de onda corridas hacia el rojo de la frecuencia central del bombeo, dentro un ancho de banda de 40THz (Agrawal, 2007), lo cual corresponde a la frecuencia de una transición en las bandas vibracionales de la sílice. Las fibras de cristal fotónico por su parte, permiten generar fotones suficientemente alejados de la frecuencia central del bombeo, al ser bombeadas en el régimen de dispersión normal, lo cual reduce significativamente la contaminación por efecto Raman. También se ha demostrado experimentalmente que fuentes de parejas de fotones generadas en fibras de cristal fotónico (PCFs, por sus siglas en inglés) tienen una brillantez significativa, lo cual se debe, en parte, a las áreas de núcleo reducidas que permiten un mejor confinamiento de la luz y por ende a un incremento de los efectos no-lineales (Fan y Migdall, 2007; Rarity *et al.*, 2005), y a las longitudes de interacción mayores a la de los cristales

$\chi^{(2)}$. Todo esto, adicionado a la operación monomodal a todas las frecuencias y a sus características de dispersión manejable, hace de las PCFs un medio óptimo para la construcción de fuentes de parejas de fotones por SFWM.

Hasta hace relativamente poco, todas las fuentes de parejas de fotones basadas en fibras implementadas experimentalmente, han exhibido correlación espectral y por tanto no reúnen el requisito de pureza necesario para la preparación de paquetes de onda uni-fotónicos en estado puro. De aquí la motivación del presente trabajo, por realizar un estudio exhaustivo de las propiedades de correlación espectral de fuentes de dos fotones basadas en SFWM en fibras ópticas. Especialmente, el estudio está dirigido a fuentes de dos fotones generadas en PCFs, dado que las propiedades dispersivas de éstas permiten una exploración amplia de los parámetros que permitirán acondicionar el estado de dos fotones a un tipo de correlación espectral específico.

I.1 Propuesta y objetivos

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal estudiar teóricamente las propiedades de enlazamiento espectral de parejas de fotones generadas por SFWM en fibras ópticas monomodales y con campos electromagnéticos co-polarizados. Lo anterior con el fin de proponer diseños de fuentes de parejas de fotones que exhiban propiedades de correlación espectral específicas, útiles para aplicaciones en procesamiento de información cuántica, en el dominio fotónico. Particularmente, el trabajo está direccionado a encontrar condiciones físicas que contribuyan, por un lado, a la generación de estados de dos fotones factorizables, es decir sin correlación espectral y por otro, a estados de dos fotones con un alto grado de enlazamiento espectral.

I.1.1 Objetivos específicos

Para el desarrollo de la propuesta general se definieron los siguientes objetivos particulares:

- Estudiar el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo en fibras ópticas. Derivar a partir de las ecuaciones de Maxwell el Hamiltoniano de interacción de cuatro campos, el cual permitirá deducir el estado cuántico generado por SFWM. El análisis de esta interacción estará limitado a fibras ópticas monomodales y a una configuración en la cual los campos de bombeo y los fotones generados están co-polarizados y se propagan en la misma dirección a lo largo de la longitud de la fibra.
- Derivar expresiones analíticas para la función espectral conjunta, la cual en general está dada por una integral tipo convolución que requiere ser evaluada numéricamente. Esto será realizado para los regímenes de bombeo pulsado y en el límite de onda continua. En ambos casos, la solución analítica deberá ser general, en el sentido que se puedan describir las propiedades espectrales de parejas de fotones generadas en las configuraciones de bombeos degenerados y no-degenerados. Para esto será necesario establecer aproximaciones en la dispersión de la fibra y definir la envolvente espectral de los campos de bombeo, como gaussianas para el caso pulsado y como funciones δ de Dirac en el caso CW.
- Estudiar las propiedades de dispersión de las fibras ópticas, las cuales determinan la condición de conservación de momento en el proceso de SFWM. En particular, se analizarán las propiedades de empaquetamiento de fases en fibras de cristal fotónico, por lo cual es necesario implementar un modelo para calcular la dis-

persión. Para ello se considera el modelo de índice escalonado, el cual fue propuesto recientemente como un método sencillo y eficaz para describir la dispersión de la PCFs. A partir del índice efectivo calculado se pueden entonces conocer los coeficientes de dispersión a todos los órdenes en la expansión en series de Taylor de la constante de propagación.

- A partir de las expresiones analíticas para la JSA, se examinarán las propiedades de correlación espectral entre los fotones generados por SFWM. Esto permitirá determinar las condiciones sobre la dispersión de la fibra y los campos de bombeo que deben satisfacerse para obtener un estado cuántico caracterizado por un tipo de correlación espectral particular. En el régimen de bombeo pulsado, este análisis constituye una extensión del método de GVM, desarrollado para eliminar las correlaciones espectrales de parejas de fotones generadas por SPDC (Grice *et al.*, 2001), al contexto de SFWM.
- Proponer, en base a la teoría desarrollada, diseños factibles de fuentes de parejas de fotones con propiedades de enlazamiento espectral acondicionadas, que puedan ser implementados con la tecnología existente y posteriormente utilizados en los diferentes esquemas de procesamiento de información cuántica y demás aplicaciones. En este sentido, la flexibilidad en los parámetros de diseño de las PCFs puede ser explotada de tal forma que el proceso de generación de parejas de fotones por SFWM requiera fotones de bombeo que puedan ser accedidos por tecnología láser existente o a través de uno de sus armónicos mediante el uso de cristales no-lineales. Por otro lado, los fotones generados deberán estar centrados en longitudes de onda que puedan ser eficientemente detectadas por los detectores de fotones individuales existentes: foto-diodos de avalancha hechos de silicio, efi-

cientes en el rango visible del espectro y foto-diodos basados en InGaAs que son eficientes para detección en el infrarrojo (en la banda de telecomunicaciones). También se debe cuidar que los fotones señal y acompañante estén libres de contaminación por efecto Raman; por lo cual es necesario que los fotones generados estén suficientemente alejados del ancho de banda de la ganancia Raman, esto es 40THz desde la frecuencia central del bombeo.

- Calcular la tasa de emisión de parejas de fotones generadas por SFWM copolarizado en fibras ópticas. A partir de esto, analizar la dependencia de la brillantez de las fuentes con los parámetros físicos relacionados: longitud de la fibra, potencia y duración de los pulsos de bombeo.

Dadas la ventajas de fuentes de parejas de fotones generadas por SFWM en fibras ópticas, comparadas a las fuentes basadas en PDC, y considerando que éste es el primer estudio reportado sobre las propiedades de correlación espectral en el contexto de estados de dos fotones generados por SFWM, se espera que los resultados obtenidos en esta investigación sirvan como fundamento teórico para la futura realización experimental de fuentes de estados de dos fotones con propiedades de correlación espectral particulares: estados factorizables, estados altamente correlacionados y anti-correlacionados. Estos últimos pueden ser acondicionados para ser de banda ancha de tal forma que el tiempo de correlación de los fotones generados sea del orden de unos pocos femtosegundos.

I.2 Estructura de la tesis

Los fundamentos teóricos, el desarrollo y los resultados de la presente tesis serán presentados en el texto a continuación, el cual está organizado de la siguiente manera: en

el capítulo II se describen las propiedades tanto lineales como no-lineales de las fibras ópticas y se detallan brevemente los principales efectos no-lineales que se producen a partir de la propagación de luz en fibras, finalizando con el fenómeno de interés para la presente investigación, a saber el proceso de mezclado de cuatro ondas. Aquí mismo se describen las propiedades de empatamiento de fases en PCFs para SFWM con bombeos degenerados y no-degenerados. En el capítulo III se presenta la derivación del estado cuántico generado por SFWM y el modelo que permite obtener las expresiones analíticas cerradas de la función espectral conjunta. Se muestran resultados derivados con estas expresiones y se comparan con los obtenidos por implementación numérica de la JSA sin aproximación. En el capítulo IV se expone la derivación de la tasa de emisión de fotones y se presentan resultados sobre la dependencia del flujo emitido con cada uno de los parámetros involucrados. Para validar el modelo propuesto, aquí se presenta una comparación con resultados experimentales reportados en la literatura. En el capítulo V se describen los principales estados con propiedades espectrales acondicionadas, los cuales son útiles para la implementación de muchos protocolos en procesamiento de información cuántica. En el capítulo VI se proponen los diferentes métodos para acondicionar los estados de dos fotones generados por SFWM y se plantean diseños específicos de fuentes de parejas de fotones basadas en fibras ópticas, las cuales exhiben propiedades de correlación particulares. Los diseños presentados pueden ser implementados experimentalmente. Finalmente, las principales conclusiones del trabajo son resumidas en el capítulo VII.

Capítulo II

Propiedades de Fibras Ópticas y Procesos No-Lineales

Cuando una onda electromagnética se propaga a lo largo de una fibra óptica, la interrelación de efectos dispersivos (lineales) y no-lineales puede dar lugar a diferentes procesos, entre los cuales es de interés particular para el presente estudio, el mezclado de cuatro de ondas (FWM, por sus siglas en inglés). La manera en que ésto se dá depende en gran medida de la fibra particular que se esté usando. En este capítulo se describen las características de la fibras ópticas en general, y de las fibras de cristal fotónico en particular. Esto permitirá estudiar las propiedades de empatamiento de fases para el proceso de FWM en diferentes configuraciones. Al explorar en el conjunto de geometrías de fibras disponibles, se estará en capacidad de proponer fuentes de parejas de fotones con propiedades acondicionadas de enlazamiento, en rangos espectrales específicos.

II.1 Características generales de las fibras ópticas

Las fibras ópticas se han constituído en el medio de transmisión de información sobre largas distancias más importante en telecomunicaciones ópticas (Yariv, 1985). Sin embargo, los progresos en la tecnología de fabricación han permitido desarrollar fibras en las cuales se manifiestan fenómenos no-lineales extremos entre los que se destaca la generación de un súper continuo de luz, una fuente que por su ancho espectral amplio encuentra aplicaciones en los campos de espectroscopía, tomografía de coherencia

óptica y telecomunicaciones (Wadsworth *et al.*, 2002). Por otro lado, como ya se ha mencionado, desde el año 2001 se han venido aprovechando las ventajas de las fibras ópticas en el desarrollo de fuentes de luz no-clásicas, para aplicaciones en procesamiento de información y comunicaciones cuánticas (Fiorentino *et al.*, 2002).

Una fibra óptica es una guía de onda cilíndrica fabricada de materiales con bajas pérdidas, tal como la sílice. Está formada por un núcleo generalmente sólido, el cual es rodeado por una cubierta con un índice de refracción menor a ese del material del núcleo. En fibras estándares la luz es guiada al interior del núcleo y se propaga en forma de uno o varios modos, dependiendo de su geometría y de la frecuencia óptica. Un modo corresponde a una distribución espacial (en el plano formado por los ejes x e y) particular de la intensidad electromagnética, viajando a lo largo del eje de la fibra (el eje z) con una constante de propagación $k(\omega)$ y una velocidad de grupo v_g . Las fibras en las cuales sólo el modo fundamental es permitido a propagarse se conocen como fibras monomodales y en general se caracterizan por tener un radio de núcleo pequeño.

Las fibras convencionales son hechas especialmente de sílice pura, aunque los diferentes contrastes dieléctricos entre el núcleo y cubierta son logrados con pequeñas concentraciones de materiales dopantes tales como el germanio y el boro. En comparación con otros, la sílice es un material que presenta bajas pérdidas, exhibiendo un valor mínimo cerca de $1.55 \mu\text{m}$ (la longitud de onda de operación para telecomunicaciones). Lejos de su rol como medio de transmisión, las fibras ópticas son explotadas en diversas aplicaciones, muchas de las cuales involucran efectos no-lineales. Esto ha motivado el diseño y fabricación de fibras en materiales con índice de refracción mayor al de la sílice, en las cuales se pueden alcanzar contrastes dieléctricos muy grandes, favoreciendo el confinamiento de la luz en el núcleo y por lo tanto el reforzamiento de procesos no-lineales, tales como la refracción no-lineal y el FWM, aún con bajas energías. Entre

otros, los materiales usados para fabricar fibras altamente no-lineales son: óxido de Bismuto (Kikuchi y Taira, 2002), óxido de Telurio (Ravi Kanth Kumar *et al.*, 2003) y calcogenuros (Yeom *et al.*, 2008).

II.2 Fibras con perfil de índice escalonado

Muchas fibras convencionales presentan una distribución espacial del índice de refracción tal como la que se muestra en la figura 2a), las cuales son conocidas como fibras con perfil de índice escalonado (SIF, por sus siglas en inglés). Están formadas por un núcleo con índice de refracción n_1 y radio r , rodeado por una cubierta con un índice refracción n_2 , bajo la restricción $n_1 > n_2$. En este tipo de fibras el contraste dieléctrico entre el núcleo y la cubierta está dado por $\Delta_n = (n_1 - n_2)/n_1$. La luz es guiada al interior del núcleo, por reflexión total interna en la frontera núcleo-cubierta, cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo crítico, definido como $\theta_c = \sin^{-1}(n_2/n_1)$.

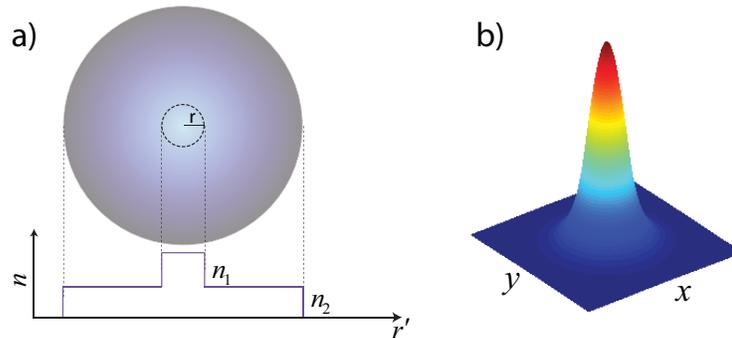


Figura 2. a) Fibra con perfil de índice de refracción escalonado. b) Distribución espacial de la intensidad en una fibra monomodal.

Se ha mencionado que la luz se propaga en una fibra óptica en forma de modos. Para conocer la distribución transversal y la constante de propagación de los modos guiados en una SIF, se requiere de un análisis que parte de considerar que todas las componentes de los campos eléctrico y magnético satisfacen la ecuación de Helmholtz

(Saleh y Teich, 1991). Suponiendo que las componentes tangenciales de los campos son continuas en la frontera núcleo-cubierta y que la constante de propagación de un modo confinado está contenida en el intervalo $(n_2\omega/c, n_1\omega/c)$, se obtiene la llamada ecuación característica o condición de modo, que al resolverse (de forma numérica, por ejemplo) proporciona la constante de propagación del modo, la cual después es usada para calcular las componentes espaciales del campo al interior del núcleo y en la cubierta. Una descripción detallada de este tratamiento se puede encontrar en la referencia (Yariv, 1985). Los parámetros libres para desarrollar este cálculo son el radio del núcleo, los índices de refracción del núcleo y la cubierta, y por supuesto la frecuencia de la luz.

En una SIF el número de modos guiados es determinado por el parámetro V definido como

$$V = \frac{2\pi r}{\lambda}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}, \quad (1)$$

donde $\lambda = 2\pi c/\omega$ es la longitud de onda de la luz. Cuando $V < 2.405$ para una frecuencia dada, sólo el modo fundamental HE_{11} se puede guiar a lo largo de la fibra. Este modo se caracteriza por una distribución transversal $f(x, y)$, que en principio puede ser aproximada por una función gaussiana (Agrawal, 2007). La forma precisa, sin embargo, está dada en términos de funciones de Bessel de primera y segunda clase en las regiones del núcleo y la cubierta, respectivamente (Yariv, 1985).

Conociendo las componentes espaciales del campo electromagnético, es posible determinar la potencia por unidad de área transmitida en la fibra, según la relación (Snitzer, 1961)

$$S_z = \frac{1}{2}(E_r H_\phi^* - E_\phi H_r^*), \quad (2)$$

donde los subíndices r y ϕ , representan las componentes de los campos radial y acimutal, respectivamente y $*$ indica complejo conjugado. Se ha mostrado que el diámetro del modo del campo (MFD, por sus siglas en inglés) correspondiente al modo HE_{11} puede ser definido como (Artiglia *et al.*, 1989; Foster *et al.*, 2004)

$$D_M = 2\sqrt{2}\sqrt{\frac{\int S_z r^3 dr}{\int S_z r dr}}, \quad (3)$$

donde las integrales son evaluadas sobre el perfil transversal. D_M es el diámetro efectivo de la distribución de intensidad electromagnética al interior de la fibra y correspondería al ancho $1/e$ para un perfil gaussiano. En la figura 2b) se presenta un ejemplo de esta distribución para luz a una longitud de onda $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$, que es acoplada a una SIF con $r = 0.5 \mu\text{m}$ y $\Delta_n = 0.03$. Esta gráfica ha sido generada por implementación numérica de la ecuación (2), a partir de las expresiones para las componentes espaciales de los campos (ver capítulo 3 en (Yariv, 1985)).

II.2.1 La dispersión cromática en fibras ópticas

Uno de los efectos más importantes a tomar en cuenta al estudiar la propagación de luz en fibras ópticas, es la dispersión cromática. La dispersión se hace más significativa cuando la luz acoplada a la fibra es de naturaleza pulsada. Un pulso óptico tiene un ancho de banda en frecuencias ($\Delta\omega$), el cual es inversamente proporcional a su duración. La dispersión causa que cada componente espectral viaje a una velocidad de fase distinta, conduciendo a un ensachamiento temporal del pulso. En fibras ópticas la dispersión resulta de la acción conjunta de la dispersión material, la dispersión de guía

de onda y la dispersión modal, esta última pudiendo ser ignorada en fibras monomodales (como es el caso del presente estudio) (Saleh y Teich, 1991). El fenómeno de la dispersión se manifiesta en la dependencia del índice de refracción y de la constante de propagación del modo propagado con la frecuencia óptica, parámetros vinculados a través de la expresión

$$k(\omega) = \frac{n_{eff}(\omega)\omega}{c}, \quad (4)$$

conocida como relación de dispersión. Aquí, ω representa la frecuencia óptica, $n_{eff}(\omega)$ es el índice de refracción efectivo que vé el modo viajando a lo largo de la fibra, y c es la velocidad de la luz en el vacío.

La dispersión material surge porque la respuesta del medio a la acción de una onda electromagnética, en general depende de la frecuencia ω . Este efecto es comúnmente estudiado a partir del modelo de Lorentz descrito en (Born y Wolf, 1999), pero lejos de resonancia, en medios con varias frecuencias resonantes, la dependencia del índice de refracción con ω se puede definir mediante una relación empírica, conocida como ecuación de Sellmeier, dada por

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_j^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (5)$$

donde ω_j es la frecuencia de resonancia y B_j corresponde al peso de la j -ésima resonancia (Agrawal, 2007). Es importante resaltar que $n(\omega)$ en esta ecuación representa el índice de refracción del material en el bulto.

Por otro lado, la dispersión de guía de onda se presenta porque las distribuciones relativas de la potencia óptica en el núcleo y la cubierta son función de la razón r/λ . En consecuencia la velocidad de grupo, es decir la velocidad a la cual la energía del

modo se propaga, se hace dependiente de la frecuencia, aunque la dispersión material sea despreciable (Saleh y Teich, 1991). En fibras de telecomunicaciones estándares, debido a un contraste diéctrico bajo, la contribución material a la dispersión es mucho mayor que la contribución de guía de onda.

Para estudiar los efectos de la dispersión sobre la propagación de pulsos en fibras ópticas, usualmente se recurre a una expansión en serie de Taylor de la constante de propagación alrededor de la frecuencia central del pulso,

$$k(\omega) = k^{(0)} + k^{(1)}\nu + \frac{1}{2}k^{(2)}\nu^2 + \frac{1}{6}k^{(3)}\nu^3 + \dots, \quad (6)$$

donde $k^{(m)} = [d^m k(\omega)/d\omega^m]_{\omega=\omega_o}$ y $\nu = \omega - \omega_o$ es la desintonización con respecto a la frecuencia central ω_o . En esta ecuación, el término de primer orden es directamente el inverso de velocidad de grupo, $k^{(1)} = 1/v_g$, por lo que $k^{(2)}$ se constituye en la dispersión de la velocidad de grupo, siendo responsable del ensanchamiento temporal de un pulso durante su propagación. En el contexto de fibras ópticas es más común expresar la dispersión de velocidad de grupo en términos del parámetro de dispersión D , el cual está definido como

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} k^{(2)}. \quad (7)$$

En la figura 3 se muestra la variación del parámetro de dispersión con la longitud de onda para una SIF con $r = 1.6 \mu\text{m}$ y $\Delta_n = 0.0024$ (se ha considerado que el material de la cubierta es sílice pura), una geometría característica de las fibras de telecomunicación estándar. La longitud de onda para la cual D es cero se denomina longitud de onda de cero dispersión (λ_{zd}) y es el punto en el cual la dispersión de la guía de onda compensa la dispersión material. En este caso $\lambda_{zd} = 1.32 \mu\text{m}$, no obstante el punto de cero dispersión

de la sílice en bulto está alrededor de $1.27 \mu\text{m}$, por lo cual puede decirse que la principal contribución de la guía de onda a la dispersión es correr λ_{zd} hacia longitudes de onda ligeramente mayores, para el caso de fibras convencionales (Agrawal, 2007).

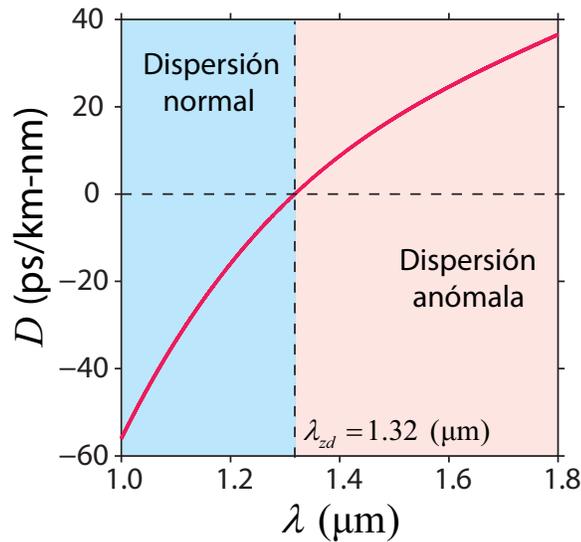


Figura 3. Parámetro de dispersión de una fibra con perfil de índice escalonado.

A longitudes de onda menores que λ_{zd} se tiene que $D < 0$, lo cual se denomina como dispersión normal. Esto implica que las componentes de más alta frecuencia de un pulso viajan a menor rapidez que las componentes de frecuencia menores. Lo opuesto ocurre en el régimen de dispersión anómala ($D > 0$) que se presenta para $\lambda > \lambda_{zd}$. En general, los efectos que se originan por la propagación en una fibra, tendrán características diferentes dependiendo del régimen de dispersión en el cual se trabaje. Dado que la dispersión tiende a ensanchar el pulso, esto provoca una disminución en la potencia pico cuando la energía por pulso se mantiene constante. Es por tanto conveniente, en la mayoría de los casos, que la longitud de onda central esté en la vecindad de λ_{zd} . Esto conlleva a la necesidad de contar con fibras ópticas que tengan el punto de cero dispersión cercano a las frecuencias centrales de emisión de las fuentes de luz láser

existentes. Debido a su bajo contraste de índice, las SIF no permiten correr el punto de cero dispersión a longitudes de onda por debajo de $1.27 \mu\text{m}$ (Mogilevtsev *et al.*, 1998). Esto motivó el desarrollo de las fibras de cristal fotónico, las cuales pueden ser diseñadas para que λ_{zd} se corra incluso hacia longitudes de onda en el visible (Knight *et al.*, 1996).

II.3 Fibras de cristal fotónico

El objetivo fundamental de la presente investigación es acondicionar el grado de correlación espectral presente en un estado de parejas de fotones generada por SFWM. Esto precisa de un medio que ofrezca flexibilidad para la manipulación de sus propiedades dispersivas. En el contexto de fibras ópticas, las PCFs se constituyen como los medios más adecuados porque además de sus características de dispersión manejable, permiten un confinamiento alto del modo propagado en el núcleo de la fibra, favoreciendo la producción de efectos no-lineales. Además, pueden ser fabricadas para permitir la propagación de un sólo modo a todas las longitudes de onda (Birks *et al.*, 1997). Aunque se han generado parejas de fotones en DSF, con el punto de cero dispersión en la banda de telecomunicaciones (alrededor de $1.55 \mu\text{m}$) (Fiorentino *et al.*, 2002; Takesue y K., 2005), no cabe duda que las características de dispersión únicas de las PCFs muestran un panorama amplio en la construcción de fuentes de parejas de fotones exhibiendo propiedades de correlación espectral particulares.

Una fibra de cristal fotónico (PCF) presenta una micro-estructura compleja en su plano transversal, formada por un arreglo periódico de huecos de aire que permanecen invariantes a lo largo de la fibra. Las PCFs pueden guiar la luz por reflexión total interna sí el núcleo es sólido (figura 4(a)) y por el efecto de “bandgap” fotónico sí, por

ejemplo, el núcleo de la fibra es hueco (Knight *et al.*, 1998). En el presente estudio sólo serán consideradas PCFs con núcleo sólido. La cantidad de aire en la cubierta se cuantifica por la fracción de llenado de aire f , la cual puede ser aproximada por la razón d/Λ , ver figura 4(b).

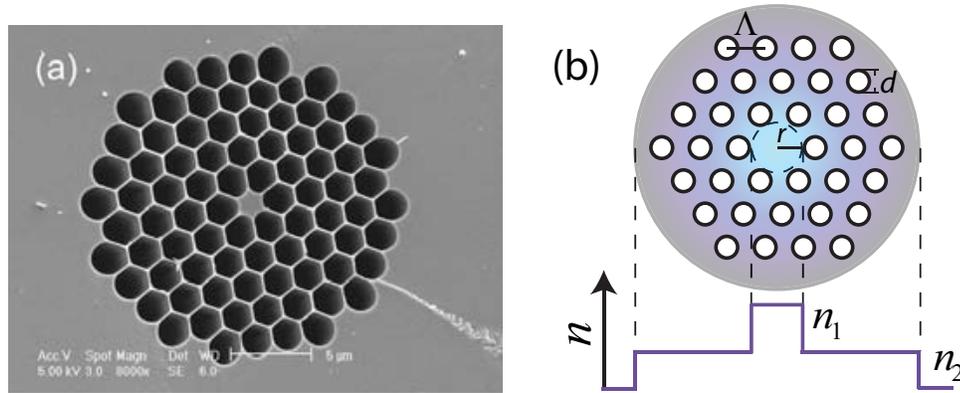


Figura 4. (a) Imagen de una PCF, tomada de la referencia (Wong *et al.*, 2005). (b) Esquema de la sección transversal de una PCF. d es el diámetro de los huecos de aire y Λ es el período de la red fotónica. El modelo usado para calcular la dispersión de las PCFs supone que $n_2 = f + (1 - f)n_1$.

Las PCFs se caracterizan por un contraste dieléctrico bastante alto debido a que la cubierta, formada por la estructura de huecos de aire, tiene un índice de refracción que puede incluso aproximarse a la unidad para f muy grande. Valores típicos de la fracción de llenado en PCFs comerciales son mayores que 0.9. Esto aunado con los radios de núcleo inferiores a $1 \mu\text{m}$, permite el diseño de fibras en los cuales la dispersión de guía de onda supera la dispersión material (Knight, 2003). Lo anterior proporciona características de dispersión únicas a las PCFs no accesibles con fibras estándares, entre las que destaca el hecho de que λ_{zd} puede ser corrida incluso por debajo de $0.5 \mu\text{m}$ (Foster y Gaeta, 2004). A manera de ejemplo, en la figura 5 se presenta el parámetro de dispersión en función de la longitud de onda para una PCF con $r = 0.8$ y $f = 0.6$. En este caso, resulta que el punto de cero dispersión se corre a $0.7122 \mu\text{m}$ y un segundo

punto de cero dispersión surge a $1.5333 \mu\text{m}$; de manera que la fibra exhibe dispersión anómala en el rango de longitudes de onda limitado por λ_{zd1} y λ_{zd2} , a diferencia de las fibras SIF estándares en la cuales dispersión anómala por debajo de $1.27 \mu\text{m}$ es inaccesible.

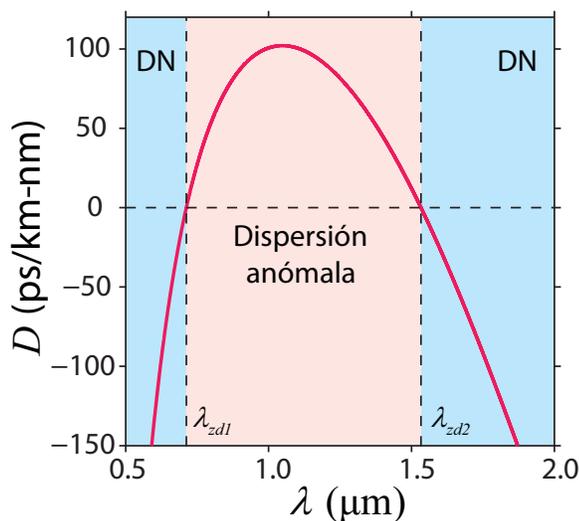


Figura 5. Parámetro de dispersión como función de la longitud de onda para una PCF con $r = 0.8 \mu\text{m}$ y $f = 0.6$.

Con el propósito de estudiar la influencia de la fracción de llenado de aire y el radio del núcleo en las propiedades de dispersión de las PCFs, en la figura 6 se muestra la curva de dispersión como función del radio del núcleo, para dos diferentes valores de f . El parámetro de dispersión (ver ecuación (7)) para cada geometría de fibra, es calculado a partir del índice de refracción efectivo del modo propagado, el cual se obtiene al implementar el modelo de índice escalonado para PCFs, descrito en la siguiente sección. Se puede apreciar que a medida que r disminuye, los puntos de cero dispersión se desplazan hacia longitudes de onda menores. Existe un valor límite de r (para cada f) en el cual estos puntos de cero dispersión convergen a uno sólo, en una longitud de onda que yace en la parte visible del espectro; para valores del radio menores a éste, el parámetro de dispersión se hace negativo en todo el rango de longitudes de

onda y por lo tanto la fibra exhibe dispersión normal. Qué tanto se puede desplazar el punto de cero dispersión hacia el visible, está condicionado por el contraste dieléctrico. Puede observarse en la figura 6 que mientras para $f = 0.5$, λ_{zd} se puede llevar hasta $\approx 0.760 \mu\text{m}$, con $f = 0.9$ es posible tener fibras con $\lambda_{zd} \approx 0.510 \mu\text{m}$, cuando el radio es disminuído, lo cual adicionalmente garantiza la operación monomodal e incrementa la no-linealidad de la fibra debido a que el MFD disminuye.

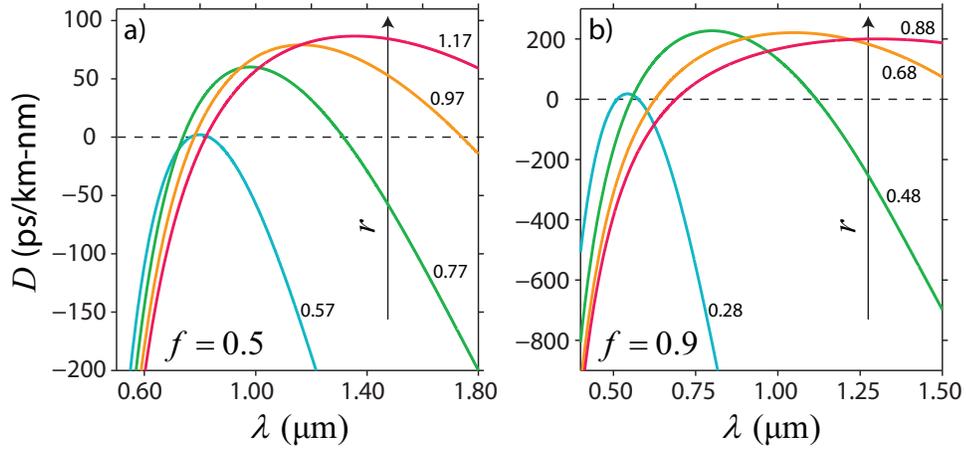


Figura 6. Parámetro de dispersión como función de la longitud de onda para PCFs con diferentes valores de r y f .

II.3.1 Modelo de índice escalonado para PCFs

Para calcular la dispersión del modo fundamental de una PCF se ha implementado el modelo de índice escalonado propuesto en la referencia (Wong *et al.*, 2005), el cual permite calcular la constante de propagación del modo propagado en la fibra como función de la frecuencia óptica, en el espacio de parámetros $\{r, f\}$. En esta aproximación, la PCF es considerada como una fibra con perfil de índice escalonado (descritas en la sección II.2), en la cual el índice de refracción del núcleo corresponde al del material de la fibra (sílice) y en la cubierta el índice de refracción es modelado como el índice medio de

la micro-estructura, es decir, $n_2 = f + (1-f)n_1$ (ver figura 4(b)). Aunque este modelo no toma en cuenta la forma y distribución de los huecos de aire, su validez ha sido probada satisfactoriamente comparando los resultados con esos obtenidos numéricamente con la implementación de un modelo vectorial completo, para valores de f entre 0.1 – 0.9 (Wong *et al.*, 2005).

El modelo de índice escalonado para PCFs se constituye en una herramienta sencilla que permite explorar las propiedades de empatamiento de fases y las propiedades de correlación espectral de parejas de fotones generadas por SFWM, en PCFs con diferentes geometrías. En general, para el desarrollo de esta investigación se ha implementado un cálculo de la dispersión para fibras monomodales, abarcando fibras con perfil de índice escalonado, fibras de cristal fotónico (modeladas como SIF) y hasta las recientemente desarrolladas nano-fibras. Incluso es posible estudiar la dispersión de fibras hechas con materiales diferentes a la sílice.

II.4 Fenómenos no-lineales en fibras ópticas

Cuando luz muy intensa interacciona con un sistema material, la respuesta de éste a la acción del campo eléctrico aplicado tiene una componente no-lineal de la cual se originan diversos fenómenos, denominados “no-lineales”; siendo uno de los más notables la generación de nuevas frecuencias (Boyd, 2003). A un nivel fundamental, el origen de la respuesta no-lineal está relacionado al movimiento anarmónico de los electrones ligados bajo la influencia de un campo eléctrico aplicado y como resultado, la polarización dipolar inducida es una función no-lineal del campo eléctrico.

En fibras ópticas, las cuales son medios centro-simétricos, los efectos no-lineales de menor orden se originan en la susceptibilidad de tercer orden, $\chi^{(3)}$. Se manifiestan

procesos derivados en la respuesta no-lineal instantánea, en los cuales no hay transferencia de energía del campo hacia el medio. A su vez, se producen efectos inelásticos, originados en la respuesta no-lineal lenta, en los que parte de la energía del campo es transferida al medio. Pertenecen al primer grupo la refracción no-lineal, un fenómeno que se refiere al hecho de que el índice de refracción se hace dependiente de la intensidad de la luz,

$$n = n_o + n_2 I, \quad (8)$$

donde n_o es el índice de refracción para bajas irradiancias y n_2 es el índice de refracción no-lineal, el cual está relacionado a la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$, según la relación

$$n_2 = \frac{3\text{Re}[\chi^{(3)}]}{4\epsilon_o c n_o^2}, \quad (9)$$

en la cual ϵ_o es la permitividad eléctrica del vacío.

Dado que la intensidad es una función del tiempo, $I = I(t)$, la dependencia del índice de refracción con la intensidad induce una modulación temporal del índice de refracción, $n = n(t)$, lo cual implica que la fase del campo se hace dependiente del tiempo. Esto conlleva a una modulación temporal de la frecuencia óptica y a la generación de nuevas componentes espectrales. Este efecto es conocido como auto modulación de fase (SPM, por sus siglas en inglés) y es apreciable cuando los campos son intensos. Por otro lado, cuando dos o más campos se propagan simultáneamente en la fibra, el índice de refracción que ve uno de los haces depende no sólo de su intensidad, sino también de la intensidad de los otros campos co-propagándose. Esto es denominado modulación de fase cruzada (XPM, por sus siglas en inglés) (Agrawal, 2007). Otro efecto derivado de

la respuesta no-lineal instantánea es el mezclado de cuatro ondas, el cual será descrito en la siguiente sección.

El índice de refracción no-lineal para la sílice ha sido medido en el rango de $n_2 = 2.2 - 3.4 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$, dependiendo de la concentración de dopantes en el núcleo (Agrawal, 2007). Puesto que el efecto no-lineal es función de la intensidad y ésta a su vez es función del área efectiva del modo propagado, se puede definir un coeficiente no-lineal efectivo γ , dado por

$$\gamma(\omega) = \frac{3\text{Re}[\chi^{(3)}]\omega}{4\epsilon_0 n_0^2 c^2 A_{eff}}, \quad (10)$$

donde A_{eff} es el área efectiva del modo definida como

$$A_{eff} = \frac{[\int dx dy |f(x, y)|^2]^2}{\int dx dy |f(x, y)|^4}, \quad (11)$$

en la cual $f(x, y)$ es la distribución transversal del campo. Usualmente γ es expresado en unidades de $\text{km}^{-1}\text{W}^{-1}$. De la ecuación (10) se puede ver que en fibras ópticas la no-linealidad efectiva puede incrementarse al elegir un material con un índice de refracción no-lineal alto y/o disminuyendo el radio de la fibra tal que el área efectiva del modo sea muy pequeña. El coeficiente no-lineal como función de la frecuencia para una SIF, puede ser calculado a partir del análisis del modo HE_{11} descrito en la sección II.2, de acuerdo a la relación

$$\gamma(\omega) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\int n_2 S_z^2 r dr}{(\int S_z r dr)^2}, \quad (12)$$

lo cual se deriva desde las ecuaciones (2 y 3) (Foster *et al.*, 2004). Esto será usado en adelante para calcular el valor de γ en cada uno de los casos que se presenten.

Otro efecto importante en la propagación de luz en fibras ópticas es el esparcimiento

Raman, el cual es un fenómeno derivado de la excitación de estados vibracionales y que resulta en una no-linealidad con un tiempo de respuesta finito (dado por la relajación vibracional del material). Es resultado de la interacción entre los fotones y los fonones del material y se manifiesta en la generación de fotones a frecuencias menores a la de la luz incidente, los cuales son denominados Stokes. Es igualmente posible, aunque con menor eficiencia, generar fotones a frecuencias mayores a la de la luz incidente, llamados anti-Stokes. Físicamente, la generación de Stokes y anti-Stokes puede explicarse de la siguiente manera:

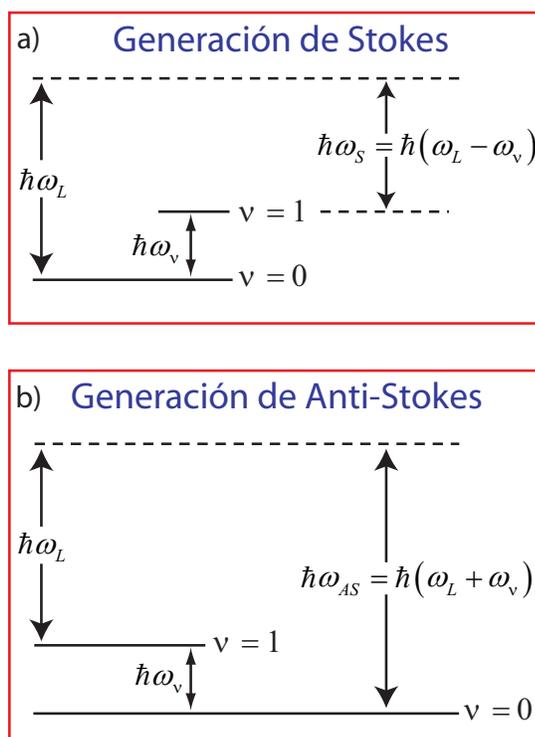


Figura 7. Representación en diagrama de niveles de energía del proceso de espárcimiento Raman. a) Emisión de onda Stokes. b) Emisión de onda anti-stokes.

- i) Cuando un fotón de la fuente láser (a la frecuencia ω_L) incide sobre una molécula que se encuentra en su estado base $\nu = 0$, puede suceder que ésta al tratar de absorberlo lo lleva a un estado virtual de donde es reemitido, relajándose a un

estado vibracional, con una frecuencia menor $\omega_S = \omega_L - \omega_\nu$. La energía que pierde el fotón es transferida a la molécula, haciendo una transición a un estado vibracionalmente excitado $\nu = 1$. El fotón emitido a la frecuencia ω_s es denominado fotón Stokes. Este proceso es ilustrado en la figura 7a) (Yariv, 1985).

- ii) En cambio, para que se genere un fotón anti-Stokes, es necesario que la molécula esté ya en el estado vibracional excitado (ver figura 7b)) cuando un fotón del láser incide sobre ella. Nuevamente, el fotón (ω_L) es llevado a un estado virtual, de donde es espontáneamente esparcido por la molécula con una frecuencia $\omega_{AS} = \omega_L + \omega_\nu$. Aquí, la molécula transfiere al fotón la energía correspondiente a la frecuencia vibracional, de manera que ésta decae a su estado base $\nu = 0$. Dado que la generación de anti- Stokes es un proceso que requiere que las moléculas del medio estén en modos vibracionales excitados, es menos eficiente que la generación de Stokes y por lo tanto puede incluso ignorarse cuando se trabaja en un régimen de potencias ópticas bajas.

En fibras ópticas el efecto Raman depende de la composición del material en el núcleo y es más eficiente cuando el bombeo y el campo Stokes tienen la misma polarización (Lin y Agrawal, 2006). La sílice, material constituyente de las fibras convencionales, es un material amorfo en el cual las frecuencias vibracionales están en bandas que se traslapan y forman un continuo. Por lo tanto el espectro de la ganancia Raman se extiende sobre un continuo de frecuencias de aproximadamente 40 THz medidos desde la frecuencia central del bombeo y tiene un valor pico localizado a 13 THz (Agrawal, 2007). En la figura 8 se muestra el espectro de ganancia Raman para fibras de sílice para una longitud de onda de bombeo $1 \mu\text{m}$. Puede observarse que para el caso co-polarizado (g_{\parallel}) la ganancia Raman es aproximadamente un orden de magnitud mayor

que cuando el bombeo y la onda Stokes tienen polarizaciones ortogonales, g_{\perp} .

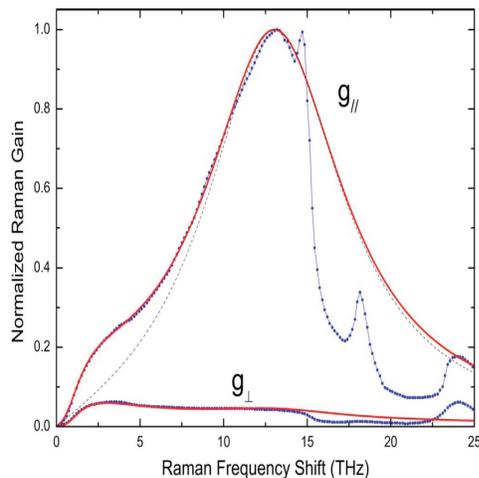


Figura 8. Espectro de ganancia Raman para fibras de Sílice. Tomado de la referencia Lin y Agrawal (2006).

Esparcimiento Raman espontáneo (SpRS, por sus siglas en inglés) es la principal fuente de degradación de la correlación en el estado de dos fotones generado por SFWM (Li *et al.*, 2004; Fan *et al.*, 2005a,b). Es un proceso, que al estar siempre presente, aumenta la tasa de detección individual, lo cual disminuye la calidad de la fuente puesto que lleva a la emisión de fotones no correlacionados y además, puede contribuir a coincidencias accidentales debido a que son emitidos más fotones Stokes que fotones anti-Stokes.

Un estudio teórico sobre la generación de parejas de fotones en fibras ópticas incluyendo la influencia de esparcimiento fue reportado inicialmente en la referencia (Lin *et al.*, 2006) y posteriormente extendido en (Lin *et al.*, 2007). Se mostró que el deterioro de la correlación de una fuente de parejas de fotones debido a SpRS depende de la configuración del bombeo que se esté usando. Por ejemplo, en la figura 8 se puede observar que si los modos señal y acompañante tienen polarización ortogonal a la del campo de bombeo, entonces la ganancia Raman disminuye considerablemente,

en comparación con el caso co-polarizado (esto para una configuración en la que los fotones de bombeo corresponden a modos espectrales indistinguibles). En consecuencia, si se pretende implementar una fuente de parejas de fotones tal que uno los paquetes de onda señal o acompañante cae dentro del ancho de banda de la ganancia Raman, es conveniente una configuración en la que los fotones generados tengan polarización ortogonal a la del bombeo. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la eficiencia de SFWM co-polarizado es aproximadamente 3 veces mayor que en el caso ortogonal. Por lo tanto, en este régimen se requiere de un nivel de potencia adecuado de manera que el SFWM sea el proceso dominante. Mientras SFWM se escala con el cuadrado de la potencia del bombeo, SpRS lo hace sólo linealmente. Por otro lado, se ha mostrado teórica (Lin *et al.*, 2007) y experimentalmente (Takesue y K., 2005; Lee *et al.*, 2006) que los fotones de ruido generados por SpRS pueden ser suprimidos enfriando la fibra a temperaturas de nitrógeno líquido (77° K); los resultados obtenidos han mostrado una mejora significativa en la correlación de fuentes de parejas de fotones implementadas en la banda de telecomunicaciones. Este efecto se debe a que la población de fonones del material a una desintonización dada (entre el bombeo y la onda Stokes) depende de la temperatura, dependencia que se hace más significativa entre más pequeña es la desintonización.

El análisis teórico que se presenta en este trabajo sobre la generación de parejas de fotones en fibras ópticas, a través de SFWM, no toma en cuenta el esparcimiento Raman espontáneo. Aquí se tiene por meta el estudio de las propiedades espectrales de las parejas de fotones, en una configuración de campos co-polarizados. No obstante, en la mayoría de los casos propuestos, se considerarán situaciones en las cuales los fotones generados, en frecuencias corridas hacia el rojo desde la frecuencia del bombeo, se encuentran por fuera del ancho de banda de ganancia Raman, lo cual hace válido el

tratamiento propuesto.

II.5 Mezclado de cuatro ondas espontáneo

En esta sección serán descritas las generalidades del proceso de mezclado cuatro ondas espontáneo, mecanismo a través del cual se pueden desarrollar fuentes de parejas de fotones para aplicaciones en procesamiento de información cuántica (Fiorentino *et al.*, 2002; Fan *et al.*, 2005a; Alibart *et al.*, 2006). Como ya se mencionó SFWM es un efecto no-lineal que se origina en la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$. Fundamentalmente, consiste en el esparcimiento espontáneo de dos fotones de bombeo con frecuencias ω_1 y ω_2 , que produce dos fotones denominados señal y acompañante los cuales tienen frecuencias ω_s y ω_i , respectivamente, y satisfacen la relación $\omega_1 + \omega_2 = \omega_s + \omega_i$. SFWM es un proceso paramétrico en el que se conserva la energía total del campo.

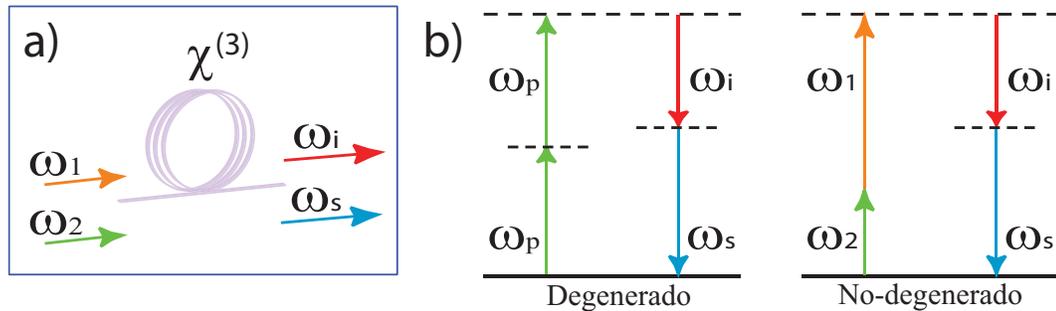


Figura 9. a) Mezclado de cuatro ondas colineal en fibra óptica. b) Diagramas de energía para SFWM para los casos de bombeos degenerados y no degenerados.

En el caso más general, los cuatro campos interaccionando a través de SFWM pueden estar en modos espectrales distintos. Sin embargo, existen configuraciones en que los fotones de bombeo son emitidos desde el mismo modo espectral, tal que $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p$. En estas circunstancias se dirá que el proceso es conducido por una **configuración de bombeos degenerados** (DP, por sus siglas en inglés). En con-

traste, se denominará **configuración de bombeos no-degenerados** (NDP, por sus siglas en inglés) cuando $\omega_1 \neq \omega_2$, es decir aquellas en las cuales los fotones de bombeo sean distinguibles en frecuencia. La representación en diagramas de niveles de energía para estos dos casos son presentados en la figura 9. También puede suceder que los modos señal y acompañante sean degenerados en frecuencia, es decir que $\omega_s = \omega_i = \omega$, lo cual es posible en las configuraciones DP y NDP. El primer caso corresponde a mezclado de cuatro ondas completamente degenerado, puesto que todos los campos están a la misma frecuencia. Por otro lado, en el caso NDP los fotones señal y acompañante (degenerados) serán emitidos a la frecuencia media entre las frecuencias de los campos de bombeo, $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$.

La eficiencia de conversión de fotones de bombeo en fotones señal y acompañante está supeditada a la condición de empatamiento de fases (o conservación de momento) entre los campos interactuantes, $\Delta k = 0$. Para el caso de SFWM co-polarizado, Δk es el desempatamiento de fases dado por

$$\Delta k = k(\omega) + k(\omega_s + \omega_i - \omega) - k(\omega_s) - k(\omega_i) - \gamma(P_1 + P_2), \quad (13)$$

el cual está dado en términos del desempatamiento de fases lineal entre los campos más un corrimiento de fase no-lineal que se origina de los procesos de auto modulación de fase y modulación de fase cruzada entre los campos, $\phi_{NL}(z) = -\gamma(P_1 + P_2)z$, con γ definido de acuerdo a la ecuación (10) y $P_{1,2}$ representando la potencia pico de los bombeos en el régimen pulsado (Agrawal, 2007).

En el argumento del segundo término de la ecuación (13), se ha hecho explícita la conservación de la energía, al considerar $\omega_1 = \omega$ y en consecuencia $\omega_2 = \omega_s + \omega_i - \omega$. Para frecuencias de bombeo fijas, las soluciones de la ecuación $\Delta k = 0$ determinan las

frecuencias a las cuales se puede obtener fotones señal y acompañante con máxima eficiencia. Sin embargo, la generación todavía es posible en frecuencias que se alejan ligeramente de la condición de empatamiento de fases perfecto ($\Delta k \approx 0$), aunque con menor eficiencia. Esto es determinado por la dispersión cromática y la longitud de la fibra.

Aunque la presente investigación está concernida exclusivamente al proceso de SFWM en el cual los cuatro campos tienen la misma polarización, no obstante es posible obtener generación paramétrica en esquemas involucrando campos con distinta polarización. En fibras ópticas la condición de conservación de momento angular entre los campos inter-actuales, establece que las polarizaciones de los cuatro campos deben aparecer en pares en el proceso (Agrawal, 2007). En consecuencia, existen tres configuraciones posibles para la generación de parejas de fotones por SFWM, cada una teniendo una función de desempatamiento de fases entre los campos diferente:

i) Mezclado de cuatro ondas co-polarizado, proceso relativo al elemento $\chi_{xxxx}^{(3)}$ del tensor de susceptibilidad de tercer orden. Este esquema ha sido usado para el desarrollo de fuentes de parejas de fotones enlazados en los casos DP (Fulconis *et al.*, 2005) y NDP (Fan *et al.*, 2005a).

ii) Mezclado de cuatro ondas con fotones generados en polarización ortogonal a los fotones de bombeo (Kruhlak *et al.*, 2006). A diferencia de i) este proceso es resultado de la respuesta no-lineal asociada con el elemento $\chi_{xxyy}^{(3)}$. Implementaciones experimentales de este esquema en el caso DP, han sido desarrollados para generar estados de dos fotones factorizables en su grado de libertad espectral (Cohen *et al.*, 2009; Halder *et al.*, 2009).

iii) Mezclado de cuatro ondas con bombeos cruzados en polarización. A través de este esquema los fotones generados también tienen polarizaciones ortogonales. El ele-

mento del tensor $\chi^{(3)}$ responsable de la interacción es $\chi_{xyxy}^{(3)}$. En este caso, las parejas de fotones generadas pueden estar en cualquiera de los dos estados (igualmente probables) $|s\rangle_x|i\rangle_y$ y $|s\rangle_y|i\rangle_x$, donde los subíndices indican polarización orientada a lo largo de los ejes x e y , respectivamente. En consecuencia, los fotones señal y acompañante forman un estado enlazado en polarización que puede ser usado para preparar estados de Bell. Este esquema fue implementado en una configuración NDP para generar fotones degenerados y con polarización ortogonal a una longitud de onda $\lambda = 0.8345 \mu\text{m}$ (Fan y Migdal, 2005). Por otro lado, parejas de fotones enlazadas en polarización han sido también generadas con dos bombeos cruzados en polarización, pero degenerados en frecuencia (caso DP) (Lee *et al.*, 2006). Alternativamente, estados de dos fotones enlazados en polarización fueron producidos en un interferómetro Sagnac, con bombeos ortogonalmente polarizados entre los cuales se introduce un retraso temporal. En este caso, cada pulso de bombeo da lugar a la generación de parejas de fotones como resultado de un proceso de SFWM co-polarizado. El estado enlazado en polarización se obtiene una vez que la distinguibilidad temporal es eliminada haciendo pasar los flujos de fotones por una fibra birrefringente de longitud apropiada (Li *et al.*, 2004, 2005).

Entre los tres tipos de interacción de cuatro campos descritos, el caso co-polarizado es el proceso más eficiente debido a que $\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)} + \chi_{xyxy}^{(3)} + \chi_{xyyx}^{(3)}$ (Boyd, 2003). Sin embargo, como ya se mencionó anteriormente, las configuraciones que implican campos con polarización ortogonal tienen la ventaja de reducir la influencia de SpRS en el proceso de generación de parejas de fotones, además que es posible obtener estados de dos fotones enlazados en polarización directamente. Un tratamiento teórico sobre la generación de parejas de fotones en fibras birrefringentes ha sido presentado en la referencia (Brainis, 2009).

Además de su impacto para el desarrollo de fuentes de parejas de fotones basadas

en fibras ópticas, el fenómeno de mezclado de cuatro ondas es utilizado en la implementación de fuentes de luz clásicas que se basan en la ganancia paramétrica derivada de versiones estimuladas del proceso. Es sabido que en el régimen de pulsos de larga duración, el mecanismo responsable de la generación de un súper-continuo de luz es FWM. El espectro del continuo generado en estas condiciones es más uniforme y estable que los obtenidos con pulsos ultracortos, del orden de femtosegundos, donde los procesos dominantes son auto-modulación de fase y esparcimiento Raman estimulado (Wadsworth *et al.*, 2004). El proceso de generación óptica paramétrica en fibras ha permitido la construcción de fuentes ópticas sintonizables en una variedad amplia de rangos espectrales, los cuales son determinados por la características de dispersión de la fibra que se esté utilizando (Chen *et al.*, 2005). Por otra parte, FWM ha permitido el desarrollo de amplificadores necesarios para compensar las pérdidas en sistemas de transmisión basados en fibras. Los amplificadores paramétricos ofrecen la ventaja de sintonizar la longitud de onda de operación dentro de un rango espectral amplio. Así mismo, el ancho de banda de la ganancia paramétrica depende simultáneamente de la potencia de bombeo, la dispersión y la no-linealidad de la fibra, por lo cual es posible diseñar amplificadores que exhiban anchos de banda considerables, a diferencia de los amplificadores Raman o los amplificadores basados en fibras ópticas dopadas (Marhic *et al.*, 1996; McKinstrie *et al.*, 2002).

Clásicamente, el mezclado de cuatro ondas es visto como el proceso a través del cual se generan lóbulos laterales, localizados simétricamente alrededor de la frecuencia de bombeo. En principio, generación paramétrica en fibras ópticas se había observado sólo en el régimen de dispersión anómala de la fibra y en esas circunstancias el efecto fue identificado como inestabilidad de modulación (MI, por sus siglas en inglés), dado que en el dominio del tiempo se crea una modulación ultra-rápida con período $4\pi/\delta\Omega$,

donde $\delta\Omega$ es la separación espectral entre los dos lóbulos laterales (Agrawal, 2007). Sin embargo, en la referencia (Harvey *et al.*, 2003) fue demostrado que dependiendo de los parámetros de diseño de la fibra (PCF, en particular), existe un intervalo pequeño de longitudes de onda, en las vecindades de λ_{zd} , en el cual es posible obtener MI con un bombeo en el régimen de dispersión normal, $\lambda_p < \lambda_{zd}$. En este caso, las señales paramétricas generadas están ampliamente separadas del bombeo, en contraste con MI en dispersión anómala. Es meritorio mencionar que las características espectrales de los lóbulos laterales generados por FWM dependen significativamente del régimen de dispersión que experimente el campo de bombeo (normal o anómala). Este aspecto se tratará en detalle más adelante.

A continuación se prosigue con la descripción de las propiedades de empatamiento de fases para SFWM co-polarizado, en las configuraciones de bombeo DP y NDP. Para tal efecto, serán consideradas fibras de cristal fotónico, las cuales por su flexibilidad en los parámetros de diseño favorecen la generación de parejas de fotones en diferentes rangos espectrales. Sin embargo, los aspectos que serán tratados son también válidos para fibras monomodales con perfil de índice escalonado.

II.5.1 Propiedades de empatamiento de fases para SFWM co-polarizado

Las propiedades de empatamiento de fases para SFWM son determinadas por la constante de propagación del modo fundamental, $k(\omega)$, dada por la ecuación (4). Con el modelo para calcular la dispersión de PCF, descrito anteriormente, se está en capacidad de explorar en todo el espacio de parámetros $\{r, f\}$ para proponer fuentes de parejas de fotones en diferentes rangos espectrales y con propiedades de correlación espectral

acondicionadas. Una vez $k(\omega)$ es determinada para una fibra particular, es posible con ayuda de la ecuación (13) encontrar el rango de frecuencias de bombeo disponibles para generar parejas de fotones, e igualmente conocer las frecuencias a las cuales éstas serán emitidos.

Bombeos degenerados

En el caso de bombeos degenerados, una gráfica del contorno de la condición de empatamiento de fases perfecto ($\Delta k = 0$), en función de ω_p y $\omega_{s,i}$, determina para cada frecuencia de bombeo las frecuencias centrales para los modos señal y acompañante en las que se espera obtener generación. Anteriormente se ha mostrado que en fibras que exhiben dos puntos de cero dispersión, los contornos de empatamiento de fases toman la forma de curvas cerradas (Chen *et al.*, 2005), con ramas internas cerca de la frecuencia de bombeo y ramas externas que pueden estar alejadas del bombeo hasta por cientos de nanómetros, dependiendo de la geometría de la fibra.

En la figura 10 se ilustran los contornos de $\Delta k = 0$ para dos PCFs, las cuales tienen la misma fracción de llenado de aire ($f = 0.5$) y diferente radio de núcleo, donde las frecuencias generadas han sido expresadas como desintonizaciones desde la frecuencia de bombeo $\Delta_{s,i} = \omega_{s,i} - \omega_p$ (la conservación de energía implica que $\Delta_s = -\Delta_i$). Estos contornos se han generado considerando que el coeficiente no-lineal en ambas fibras es $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$. El contorno en color azul representa la solución $\Delta k = 0$ cuando el corrimiento de fases debido a SPM y XPM es ignorado, es decir asumiendo que $P = 0$. Por otro lado los contornos en negro son las soluciones para $P = 20, 200$ y 2000 W . Puede verse que la contribución de SPM y XPM al empatamiento de fases es dividir la solución trivial $\Delta_s = \Delta_i = 0$ en dos ramas internas paralelas que están próximas a la frecuencia de bombeo; la desviación de la solución trivial aumenta

conforme se incrementa la potencia. Este efecto es lo que se conoce como inestabilidad de modulación, que de acuerdo a lo mencionado anteriormente se manifiesta de manera significativa en la región de dispersión anómala (contenida entre las dos longitudes de onda de cero dispersión). Se han implementado fuentes de parejas de fotones en este régimen, pero con la desventaja de una contribución considerable de fotones de ruido generados por esparramiento Raman (Fiorentino *et al.*, 2002).

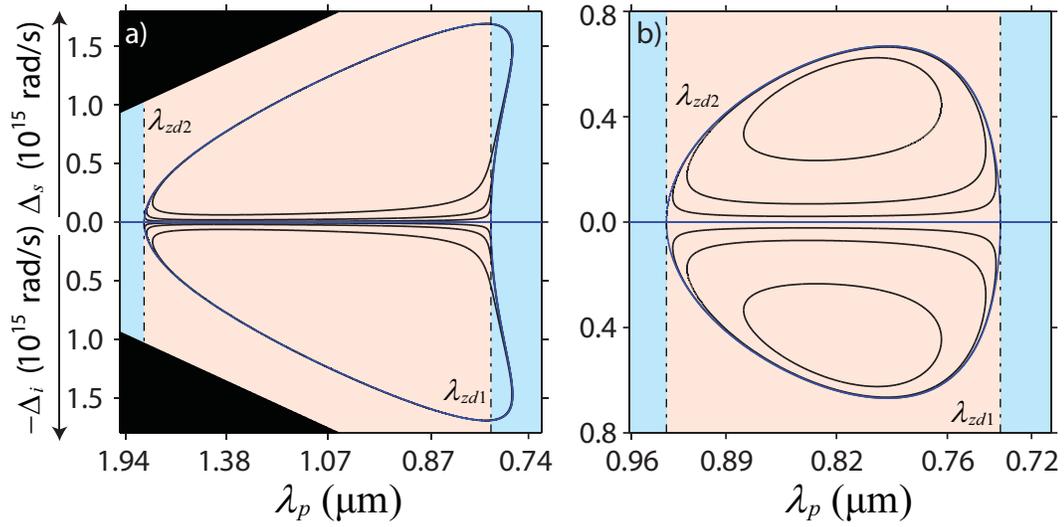


Figura 10. Contornos de $\Delta k = 0$ para diferentes valores de la potencia de bombeo. a) PCF con $f = 0.5$ y $r = 1.0 \mu\text{m}$. b) PCF con $f = 0.5$ y $r = 0.6 \mu\text{m}$. Las zonas en negro representan regiones no físicas, en las cuales $\omega_{s,i}$ tendría que ser negativa para satisfacer la conservación de la energía.

De otra parte, es posible ver en la figura 10 que las ramas externas de los contornos de $\Delta k = 0$ resultan ser casi independientes de la potencia pico del bombeo. Esto es consecuencia del hecho de que la modulación del índice de refracción, inducida por el bombeo, a frecuencias localizadas en $\Delta_{s,i}$ muy grande, es casi despreciable. En estos casos, las frecuencias para los modos señal y acompañante están, en general, suficientemente alejadas de la frecuencia de bombeo, de manera que parejas de fotones generadas en estas condiciones tendrán menos contribución de fotones Raman (Rarity

et al., 2005). Vale mencionar que soluciones externas de $\Delta k = 0$ han sido observadas previamente en el contexto de óptica no-lineal clásica (Jiang *et al.*, 2006).

En general se puede afirmar que para fibras ópticas que exhiban dos puntos de cero dispersión, existen dos pares de frecuencias para las cuales se satisface empatamiento de fases perfecto simultáneamente, a una longitud de onda de bombeo fija. Sin embargo, hay que mencionar que los paquetes de ondas generados en estos pares se diferencian, además de sus frecuencias centrales, en el ancho de banda espectral. Es sabido que alrededor de la solución trivial, Δk tiene una variación lenta conforme las frecuencias se alejan de la condición $\Delta k = 0$ y en consecuencia los modos señal y acompañante generados se caracterizan por tener un espectro amplio. En contraste, en las soluciones externas el desempatamiento de fases (Δk) se aleja rápidamente de la condición de empatamiento de fases perfecto, por lo cual los modos señal y acompañante presentan un ancho de banda angosto (Wadsworth *et al.*, 2004).

Comparando las figuras 10 a) y b) se puede ver que a diferencia de la fibra de menor radio, para la cual toda la curva de empatamiento de fases está entre los puntos de cero dispersión, para la fibra con $r = 1.0 \mu\text{m}$, existe un rango aproximado de 26 nm para sintonizar el bombeo en el régimen de dispersión normal. En ese intervalo los fotones señal y acompañante pueden ser generados entre 0.5 y 1.8 μm , aproximadamente, y es posible seleccionar una longitud de onda de bombeo para la cual el fotón acompañante (corrido hacia el rojo del bombeo) esté lo suficientemente alejado del ancho de banda de la ganancia Raman. Otro aspecto relevante por destacar es que a un mismo nivel de potencia, el corrimiento de las soluciones igualadas en fase, es mayor en la fibra de menor radio. Conforme la potencia de bombeo aumente, los contornos cerrados de $\Delta k = 0$ se contraerán y eventualmente desaparecerán a un valor de potencia que dependerá de la fibra en cuestión.

El comportamiento mostrado para las fibra en la figura 10 es general para fibras en las cuales el contraste dieléctrico permita que dos longitudes de onda de cero dispersión surjan en el rango espectral de interés, lo cual es válido para la mayoría de las fibras modernas. La elección de f y r , en el caso de las PCFs, depende de la necesidad particular en una aplicación específica, en cuanto a la disponibilidad de los láseres y a las frecuencias en las cuales se desee obtener generación. En el contexto de generación de parejas de fotones es importante tener condiciones bajo las cuales los fotones estén alejados del ancho de banda de la ganancia Raman, pero además, que puedan ser detectados eficientemente con los dispositivos que se cuentan para este fin.

Bombeos no-degenerados

El mezclado de cuatro ondas en una configuración de bombeo dual expande el conjunto de posibilidades para el desarrollo de fuentes de parejas de fotones. Fundamentalmente, se cuenta con un grado de libertad adicional para la selección de las frecuencias a las cuales los fotones señal y acompañante pueden ser generados y como será visto, lejos de la complejidad experimental para su implementación, ofrece algunas ventajas con respecto al caso de bombeos degenerados. Los contornos de $\Delta k = 0$ son evaluados, manteniendo fija la frecuencia central de uno de los bombeos, mientras la otra es variada dentro del rango espectral completo. En la figura 11 se presentan los contornos de empatamiento de fases perfecto en términos ω_1 y de las frecuencias generadas, la cuales han sido expresadas como desintonizaciones desde la frecuencia media entre los bombeos $\Delta_{s,i} = \omega_{s,i} - (\omega_1 + \omega_2)/2$, obtenidos para una PCF con $f = 0.5$, $r = 0.8 \mu\text{m}$. Se ha considerado que el coeficiente no-lineal es $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$ y que la potencia pico de los bombeos (supuesta igual) es $P = 10 \text{ W}$. Se han seleccionado cuatro diferentes longitudes de onda central para el bombeo fijo (λ_2). Se puede ver en la figura que

la forma de la curva de empatamiento de fases depende de λ_2 y en general presenta características diferentes a los contornos obtenidos para el caso DP.

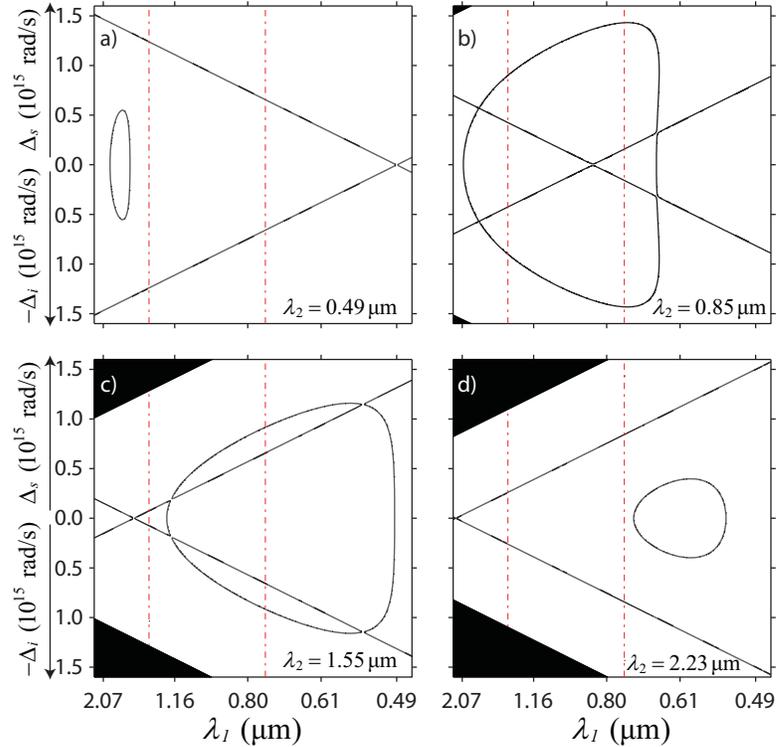


Figura 11. Contornos de $\Delta k = 0$ para una PCF con $f = 0.5$ y $r = 0.8 \mu\text{m}$ en el régimen NDP. Para la evaluación de los contornos uno de los bombeos es mantenido fijo. Las líneas rojas segmentadas indican las longitudes de onda de cero dispersión de la fibra.

En la figura 11 las líneas rojas verticales señalan las longitudes de onda de cero dispersión de la fibra. Por otro lado, las líneas rectas en negro, corresponden a las soluciones triviales de $\Delta k = 0$, es decir aquellas para las cuales $\omega_s = \omega_1$ y $\omega_i = \omega_2$, o bien $\omega_s = \omega_2$ y $\omega_i = \omega_1$. Es importante notar que en este caso los dos bombeos contribuyen independientemente a los efectos de SPM y XPM y por lo tanto a un nivel de potencia dado, cada solución trivial se divide en dos ramas simétricamente desplazadas alrededor de las frecuencias de los bombeos, tal como se observa en la figura 12a). Al igual que para el caso DP, se puede notar que los efectos de la potencia son más significativos en las ramas internas, próximas a los bombeos. También es cierto que

para cada combinación de λ_1 y λ_2 existen dos pares de frecuencias señal y acompañante para las cuales se satisface empatamiento de fases perfecto simultáneamente.

Una de las principales ventajas de la configuración NDP es que la solución no trivial de $\Delta k = 0$ puede estar totalmente contenida entre las dos soluciones triviales como en el caso de las figuras 11 a) y d). En este caso los fotones generados pueden estar lo suficientemente alejados de los bombeos para evitar el traslape con el ancho de banda de ganancia Raman (note que cada campo de bombeo experimenta efecto Raman independientemente), pero cerca uno del otro de manera que ambos podrían ser detectados eficientemente con los contadores de fotones individuales basados en silicio que operan dentro de la región visible. En este tipo de configuración los fotones señal y acompañante pueden llegar a ser espectralmente degenerados. Se puede demostrar que al disminuir λ_2 desde del valor considerado para la figura 11a) o aumentarlo a partir del usado para la figura 11d), el contorno de $\Delta k = 0$ se contrae hasta llegar a ser un sólo punto, después del cual el empatamiento de fases se extingue. Por otro lado, será visto que cuando los bombeos están localizados simétricamente a ambos lados del punto de cero dispersión, para algunas geometrías de fibra, existen condiciones en las que los fotones señal y acompañante (centrados en λ_{zd}) son generados con la misma eficiencia, sobre un ancho de banda considerable (Garay-Palmett *et al.*, 2008).

Finalmente, para analizar la dependencia de $\Delta k = 0$ con la potencia de los bombeos, en la figura 12 se ilustran los contornos para $\lambda_2 = 0.49 \mu\text{m}$ y $\lambda_2 = 0.85 \mu\text{m}$, evaluados para la misma fibra considerada en la figura 11, con $P = 20, 200$ y 2000 W. Para efectos de comparación también se ha superpuesto el contorno que corresponde a $P = 0$, la curva en azul. Puede notarse que en el caso de la figura 12a) el comportamiento de $\Delta k = 0$ con incrementos en la potencia, es similar al caso DP. Como ya se había mencionado, cerca de las soluciones triviales el efecto de la potencia es más pronunciado que en las

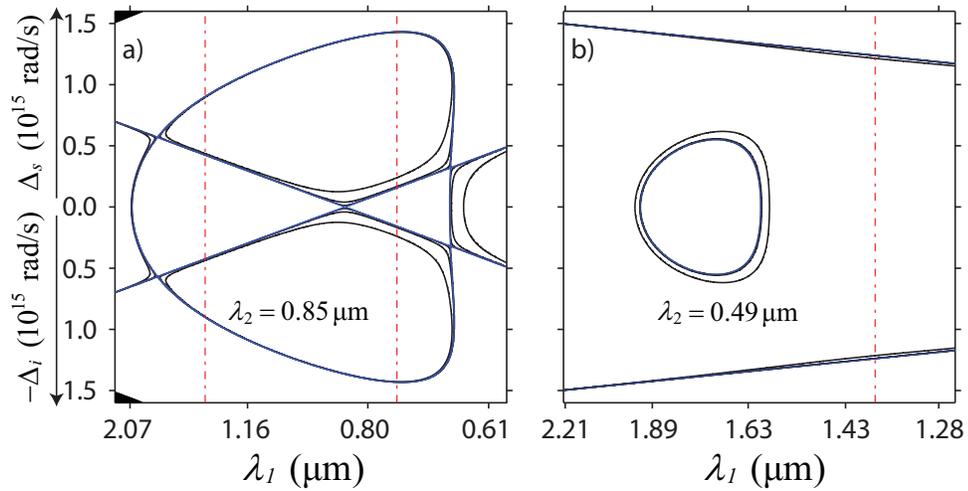


Figura 12. Contornos de $\Delta k = 0$ para diferentes valores de la potencia de bombeo en una configuración de bombeos NDP. La fibra considerada es una PCF con $f = 0.5$ y $r = 0.8 \mu\text{m}$.

ramas externas de los contornos, en las cuales incluso para la potencia más alta no se percibe un corrimiento en las frecuencias de generación. Por el contrario, en la figura 12b), en la cual toda la rama no-trivial de $\Delta k = 0$ está contenida entre los bombeos, se nota un efecto con la potencia que difiere de ese para el caso DP. Se había visto que con incrementos en la potencia los contornos de empatamiento de fases se iban reduciendo hasta desaparecer. Sin embargo, en este caso la rama no trivial se expande con la potencia, aunque el efecto no es apreciado a los niveles de baja potencia considerados en el régimen de emisión espontánea, por lo que se puede ignorar.

Capítulo III

Descripción del Estado de Dos Fotones Generado por Mezclado de Cuatro Ondas Espontáneo

En el régimen de emisión espontánea, la derivación del estado cuántico de dos fotones producidos por mezclado de cuatro ondas se puede fundamentar en la teoría de perturbación estándar. Siguiendo este precepto, a continuación se expone un desarrollo analítico que lleva a la deducción del estado de dos fotones, para una configuración en la cual los campos interactuantes están co-polarizados y se propagan en la misma dirección. A partir de éste se define la función espectral conjunta y se determina la tasa de emisión de fotones como función de diferentes parámetros.

III.1 Estado cuántico de parejas de fotones generadas por SFWM

Se estudia el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo en fibras ópticas monomodales, en las cuales los efectos no-lineales se originan en la susceptibilidad eléctrica de tercer orden, $\chi^{(3)}$. En este proceso, dos fotones (uno por cada uno de los campos de bombeo \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2) son aniquilados conjuntamente para crear una pareja de fotones compuesta de un fotón en el modo señal $\hat{\mathbf{E}}_s$ y un fotón en el modo acompañante $\hat{\mathbf{E}}_i$. El análisis está restringido a situaciones en las cuales todos los campos se propagan en la misma dirección a lo largo del eje de la fibra (eje z) y en el modo transversal fundamen-

tal. Así mismo, es considerado que los cuatro campos están polarizados linealmente en la dirección del eje x .

La energía del campo electromagnético total en un volumen V al interior de la fibra está dada por:

$$H = \frac{1}{2} \int_V (W_e + W_m) dV, \quad (14)$$

donde $W_e = \vec{E} \cdot \vec{D}$ y $W_m = \vec{H} \cdot \vec{B}$ son la densidad de energía eléctrica y la densidad de energía magnética, respectivamente (Born y Wolf, 1999) y V es el volumen de interacción. Los vectores de desplazamiento eléctrico y magnético, \vec{D} y \vec{B} , están correspondientemente conectados a los campos eléctrico y magnético, \vec{E} y \vec{H} , según las relaciones materiales constitutivas:

$$\vec{D} = \epsilon_o \vec{E} + \vec{P}, \text{ y} \quad (15)$$

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} + \vec{M}, \quad (16)$$

siendo ϵ_o y μ_o la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío, respectivamente. \vec{P} es la polarización, la cual para un medio dieléctrico es igual a la suma macroscópica de los momentos dipolares eléctricos inducidos en el medio por la acción de \vec{E} . La densidad de magnetización \vec{M} , se define similarmente y es nula para el caso de medios no-magnéticos tales como las fibras ópticas (Saleh y Teich, 1991). En general, la respuesta eléctrica del medio no es una función simple de \vec{E} y una expresión fenomenológica, basada en una serie de potencias en \vec{E} , es usualmente empleada para representarla cuando los efectos se originan lejos de las resonancias del medio. En fibras ópticas, considerando que la respuesta del medio es instantánea, la polarización se puede escribir como

$$\vec{P} = \epsilon_o \chi^{(1)} \vec{E} + \epsilon_o \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots, \quad (17)$$

donde el término proporcional a $\chi^{(2)}$ ha sido suprimido debido a la naturaleza centrosimétrica de los materiales que se usan para fabricar las fibras (Boyd, 2003). En el primer sumando, $\chi^{(1)}$ es la susceptibilidad eléctrica lineal; este término es responsable de los fenómenos ópticos que no dependen de la intensidad de la luz; $\chi^{(3)}$ representa al elemento $\chi_{xxxx}^{(3)}$ del tensor de susceptibilidad de tercer orden y rige los efectos ópticos no-lineales de orden más bajo en las fibras, tales como la refracción no-lineal y el mezclado de cuatro de ondas (Agrawal, 2007).

En el presente tratamiento, el campo eléctrico al interior de la fibra puede escribirse como: $\vec{E} = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i) \hat{x}$, donde \hat{x} es un vector unitario indicando la dirección de polarización y cada $\mathbf{E}_\mu = 1/2 [E_\mu^{(+)} + E_\mu^{(-)}]$ oscila a una frecuencia angular ω_μ , con $\mu = 1, 2, s, i$. En la representación anterior del campo eléctrico $(+)$ y $(-)$ representan las componentes con frecuencia positiva y negativa, respectivamente. \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 son los campos de bombeo, los cuales se consideran clásicos. \mathbf{E}_s y \mathbf{E}_i son los campos generados (cuantizados) señal y acompañante, respectivamente. Bajo estas consideraciones, reemplazando la ecuación (17) en la ecuación (15) y conservando sólo los términos de interés para el actual análisis, a saber los que definen el índice de refracción y los responsables para el proceso de SFWM, se obtiene que el vector de desplazamiento eléctrico del campo a la frecuencia ω_1 es

$$\vec{D} = \frac{1}{2} \left[\epsilon (E_1^{(+)} + E_1^{(-)}) + \frac{3}{4} \epsilon_o \chi^{(3)} (2E_2^{(+)} E_s^{(-)} E_i^{(-)} + 2E_2^{(-)} E_s^{(+)} E_i^{(+)}) \right] \hat{x}, \quad (18)$$

donde $\epsilon = \epsilon_o \kappa_e$ es la permitividad eléctrica del medio con κ_e representando la constante dieléctrica la cual, en este caso, viene dada por

$$\kappa_e = 1 + \chi^{(1)} + \frac{3}{4}\chi^{(3)} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2) = n^2, \quad (19)$$

siendo n el índice de refracción del medio, el cual puede ser expresado como

$$n = n_o + n_2 (|E_1|^2 + 2|E_2|^2). \quad (20)$$

En la expresión anterior n_o es el índice de refracción lineal y $n_2 = 3\chi^{(3)}/(8n_o)$ es el índice de refracción no-lineal del medio (Agrawal, 2007). Aquí se ha considerado que los campos señal y acompañante son lo suficientemente débiles, en comparación con los campos de bombeo, que su efecto sobre el índice de refracción, que ven los campos co-propagándose en la fibra, es despreciable. El término proporcional a $|E_1|^2$ es responsable del efecto de auto-modulación de fase del bombeo \mathbf{E}_1 , mientras que el término proporcional a $|E_2|^2$ contribuye a la modulación de fase cruzada entre \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 .

A partir de la definición de \vec{E} y la ecuación (18) se puede demostrar que la densidad de energía eléctrica asociada al proceso de FWM es

$$W_e = \frac{3}{4}\epsilon_o\chi^{(3)} E_1^{(+)} E_2^{(+)} E_s^{(-)} E_i^{(-)}. \quad (21)$$

De la misma forma, al invocar la relación de proporcionalidad entre las amplitudes de los campos eléctrico y magnético, es posible demostrar que la densidad de energía magnética es cuantitativamente igual a W_e . Por lo tanto, al reemplazar la ecuación (21) en la ecuación (14) se encuentra que el Hamiltoniano de interacción correspondiente al proceso de SFWM es

$$\hat{H}(t) = \frac{3}{4}\epsilon_o\chi^{(3)} \int_V \left[E_1^{(+)}(\mathbf{r}, t) E_2^{(+)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_s^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t) \right] dV, \quad (22)$$

donde se ha hecho explícita la representación de los campos cuantizados señal y acompañante en forma de operadores.

A partir de una extensión de la cuantización del campo electromagnético libre (Loudon, 2000) a un medio dieléctrico lineal, es posible demostrar que el campo eléctrico para la señal y la acompañante, en unidades MKS, puede ser escrito convenientemente en la forma

$$\hat{E}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \frac{i\sqrt{\delta k}}{\sqrt{\Theta_\mu}} f_\mu(x, y) \sum_{k_\mu} \exp \left[-i \left(\omega(k_\mu)t - k_\mu z \right) \right] \ell(k_\mu) \hat{a}_\mu(k_\mu), \quad (23)$$

donde $\mu = s, i$; δk es el espaciamiento entre modos, el cual está dado en términos de la longitud de cuantización L_Q

$$\delta k = 2\pi/L_Q, \quad (24)$$

y

$$\ell(k) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_\mu}{\pi\epsilon_o n^2(\omega_\mu)}}. \quad (25)$$

En la ecuación (23) $\hat{a}(k)$ es el operador de aniquilación, $f_\mu(x, y)$ es el perfil transversal del modo propagado en la fibra, el cual se ha supuesto como independiente de la frecuencia, y se ha definido $\Theta_\mu = \iint |f_\mu(x, y)|^2 dx dy$.

Por otra parte, los campos de bombeo clásicos, en primera instancia policromáticos, pueden ser expresados en términos de sus componentes de Fourier como

$$E_\nu^{(+)}(\mathbf{r}, t) = (2\pi)^3 A_\nu f_\nu(x, y) \int \alpha(\omega_\nu) \exp \left[-i \left(\omega_\nu t - k_\nu(\omega_\nu) z \right) \right] d\omega_\nu, \quad (26)$$

donde ($\nu = 1, 2$), A es la amplitud máxima del campo, $\alpha(\omega)$ es la envolvente espectral (en segundos) y al igual que en la ecuación (23) $f_\nu(x, y)$ es el perfil transversal del

modo. En lo sucesivo será considerado que sólo el modo fundamental HE_{11} se puede propagar a lo largo de la fibra y aunque $f(x, y)$ es una función de la frecuencia, para fibras monomodales las diferencias entre las distribuciones transversales de los campos interactuantes es suficientemente pequeña que pueden ser despreciadas en la práctica (Agrawal, 2007).

En el cuadro de interacción, siguiendo el análisis perturbativo estándar (Mandel y Wolf, 1995), es posible escribir el estado de dos fotones a la salida de la fibra, después de un tiempo t como

$$|\Psi\rangle = \left[1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \hat{H}(t') \right] |0\rangle_s |0\rangle_i = |0\rangle_s |0\rangle_i + |\Psi_2\rangle, \quad (27)$$

donde \hat{H} es el Hamiltoniano de interacción dado por la ecuación (22); $|0\rangle_s |0\rangle_i$ representa las fluctuaciones del vacío correspondiendo al estado del sistema en $t = 0$ y $|\Psi_2\rangle$ es la componente de dos fotones producida por SFWM. La aproximación a primer orden implícita en la ecuación (27) es justificada en el régimen de generación espontánea. Entonces, al reemplazar las ecuaciones (22, 23 y 26) en la ecuación (27) y después de varias operaciones analíticas y algebraicas se llega a que el estado de dos fotones generado por SFWM es

$$|\Psi_2\rangle = \zeta \sum_{k_s} \sum_{k_i} G(k_s, k_i) \hat{a}^\dagger(k_s) \hat{a}^\dagger(k_i) |0\rangle_s |0\rangle_i, \quad (28)$$

donde $\hat{a}^\dagger(k_\mu)$ es el operador de creación que al actuar sobre el vacío da lugar a un fotón en el modo $k_\mu(\omega_\mu)$, con $\mu = s, i$ y se ha definido la función espectral conjunta $G(k_s, k_i)$ como

$$G(k_s, k_i) = \ell(k_s) \ell(k_i) \int \alpha(\omega) \alpha(\omega_s + \omega_i - \omega) \text{sinc} \left[\frac{L}{2} \Delta k \right] e^{i \frac{L}{2} \Delta k} d\omega, \quad (29)$$

con Δk dado en la ecuación (13). En la ecuación (28) ζ está relacionada con la eficiencia de generación de pares de fotones y está dada por

$$\zeta = \frac{i2(2\pi)\epsilon_0 cn(\omega_1)}{\hbar\omega_1} L\gamma(\omega_1)\sqrt{P_1 P_2} \delta k. \quad (30)$$

En el proceso de obtención de las ecuaciones (28 - 30) se usó la identidad

$$\int e^{-i(\omega_1+\omega_2-\omega_s-\omega_i)t'} dt' = 2\pi\delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_s - \omega_i), \quad (31)$$

donde $\delta(\omega)$ es la función delta de Dirac. También se consideró que la potencia pico de los pulsos de bombeo está dada por

$$P = \frac{\epsilon_0 cn}{2}(2\pi)^6 A^2 \int dx \int dy |f(x, y)|^2. \quad (32)$$

y la integral sobre el volumen de cuantización se redujo a una integral de longitud, teniendo en cuenta que la energía electromagnética fluye casi completamente a lo largo del eje de la fibra, mediante la transformación $\int dV = \int \int dx dy \int_0^L dz$, en la cual la integral sobre las coordenadas transversales x e y está relacionada al área efectiva del modo propagado en la fibra (ver ecuación (11)).

La expresión obtenida para el estado de dos fotones generados por SFWM, ecuación (28), revela la existencia de correlación espectral entre los fotones señal y acompañante a través de la función conjunta $G(k_s, k_i)$, la cual es una función de peso en la suma sobre todos los modos posibles k_s y k_i . Esta correlación espectral surge de la conservación de energía y momento inherente al proceso paramétrico. En la ecuación (28) es claro que el estado de dos fotones no puede ser expresado como el producto directo de dos estados de un sólo fotón, independientes, a menos que la función $G(k_s, k_i)$ sea factorizable en una forma tal como: $G(k_s, k_i) = S(k_s)I(k_i)$.

De lo anterior se puede inferir que el grado de correlación espectral de las parejas de fotones generadas por SFWM está determinado por las propiedades de la función $G(k_s, k_i)$. Esto lleva a la necesidad de realizar un análisis exhaustivo de su comportamiento, lo cual permitirá fijar las condiciones físicas requeridas para preparar estados de dos fotones que exhiban correlaciones espectrales acondicionadas para una aplicación particular. La descripción de estos aspectos es presentada en la siguiente sección.

III.2 Función espectral conjunta

Las propiedades de correlación espectral de parejas de fotones generadas por SFWM son establecidas por la función $G(k_s, k_i)$ definida en la ecuación (29), la cual en términos de frecuencias se puede reescribir como

$$G(\omega_s, \omega_i) = \ell(\omega_s)\ell(\omega_i)F(\omega_s, \omega_i), \quad (33)$$

donde se ha definido la función $F(\omega_s, \omega_i)$ como

$$F(\omega_s, \omega_i) = \int \alpha(\omega)\alpha(\omega_s + \omega_i - \omega) \operatorname{sinc}\left[\frac{L}{2}\Delta k\right] e^{i\frac{L}{2}\Delta k} d\omega. \quad (34)$$

Debido a que $\ell(\omega_\mu)$ (ver ecuación (25)) es una función lenta de ω_μ en el rango espectral de interés, es válido considerar que las propiedades de correlación espectral de parejas de fotones son determinadas, fundamentalmente, por la función $F(\omega_s, \omega_i)$ (Rubin *et al.*, 1994). En consecuencia, en adelante se considera que la función espectral conjunta (JSA, por sus siglas en inglés) de parejas de fotones generadas por SFWM está dada por la ecuación (34). Es posible observar que $F(\omega_s, \omega_i)$ es una integral tipo convolución en el dominio de las frecuencias, por lo que las propiedades espectrales de parejas de fotones son descritas por una función estructuralmente más compleja que

en el caso de parejas de fotones generadas por SPDC, donde la JSA está dada como el producto de dos funciones, $F_{SPDC}(\omega_s, \omega_i) = \tilde{\alpha}(\omega_s, \omega_i)\phi(\omega_s, \omega_i)$, siendo $\tilde{\alpha}(\omega_s, \omega_i)$ la función de envolvente espectral del bombeo y $\phi(\omega_s, \omega_i)$ la función de empatamiento de fases (Grice y Walmsley, 1997).

En práctica, la función importante es la **intensidad espectral conjunta** (JSI, por sus siglas en inglés) definida como

$$I(\omega_s, \omega_i) = |F(\omega_s, \omega_i)|^2. \quad (35)$$

La JSI representa la distribución de probabilidad de emisión simultánea de un fotón señal a la frecuencia ω_s y un fotón acompañante a la frecuencia ω_i (Grice *et al.*, 2001). Así, si como resultado de una medición se determina que el fotón señal tiene una frecuencia ω_s , la JSI establece el rango de posibles frecuencias en que se puede encontrar el fotón acompañante (emitido simultáneamente). En el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$, el ancho de la JSI sugiere el grado de correlación espectral entre las parejas de fotones generadas (Kim y Grice, 2005), en el sentido que una JSI muy angosta y orientada de forma diagonal, implicará un alto grado de correlación entre los fotones de un par, puesto que para un valor fijo de ω_s será posible conocer, con mayor certidumbre, el valor de la frecuencia del fotón conjugado, sin que tenga que realizarse una medición sobre él.

En la figura 13 se presenta la JSI de parejas de fotones SFWM generadas en una PCF con $r = 0.6 \mu\text{m}$ y $f = 0.5$, cuyo contorno de $\Delta k = 0$ fue presentado en el panel b) de la figura 10. La JSA es obtenida por evaluación numérica de la ecuación (34). En este caso, los fotones señal y acompañante son emitidos en las longitudes de onda $\lambda_s = 0.6205 \text{ nm}$ y $\lambda_i = 0.9477 \text{ nm}$, respectivamente, para un campo de bombeo centrado

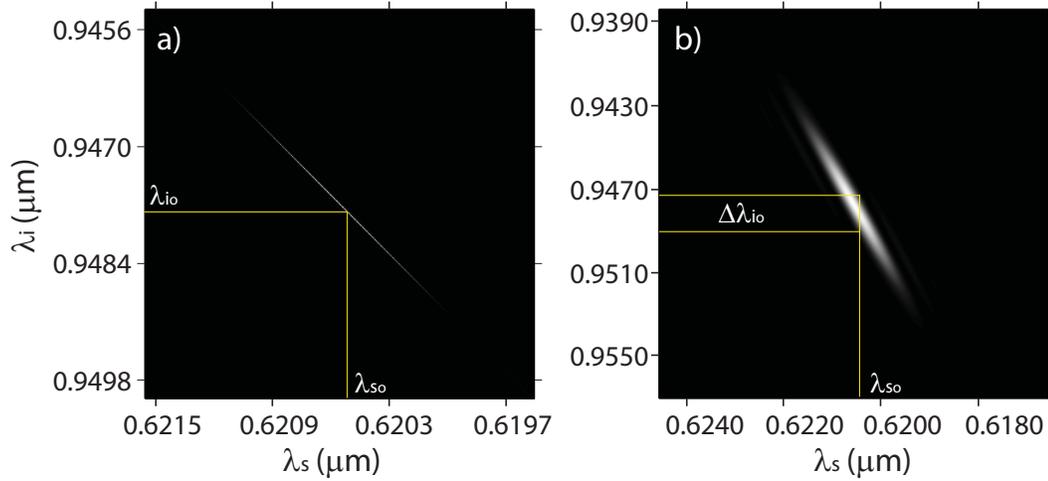


Figura 13. Intensidad espectral conjunta de parejas de fotones generadas por SFWM en una PCF. a) Para un bombeo cercano al límite CW. b) Para un bombeo pulsado con un ancho de banda igual a 1 nm.

en $\lambda_p = 0.7500$ nm. Aquí se ha supuesto que los dos fotones de bombeo tienen la misma frecuencia angular. En la figura 13a) se ha considerado un bombeo cuasi-monocromático ($\Delta\lambda = 3 \times 10^{-3}$ nm), mientras que en b) $\Delta\lambda = 1$ nm y para ambos casos la longitud de la fibra es $L = 1$ m. Puede verse claramente que para un bombeo cercano al límite CW, los fotones generados están completamente correlacionados debido a que las frecuencias ω_s y ω_i siempre deben sumar el valor fijo $2\omega_p$, siendo ω_p la frecuencia de la fuente CW. Sin embargo, conforme el ancho de banda del campo de bombeo se incrementa, las frecuencias de los fotones señal y acompañante pueden sumarse a cualquier valor $2\omega_p$, con ω_p variando dentro del ancho de banda del pulso incidente, lo cual conlleva a la pérdida de correlación espectral, como puede verse en la figura 13b). En particular, para una frecuencia de señal $\omega_{so} = 2\pi c/\lambda_{so}$ no es factible determinar con precisión la frecuencia del fotón acompañante, debido a que éste podría ser emitido en cualquier frecuencia dentro del rango $\Delta\lambda_{io}$. Las propiedades espectrales de los estados de dos fotones ilustrados en la figura 13 coinciden con las observadas en la generación de parejas de fotones vía SPDC (Grice y Walmsley, 1997). Es importante resaltar que

en la figura 13 los ejes horizontal y vertical corresponden a las frecuencias ω_s y ω_i , respectivamente. Sin embargo, éstos han sido etiquetados convenientemente con los valores correspondientes en longitudes de onda.

Otro aspecto relevante de destacar en la figura 13 es que al igual que en SPDC, para el caso de un bombeo monocromático, la JSI es siempre simétrica, en el sentido de que el rango de frecuencias disponibles, es igual para los dos paquetes de onda uni-fotónicos generados (señal y acompañante). Esto puede verse manifiesto en los anchos de banda de los paquetes de onda uni-fotónicos generados, los cuales deben coincidir. En contraste, cuando el proceso de SFWM es conducido por un campo pulsado la JSI no es necesariamente simétrica, conduciendo a que los paquetes de onda correspondientes al campo señal y al campo acompañante tengan anchos de banda distintos. Físicamente esto implica que para el caso de un bombeo pulsado, es posible que el rango de frecuencias disponible para un fotón sea mayor que el rango disponible para el fotón en el modo conjugado. Estas características pueden apreciarse directamente en el **espectro individual de fotones** para los modos señal y acompañante, el cual se obtiene a partir de la JSI (ver ecuación 35) a través de la relación

$$S(\omega) = \int d\omega' I(\omega, \omega'). \quad (36)$$

De esta manera, los espectros individuales de los fotones de un par son, fundamentalmente, las distribuciones marginales de la función de espectro conjunto (la cual representa una distribución conjunta de probabilidad), es decir corresponden a la proyección de la JSI sobre cada uno de los ejes ω_s y ω_i . Para el caso de la figura 13 los espectros individuales correspondientes son mostrados en la figura 14.

Los paneles a) y b) en la figura 14 corresponden a los espectros individuales de los

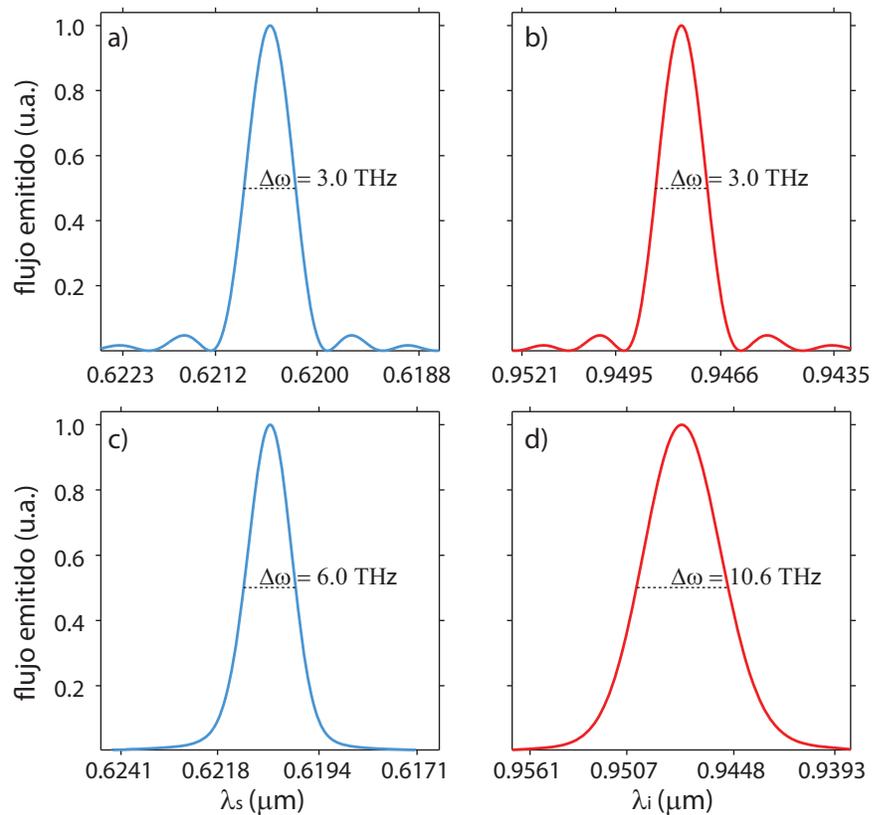


Figura 14. Espectro individual (normalizado) de fotones generados por SFWM en una PCF. a) y b) Señal y acompañante, respectivamente, para un bombeo cuasi-monocromático (corresponden a la JSI en la figura 13a)). c) y d) Espectro de la señal y la acompañante correspondientes a la figura 13b).

paquetes de onda señal y acompañante, respectivamente, cuando un bombeo cuasi-monocromático es usado para activar el proceso de SFWM. Es evidente que en este caso los dos paquetes de onda tienen el mismo ancho de banda en frecuencia, el cual para los parámetros considerados es de 3 THz. Por el contrario, los paneles c) y d) revelan que para un bombeo pulsado, los espectros individuales de los paquetes de onda señal y acompañante ya no necesariamente tienen el mismo ancho de banda en frecuencia. En este caso, mientras que el paquete de onda señal tiene un ancho de banda de 6 THz, el modo acompañante tiene un ancho de banda de 10.6 THz. Aquí los anchos de banda corresponden al ancho total medido a la mitad de la amplitud máxima

(FWHM). Conforme el ancho de banda del pulso incidente se incrementa, la asimetría entre las propiedades de los fotones señal y acompañante se va haciendo más significativa. Más adelante se verá que para ciertas configuraciones del proceso de SFWM, se pueden obtener estados de dos fotones para los cuales la JSI es simétrica, incluso para bombeos con un ancho de banda del orden de varios nanómetros.

Aunque ha sido posible identificar, mediante evaluación numérica de la JSA, algunas características espectrales de las parejas de fotones generadas por SFWM, no obstante es difícil deducir mayor información sobre las propiedades de correlación espectral de los fotones generados, a partir de la función de espectral conjunta dada por la ecuación (34). Esto lleva a plantear la necesidad de buscar una expresión analítica cerrada de $F(\omega_s, \omega_i)$, desde la cual se pueda extraer mayor información acerca de las correlaciones espectrales entre los modos señal y acompañante y de cómo el proceso de SFWM puede ser “adaptado” para generar estados de dos fotones apropiados para aplicaciones particulares.

En general, para SFWM no es posible encontrar una expresión cerrada para la JSA, tal y como es obtenida, de manera global, para SPDC (Grice y Walmsley, 1997). Sin embargo, en la siguiente sección será explicado que para ciertas aproximaciones, justificadas en regiones espectrales específicas, es factible reducir la ecuación (34) a una forma similar a la correspondiente para SPDC (Alibart *et al.*, 2006; Garay-Palmett *et al.*, 2007).

III.2.1 Soluciones analíticas cerradas de la JSA a primer orden en el desempatamiento de fases

Ya se ha visto que siempre es posible obtener la función espectral conjunta del estado de dos fotones SFWM, mediante solución numérica de la ecuación (34). Sin embargo, conocer en detalle los aspectos que rigen el comportamiento de las correlaciones espectrales en el estado de dos fotones, como función de los parámetros físicos de una configuración particular, hace necesario re-expresar la JSA en una forma cerrada. Para esto hay que recurrir a ciertas aproximaciones dado que en términos generales no es sencillo resolver la integral en la ecuación (34).

En primer lugar, la envolvente espectral de los campos de bombeo (las funciones $\alpha(\omega_\nu)$ en la ecuación (26)) será modelada como una función gaussiana de la forma

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega^o)^2}{\sigma^2}\right], \quad (37)$$

donde ω^o y σ son la frecuencia central y el ancho de banda (HW1/eM) del pulso, respectivamente. Esta función ha sido normalizada tal que $\int d\omega \alpha(\omega) = 1$ y puede verificarse que tiene unidades de s.

Por otro lado, haciendo uso de una aproximación lineal para el desempatamiento de fases, es decir considerando los términos a primer orden en la expansión en serie de Taylor de la constante de propagación, alrededor de las frecuencias ω_μ para las cuales existe empatamiento de fases perfecto ($\mu = s, i, 1, 2$), el producto $L\Delta k$ en la ecuación (34) puede ser aproximado por

$$L\Delta k_L = L\Delta k^o + \tau_p \nu_p + \tau_s \nu_s + \tau_i \nu_i, \quad (38)$$

donde se han definido las desintonizaciones $\nu_p = \omega - \omega^o$ y $\nu_\mu = \omega_\mu - \omega_\mu^o$ ($\mu = s, i$), con ω_μ^o representando la frecuencia central de los modos señal y acompañante. Δk^o , dado

por la ecuación (13) y evaluado en las frecuencias ω_μ^o tiene que ser nulo para garantizar el empatamiento de fases en esas frecuencias centrales. Los coeficientes τ_p y τ_μ están dados por las relaciones

$$\begin{aligned}\tau_\mu &= L [k^{(1)}(\omega_2^o) - k^{(1)}(\omega_\mu^o)], \\ \tau_p &= L [k^{(1)}(\omega^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)],\end{aligned}\tag{39}$$

en las cuales $k^{(n)}(\omega) = d^n k / d\omega^n |_{\omega=\omega_\mu^o}$, siendo $k^{(1)}(\omega)$ el inverso de la velocidad de grupo de un paquete de onda centrado en ω ; $\omega_2^o = \omega_s^o + \omega_i^o - \omega^o$, lo cual viene de la conservación de energía; τ_p representa el coeficiente de desempatamiento de velocidad de grupo entre los dos bombeos y τ_μ corresponde al desempatamiento de velocidad de grupo entre el bombeo centrado en la frecuencia ω_2^o y el fotón generado, centrado en la frecuencia ω_μ^o .

Es necesario enfatizar que dado los campos de bombeo, esta aproximación precisa del conocimiento previo de las frecuencias señal y acompañante (ω_s^o y ω_i^o) a las cuales se satisface perfectamente la condición de empatamiento de fases. No obstante, éstas se pueden obtener resolviendo numéricamente la ecuación $\Delta k^o = 0$. De otra parte, hay que tener presente que la validez de la aproximación está restringida a una vecindad pequeña alrededor de las frecuencias a las que se obtiene empatamiento de fases perfecto.

Ahora bien, para poder resolver la integral en la ecuación (34) es también necesario hacer uso de la definición de la función $\text{sinc}(x)$ en la forma

$$\text{sinc}(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\xi e^{ix\xi}.\tag{40}$$

Entonces al reemplazar las ecuaciones (37, 38 y 40) en la ecuación (34) y hacer un intercambio en el orden de las integrales, se puede demostrar que la JSA en la aproximación lineal de Δk está dada por

$$F_{lin}(\nu_s, \nu_i) = \tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i)\phi(\nu_s, \nu_i), \quad (41)$$

donde similiarmente al caso de SPDC (Grice y Walmsley, 1997), $\tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i)$ es la función de envolvente espectral del bombeo, la cual determina el rango de frecuencias de bombeo disponibles para el proceso de SFMW y está dada por

$$\tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i) = \frac{1}{\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left[-\frac{(\nu_s + \nu_i)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right]. \quad (42)$$

A su vez, $\phi(\nu_s, \nu_i)$ describe las propiedades de empataamiento de fases en la fibra, determinando la forma en que la energía de bombeo es distribuída entre los modos señal y acompañante y en general tiene la siguiente forma funcional

$$\phi(\nu_s, \nu_i) = \frac{\sqrt{\pi}\sigma_1\sigma_2}{2\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \int_{-1}^1 d\xi \exp\left[i\frac{(1 + \xi)L\Delta k_{lin}}{2}\right] \exp\left[-\frac{(1 + \xi)^2}{(4B)^2}\right], \quad (43)$$

en la cual

$$L\Delta k_{lin} = L\Delta k^o + T_s\nu_s + T_i\nu_i, \quad (44)$$

donde los coeficientes T_μ son dados por

$$T_\mu = \tau_\mu + \frac{\tau_p\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (45)$$

con τ_p y τ_μ dados en la ecuación (39). Esta redefinición a la ecuación (38) surge como uno de los resultados de la integral sobre ν_p . En la ecuación (43) se ha introducido el parámetro B definido como

$$B = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}}{\sigma_1\sigma_2\tau_p}. \quad (46)$$

La integral en la ecuación (43) se puede resolver analíticamente. En primer lugar se considera el caso de bombeos degenerados donde las envolventes espectrales de los campos de bombeo son idénticas (ver ecuación (37)) y para el cual $\tau_p = 0$, de manera que el segundo factor exponencial en el integrando se reduce a la unidad. Entonces como resultado de la integración sobre ξ , se obtiene que para la configuración DP

$$\phi(\nu_s, \nu_i) = \frac{\sqrt{\pi}\sigma}{\sqrt{2}} \text{sinc} \left[\frac{L\Delta k_{lin}}{2} \right] \exp \left[i \frac{L\Delta k_{lin}}{2} \right]. \quad (47)$$

Por el contrario, para el caso de bombeos no-degenerados $\tau_p \neq 0$ y por lo tanto, al resolver la integral sobre ξ se obtiene que $\phi(\nu_s, \nu_i) = M\Phi(B; L\Delta k_{lin})$, con $L\Delta k_{lin}$ dado por la ecuación (44), $M = \pi/\tau_p$ y se ha definido la función $\Phi(B; x)$ como

$$\Phi(B; x) = \exp(-B^2x^2) \left[\text{erf} \left(\frac{1}{2B} - iBx \right) + \text{erf}(iBx) \right], \quad (48)$$

donde $\text{erf}(z)$ es la función de error

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt. \quad (49)$$

En este punto hay que resaltar que para estados de dos fotones producidos por SFWM las propiedades de empatamiento de fases, en general, son determinadas por una forma funcional diferente al caso de SPDC. Estas formas funcionales coinciden, sin embargo, para los procesos de SFWM producidos en la configuración de bombeos degenerados. Para SFWM con bombeos no-degenerados, se tiene que el perfil y la orientación de la función de empatamiento de fases ($\phi(\nu_s, \nu_i)$), a diferencia del caso DP, dependen de los anchos de banda σ_1 y σ_2 de los campos de bombeos (Garay-Palmett *et al.*, 2007).

En relación a las características de la función de empatamiento de fases para el caso

NDP, se puede subrayar que en el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$, la orientación de $\phi(\nu_s, \nu_i)$ depende de σ_1 y σ_2 , a través de los coeficientes T_s y T_i . Por otra parte, su forma y ancho también tienen dependencia de σ_1 y σ_2 por medio del parámetro B . Hay que destacar, además, que la estructura de la función $\Phi(B; x)$ se modifica notablemente con cambios en el valor de B . Dos extremos son particularmente interesantes y son analizados a continuación.

i) En el límite cuando $|B| \ll 1$, la primera función de error en la ecuación (48) se aproxima a la unidad, siempre que $|x| \ll 1/2|B|^2$. En consecuencia, $\Phi(B; x)$ se reduce a la relación

$$\Phi_{II}(B; x) = M \exp(-B^2 x^2) [1 + \operatorname{erf}(iBx)], \quad (50)$$

la cual es una función compleja cuya parte real es una gaussiana con ancho $1/|B|$ y cuya componente imaginaria contribuye a un decaimiento bastante lento de los extremos de esta gaussiana. La forma de la función resultante se puede apreciar en el panel a) de la figura 15 ($B = 0.2$) donde se ilustra el valor absoluto de $\Phi(B; x)$, normalizado al valor $\Phi(B; 0)$, para cuatro diferentes valores de B . Físicamente este límite es observado cuando los dos campos de bombeo son lo suficientemente no-degenerados, comparado con el inverso de sus anchos de banda, esto es si $\tau_p^2 \gg 1/\sigma_1^2 + 1/\sigma_2^2$.

ii) Por otra parte, se puede demostrar que en el límite cuando $|B| \gg 1$, el segundo factor exponencial en el integrando de la ecuación (43) se reduce a la unidad, dado que $-1 \leq \xi \leq 1$ (como está establecido por los límites de integración). Por consiguiente, al resolver la integral se obtiene que para este límite $\Phi(B; L\Delta k_{lin}) \approx \operatorname{sinc}(L\Delta k_{lin}/2)$, lo cual corresponde a la forma funcional de $\phi(\nu_s, \nu_i)$ asociada con el caso DP (ver ecuación (47)). En la figura 15 se observa que conforme el valor de B se incrementa, el traslape

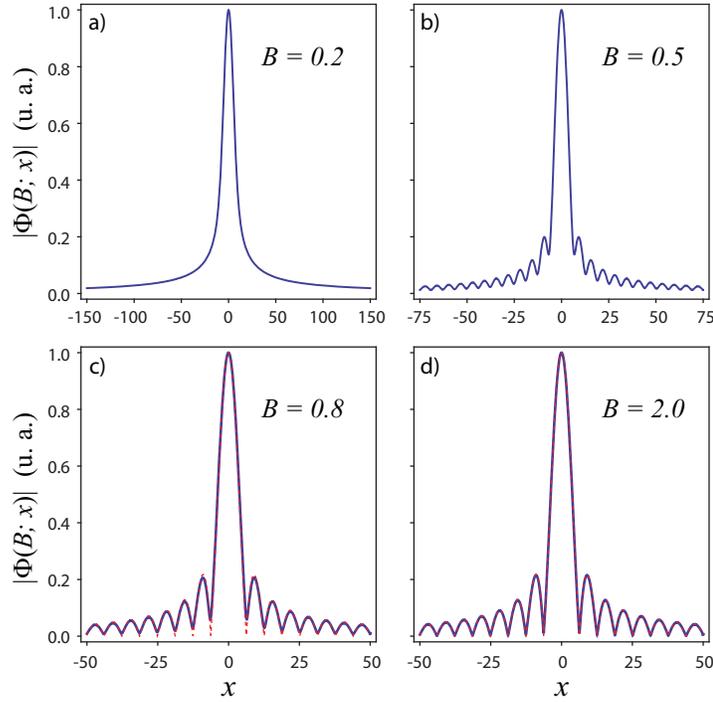


Figura 15. Dependencia de la función de empatamiento de fases para el caso NDP con el parámetro B . En los paneles c) y d) las líneas rojas segmentadas representan la función $\text{sinc}(x/2)$.

entre las funciones $\Phi(B; x)$ y $\text{sinc}(x/2)$ se va optimizando, logrando ser perfecto incluso para $B = 2.0$ (ver figura 15d)). La condición $|B| \gg 1$ se satisface para bombeos degenerados (lo cual implica $\tau_p = 0$), o para bombeos no-degenerados si al menos uno de los dos campos tiene un espectro de banda angosta, es decir cuando $\sigma_1 \rightarrow 0$ y/o $\sigma_2 \rightarrow 0$. Es importante notar que para parejas de fotones generadas por SFWM, con bombeos no-degenerados en las que se cumpla la relación $|B| \gg 1$, la JSA es de la misma forma a la obtenida para PDC en materiales $\chi^{(2)}$ (Grice y Walmsley, 1997).

Otro aspecto interesante relacionado con las propiedades de la JSA en el caso NDP se presenta cuando uno de los dos bombeos tiene un ancho de banda mucho mayor que el del otro. Al establecer la condición $\sigma_1 \ll \sigma_2$ se puede mostrar (a partir de la ecuación (45)) que $T_\mu \rightarrow \tau_\mu$, es decir al valor correspondiente para el caso DP. Esto

implica que la orientación de la función de empataamiento de fases ya no dependerá de σ_1 y σ_2 . Similarmente, es posible demostrar que bajo esta condición el parámetro B se reduce a $1/(\sigma_1\tau_p)$ y en consecuencia, el ancho de la función $\phi(\nu_s, \nu_i)$ no exhibe dependencia de σ_2 (el ancho de banda del bombeo con mayor número de componentes espectrales), mientras que el ancho de la función de envolvente espectral del bombeo dependerá únicamente de σ_2 . Este desacoplamiento entre los anchos de banda de los campos de bombeo, bajo la restricción $\sigma_1 \ll \sigma_2$ (ó $\sigma_2 \ll \sigma_1$), surge como un grado de libertad adicional en el diseño de estados de dos fotones con correlaciones espectrales específicas en la configuración NDP.

Con el fin de ilustrar que las formas analíticas de la JSA, expuestas en los párrafos precedentes, proporcionan mayor idea física acerca de las propiedades de correlación espectral de los fotones generados por SFWM, a continuación se describen ejemplos de estados de dos fotones obtenidos en los dos regímenes de bombeo (DP y NDP).

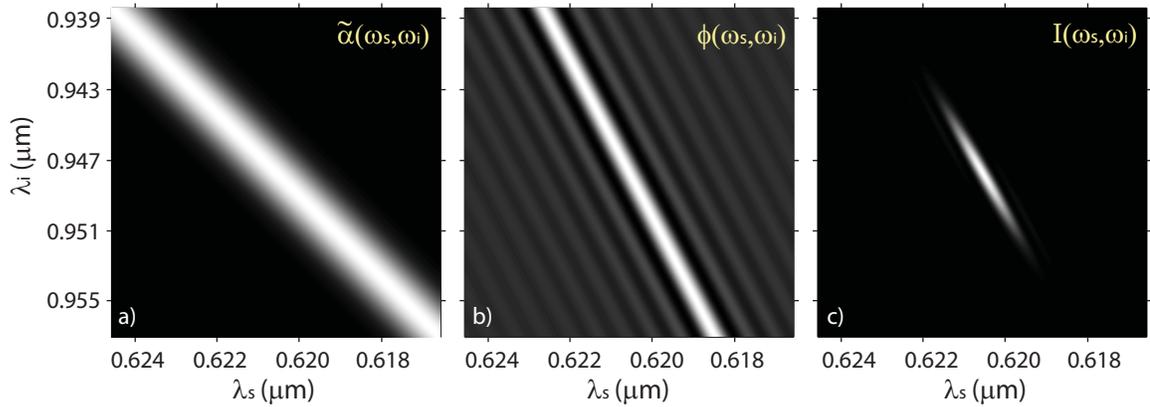


Figura 16. Espectro de parejas de fotones generadas en la configuración DP. a) Envolvente espectral del bombeo. b) Función de empataamiento de fases. c) Intensidad espectral conjunta calculada a partir de las ecuaciones (41, 42 y 47).

En la figura 16 se muestra la síntesis del espectro conjunto correspondiente al estado de dos fotones descrito en la figura 13b), el cual es generado en el caso DP con un bombeo centrado en $0.7500 \mu\text{m}$. Para la evaluación de esta figura se ha considerado

la solución analítica dada por las ecuaciones (41, 42 y 47). El panel a) corresponde a la función de envolvente espectral del bombeo que, en acuerdo con el argumento de la ecuación (42), tiene contornos de igual amplitud con pendiente unitaria negativa en todo el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$ y su ancho depende del ancho de banda del pulso de bombeo. A su vez, en el panel b) se presenta la función de empatamiento de fases, cuyos contornos de igual amplitud son líneas rectas, dada la aproximación lineal de Δk , cuya orientación en $\{\omega_s, \omega_i\}$ es fijada por la propiedades de dispersión de la fibra según la relación $\theta_{si} = -\arctan(T_s/T_i)$ (ver ecuación (45)) y para este caso particular es de -62.4° . El ancho de esta función es definido por la longitud de la fibra. La intensidad espectral conjunta se muestra en la figura 16c) donde se puede ver que su orientación en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$ es la misma de $\phi(\nu_s, \nu_i)$, lo cual es una consecuencia de los parámetros físicos considerados. De comparar esta figura con la figura 13b) es posible concluir que en este caso la solución analítica para la JSA es en efecto una excelente aproximación. En general, como es aparente en la síntesis expuesta, las propiedades espectrales de las parejas de fotones SFWM y por ende el grado de correlación espectral entre ellas, dependen de las orientaciones relativas y los anchos de las funciones $\tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i)$ y $\phi(\nu_s, \nu_i)$.

Ahora se prosigue con la descripción de las propiedades espectrales de un estado de dos fotones SFWM generado en una configuración NDP, a partir de las expresiones analíticas que se obtuvieron para la JSA. Por facilidad de implementación experimental, siempre que sea posible, las configuraciones NDP serán diseñadas tal que los dos campos de bombeo puedan ser obtenidos como la señal fundamental y el segundo armónico de un mismo sistema láser. En el ejemplo particular que se presenta a continuación se ha considerado una PCF con $r = 0.6 \mu\text{m}$, $f = 0.52$ y una longitud $L = 1 \text{ m}$. Con esta fibra es posible obtener parejas de fotones señal y acompañante en $\lambda_s = 0.7601 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 0.9221 \mu\text{m}$, respectivamente, al hacer incidir un campo de bombeo **1** centrado en

$\lambda_1 = 0.6250 \mu\text{m}$ y con un ancho de banda $\sigma_1 = 12 \text{ THz}$, y un bombeo **2** con longitud de onda central $\lambda_2 = 1.250 \mu\text{m}$ y un ancho de banda $\sigma_2 = 0.12 \text{ THz}$.

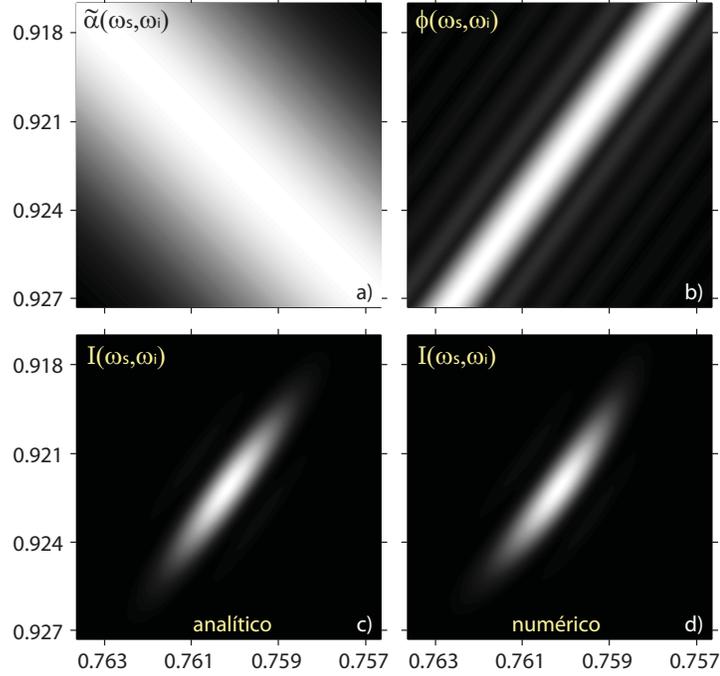


Figura 17. Espectro de parejas de fotones generadas en la configuración NDP. a) Envolvente espectral del bombeo. b) Función de empatamiento de fases. c) JSI calculada con las expresiones analíticas. d) JSI evaluada numéricamente, sin aproximaciones.

En la figura 17 se detalla el espectro del estado de dos fotones generado a partir de los parámetros descritos en el párrafo anterior. El panel a) es la función de envolvente espectral del bombeo (ver ecuación (42)), la cual sigue un comportamiento semejante al caso DP, y dado que $\sigma_2 \ll \sigma_1$ su ancho es aproximadamente independiente σ_2 . El panel b) es la función de empatamiento de fases dada por la ecuación (48) con $B = 0.499$ (ver ecuación (46)), la cual tiene un ancho establecido por la longitud de la fibra y por σ_2 . De la misma manera como ocurre para la configuración DP, la orientación de $\phi(\nu_s, \nu_i)$ en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$ está dada por $\theta_{si} = -\arctan(T_s/T_i)$. Para el presente ejemplo $\theta_{si} = 53.8^\circ$ y es independiente de σ_1 y σ_2 . La longitud de la fibra y los anchos de banda de los bombeos fueron seleccionados de forma que la JSI estuviera orientada

en la misma de dirección que $\phi(\nu_s, \nu_i)$, como puede apreciarse en la figura 17c). Con el objeto de validar los resultados analíticos obtenidos en la aproximación a primer orden en la serie de potencias de Δk , en la figura 17d) se muestra la JSI obtenida por evaluación numérica de la ecuación (34), considerando la dispersión de la fibra a todos los órdenes. Es evidente que para este caso la solución analítica constituye un buen acercamiento a la JSI obtenida sin aproximación.

Hasta ahora se ha presentado una descripción del estado de dos fotones generado por SFWM, enfocada en las propiedades de la función espectral conjunta, la cual determina el grado de correlación espectral entre los modos señal y acompañante constituyendo el estado. No obstante, una caracterización completa del estado cuántico de parejas de fotones precisa, además, de la cuantificación del número de parejas de fotones que se espera obtener durante el proceso en un tiempo determinado, para las condiciones físicas de un experimento particular. En la siguiente sección será presentada la derivación del flujo emitido en el proceso de SFWM, el cual se obtiene a partir de la función de estado de dos fotones dada en la ecuación (28).

Capítulo IV

Flujo emitido en el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo

Como ya se ha mencionado, una de las principales motivaciones para desarrollar fuentes de parejas de fotones basadas en fibras ópticas, es la disponibilidad para lograr tasas de emisión bastante altas, lo cual se debe a las largas longitudes de interacción accesibles en el contexto de fibras y a que la eficiencia del proceso SFWM, el cual se origina de $\chi^{(3)}$, se escala con el cuadrado de la potencia de bombeo (Agrawal, 2007). Por otra parte, el efecto no-lineal depende también del área efectiva del modo propagado, a través del parámetro γ definido en la ecuación (10). Allí es posible ver que geometrías de fibras ópticas para las cuales A_{eff} es pequeña, favorecerán un incremento en la tasa de emisión. Pero, ¿cuántos pares de fotones generados por SFWM se espera que lleguen a los detectores en un experimento particular? y ¿de qué manera se podría mejorar la brillantez de la fuente? Estos son cuestionamientos claves que surgen en la implementación de cualquier fuente de luz cuando se quiere optimizar su funcionamiento. No obstante, dar respuesta a estos interrogantes amerita conocer la dependencia del flujo emitido en función de todas las variables físicas involucradas en el proceso. Es por tanto el objeto de la presente sección derivar una expresión para el número de pares de fotones emitidos, a partir del estado cuántico de dos fotones dado en la ecuación (28).

El análisis parte de considerar que al salir de la fibra en la que se da el proceso de generación, los flujos de fotones señal y acompañante son dirigidos hacia los detectores a través de fibras ópticas monomodales, donde se supone no se generan parejas de fotones

adicionales (ver figura 18). En tal caso, el valor esperado de la densidad de energía para el estado $|\Psi_2\rangle$ puede escribirse como

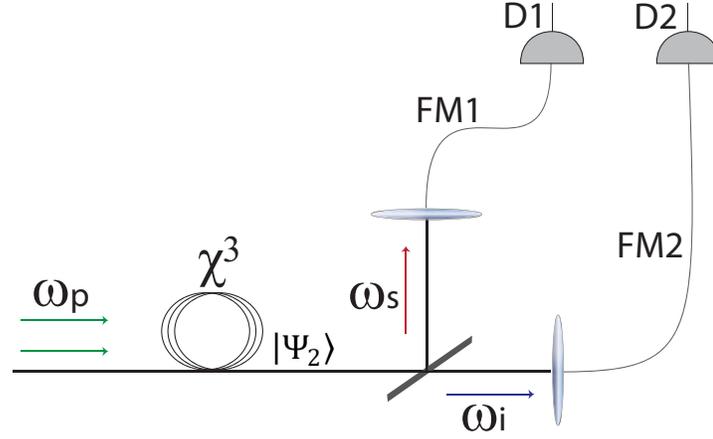


Figura 18. Esquema de detección de los fotones generados por SFWM. Al salir de la fibra no-lineal los flujos señal y acompañante son dirigidos hacia los detectores (D1 y D2), a través de las fibras monomodales FM1 y FM2, respectivamente.

$$w(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \langle \Psi_2 | \hat{E}^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{D}^{(+)}(\mathbf{r}, t) | \Psi_2 \rangle, \quad (51)$$

donde $\hat{E}^{(-)}$ es el campo eléctrico en el medio lineal, dado por el conjugado hermítico de la ecuación (23). El vector de desplazamiento eléctrico $\hat{D}^{(+)}$ se obtiene al reemplazar la ecuación (23) en la ecuación (18) e ignorando el término proporcional a $\chi^{(3)}$,

$$\hat{D}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) = i \frac{\sqrt{\delta k}}{\sqrt{\Theta_\mu}} f_\mu(x, y) \sum_{k_\mu} \exp \left[-i \left(\omega(k_\mu) t - k_\mu z \right) \right] \ell_D(k_\mu) \hat{a}_\mu(k_\mu), \quad (52)$$

con $\ell_D(k)$ definido como

$$\ell_D(k) = \sqrt{\frac{\epsilon_o n^2(k) \hbar \omega_k}{\pi}}. \quad (53)$$

Entonces, con ayuda de la ecuación (28) se puede demostrar que

$$\hat{D}^{(+)}(\mathbf{r}, t)|\Psi_2\rangle = i\frac{2\zeta\sqrt{\delta k}}{\sqrt{\Theta}}f(x, y)\sum_{k_s}\sum_{k_i}\ell_D(k_s)G(k_s, k_i)e^{-i[\omega(k_s)t-k_s z]}|k_i\rangle, \quad (54)$$

donde se ha usado la identidad

$$\hat{a}(k)\hat{a}^\dagger(k_s)\hat{a}^\dagger(k_i)|\text{vac}\rangle = \delta_{k,k_s}|k_i\rangle + \delta_{k,k_i}|k_s\rangle, \quad (55)$$

y se ha supuesto, por razones de simplicidad, que los fotones señal y acompañante son indistinguibles entre sí, es decir que $G(k_s, k_i) = G(k_i, k_s)$. Similarmente, a partir de las ecuaciones (23 y 28) se encuentra que

$$\hat{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t)|\Psi_2\rangle = i\frac{2\zeta\sqrt{\delta k}}{\sqrt{\Theta}}f(x, y)\sum_{k_s}\sum_{k_i}\ell(k_s)G(k_s, k_i)e^{-i[\omega(k_s)t-k_s z]}|k_i\rangle. \quad (56)$$

Por consiguiente, el valor esperado de la densidad de energía para el estado $|\Psi_2\rangle$ se obtiene de reemplazar las ecuaciones (54 y 56) en (51), haciendo uso de la propiedad $\langle k_i|k'_i\rangle = \delta_{k_i,k'_i}$, para dar:

$$w(\mathbf{r}, t) = \frac{2|\zeta|^2\delta k}{\Theta}|f(x, y)|^2 \times \sum_{k_s}\sum_{k'_s}\sum_{k_i}\ell(k_s)\ell_D(k'_s)G^*(k_s, k_i)G(k'_s, k_i)e^{-i[\omega(k'_s)-\omega(k_s)]t}e^{-i(k'_s-k_s)z}. \quad (57)$$

Dado que los paquetes de onda señal y acompañante contienen un continuo de componentes espectrales dentro de su ancho de banda, en este punto es conveniente expresar las sumatorias sobre los modos k_μ en la ecuación (57) en términos de integrales. La conversión de sumas a integrales es posible tomando el límite cuando L_Q tiende a infinito, por lo cual $\delta k \rightarrow 0$ (Loudon, 2000). De esta manera se tiene que podemos convertir

$$\delta k \sum_k \rightarrow \int dk, \quad (58)$$

con lo que $w(\mathbf{r}, t)$ se reduce a

$$w(\mathbf{r}, t) = \vartheta \frac{|f(x, y)|^2}{\Theta} \times \iiint \ell(k_s) \ell_D(k'_s) G^*(k_s, k_i) G(k'_s, k_i) e^{-i[\omega(k'_s) - \omega(k_s)]t} e^{-i(k'_s - k_s)z} dk_s dk'_s dk_i, \quad (59)$$

donde ϑ se obtiene con ayuda de la ecuación (30) al calcular el factor $2|\zeta|^2 \delta k = \vartheta(\delta k)^3$ de la ecuación (57)

$$\vartheta = \frac{2^3 (2\pi)^2 \epsilon_0^2 c^2 n^2(\omega_1)}{\hbar^2 \omega_1^2} L^2 \gamma^2(\omega_1) P_1 P_2. \quad (60)$$

Entonces la energía generada por SFWM se obtiene al integrar el valor esperado de la densidad de energía sobre el volumen completo de interacción. Sin embargo, ya se ha mencionado que en fibras ópticas la energía fluye casi completamente a lo largo del eje de la fibra, por lo cual es conveniente calcular la densidad de energía lineal definida como: $w_z(z, t) = \iint w(\mathbf{r}, t) dx dy$; así, reemplazando la ecuación (59) y considerando que el perfil transversal de los campos señal y acompañante en las fibras monomodales es igual al perfil en la fibra de generación, se demuestra que

$$w_z(z, t) = \vartheta \iiint \ell(k_s) \ell_D(k'_s) G^*(k_s, k_i) G(k'_s, k_i) e^{-i[\omega(k'_s) - \omega(k_s)]t} e^{-i(k'_s - k_s)z} dk_s dk'_s dk_i. \quad (61)$$

En consecuencia, la energía generada se obtiene al integrar $w_z(z, t)$ a lo largo de la longitud de la fibra, es decir $U_{FWM} = \int_0^L dz w_z(z, t)$. Sin embargo, los límites de integración pueden ser extendidos al infinito si consideramos la energía generada por un sólo pulso de bombeo. En este caso, al hacer uso de la definición $\int e^{-i(k_s - k'_s)z} dz =$

$2\pi\delta(k_s - k'_s)$ y reemplazando las Ecs.(33 y 60) se puede demostrar que la energía generada por pulso está dada por

$$U_{FWM} = \frac{2^3(2\pi)^3\epsilon_o^2c^2n^2(\omega_1)}{\hbar^2\omega_1^2}L^2\gamma^2(\omega_1)P_1P_2\int\int\ell^3(k_s)\ell_D(k_s)\ell^2(k_i)|F(k_s, k_i)|^2 dk_sdk_i, \quad (62)$$

con $F(k_s, k_i)$ dada por la ecuación (34). Finalmente, al considerar que los pulsos de bombeo tienen una envolvente espectral gaussiana, de acuerdo a la ecuación (37), U_{FWM} se puede reescribir como

$$U_{FWM} = \frac{2^8(2\pi)^{-2}\hbar c^2n^2(\omega_1)}{\omega_1^2}\frac{L^2\gamma^2(\omega_1)P_1P_2}{\sigma_1^2\sigma_2^2}\iint\frac{\omega_s^2k^{(1)}(\omega_s)}{n^2(\omega_s)}\frac{\omega_ik^{(1)}(\omega_i)}{n^2(\omega_i)}|f(\omega_s, \omega_i)|^2d\omega_sd\omega_i, \quad (63)$$

donde se usaron las ecuaciones (25 y 53) para obtener

$$\ell^3(k_s)\ell_D(k_s)\ell^2(k_i) = \frac{\hbar^3}{\pi^3\epsilon_o^2}\frac{\omega_s^2\omega_i}{n^2(\omega_s)n^2(\omega_i)}, \quad (64)$$

y las integrales sobre las constantes de propagación k_s y k_i han sido convertidas a integrales de frecuencia mediante la transformación $dk(\omega) = k^{(1)}(\omega)d\omega$. La función $f(\omega_s, \omega_i)$ en la ecuación (63) está dada por

$$f(\omega_s, \omega_i) = \int\exp[-(\omega - \omega_1^o)^2/\sigma_1^2]\exp[-(\omega_s + \omega_i - \omega - \omega_2^o)^2/\sigma_2^2]\text{sinc}\left[\frac{L}{2}\Delta k\right]e^{i\frac{L}{2}\Delta k}d\omega. \quad (65)$$

La ecuación (63) da la energía generada por SFWM por cada pulso de bombeo. A partir de ésta es posible determinar la eficiencia de generación de pares de fotones mediante la relación $\eta = U_{FWM}/U_p$, en la cual U_p es la energía de un pulso de bombeo ($U_p \propto$

$\int d\omega_p |\alpha(\omega_p)|^2$), que para el presente caso tiene la forma $U_p = \sqrt{2\pi}(P_1\sigma_2 + P_2\sigma_1)/(\sigma_1\sigma_2)$. En una primera aproximación, el número de fotones (señal o acompañante) que llegan al detector por unidad de tiempo se puede obtener como

$$N_\mu = \frac{U_{FWM}}{\hbar\omega_\mu^o} f_r, \quad (66)$$

donde f_r es la frecuencia de repetición del láser de bombeo y ω_μ^o es la frecuencia central del paquete de onda uni-fotónico generado en el modo μ . En esta relación el cociente $U_{FWM}/\hbar\omega_\mu^o$ representa el número de fotones emitidos por pulso de bombeo. No obstante, de manera estricta el número total de fotones por segundo está dado por

$$N = \int d\omega_\mu N'_\mu(\omega_\mu) f_r, \quad (67)$$

donde $N'_\mu(\omega_\mu)$ es la densidad de número de fotones en el modo μ .

Para conocer la brillantez de una fuente de dos fotones particular es necesario evaluar numéricamente la ecuación (63) dado que en general no es posible obtener una forma analítica cerrada para U_{FWM} . En esta ecuación se puede ver claramente que el número de fotones generados varía con el cuadrado de la potencia pico del bombeo (o como el producto P_1P_2 para el caso de una configuración NDP). Sin embargo, la dependencia con la longitud de la fibra y la duración de los pulsos (o el ancho de banda de los bombeos) no aparece de manera explícita debido a que L y $\sigma_{1,2}$ están contenidos en la doble integral a través de la función $f(\omega_s, \omega_i)$. Esto conlleva a la necesidad de buscar, bajo ciertas aproximaciones, una solución cerrada que permita analizar la variación de N_μ en términos de los distintos parámetros físicos involucrados.

Para obtener una forma cerrada de la ecuación (63), en primera instancia se considera que la función $h(\omega_s, \omega_i)$ definida como

$$h(\omega_s, \omega_i) = \frac{\omega_s^2 k^{(1)}(\omega_s)}{n^2(\omega_s)} \frac{\omega_i k^{(1)}(\omega_i)}{n^2(\omega_i)}, \quad (68)$$

tiene una dependencia débil con la frecuencia óptica en el rango espectral de interés (Rubin *et al.*, 1994) y por lo tanto puede ser llevada fuera de la integral, siendo evaluada en las frecuencias centrales de los paquetes de onda señal y acompañante, ω_s^o y ω_i^o . Se ha verificado que en efecto ésta es una buena aproximación a la ecuación (63). Por otro lado, se evocarán las soluciones analíticas de la JSA que se derivaron en la sección III.2.1 al considerar sólo los términos a primer orden en la expansión en serie de Taylor de la constante de propagación (ver ecuación (38)). En estas circunstancias se obtienen dos expresiones para U_{FWM} , una para cada configuración de bombeo.

- i) En el caso de bombeos degenerados, con ayuda de las ecuaciones (41, 42 y 47) es posible demostrar que

$$\int d\omega_s \int d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)|^2 = \frac{(2\pi)^2 \sqrt{\pi} \sigma^3}{4(\tau_s - \tau_i)}, \quad (69)$$

donde σ es el ancho de banda del pulso de bombeo y τ_μ es dado por la ecuación (39). Entonces al reemplazar las ecuaciones (68 y 69) en la ecuación (63) se tiene que la energía generada por SFWM por cada pulso de bombeo (DP), en la aproximación lineal de Δk está, dada por

$$U_{FWM}^{DP} = \frac{2^6 \sqrt{\pi} \hbar c^2 n^2(\omega_1)}{\omega_1^2} \frac{L \gamma^2 P^2}{\sigma [k^{(1)}(\omega_i^o) - k^{(1)}(\omega_s^o)]} h(\omega_s^o, \omega_i^o), \quad (70)$$

la cual es válida en una vecindad pequeña alrededor de las frecuencias que satisfacen la condición de empatamiento de fases. En esta ecuación es evidente la dependencia de la brillantez de una fuente de parejas de fotones, con respecto a cada una de las

variables físicas implicadas. Aquí se ha hecho explícito que la tasa de emisión de parejas de fotones varía linealmente con la longitud de la fibra.

Resulta interesante analizar la variación de la brillantez con el ancho de banda de los pulsos de bombeo al mantener la energía por pulso constante. Es sabido que la energía por pulso de una fuente láser es bien aproximada por el cociente entre la potencia promedio (P_{av}) y la frecuencia de repetición (f_r). En este caso, se puede mostrar que la potencia pico está dada por

$$P = \frac{P_{av}\sigma}{\sqrt{2\pi}f_r}. \quad (71)$$

Por tanto, reemplazando la ecuación (71) en la ecuación (70) se encuentra que $U_{FWM}^{DP} \propto \sigma$ ó equivalentemente, $U_{FWM}^{DP} \propto 1/\Delta t_p$, siendo el Δt_p la duración del pulso. Así para una energía por pulso fija, la tasa de emisión de parejas de fotones SFWM se incrementa cuando el ancho de banda del pulso de bombeo aumenta. Más adelante será visto que siempre que el ancho de banda de los paquetes de onda generados no sea muy grande, la ecuación (70) se constituye en una excelente aproximación a la ecuación (63), lo cual es justificado debido al hecho de que los términos lineales de Δk son dominantes.

- ii) Para el caso de bombeos no degenerados es posible demostrar, a partir de las ecuaciones (41, 42 y 48), que

$$\int d\omega_s \int d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)|^2 = \frac{(2\pi)^3 \sigma_1 \sigma_2}{8\tau_p(\tau_s - \tau_i)} \text{Erf} \left[\frac{1}{\sqrt{2}B} \right], \quad (72)$$

donde τ_μ está dado por la ecuación (39) y el parámetro B corresponde al definido en la ecuación (46). Por lo tanto al reemplazar las ecuaciones (68 y 72) en la

ecuación (63) se tiene que bajo la aproximación lineal de Δk , la energía generada por SFWM en el régimen NDP está dada por

$$U_{FWM}^{NDP} = \frac{2^6 \pi \hbar c^2 n^2(\omega_1)}{\omega_1^2} \frac{\gamma^2 P_1 P_2 h(\omega_s^o, \omega_i^o)}{\sigma_1 \sigma_2 [k^{(1)}(\omega_1^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)] [k^{(1)}(\omega_i^o) - k^{(1)}(\omega_s^o)]} \times \text{Erf} \left[\frac{L \sigma_1 \sigma_2 [k^{(1)}(\omega_1^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)]}{\sqrt{2} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \right]. \quad (73)$$

De la ecuación anterior se puede inferir que en el caso NDP, la dependencia de la tasa de emisión de parejas de fotones con la longitud de la fibra se dá a través de la función de error de la forma $\text{Erf}(ax)$, la cual tiene un comportamiento de saturación a partir de un cierto valor de la variable tal como se puede apreciar en la Fig. 19. Una forma de conocer el valor de x para el cual la función de error se satura es mediante su derivada con respecto a x , la cual es una gaussiana de la forma $y = e^{-(ax)^2}$. Es posible entonces considerar que y es igual a cero a partir del valor de x correspondiente a dos veces el ancho medio al valor $1/e$ del máximo (HW1/eM), que como puede verse en la Fig. 19, coincide con el valor de la abscisa desde el cual la función de error se satura y es igual a $2/a$. A consecuencia de este comportamiento se puede concluir que para el caso de bombeos no degenerados existe una longitud de fibra efectiva, a partir de la cual el número de fotones generados por SFWM ya no se incrementa más durante la propagación. Esta longitud efectiva se puede calcular como

$$L_{eff} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{\sigma_1 \sigma_2 |k^{(1)}(\omega_1^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)|}, \quad (74)$$

la cual, para $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, se reduce a $4/[\sigma |k^{(1)}(\omega_1^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)|]$.

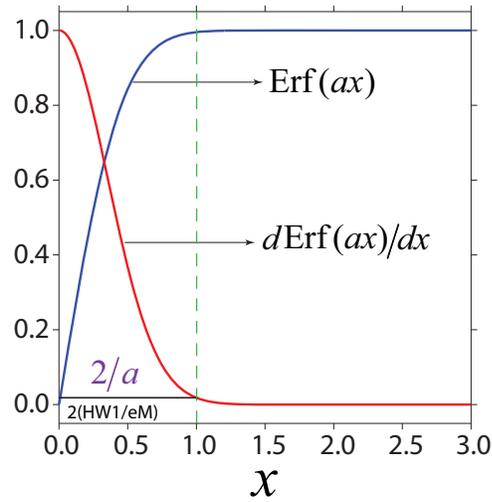


Figura 19. Función de error y su derivada

Lo anterior implica que para un ancho de banda fijo, la longitud de interacción efectiva de los pulsos de bombeo está condicionada por la diferencia de sus velocidades de grupo. Así campos de bombeo con una separación espectral considerable contribuirán a la generación de parejas de fotones dentro de una longitud de fibra muy corta, lo cual se verá reflejado en una tasa de emisión baja comparada con las que se logran en la configuración DP.

Al igual que para el caso de bombeos degenerados, se puede analizar la variación de la brillantez con el ancho de banda de los pulsos para una energía por pulso constante. Para ello es necesario reemplazar la ecuación (71) en la ecuación (73), de lo cual se obtiene que la única dependencia de U_{FWM}^{NDP} con σ_1 y σ_2 es a través de la función de error. Para el caso para $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ esta dependencia adopta la forma funcional $U_{FWM}^{NDP} \propto \text{Erf} [L\sigma[k^{(1)}(\omega_1^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)]/2]$. Es así como, siguiendo un tratamiento similar al usado para estudiar la variación con L (ver figura 19), se puede concluir que para un valor fijo de la longitud de la fibra, existe un ancho de banda efectivo a partir del cual la tasa de emisión ya no se incrementa más, el

cual está dado por

$$\sigma_{eff} = \frac{4}{L |k^{(1)}(\omega_1^o) - k^{(1)}(\omega_2^o)|}. \quad (75)$$

La ecuación anterior pone de manifiesto que cuando $\omega_1 \gg \omega_2$ (o bien $\omega_2 \gg \omega_1$), la diferencia significativa en las velocidades de grupo de los bombeos hace indispensable trabajar con anchos de banda pequeños (en el límite CW), para que los campos de bombeo puedan interactuar y dar origen al estado de dos fotones. Sin embargo, en este límite la tasa de generación es reducida considerablemente.

Por otra parte, es meritorio resaltar que debido a que U_{FWM} es proporcional a γ^2 , desde la ecuación (10) se vé que en consecuencia $U_{FWM} \propto 1/A_{eff}^2$. La distribución transversal del modo fundamental de una fibra, $f(x, y)$, se aproxima muy bien a una función gaussiana de ancho w , el cual de hecho puede ser tomado como $w \approx r$, donde r es el radio del núcleo (Agrawal, 2007). Por lo tanto, a partir de la ecuación (11) se puede demostrar que $A_{eff} \approx \pi r^2$, implicando que $U_{FWM} \propto 1/r^4$. Este importante resultado establece que en fibras ópticas con radio de núcleo muy pequeño, la tasa de generación de parejas de fotones puede llegar a ser muy alta. Este es el caso, por ejemplo, de fibras adelgazadas y nano fibras en las que se ha demostrado que existe un valor óptimo de r para el cual el coeficiente no-lineal alcanza un máximo (Leon-Saval *et al.*, 2004; Foster *et al.*, 2008), que puede llegar a ser varios órdenes de magnitud mayor al de fibras monomodales convencionales basadas en sílice (Mägi *et al.*, 2007).

Como se ha visto, las ecuaciones (70 y 73) cuantifican el flujo emitido en el proceso de SFWM dentro de un rango espectral próximo a las frecuencias que satisfacen la condición de empatamiento de fases. En general, debido a que Δk es dominado por los términos lineales en la expansión en serie de Taylor de $k(\omega)$, estas ecuaciones se consti-

tuyen en un buen estimado del número real de fotones que se generan. Es importante notar que la dispersión de orden superior se hará más importante cuando la duración de los pulsos de bombeo es muy corta. Más adelante, se presentarán resultados de la tasa de emisión de fotones para una fuente particular basada en parámetros realistas. Éstos serán calculados a partir de las expresiones analíticas cerradas y mediante solución numérica de la ecuación (63), incluyendo la dispersión a todos los órdenes. Pero antes de proseguir, es oportuno validar el modelo propuesto con resultados experimentales reportados en la literatura.

Para efectos de validación del cálculo del flujo emitido en SFWM, descrito en los párrafos anteriores, se han considerado los resultados que Alibart *et al.* exponen en la referencia (Alibart *et al.*, 2006). En este artículo los autores presentan un análisis teórico del proceso de generación de estados de dos fotones mediante SFWM en fibras de cristal fotónico monomodales, en una configuración de bombeo pulsado DP y en la cual los fotones generados tienen la misma polarización que el campo de bombeo. Derivan una expresión cerrada del valor esperado del número medio de fotones por pulso a la salida de la fibra. Esto es llevado a cabo mediante una aproximación lineal de la función de desempatación de fases, semejante a la ecuación (38).

Asimismo, en (Alibart *et al.*, 2006) se reportan resultados experimentales obtenidos para una fuente de parejas de fotones correlacionados, implementada usando una PCF con un radio de núcleo $r = 1 \mu\text{m}$, una fracción de llenado $f = 0.9$ y una longitud $L = 0.2$ m, la cual tiene un punto de cero dispersión en $\lambda_{zd} = 0.715$ nm. Se ha seleccionado este artículo para la validación del presente estudio puesto que permite hacer comparaciones con los resultados experimentales y con el modelo teórico que ellos describen. En la fuente de parejas de fotones descrita, los fotones señal y acompañante son emitidos a las longitudes de onda $\lambda_s = 0.5864 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 0.8932 \mu\text{m}$, respectivamente. La fuente

de excitación (DP) que se empleó es un láser de Titanio Zafiro que emite pulsos de 2 ps de duración con un ancho de banda de 0.4 nm centrados en $\lambda_p = 0.7084 \mu\text{m}$, a una frecuencia de repetición $f_r = 80 \text{ MHz}$.

Para evaluar teóricamente la brillantez de esta fuente a partir de las ecuaciones (63 y 70), en primera instancia hay que calcular la dispersión de la fibra, para lo cual se utiliza el modelo de índice escalonado descrito en el capítulo anterior. Desde la implementación del modelo se encontró que la geometría de fibra que permite lograr empatamiento de fases a las longitudes de onda mencionadas, corresponde a una PCF con $r = 0.964 \mu\text{m}$ y $f = 0.9$, la cual tiene el punto de cero dispersión en $\lambda_{zd} = 0.7141 \text{ nm}$. Igualmente, se evaluó el coeficiente no-lineal a la longitud de onda de bombeo, obteniendo $\gamma = 65.35 \text{ W}^{-1}\text{Km}^{-1}$.

Calculada la dispersión de la fibra, se procedió a evaluar la tasa de emisión de parejas de fotones analítica y numéricamente, con ayuda de las ecuaciones (70 y 63), para diferentes potencias de bombeo. Los resultados obtenidos son presentados en la tabla I como N_{ana} y N_{num} , respectivamente. Estos valores corresponden al número de fotones en el modo señal que llegan al detector respectivo por cada segundo. Para efectos de comparación, en la tabla se muestran los resultados teóricos (N_{teo}) y experimentales (N_{exp}) de la referencia (Alibart *et al.*, 2006). Los datos N_{exp} fueron estimados desde las cuentas individuales en cada detector y desde las cuentas en coincidencia, a través de la relación

$$r = \frac{(N_s^{raw} - B_s)(N_i^{raw} - B_i)}{C_{raw} - C_b}, \quad (76)$$

donde N_μ^{raw} son las tasas de cuentas individuales, C_{raw} y C_b son las tasas de cuentas de coincidencia en bruto y coincidencia accidental, respectivamente y B_μ son las cuentas

de fondo debidas principalmente a esparcimiento Raman.

Tabla I. Tasa de emisión de parejas de fotones en una PCF. N_{exp} y N_{teo} corresponden a la estimación experimental y los valores teóricos, respectivamente, del artículo de Alibart *et al.* N_{ana} son los resultados derivados a partir de la ecuación (70) y N_{num} son los valores obtenidos por evaluación numérica de la ecuación (63).

Potencia (μW)	N_{exp} (Fot/s)	N_{teo} (Fot/s)	N_{ana} (Fot/s)	N_{num} (Fot/s)
200	0.43×10^6	0.35×10^6	0.66×10^7	0.64×10^7
340	1.14×10^6	1.10×10^6	1.90×10^7	1.85×10^7
490	2.31×10^6	2.10×10^6	3.95×10^7	3.84×10^7
660	4.08×10^6	3.81×10^6	7.17×10^7	6.95×10^7
960	8.46×10^6	8.05×10^6	1.52×10^8	1.47×10^8

A partir del análisis de los resultados detallados en la tabla I se puede ver que:

i) Los valores obtenidos por evaluación numérica de la ecuación (63), sin recurrir a ninguna aproximación, son en efecto un orden de magnitud mayor a los reportados por Alibart *et al.* como experimentales. Sin embargo, esta discrepancia no es sorprendente puesto que los valores N_{exp} son un estimado de la tasa de emisión real de parejas de fotones en la PCF (ver ecuación (76)) y no una medición directa de la misma. Existen diversos factores que limitan conocer con precisión el número de fotones generados por SFWM en un experimento particular, tales como: pérdidas por acoplamiento a las fibras monomodales que transmiten los fotones hacia los detectores, cuentas oscuras, fotones Raman, entre otros, para los cuales existe un margen de error en la estimación de su magnitud. ii) Existe un acuerdo excelente entre los valores N_{ana} y N_{num} , evidenciando que en este caso, la ecuación (70) es una buena aproximación a la ecuación (63). El hecho de que todos los valores derivados con la expresión analítica sean ligeramente

mayores a los obtenidos numéricamente, es resultado del tamaño finito del intervalo de frecuencias que es necesario considerar en el cálculo numérico, para cada uno de los paquetes de onda involucrados. iii) Aunque los valores teóricos N_{teo} en (Alibart *et al.*, 2006) concuerdan bastante bien con los resultados experimentales, estos discrepan con los que se derivan desde el modelo propuesto en la presente tesis. Aquí vale la pena mencionar que su deducción teórica del valor esperado del número de fotones, no es un cálculo completo. En el artículo se afirma que la estimación del A_{eff} y la potencia pico del bombeo conduce a errores considerables en la tasa de emisión esperada. Al no reportar el valor del coeficiente no-lineal γ que se ha usado para calcular N_{teo} , resulta impreciso establecer una comparación fidedigna con los resultados derivados a partir de la ecuación (70). Hay que recordar que aquí se ha calculado el valor γ que corresponde a la geometría de fibra considerada, según lo descrito en la sección anterior.

A continuación se presentarán resultados de la tasa de emisión de parejas de fotones SFWM en función de diversos parámetros. Para ello, se han considerado las condiciones experimentales de la fuente reportada en la referencia (Alibart *et al.*, 2006), la cual ha sido descrita en los párrafos anteriores.

IV.1 Dependencia de la tasa de emisión de parejas de fotones SFWM con la longitud de la fibra

Se considera la generación de parejas de fotones en una PCF con $r = 0.964 \mu\text{m}$ y $f = 0.9$, en las configuraciones de bombeo DP y NDP. En ambos casos se presentarán los resultados obtenidos a partir de la ecuación (63), sin hacer ninguna aproximación en Δk , y los calculados haciendo uso de la expresión analítica correspondiente.

Bombeos degenerados

En este caso se supone que la fuente de bombeo es un láser que emite pulsos centrados en $\lambda_p = 0.7084 \mu\text{m}$ con un ancho de banda de 0.4 nm, a una frecuencia de repetición $f_r = 80 \text{ MHz}$ y con una potencia promedio $P_{av} = 660 \mu\text{W}$. El coeficiente no-lineal para esta longitud de onda fue evaluado en $\gamma = 65.4 \text{ Km}^{-1}\text{W}^{-1}$. Para estas condiciones los paquetes de onda generados (señal y acompañante) están centrados en $\lambda_s = 0.5877 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 0.8915 \mu\text{m}$, respectivamente. En la figura 20 se muestran los resultados del número de fotones por segundo que son emitidos en el modo señal (N_s), obtenidos al variar la longitud de la fibra entre 0.3 y 1.8 m.

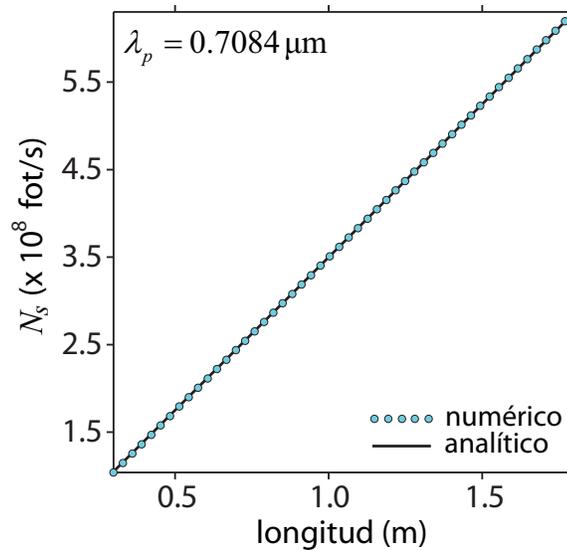


Figura 20. Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la longitud de la fibra en el régimen de bombeos degenerados. Los datos numéricos y analíticos son calculados a partir de las ecuaciones (63 y 70), respectivamente.

En la figura 20 es posible observar, que en correspondencia con la ecuación (70) la dependencia de N_s con la longitud de la fibra es lineal. El acuerdo entre los resultados numéricos y los analíticos evidencian que para los parámetros considerados, la ecuación (70) predice con mucha exactitud la tasa real de emisión. Para $L = 1.8 \text{ m}$, la longitud

máxima supuesta, se generan alrededor de 6.3×10^8 fotones por segundo.

Bombeos no-degenerados

Se analiza ahora la dependencia de N_s con la longitud de la fibra en el régimen NDP, para dos diferentes grados de desintonización de los bombeos, en la misma fibra óptica. Para ello, se ha supuesto que los dos bombeos tienen el mismo ancho de banda en frecuencia y la misma potencia pico. Los parámetros que se consideran fijos en ambos casos son: $f_r = 80$ MHz, $P_{av} = 660$ μ W, $\sigma_{1,2} = 1.64$ THz y $\gamma = 65.4$ Km⁻¹W⁻¹. En la figura 21 se muestran los resultados obtenidos por evaluación numérica de la ecuación (63) y los calculados a partir de la expresión analítica derivada en la aproximación lineal de Δk (ecuación (73)).

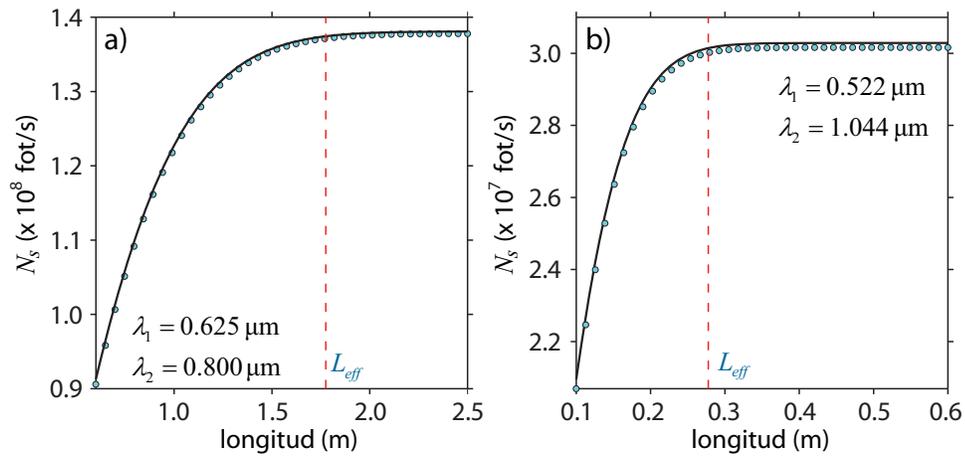


Figura 21. Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la longitud de la fibra en el régimen de bombeos no-degenerados.

La figura 21a) corresponde a la tasa de emisión de parejas de fotones cuando los campos de bombeo son pulsos centrados en $\lambda_1 = 0.625$ μ m y $\lambda_2 = 0.800$ μ m, respectivamente. Con éstos el emparejamiento de fases se logra en $\lambda_s = 0.5506$ μ m y $\lambda_i = 0.9673$ μ m. En este caso la diferencia de velocidades de grupo entre los dos bombeos no es muy grande, de manera que para el ancho de banda considerado, los pulsos interactúan,

dando origen a los fotones SFWM, a lo largo de una longitud $L_{eff} = 1.77$ m (calculada según la ecuación (74)). En la figura se puede ver que efectivamente, para $L > L_{eff}$ la tasa de emisión no se incrementa más. Este comportamiento de saturación es característico de la función Erf en la ecuación (73). Dados los parámetros de diseño de esta fuente, el número máximo de fotones por segundo que se esperan detectar en el modo señal es aproximadamente de 1.38×10^8 . En todo el intervalo de longitudes, los resultados derivados de la expresión analítica concuerdan con los obtenidos numéricamente.

Por otro lado, en la figura 21b) se muestra la dependencia de N_s con la longitud de la fibra, al elegir como fuente de excitación pulsos centrados en $\lambda_1 = 0.522 \mu\text{m}$ y $\lambda_2 = 1.044 \mu\text{m}$, los cuales pueden ser extraídos como la señal fundamental y el segundo armónico de un mismo sistema láser. Los paquetes de onda señal y acompañante están centrados en $\lambda_s = 0.6093 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 0.8114 \mu\text{m}$, respectivamente. El ancho de banda de los bombeos (en frecuencia) es el mismo que en la figura 21a), sin embargo, la diferencia de velocidades de grupo entre los bombeos es mucho mayor que en ese caso, y por consiguiente la longitud efectiva a lo largo de la cual los dos bombeos pueden contribuir a la generación de parejas de fotones a través de SFWM se reduce considerablemente ($L_{eff} = 0.40$ m). La diferencia de velocidades de grupo afecta significativamente la tasa de emisión, que para las condiciones establecidas alcanza un máximo de 3.02×10^7 fot/s. Esto puede entenderse con ayuda de la ecuación (73), donde se puede observar que N_s es inversamente proporcional a $|v_{g1} - v_{g2}|$, con $v_{g\nu}$ representando la velocidad de grupo del bombeo $\nu = 1, 2$. Es importante resaltar que, aunque la longitud de interacción efectiva puede ser extendida reduciendo el ancho de banda de los pulsos, esto no implica un incremento en la tasa de generación, si la energía por pulso se mantiene constante, debido a que la potencia pico disminuye en estas circunstancias. Por ejemplo, para $\sigma_{1,2} = 0.29$ THz la longitud efectiva es $L_{eff} = 2.2$ m, no obstante

la tasa de generación que se logra a esa longitud permanece sin cambios con relación a la obtenida para $\sigma_{1,2} = 1.64$ THz. Nuevamente, en este caso se puede afirmar que los resultados analíticos coinciden con los derivados por evaluación numérica de la ecuación (63).

IV.2 Dependencia de la tasa de emisión de parejas de fotones SFWM con la potencia del bombeo

Se estudiará ahora la variación de la tasa de emisión de parejas de fotones con la potencia promedio del bombeo, en los regímenes DP y NDP, considerando la misma fibra que en la sección IV.1. Se verá que de acuerdo a las ecuaciones (70 y 73), N_s tiene una dependencia cuadrática con P_{av} .

Bombeos degenerados

En la figura 22 se ha graficado la tasa de emisión de fotones SFWM como función de la potencia promedio del bombeo en el caso DP. Para la evaluación, se ha supuesto que la PCF (con longitud de 1.0 m) es bombeada con pulsos centrados en $\lambda_p = 0.7084 \mu\text{m}$ con un ancho de banda de 0.4 nm, a una frecuencia de repetición $f_r = 80$ MHz. El coeficiente no-lineal tiene un valor de $\gamma = 65.4 \text{ Km}^{-1}\text{W}^{-1}$. N_s se calculó numérica y analíticamente variando la potencia entre 0.05 y 1.0 mW. En ese intervalo, la tasa de generación máxima que se obtiene es 7.99×10^8 fot/s. La figura revela el comportamiento predicho por la ecuación (70) para procesos SFWM conducidos en el régimen DP.

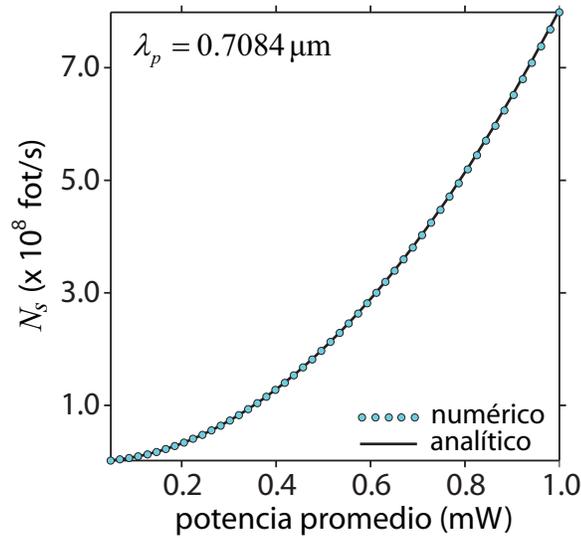


Figura 22. Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la potencia de bombeo en la configuración DP.

Bombeos no-degenerados

Al examinar la variación de N_s con la potencia en el caso de bombeos no-degenerados, se han tomado en cuenta dos situaciones diferentes. i) Los dos bombeos tienen el mismo ancho de banda en frecuencia ($\sigma_{1,2} = 1.64$ THz) y ii) los bombeos tienen anchos de banda diferente ($\sigma_1 = 1.64$ THz y $\sigma_2 = 0.12$ THz). En ambos casos se ha considerado la fuente de parejas de fotones de la figura 21a) con $L = 1$ m. Los resultados obtenidos son presentados en la figura 23. Se puede observar que para la condición i) la tasa de emisión de parejas de fotones es mayor a la obtenida bajo la condición ii), en el intervalo de P_{av} considerado. La razón de esto es que para la combinación de anchos de banda elegida, el valor de la función Erf en la ecuación (73) es mayor en i) que en ii). La situación opuesta se presenta si en i) se hubiese elegido $\sigma_{1,2} = 0.12$ THz.

Las dos gráficas en la figura 23 confirman el comportamiento cuadrático de N_s con la potencia promedio de bombeo. Resultados experimentales de la tasa de generación de parejas de fotones SFWM como función de la potencia, en una configuración de

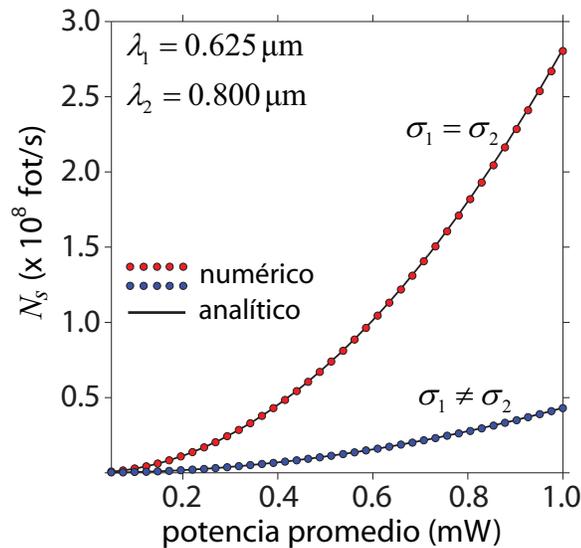


Figura 23. Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la potencia de bombeo en la configuración NDP.

bombes no-degenerados, han sido reportados en (Fan *et al.*, 2005a), mostrando un comportamiento análogo al de la figura 23.

IV.3 Tasa de emisión de parejas de fotones SFWM en función del ancho de banda de los pulsos de bombeo

En esta sección se muestran resultados del número de fotones generados por SFWM en función del ancho de banda de los pulsos de bombeo, al mantener la energía por pulso (U_p) constante. Vale la pena mencionar que las variaciones en el ancho de banda están relacionadas con cambios en la duración del pulso y por ende de la irradiancia pico. Aquí se supondrá que los pulsos acoplados a la fibra están limitados por la transformada de Fourier (Diels y Rudolph, 1996). En ambas configuraciones de bombeo (DP y NDP)

se considera que $U_p = 8.25$ pJ, lo cual resulta de una fuente láser emitiendo pulsos con una frecuencia de repetición $f_r = 80$ MHz y una potencia promedio de $660 \mu\text{W}$; $L = 1.0$ m y $\gamma = 65.4 \text{ Km}^{-1}\text{W}^{-1}$. Desde los resultados obtenidos se verá que, en efecto, la brillantez de una fuente de parejas de fotones basada en fibra óptica depende de la potencia instantánea, más no de la potencia promedio de la fuente de excitación.

Bombeos degenerados

Considerando la fuente de parejas de fotones de la figura 20, se evalúa la dependencia de la tasa de emisión con el ancho de banda del bombeo (centrado en $\lambda_p = 0.7084 \mu\text{m}$), en el intervalo comprendido entre 0.5 y 2 nm. Los resultados numéricos y analíticos, obtenidos a partir de las ecuaciones (63 y 70), respectivamente, se presentan en la figura 24. El eje horizontal en la figura ha sido etiquetado, además del ancho de banda, con el valor de la duración del pulso correspondiente. Tal como se había deducido a partir de las ecuaciones (70 y 71), en este régimen el número de fotones que se generan por SFWM, se incrementa al disminuir la duración del pulso. Para los parámetros establecidos en este ejemplo, la tasa de emisión máxima alcanzada es de 1.76×10^9 fot/s, correspondiendo a una duración de 0.37 ps. En la figura se puede apreciar que para todos los valores de σ , el cálculo analítico predice con buena exactitud la energía generada por cada pulso de bombeo.

Bombeos no-degenerados

Para analizar la dependencia de N_s con el ancho de banda o la duración de los pulsos de bombeo en este régimen, a continuación se muestran los resultados obtenidos al considerar las dos fuentes descritas en la figura 21, suponiendo en ambos casos que $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Por la ecuación (75) se sabe que para un valor fijo de L , existe un

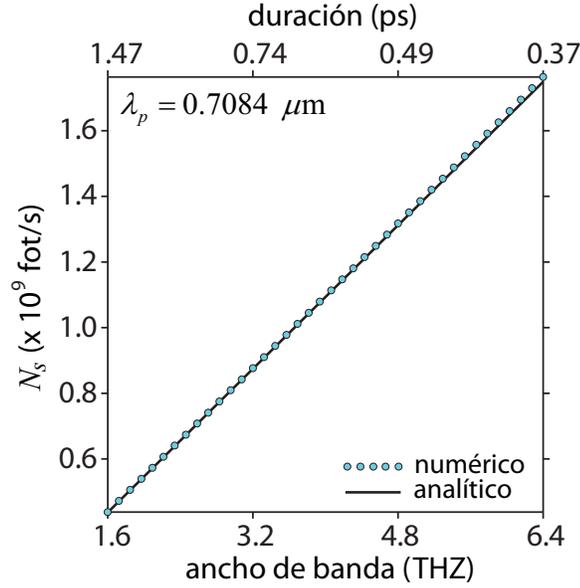


Figura 24. Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la duración del pulso de bombeo en la configuración DP.

ancho de banda a partir del cual se espera que la tasa de emisión no se incremente más, determinado por la diferencia de velocidades de grupo entre los dos pulsos de bombeo. Sin embargo, será visto que si esta diferencia no es muy grande, la dispersión de velocidad de grupo y los efectos dispersivos de orden superior favorecen un incremento en la tasa de emisión, cuando la duración de los pulsos disminuye.

La figura 25a) detalla la dependencia de N_s con el ancho de banda, cuando los pulsos de bombeo están centrados en $\lambda_1 = 0.625 \mu\text{m}$ y $\lambda_2 = 0.800 \mu\text{m}$. En este caso, el ancho de banda máximo para el cual los dos pulsos interaccionarían al interior de la fibra (derivado del análisis a primer orden en $k(\omega)$) es de 2.91 THz. En virtud de esto, σ es variado en el intervalo de 2.0 – 8.0 THz. De la curva obtenida por evaluación numérica de la ecuación (63), incluyendo la dispersión a todos los órdenes, se puede ver que a medida que el ancho de banda de los pulsos se incrementa, la aproximación lineal de Δk y por consiguiente la ecuación (73), deja de ser suficiente para describir el comportamiento observado. En particular, se nota que para $\sigma > \sigma_{eff}$ la tasa de

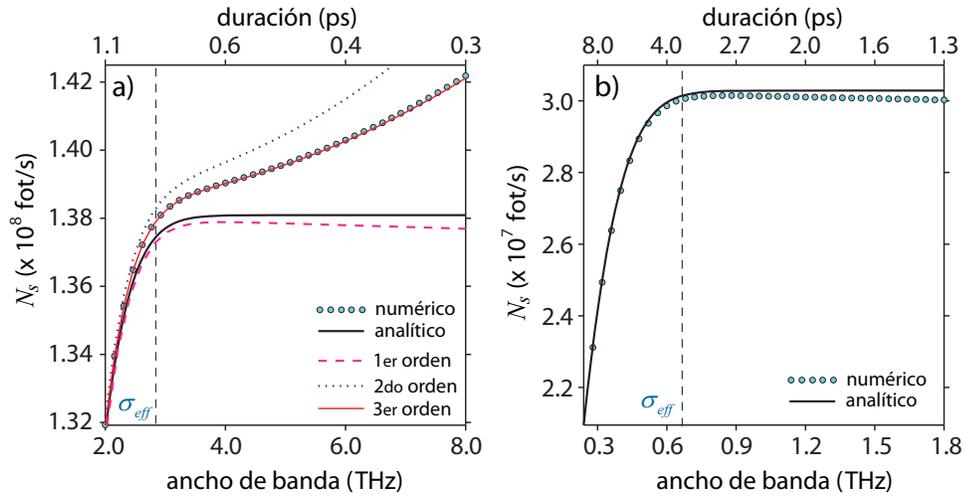


Figura 25. Tasa de emisión de parejas de fotones como función de la duración del pulso de bombeo en la configuración NDP. 1er orden: corresponde a una evaluación numérica considerando sólo los términos lineales en la expansión en series de Δk . 2do orden: resultado numérico truncando la serie a segundo orden. 3er orden: resultado numérico truncando la serie a tercer orden.

emisión sigue aumentando conforme el ancho de banda de los pulsos también aumenta. Esto se debe a que a medida que la duración de los pulsos disminuye, los efectos de dispersión se hacen más importantes, ocasionando que éstos se ensanchen temporalmente. Como resultado de este ensanchamiento los dos pulsos pueden traslaparse (aunque no completamente) a lo largo de una longitud de fibra mayor.

Con el propósito de validar la afirmación de que N_s sigue aumentando para $\sigma > \sigma_{eff}$ debido a la dispersión de orden superior, en la figura 25a) se han graficado los resultados numéricos obtenidos con la ecuación (63), pero considerando la expansión en serie de Taylor de $k(\omega)$ a diferentes órdenes. Puede verse que para describir adecuadamente el comportamiento seguido por N_s como función de σ , es necesario incluir, además de la dispersión de velocidad de grupo, los términos de tercer orden en la expansión.

A diferencia de lo descrito anteriormente, en la figura 25b) se nota que la tasa de emisión sigue el comportamiento predicho por la ecuación (73). Estos resultados

corresponden a la misma configuración de bombeo considerada en la figura 21b), para la cual $\lambda_1 = 0.522 \mu\text{m}$ y $\lambda_2 = 1.044 \mu\text{m}$. Dado que la diferencia de velocidades de grupo en este caso es considerable, el ensanchamiento temporal experimentado por los pulsos debido a la dispersión, no es suficiente para que éstos se sigan traslapando y dando origen a nuevos fotones a través de SFWM. Otra consecuencia del grado de desintonización espectral entre los bombeos, es limitarlos a operar en un modo cuasi-CW, con tal de obtener generación.

Finalmente, hay que reconocer que si bien las ecuaciones (70 y 73) son una aproximación a la ecuación (63), ellas permiten predecir el comportamiento de la tasa de emisión en función de los diversos parámetros que caracterizan una fuente de parejas de fotones basada en fibra óptica, lo cual no es evidente de la expresión general.

Capítulo V

Taxonomía de Estados de Dos Fotones

La implementación de tecnologías cuánticas modernas demanda el desarrollo de fuentes de luz no clásica con propiedades de enlazamiento cuántico apropiadas para cada aplicación particular. De un modo específico, la disponibilidad de fuentes de parejas fotones que exhiban correlaciones espectrales *ad hoc* con la implementación de determinados protocolos en procesamiento de información cuántica, actualmente objeto de gran actividad de investigación teórica y experimental. En este capítulo se describen las principales características de los estados de dos fotones con correlación espectral acondicionadas, que van desde estados altamente correlacionados en su grado de libertad espectral, hasta estados en los cuales la correlación espectral entre los fotones de un par son suprimidas.

V.1 Estado de dos fotones con correlación espectral típica

En el régimen de bombeo CW, la condición de conservación de la energía inherente al proceso paramétrico, hace que las parejas de fotones generadas estén anti-correlacionadas en frecuencia. Con anti-correlación se entiende que el signo de la desintonización de los fotones señal y acompañante, con respecto a la frecuencia del bombeo, es diferente. Justo en el límite CW la anti-correlación es **perfecta** dado que las frecuencias de los fotones de un par siempre deben sumar la frecuencia de bombeo. Sin embargo, cuando

se emplean pulsos de luz para excitar el proceso de generación de parejas de fotones, el ancho de banda del bombeo conlleva a que los fotones señal y acompañante ya no estén perfectamente correlacionados, aunque si pueden conservar la propiedad de anti-correlación. Una fuente de parejas de fotones para la cual su función espectral conjunta muestre una tendencia hacia la anti-correlación será denominada una fuente típica.

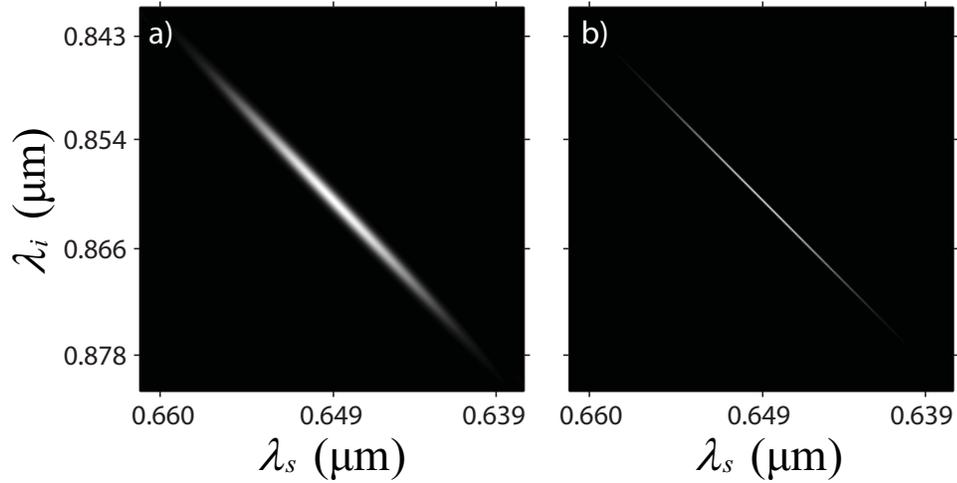


Figura 26. Intensidad espectral conjunta de una fuente de dos fotones típica. a) El ancho de banda del bombeo es 0.8 nm. b) El ancho de banda del bombeo es 0.1 nm.

En la figura 26 se ilustra la intensidad espectral conjunta de dos fuentes de parejas de fotones generadas por SFWM en una PCF. Los fotones señal y acompañante están centrados en $\lambda_s = 0.6491 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 0.8605 \mu\text{m}$, respectivamente. Claramente los dos espectros revelan que los fotones generados son anti-correlacionados, aunque se nota que para el caso del bombeo con menor ancho de banda (figura 26b)), el grado de correlación entre los dos fotones es mayor que en el caso de la figura 26a). El estado de dos fotones sería perfectamente anti-correlacionado si un bombeo monocromático hubiese sido considerado. Como se aprecia en la figura 26 los estados con anti-correlación espectral estricta son caracterizados porque los contornos de igual amplitud en la JSI están orientados a un ángulo de -45° en el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$.

Convencionalmente, estados de dos fotones altamente anti-correlacionados han sido generados por PDC bombeado por un láser monocromático con la finalidad de preparar estados enlazados en polarización que son usados para demostrar violaciones de las desigualdades de Bell (Ou y Mandel, 1988; Kwiat *et al.*, 1993) y en experimentos basados en interferencia de Hong-Ou-Mandel (Hong *et al.*, 1987; Sergienko *et al.*, 1995). Por otro lado, la necesidad de establecer sincronía entre fotones provenientes de fuentes independientes condujo al desarrollo de fuentes PDC pulsadas en las cuales, como ya se mencionó, se degrada la correlación entre los modos señal y acompañante e incluso puede suceder que la estructura de la JSI sea asimétrica, lo cual afecta la visibilidad de la interferencia cuando éstos son mezclados en un interferómetro de Hong-Ou-Mandel (Grice y Walmsley, 1997).

Fuentes de dos fotones producidas por un bombeo pulsado han resultado convenientes en aplicaciones tales como teleportación cuántica (Bouwmeester *et al.*, 1997), criptografía cuántica (Bennett y Shor, 1998), enlazamiento de tres fotones (Pan *et al.*, 2000), comunicación cuántica (Aspelmeyer *et al.*, 2003), entre otras. Sin embargo, la mayoría de estos protocolos se fundamentan en procesos de interferencia de fotones, por lo cual es necesario recurrir a técnicas que supriman la distinguibilidad espectral entre los modos señal y acompañante, con tal de garantizar una buena visibilidad en la interferencia.

Se puede afirmar que hasta comienzos del presente año, todas las fuentes de parejas de fotones basadas en fibras ópticas que se han implementado experimentalmente, son fuentes típicas en las cuales no se ejerció ningún control de sus propiedades de correlación espectral (Fiorentino *et al.*, 2002; Sharping *et al.*, 2004; Fan y Migdal, 2005; Lee *et al.*, 2006). No obstante, su impacto en las áreas de procesamiento de información cuántica y comunicación cuántica es innegable.

Finalmente, es preciso resaltar que estados de dos fotones con correlación espectral negativa pueden ser diseñados en una forma tal que los paquetes de onda uni-fotónicos tengan un ancho de banda ultra-amplio, lo cual a su vez está asociado con un alto grado de correlación espectral. Este tipo de estados son relevantes en varias aplicaciones cuánticas y una descripción más detallada de éstos será presentada más adelante.

V.2 Estado de dos fotones con correlación positiva

Cuando el proceso de generación de parejas de fotones es llevado a cabo en el régimen de bombeo pulsado, es posible (para un ancho de banda de bombeo y condiciones de dispersión apropiadas) que el estado de dos fotones exhiba correlación espectral positiva, o bien que el estado sea no-correlacionado en frecuencia (Kim y Grice, 2002). Correlación espectral positiva implica que los fotones señal y acompañante tienen la misma desintonización con respecto a la frecuencia del bombeo. En el espacio de frecuencias generadas $\{\omega_s, \omega_i\}$, esto se manifiesta en que los contornos de igual amplitud de la intensidad espectral conjunta tienen una pendiente unitaria positiva (o bien están orientados a 45°).

La figura 27 muestra la intensidad espectral conjunta para un estado con correlación positiva. En este caso se ha considerado la generación de parejas de fotones por medio de SFWM en una PCF. Los fotones son generados en las longitudes de onda $\lambda_s = 0.6179 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 1.100 \mu\text{m}$ en una configuración DP. Puede apreciarse en la figura, que la JSA revela la estructura de correlación en frecuencia. Un incremento en la desintonización del fotón señal está asociado con un incremento en la desintonización del fotón acompañante del par. Note, además, que en un estado con correlación espectral estricta, los paquetes de onda uni-fotónicos generados tienen el mismo ancho de banda,

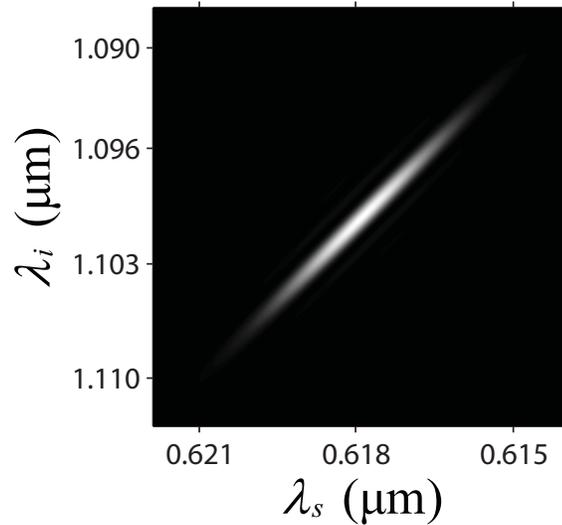


Figura 27. Intensidad espectral conjunta de una fuente de dos fotones con correlación espectral positiva

el cual es limitado por la condición de conservación de la energía.

Recientemente se ha mostrado que estados de dos fotones con correlación espectral positiva pueden ser generados por SPDC en cristales no-lineales $\chi^{(2)}$, donde es preciso controlar el ancho de banda del pulso de bombeo y el ángulo de emisión de los fotones generados en una configuración de SPDC no-colineal (U'Ren *et al.*, 2003). Igualmente, pueden ser generados mediante el acondicionamiento del retraso de grupo entre los fotones generados y el bombeo en super-redes de cristales no-lineales (U'Ren *et al.*, 2006). Experimentalmente, estados correlacionados en frecuencia fueron generados en SPDC co-lineal tipo-II, haciendo uso de un campo de bombeo con dispersión angular (Hendrych *et al.*, 2007). Por otro lado, se ha demostrado que SFWM co-polarizado también ofrece la posibilidad de generar estados con correlación positiva en las configuraciones de bombeo DP y NDP (Garay-Palmett *et al.*, 2007).

Estados de dos fotones con correlación positiva han resultado ser útiles en la implementación de ciertos protocolos en metrología cuántica, tales como posicionamiento

y sincronización de reloj (Giovanetti *et al.*, 2001) . Además, para ciertas geometrías de transmisión, tales estados permiten la supresión de efectos dispersivo a todos los órdenes (Erdmann *et al.*, 2000).

V.3 Estados de dos fotones factorizables

Un estado de dos fotones es factorizable si éste se puede expresar como el producto del estado señal y el estado acompañante,

$$|\Psi\rangle = |0\rangle_s |0\rangle_i + \int d\omega_s S(\omega_s) |\omega_s\rangle_s \otimes \int d\omega_i I(\omega_i) |\omega_i\rangle_i, \quad (77)$$

sobre la base de número de fotones, donde s, i representan los modos señal y acompañante, respectivamente. Esta propiedad, llamada factorabilidad, corresponde a la ausencia de correlaciones en cada grado de libertad de la pareja de fotones. En términos físicos, la factorabilidad implica que ninguna información acerca del fotón acompañante (aparte de su existencia) puede ser extraída a partir de la detección del fotón señal. Cuando el enlazamiento sólo reside en el grado de libertad espectral, un estado de dos fotones viene a ser factorizable si la JSA (ver ecuación (34)) se puede escribir como el producto de dos funciones independientes, en la forma $f(\omega_s, \omega_i) = S(\omega_s)I(\omega_i)$. Para estados de dos fotones factorizables se tiene que el número de Schmidt K toma su valor mínimo permitido, $K = 1$.

En la figura 28 se muestra la función espectral conjunta de estados de dos fotones factorizables, generados por SFWM conducido por un bombeo pulsado en una PCF. En el caso de la figura 28a), la estructura de la JSA revela el carácter factorizable del estado, el cual además es un estado simétrico. Se puede ver que el intervalo de frecuencias disponible para un fotón es independiente de las frecuencias del fotón conjugado.

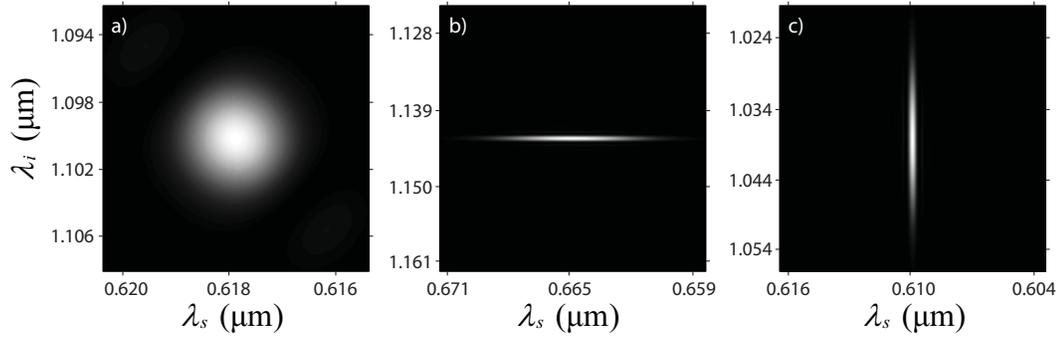


Figura 28. Estados de dos fotones factorizables generados por SFWM. a) Estado factorizable simétrico. b) y c) Estados de factorizables asimétricos.

Note que en este caso, los modos señal y acompañante tienen la misma longitud de onda central de los paquetes de onda uni-fotónicos correspondientes al estado con correlación positiva en la figura 27. Es importante tener en cuenta que un estado factorizable no tiene que ser simétrico. Muestra de ello son los estados cuyas funciones de intensidad espectral conjunta son presentadas en las figura 28b) y c). En estos casos se puede apreciar que los espectros de los paquetes de onda señal y acompañante son también independientes, pero uno de ellos presenta un espectro de banda ancha, mientras que el otro es cuasi-monocromático. Este tipo de estados se denominan **estados factorizables con alto grado de elongación espectral** y se caracterizan porque la JSA está alineada horizontal o verticalmente en el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$, dependiendo de si el paquete de onda de banda ancha corresponde al modo señal o al modo acompañante, respectivamente. Para el estado en la figura 28b) las frecuencias centrales de los modos señal y acompañante son $\lambda_s = 0.6648 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 1.1430 \mu\text{m}$, respectivamente y para la figura 28c) son $\lambda_s = 0.6099 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 1.0381 \mu\text{m}$, respectivamente.

En general, estados de dos fotones factorizables son esenciales en procesamiento de información cuántica usando óptica lineal, lo cual depende de la disponibilidad de paquetes de ondas uni-fotónicos en estado puro (Kok *et al.*, 2007). Paquetes de onda

de un solo fotón pueden ser preparados usando la generación de parejas de fotones por medio de SPDC o por medio de SFWM . En ambos casos los fotones individuales son anunciados por la detección de uno de los fotones del par. Por ejemplo, como se ilustra en la figura 29, la detección de un fotón acompañante en la componente de dos fotones del estado a la salida de la fibra, anuncia la existencia de un fotón en el modo conjugado (fotón señal).

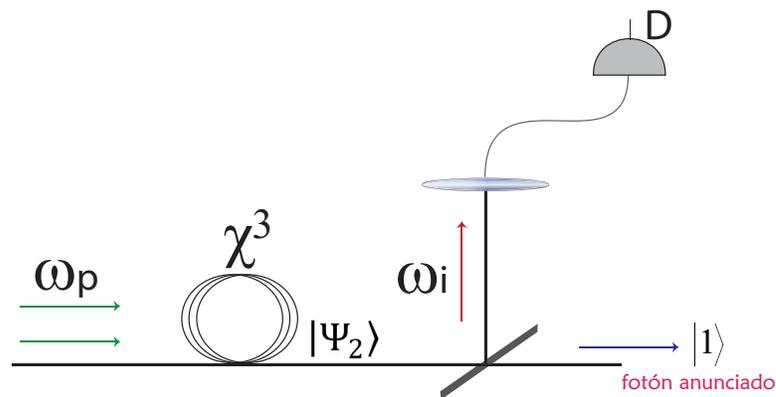


Figura 29. Preparación condicional de fotones individuales a partir del estado de dos fotones SFWM.

En condiciones normales los fotones preparados de esta manera no están en estados puros a menos que el estado de dos fotones sea **factorizable** (U'Ren *et al.*, 2005). En caso contrario, los fotones anunciados estarán en estados mezclados, y por lo tanto no son convenientes para su uso en compuertas lógicas cuánticas, las cuales dependen de interferencia de Hong-Ou-Mandel entre fotones independientes. Como ya se ha mencionado, parejas de fotones generadas por SPDC y SFWM exhiben correlaciones espectrales y espaciales significativas debido a las condiciones de conservación de energía y momento que son propias en procesos paramétricos. Las correlaciones espaciales pueden ser minimizadas por el uso de configuraciones de onda guiada, tales como las basadas en guías de onda y fibras ópticas (Banaszek *et al.*, 2001; Rarity *et al.*, 2005;

Fan *et al.*, 2005b).

No obstante, las correlaciones espectrales son más difíciles de eliminar. Se ha mostrado que es posible eliminar todas las correlaciones en este grado de libertad para parejas de fotones generadas por SPDC, mediante el método de empatamiento de velocidad de grupo en configuraciones de bombeo pulsado (Grice *et al.*, 2001; U'Ren *et al.*, 2005). Estos estados han sido producidos experimentalmente en una sola longitud de onda usando un cristal particular teniendo propiedades de dispersión especiales (Mosley *et al.*, 2008). De otra parte, se ha demostrado que en fibras ópticas monomodales, al imponer constricciones de empatamiento de velocidades de grupo apropiadas sobre el proceso de SFWM, viene a ser posible eliminar las correlaciones espectrales de las parejas fotones, de manera que se obtiene un estado factorizable (Garay-Palmett *et al.*, 2007) (en el siguiente capítulo se dará la descripción detallada del método a través del cual ésto es posible). Algunas implementaciones experimentales de fuentes de estados de dos fotones factorizables, basadas en fibra óptica, han sido recientemente reportadas (Halder *et al.*, 2009; Cohen *et al.*, 2009).

V.4 Estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio

Los procesos paramétricos espontáneos permiten la generación de parejas de fotones con un grado de enlazamiento extremadamente alto. Estas parejas de fotones son caracterizadas por un número de Schmidt grande (Law *et al.*, 2000), lo cual implica que la emisión toma lugar en un gran número de pares de frecuencias o momento transversal independientes (para los modos señal y acompañante). Un estado con es-

tas características conduce a una información mutua considerable, lo cual cuantifica la información que dos partes pueden en principio compartir en virtud del enlazamiento presente (Zhang *et al.*, 2007). Estados de dos fotones con un grado alto de enlazamiento pueden conducir a aplicaciones interesantes, tales como: distribución de claves cuánticas con un abecedario extendido (Ali-Khan *et al.*, 2007); absorción de dos fotones cuánticamente asistida (Dayan *et al.*, 2004) y teleportación de paquetes de onda uni-fotónicos (Molotkov, 1998).

En procesos paramétricos restringidos a un sólo modo transversal, como en una guía de onda o fibra monomodal, el análisis del enlazamiento presente en la componente de dos fotones del estado puede ser limitado al grado de libertad espectral. En estas circunstancias, se ha mostrado que un número de Schmidt grande puede ser obtenido acondicionando el proceso de generación de pares de fotones para proporcionar el ancho de banda de emisión más grande posible compatible con el ancho de banda de bombeo más angosto posible (Zhang *et al.*, 2007). Además de incrementar el grado de enlazamiento obtenible, un ancho de banda de generación grande también conduce a un tiempo de correlación corto, definido como el ancho de la distribución de probabilidad de diferencias en tiempos de emisión (entre la señal y la acompañante) (Harris, 2007). Una fuente con esas características sería útil para aplicaciones que dependen de la diferencia en tiempos de arribo entre dos modos ópticos, tales como tomografía de coherencia óptica (Nasr *et al.*, 2003) donde la resolución del instrumento es inversamente proporcional al tiempo de correlación.

Estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio han sido generados por medio de SPDC en cristales no-lineales $\chi^{(2)}$ (Carrasco *et al.*, 2006; Nasr *et al.*, 2008; Hendrych *et al.*, 2009). En particular, en un experimento reportado en la referencia (O'Donnell y U'Ren, 2007) se mostró que seleccionando el cristal no-lineal y la frecuen-

cia de bombeo tal que la luz emitida esté centrada en la frecuencia de cero dispersión del medio no-lineal, conduce a luz PDC con un espectro remarcablemente ancho, 1080 nm centrado en 1885 nm. No obstante, una limitación importante de esta implementación basada en PDC, es que debido a que la emisión de banda ancha ocurre en la frecuencia de cero dispersión, la frecuencia de emisión central no puede ser libremente seleccionada. Aunque cristales no-lineales periódicamente polarizado puede ser usados para proporcionar empatamiento de fases en longitudes de onda arbitrarias (Fejer *et al.*, 1992), no es posible, sin embargo, manipular la frecuencia de cero dispersión y por lo tanto seleccionar la frecuencia central para estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio. De esta manera estas fuentes operan en una región espectral la cual es inconveniente para muchas aplicaciones.

Lo anterior conllevó a una de las motivaciones para realizar la investigación reportada en esta tesis, estableciéndose como una meta el buscar condiciones que favorezcan el desarrollo de fuentes de parejas de fotones con un ancho de banda ultra-amplio basadas en fibras, que permitan mayor libertad para seleccionar la frecuencia de generación central y otras características de emisión. Los resultados obtenidos en relación a este tema fueron reportados en (Garay-Palmett *et al.*, 2008) y serán expuestos en el siguiente capítulo. A manera de ilustración, en la figura 30 se muestra la JSI de una fuente de parejas de fotones generada por SFWM en la misma PCF considerada en la figura 26, la cual tiene una fracción de llenado $f = 0.5$ y un radio de núcleo $r = 0.6 \mu\text{m}$. En este caso se consideró que el bombeo es un haz cuasi-monocromático con longitud de onda central igual a longitud de onda de cero dispersión de la fibra. El ancho de banda de los paquetes de onda señal y acompañante generados es de 119 nm. Sin embargo, hay que aclarar que el ancho de banda de generación máximo, alcanzable con una PCF con $f = 0.5$, precisa de un radio de núcleo para el cual una cierta condición sobre la

dispersión de orden superior de la fibra se debe cumplir (ver sección VI.4). Nótese que la JSI exhibe un grado alto de anti-correlación espectral, como es esperado.

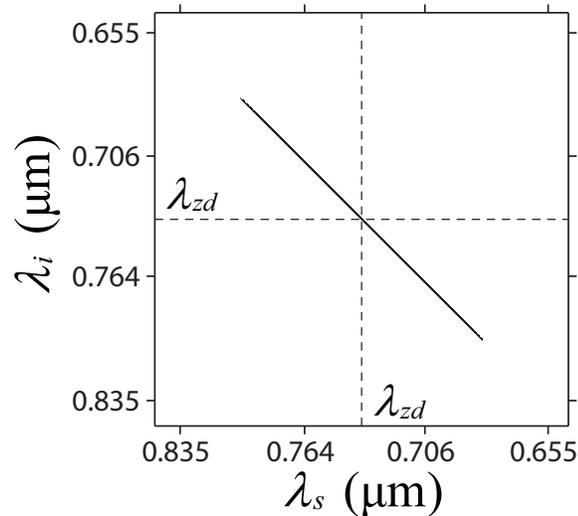


Figura 30. Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones generado por SFWM en una PCF. El estado exhibe un ancho de banda considerable. La JSI ha sido graficada como el contorno a 0.5 del valor máximo.

Finalmente, hay que mencionar que una fuente de parejas de fotones con un ancho de banda ultra-amplio tratada clásicamente, podría servir como un sustituto para fuentes de luz blanca (por ejemplo aquellas basadas en auto-modulación de fase en fibras), pero teniendo la ventaja de que la emisión puede ser acondicionada de manera que el espectro exhiba una estructura homogénea, a diferencia de los espectros obtenidos por SPM, los cuales son en general irregulares. Así mismo, una fuente con esas características podría conducir a amplificadores paramétricos con un ancho de banda excepcionalmente grande.

Capítulo VI

Generación de Estados de Dos Fotones con Propiedades Diseñadas Ex-profeso

Una vez restringido el análisis del enlazamiento presente en parejas de fotones generadas por SFWM al grado de libertad espectral, se proponen métodos para acondicionar el proceso de generación a fin de obtener estados de dos fotones con propiedades espectrales particulares, útiles para aplicaciones en procesamiento de información cuántica (ver capítulo V). Las propiedades espectrales de estados de dos fotones SFWM, son descritas por la función espectral conjunta, ecuación (34), la cual al no tener una forma analítica cerrada, dificulta estudiar el comportamiento acerca de cómo se distribuyen las frecuencias entre los modos señal y acompañante. Sin embargo, de acuerdo a lo tratado en la sección III.2.1 es posible obtener una descripción bastante acertada cuando ciertas aproximaciones son consideradas. Expresiones analíticas para la JSA fueron derivadas en la aproximación lineal del desempatamiento de fases Δk (ecuación (44)), las cuales son válidas en un rango espectral próximo a las frecuencias a las cuales se satisface empataamiento de fases perfecto, $\Delta k = 0$. Para SFWM con bombeos degenerados la JSA se reduce al producto de la ecuación (42) (con $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$) y la ecuación (47). En cambio, para el caso de bombeos no-degenerados la JSA, en esta aproximación, se obtiene como el producto de los factores dados en las ecuaciones (42 y 48). Estas soluciones serán el punto de partida para deducir las condiciones para generar los estados de dos fotones de interés. El método que se describe a continuación se constituye en una extensión del tratamiento propuesto en la referencia (Grice *et al.*, 2001) para

acondicionar las propiedades espectrales de parejas de fotones producidas por SPDC en el régimen pulsado, al caso de fuentes de parejas de dos fotones basadas en fibras ópticas.

VI.1 Condiciones para la factorabilidad en el caso de SFWM con bombeos degenerados

Uno de los principales objetivos de la presente tesis es proponer condiciones para la generación de estados de dos fotones factorizables por medio de SFWM. Es preciso recordar que un estado de dos fotones es factorizable si la JSA se puede escribir como el producto de dos funciones independientes, en la forma $f(\omega_s, \omega_i) = S(\omega_s)I(\omega_i)$, en la cual $S(\omega_s)[I(\omega_i)]$ representa el espectro del paquete de onda individual señal[acompañante]. Una forma de determinar las condiciones para las cuales ésto es posible es aproximar la función $\text{sinc}(L\Delta k/2)$ en la ecuación (47) por una gaussiana, de acuerdo a la relación: $\text{sinc}(x) \approx \exp[-\Gamma x^2]$, donde $\Gamma = 0.193$ garantiza que las dos funciones tienen el mismo ancho a la mitad del máximo, tal como se muestra en la figura 31.

Con la anterior aproximación y con ayuda de las ecuaciones (42 y 47) la JSA se puede expresar como

$$F_{lin}(\nu_s, \nu_i) = F_s(\nu_s)F_i(\nu_i)\exp\left[-\left(\frac{\Gamma T_s T_i}{2} + \frac{1}{\sigma^2}\right)\nu_s \nu_i\right], \quad (78)$$

donde

$$F_\mu(\nu_\mu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma^2} + \frac{\Gamma}{2}\tau_\mu^2\right)\nu_\mu^2 + \frac{i}{2}\tau_\mu\nu_\mu\right], \quad (79)$$

con $\mu = s, i$. En consecuencia, la única forma de obtener un estado factorizable es

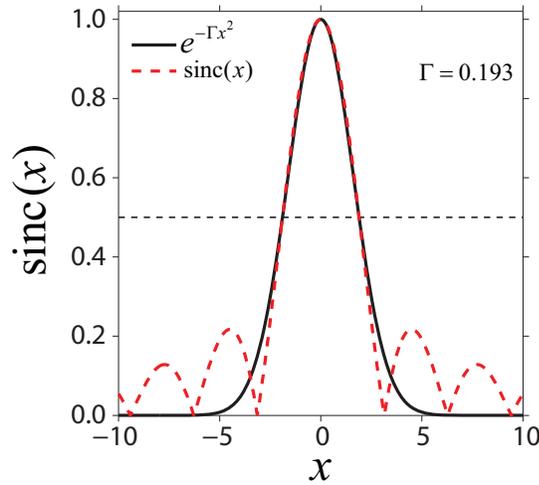


Figura 31. Aproximación de la función $\text{sinc}(x)$ por una gaussiana. Γ es elegido tal que las dos funciones tienen el mismo ancho a la mitad de la amplitud máxima.

haciendo que el término cruzado en la ecuación (78) sea igual a la unidad, lo cual implica que el argumento en la exponencial debe ser nulo. En otras palabras, el estado de dos fotones viene a ser factorizable si se cumple la siguiente relación

$$\frac{\Gamma T_s T_i}{2} + \frac{1}{\sigma^2} = 0, \quad (80)$$

la cual de antemano exige que $T_s T_i < 0$. En particular, resultan ser de interés aquellos estados para los cuales $T_s = -T_i$. Será visto más adelante, que para esta condición se pueden generar estados factorizables simétricos siempre que se satisfaga la ecuación (80). Nótese que la factorabilidad también es viable cuando $T_s = 0$ ó $T_i = 0$, si un haz de bombeo con un ancho de banda grande es usado ($1/\sigma^2 \rightarrow 0$). En este caso los estados obtenidos son factorizables con alto grado de elongación espectral (asimétricos).

En general, un estado de dos fotones puede ser factorizable si $T_s T_i \leq 0$. Esta relación se constituye en una restricción sobre las velocidades de grupo del bombeo y de los fotones generados (ver las ecuaciones (45 y 39)), y es equivalente a $k^{(1)}(\omega_s^o) < k^{(1)}(\omega_p^o) < k^{(1)}(\omega_i^o)$, o bien $k^{(1)}(\omega_i^o) < k^{(1)}(\omega_p^o) < k^{(1)}(\omega_s^o)$. De otra parte, la ecuación

(80) establece una limitación sobre los anchos de banda de las funciones de empaquetamiento de fases, dada por la ecuación (47) y de la función de envolvente espectral, dada por la ecuación (42). Hay que recordar que los anchos de banda de estas funciones, en el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$ dependen de la longitud de la fibra y del ancho de banda del bombeo, respectivamente.

VI.2 Método de empaquetamiento de velocidades de grupo en el proceso de SFWM

En esta sección se describe el método de empaquetamiento de velocidades de grupo en el proceso de SFWM para las dos configuraciones de bombeo posibles. Esta descripción se fundamenta en el modelo analítico de la sección III.2.1, el cual corresponde a la aproximación lineal del desempaquetamiento de fases. Se verá que en el caso de bombeos degenerados, el análisis es semejante al presentado en (Grice *et al.*, 2001) para SPDC.

VI.2.1 Caso de bombeos degenerados

En la sección anterior se concluyó que para generar estados de dos fotones factorizables, es preciso satisfacer una condición sobre las velocidades de grupo entre los campos interactuando a través de SFWM. Por lo tanto, en esta sección se estudiarán las propiedades generales de empaquetamiento de velocidades de grupo en el proceso de SFWM en fibras ópticas, particularmente en PCFs. Para empezar se considera el estado de dos fotones presentado en la figura 32, el cual fue obtenido para una PCF con $f = 0.52$, $r = 0.67 \mu\text{m}$ y $L = 0.3$ m. Se ha supuesto que el haz de bombeo está centrado en $0.723 \mu\text{m}$, tiene un ancho de banda de 1 nm y una potencia pico de 5 W. El coeficiente no-lineal de la

fibra es $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$.

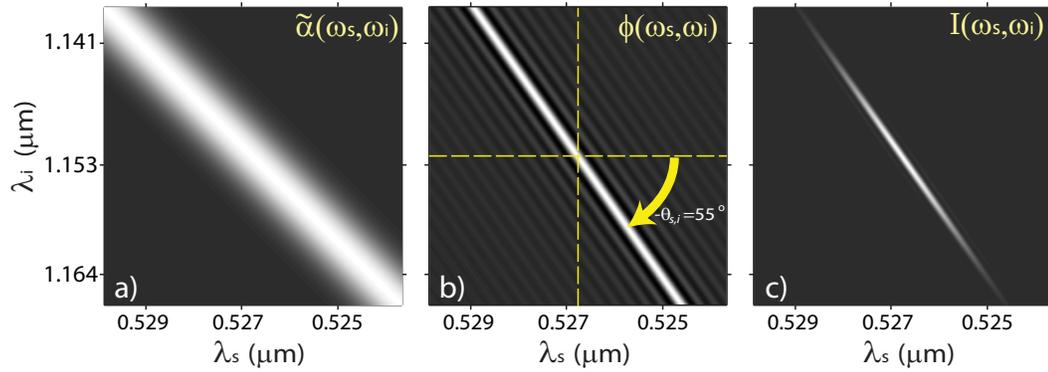


Figura 32. Espectro de parejas de fotones generadas en la configuración DP. a) Envoltura espectral del bombeo. b) Función de empatamiento de fases. c) Intensidad espectral conjunta.

Tal como se había explicado en la sección III.2.1, los contornos de la función $\tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i)$ están orientados a un ángulo de -45° en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$, lo cual es fácilmente verificado a partir del argumento de la ecuación (42). No obstante, la orientación de la función de empatamiento de fases está dada por la relación

$$\theta_{s,i} = -\arctan\left(\frac{T_s}{T_i}\right), \quad (81)$$

con T_μ dado por la ecuación (45). Es evidente entonces, que el ángulo de orientación de $\phi(\nu_s, \nu_i)$ está determinado por la dispersión de la fibra, y específicamente por la relación de velocidades de grupo del bombeo y los modos señal y acompañante. Entonces, manipulando la dispersión de la fibra resulta posible controlar la orientación de la función de empatamiento de fases. Para el estado en la figura 32, $\phi(\nu_s, \nu_i)$ está orientada a un ángulo de -55° con respecto al eje ω_s y se observa que la JSI tiene la misma orientación. Ya se había enfatizado que la JSI sigue la orientación de la función más delgada entre $\tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i)$ y $\phi(\nu_s, \nu_i)$.

De lo anterior se puede concluir que seleccionando adecuadamente el ancho de banda

del bombeo y la longitud de la fibra, la orientación de la JSI y en consecuencia el grado de correlación espectral de las parejas de fotones generadas, estarán determinados por las relaciones de velocidades de grupo entre los campos interactuando. Una forma de conocer las frecuencias de bombeo y de los fotones señal y acompañante para las cuales $\phi(\nu_s, \nu_i)$ tiene un ángulo de orientación determinado, es graficando los contornos de $\theta_{s,i}$ (o bien los contornos de GVM) sobre el espacio de frecuencias $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$ de la misma manera como se hace con los contornos de $\Delta k = 0$.

De la definición de T_μ se puede deducir, que por ejemplo $\theta_{s,i} = 45^\circ$ implica que las velocidades de grupo del bombeo y de los modos emitidos satisfacen la relación

$$2k^{(1)}(\omega_p^o) = k^{(1)}(\omega_s^o) + k^{(1)}(\omega_i^o), \quad (82)$$

la cual define el caso de **empatamiento simétrico de velocidades de grupo**: las velocidades de grupo de los paquetes de onda señal y acompañante están simétricamente desplazadas respecto a la velocidad de grupo del pulso de bombeo. Por otro lado, la condición $T_s = 0$ ó $T_i = 0$, es denominada **empatamiento asimétrico de velocidades de grupo**, lo cual está relacionado al hecho de que uno de los modos generados se propaga a la misma velocidad de grupo del bombeo ($k^{(1)}(\omega_p^o) = k^{(1)}(\omega_s^o)$ ó $k^{(1)}(\omega_p^o) = k^{(1)}(\omega_i^o)$, respectivamente). Estas situaciones corresponden a un ángulo de orientación de la función de empatamiento de fases $\theta_{s,i} = 0$ ó $\theta_{s,i} = 90^\circ$ y como se mencionó anteriormente, es posible obtener estados factorizables en cada uno de estos casos, si el bombeo tiene un ancho de banda grande. De otra parte, cuando los modos señal y acompañante se propagan a la misma velocidad de grupo se cumple que $T_s = T_i$, de manera que los contornos de igual amplitud de la función de empatamiento de fases tendrán una pendiente unitaria negativa en $\{\omega_s, \omega_i\}$, es decir que estarán orientados

en la misma dirección que la función de envolvente de bombeo, por lo cual el traslape entre estas dos funciones es óptimo.

A continuación se verá que en PCFs para las cuales los contornos de empatamiento de fases perfecto (en el espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$) son curvas cerradas, todos los ángulos de orientación de $\phi(\nu_s, \nu_i)$ son posibles. De modo específico se considera una PCF caracterizada por los parámetros: $f = 0.6$, $r = 0.616 \mu\text{m}$ y se supone que la potencia de bombeo y el coeficiente no-lineal son $P = 30 \text{ W}$ y $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$, respectivamente. A manera de ejemplo, en la figura 33a) se ilustra el contorno $T_s = -T_i$ en color azul. Este determina los pares de frecuencias $(\omega_p, \omega_{s,i})$ para los cuales $\theta_{s,i} = 45^\circ$. Se observa que existe un continuo de pares $(\omega_p, \omega_{s,i})$ que satisfacen esta condición. Sin embargo, la emisión de fotones sólo se dará en las frecuencias para las cuales se cumple empatamiento de fases perfecto. En la figura, la curva en color negro representa las soluciones para $\Delta k = 0$, por lo tanto las parejas de fotones que serán generadas satisfaciendo la condición $T_s = -T_i$ resultan de la intersección de los dos contornos. Puede verse que hay dos longitudes de onda de bombeo en las cuales los dos contornos se intersectan, sin embargo en una de ellas sólo hay empatamiento de fases en las soluciones internas, donde los fotones señal y acompañante están muy próximos al bombeo, lo cual limita la utilidad de la fuente debido a la alta contaminación por fotones Raman. No obstante, para la longitud de onda menor es posible obtener parejas de fotones que yacen en el contorno externo, lo cual hace viable la implementación de una fuente de parejas de fotones en estas frecuencias, libre de fotones Raman.

Análogamente, en la figura 33b) se ha graficado el contorno $T_s = 0$, el cual determina las frecuencias en las que se puede reunir la condición de empatamiento asimétrico de velocidades de grupo. Los fotones señal y acompañante serán generados en las frecuencias determinadas por las intersecciones de este contorno con la curva $\Delta k = 0$.

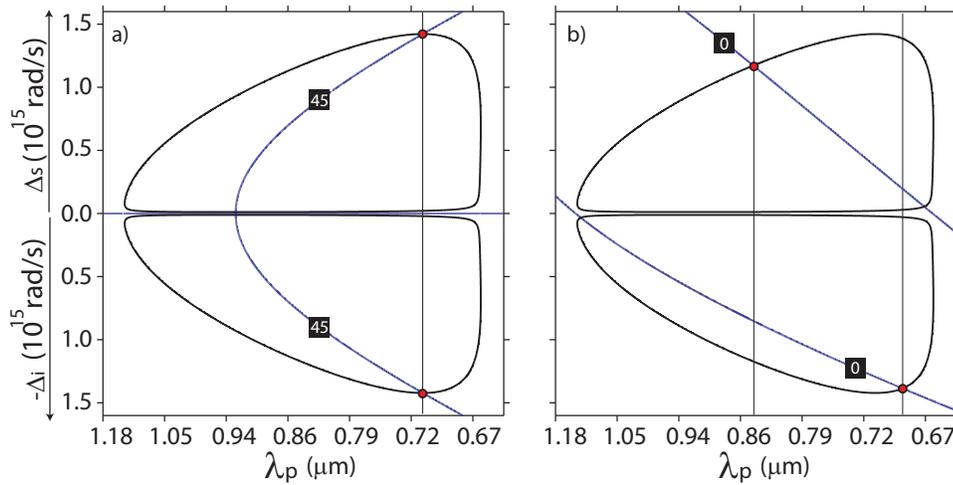


Figura 33. Empatamiento simétrico y asimétrico de velocidades de grupo en una PCF. Las curvas negras son los contornos $\Delta k = 0$. Las curvas en azul representan los contornos a) $T_s = -T_i$ y b) $T_s = 0$. Parejas de fotones satisfaciendo las relaciones de velocidades de grupo en cuestión, resultarán de las intersecciones de los dos contornos.

En este caso, hay dos longitudes de onda de bombeo para las cuales es posible tener generación de fotones alejados de ω_p . Una de las soluciones implica que la velocidad de grupo del fotón señal iguala la velocidad de grupo del bombeo y la otra corresponde al empatamiento de velocidades de grupo entre el bombeo y el fotón acompañante. Hay que resaltar que las figura 33a) y figura 33b) han sido generadas considerando la misma PCF, para la cual existe un rango de longitudes de onda de bombeo de aproximadamente 453 nm en el que se puede observar generación paramétrica. De manera que eligiendo la longitud de onda de bombeo correspondiente en el intervalo limitado por la condición $\Delta k = 0$, se pueden obtener, en la misma fibra, estados de dos fotones para los cuales $T_s = -T_i$ ó $T_{s,i} = 0$. Así al seleccionar la longitud de fibra y el ancho de banda de bombeo apropiados (determinados por la ecuación (80)), viene a ser posible la generación de estados de dos fotones factorizables.

Si bien en una misma PCF es posible generar parejas de fotones para las cuales $T_s = -T_i$ y $T_{s,i} = 0$, éstas no son las únicas clases de estados que se pueden implementar. Si la

PCF exhibe dos longitudes de onda de cero dispersión, los contornos de empatamiento de fases son curvas cerradas y por lo tanto todos los ángulos de orientación de la función de empatamiento de fases son posibles, controlados por la frecuencia del bombeo. Para el caso de la fibra en la figura 33, esto es ilustrado en la figura 34 donde el fondo coloreado representa los ángulos de orientación, $\theta_{s,i}$. De esta figura se puede ver que seleccionando la longitud de onda de bombeo correspondiente, la función $\phi(\nu_s, \nu_i)$ puede tener cualquier orientación en el rango limitado por $\theta_{s,i} = -90^\circ$ y $\theta_{s,i} = 90^\circ$. Note además que para cada valor de $\theta_{s,i}$ se puede obtener generación tanto en las soluciones que yacen en el contorno externo de la curva de empatamiento de fases, como en las soluciones internas (ver figura 34b)). En un punto dado, la pendiente $\theta_{\Delta p}$ de la curva de empatamiento de fases en el espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$, está relacionada a la pendiente de la función $\phi(\nu_s, \nu_i)$ en el espacio de frecuencias de generación $\{\omega_s, \omega_i\}$, según la relación $\theta_{\Delta p} = 45^\circ - \theta_{s,i}$. Así por ejemplo, $\theta_{s,i} = 45^\circ$ corresponde a una pendiente cero ($\theta_{\Delta p} = 0$) sobre la curva de empatamiento de fases perfecto, tal como se puede ver en la figura 34.

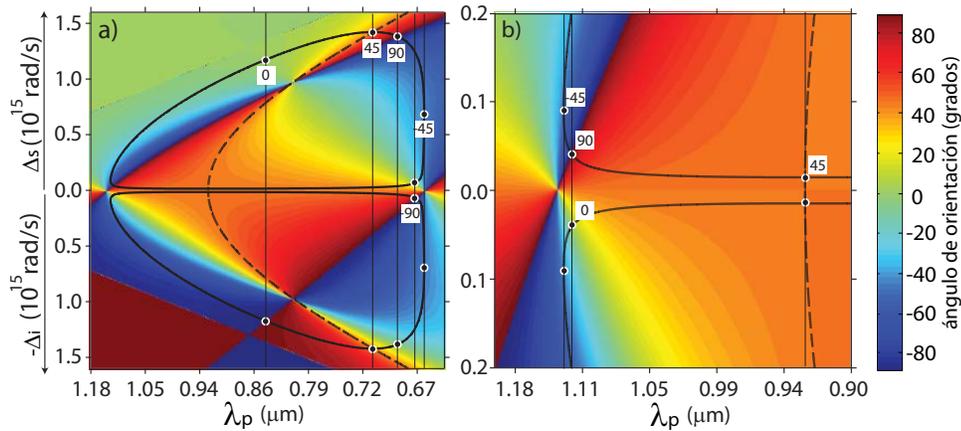


Figura 34. Ángulos de orientación de la función de empatamiento de fases en una PCF. Estos son representados por el fondo de colores. La curva sólida en negro es el contorno $\Delta k = 0$ y la curva negra segmentada es el contorno $T_s = -T_i$. b) Es un acercamiento cerca del punto de cero dispersión de menor frecuencia.

El comportamiento mostrado en la figura 34 es general para todas las fibras que ten-

gan dos puntos de cero dispersión. Por esta razón se puede concluir que las PCFs ofrecen un sistema flexible para el diseño de fuentes de parejas de fotones con propiedades de correlación espectral acondicionadas para aplicaciones específicas, en diferentes bandas espectrales. Una vez que los parámetros de la fibra son establecidos, sólo basta con determinar la longitud de onda de bombeo que permitirá generar un estado de dos fotones con el grado de correlación espectral deseado.

Estado factorizable simétrico

Un estado de dos fotones factorizable simétrico se obtiene cuando $T_s = -T_i$ y la longitud de la fibra y el ancho de banda del bombeo son tales que se cumple la identidad dada por la ecuación (80). Para la fibra considerada en la figura 34, la longitud de onda de bombeo para la cual resulta posible orientar la función de empaquetamiento de fases a 45° en el espacio de frecuencias de generación es $\lambda_p = 0.717 \mu\text{m}$. Considerando un ancho de banda para el bombeo de 0.1 nm, la longitud de la fibra para la cual las funciones $\tilde{\alpha}(\omega_s, \omega_i)$ y $\phi(\omega_s, \omega_i)$ tiene el mismo ancho es $L = 0.25$ m. La síntesis del estado obtenido se muestra en la figura 35. Los paneles a) y b) corresponden a las funciones de envolvente espectral del bombeo y la función de empaquetamiento de fases, respectivamente. Se puede ver que ambas funciones tienen el mismo ancho espectral en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$. El panel c) es la intensidad espectral conjunta, la cual revela el carácter factorizable del estado y su estructura simétrica. Para efectos de comparación en el panel d) se muestra la JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34).

Los parámetros de diseño del estado en la figura 35 proporcionan una fuente que puede ser implementada experimentalmente con tecnología existente. En primer lugar, los pulsos de bombeo pueden ser obtenidos con un láser Ti:Zafiro. Por otro lado, uno de los paquetes de onda generados está centrado en $\lambda_i^o = 1.551 \mu\text{m}$, lo cual corresponde a la

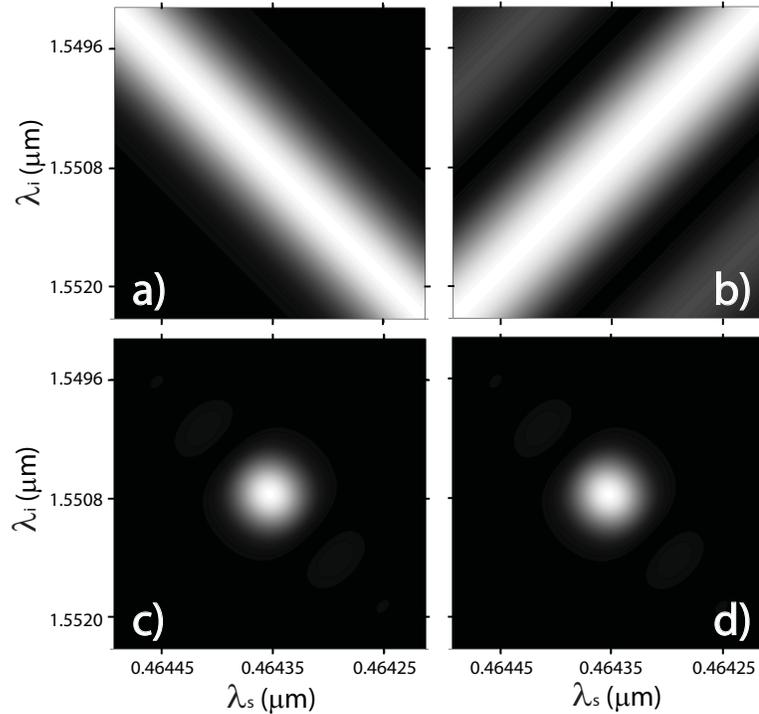


Figura 35. Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones factorizable simétrico. a) Función de envolvente espectral del bombeo. b) La función de empatamiento de fases. c) JSI analítica obtenida a partir de la ecuación (41). d) JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34).

banda de telecomunicación estándar. Los fotones en este modo pudieran ser detectados con foto-diodos de avalancha basados en InGaAs. El modo conjugado está centrado en $\lambda_s^o = 0.464 \mu\text{m}$ y puede ser detectado con foto-diodos de avalancha basados en silicio, aunque no con óptima eficiencia, puesto que esta longitud de onda está lejos del máximo de sensibilidad de estos detectores.

El estado de dos fotones en la figura 35d) puede ser usado para la preparación condicional de estados de fotones individuales con alta pureza. Se ha calculado numéricamente que en este caso la pureza del estado de fotones individuales anunciado es de 0.901, la cual se desvía ligeramente del valor de pureza ideal, 1. La diferencia se debe principalmente a los lóbulos laterales (relacionados a la función sinc) desplazados de la región

central de la JSI. Es preciso recordar que la condición de factorabilidad fue derivada en la aproximación de la función sinc por una gaussiana (ver sección VI.1). No obstante, la pureza se puede incrementar filtrando esos lóbulos laterales, los cuales en general sólo contienen una fracción pequeña del flujo total. Para el caso de la figura 35d), si dos filtros espectrales con perfil rectangular y un ancho de banda en frecuencia de 9.35×10^{11} rad/s, son usados en los modos señal y acompañante, la pureza se incrementa a 0.981, mientras el flujo se reduce en poco menos que el 5%.

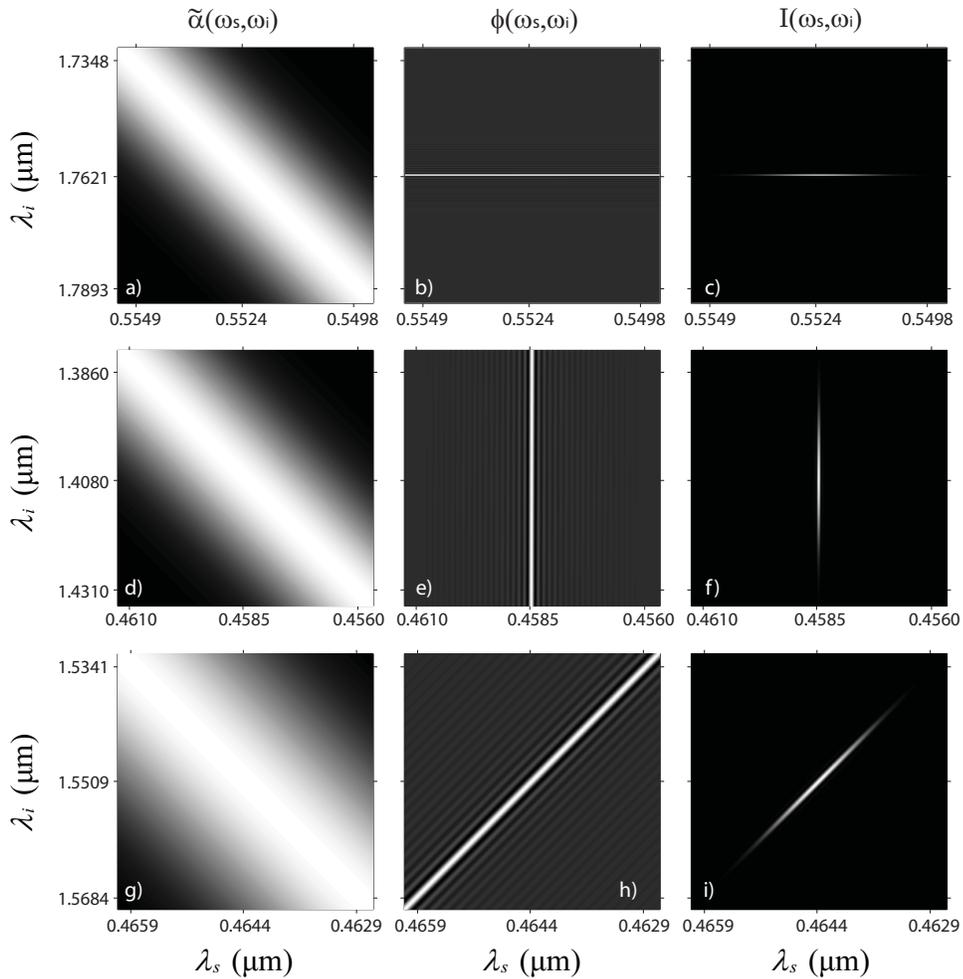


Figura 36. a)-c) JSI para un estado factorizable con alto grado de elongación espectral (horizontal). d)-f) JSI para un estado factorizable con alto grado de elongación espectral (vertical). g)-i) Síntesis de un estado con correlación positiva. Estos estado son obtenidos para la fibra considerada en la figura 34.

Estado factorizable asimétrico

Para la misma geometría de fibra de la figura 35 se pueden obtener estados de dos fotones factorizables asimétricos, orientados horizontal y verticalmente en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$, cuando se reúnen las condiciones determinadas por la ecuación (80). Seleccionando un campo de bombeo con longitud de onda central $\lambda_p = 0.841 \mu\text{m}$ se obtiene el estado factorizable representado en las figuras 36 a)-c). En este caso el paquete de onda uni-fotónico en el modo señal exhibe un espectro de banda ancha, mientras que el modo acompañante es casi monocromático. En contraste para $\lambda_p = 0.692 \mu\text{m}$ el estado generado es un estado factorizable con alto grado de elongación espectral vertical, como puede verse en las figuras 36 d)-f). Ahora es el paquete de onda acompañante el que tiene un espectro de banda ancha. Para los dos casos se supuso que el bombeo tiene un ancho de banda de 3 nm y una potencia de 5 W y que la longitud y el coeficiente no-lineal de la fibra son $L = 0.3 \text{ m}$ y $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$, respectivamente.

Estado de dos fotones con correlación espectral positiva

Un estado con correlación espectral positiva se obtiene a las mismas frecuencias centrales que el estado factorizable simétrico, puesto que en este caso se cumple que $T_s = -T_i$. Por lo tanto, al mantener fija la longitud de la fibra considerada para el estado factorizable en la figura 35, el estado con correlación positiva resulta al elegir un ancho de banda mayor para el pulso de bombeo. Aquí se ha supuesto que $\Delta\lambda_p = 3 \text{ nm}$. La síntesis de la JSI resultante se muestra en las figura 36 g)-i).

Estado de dos fotones con correlación espectral negativa

El estado de dos fotones con correlación negativa se obtiene siempre que los fotones generados viajen a la misma velocidad de grupo. Sin embargo, para la geometría de fibra que se viene considerando, puede observarse en la figura 34 que la intersección de los contornos $T_s = T_i$ y $\Delta k = 0$ se da a una longitud de onda de bombeo para la cual, de hecho, se satisface empatamiento de fases perfecto en un rango amplio de frecuencias de generación; esta longitud de onda coincide con el punto de cero dispersión de la fibra. En consecuencia, incluso un bombeo monocromático daría lugar a la generación de parejas de fotones sobre ese rango espectral amplio con la misma eficiencia de generación. Esta característica limita la aplicación del cálculo analítico a este caso particular, por lo que la JSI se ha obtenido por integración numérica de la ecuación (34) y es mostrada en la figura 37. Los parámetros considerados para la evaluación de la JSI son: $\lambda_p = 0.6676 \mu\text{m}$, $\sigma = 0.01 \text{ THz}$, $L = 0.8 \text{ m}$, $P = 5 \text{ W}$ y $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$. En este caso los paquetes de onda señal y acompañante son degenerados y tienen un ancho de banda de 143.9 nm.

VI.2.2 Caso de bombeos no-degenerados

En general, para el caso de bombeos no-degenerados la orientación de la función de empatamiento de fases (ecuación (48)) está dada por la ecuación (81), pero a diferencia del caso DP, ésta depende de los anchos de banda de los bombeos (ver ecuación (45)). Sin embargo, tal como se explicó en la sección III.2.1, la dependencia desaparece si uno de los bombeos es un campo cuasi-monocromático, por ejemplo si $\sigma_1 \ll \sigma_2$. Bajo estas circunstancias T_μ se reduce a τ_μ y además la forma y ancho de la función $\phi(\nu_s, \nu_i)$ ya no dependerá de σ_2 , no siendo el caso para la función de envolvente espectral del

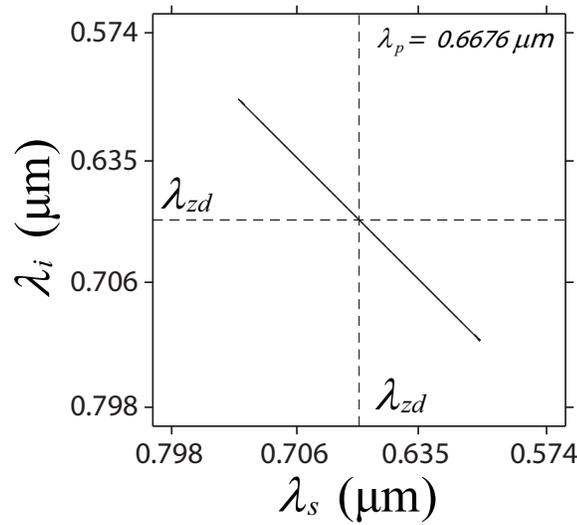


Figura 37. Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones con correlación espectral negativa. El estado exhibe un ancho de banda considerable. La JSI ha sido graficada como el contorno a 0.5 del valor máximo.

bombeo, cuyo ancho estará completamente determinado por σ_2 . Aprovechando este desacoplamiento entre σ_1 y σ_2 , a continuación se buscarán las condiciones bajo las cuales es posible generar estados de dos fotones que exhiban propiedades de correlación espectral acondicionadas.

Similar al caso DP, en PCF todos los ángulos de orientación de la función de empatamiento de fases son posibles. En particular, se considera una PCF con $f = 0.522$ y $r = 0.601$ para la cual se ha preparado un diagrama similar a ese de la figura 34, donde es necesario mantener fijos los parámetros asociados a uno de los bombeos (ver sección II.5.1), en este caso $\lambda_2 = 1.250 \mu\text{m}$. Este diagrama se presenta en la figura 38, en la cual el fondo de colores representa el ángulo de orientación de la función de empatamiento de fases en el espacio de frecuencias $\{\omega_s, \omega_i\}$, calculado a partir de la ecuación (81). Nótese que al igual que en el caso DP, θ_{si} varía entre -90° y 90° . Por lo tanto, en una misma fibra se pueden preparar estados de dos fotones exhibiendo grados de correlación diferentes, lo cual es controlado por la elección de la longitud de onda para el bombeo

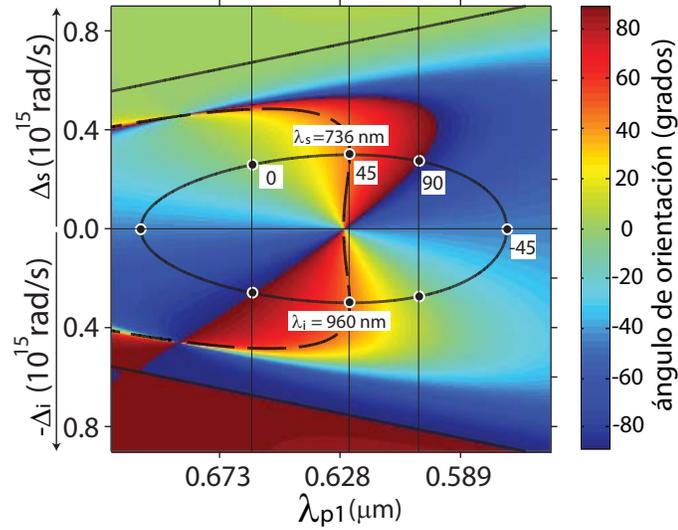


Figura 38. Ángulos de orientación de la función de empatamiento de fases en el caso NDP. La línea sólida es el contorno de $\Delta k = 0$, mientras que el contorno segmentado corresponde a las soluciones de la ecuación $T_s = -T_i$.

1, λ_1 .

De modo específico un estado factorizable simétrico se puede obtener si $T_s = -T_i$ y si el ancho de las funciones de empatamiento de fases y de envolvente espectral del bombeo son iguales. Se puede demostrar a partir de las ecuaciones (39 y 45) que $T_s = -T_i$ implica que

$$2k_2^{(1)} - k_s^{(1)} - k_i^{(1)} = -2(k_1^{(1)} - k_2^{(1)})\sigma_1^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2), \quad (83)$$

la cual representa una generalización de la condición de GVM equivalente para bombeos degenerados, ecuación (82). Nótese sin embargo, que para $\sigma_1 \ll \sigma_2$, el término a la derecha de la ecuación (83) desaparece, por lo cual la condición de GVM se reduce a una forma idéntica a esa derivada para el caso DP, donde el bombeo con mayor ancho de banda hace las veces del bombeo degenerado. En la figura 38 el contorno $T_s = -T_i$ corresponde a la curva negra segmentada. La intersección de éste con la curva $\Delta k = 0$ define las frecuencias para el bombeo 1 y para los fotones señal y acompañante.

La geometría de fibra considerada se seleccionó de manera que la condición de GVM simétrico se satisfaga para $\lambda_1 = 0.625 \mu\text{m}$, correspondiendo al segundo armónico del campo a $1.250 \mu\text{m}$. Las frecuencias centrales para los fotones señal y acompañante son $\lambda_s^o = 0.736 \mu\text{m}$ y $\lambda_i^o = 0.960 \mu\text{m}$, respectivamente. Una vez se conocen las frecuencias de los campos de bombeo para las cuales se satisface la condición de GVM, sólo resta elegir apropiadamente la longitud de la fibra y el ancho de banda σ_2 , de manera que las funciones $\tilde{\alpha}(\nu_s, \nu_i)$ y $\phi(\nu_s, \nu_i)$ tengan el mismo ancho y puedan producirse estados de dos fotones factorizables simétricos.

Estado factorizable simétrico en la configuración NDP

Para las condiciones de la figura 38, un estado factorizable simétrico se obtiene si dada una fibra de longitud $L = 0.25$ m, los anchos de banda de los bombeos, expresados en longitudes de onda, son $\Delta\lambda_1 = 1.51$ nm y $\Delta\lambda_2 = 0.12$ nm. La síntesis del estado obtenido es mostrada en la figura 39. Los paneles a)-c) corresponden al modelo analítico (ver ecuaciones (41, 42 y 48)) y el panel d) es la JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34) cuando ninguna restricción sobre la dispersión de la fibra es considerada. De la figura se puede apreciar que en efecto, el estado obtenido es factorizable y que los paquetes de onda uni-fotónicos señal y acompañante tienen el mismo ancho espectral, como es esperado para un estado simétrico.

Los fotones generados para las condiciones de la figura 39, se encuentran alejados del ancho de banda de ganancia Raman de los campos de bombeo, como puede verse en la figura 38, pero están lo suficientemente próximos entre sí que ambos pueden ser detectados eficientemente con los detectores de fotones individuales operando en el visible. La flexibilidad de las PCF permite el diseño de fuentes de estados de dos fotones que puedan ser implementadas experimentalmente con las herramientas tecnológicas

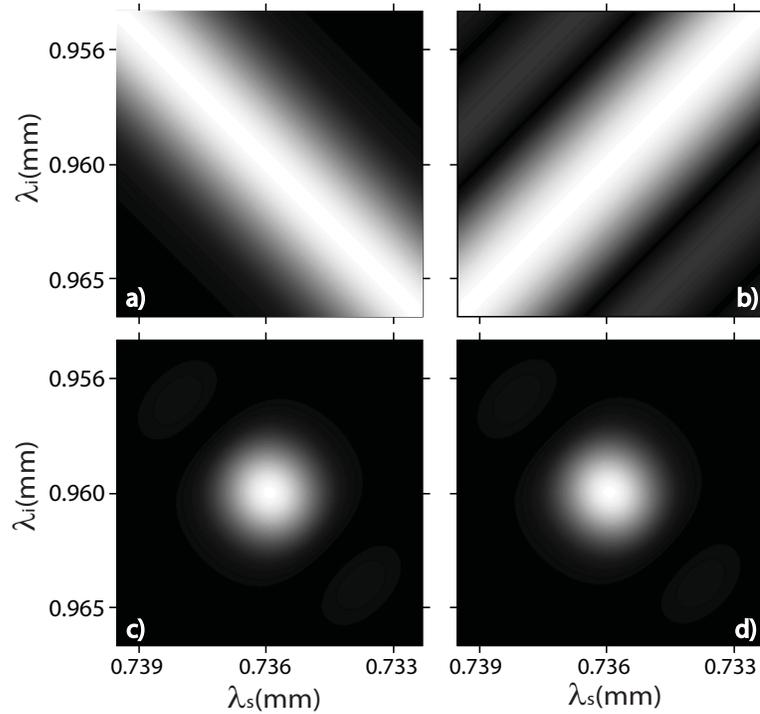


Figura 39. Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones factorizable simétrico en la configuración NDP. a) Función de envolvente espectral del bombeo. b) La función de de empatamiento de fases. c) JSI analítica obtenida a partir de la ecuación (41). d) JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34).

existentes. Por ejemplo, para el estado propuesto en esta sección los parámetros de la fibra considerada, permiten que la condición de GVM se cumpla para un par de bombeos que pueden ser obtenidos con un láser de modos amarrados Cr:Forsterite y su segundo armónico, mientras que los fotones generados están dentro del ancho de banda de detección de foto-diodos de avalancha basados en silicio.

La fuente de parejas de fotones factorizable de la figura 39d) proporciona una pureza de estado de un solo fotón anunciado de 0.89 (calculada numéricamente). Esto se debe a que para los parámetros considerados se obtiene que $B = 1.73$, lo cual implica que la función de empatamiento de fases tiene un perfil que se ajusta a una función sinc (ver figura 15). Los lóbulos laterales propios de la sinc limitan la factorabilidad del estado de

dos fotones y por ende la pureza del estado individual. No obstante, la pureza se puede incrementar filtrando esos lóbulos laterales, los cuales en general sólo contienen una fracción pequeña del flujo total. Para el caso de la figura 39d), si dos filtros espectrales con perfil rectangular y un ancho de banda en frecuencia de 12.9×10^{12} rad/s, son usados en los modos señal y acompañante, la pureza se incrementa a 0.98, mientras el flujo se reduce en poco menos que el 5.9%.

Finalmente, se puede concluir que una configuración de bombeos no-degenerados proporciona un grado de libertad adicional para la generación de estados de dos fotones con propiedades espectrales particulares. Aunque en esta sección sólo se ha presentado el diseño de una fuente de dos fotones factorizable simétrica, puede verse en la figura 38 que manteniendo fija la frecuencia central del bombeo 2 en $\omega_2 = 2\pi c/1.250 \mu\text{m}$ y considerando la misma fibra, todos los estados de dos fotones pueden ser preparados, controlados por la selección de la frecuencia central del campo de bombeo 1. Cambiando la geometría de la fibra, es igualmente posible la preparación condicional de estados de dos fotones en el régimen NDP, pero se tendrá acceso a una banda espectral diferente.

VI.3 Empatamiento completo de velocidades de grupo

En la sección anterior se expuso el método de empatamiento de velocidades de grupo, a partir del cual es posible acondicionar los estados de dos fotones generados por SFWM de manera que exhiban propiedades de correlación espectral particulares. Este método se fundamenta en la aproximación lineal del desempatamiento de fases y es válido en las vecindades de las frecuencias para las que $\Delta k = 0$. Se encontró que estados de dos fotones factorizables pueden ser generados siempre que las velocidades de grupo de los campos interactuantes satisfagan la relación $k^{(1)}(\omega_s) < k^{(1)}(\omega_p) < k^{(1)}(\omega_i)$ o

bien $k^{(1)}(\omega_i) < k^{(1)}(\omega_p) < k^{(1)}(\omega_s)$. Un estado factorizable simétrico resulta cuando se cumple la relación dada por la ecuación (82). Así mismo, estados factorizables con un alto grado de elongación espectral son posibles cuando uno de los fotones generados se propaga a la misma velocidad de grupo del bombeo. No obstante, puede suceder que tanto los fotones generados como el campo de bombeo se propaguen todos a la misma velocidad de grupo. En este caso, el método de GVM deja de ser correcto porque los términos lineales en la función de desempatamiento de fases, Δk , se anulan bajo esta condición (ver ecuaciones (38 y 39)). La condición $k^{(1)}(\omega_p) = k^{(1)}(\omega_s) = k^{(1)}(\omega_i)$ se denominará **empatamiento completo de velocidades de grupo** (FGVM, por sus siglas en inglés). Como todos los sumandos en la ecuación (38) desaparecen, la función de desempatamiento de fases deberá darse, entonces, en términos de los coeficientes de segundo orden en la expansión en series de Taylor de la constante de propagación.

En esta sección se estudiarán las propiedades espectrales de parejas de fotones para las cuales se cumple FGVM en la configuración de bombeos degenerados. Se verá que al imponer cierta condición sobre los coeficientes de dispersión de segundo orden, es posible la generación de estados de dos fotones que conservan un carácter casi factorizable incluso al incrementarse la longitud de la fibra considerablemente. Esto contribuye a incrementos significativos en la tasa de emisión, haciendo esta fuente conveniente para experimentos en los que se pretende la generación simultánea de múltiples pares, a través de una ganancia paramétrica grande (Rohde *et al.*, 2007). De otra parte, la condición de FGVM favorece la generación de parejas de fotones con un gran ancho de banda, dentro de un rango amplio de longitudes de onda en el cual se puede sintonizar el bombeo. Para el estudio de estos casos se considerarán fibras ópticas con perfil de índice escalonado con bajo y alto contraste diéctrico, dependiendo de la aplicación.

En la figura 40a) se muestran el contorno de empatamiento de fases y los contornos

de GVM para una SIF con radio $r = 1.652 \mu\text{m}$ y con un contraste dieléctrico $\Delta_n = 0.0274$, suponiendo que el material de la cubierta es sílice pura. Se ha considerado que la potencia del bombeo y el coeficiente no-lineal de la fibra son $P = 2 \text{ W}$ y $\gamma = 70 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$, respectivamente. La curva negra sólida corresponde al contorno $\Delta k = 0$. En este diagrama puede verse que para los parámetros de la fibra considerada, la generación de señales paramétricas se dá dentro de un rango de longitudes de onda de bombeo contenido entre los puntos de cero dispersión de la fibra, $\lambda_{zd1} = 1.4343 \mu\text{m}$ y $\lambda_{zd2} = 1.7335 \mu\text{m}$, los cuales son representados por las dos líneas rectas verticales, en color azul. En la figura 40b) se ha graficado $k^{(1)}$ como función de ω , nótese que los puntos de cero dispersión corresponden a las frecuencias para las cuales la pendiente sobre esta curva es igual a cero. Las curvas delgadas de color azul en la figura 40a) representan diferentes contornos de GVM, similares a aquellos en la figura 33. Sobre cada una de ellas se ha indicado el ángulo de orientación de la función de empataamiento de fases correspondiente (ecuación (81)).

Es posible apreciar en la figura 40a) que existen puntos sobre el espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$ en los cuales todos los contornos de GVM se intersectan. Estos son los puntos en los que se cumple la condición de FGVM, es decir esos en los que se satisface la identidad $k^{(1)}(\omega_p) = k^{(1)}(\omega_s) = k^{(1)}(\omega_i)$. Obsérvese que en general hay cuatro de tales puntos. Dos de ellos corresponden a los pares $(\omega_{zd1}, 0)$ y $(\omega_{zd2}, 0)$, los cuales son indicados en la figura por los círculos azules. Estos puntos representan situaciones en las que la frecuencia del bombeo, de la señal y de la acompañante son todas iguales a ω_{zd1} ó a ω_{zd2} . Sin embargo, como puede verse en la figura, el contorno $\Delta k = 0$ sólo pasa por esos puntos en el límite de potencia de bombeo cero, por lo que en un caso realista en esos puntos no se cumple la condición de empataamiento de fases. El otro par de puntos yacen dentro de las curvas cerradas del contorno de $\Delta k = 0$ (cuadros rojos en

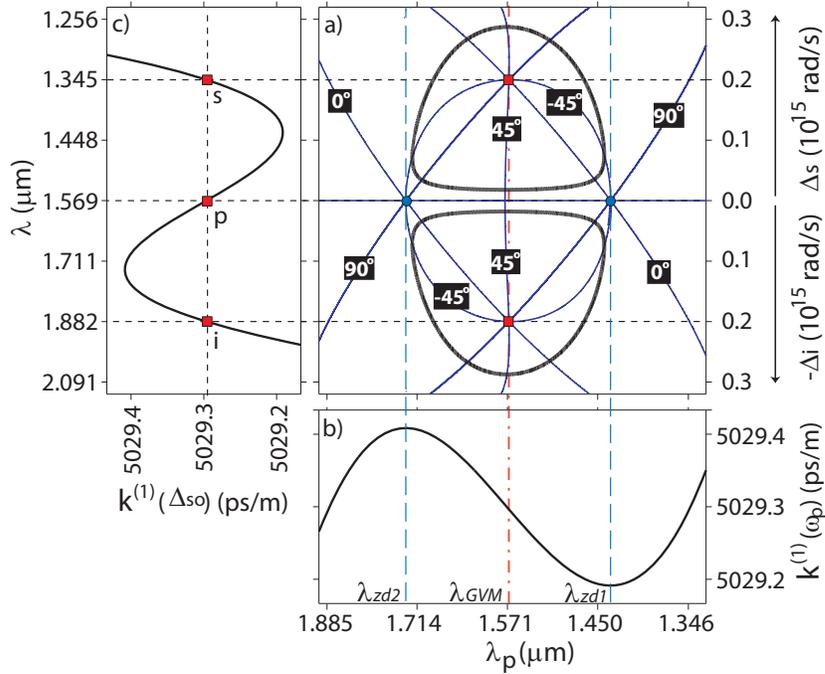


Figura 40. Diagrama de empatamiento de fases para una SIF con $r = 1.652 \mu\text{m}$ y $\Delta_n = 0.0274$. a) La línea negra gruesa es el contorno $\Delta k = 0$; las líneas azules delgadas son los contornos de GVM definidos por el ángulo de orientación indicado. b) $k^{(1)}$ versus ω . c) $k^{(1)}$ versus $\Delta_{s0} = \omega - \omega_{GVM}$.

la figura 40a)) y por lo tanto en condiciones normales no satisfacen empatamiento de fases. La frecuencia de bombeo a la cual se dá este par de puntos será representada por ω_{GVM} y ha sido indicada en la figura por la línea roja segmentada. Para identificar la razón de ser de estos puntos sobre el espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$, en la figura 40c) se muestra una gráfica de $k^{(1)}$ versus $\Delta_{s0} = \omega - \omega_{GVM}$. Se puede ver claramente que las frecuencias para la señal y la acompañante correspondiendo a $\omega_p = \omega_{GVM}$, en efecto conducen a la condición de FGVM, a pesar de que $\omega_p \neq \omega_s \neq \omega_i$. Este efecto ofrece una alternativa interesante para el diseño de fuentes de parejas de fotones, en cuanto a que los tres campos interactuando se propagan a la misma velocidad de grupo al interior de la fibra. No obstante, es preciso definir mecanismos que garanticen que la condición de empatamiento de fases se cumple para las frecuencias ω_s y ω_i relacionadas, a través de

la condición de conservación de la energía, a la frecuencia ω_{GVM} .

VI.3.1 Teoría de SFWM para la condición de FGVM

Caso de bombeo pulsado

En esta sección se deriva una expresión para la función espectral conjunta de estados de dos fotones emitidos en la configuración de bombeos degenerados y en el régimen pulsado, la cual incluye los coeficientes de segundo orden en la expansión en series de Taylor de $k(\omega)$. Fundamentalmente, esto es una extensión al tratamiento presentado en la sección III.2.1. Se considerará que los pulsos de bombeo están centrados en ω_p^o y tienen un ancho de banda σ . En este caso, la función de desempatamiento de fases dada en la ecuación (38) se convierte en

$$\beta(\nu_s, \nu_i) = L\Delta k^o + \tau_s \nu_s + \tau_i \nu_i + \tau_s^{(2)} \nu_s^2 + \tau_i^{(2)} \nu_i^2 + \tau_p^{(2)} \nu_s \nu_i, \quad (84)$$

donde τ_μ fue definido en la ecuación (39); $\tau_\mu^{(2)} = L[k^{(2)}(\omega_p^o) - k^{(2)}(\omega_\mu^o)]/2$, con $\mu = s, i$, y $\tau_p^{(2)} = Lk^{(2)}(\omega_p^o)$. Los términos $k^{(2)}(\omega_\mu)$ están directamente enlazados al coeficiente de dispersión de velocidad de grupo. Siguiendo un procedimiento análogo al detallado en la sección III.2.1 se puede demostrar que en estas condiciones la función de empatamiento de fases está dada por $\phi(\nu_s, \nu_i) = \Phi(C_0; Z(\nu_s, \nu_i))$ con

$$\Phi(a; x) = \exp(-x^2) \left[\operatorname{erf}(ix\sqrt{1-ia}) - \operatorname{erf}(ix) \right] / (ax), \quad (85)$$

donde $\operatorname{erf}(\cdot)$ denota la función de error, $C_0 = \tau_p^{(2)} \sigma^2 / 2$, y

$$Z(\nu_s, \nu_i) = \sqrt{(\nu_s + \nu_i)^2 - 4\beta(\nu_s, \nu_i) / \tau_p^{(2)}} / (\sqrt{2}\sigma). \quad (86)$$

Entonces al incluir los términos cuadráticos en $L\Delta k$, sigue siendo posible tener una forma analítica cerrada para la JSA (en el caso DP), dada por el producto de la ecuación (42) y la ecuación (85). Sin embargo, en la condición de FGVM los coeficientes τ_μ en la ecuación (84) desaparecen y por lo tanto la función de desempatamiento de fases queda dada en términos de los coeficientes de segundo orden.

Caso de bombeo monocromático

Si en vez de bombeos pulsados se consideran campos en límite de onda continua ($\sigma_{1,2} \rightarrow 0$), se puede demostrar a partir de la ecuación (34) que la función espectral conjunta está dada por una expresión analítica cerrada, en la forma

$$F_{cw}(\omega_s, \omega_i) = N\delta(\omega_s + \omega_i - \omega_1 - \omega_2)\text{sinc}[L\Delta k_{cw}(\omega_s, \omega_i)/2] \exp[iL\Delta k_{cw}(\omega_s, \omega_i)/2], \quad (87)$$

donde N es una constante de normalización y el desempatamiento de fases Δk_{cw} es definido como

$$\begin{aligned} \Delta k_{cw}(\omega_s, \omega_i) = & k[(\omega_s + \omega_i + \omega_1 - \omega_2)/2] + k[(\omega_s + \omega_i - \omega_1 + \omega_2)/2] \\ & - k(\omega_s) - k(\omega_i) - (\gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2). \end{aligned} \quad (88)$$

Nótese que en la derivación de la ecuación (87) se ha considerado el caso general en que los dos bombeos son espectralmente no degenerados. Sin embargo, los diseños de fuentes de parejas de fotones bajo la condición FGVM que serán presentados más adelante se limitan a la configuración DP, de manera que en las ecuaciones (87 y 88) se debe tomar en cuenta que $\omega_1 = \omega_2$. Las funciones $\alpha(\omega)$ en la ecuación (34) fueron modeladas como funciones δ de Dirac, lo cual permitió resolver la integral sin tener

que recurrir a alguna aproximación sobre Δk . La JSA dada por la ecuación (87) será usada en configuraciones de FGVM bajo las cuales es posible generar un estado de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio, que como se mencionó en la sección V.4, constituyen un estado altamente enlazado, sobre todo si el proceso de generación es conducido por un bombeo monocromático.

VI.3.2 Métodos para obtener empatamiento de fases en los puntos FGVM

Con el objeto de generar parejas de fotones en los puntos FGVM definidos por $\omega_p = \omega_{GVM}$, es necesario obtener empatamiento de fases perfecto en esas frecuencias, en otras palabras garantizar que el contorno $\Delta k = 0$ incluya a esos puntos. En esta sección se proponen dos métodos que conducen al empatamiento de fases, pero será visto que en un diseño realista los dos métodos son más efectivos cuando se usan en conjunción, aunque en principio cada uno por separado es capaz de lograr la emisión de fotones bajo la condición de FGVM. Se había visto en la sección II.3 (dedicada a las PCF) que al mantener fija la fracción de llenado, e ir disminuyendo el radio del núcleo, los puntos de cero dispersión de la fibra eventualmente llegan a ser degenerados a un cierto valor de r (ver figura 6). El mismo comportamiento se puede apreciar en fibras SIF. En particular, en la figura 41a) se presentan gráficas de $k^{(2)}$ versus ω para fibras SIF con $\Delta_n = 0.0274$ y valores de r en el intervalo $1.643 \mu\text{m} < r < 1.665 \mu\text{m}$. Puede verse en la figura que para este valor de Δ_n , incluso un tercer punto de cero dispersión aparece en el infrarrojo, el cual, en general, está alejado del rango espectral de interés. Los dos puntos de cero dispersión de mayor frecuencia vienen a ser degenerados para $r = 1.643 \mu\text{m}$, de manera que en este punto $k^{(2)} = k^{(3)} = 0$. Se puede mostrar que conforme los dos puntos de cero

dispersión se aproximan, el contorno de $\Delta k = 0$ se va contrayendo, hasta que en el punto de degeneración de las frecuencias de cero dispersión, el empatamiento de fases perfecto se dá en un sólo punto y consecuentemente los cuatro puntos FGVM convergen a ese mismo punto, que corresponde a ω_{zd} . Nótese que una disminución adicional en el radio conduce a la desaparición del empatamiento de fases. Por lo tanto si una fibra con dos frecuencias de cero dispersión degeneradas en ω_{zd} , es bombeada con luz de frecuencia ω_{zd} , el proceso de SFWM conducirá a la generación de parejas de fotones degeneradas también centradas en ω_{zd} . Por consiguiente esta configuración por si sólo garantiza empatamiento de fases perfecto en los puntos FGVM, pero tiene serias desventajas de implementación dado que los fotones generados se traslapan espectralmente con los fotones de bombeo, y además se tendría una fuerte contaminación de fotones Raman.

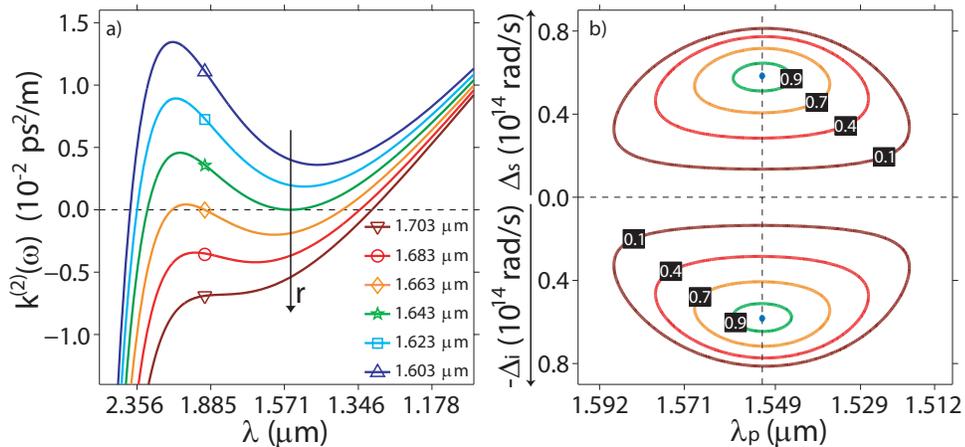


Figura 41. Métodos para obtener empatamiento de fases en los puntos FGVM. a) $k^{(2)}$ versus ω para diferentes radios del núcleo de la fibra. b) Contornos de $\Delta k = 0$ para diferentes niveles de potencia, suponiendo una fibra con $r = 1.644 \mu\text{m}$. La potencia de bombeo (dada en W) está indicada al interior de los cuadros negros sobre cada contorno.

En alternativa al método anterior, es posible explotar la contribución de SPM y XPM para lograr empatamiento de fases perfecto en los dos puntos FGVM correspondientes a $\omega_p = \omega_{GVM}$. En la figura 10 de la sección II.5.1 se mostró la influencia de incrementos

en la potencia del bombeo sobre el contorno de $\Delta k = 0$. Allí se destacó que los efectos de SPM y XPM son más pronunciados en la fibra de menor contraste dieléctrico (figura 10b)), por lo tanto estos efectos serán aún más significativos en fibras SIF. Este comportamiento se presenta en la figura 41b) para una SIF con $\Delta_n = 0.0274$ y $r = 1.644 \mu\text{m}$. En esta figura se han graficado los contornos de $\Delta k = 0$ para diferentes niveles de potencia. Nótese que conforme la potencia incrementa las dos curvas cerradas completas del contorno se van contrayendo, hasta que a un valor de potencia dado se cierran completamente en los puntos de FGVM de interés. La potencia a la que esto ocurre para la fibra en cuestión es $P = 0.95 \text{ W}$. Entonces bajo estas condiciones se obtiene empatamiento de fases en las frecuencias para las cuales se satisface FGVM. Esta técnica tiene la ventaja de que los modos señal y acompañante están separados de la frecuencia del bombeo. Sin embargo, cuando el contraste dieléctrico de la fibra es muy grande (como en el caso de la figura 10a)) se requerirán potencias de bombeo muy elevadas para obtener el empatamiento de fases, lo cual puede contribuir a generación paramétrica estimulada e incluso a la generación de nuevas frecuencias por el fenómeno de SPM. Por lo tanto, una implementación conjunta de los dos métodos descritos ofrece mayor ventaja que cuando éstos son usados independientemente. Lo anterior significa que para un valor de Δ_n fijo (o f en el caso de PCF), es necesario elegir un radio del núcleo tal que los dos puntos de cero dispersión de la fibra estén relativamente próximos, de manera que un nivel de potencia pequeño proporcione el empatamiento de fases en los puntos FGVM para $\omega_p = \omega_{GVM}$.

VI.3.3 Estados de dos fotones con propiedades espectrales acondicionadas en la condición de FGVM

La generación de parejas de fotones en la condición de FGVM presenta características interesantes. Por un lado, el empatamiento de fases se dá en puntos individuales sobre el espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$. Por otro parte, debido a que los términos de primer orden (normalmente dominantes) en la función de desempatamiento de fases (ecuación (84)) son nulos, Δk , siendo gobernada por los términos de segundo orden, crecerá sólo débilmente a partir de las frecuencias que satisfacen empatamiento de fases perfecto, las cuales corresponden a los puntos FGVM. Estas dos propiedades pueden ser aprovechadas para la generación de estados de parejas de fotones en dos regímenes dispares, por un lado estados aproximando la factorabilidad y por otro estados con un ancho de banda ultra-amplio. Descripciones sobre la preparación de este tipo de estados en la condición de FGVM son presentados a continuación.

Estados de dos fotones cuasi-factorizables en la condición de FGVM

En esta sección se explota el hecho de que $\Delta k = 0$ en puntos aislados del espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$, para diseñar fuentes de parejas de fotones con un ancho espectral relativamente angosto. En estas condiciones si un bombeo pulsado es considerado, las expresiones analíticas derivadas en la sección VI.3.1 describirán adecuadamente las propiedades espectrales de las parejas de fotones. A partir de las ecuaciones (84-86) se puede deducir que bajo la condición de FGVM, los contornos de igual amplitud de la función de empatamiento de fases son en general elípticos (es decir, los contornos de $Z(\nu_s, \nu_i) = \text{constante}$ son elipses), a diferencia de la ecuación (47), la cual siendo gobernada por los términos de primer orden, exhibe contornos de igual amplitud que

son orientados en línea recta al ángulo θ_{si} en el espacio $\{\omega_s, \omega_i\}$. Además es posible demostrar que si $\tau_s^{(2)} = \tau_i^{(2)} \gg \tau_p^{(2)}$, los contornos $Z(\nu_s, \nu_i) = \text{constante}$ vienen a ser circulares. Nótese que $Z(\nu_s, \nu_i)$ no depende de la longitud de la fibra. La única dependencia con L se manifiesta a través del parámetro C_0 , el cual provoca el efecto de disminuir el ancho espectral de la función $\phi(\nu_s, \nu_i)$ cuando la longitud de la fibra aumenta. Así, para fibras suficientemente largas, la región del espacio $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$ en la cual se satisface empatación de fases viene a estar localizada alrededor de los puntos para los cuales $\Delta k = 0$.

En vista de lo anterior, si la condición $\tau_s^{(2)} = \tau_i^{(2)} \gg \tau_p^{(2)}$ se cumple, entonces para un ancho de banda de bombeo suficientemente amplio, la función espectral conjunta, determinada solamente por la función $\phi(\nu_s, \nu_i)$, será factorizable y el ancho de banda de los paquetes de onda generados puede hacerse suficientemente angosto al aumentar la longitud de la fibra. Esta técnica para generar estados factorizables presenta algunas ventajas comparada a la presentada en la sección VI.2.1. Una diferencia fundamental es que en el método de GVM la longitud de la fibra y el ancho de banda del bombeo deben satisfacer la ecuación (80), de manera que al mantener fijo el ancho de banda, si la longitud de la fibra se incrementa con el propósito de aumentar la brillantez de la fuente, la condición para la factorabilidad se pierde. Por otro lado, al generar un estado factorizable en la condición de FGVM, incrementos en la longitud de la fibra se verán reflejados en la reducción del ancho de banda generado, pero la factorabilidad se conserva. Este desacoplamiento de la longitud de la fibra y el ancho de banda del bombeo proporciona una significativa flexibilidad en este tipo de fuentes. Al aumentar (en principio sin límites) la longitud de la fibra, resulta posible la generación de estados de dos fotones cuasi-factorizables con tasas de emisión altas, permitiendo que este tipo de fuentes sean aptas para la generación de múltiples pares a través de una ganancia

paramétrica grande.

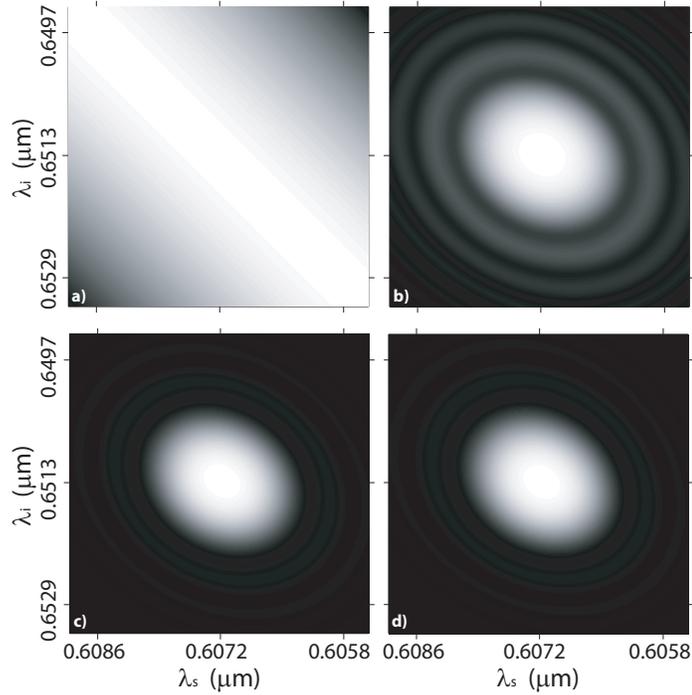


Figura 42. Intensidad espectral conjunta de un estado de dos fotones cuasi-factorizable. a) Función de envolvente espectral del bombeo, ecuación (42). b) La función de de empatamiento de fases, ecuación (85). c) JSI obtenida como el producto de las funciones en a) y b). d) JSI obtenida por integración numérica de la ecuación (34).

La condición sobre los términos de segundo orden que permite la generación de estados factorizables en la condición FGVM, es facilitada si $k^{(2)}$ tiene una dependencia fuerte de la frecuencia, lo cual se manifiesta en fibras ópticas caracterizadas por un contraste dieléctrico muy grande entre el núcleo y la cubierta. En la figura 42 se ilustra el diseño de una fuente de parejas de fotones cuasi-factorizable, para la cual se ha supuesto que el medio de generación es una nano-fibra fabricada de un material con un índice de refracción mucho mayor al de la sílice, en este caso borato de bismuto. Esto proporciona un Δ_n suficientemente alto, permitiendo que en la condición de FGVM se satisfaga, además, la relación $\tau_s^{(2)} = \tau_i^{(2)} \gg \tau_p^{(2)}$. El radio de la nano-fibra ($r = 0.205 \mu\text{m}$) fue elegido tal que los puntos de cero dispersión de la fibra estén muy próximos entre

sí, $\lambda_{zd1} = 0.6162 \mu\text{m}$ y $\lambda_{zd2} = 0.6417 \mu\text{m}$. En esta geometría de fibra la longitud de onda para la condición de FGVM es $\lambda_{GV M} = 0.6285 \mu\text{m}$. Para el estado presentado en la figura 42 se supuso que el ancho de banda del bombeo es $\Delta\lambda = 6.29 \text{ nm}$, siendo suficientemente ancho para garantizar que la JSI sólo sea determinada por la función de empataamiento de fases. La potencia de bombeo para la cual se obtiene empataamiento de fases en los puntos FGVM ($\lambda_s = 0.6072 \mu\text{m}$ y $\lambda_i = 0.6513 \mu\text{m}$) es $P = 9.75 \text{ W}$. El coeficiente no-lineal de la fibra es $\gamma = 550 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$. Para efecto de ilustrar la propiedad de que incrementos en la longitud de la fibra, sólo reducen el ancho de banda de generación sin alterar la factorabilidad del estado, aquí se ha supuesto que $L = 100 \text{ m}$, lo cual proporciona un ancho de banda de emisión de alrededor 1.2 nm . La síntesis del estado obtenido es presentada en la figura 42. El panel a) corresponde a la función envolvente espectral del bombeo. El panel b) es la función de empataamiento de fases. La JSI resultante del cálculo analítico se muestra en el panel c) y en d) se muestra la JSI evaluada por integración numérica de la ecuación (34). Al comparar la JSI en los paneles c) y d) se observa que las expresiones analíticas derivadas en la sección VI.3.1 constituyen una excelente aproximación.

Estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio en la condición de FGVM

En la sección anterior se mostró que en la condición de FGVM se pueden preparar estados de dos fotones cuasi-factorizables. En contraste, ahora se verá que FGVM puede contribuir a la generación de parejas de fotones que presentan un ancho de banda ultra-amplio (UBB, ultrabroadband en inglés) y por ende un alto grado de correlación espectral. La técnica que se propone para la generación de estados UBB toma ventaja del hecho de que Δk exhibe una dependencia suave de la frecuencia a partir de los

puntos FGVM. Este comportamiento se acentúa mucho más en fibras con contrastes dieléctricos bajos, en las cuales la contribución de la guía de onda a la dispersión de la fibra es pequeña y en consecuencia $k(\omega)$ es una función suave de la frecuencia.

Para ilustrar las ideas anteriores, en la figura 43a) se muestra la gráfica de la función de empatamiento de fases (la función $\text{sinc}[L\Delta k/2]$ en la ecuación (87)) para la SIF considerada en la figura 41b). En el diagrama, mostrado en el espacio de frecuencias $\{\omega_p, \Delta_{s,i}\}$, se han indicado los cuatro puntos FGVM. En este caso, la longitud de onda de bombeo a la que se satisface la condición de FGVM es $\lambda_{GVD} = 1.5521 \mu\text{m}$. Cuando la potencia de bombeo es $P = 0.95 \text{ W}$, el empatamiento de fases perfecto se da sólo en los puntos indicados con cuadros rojos en la figura (puntos FGVM). Sin embargo, se nota claramente que $\Delta k \approx 0$ sobre un área amplia de frecuencias en el espacio. Esto implica que para un bombeo (incluso monocromático) dentro de esta área, es posible generar casi con la misma eficiencia todo un continuo de frecuencias $\omega_{s,i}$, que viene a ser mayor para $\lambda_p = \lambda_{GVM}$.

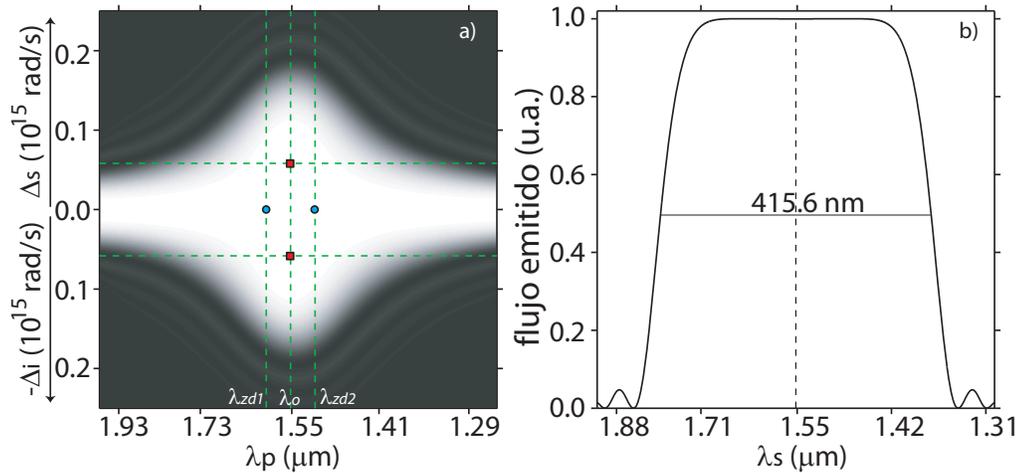


Figura 43. a) Función de empatamiento de fases para para la SIF considerada en la figura 41b). Los círculos azules indican los puntos de cero dispersión de la fibra y los cuadros rojos representan los puntos FGVM relacionados con ω_{GVM} . b) Espectro individual de fotones para $\omega_p = \omega_{GVM}$.

En la figura 43 se muestra el espectro individual de fotones (ver ecuación (36)) que resulta del proceso de SFWM cuando $\lambda_p = \lambda_{GVM}$, para una longitud de fibra $L = 0.5$ m. El ancho de banda de emisión (FWHM) que se obtiene en estas condiciones es de 415.6 nm. Este ancho de banda considerable, siendo además producido por un bombeo en el límite CW, conlleva a un grado de correlación espectral alto entre los modos señal y acompañante formando el estado de dos fotones. No obstante, la longitud de onda de bombeo λ_p , puede sintonizarse dentro del intervalo $1.436 \mu\text{m} < \lambda_p < 1.750 \mu\text{m}$, manteniendo un ancho de banda de emisión $\Delta\lambda \geq \Delta\lambda_{max}$, con $\Delta\lambda_{max} = 415.6$ nm. Una posible aplicación adicional para una fuente con estas características, es un amplificador paramétrico de banda ancha (Radic *et al.*, 2003).

Se ha visto entonces, que SFWM con campos satisfaciendo la condición de FGVM puede originar estados de dos fotones UBB en fibras ópticas con bajo contraste dieléctrico. Vale la pena mencionar que conforme Δ_n disminuye, el ancho de banda de emisión se incrementa, pero en este caso λ_{GVM} aumenta y en consecuencia el espectro de emisión se corre más hacia al infrarrojo, lo cual puede resultar inconveniente en muchas aplicaciones. En este sentido, la técnica expuesta en los párrafos anteriores no ofrece la posibilidad de generar estados de dos fotones con anchos de banda mucho mayores al obtenido para el caso de la figura 43, en las regiones espectrales de interés. Esto ha llevado al planteamiento de una nueva estrategia para el diseño de fuentes de parejas de fotones UBB basadas en fibras ópticas, la cual será presentada en la siguiente sección.

VI.4 Estados de dos fotones con un ancho de banda ultra-amplio en el régimen CW

El proceso de SFWM puede dar origen a estados de dos fotones con espectros caracterizados por un ancho de banda extraordinariamente extenso, incluso cuando un bombeo monocromático es usado como fuente de excitación. Esto puede hacerse posible al imponer ciertas restricciones sobre la dispersión de orden superior de la fibra. Aquí se considerará que el proceso de SFWM se produce en PCFs, las cuales como ya se ha mencionado ofrecen una gran flexibilidad para el control de sus propiedades dispersivas. Sin embargo, el análisis presentado es igualmente válido para fibras con perfil de índice escalonado. Se verá que en contraste con el método basado en la condición de FGVM, la técnica propuesta en esta sección conduce a anchos de banda de emisión mucho mayores, pero en este caso la emisión UBB ocurre a una longitud de onda de bombeo particular (para el caso DP), y cualquier desintonización a partir de ésta se verá reflejada en una reducción significativa del ancho de banda. Se ha enfatizado previamente que la emisión de un ancho de banda considerable compatible con un bombeo en el límite CW, da lugar a estados de dos fotones con un alto grado de correlación espectral. En virtud de esto, el tratamiento que se expone a continuación está restringido a campos de bombeo monocromáticos, los cuales pueden ser degenerados o no degenerados.

En la sección VI.3.1 se mostró que en el límite cuando $\sigma_{1,2} \rightarrow 0$, es posible obtener una expresión analítica cerrada de la función espectral conjunta, (87), la cual está dada en términos del desempatamiento de fases Δk_{cw} definido en la ecuación (88). En estas condiciones resulta conveniente escribir el estado cuántico generado por SFWM en la forma

$$|\Psi\rangle = |0\rangle_s |0\rangle_i + \kappa \int d\omega f(\omega) |\omega\rangle_s |\omega_1 + \omega_2 - \omega\rangle_i, \quad (89)$$

donde

$$f(\omega) = N \text{sinc}[L\Delta k_{cw,sing}(\omega)/2] \exp[iL\Delta k_{cw,sing}(\omega)/2], \quad (90)$$

con $\Delta k_{cw,sing}$ dado por

$$\begin{aligned} \Delta k_{cw,sing}(\omega) &= \Delta k_{cw}(\omega, \omega_1 + \omega_2 - \omega) = k(\omega_1) + k(\omega_2) - k(\omega) - \\ &k(\omega_1 + \omega_2 - \omega) - (\gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2). \end{aligned} \quad (91)$$

En la ecuación (89), $f(\omega)$ es tal que $|f(\omega)|^2$ representa el espectro individual de fotones (ver ecuación (36)), dado ahora como una expresión analítica cerrada. En la obtención de las expresiones anteriores no hubo necesidad de hacer ninguna aproximación sobre la constante de propagación. No obstante, al pretender analizar las propiedades de empataamiento de fases cerca de la frecuencia de cero dispersión de la fibra, resulta apropiado expresar $k(\omega)$ como una serie de Taylor centrada en $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$, incluyendo hasta los términos de cuarto orden en la expansión. De esto resulta que el desempataamiento de fases en la ecuación (88) se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \Delta k_{cw}^{(4)}(\delta_+, \delta_-) &= -(\gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2) + \delta k_0 + \frac{1}{2} \delta k_1 \delta_+ + \frac{1}{4(2!)} \delta k_2 \delta_+^2 + \\ &\frac{1}{8(3!)} [\delta k_3 \delta_+^3 - 6k^{(3)} \delta_+ \delta_-^2] + \frac{1}{16(4!)} [\delta k_4 \delta_+^4 - 2k^{(4)} (6\delta_+^2 - \delta_-^2) \delta_-^2], \end{aligned} \quad (92)$$

donde $\delta k_n = k_+^{(n)} + k_-^{(n)} - 2k^{(n)}$, con $k_{\pm}^{(n)}$ representando la n-ésima derivada en frecuencia de k evaluada en $\Omega_{\pm} = \omega_{zd} \pm (\omega_1 - \omega_2)/2$, y donde $k^{(n)}$ es la n-ésima derivada de k

evaluada en ω_{zd} . Aquí, se han definido desintonizaciones con respecto ω_{zd} , y definido nuevas variables dadas por la suma y diferencia de esas desintonizaciones

$$\begin{aligned}\delta_\mu &= \omega_\mu - \omega_{zd}, \quad \mu = s, i, 1, 2 \\ \delta_\pm &= \delta_s \pm \delta_i.\end{aligned}\tag{93}$$

Nótese que el término constante δk_0 , desaparece si dadas las frecuencias de bombeo ω_1 y ω_2 , $\Delta k = 0$ en $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$. Con ayuda de la ecuación (92) se pueden analizar las propiedades de empatamiento de fases en busca de las condiciones para la generación de estados UBB, en las dos configuraciones de bombeo.

VI.4.1 Propiedades de empatamiento de fases alrededor de la frecuencia de cero dispersión

En el caso de bombeos degenerados, se puede demostrar que la función de desempatamiento de fases está dada sólo por los términos de dispersión de tercer y cuarto orden. En este caso, la ecuación $\Delta k_{cw}^{(4)} = 0$, tiene una solución trivial (sólo en el límite de potencia despreciable) y una solución no-trivial formada por un contorno elíptico en el espacio de frecuencias generadas $\{\omega_s, \omega_i\}$. Una gráfica de la JSI en el caso de bombeos CW se obtiene al graficar el módulo cuadrado de la función de empatamiento de fases, $\text{sinc}[L\Delta k_{cw}]/2$ (ver ecuación (87)) y superponer sobre ésta el bombeo representado por una línea recta con pendiente unitaria negativa. De esta manera, los puntos de máxima generación se darán en la intersección del contorno $\Delta k_{cw} = 0$ y la función δ de Dirac del bombeo.

Teniendo en cuenta lo anterior, considérese la JSI presentada en la figura 44a), la cual corresponde a un estado de dos fotones generado en una PCF con $r = 0.49 \mu\text{m}$, $f = 0.6$

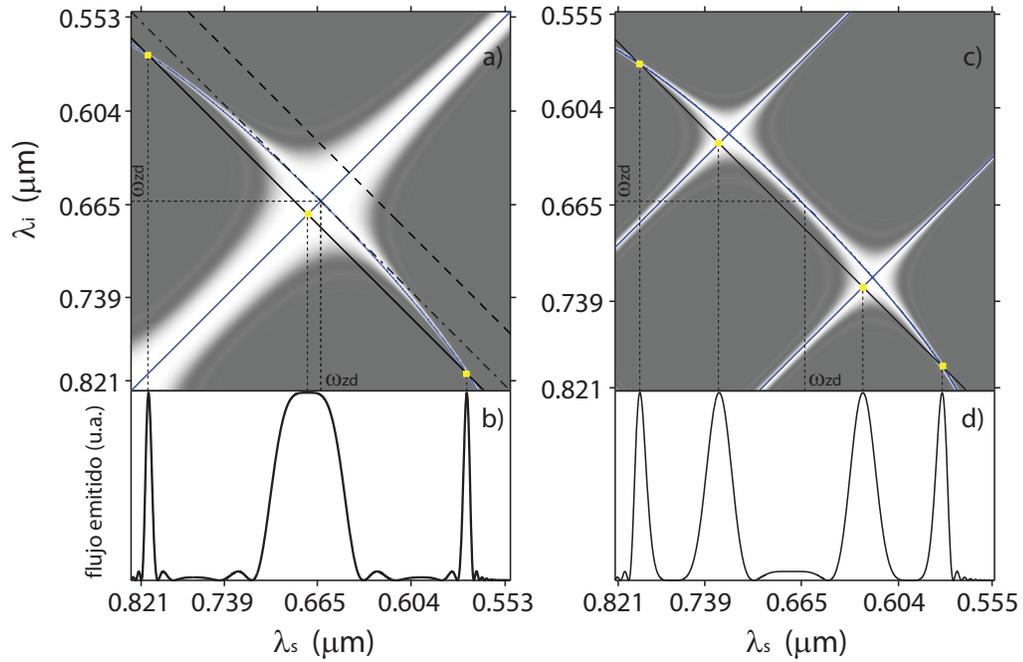


Figura 44. Representación de la JSI y el espectro individual de fotones en el régimen de bombeos CW. La fibra considerada es una PCF con $r = 0.49 \mu\text{m}$, $f = 0.6$. a) JSI obtenida para bombeos degenerados; b) espectro individual relativo a a). c) JSI obtenida con bombeos no-degenerados; d) espectro individual relativo a c).

y $L = 0.2$ m. La longitud de onda de cero dispersión de esta fibra es $\lambda_{zd} = 0.6625 \mu\text{m}$ y se ha considerado un bombeo con longitud de onda $\lambda_p = 0.672 \mu\text{m}$. Nótese que en este caso se ha ignorado el corrimiento de fases debido a SPM y XPM. En la figura, el fondo representa la función de empatamiento de fases (PM, por sus siglas en inglés); el bombeo está dado por la línea sólida negra y se ha superpuesto el contorno de PM perfecto en color azul. En la evaluación de esta figura se ha considerado la dispersión completa. La línea recta con pendiente unitaria en azul es la solución trivial de $\Delta k_{cw} = 0$, la cual se intersecta con la línea definida por la condición $\omega_1 + \omega_2 - \omega_s - \omega_1 = 0$, dando lugar a la generación del pico central en la figura 44b) (el espectro individual de fotones). Por otro lado, la curva azul es la rama no-trivial de $\Delta k_{cw} = 0$, la cual en la vecindad de ω_{zd} es una elipse. Lejos del punto de cero dispersión los términos de orden quinto

y superiores en la expansión de $k(\omega)$, contribuyen a degradar la forma elíptica del contorno de PM. Para el bombeo seleccionado, dos picos no-triviales son generados en frecuencias simétricamente desplazadas desde la frecuencia del bombeo. En el caso DP, el contorno no-trivial es independiente del bombeo y se puede apreciar en la figura 44a) que éste es tangente en el punto $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$ a una línea recta que es paralela a la función δ de Dirac del bombeo. Es posible demostrar a partir de la ecuación (92) que la curvatura en ese punto es proporcional a la razón $k^{(4)}/k^{(3)}$. Si la frecuencia del bombeo se hace coincidir con ω_{zd} , sólo el pico central es generado como puede verse en la figura, donde el bombeo es ahora representado por la línea segmentada punteada. Esto puede interpretarse como el traslape espectral perfecto entre las dos soluciones no-triviales. Finalmente, se puede ver, que para una frecuencia de bombeo mayor que ω_{zd} sólo es posible la emisión del pico correspondiente a la solución trivial, en el caso de la figura, la línea segmentada representa la función δ de Dirac del bombeo con $\lambda_p = 0.653 \mu\text{m}$.

De forma similar, en la figura 44c) se ha graficado la JSI obtenida en una configuración NDP con $\lambda_1 = 0.625 \mu\text{m}$ y $\lambda_2 = 0.727 \mu\text{m}$. Esto fue calculado para la misma fibra de la figura 44a). Las dos líneas azules con pendiente unitaria representan las soluciones triviales, mientras que la curva azul es el contorno no-trivial de $\Delta k_{cw} = 0$. Para las frecuencias de bombeo seleccionadas, el espectro individual de fotones (mostrado en la figura 44d)) consta de 2 picos triviales contenidos entre dos picos no-triviales, los cuales resultan de la intersección de $\Delta k_{cw} = 0$ con la δ de Dirac del bombeo, es decir la línea negra sólida en la figura. En este caso se cumple que $(\omega_1 + \omega_2) < 2\omega_{zd}$. En la situación opuesta se puede mostrar que son sólo las soluciones triviales son posibles, mientras que en la igualdad, $(\omega_1 + \omega_2) = 2\omega_{zd}$, los dos picos no-triviales convergen a uno sólo en el centro del espectro. En este caso, la δ de Dirac del bombeo es tangente al contorno no-trivial en el punto definido por $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$.

Es importante resaltar que en ambas configuraciones, DP y NDP, las relaciones entre ω_{zd} y las frecuencias de los bombeos, las cuales determinan la emisión de las soluciones triviales y las no triviales, son invertidas a las presentadas aquí, cuando cambia el sentido de la concavidad de la rama no-trivial de $\Delta k_{cw} = 0$, lo cual está asociado con el signo de la razón $k^{(4)}/k^{(3)}$. Del comportamiento mostrado en las figuras 44a) y c) se puede inferir que la generación de un ancho de banda ultra amplio, con bombeos en el límite CW, resulta de un traslape óptimo entre la δ de Dirac del bombeo y el contorno $\Delta k_{cw} = 0$. Al ser la función de bombeo una línea recta con pendiente unitaria negativa, lo anterior sugiere que es necesario orientar la curva de empatamiento de fases en la misma dirección de la δ y además minimizar (anular) su curvatura a lo largo del mayor número de componentes espectrales. Esto lleva al planteamiento de las siguientes condiciones para garantizar el mayor ancho de banda de emisión a partir del proceso de SFWM.

VI.4.2 Condiciones para la generación de parejas de fotones UBB

En esta sección se expone una estrategia para acondicionar el proceso de generación de parejas de fotones por medio de SFWM, de manera que la emisión sea de banda ancha ultra-amplia, cuando los bombeos (degenerados y no-degenerados) están en el régimen CW. La estrategia se basa en el cumplimiento de cuatro condiciones que son derivadas considerando niveles de potencia de bombeo despreciables. Estas condiciones recaen fundamentalmente sobre la función de empatamiento de fases, dado que es necesario que el contorno $\Delta k_{cw} = 0$, en el espacio de frecuencias de generación, se traslape con la función δ de bombeo. Suponiendo que la emisión de banda ancha está centrada en

las frecuencias señal y acompañante $\{\omega_{so}, \omega_{io}\}$ es preciso que:

- i) Se cumpla empatamiento de fases perfecto a esas frecuencias. Es decir, $\Delta k_{cw}(\omega_{so}, \omega_{io}) = 0$.
- ii) Estas frecuencias deben satisfacer la condición de conservación de energía. Esto implica que la función δ de Dirac de bombeo debe contener estas frecuencias.
- iii) El contorno de $\Delta k_{cw} = 0$, el cual contiene las frecuencias $\{\omega_{so}, \omega_{io}\}$, debe ser paralelo al eje δ_- (ver ecuación (93)). Esto quiere decir que la curva de empatamiento de fases perfecto debe ser paralela a la función δ de Dirac del bombeo. Se puede demostrar que este criterio de orientación es reunido por todos los pares de frecuencia degeneradas $\omega_{so} = \omega_{io}$, las cuales están contenidas en la línea $\delta_- = 0$. La condición $\delta_- = 0$ implica que δ_+ también debe ser nulo con tal que la condición i) se satisfaga (ver ecuación (92)). Esto conduce a que la emisión debe estar centrada en la frecuencia de cero dispersión. Ahora bien, $\delta_- = 0$ y $\delta_+ = 0$ exigen que $\delta_{p+} = \delta_1 + \delta_2 = 0$ para garantizar que la condición ii) se cumpla. Esta última restricción ($\delta_{p+} = 0$) proporciona dos posibles alternativas para obtener empatamiento de fases perfecto en $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$. A) Bombeos degenerados, es decir $\omega_1 = \omega_2 = \omega_{zd}$ y B) Bombeos no-degenerados relacionados a través de $\omega_2 = 2\omega_{zd} - \omega_1$, es decir bombeos simétricamente desplazados con respecto a la frecuencia de cero dispersión.
- iv) Finalmente, es necesario que la curvatura de $\Delta k_{cw} = 0$ desaparezca en $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$. Para el caso de la ecuación (92) se puede demostrar que la curvatura en este punto está dada por la relación $C = |k^{(4)}/12k^{(3)}|$. De manera que si el coeficiente de dispersión de cuarto orden se anula en el punto de cero dispersión de la fibra,

$\Delta k_{cw}^{(4)} = 0$ viene a ser una línea recta la cual se traslapa perfectamente con la δ de Dirac del bombeo, si además se cumplen las condiciones i)-iii). En una situación realista sin embargo, términos de orden superior en la dispersión adicionarán curvatura al contorno de PM, limitando el ancho de banda generado por SFWM. Resulta que las condiciones i)-iii) se pueden reunir para cualquier fibra. Estas determinan la frecuencia de emisión central y las frecuencias de bombeo a las cuales se obtiene el ancho de banda SFWM óptimo para una fibra particular. En contraste la condición iv) es un requisito que no se cumple para todas las fibras, de manera que ésta establece un criterio de selección en los parámetros de diseño de la fibra. Explorando en el espacio $\{r, f\}$ disponible para PCFs, se ha encontrado que para cada valor de f existe un radio al cual $k^{(4)}(\omega_{zd}) = 0$. Para una fibra en la cual se satisface el criterio de curvatura cero en el punto de cero dispersión, la selección apropiada de frecuencias de bombeo permitirá la generación de estados de dos fotones UBB.

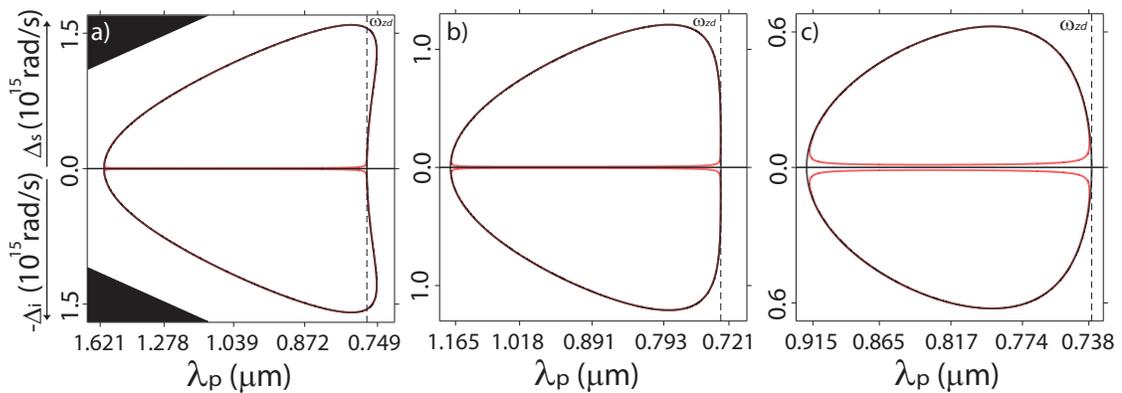


Figura 45. Contornos de PM para PCFs con $f = 0.5$. a) $r = 0.9023 \mu\text{m}$. b) $r = 0.7059 \mu\text{m}$. Para este valor de r , $k^{(4)} = 0$ en λ_{zd} . c) $r = 0.5953 \mu\text{m}$. Las curvas rojas corresponden a los contornos para $P = 5 \text{ W}$, mientras que las curvas en negro representan los contornos en el límite de baja potencia.

En la figura 45 se muestran los contornos de empatamiento de fases para PCFs con $f = 0.5$, cuando se considera SFWM con bombeos degenerados. Los tres paneles corresponden a valores del radio de núcleo diferentes: a) $r = 0.9023 \mu\text{m}$ y en este caso $k^{(4)}(\omega_{zd}) > 0$; b) $r = 0.7059 \mu\text{m}$ y para este valor del radio se cumple que $k^{(4)}(\omega_{zd}) = 0$; c) $r = 0.5953 \mu\text{m}$, resultando en que $k^{(4)}(\omega_{zd}) < 0$. En cada uno de los paneles se ha señalado la frecuencia de cero dispersión, evidenciando que en todos los casos las condiciones i)-iii) se satisfacen. Es claro sin embargo, que la curva de empatamiento de fases es una línea recta, en la vecindad de la frecuencia de cero dispersión, sólo para la fibra correspondiente al panel b). Allí se puede ver que incluso un bombeo monocromático a la frecuencia de cero dispersión, es capaz de generar parejas de fotones con un ancho de banda considerable. Nótese que a pesar de que $k^{(4)}(\omega_{zd}) = 0$, la curva de PM discrepa de la línea recta que la caracteriza cerca de $\omega_s = \omega_i = \omega_{zd}$, en las frecuencias que están alejadas del punto de cero dispersión. Esto se debe a que en esas frecuencias la aproximación a cuarto orden en Δk deja de ser válida. Son los términos de dispersión de orden 5 y superiores los responsables de limitar el ancho de banda que se puede generar. Al igual que en el caso de los estados de dos fotones UBB preparados bajo la condición de FGVM, los espectros obtenidos a través del método descrito en esta sección, serán más anchos en fibras ópticas con bajo contraste dieléctrico. Cuando f es pequeño la contribución de la guía de onda a la dispersión se minimiza, facilitando que los coeficientes de dispersión de orden superior no varíen significativamente con la frecuencia y en consecuencia $\Delta k = 0$ a lo largo de un rango espectral mayor.

En la figura 46a) se muestran las gráficas del ancho de banda de emisión como función del radio de la fibra para diferentes valores de la fracción de llenado, considerando que $L = 0.25$ m y que el proceso de SFWM es producido en la configuración DP. Los anchos de banda (FWHM) fueron medidos a partir de los espectros individ-

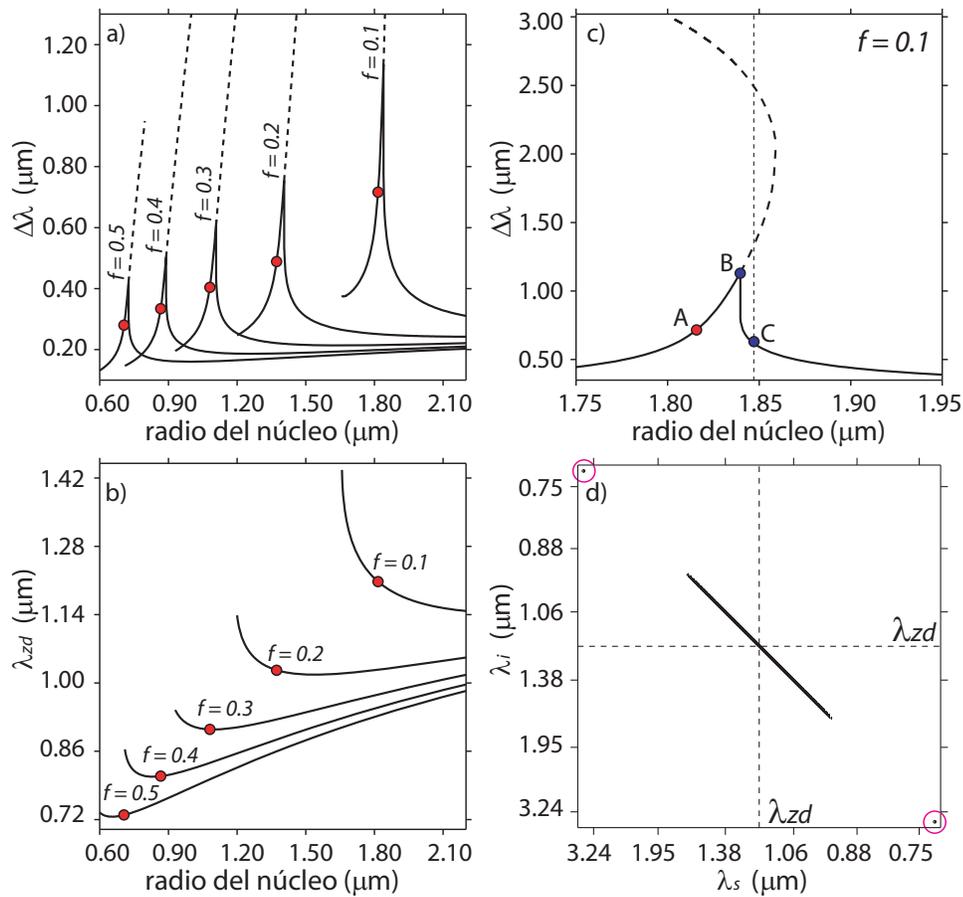


Figura 46. a) Ancho de banda de emisión como función r y f . b) Longitud de onda de cero dispersión correspondiente para cada geometría de fibra considerada en a). Los puntos rojos en a) y b) indican el valor del radio para el cual la dispersión de cuarto orden es nula en el punto de cero dispersión. c) Igual que a) pero sólo para $f = 0.1$. d) JSI obtenida en el punto A señalado en c).

uales calculados con ayuda de la ecuación (90). Sobre cada curva se ha señalado el radio para el cual $k^{(4)}(\omega_{zd}) = 0$ con un círculo rojo. Se puede apreciar que conforme f se disminuye, los anchos de banda de emisión se incrementan. Paralelamente en la figura 46b) se presenta la longitud de onda de cero dispersión para los mismos valores de f y r en el panel a). Hay que recordar que la emisión de banda ancha está centrada en ω_{zd} . Igualmente, en esta figura los círculos rojos indican el valor del radio para el cual $k^{(4)}$ se anula en el punto de cero dispersión. Nótese que conforme f disminuye el

punto de cero dispersión y por ende la frecuencia central de emisión, se corren hacia el infrarrojo. Sin embargo, se observa que aún en la región visible es posible la generación de parejas de fotones con anchos de banda ultra-amplios. Una vez más, de las figuras 46a) y b) se puede apreciar la enorme flexibilidad ofrecida por las PCF para acondicionar el procesado de generación de parejas de fotones por medio SFWM. No obstante, hay que resaltar que fibras con menor contraste dieléctrico (como en SIF) ofrecen la posibilidad de emitir espectros con anchos de banda mucho mayor.

En la figura 46a) las líneas sólidas corresponden al ancho de banda de emisión central del espectro generado. Típicamente, la generación de parejas de fotones centradas en ω_{zd} se caracteriza porque los espectros emitidos constan de una banda central extensa y uno o varios pares de picos satélites, simétricamente desplazados desde la banda central. Esto puede observarse, por ejemplo, en la figura 46d), la cual corresponde a la JSI obtenida para $f = 0.1$ cuando el radio de la fibra es tal que $k^{(4)}(\omega_{zd}) = 0$ (punto A en la figura 46c)). En este caso, se nota la generación de una banda central con un ancho de banda ultra-amplio y un par de picos satélites alejados del centro del espectro, los cuales han sido resaltados con las circunferencias rosadas sobre la figura. En este caso, el flujo emitido entre la banda central y los picos satélites es cero. Sin embargo, puede suceder que estos picos se traslapen con la banda de emisión central, de manera que los valles entre ellos ya no caen a cero. En esta situación se tendría un sólo modo de emisión. En virtud de esto, el ancho de banda correspondiente a las líneas sólidas en la figura 46a) corresponde a casos en los cuales los valles entre los picos satélites y el modo de emisión central no cae por debajo de 0.5 del valor máximo. Al contrario, el ancho de banda indicado por las líneas segmentadas es medido a partir de las pendientes más externas asociadas con los picos satélites. En la figura 46c) se ha desplegado la curva completa para $f = 0.1$. En ésta se puede apreciar, que hay valores de r para los cuales

en efecto hay dos pares de picos satélites alrededor del modo de emisión central, como es el caso del punto C marcado en la figura con un círculo azul.

En este punto es conveniente mencionar que las dos configuraciones de bombeo que permiten la generación de parejas de fotones UBB centradas en ω_{zd} (a saber DP, con $\omega_p = \omega_{zd}$ y NDP tal que $\omega_2 = 2\omega_{zd} - \omega_1$), conducen en efecto al mismo estado de dos fotones. Esto se debe a que siempre que se satisfaga la condición de empatamiento de fases en $\omega_{so} = \omega_{io} = \omega_{zd}$, se puede demostrar que $\Delta k_{cw,sing}^{NDP}(\omega) = \Delta k_{cw,sing}^{DP}(\omega)$, $\Delta k_{cw,sing}$ definido en la ecuación (91). En consecuencia ambas configuraciones conllevan al mismo espectro individual (dado por la ecuación (90)), y por consiguiente al mismo estado de dos fotones, como puede comprobarse al reemplazar la ecuación (90) en la ecuación (89). Esto se constituye en una propiedad muy interesante del proceso de SFWM cuando la generación de fotones señal y acompañante se dá en el punto de cero dispersión de la fibra y se verá más adelante que ésta puede contribuir a un efecto de interferencia cuando la fibra es bombeada simultáneamente en las configuraciones DP y NDP. Aclarado este aspecto, se debe notar entonces que los resultados resumidos en las figuras 46a) y c) (evaluados considerando bombeos DP), pudieron ser igualmente obtenidos en la configuración de NDP, con frecuencias simétricamente desplazadas desde ω_{zd} . Así no es difícil ver que las frecuencias centrales de los picos satélites en los espectros generados, representan alternativas de bombeos en la configuración NDP para la emisión del mismo estado de dos fotones.

Otro aspecto relevante en la figura 46a) es que el ancho de emisión máximo no se dá precisamente al valor del radio para el cual $k^{(4)}(\omega_{zd}) = 0$. Para todos los valores de f , $\Delta\lambda_{max}$ se obtiene para un radio que es ligeramente mayor que $r_{k^{(4)}=0}$. Esto es debido a la influencia de términos dispersivos de orden superior. En particular, un pequeño grado de curvatura, relativo a $k^{(4)}(\omega_{zd}) \neq 0$, puede incrementar el ancho de

banda generado, si $k^{(4)}$ y $k^{(6)}$ tienen signos opuestos. Para $f = 0.1 \Delta\lambda_{max}$ se obtiene en el punto denotado como B en la figura 46c), allí puede verse que el ancho de banda del modo de emisión central es varios cientos de nanómetros mayor que el ancho de banda que se obtiene en el punto A ($r_{k^{(4)}=0}$). A continuación serán presentados los espectros obtenidos para las tres geometrías de fibras correspondientes a los puntos A, B y C en la figura 46c).

VI.4.3 Diseños experimentales específicos de estados de dos fotones UBB

En esta sección se describen tres fuentes de parejas de fotones UBB, que pueden ser implementadas experimentalmente. Para esto se ha considerado el menor valor de f permitido por el método de índice escalonado para modelar la dispersión de las PCFs. Es preciso recordar que en fibras con menor contraste dieléctrico es posible generar estados de dos fotones con anchos de banda mayor a los obtenidos para $f = 0.1$, sin embargo la frecuencia de emisión central en esos casos estará corrida hacia el infrarrojo. Los tres diseños de fuentes son implementados en las fibras etiquetadas como A, B y C en la figura 46c). Los parámetros considerados en todos los casos son $L = 0.25$ m, $P = 5$ W, $\gamma = 70 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$, y se ha supuesto un ancho de banda de bombeo $\sigma = 50$ MHz. La función espectral conjunta se evaluó numéricamente a partir de la ecuación (34) y el espectro individual de fotones se obtuvo mediante la ecuación (36). Los espectros individuales generados en cada caso son presentados en la figura 47.

La figura 47a) corresponde al estado de dos fotones generado en la geometría de fibra etiquetada como A en la figura 46c), la cual corresponde al radio para el cual el coeficiente de dispersión de cuarto orden desaparece en ω_{zd} , $r = 1.8162 \mu\text{m}$. El punto

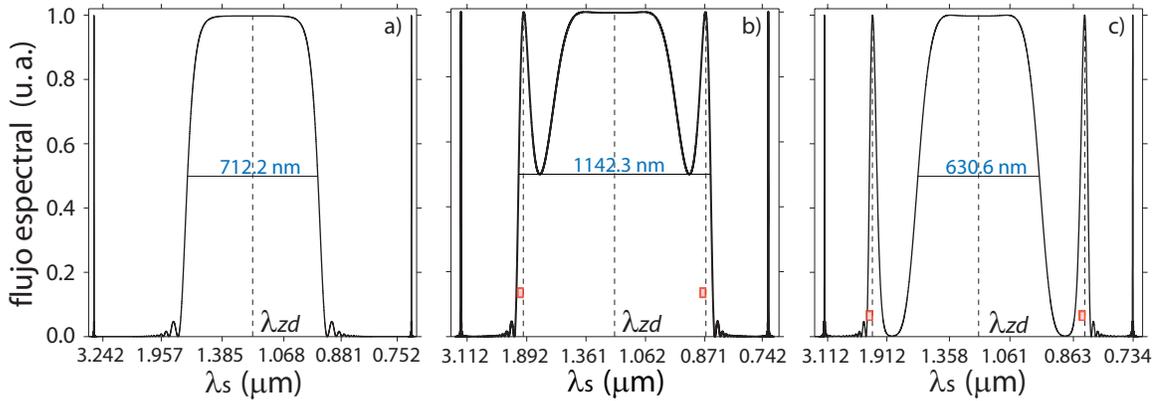


Figura 47. Espectro individual de fotones obtenidos por SFWM en PCF con $f = 0.1$. a) $r = 1.8162 \mu\text{m}$, punto A en la figura 46c). b) $r = 1.8402 \mu\text{m}$, punto B en la figura 46c). c) $r = 1.8471 \mu\text{m}$, punto C en la figura 46c).

de cero dispersión de esta fibra y en consecuencia la frecuencia de emisión central es $\lambda_{zd} = 1.2076 \mu\text{m}$. En este caso se observa que el espectro individual consta de una banda de emisión central significativamente ancha, $\Delta\lambda = 712.2 \text{ nm}$, y un par de picos satélites alejados considerablemente del espectro central. Dada la simetría entre los regímenes DP y NDP este espectro emitido puede originarse al bombear la fibra con luz a la frecuencia de cero dispersión o eligiendo uno de los pares de frecuencias que satisfaga simultáneamente la relación $\omega_2 = 2\omega_{zd} - \omega_1$ y la condición de conservación de momento $\Delta k = 0$, las cuales pueden ser, particularmente, las frecuencias centrales de los picos satélites. Nótese que el par de frecuencias NDP también puede ser escogido dentro del ancho de banda de emisión central, el cual de hecho determina un continuo de posibles pares NDP para la generación del mismo estado de dos fotones. Un estado de dos fotones con este ancho de banda UBB conduce a un grado de enlazamiento espectral muy grande, el cual puede ser cuantificado a través del número de Schmidt. Aquí se ha estimado que para esta fuente $K > 1.7 \times 10^3$. Por otro lado, este ancho de banda de generación grande (relacionado al modo de emisión central) proporciona un tiempo de correlación pequeño, $\tau = 3.4 \text{ fs}$, el cual es calculado como el ancho de la

distribución de diferencias en tiempo de emisión entre los modos señal y acompañante.

Considérese ahora el espectro mostrado en la figura 47b), el cual es obtenido para la fibra en que se obtiene $\Delta\lambda_{max}$ correspondiente a $f = 0.1$ (punto B en la figura 46c), $r = 1.8402 \mu\text{m}$). En este caso, la longitud de onda central de los modos señal y acompañante generados es $\lambda_{so} = \lambda_{io} = \lambda_{zd} = 1.1987 \mu\text{m}$. Se puede apreciar que el espectro exhibe dos pares de picos satélites, uno de los cuales junto con la banda central, forman un sólo modo de emisión con un ancho de banda extraordinariamente amplio, $\Delta\lambda = 1142.3 \text{ nm}$. Al igual que el caso anterior, este mismo espectro se puede generar en las configuraciones DP y NDP. En el caso NDP, además de las frecuencias centrales de los picos satélites, hay todo un continuo de posibles pares de frecuencias que darán lugar al mismo estado de dos fotones, las cuales están contenidas en el modo de emisión central. Esta propiedad ofrece una significativa ventaja de implementación. En el caso DP dado que los modos señal y acompañante están traslapados con el bombeo, además de la complejidad asociada con la separación de los fotones de bombeo, existe una gran contaminación por efecto Raman. En alternativa, la selección de un par de frecuencias NDP, satisfaciendo las condiciones i)-iv) de la sección VI.4.2, para las cuales el ancho de banda de ganancia Raman esté lo suficientemente alejado del modo de emisión principal, representa la mejor opción para obtener un estado de dos fotones UBB libre de fotones Raman. Una fuente de estados de dos fotones con estas características tiene un ancho de banda fraccional de 0.79 (definido como la razón entre el ancho de banda generado y la frecuencia central de emisión, $\Delta\omega/\omega$) y proporciona un tiempo de correlación $\tau = 2.5 \text{ fs}$.

Finalmente, en la figura 47c) se muestra el espectro individual obtenido para la fibra etiquetada como C en la figura 46c). Ésta corresponde al radio de núcleo más pequeño para el cual los picos satélites están bien definidos, $r = 1.8471 \mu\text{m}$. Se observa

que de hecho en este caso, hay dos pares de picos satélites. La longitud de onda de cero dispersión de esta fibra y en consecuencia la frecuencia de emisión central es $\lambda_{zd} = 1.1964 \mu\text{m}$. Una banda de emisión principal considerablemente ancha es generada en esta geometría, $\Delta\lambda = 630.6 \text{ nm}$, lo cual corresponde a un ancho fraccional de 0.495 y a un tiempo de correlación $\tau = 4.1 \text{ fs}$. Al igual que en el caso de la figura 47b), se ha marcado sobre el espectro, el ancho de banda correspondiente a la ganancia Raman (rectángulos rojos a la izquierda de las frecuencias centrales), cuando los pares de frecuencias NDP se hacen coincidir con las frecuencias centrales de los picos satélites interiores. Esto revela que en esta configuración toda la banda de emisión principal está considerablemente alejada de la influencia Raman, haciendo de éste diseño una alternativa conveniente para la generación de estados de dos fotones UBB.

VI.4.4 Interferencia cuántica en SFWM

En la sección VI.4.2 se mostró que las dos configuraciones de bombeo para las cuales resulta posible generar parejas de fotones SFWM con ancho de banda ultra-amplio, producen estados de dos fotones que son indistinguibles. Esto puede conducir a un efecto de interferencia cuando la fibra es bombeada simultáneamente en los regímenes de DP y NDP, sujetos al cumplimiento de las condiciones i)-iii) detalladas anteriormente y en la cuales se ha garantizado la coherencia entre las frecuencias involucradas. Debido a que un par de fotones específico puede ser creado por cualquiera de los mecanismos indistinguibles, la interferencia resulta cuando se varía la fase relativa entre los dos conjuntos de frecuencias de bombeo (DP y NDP). Esta interferencia es tal que los dos caminos indistinguibles pueden interferir destructivamente suprimiendo la emisión de parejas de fotones, o bien pueden interferir constructivamente, de manera que la

variación de la fase relativa proporciona una modulación sinusoidal de la tasa de emisión resultante.

Para verificar estas afirmaciones, se ha supuesto un experimento en el cual el bombeo está formado por tres bandas espectrales angostas (por ejemplo, con forma rectangular), las cuales están centradas a las frecuencias que definen los regímenes DP y NDP. Es necesario garantizar que ambas configuraciones produzcan la misma JSI y además la misma tasa de emisión, lo cual viene a ser posible si las tres bandas espectrales tienen el mismo ancho de banda y si por ejemplo, la amplitud DP es $\sqrt{2}$ veces mayor que la amplitud de los campos correspondientes para la configuración NDP, esto se puede representar como

$$\alpha(\omega) = \alpha_0[\text{rect}(\omega_{NDP,1}; \delta\omega) + \sqrt{2}e^{i\theta}\text{rect}(\omega_{DP}; \delta\omega)\text{rect}(\omega_{NDP,2}; \delta\omega)], \quad (94)$$

donde $\delta\omega$ es el ancho de banda para cada componente espectral, θ es la fase relativa entre las dos configuraciones de bombeo y $\text{rect}(x, \delta_x)$ es la función rectángulo la cual es igual a la unidad para $-\delta_x/2 < x < \delta_x/2$ y cero por fuera de ese intervalo. En el límite CW ($\delta\omega \rightarrow 0$), cada banda espectral se puede representar por una función δ de Dirac y en ese caso, es posible demostrar con ayuda de la ecuación (87), que la JSA resultante está dada por

$$F(\omega_s, \omega_i) = N' e^{i\theta} \cos \theta F_{DP}(\omega_s, \omega_i), \quad (95)$$

donde $F_{DP}(\omega_s, \omega_i)$ representa la JSA obtenida en cualquiera de los regímenes, DP ó NDP, la cual bajo la suposición de que las condiciones i)-iii) de la sección VI.4.2 se cumplen, son idénticas. N' representa una constante de normalización. Es oportuno resaltar que la naturaleza no lineal del proceso de generación de parejas de fotones

implica que el período asociado con la curva de interferencia es π . También es necesario recordar que este efecto de interferencia es válido en el límite CW para el cual los procesos de generación basados en las configuraciones DP y NDP conducen a la misma salida.

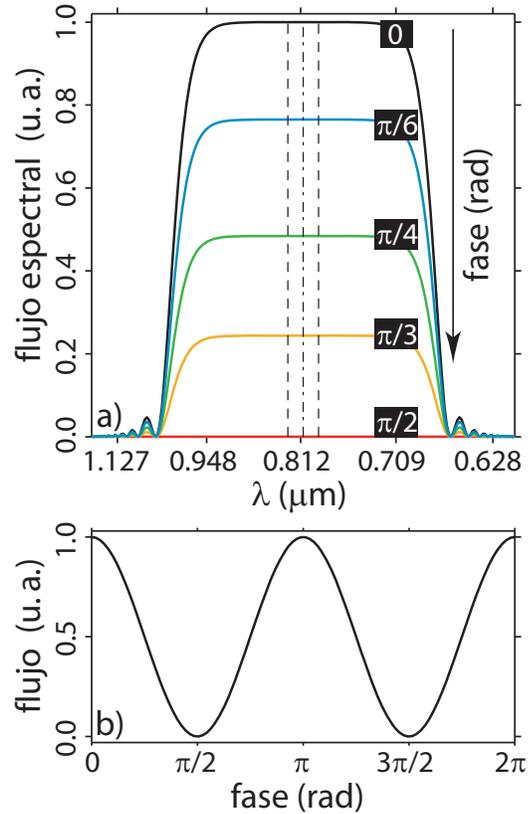


Figura 48. Interferencia cuántica en SFWM. a) Espectros individuales de emisión para diferentes valores del ángulo de fase. b) Flujo total emitido como función de la diferencia de fases entre las configuraciones de bombeo DP y NDP.

A manera de ejemplo, se considera una fuente de dos fotones implementada en una PCF con $f = 0.4$ y $r = 0.8658 \mu\text{m}$, la cual tiene una longitud de onda de cero dispersión $\lambda_{zd} = 0.8089 \mu\text{m}$. Las condiciones i)-iii) las cuales garantizan la indistinguibilidad de los procesos, se cumplen para la configuración DP con $\lambda_{DP} = 0.8089 \mu\text{m}$, y también para un conjunto discreto de frecuencias NDP con $\lambda_{NDP,1} = 0.7904 \mu\text{m}$ y $\lambda_{NDP,2} = 0.8283 \mu\text{m}$. La fuente ha sido diseñada tal que las tres frecuencias (las cuales tienen

que ser mutuamente coherentes), puedan ser obtenidas del espectro de banda ancha de los pulsos emitidos por un láser de Ti:Zafiro. En la figura 48a) se muestran los espectros individuales, calculados numéricamente a partir de las ecuaciones (34 y 36), que se obtienen para diferentes valores del ángulo de fase. En este caso se ha supuesto que la potencia y el ancho de banda de los bombeos son $P = 5 \text{ W}$ y $\Delta\lambda = 0.5 \text{ nm}$, respectivamente. Nótese que cuando θ se incrementa de 0 a $\pi/2$ la amplitud del espectro de emisión se reduce hasta desaparecer para $\theta = \pi/2$. Igualmente, en la figura 48b) se muestra el flujo total emitido como función de θ , lo cual evidencia la modulación sinusoidal del flujo emitido tal como era esperado.

A partir de los resultados expuestos en esta sección se puede concluir que el proceso de SFWM puede dar origen a la emisión de estados de dos fotones con un ancho de banda excepcionalmente grande, en un número considerable de configuraciones de bombeo DP y NDP. Por otro lado, la ventaja adicional de que los dos regímenes de bombeo pueden producir el mismo estado, favorece a que el ancho de banda de emisión principal esté alejado de la influencia del efecto Raman, cuando un par de frecuencias NDP es usado para realizar el proceso de generación. También fue evidente que las PCFs constituyen un medio más que favorable para la preparación de estados de dos fotones UBB en diferentes regiones espectrales.

Capítulo VII

Conclusiones

El desarrollo de la investigación reportada en esta tesis condujo al logro de los objetivos que se plantearon desde su inicio. Se hizo un estudio teórico del proceso de generación de estados de dos fotones en fibras ópticas, especialmente en fibras de cristal fotónico. En fibras ópticas, parejas de fotones enlazados son producidas por el proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo, el cual puede manifestarse en diferentes configuraciones. El análisis llevado a cabo estuvo restringido a los casos en los cuales los campos involucrados tienen la misma polarización y se propagan a lo largo de la fibra en el modo fundamental. Específicamente, se estudiaron las propiedades de correlación espectral de las fuentes de parejas de fotones, esto con el fin de encontrar condiciones que favorecieran el diseño de estados de dos fotones con grados de correlación acondicionados para aplicaciones particulares. Además de comprender el proceso de SFWM, fue preciso estudiar las características de dispersión de las fibras. La dispersión gobierna las propiedades de empaquetamiento de fases y además determina el grado de correlación espectral de los estados de dos fotones. Un resultado importante de esta investigación es que en fibras ópticas es posible generar estados en una amplia gama de regímenes de correlación espectral.

A continuación se detallarán las principales conclusiones derivadas del estudio teórico sobre la emisión de estados de dos fotones en fibras ópticas:

- En fibras ópticas es posible preparar estados de dos fotones con grados de correlación espectral que van desde estados factorizables, libres de correlación, hasta

estados exhibiendo un grado alto de correlación espectral. Estos estados se pueden producir en ambas configuraciones de bombeo: degenerados y no-degenerados y en diferentes regiones espectrales. Fundamentalmente, en una misma fibra es posible obtener estados con diferentes grados de correlación, lo cual es controlado por las frecuencias de bombeo. En este sentido la PCFs se constituyen en una herramienta muy importante, dado que la flexibilidad en sus parámetros de diseño se traduce en una flexibilidad para controlar el proceso de generación de estados de dos fotones.

- Fue posible derivar expresiones analíticas cerradas de la función espectral conjunta, lo cual permitió entender la física subyacente en el proceso de generación, que da lugar a la emisión de parejas de fotones con un grado de correlación particular. Se propusieron tres técnicas diferentes para acondicionar las propiedades espectrales de las parejas de fotones, cada una proporcionando estados importantes para muchas aplicaciones. En particular, se determinaron condiciones para la generación de estados de dos fotones factorizables y de estados con un ancho de banda ultra-amplio, los cuales presenta un alto grado de correlación espectral.
- Mediante el método de empatamiento de velocidades de grupo se mostró que es posible generar estados de dos fotones factorizables simétricos y asimétricos, cuando se cumple cierta condición sobre las velocidades de grupo de los campos de bombeo y de los fotones señal y acompañante. Particularmente, la generación de un estado de dos fotones factorizable simétrico resulta cuando las velocidades de grupo de los fotones generados están simétricamente desplazadas con respecto a la velocidad de grupo del bombeo, si además las funciones de envolvente espectral del bombeo y de empatamiento fases tienen el mismo ancho de banda sobre el

espacio de frecuencias de generación.

- Se encontró que es posible la generación de parejas de fotones bajo la condición de empatamiento completo de velocidades de grupo, lo cual quiere decir que tanto el bombeo como los fotones generados se propagan a la misma velocidad de grupo al interior de la fibra. En esta condición, el proceso de generación puede ser diseñado para obtener una fuente de parejas de fotones cuasi-factorizable, de banda angosta y con una brillantez alta. Lo anterior es posible cuando se satisface cierta condición sobre los coeficientes de dispersión de segundo orden. También se demostró que bajo la condición de FGVM se pueden generar estados de dos fotones con ancho de banda ultra-amplio.
- En el régimen de bombeo de onda continua el proceso de SFWM puede originar estados de dos fotones con un ancho de banda excepcionalmente extenso, tanto en la configuración DP como en la NDP. En efecto, cuando se reúnen las condiciones para un ancho de banda de emisión grande, estos procesos producen el mismo estado de dos fotones. La emisión de parejas de fotones de banda ancha es posible cuando las frecuencias centrales de los paquetes de onda uni-fotónicos señal y acompañante coinciden con la frecuencia de cero dispersión de la fibra. Además, las frecuencias de los bombeos deben ser tales que las condiciones de energía y momento se satisfagan completamente en esa frecuencia. Estas restricciones garantizan el ancho de banda óptimo que se puede esperar en una fibra dada. Sin embargo, para un contraste dieléctrico definido, un ancho de banda UBB será emitido en fibras para las cuales el coeficiente de dispersión de cuarto orden es nulo en el punto de cero dispersión. Se demostró que en el límite CW, la indistinguibilidad de los procesos de SFWM (en las condiciones para la generación

de espectros UBB) en las configuraciones de DP y NDP, puede dar origen a un efecto de interferencia cuando se varía la fase relativa entre ellas.

- Se calculó la tasa de emisión de fotones para el proceso de SFWM co-polarizado. Fue posible derivar, bajo ciertas aproximaciones, expresiones analíticas de la tasa de emisión, las cuales permitieron analizar la dependencia del flujo emitido con parámetros tales como la longitud de la fibra, la potencia y la duración de los pulsos. Tal como era de esperarse, la tasa de emisión tiene una dependencia cuadrática con la potencia de bombeo, ya sea que el proceso sea producido mediante una configuración DP ó NDP. En contraste, la dependencia con la longitud de la fibra y la duración de los pulsos tiene un comportamiento diferente para cada configuración de bombeo. En el caso de SFWM con bombeos degenerados el flujo emitido varía linealmente con la longitud de la fibra, mientras que el caso de NDP la diferencia de velocidades de grupo entre los bombeos limita la longitud de fibra en la cual éstos se traslapan para dar lugar a la emisión de parejas de fotones. En virtud de esto, una gráfica del flujo emitido en términos de la longitud, exhibirá un comportamiento de saturación a partir de una longitud de fibra definida como longitud efectiva. Una situación similar se presenta cuando se consideran variaciones en la duración del pulso o equivalentemente en el ancho de banda de los mismos.
- Finalmente, vale la pena mencionar que los tratamientos presentados aquí, pueden ser fácilmente extendidos al caso de SFWM con campos teniendo diferentes estados de polarización. Por otro lado, se espera que estos resultados conlleven a la implementación de fuentes de dos fotones con propiedades de correlación espectral que son requeridas para aplicaciones particulares en procesamiento de infor-

mación cuántica. De hecho, fuentes de dos fotones factorizables basadas en fibras ópticas han sido recientemente desarrolladas por grupos independientes (Cohen *et al.*, 2009; Halder *et al.*, 2009), tomando en cuenta algunos de los resultados contenidos en los artículos derivados de esta tesis.

Referencias

- Agrawal, G. P. (2007). *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, New York, cuarta edición. 521 pp.
- Ali-Khan, I., Broadbent, C. J., y Howell, J. C. (2007). Large-alphabet quantum key distribution using energy-time entangled bipartite states. *Phys. Rev. Lett.*, **98**: 060503.
- Alibart, O., Fulconis, J., Wong, G. K. L., Murdoch, S. G., Wadsworth, W. J., y Rarity, J. G. (2006). Photon pair generation using four-wave mixing in a microstructured fibre: theory versus experiment. *New J. of Phys.*, **8**: 67.
- Artiglia, M., Coppa, G., Di Vita, P., Potenza, M., y Sharma, A. (1989). Mode field diameter measurements in single-mode optical fibers. *J. Lightwave Technol.*, **7**: 1139–1152.
- Aspelmeyer, M., Böhm, H. R., Gjatso, T., Jennewein, T., Kaltenbaek, R., Lindenthal, M., Molina-Terriza, G., Poppe, A., Resch, K., Taraba, M., Ursin, R., Walther, P., y Zeilinger, A. (2003). Long-distance free-space distribution of quantum entanglement. *Science*, **301**: 621–623.
- Banaszek, K., U'Ren, A. B., y Walmsley, I. A. (2001). Generation of correlated photons in controlled spatial modes by downconversion in nonlinear waveguides. *Opt. Lett.*, **26**: 1367–1369.
- Bennett, C. H. y Shor, P. W. (1998). Quantum information theory. *IEEE Trans. Info. Theory*, **44**: 2724–2742.
- Birks, T. A., Knight, J. C., y Russell, P. S. J. (1997). Endlessly single-mode photonics crystal fiber. *Opt. Lett.*, **22**: 961–963.
- Bonfrate, G., Pruneri, V., Kazansky, P. G., Tapster, P., y Rarity, J. G. (1999). Parametric fluorescence in periodically poled silica fibers. *Appl. Phys. Lett.*, **75**: 2356–2358.
- Born, M. y Wolf, E. (1999). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, Cambridge, séptima edición. 952 pp.
- Bouwmeester, D., Pan, J.-W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H., y Zeilinger, A. (1997). Experimental quantum teleportation. *Nature*, **390**: 575–579.
- Boyd, R. W. (2003). *Nonlinear Optics*. Academic Press, New York, segunda edición. 571 pp.

- Brainis, E. (2009). Four-photon scattering in birefringent fibers. *Phys. Rev. A*, **79**: 023840.
- Carrasco, S., Nasr, M. B., Sergienko, A. V., Saleh, B. E. A., Teich, M. C., Torres, J. P., y Torner, L. (2006). Broadband light generation by noncollinear parametric downconversion. *Opt. Lett.*, **31**: 253–255.
- Chen, A. Y. H., Wong, G. K. L., Murdoch, S. G., Leonhardt, R., Harvey, J. D., Knight, J. C., Wadsworth, W. J., y Russell, P. S. J. (2005). Widely tunable optical parametric generation in a photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, **30**: 762–764.
- Cohen, O., Lundeen, J. S., Smith, B. J., Puentes, G., Mosley, P. J., y Walmsley, I. A. (2009). Tailored photon-pair generation in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, **102**: 123603.
- Dayan, B., Pe'er, A., Friesem, A. A., y Silberberg, Y. (2004). Two photon absorption and coherent control with broadband down-converted light. *Phys. Rev. Lett.*, **93**: 023005.
- Diels, J.-C. y Rudolph, W. (1996). *Ultrashort Laser Pulse Phenomena: fundamentals, techniques, and applications on a femtosecond time scale*. Academic Press, San Diego, California, primera edición. 581 pp.
- Erdmann, R., Branning, D., Grice, W., y Walmsley, I. A. (2000). Restoring dispersion cancellation for entangled photons produced by ultrashort pulses. *Phys. Rev. A*, **62**: 053810.
- Fan, J. y Migdal, A. (2005). Generation of cross-polarized photon pairs in a microstructure fiber with frequency-conjugate laser pump pulses. *Opt. Express*, **13**: 5777–5782.
- Fan, J. y Migdall, A. (2007). A broadband high spectral brightness fiber-based two-photon source. *Opt. Express*, **15**: 2915–2920.
- Fan, J., Dogariu, A., y Wang, L. J. (2005a). Generation of correlated photon pairs in a microstructure fiber. *Opt. Lett.*, **30**: 1530–1532.
- Fan, J., Migdall, A., y Wang, L. J. (2005b). Efficient generation of correlated photon pairs in microstructured fiber. *Opt. Lett.*, **30**: 3368–3370.
- Fejer, M. M., Magel, G. A., Jundt, D. H., y Byer, R. L. (1992). Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**: 2631–2654.
- Fiorentino, M., Voss, P. L., Sharping, J. E., y Kumar, P. (2002). All-fiber photon-pair source for quantum communications. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **14**: 983–985.
- Foster, M. A. y Gaeta, A. L. (2004). Ultra-low threshold supercontinuum generation in sub-wavelength waveguides. *Opt. Express*, **12**: 3137–3143.

- Foster, M. A., Moll, K. D., y Gaeta, A. L. (2004). Optimal waveguide dimensions for nonlinear interactions. *Opt. Express*, **12**: 2880–2887.
- Foster, M. A., Turner, A. C., Lipson, M., y Gaeta, A. L. (2008). Nonlinear optics in photonic nanowires. *Opt. Express*, **16**: 1300–1320.
- Fulconis, J., Alibart, O., Wadsworth, W. J., Russell, P. S. J., y Rarity, J. G. (2005). High brightness single mode source of correlated photon pairs using a photonic crystal fiber. *Opt. Express*, **13**: 7572–7582.
- Garay-Palmett, K., McGuinness, H. J., Cohen, O., Lundeen, J. S., Rangel-Rojo, R., U'ren, A. B., Raymer, M. G., McKinstrie, C. J., Radic, S., y Walmsley, I. A. (2007). Photon pair-state preparation with tailored spectral properties by spontaneous four-wave mixing in photonic-crystal fiber. *Opt. Express*, **15**: 14870–14886.
- Garay-Palmett, K., U'ren, A. B., Rangel-Rojo, R., Evans, R., y Camacho-López, S. (2008). Ultrabroadband photon pair preparation by spontaneous four-wave mixing in a dispersion-engineered optical fiber. *Phys. Rev. A*, **78**: 043827.
- Giovanetti, V., Lloyd, S., y Maccone, L. (2001). Quantum-enhanced positioning and clock synchronization. *Nature*, **412**: 417–419.
- Grice, W. y Walmsley, I. A. (1997). Spectral information and distinguishability in type-ii down-conversion with a broadband pump. *Phys. Rev. A*, **56**: 1627–1634.
- Grice, W., U'ren, A. B., y Walmsley, I. A. (2001). Eliminating frequency and space-time correlation in multiphoton states. *Phys. Rev. A*, **64**: 0638151.
- Halder, M., Fulconis, J., Cemlyn, B., Clark, A., Xiong, C., Wadsworth, W. J., y Rarity, J. G. (2009). Nonclassical 2-photon interference with separate intrinsically narrow-band fibre sources. *Opt. Express*, **17**: 4670–4676.
- Harris, S. E. (2007). Chirp and compress: Toward single-cycle biphotons. *Phys. Rev. Lett.*, **98**: 063602.
- Harris, S. E., Oshman, M. K., y Byer, R. L. (1967). Observation of tunable optical parametric fluorescence. *Phys. Rev. Lett.*, **18**: 732–734.
- Harvey, J. D., Leonhardt, R., Coen, S., Wong, G. K. L., Knight, J. C., Wadsworth, W. J., y Russell, P. S. J. (2003). Scalar modulation instability in the normal dispersion regime by use of a photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, **28**: 2225–2227.
- Hendrych, M., Mičuda, M., y Torres, J. P. (2007). Tunable control of the frequency correlations of entangled photons. *Opt. Lett.*, **32**: 2339–2341.
- Hendrych, M., Shi, X., Valencia, A., y Torres, J. P. (2009). Broadening the bandwidth of entangled photons: A step towards the generation of extremely short biphotons. *Phys. Rev. A*, **79**: 023817.

- Hong, C. K., Y, O., y Mandel, L. (1987). Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, **59**: 2044–2046.
- Jiang, R., Saperstein, R., Alic, N., Nezhad, M., McKinstrie, C. J., Ford, J., Fainman, S., y Radic, S. (2006). Parametric wavelength conversion from conventional near-infrared to visible band. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **18**: 2445–2447.
- Kikuchi, K. y Taira, K. (2002). Highly nonlinear bismuth oxide-based glass fibres for all-optical signal processing. *Electron. Lett.*, **38**: 166–167.
- Kim, Y.-H. y Grice, W. (2002). Generation of pulsed polarization-entangled two-photon state via temporal and spectral engineering. *J. Mod. Opt.*, **49**: 2309–2323.
- Kim, Y. H. y Grice, W. (2005). Measurement of the spectral properties of the two-photon state generated via type ii spontaneous parametric downconversion. *Opt. Lett.*, **30**: 08908–08910.
- Knight, J. C. (2003). Photonic crystal fibres. *Nature*, **424**: 847–851.
- Knight, J. C., Birks, T. A., Russell, P. S. J., y Atkin, D. M. (1996). All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding. *Opt. Lett.*, **21**: 1547–1549.
- Knight, J. C., Broeng, J., Birks, T. A., y Russell, P. S. J. (1998). Photonic band gap guidance in optical fibers. *Science*, **282**: 1476–1478.
- Knill, E., Laflamme, R., y Milburn, G. J. (2001). A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature*, **409**: 46–52.
- Kok, P., Munro, W. J., Nemoto, K., Ralph, T. C., Dowling, J. P., y Milburn, G. J. (2007). Linear optical quantum computing with photonic qubits. *Rev. Mod. Phys.*, **79**: 135–174.
- Kruhlak, R. J., Wong, G. K., Chen, J. S., Murdoch, S. G., Leonhardt, R., Harvey, J. D., Joly, N. Y., y Knight, J. C. (2006). Polarization modulation instability in photonic crystal fibers. *Opt. Lett.*, **31**: 1379–1381.
- Kwiat, P. G., Steinberg, A. M., y Chiao, R. Y. (1993). High-visibility interference in a bell-inequality experiment for energy and time. *Phys. Rev. A*, **47**: R2472–R2475.
- Kwiat, P. G., Mattle, K., Weinfurter, H., Zeilinger, A., Sergienko, A., y Shih, Y. (1995). New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, **75**: 4337 – 4341.
- Law, C. K., Walmsley, I. A., y Eberly, J. H. (2000). Continuous frequency entanglement: Effective finite hilbert space and entropy control. *Phys. Rev. Lett.*, **84**: 5304–5307.

- Lee, K. F., Chen, J., Liang, C., Li, X., Voss, P. L., y Kumar, P. (2006). Generation of high-purity telecom-band entangled photon pairs in dispersion-shifted fiber. *Opt. Lett.*, **31**: 1905–1907.
- Leon-Saval, S. G., Birks, T. A., Wadsworth, W. J., Russell, P. S., y Mason, M. W. (2004). Supercontinuum generation in submicron fibre waveguides. *Opt. Express*, **12**: 2864–2869.
- Li, X., Chen, J., Voss, P., Sharping, J., y Kumar, P. (2004). All-fiber photon-pair source for quantum communications: Improved generation of correlated photons. *Opt. Express*, **12**: 3737–3744.
- Li, X., Voss, P. L., Sharping, J. E., y Kumar, P. (2005). Optical-fiber source of polarization-entangled photons in the 1550 nm telecom band. *Phys. Rev. Lett.*, **94**: 053601.
- Lin, Q. y Agrawal, G. P. (2006). Raman response function for silica fibers. *Opt. Lett.*, **31**: 3086–3088.
- Lin, Q., Yaman, F., y Agrawal, G. P. (2006). Photon-pair generation by four-wave mixing in optical fibers. *Opt. Lett.*, **31**: 1286–1288.
- Lin, Q., Yaman, F., y Agrawal, G. P. (2007). Photon-pair generation in optical fibers through four-wave mixing: Role of raman scattering and pump polarization. *Phys. Rev. A*, **75**: 023803.
- Loudon, R. (2000). *The quantum theory on light*. Oxford University Press, Oxford, tercera edición. 438 pp.
- Mägi, E. C., Fu, L. B., Nguyen, H. C., Lamont, M. R. E., Yeom, D. I., y Eggleton, B. J. (2007). Enhanced kerr nonlinearity in sub-wavelength diameter As_2S_3 chalcogenide fiber tapers. *Opt. Express*, **15**: 10324–10329.
- Mandel, L. y Wolf, E. (1995). *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge University Press, Cambridge, primera edición. 1159 pp.
- Marhic, M. E., Kagi, N., Chiang, T.-K., y Kazovsky, L. G. (1996). Broadband fiber optical parametric amplifiers. *Opt. Lett.*, **21**: 573–575.
- McKinstrie, C. J., Radic, S., y Chraplyvy, A. R. (2002). Parametric amplifiers driven by two pump waves. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **8**: 538–547.
- Mogilevtsev, D., Birks, T. A., y Russell, P. S. J. (1998). Group-velocity dispersion in photonic crystal fibers. *Opt. Lett.*, **23**: 1662–1664.
- Molotkov, S. N. (1998). Experimental scheme for quantum teleportation of a one-photon packet. *JETP Lett.*, **68**: 263–270.

- Mosley, P. J., Lundeen, J. S., Smith, B. J., Wasylczyk, P., U'Ren, A. B., Silberhorn, C., y Walmsley, I. A. (2008). Heralded generation of ultrafast single photon in pure quantum states. *Phys. Rev. Lett.*, **100**: 133601.
- Nasr, M. B., Saleh, B. E. A., Sergienko, A. V., y Teich, M. C. (2003). Demonstration of dispersion-canceled quantum-optical coherence tomography. *Phys. Rev. Lett.*, **91**: 083601.
- Nasr, M. B., Di Giuseppe, G., Saleh, B. E. A., Sergienko, A. V., y Teich, M. C. (2005). Generation of high-flux ultra-broadband light by bandwidth amplification in spontaneous parametric down-conversion. *Opt. Commun.*, **246**: 521–528.
- Nasr, M. B., Carrasco, S., Saleh, B. E. A., Sergienko, A. V., Teich, M. C., Torres, J. P., Torner, L., Hum, D. S., y Fejer, M. M. (2008). Ultrabroadband biphotons generated via chirped quasi-phase-matched optical parametric down-conversion. *Phys. Rev. Lett.*, **100**: 183601.
- O'Donnell, K. y U'Ren, A. B. (2007). Observation of ultra-broadband, beamlike parametric downconversion. *Opt. Lett.*, **32**: 817–819.
- Ou, Z. Y. y Mandel, L. (1988). Violation of bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment. *Phys. Rev. Lett.*, **61**: 50–53.
- Pan, J.-W., Bouwmeester, D., Daniell, M., Weinfurter, H., y Zeilinger (2000). Experimental test of quantum nonlocality in three-photon greenberger-horne-zeilinger entanglement. *Nature*, **403**: 515–519.
- Radic, S., McKinstrie, C. J., Jopson, R. M. and Centanni, J. C., Lin, Q., y Agrawal, G. P. (2003). Record performance of parametric amplifier constructed with highly nonlinear fibre. *Electron. Lett.*, **39**: 838–839.
- Rarity, J. G., Fulconis, J., Duligall, J., Wadsworth, W. J., y Russell, P. S. J. (2005). Photonic crystal fiber source of correlated photon pairs. *Opt. Express*, **13**: 534–544.
- Ravi Kanth Kumar, V. V., George, A. K., Knight, J. C., y Russell, P. S. J. (2003). Tellurite photonic crystal fiber. *Opt. Express*, **11**: 2641–2645.
- Raymer, M. G., Noh, J., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2005). Pure-state single-photon wave-packet generation by parametric down-conversion in a distributed microcavity. *Phys. Rev. A*, **72**: 023825.
- Rohde, P. P., Maurerer, W., y Silberhorn, C. (2007). Spectral structure and decompositions of optical states, and their applications. *New J. Phys.*, **9**: 91.
- Rubin, M. H., Klyshko, D. N., Shih, Y. H., y Sergienko, A. V. (1994). Theory of two-photon entanglement in type-ii optical parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, **50**: 5122–5133.

- Saleh, B. E. A. y Teich, M. C. (1991). *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, Inc, USA, segunda edición. 1177 pp.
- Sergienko, A. V., Shih, Y. H., y Rubin, M. H. (1995). Experimental evaluation of a two-photon wave packet in type-ii parametric downconversion. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**: 859–862.
- Sharping, J. E., Fiorentino, M., y Kumar, P. (2001). Observation of twin-beam-type quantum correlation in optical fiber. *Opt. Lett.*, **26**: 367–369.
- Sharping, J. E., Chen, J., Li, X., y Kumar, P. (2004). Quantum-correlated twin photons from microstructure fiber. *Opt. Express*, **12**: 3086–3094.
- Snitzer, E. (1961). Cylindrical dielectric waveguide modes. *J. Opt. Soc. Am.*, **51**: 491–498.
- Takesue, H. y K., I. (2005). 1.5- μm band quantum-correlated photon pair generation in dispersion-shifted fiber: suppression of noise photons by cooling fiber. *Opt. Express*, **13**: 7832–7839.
- Tanzilli, S., De Riedmatten, H., Tittel, W., Zbinden, H. and Baldi, P., De Micheli, M., Ostrowsky, D. B., y Gisin, N. (2001). Highly efficient photon-pair source using periodically poled lithium niobate waveguide. *Elec. Lett.*, **37**: 26–28.
- U'Ren, A. B., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2003). Photon engineering for quantum information processing. *Quant. Inf. and Comp.*, **3**: 480–502.
- U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2004). Efficient conditional preparation of high-fidelity single photon states for fiber-optic quantum networks. *Phys. Rev. Lett.*, **93**: 093601.
- U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Banaszek, K., Walmsley, I. A., Erdmann, R., Grice, W. P., y Raymer, M. G. (2005). Generation of pure-state single photon wavepackets by conditional preparation based on spontaneous parametric downconversion. *Laser Phys.*, **15**: 146–161.
- U'Ren, A. B., Erdmann, E., De la Cruz, M., y Walmsley, I. A. (2006). Generation of two-photon states with an arbitrary degree of entanglement via nonlinear crystal superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, **97**: 223602.
- Wadsworth, W. J., Ortigosa-Blanch, A., Knight, J. C., Birks, T. A., Martin Man, T.-P., y Russell, P. S. J. (2002). Supercontinuum generation in photonic crystal fibers and optical fiber tapers: a novel light source. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**: 2148–2155.
- Wadsworth, W. J., Joly, N., Knight, J. C., Birks, T. A., Biancalana, F., y Russell, P. S. J. (2004). Supercontinuum and four-wave mixing with q-switched pulses in endlessly single-mode photonic crystal fibres. *Opt. Express*, **12**: 299–309.

- Wong, G. K. L., Chen, A. Y. H., Ha, A. W., Kruhlak, R. J., Murdoch, S. G., Leonhardt, R., y Harvey, J. D. (2005). Characterization of chromatic dispersion in photonic crystal fiber using scalar modulation instability. *Opt. Express*, **13**: 8662–8670.
- Yariv, A. (1985). *Optical Electronics*. Holt, Rinehart and Winston, New York, tercera edición. 552 pp.
- Yeom, D.-I., Mägi, E. C., Lamont, M. R. E., Roelens, M. A. F., Fu, L., y Eggleton, B. J. (2008). Low-threshold supercontinuum generation in highly nonlinear chalcogenide nanowires. *Opt. Lett.*, **33**: 660–662.
- Zhang, L., U'Ren, A. B., Erdmann, R., O'Donnell, K. A., Silberhorn, C., K., B., y Walmsley, I. A. (2007). Generation of highly entangled photon pairs for continuous variable bell inequality violation. *J. Mod. Opt.*, **54**: 707–719.