

**Centro de Investigación Científica y de Educación  
Superior de Ensenada, Baja California**



---

**Maestría en Ciencias  
en Ciencias de la Computación**

---

**Espacio virtual para el apoyo al aprendizaje colaborativo  
de las matemáticas**

Tesis  
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias

Presenta:

**José Alfonso Velasco de la Luz**

Ensenada, Baja California, México  
2016

Tesis defendida por

**José Alfonso Velasco de la Luz**

y aprobada por el siguiente Comité

---

**Dr. Pedro Gilberto López Mariscal**  
Codirector del Comité

---

**Dr. Jesús Favela Vara**  
Codirector del Comité

**Dra. Mónica Elizabeth Tentori Espinosa**

**Dr. Luis Eduardo Calderón Aguilera**



---

**Dr. Jesús Favela Vara**  
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Computación

---

**Dra. Rufina Hernández Martínez**  
Directora de Estudios de Posgrado

*José Alfonso Velasco de la Luz © 2016*

*Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis.*

Resumen de la tesis que presenta **José Alfonso Velasco de la Luz** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Computación.

### **Espacio virtual para el apoyo al aprendizaje colaborativo de las matemáticas**

Resumen aprobado por:

---

**Dr. Pedro Gilberto López Mariscal**  
Codirector del Comité

---

**Dr. Jesús Favela Vara**  
Codirector del Comité

En este trabajo de tesis se presenta el diseño y desarrollo de un espacio virtual llamado CoMAS (Collaborative Mathematics Assessment System), un sistema basado en Web diseñado con el objetivo de apoyar al proceso del aprendizaje-enseñanza de las matemáticas. El sistema implementa tinta digital para facilitar la interacción matemática entre el usuario y la computadora. Todos y cada uno de los pasos que realiza el estudiante al resolver ejercicios son evaluados automáticamente por el sistema con ayuda de un CAS (Computer Algebra System), generando una evaluación formativa. Los resultados obtenidos de la evaluación de cada uno de los pasos en los ejercicios son almacenados. La información de cada estudiante y de los ejercicios realizados, pueden ser visualizados por el maestro para monitorear el desempeño y dar retroalimentación a los estudiantes. CoMAS además cuenta con un entorno colaborativo en donde los usuarios pueden comunicarse en tiempo real por medio de una pizarra y texto. CoMAS podría apoyar distintas etapas del proceso de aprendizaje-enseñanza de las matemáticas. Entre otros el realizar ejercicios en clase; reemplazar las asesorías presenciales por asesorías a distancia, o realizar asesorías en persona y usar el CoMAS como herramienta de apoyo. El sistema se utiliza mediante un navegador, permitiendo que los usuarios puedan acceder a él desde cualquier dispositivo con una conexión a internet. Para mayor comodidad se sugiere usar CoMAS en una tableta, de esta manera al momento de resolver ejercicios matemáticos lo realizará de forma similar versus una libreta y pluma. En el trabajo de tesis se llevó a cabo una evaluación de usabilidad de CoMAS con catorce participantes y dividida en dos experimentos. En el primer experimento los usuarios realizaban ejercicios utilizando el sistema, en el segundo colaboraban en una sesión para asistir a un alumno en el entorno colaborativo. Los resultados de las dos evaluaciones fueron mayores al 85 % en SUS (System Usability Scale), dando evidencia de que el sistema tiene buena aceptación de usabilidad. Adicionalmente se identificaron algunas oportunidades de mejora del sistema a partir de medir el desempeño de los usuarios y recabar sus opiniones.

**Palabras clave:** tutor inteligente, tinta digital, educación matemática, evaluación formativa, espacio virtual, CSCW.

Abstract of the thesis presented by **José Alfonso Velasco de la Luz** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Computer Science.

### **Virtual space to support mathematics collaborative learning**

Abstract approved by:

---

**Dr. Pedro Gilberto López Mariscal**

Thesis Co-director

---

**Dr. Jesús Favela Vara**

Thesis Co-director

In this thesis, the design and development of a virtual space called CoMAS (Collaborative Mathematics Assessment System) are presented. CoMAS is a web based system created to give support the teaching-learning process of mathematics. The system uses digital ink to ease the interaction between the user and the computer. Each and every step that the student makes to solve the problems are evaluated automatically using a Computer Algebra System, which is considered as a form of formative assessment. Student's individual work is stored in the system. The teacher can access this information to follow student's individual and collective progress in order to take the necessary actions to achieve certain educational goals. Furthermore, CoMAS has a collaborative space in which users can communicate in real time through a blackboard and text. CoMAS has the capability of supporting several common tasks of the teaching-learning process of mathematics, which include solving exercises, replace the face-to-face off-class teacher's assistance with a distant one or continue with face-to-face consulting and use CoMAS as a support tool. CoMAS runs in a web browser, allowing access from any device with internet connection. It is suggested that the system is used from a tablet device, allowing the user to solve math problems similar to the traditional notebook and pen. A usability study was performed with 14 participants in two different experiments. During the first experiment, users used the system to solve problems, in the second, users assisted a student using the collaborative environment. The results of the two evaluations were greater than 85% in the System Usability Scale, meaning that the system has a high acceptance of usability. Additionally, some opportunities to improve the system were identified by measuring the performance of the users that participated in the studies and gathering their opinions.

**Key words:** intelligent tutor, digital ink, math education, formative assessment, virtual space, CSCW.

## Dedicatoria

*A mi familia, en especial a mi madre  
y a mis hermanos por su apoyo incondicional.*

## **Agradecimientos**

A mis asesores, el Dr. Gilberto López y el Dr. Jesús Favela por guiarme en todo momento en este trabajo de investigación, por sus sabios consejos, inigualables enseñanzas, sus atenciones y sobre todo por este gran vínculo de amistad que se creó entre nosotros estos años. Gracias por ser tan grandes, no solo grandes investigadores, sino grandes personas.

A los miembros del comité, la Dra. Mónica Tentori y el Dr. Luis Calderón por sus consejos y observaciones tan enriquecedores para este trabajo de tesis. También agradecer su excelente amistad y respaldo.

A mi madre Trinidad y a mis hermanos Juan y Katia, por mantenerse siempre preocupados por mi trabajo, situación económica y mental.

A mis compañeros de generación y del departamento de computación por brindarme su amistad y apoyo. A Mario, Nancy, Franceli y Oscar por brindarme sugerencias y apoyo en temas que no eran de mi dominio.

Al CICESE por permitirme estudiar este posgrado en tan prestigiado centro de investigación, al personal administrativo por sus excelentes atenciones y al CONACyT por su apoyo económico para llevar a cabo mis estudios.

## Tabla de contenido

Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	ix
Lista de tablas.....	x
<b>Capítulo 1. Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Planteamiento del problema y justificación .....	1
1.2 Contexto.....	2
1.3 Aprendizaje colaborativo en salón de clase .....	3
1.4 Trabajo Relacionado .....	4
1.5 Objetivo general .....	9
1.6 Objetivos específicos .....	10
1.7 Preguntas de investigación .....	10
1.8 Importancia de la investigación .....	11
1.9 Metodología.....	11
1.10 Organización de la tesis .....	12
<b>Capítulo 2. Conceptos y tecnologías en matemáticas.....</b>	<b>13</b>
2.1 Retroalimentación en la enseñanza de las matemáticas.....	13
2.2 Trabajo Cooperativo Asistido por Computadora CSCW y Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computadora CSCL.....	15
2.2.1 Groupware.....	17
2.2.2 CSCL.....	17
2.2.3 Diferencias CSCL y CSCW.....	18
2.2.4 Taxonomía .....	20
2.3 Conciencia colaborativa .....	21
2.3.1 Características de la conciencia colaborativa .....	21
2.4 Framework basado en awareness.....	22
2.5 Requerimientos CSCW .....	24
2.6 Tinta digital.....	27
2.6.1 Tinta digital en la educación.....	28
2.7 Sistema de Algebra Computacional (CAS) en matemáticas .....	28
2.8 Espacio Virtual.....	29

2.8.1	Horas de oficina virtual .....	30
<b>Capítulo 3. Diseño e implementación.....</b>		<b>32</b>
3.1	Tinta digital en matemáticas.....	34
3.2	Evaluación automática de ejercicios matemáticos .....	35
3.3	Seguimiento de las actividades de los alumnos .....	36
3.4	Colaboración matemática .....	37
3.4.1	Aspectos considerados del framework para Groupware.....	38
3.4.1.2	Elementos de conciencia en un grupo de trabajo .....	39
3.5	Requisitos de CoMAS.....	40
3.6	Interfaz.....	45
3.7	Implementación y uso del sistema .....	54
3.7.1	Tinta digital en matemáticas .....	54
3.7.2	Evaluación automática de ejercicios matemáticos.....	56
3.7.3	Seguimiento de las actividades de los alumnos. ....	57
3.7.4	Colaboración matemática .....	59
3.7.5	Base de datos.....	61
3.8	Resumen del capítulo .....	64
<b>Capítulo 4. Evaluación del sistema y resultados .....</b>		<b>65</b>
4.1	Diseño del experimento de evaluación del sistema CoMAS.....	65
4.2	Experimento 1 “Uso del editor de expresiones matemáticas” .....	66
4.2.1	Procedimiento del experimento 1 .....	66
4.2.2	Mediciones del experimento.....	67
4.2.3	Población.....	68
4.2.4	Prueba Piloto .....	68
4.3	Experimento 2 “Entrono colaborativo” .....	69
4.3.1	Procedimiento del experimento 2 .....	70
4.3.2	Variable independiente.....	71
4.3.3	Variables dependientes.....	71
4.3.4	Hipótesis.....	71
4.3.5	Paradigma.....	71
4.3.6	Población.....	71
4.3.7	Control.....	72
4.3.8	Prueba piloto .....	72
4.4	Análisis de datos.....	74



4.4.1 Experimento 1 .....	74
4.4.2 Experimento 2 .....	76
4.5 Resultados y discusión .....	76
4.5.1 Experimento 1 .....	77
4.5.1.1 Análisis de resultados.....	77
4.5.1.2 Comentarios y sugerencias.....	82
4.5.2 Experimento 2 .....	84
4.5.2.1 Pruebas de hipótesis .....	84
4.6 Resumen del capítulo .....	89
<b>Capítulo 5. Conclusiones.....</b>	<b>91</b>
5.1 Limitaciones .....	91
5.2 Aportaciones .....	92
5.3 Trabajo futuro .....	93
<b>Literatura citada.....</b>	<b>94</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>99</b>
Anexo A. Diagrama.....	99
Anexo B. Encuestas .....	101
Anexo C. Formato de consentimiento .....	103

## Lista de figuras

<b>Figura 1.</b> Funcionamiento de MathDIP .....	5
<b>Figura 2.</b> Hands-On Math, funcionando en pizarrón táctil. ....	6
<b>Figura 3.</b> El sistema AnalyticalInk resolviendo ejercicio de teorema de Pitágoras. ....	6
<b>Figura 4.</b> Carnegie Learning validando resultado de un ejercicio.....	7
<b>Figura 5.</b> MathBrush graficando una ecuación reconocida. ....	8
<b>Figura 6.</b> Taxonomía de los sistemas groupware. ....	20
<b>Figura 7.</b> Ejemplo del uso de tinta digital.....	27
<b>Figura 8.</b> Diagrama Caso de uso general de CoMAS.....	33
<b>Figura 9.</b> Módulos de CoMAS. ....	34
<b>Figura 10.</b> Forma tradicional, escribir en papel con pluma.....	35
<b>Figura 11.</b> Cada profesor está a cargo de uno o más grupos, pero un grupo no es atendido por más de un profesor.....	41
<b>Figura 12.</b> Diagrama de estados, el estudiante puede salir desde cualquier estado. ....	44
<b>Figura 13.</b> Interfaz de bienvenida al usuario en CoMAS. ....	46
<b>Figura 14.</b> Interfaz de la selección de ejercicios. ....	47
<b>Figura 15.</b> Interfaz de la realización de ejercicios.....	48
<b>Figura 16.</b> Interfaz de análisis a estudiantes. ....	49
<b>Figura 17.</b> Interfaz de análisis a ejercicios.....	50
<b>Figura 18.</b> Interfaz de la lista de conectados.....	51
<b>Figura 19.</b> Interfaz que muestra las notificaciones.....	52
<b>Figura 20.</b> Interfaz de entorno colaborativo. ....	53
<b>Figura 21.</b> Arquitectura general del CoMAS.....	54
<b>Figura 22.</b> Servicios para el funcionamiento de min.....	55
<b>Figura 23.</b> Editor de expresiones matemáticas funcionando localmente.....	56
<b>Figura 24.</b> Fusión de editor min con plataforma y evaluación automática.....	57
<b>Figura 25.</b> Tipos de análisis que realiza CoMAS, en el apartado del profesor. ....	58
<b>Figura 31.</b> Experimentos con audio y sin audio.....	74
<b>Figura 33.</b> Cantidad de ejercicios resueltos por estudiante.....	77
<b>Figura 36.</b> Gráfica de eventos y errores de los participantes.....	80
<b>Figura 37.</b> Puntuación de alumnos en prueba de usabilidad. ....	82
<b>Figura 39.</b> Diferencia en usabilidad con audio y sin audio.....	88

## Lista de tablas

<b>Tabla 1.</b> (Coll, 1991), Evaluación sumativa versus evaluación formativa. ....	15
<b>Tabla 2.</b> Elementos de un espacio de trabajo consiente en tiempo presente. ....	23
<b>Tabla 3.</b> Elementos de un espacio de trabajo consiente en tiempo pasado.....	23
<b>Tabla 4.</b> CAS vigente, ordenados por cálculos grandes y licencia. ....	29
<b>Tabla 5.</b> Proceso para llevar a cabo una colaboración en CoMAS.....	60
<b>Tabla 6.</b> Respuestas de los usuarios a las preguntas de la encuesta de usabilidad. ....	81
<b>Tabla 7.</b> Puntuación de los estudiantes en la escala SUS.....	85
<b>Tabla 8.</b> Respuestas de alumnos en usabilidad con audio, texto y pizarra.....	86
<b>Tabla 9.</b> Respuestas de alumnos en usabilidad con texto y pizarra. ....	87

## Capítulo 1. Introducción

---

### 1.1 Planteamiento del problema y justificación

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas representa un gran reto para la sociedad actual. Diversas organizaciones e instituciones dedican tiempo sustancial a realizar investigación para mejorar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Los problemas asociados a la educación de las matemáticas son variados y de naturaleza muy diversa. Pueden ser políticos y/o pedagógicos, pero además se debe de tomar en cuenta que muchas personas tienen cierta aversión a las matemáticas. De esta manera y dada su importancia en la formación básica, resulta un área de preocupación general para todo el mundo. Buscar una solución eficiente conlleva a realizar modificaciones en esferas políticas, sociales, culturales, económicas y educativas. En particular, la ha llevado a modificar la práctica docente en todos los niveles (Hernández, 2013; Santos, 2015). En México, han existido diferentes reformas educativas que reducen el número de temas en las materias, En general, se han dado decrementos drásticos en los planes de estudio. El ingreso de nuevas materias en los planes de estudio ha afectado en la reducción del tiempo para enseñar la materia de matemáticas. Los objetivos esperados se ven afectados, ya que para la materia de matemáticas se requiere de una mayor atención para su comprensión y aplicación (Santos, 2015). Estos problemas se traducen en deficiencias desde los niveles inferiores que se acarrean hasta los niveles superiores y resultan en temas que no se aprenden hasta los niveles posteriores.

Diversos factores intervienen en dificultar el aprendizaje de las matemáticas. Los factores incluyen desde problemas de infraestructura de las escuelas, temor en los alumnos acerca del razonamiento y dedicación que se requiere para entender y pasar la materia, programas de educación con carencias importantes, falta de preparación de los docentes, falta de interés por parte de los alumnos, entre otros. Estudios de la prueba PISA señalan que el 55% de los alumnos mexicanos de secundaria no alcanza el nivel de competencia básico en matemáticas (OCDE, 2014). En otro estudio realizado por el *World Economic Forum*, ubica a México en el lugar 128 de 144 países evaluados, en calidad de educación en ciencias y matemáticas (Schwab et al., 2014). Como consecuencia de estos resultados, la falta de conocimiento repercute en los siguientes niveles de estudio del alumno. El alumno presenta deficiencias importantes en estudios superiores, como carreras técnicas. En carreras técnicas los alumnos requieren un nivel más avanzado de matemáticas.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se han realizado diversas modificaciones a la metodología de enseñanza, reestructuración de planes de estudio y capacitación a docentes. Los trabajos en la sociedad actual exigen otros tipos de características en el conocimiento de las matemáticas. Hoy en día los alumnos tienen otras exigencias, debido a las condiciones a las que se enfrentan (Bishop et al., 2000):

- La diversidad de alumnos, de sus aspiraciones y sus expectativas.
- La presión económica sobre la educación, particularmente para que los jóvenes se formen para un trabajo o para estudiar en la universidad.
- La presión de otros campos para que las matemáticas sean más relevantes según sus necesidades.
- La presión para fomentar el uso de las tecnologías de la comunicación y de la información.
- La necesidad de relacionar la educación con el nuevo contexto educativo global.
- Los aspectos políticos en torno al currículum de matemáticas y la decisión de a quién va a corresponder la responsabilidad de establecerlo.

Si bien se requieren acciones en todos los niveles educativos, este trabajo pretende centrarse en el apoyo a los primeros cursos universitarios de matemáticas.

## **1.2 Contexto**

A medida que pasa el tiempo, nuevas tecnologías se involucran más en diferentes aspectos del quehacer humano y en gran parte ha sido para mejorarlos. Un área en la cual podemos visualizar un impacto trascendente de las tecnologías de información es su uso para la educación. En particular, en el desempeño de tecnologías que apoyan el proceso de aprendizaje (Andrade et al., 2012).

Existen sistemas en web que apoyan al aprendizaje de matemáticas. Por ejemplo, el sistema MathDIP (Pacheco et al., 2015), permite a los estudiantes utilizar tinta digital para escribir expresiones matemáticas y resolver ejercicios de matemáticas en línea. MathDIP realiza evaluaciones de cada uno de los pasos escritos por el alumno y de esta manera retroalimentar al alumno si el paso actual está bien o mal, haciendo uso de un sistema de algebra computacional (CAS, Computer Algebra System). Lo que conlleva a una evaluación formativa, así como generar un expediente de cada alumno, almacenando los

ejercicios realizados paso a paso, problemas resueltos, problemas inconclusos y número de errores. Una vez obtenida la información se puede analizar cada acción que realiza el alumno dentro del sistema, de la misma forma de manera general, analizando por grupos. La restricción de MathDIP es que usa una herramienta que está incorporada al sistema operativo Windows. MathDIP solo trabaja en el sistema operativo Windows.

Para mejorar la interacción de sistemas que apoyan a la educación en la realización de ejercicios, existe una herramienta llamada tinta digital. Se pueden plantear una serie de escenarios del uso de este tipo de sistemas como apoyo al proceso educativo de las matemáticas.

Un escenario en donde los estudiantes utilicen un sistema que les brinde retroalimentación inmediata de los pasos que realizan. La interacción usuario-computadora se da a través de tinta digital pero que ahora se pueda compartir el trabajo entre ellos, que exista un monitoreo individual y grupal por parte del maestro hacia el desarrollo de cada ejercicio y los pasos donde se han tenido mayores problemas. Los escenarios pueden ser las horas de asesoría, resolución de ejercicios matemáticos y ejercicios de tarea. Esta consideración puede tener un impacto positivo en el proceso educativo de las matemáticas, y en específico como apoyo en un sistema de tutorías en los cursos de matemáticas. Lo cual da lugar a la creación de un ambiente colaborativo asistido por computadora, para este tipo de escenarios.

El potencial para realizar evaluación formativa utilizando un sistema como MathDIP incrementa si se considera dotarlo de elementos para el apoyo del aprendizaje colaborativo. En particular si el alumno puede contar con un espacio de colaboración para recibir ayuda de un maestro o de otro compañero en línea, con el fin de resolver dudas que se presenten en el desarrollo de ejercicios, evitando que se frustre al no poder entender cómo resolver alguno de ellos.

### **1.3 Aprendizaje colaborativo en salón de clase**

Un elemento esencial en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los primeros cursos de matemáticas del nivel universitario, es la resolución de ejercicios y problemas. Una actividad fundamental en la formación de los estudiantes es cuando el maestro realiza algunos ejercicios para explicar. La explicación se enriquece cuando el maestro en conjunto con el grupo resuelve ejercicios o simplemente cuando un conjunto de estudiantes coopera y colaboran juntos. Ya sea que el estudiante o un grupo de estudiantes

reciban asesoría directa del maestro, o que simplemente se realice un proceso de discusión y análisis grupal entre ellos sobre los problemas particulares.

El aprendizaje colaborativo trae grandes ventajas sobre la transmisión de aprendizaje. El alumno se beneficia al debatir sus ideas, y al expresarse y proponer alguna solución no sistemática vista en clase, caso contrario sucede cuando es transmisión de aprendizaje. El alumno visualiza y realiza pasos semejantes a los que realizó en clase, si al alumno le surgen dudas o propone otra forma de resolver el ejercicio, entra en duda y no arriesga. Comúnmente el alumno prefiere realizar las cosas como siempre han propuesto los profesores. En algunos casos existe una tensión por parte del alumno al tener de frente al maestro, considerar el uso de tecnologías para apoyar esta colaboración, ayudará a que el alumno se relaje y pueda comunicar sus dudas al maestro utilizando el sistema (Swan, 2006).

Típicamente en los cursos de matemáticas el profesor deja una serie de ejercicios para que los estudiantes los resuelvan y en muchos casos destina un cierto tiempo de tutorías para revisar el avance de los estudiantes y resolver sus dudas de los mismos. También los estudiantes se asesoran entre ellos para resolver ejercicios matemáticos. Es claro que, en estos escenarios los estudiantes y el maestro se involucran en un proceso de aprendizaje colaborativo de las matemáticas.

## 1.4 Trabajo Relacionado

En este apartado se mencionan trabajos relacionados que investigan el uso de la tinta digital para apoyar la educación en matemáticas. Se describe su funcionamiento y sus características claves.

El trabajo de Pacheco (2015), en donde desarrolla y evalúa el sistema web llamado *MathDIP*, se toma como base para realizar esta tesis. En *MathDIP* los alumnos realizan ejercicios matemáticos, y estos se evalúan con ayuda de un CAS llamado SymPy. El ingreso de expresiones matemáticas al sistema es por medio de tinta digital, y los ejercicios se evalúan paso por paso (ver Figura 1). El inconveniente de este sistema es que utiliza una herramienta llamada “Math Input Panel”, herramienta que está integrada al sistema operativo de Windows, característica que permite a *MathDIP* solo funcionar con sistema operativo Windows Vista o superior.

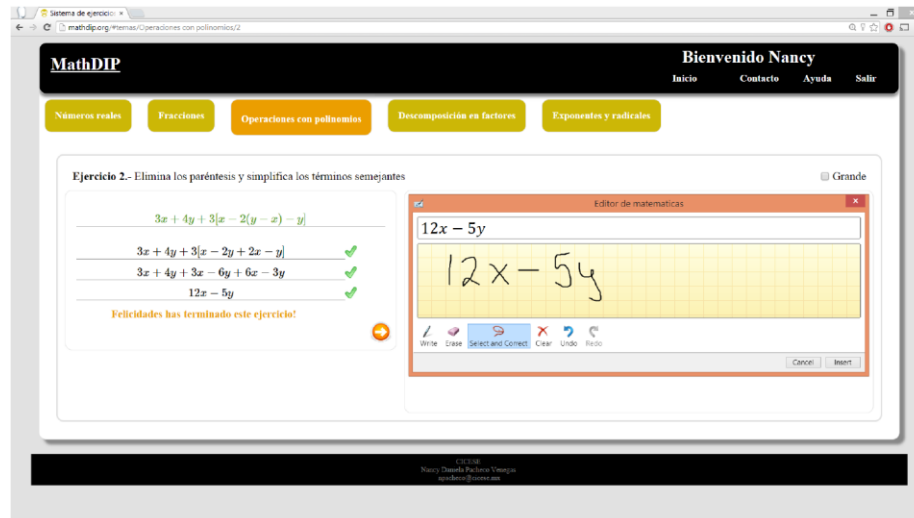
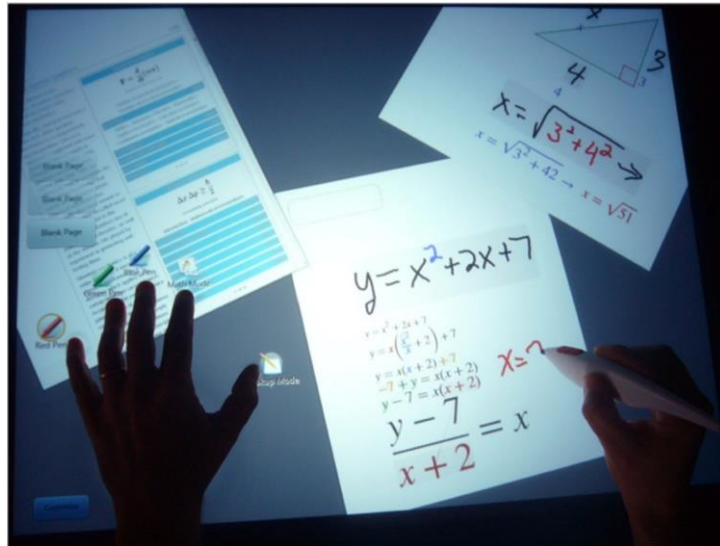


Figura 1. Funcionamiento de MathDIP

Zeleznik y colaboradores en el año 2010 presentaron un trabajo nombrado *Hands-On Math* el cual consiste en un dispositivo con pizarrón táctil, que muestra diferentes ejercicios. Estos ejercicios se muestran en hojas virtuales, como si fueran hojas de papel sueltas (ver Figura 2). Los usuarios pueden manipular estas hojas, moviéndolas a su gusto. El sistema es *multitouch*, lo que permite seleccionar diferentes partes de la expresión reconocida con dos dedos al mismo tiempo. el sistema *Hands-On Math* hace uso de un CAS para verificar si la solución propuesta por el usuario es correcta. El sistema se desarrolló en el programa *StartPad SDK*, el cual funciona en sistemas operativos *Windows*, lo que permite su uso solo sobre sistemas *Windows* y es una aplicación de escritorio, sin embargo, en este trabajo se presentó un prototipo del mismo sistema para una “*Surface*”.

El software *StarPad SDK* demostró tener buenas herramientas integradas y facilidad de uso para desarrollar aplicaciones. El *StarPad SDK* fue usado por Kang en 2016. Kang (2016) desarrolló un sistema de escritorio llamado *AnalyticalInk*. Al igual que los anteriores, usa tinta digital y reconocimiento de caracteres matemáticos. Los caracteres ingresados son formados sintácticamente y realizan una tarea específica, el sistema muestra ejemplos gráficos de los ejercicios como se observa en la Figura 3. Las expresiones pueden ser ingresadas por separado, sin seguir un acomodo de las expresiones para ser reconocidas. El sistema *AnalyticalInk* realiza evaluaciones paso a paso de cada ejercicio, esto con el fin de llevar al estudiante a la solución final.





**Figura 2.** Hands-On Math, funcionando en pizarrón táctil.

Anthony y colaboradores presentaron en el 2012 un sistema llamado *Carnegie Learning*, un sistema de escritorio que usa tinta digital. El sistema Carnegie Learning realiza una evaluación sumativa en primera instancia, si al final del ejercicio el resultado es incorrecto, entonces el sistema verifica paso a paso, el lugar en el que se cometió el error. Para analizar las soluciones el sistema utiliza sistemas expertos basados en reglas. Carnegie Learning en su interfaz muestra a un costado un ejemplo de la realización del ejercicio, el cual sirve como guía para resolver los ejercicios como se puede observar en la Figura 4.

**Math Problem**

There exists two points  $A(2,4)$  and  $B(5,v)$ , the distance between A and B is 5. What is the value of  $v$ ?

*Note: highlight words from the above problem can be dragged onto the below sketch paper.*

**Geometric Sketching Area**

**Algebraic Sketching Area**

**Concept: Distance**  
 Distance is a numerical description of how far apart two objects are.  
 Using Pythagorean Theorem between two distance formulas between two points:  $D^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$

$B(5, v)$  Correct

$d = 5$

$d = 5$  Correct

$5^2 = (v - 4)^2 + (5 - 2)^2$

$5^2 = (v - 4)^2 + (5 - 2)^2$  Correct

**Figura 3.** El sistema AnalyticalInk resolviendo ejercicio de teorema de Pitágoras.

The screenshot shows the Carnegie Learning's Algebra I interface. The window title is "Carnegie Learning's Algebra I". The menu bar includes "File", "Tutor", "Go To", "View", and "Help". The main content area is titled "18 - Linear Equations with Variables on Both Sides" and "1. Reviewing Solving Equations with Multiplication (No Type In)".

On the left, under "WorkedExample", there is a text box with instructions: "Use the example shown below to help you solve the problem given on the right side of the screen. Think about how to apply the steps shown in the example to your problem." Below this, it says "Type your final answer in the text box on the bottom of the screen." The worked example consists of five steps:

1. Copy the problem  

$$-4,613 = -1,144y - 555$$
2. Add to both sides to get the variable term by itself  

$$+555 \qquad +555$$
3. Add or subtract like terms  

$$-4,058 = -1,144y$$
4. Divide both sides to get the variable alone  

$$\frac{-4,058}{-1,144} = \frac{-1,144y}{-1,144}$$
5. Simplify fractions  

$$\frac{2,029}{572} = y$$

On the right, under "Handwritinginput", there is a large whiteboard area. At the top, the equation  $1,426 - 1,308y = 2,486$  is written. Below it, the user has handwritten the following steps:

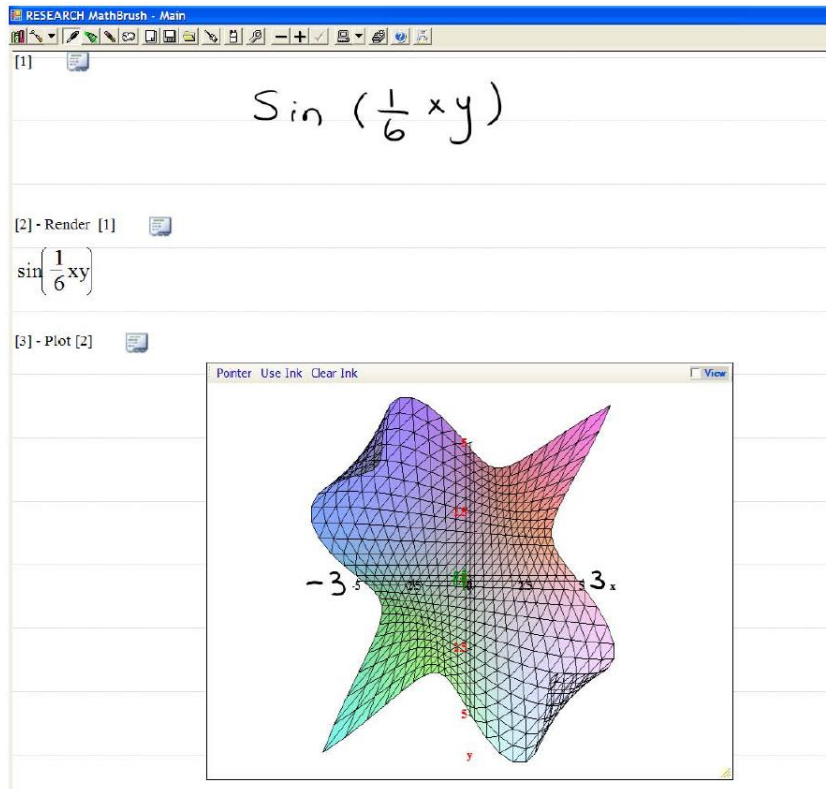
$$\begin{array}{r}
 1,426 - 1,308y = 2,486 \\
 -1,426 \qquad \qquad -1,426 \\
 \hline
 -1,308y = 1,060 \\
 \hline
 -1,308 \quad -1,308 \\
 \hline
 y = \frac{-265}{327}
 \end{array}$$

At the bottom of the handwriting input area, there is an "AnswerChecker" section with the text "y = -265/327" and a "Check my Answer" button.

**Figura 4.** Carnegie Learning validando resultado de un ejercicio.

En 2008 Labahn y colaboradores desarrollaron un sistema llamado *MathBrush*. MathBrush usa tinta digital y reconocimiento de caracteres matemáticos. El sistema también realiza la formación de expresiones matemáticas. MathBrush cuenta con un espacio de trabajo para que los usuarios pueden resolver el ejercicio propuesto dentro de un espacio de trabajo. El sistema reconocía los dibujado en el espacio de trabajo. Después el sistema se conecta a un CAS para retornar un resultado y poder graficarlo. (ver Figura 5).

Diseñar y desarrollar un sistema para dar apoyo a la realización de ejercicios matemáticos con tinta digital y evaluación automática conlleva una diversidad de problemas entre los más importantes es el reconocimiento de expresiones matemáticas. De estos dos últimos se derivan otros problemas a considerar como son: la segmentación, el reconocimiento de caracteres escritos a mano alzada, la interpretación de lo reconocido, evaluación de la expresión, y la retroalimentación y validación de resultado. (Zanibbi y Blostein, 2011).



**Figura 5.** MathBrush graficando una ecuación reconocida.

Para tratar la problemática del reconocimiento de caracteres matemáticos se lleva año con año una competencia llamada CROHME, (International Competition on Recognition of Online Handwritten Mathematical Expressions; Mouchere et al., 2013). La competencia consiste en reconocer la mayor cantidad de expresiones posibles, con el menor número de errores. La intención del concurso es abordar el problema desde diferentes enfoques, así como diferentes clasificadores. La competencia tuvo origen en el ICDAR 2011 como parte de una comparación de algoritmos. Hoy en día diversos grupos de investigación y universidades compiten año con año, para probar sus algoritmos y hacer sus aportaciones a la comunidad. En el 2013 se registraron nueve equipos, seis universidades y tres grupos de investigación. Los sistemas se entrenaron y probaron con diferentes bases de datos de expresiones matemáticas, por ejemplo, MathBrush, HAMEX, MfrDB, ExpressMatch y KAIST. Los resultados de la competencia sirven como base para ubicar editores matemáticos con reconocedores de competencia. Así verificar si existe algún editor libre y usarlo en el proyecto propuesto.

En el trabajo de Stalnaker y Zanibbi(2015), llamado Recuperación de Expresiones Matemáticas Usando un Índice Invertido Sobre Pares de Símbolos, los autores abordan el problema de recuperación de

expresiones matemáticas a partir de comparaciones con pares de símbolos, almacenando los pares con base en la frecuencia de coincidencia encontrada. Partiendo de ese par se buscan encontrar la parte completa de la expresión, usan un enfoque de índices invertidos en recuperación de expresiones matemáticas basados en estructuras de árboles, sobre todo en apariencia y semántica de matemáticas. El sistema utiliza el motor de búsqueda Tangente (Zanibbi et al., 2015) implementado en Python, el cual es una librería con estructura de datos definida que utiliza analizadores del lenguaje MathML y una clase de RiskIndex para la inserción de expresiones recuperadas por el algoritmo.

En el trabajo presentado por Kathirvalavakumar y colaboradores en 2014, se describe la implementación de un sistema eficiente en el reconocimiento de números escritos a mano alzada. Usaron encabezados como separadores digitales y una red neuronal con función de base radial agrupados por dirigentes, lo que significa seleccionar un punto representativo del conjunto agrupado y enseguida obtener el patrón. Entre cada uno de ellos, calculan la distancia con la fórmula de la distancia de Manhattan, una red neuronal de base radial se retroalimenta y se usa para la clasificación. Enseguida se realiza una matriz binaria de 16 x 12 y cada etiqueta se representa por un simple dígito.

Simistira y colaboradores 2015, realizan un reconocimiento en web de fórmulas matemáticas usando probabilidad de MSVs y un contexto estocástico libre de gramáticas. Los resultados de la expresión reconocida se presentan en formato MathML, el cual se podrían considerar para la evaluación de las expresiones que se usaran en el proyecto a realizar. Usan el algoritmo llamado CYK (Cocke-Younger-Kasami), para producir la salida en formato MathML con alta probabilidad, para entrenar la MSV usaron un núcleo (kernel) Gaussiano y las validaciones con 10 técnicas de validaciones cruzadas. Al probar el reconocedor con las expresiones de la base de datos MathBrush, presentaron un rango de error del 2.8%.

## **1.5 Objetivo general**

Diseñar, desarrollar y evaluar un espacio de trabajo virtual que permita el acceso de alumnos y maestros, que reemplace actividades como realización y revisión de ejercicios matemáticos con el apoyo de un Sistema de Álgebra Computacional, y que permita colaborar a los usuarios en la explicación de ejercicios algebraicos, así como asesorías, utilizando tinta digital.

Para poder cumplir este objetivo, se proponen los siguientes objetivos específicos.

## 1.6 Objetivos específicos

- ▶ Comprender el funcionamiento de sistemas que realizan tareas comunes por ejemplo realización de ejercicios, revisión de ejercicios, asistencia de dudas en ejercicios en sistemas como MathDIP y de los procesos propios de un aprendizaje colaborativo.
- ▶ Lograr desarrollar un sistema que sea funcional en diversas plataformas.
- ▶ Implementar un espacio de trabajo para que dos usuarios puedan comunicarse y exista una colaboración entre ellos.
- ▶ Dotar al sistema de los servicios necesarios para que permita una colaboración y cooperación entre los usuarios.
- ▶ Usar tinta digital para ingresar expresiones matemáticas en el sistema en los navegadores más populares.

La investigación que se propone, se basa en las siguientes preguntas de investigación:

## 1.7 Preguntas de investigación

- ¿Un sistema de evaluación automática puede contribuir al proceso de evaluación formal en la resolución de ejercicios matemáticos en los primeros cursos de nivel superior?
- ¿Es más cómodo dar y recibir una asesoría con una comunicación con audio que por texto?
- ¿Se pueden encontrar e identificar diferentes escenarios educativos en donde la utilización del CAS para la evaluación automática de ejercicios resulte como apoyo educativo de calidad?
- ¿El sistema facilita la labor del maestro en monitorear el avance de los estudiantes en tópicos específicos?
- ¿La comunicación entre los diferentes actores del proceso educativo se ve enriquecida por un sistema que utilice escritura matemática a mano alzada desde diferentes tipos de plataformas?

## 1.8 Importancia de la investigación

Con el diseño, desarrollo y evaluación del espacio virtual, se pretende ayudar a los alumnos y maestros a mejorar el proceso de aprendizaje colaborativo, obteniendo una evaluación formal interesante del proceso de resolución de ejercicios. Permite al maestro avanzar más rápido en sus temas y trabajar con más alumnos a la par. El alumno podría tomar asesorías desde cualquier lugar que se encuentre con acceso a internet. De esta manera no es necesario llegar hasta al otro día de clases para saber si lo que hizo estaba bien. Así mismo resolver dudas más a fondo con el maestro. El maestro al igual que el alumno podrá dar asesorías a distancia, sin la necesidad de estar frente al alumno.

## 1.9 Metodología

La metodología que se siguió para realizar la investigación se dividió en las actividades que se presentan a continuación:

**Revisión de literatura y tecnología:** En esta actividad se estudian trabajos relevantes como artículos y libros, que aborden alguno de los diferentes problemas que se presentan. Así también entender el proceso de aprendizaje colaborativo en el área de las matemáticas.

**Diseño del prototipo:** Diseñar el prototipo, así como los requerimientos del sistema, las interfaces y las bases de datos.

**Estudio de herramientas de apoyo:** Verificar herramientas que existan y que pueden ser relevantes para el desarrollo del sistema.

**Desarrollo:** Programar el sistema y enlazar las herramientas propuestas en el paso anterior.

**Pruebas del sistema:** Prueba piloto.

**Corrección de errores:** Hacer modificaciones al sistema de acuerdo a los resultados de la prueba piloto.

**Evaluación:** Evaluar el sistema, comprobando su usabilidad y funcionalidad, buscando evidencia del apoyo que brinda el sistema en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## **1.10 Organización de la tesis**

La tesis está organizada en cinco capítulos. En el segundo capítulo se tratan y desglosan algunos conceptos que son importantes en la investigación que se realizó. Algunos de los conceptos se desglosan a detalle debido a su relevancia. En el capítulo tres se habla sobre el diseño que se llevó a cabo para realizar el espacio virtual, todas las consideraciones que se tomaron, de donde surge cada apartado del sistema, así como las interfaces del mismo. En el capítulo cuatro se describen las pruebas que se llevaron a cabo y los resultados obtenidos. Para finalizar en el capítulo cinco se muestran las conclusiones de este trabajo de investigación.

## Capítulo 2. Conceptos y tecnologías en matemáticas

---

### 2.1 Retroalimentación en la enseñanza de las matemáticas

Comúnmente en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como en otras áreas, es de gran ayuda evaluar el desempeño de los estudiantes. De esta manera, surge la necesidad de tener un instrumento de control individual sobre el desempeño de diferentes estudiantes en diversas áreas. Históricamente surge el examen como una actividad y técnica para medir los conocimientos que los estudiantes adquieren. El examen tiene grandes ventajas para medir el desempeño de los estudiantes y brindar información valiosa acerca del estado del conocimiento de un estudiante. Con los resultados del examen se puede reorientar la forma en que se llevan las actividades y/o modelos educativos (Rosales, 2014).

La evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje es de los principales temas que aborda esta tesis, es de suma importancia citar algunas de las definiciones relevantes propuestas por varios autores (Espino, 2012): La evaluación se define como:

*“Es el proceso sistemático de acumulación de información relevante para la interpretación pertinente, que como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje permite establecer juicios de valor y tomar decisiones en pro de la mejora de las acciones seguidas, relacionando la práctica educativa con los objetivos educativos respecto a criterios de eficacia previamente establecidos.”*

Ralph Tyler (1949)

*“La evaluación es una etapa del proceso educativo que tiene por fin comprobar de modo sistemático en qué medida se han logrado los resultados previstos en los objetivos que se hubieran especificado con antelación.”*

Pedro Lafourcade (1970)



*“... la evaluación es parte del proceso didáctico e implica para los estudiantes una toma de conciencia de los aprendizajes adquiridos y para los docentes, una interpretación de las implicancias de la enseñanza en esos aprendizajes”*

Edith Litwin (1998)

*“En el ámbito educativo debe entenderse la evaluación como actividad crítica de aprendizaje, porque se asume que la evaluación es aprendizaje en el sentido que por ella adquirimos conocimiento. El profesor aprende para conocer y para mejorar la práctica docente en su complejidad, y para colaborar en el aprendizaje del alumno conociendo las dificultades que tiene que superar, el modo de resolverlas y las estrategias que pone en funcionamiento. El alumno aprende a partir de la propia evaluación y de la corrección, de la información contrastada que le ofrece el profesor, que será siempre crítica y argumentada, pero nunca descalificadora ni penalizadora.”*

Juan Manuel Álvarez Méndez (2001)

De modo que en las definiciones anteriores se hace énfasis a la retroalimentación que recibe tanto el profesor como el alumno evaluado. En la evaluación del proceso de enseñanza de las matemáticas se tienen dos tipos de evaluación, la evaluación sumativa y la evaluación formativa.

En la Tabla 1 se presentan las diferencias entre los dos tipos de evaluación.

Es de suma importancia tener una evaluación adecuada, para estar al pendiente de los avances y dificultades presentes en los alumnos, de esta manera poder identificar el nivel de preparación que se tiene en un determinado momento, y el nivel de cada alumno o del grupo.

**Tabla 1.** (Coll, 1991), Evaluación sumativa versus evaluación formativa.

	<b>Evaluación Sumativa</b>	<b>Evaluación Formativa</b>
<b>Definición</b>	<p>“Tiene por objetivo establecer balances fiables de los resultados obtenidos al final de un proceso de enseñanza-aprendizaje. Pone el acento en la recogida de información y en la elaboración de instrumentos que posibiliten medidas fiables de los conocimientos a evaluar” (Rosales, 2014).</p> <p>“Su objeto es conocer y valorar los resultados conseguidos por el alumno al finalizar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Así considerada recibe también el nombre de evaluación final” (Coello y Elias, 2001)</p>	<p>“Los procedimientos utilizados por los profesores con la finalidad de adaptar su proceso didáctico a los progresos y necesidades de aprendizaje observados en sus alumnos” (Scriven, 1967).</p> <p>Esta evaluación se lleva a cabo durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, cuando aún se está en la posibilidad de remediar errores y deficiencias presentes, si es que las hay. Es decir, introducir correcciones sobre la marcha para un mejor resultado y desempeño del alumno (Rosales, 2014).</p> <p>“...recalca el carácter educativo y orientador propio de la evaluación. Se refiere a todo el proceso de aprendizaje de los alumnos, desde la fase de detección de las necesidades hasta el momento de la evaluación final o sumativa. Tiene una función de diagnóstico en las fases iniciales del proceso, y de orientación a lo largo de todo el proceso e incluso en la fase final, cuando el análisis de los resultados alcanzados tiene que proporcionar pistas para la reorientación de todos los elementos que han intervenido en él” (Coello, 1995).</p>
<b>¿Qué evaluar?</b>	Los tipos y grados de aprendizaje que estipulan los objetivos (terminales, de nivel o didácticos) a propósito de los contenidos seleccionados.	Los progresos, dificultades, bloqueos, etc., que conlleva el proceso de aprendizaje.
<b>¿Cuándo evaluar?</b>	Al término de una fase de aprendizaje.	Durante el proceso de aprendizaje.
<b>¿Cómo evaluar?</b>	Observación, registro e interpretación de las respuestas y comportamientos de los alumnos a preguntas y situaciones que exigen la utilización de los contenidos aprendidos.	Observación sistemática y pautada del proceso de aprendizaje. Registro de las observaciones en hojas de seguimiento. Interpretación de las observaciones.

## **2.2 Trabajo Cooperativo Asistido por Computadora CSCW y Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computadora CSCL**

El Trabajo Cooperativo Asistido por Computadora, por sus siglas en inglés CSCW (Computer Supported Cooperative Work), surge de la necesidad de entender cómo dos personas o más colaboran entre sí utilizando sistemas colaborativos para lograr un objetivo.

El término CSCW tuvo su origen en los años 60's, con la invención de artefactos para realizar una comunicación, el término como tal fue usado a mediados de los 80's, para llevar a cabo solución de problemas, coautorías, soporte a reuniones cara a cara. CSCW ha buscado ser una disciplina que guíe el diseño y desarrollo de sistemas interactivos que realicen comunicación multiusuario. Este grupo de sistemas se les conoce como *groupware*, y se enfocan en ayudar a las personas a trabajar en equipo de una manera más efectiva (Malone, extraído de Soriano, 1993).

En los años 70's, con la invención de las minicomputadoras nace la "Automatización de Oficinas" (AO), que se enfocaba en dar soporte a las empresas, para los usuarios que trabajaban en grandes grupos y proyectos. La AO trató de abarcar también las aplicaciones monousuario, hojas de cálculo, procesadores de palabras, entre otros. La AO no sobrevivió como campo, no por fallas técnicas si no por falta de análisis de requerimientos de los sistemas. (Natsu, 2002). El crear la tecnología que se requiere para comunicar a las personas no era la problemática. Sin embargo, los ingenieros necesitaban crear tecnología bien diseñada. En los tiempos de la AO se necesitaba aprender más sobre los procesos que se llevan a cabo en un grupo de trabajo, por ejemplo, en una empresa. Es necesario explorar las características y enseguida ponerlas en práctica.

En 1984 Irene Greif del MIT y Paul Cashman de la empresa Digital Equipment Corporation (DEC), organizaron un taller al cual asistieron personas de diferentes campos, estas personas tenían en común el trabajar con personas y explorar como la tecnología cubría los roles del trabajo de las personas y de esta forma asistirlos correctamente. En esta reunión nació el concepto de "Trabajo Cooperativo Asistido por Computadora" (CSCW) (Soriano, 1996).

Los límites de CSCW no se establecen claramente, debido a que hay diferentes discusiones. Discusiones que año con año abarcan nuevos campos de o ramas de investigación. La principal discusión se generó entre *groupware* y *CSCW*, donde Bannon y Schmidt (1991) en su trabajo de investigación afirman que CSCW no puede ser definida por las técnicas aplicadas, sino que, CSCW es una un área de investigación para el diseño de las aplicaciones. Greifel (1998) argumenta que "CSCW es un campo de investigación identificable que se enfoca en el rol de la computación en grupo".

Existen diferentes definiciones que se le fueron otorgando a CSCW, algunas más completas que otras, entre estas definiciones se encuentra la de Digital Media Laboratory Cybrary (Kilby, 1998): "*CSCW es un campo de investigación multidisciplinario que incluye ciencias computacionales, economía, sociología y*

*psicología. La investigación de CSCW se encuentra en desarrollo de nuevas teorías y tecnología para la coordinación de grupos de personas que trabajan juntas”.*

El problema de la definición de CSCW es que abarca diversas áreas. No se puede generalizar una sola tarea para que funcione en todo tipo de áreas, ya que cada área contempla diferentes procesos, pero si se puede tener un conjunto de requisitos a tomar en cuenta para el diseño de sistemas que apoyen el proceso para llevar un trabajo adecuado, y que la cooperación y asistencia sea de gran apoyo (Greenberg, 1991).

### **2.2.1 Groupware**

Para muchos autores no existe diferencia entre *groupware* y *CSCW*, sin embargo, hay quienes establecen diferencias entre los dos términos. El término *groupware* se utilizó por Peter y Trudy Johnson-Lenz a principios de los 80's, tiempo después fue adoptado por la comunidad de *CSCW* (Grudin, 1994). En 1993 Beacker analiza las diferencias entre los dos términos *Groupware* y *CSCW*. Beacker establece que *CSCW* es una actividad coordinada basada en computadora, tal como comunicación y solución de problemas, que se llevan a cabo por un grupo de individuos colaborando, mientras que *groupware* es el software multiusuario y que asiste a *CSCW*.

En los años 80's se presenta la definición original de *groupware* por los hermanos Johnson-Lenz, “...*Groupware = procesos internacionales de grupo (GROUP) y procedimientos para llevar a cabo propósitos específicos + herramientas de software diseñadas para auxiliar y facilitar el trabajo de grupo*”, Recientemente la definición se ha expandido, abarcando más aspectos como la cultura, los valores y las normas que rigen cada tipo de sociedad donde se implemente el software.

### **2.2.2 CSCL**

En el desarrollo de sistemas cooperativos surgió también la necesidad de crear sistemas del tipo de *CSCW*, enfocados a la educación, dando lugar al concepto de Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computadora *CSCL* por sus siglas en inglés (Computer Supported Collaborative Learning). Es común en la sociedad confundir un poco los dos términos, hoy en día existen diversas discusiones sobre la definición

CSCL, debido a que el aprendizaje está implícito en CSCW, y no es necesario crear un nuevo concepto para separar el diseño (Goggins et al., 2013).

Los orígenes y bases de CSCL se basan en la forma en que diariamente interactuamos en grupos con amigos, con familiares, en el trabajo, etc. De esta manera se adquiere una identidad personal de la forma en que se percibe y trata a los otros. Al estar en un grupo se aprende a comportarse y pensar de una cierta manera, educarse uno mismo y ser capaz de negociar, generar significados y a obtener la solución de problemas mediante un entendimiento común con el resto del grupo (Johnson et al., 1991). El aprendizaje colaborativo es una actividad social dónde participan estudiantes y maestros, en esta participación se comparte conocimiento, de esta manera se adquiere y se construye un conocimiento nuevo entre cada interacción (Palincsar y Brown, 1984; Koschman, 1996).

En CSCL también intervienen ciertas teorías socioculturales que se deben de considerar. Por una parte, está la teoría sociocultural o de la actividad, teoría del constructivismo, conocimiento situado. También intervienen métodos pedagógicos, hablando de modelos para construir grupos, establecer los roles de cada participante, la planificación de actividades, explorar aprendizajes a distancia, cantidades de usuarios que deberían de colaborar como máximo y como mínimo, tiempo, etc. Todas estas actividades en diferencia con CSCW son las que se toman en cuenta y es por eso que se toma el termino CSCL adicional a lo que contempla CSCW (Brown et al., 1989; Johnson y Johnson 1984; Sharan y Sharan, 1994; Slavin, 1980).

### **2.2.3 Diferencias CSCL y CSCW**

Algunas diferencias particulares entre CSCL y CSCW propuestas por Heeren y Lewis en 1997 son: CSCW tiene como meta la efectividad del desempeño de la tarea en términos de un producto, abstracto o concreto, como una idea o un diseño, sea alcanzado al mínimo costo. Mientras que CSCL apunta al aprendizaje individual en los aprendices, como resultado principal (aprendizaje activo y procesamiento individual profundo). Incrementar el esfuerzo mental. Disminuir el esfuerzo mental.

En un esfuerzo por concentrar a los dos conceptos el autor Goggins y colaboradores proponen en el 2013 un nuevo tema llamado *CSCL at Work*. La razón de concentrar a los dos conceptos fue a ciertas conclusiones a las que llegaron. Los autores (Goggins et al., 2013) mencionan que mientras se colabora

siempre se aprende algo nuevo y se agregan características de los dos conceptos. Cada concepto agrega algo a este nuevo tópico, la contribución de cada área es la siguiente:

- **CSCL**

Se enfoca en cómo el aprendizaje se puede mejorar a través de la colaboración por medio de una computadora. Abarca las nuevas teorías de cómo se construye el conocimiento dentro de los grupos (Stahl, 2006), también el cómo los maestros contribuyen al aprendizaje colaborativo y la secuencia de acciones que deben tener las aplicaciones para generar un aprendizaje. Lo anterior enfocado en la parte socio-técnica (Dillenbourg y Hong, 2008). En el área socio-técnica han emergido nuevos investigadores de CSCL. Por lo que CSCL busca centrar las aplicaciones a un aprendizaje asistido por computadora en contextos de instituciones educativas tradicionales, como escuelas públicas, escuelas privadas, colegios y organizaciones que brindan tutorías. El estudio de CSCL va en dirección de dominios específicos, descartando clasificaciones de dominios cruzados, o identificación de patrones o contextos de aprendizaje donde la respuesta no se conoce. El trabajo de la comunidad científica en CSCL ha generado grandes teorías de cómo el conocimiento es construido por grupos y cómo los maestros contribuyen a un aprendizaje colaborativo (Kreijns et al., 2002; Laffey et al., 2006).

- **CSCW**

Enfocada en la investigación de gestión del conocimiento, en contraste, se examinan las prácticas tecnológicas y condiciones culturales necesarias para asegurar que el conocimiento se transmita de expertos por medio de fuentes de información formales en una organización. La gestión del conocimiento se define como "la captura, la consolidación y la reutilización del conocimiento y la traducción de nuevas y mejores prácticas en los procesos programables tangibles para ser automatizado a través de ella cuando sea posible" (Coakes, 2002). Estos sistemas de información socio-técnicos se centran en el almacenamiento y distribución de información discreta o procesos que se usan como base para el intercambio de conocimientos dentro de una organización. Los ejemplos de que se usan de esta contribución incluyen sistemas *groupware* en la gestión del conocimiento, o el contenido y los sistemas de gestión empresarial. A pesar de las contribuciones de estos sistemas y la adopción de la organización, estos sistemas no se centran en el aprendizaje colaborativo como lo hace CSCL. La gestión del conocimiento es un campo de investigación que hace hincapié en la acumulación y redistribución del conocimiento tácito y explícito que puede ser identificada.

Con la contribución de ese este tópico de *CSCL at Work* al campo de CSCW y CSCL considera cosas interesantes y necesarias, los detalles son bien especificados y las discusiones generadas en el libro de Goggins (2013), con el tiempo se mostrarán los resultados, y de esta manera establecer si este nuevo tópico fue aceptado o rechazado por la comunidad.

#### 2.2.4 Taxonomía

Los sistemas groupware se dividen en cuatro categorías según la clasificación de Johansen (1988). Para realizar esta taxonomía se tomaron dos dimensiones *tiempo* y *espacio*. La taxonomía se representa en una matriz de 2x2 (ver Figura 6). Los sistemas groupware pueden trabajar en cuatro modalidades, dependiendo de su propósito. Los sistemas son síncronos cuando los usuarios se comunican al mismo tiempo, por ejemplo, un video llamada, videoconferencia, una llamada, chatear, entre otras. Por otro lado, una comunicación asíncrona es cuando los usuarios se comunican en un tiempo diferente, cuando los usuarios no se comunican en tiempo real, por ejemplo, un correo electrónico.

		Tiempo	
		Igual	Diferente
Lugar	Igual	Interacción frente a frente	Interacción asíncrona
	Diferente	Interacción distribuida síncrona	Interacción distribuida asíncrona

**Figura 6.** Taxonomía de los sistemas groupware.

De ahora en adelante nos referiremos a CSCW en general, ya sea para referirnos a groupware o CSCL. En los subtemas anteriores ya se explicaron las diferencias y distintas ramas en cómo se dividen. El sistema colaborativo que se presenta en este trabajo de tesis puede considerarse parte de CSCW, Groupware, CSCL y adicionalmente como un espacio virtual. Nos referiremos al sistema presentado como un

“sistema colaborativo”. A continuación, se muestra una explicación sobre el termino conciencia colaborativa usado en el desarrollo de sistemas CSCW.

## 2.3 Conciencia colaborativa

En el desarrollo de todas las aplicaciones CSCW se parte de un objetivo en común, la conciencia colaborativa: *awareness*, la cual se define como “una comprensión de las actividades que otros realizan, que proporcionan un contexto de la situación a tratar” (Dourish y Bellotti, 1992). Si un sistema de este tipo no contempla la conciencia colaborativa en alguna acción que realiza, es muy probable que este sistema fracase funcionalmente (Gutwin et al., 1996).

*Awaraness* es de suma importancia en el área de CSCW debido a que se desarrollaban sistemas incompletos y que no tomaban en cuenta los mecanismos de colaboración existente en una típica interacción cara a cara. Con el tiempo, se le llamó a este tipo de espacios de interacción *espacio de trabajo consiente*, en donde la principal motivación era “el cómo mejorar las actividades de colaboración soportadas como la comunicación, coordinación y asistencia, y qué tan bien el sistema soporta el dominio de las tareas “(Salas et al., 1995).

### 2.3.1 Características de la conciencia colaborativa

Investigaciones anteriores han definido que *awareness* es el conocimiento que tiene el usuario sobre algún ambiente de trabajo. En pocas palabras “saber qué está haciendo en ese ambiente”. Esta idea consiste en los estados del conocimiento, así como en los procesos dinámicos de la percepción y la acción. Cuatro características básicas que se presentan tras haber hecho un trabajo previo sobre la conciencia son las siguientes (ejemplos de Adams et al., 1995; Norman, 1993; Endsley, 1995):

- La conciencia es el conocimiento sobre el estado de un entorno limitado en el tiempo y el espacio.
- Ambientes cambian con el tiempo, por lo que la conciencia es el conocimiento que debe ser mantenido y se mantiene hasta la fecha.
- Las personas interactúan y exploran el medio ambiente, y el mantenimiento de la sensibilización se lleva a cabo a través de esta interacción.



- La conciencia es un objetivo secundario en la tarea, es decir, el objetivo general no es simplemente para mantener la conciencia, pero para completar alguna tarea en el medio ambiente ésta es necesaria.

Algunas de estas características no siempre se aplican en todos los ambientes, pero pueden llegar a suceder. En algunas partes lo usan como *conciencia de situación*. El termino *conciencia de situación* es muy usado en los espacios de trabajo colaborativo en *groupware*. Las *situaciones* se clasifican en tres niveles (Gutin y Greenberg, 2013), definidos por Endsley en 1995.

*Nivel 1:* percepción de elementos relevantes en el ambiente.

*Nivel 2:* comprensión de esos elementos.

*Nivel 3:* predicción de estados de esos elementos en un futuro cercano.

En la investigación y desarrollo de sistemas CSCW se han creado requisitos base para ser tomados en cuenta al momento de diseñar ese tipo de sistemas, el primero es un framework teórico creado por Gutwin y Greenberg basado principalmente en awareness, el segundo es una lista de requisitos que se han ido creando y afinando dependiendo cada autor. Los dos requisitos son mostrados y explicados a continuación.

## 2.4 Framework basado en awareness

Una guía para los creadores de sistemas CSCW, basada en grupos de trabajo consientes, con esa intención se creó el WA (Workspace Awareness) framework teórico, en donde consideran de principal interés el conocimiento de los usuarios sobre los ambientes colaborativos. El framework describe cuales son los elementos de un espacio de trabajo consiente, cuales son los mecanismos que usan, y cuáles son las situaciones convenientes para usar un trabajo colaborativo.

El diseñador del espacio colaborativo se enfrenta con situaciones básicas del acomodo de objetos y de información que debe de mostrar al otro usuario, es por eso que este *framework* guía por tablas de preguntas, y el diseño se basa en preguntas básicas, las cuales se muestran en la Tabla 2. Originalmente se muestran las preguntas por categoría en inglés, pero al momento de ser traducidas éstas cambiaron de palabra, pero se mantuvieron los elementos y las preguntas en la misma categoría. Las preguntas se realizan con el fin de tener conciencia sobre la situación y alcances de los otros usuarios en el tiempo

presente de una interacción particular. Así también es importante conocer en el tiempo pasado, por esta cuestión se muestran las preguntas de la Tabla 3 (Gutwin y Greenberg, 2002).

**Tabla 2.** Elementos de un espacio de trabajo consiente en tiempo presente.

<b>Categoría</b>	<b>Elemento</b>	<b>Preguntas específicas</b>
<b>Quién</b>	Presencia Identidad Autoría	¿Hay alguien ahí? ¿Quiénes están participando? ¿Quién es ese? ¿Quién está haciendo eso?
<b>Que</b>	Acción Intención Artefacto	¿Qué están haciendo ellos? ¿Cuál es el objetivo de realizar esa acción? ¿Con que objeto están trabajando?
<b>Dónde</b>	Ubicación Contemplación (mirada) Vista Alcance	¿Dónde están ellos trabajando? ¿Qué área están viendo ellos? ¿Qué es lo que pueden ver los demás? ¿Qué pueden ellos realizar?

**Tabla 3.** Elementos de un espacio de trabajo consiente en tiempo pasado.

<b>Categoría</b>	<b>Elemento</b>	<b>Pregunta específica</b>
<b>Cómo</b>	Historial de acciones Historial de artefactos	¿Cómo se produjo esa acción? ¿Cómo llego a estar ese artefacto en ese estado?
<b>Cuándo</b>	Historial de eventos	¿Cuándo pasó ese evento?
<b>Quién (pasado)</b>	Historial de presencias	¿Quién estuvo aquí y cuándo?
<b>Dónde (pasado)</b>	Historial de ubicación	¿Dónde ha estado una persona?
<b>Qué (pasado)</b>	Historial de acciones	¿Qué ha estado haciendo esa persona?

Estas tablas presentadas anteriormente son las principales características de este software presentado por Gutwin y Greenberg (2002) para el desarrollo de sistemas CSCW. En la siguiente sección se muestran a detalle los requisitos de un sistema groupware. Sin embargo, existen otros requisitos tomados en cuenta por otros investigadores.

## 2.5 Requerimientos CSCW

Los requerimientos de sistemas CSCW se han investigado por varios años en especial en los 90's, cada requisito era analizado a detalle y agregado al grupo. Soriano en 1996 realizó una búsqueda de cada uno de los requerimientos establecidos para el diseño de este tipo de sistemas, requerimientos que fueron propuestos y usados por diferentes autores. Los requerimientos que se consideraron en el diseño de este trabajo de tesis se muestran a continuación.

**Participación:** se refiere a la forma en la que los usuarios entran en el sistema, para posteriormente llevar a cabo una participación en una sesión de colaboración, dejar en claro si es necesario que estos se registren, tienen un número limitado de usuarios o necesitan invitación de otro usuario, etc.

**Interacción:** es la forma en que se van a comunicar los usuarios entre entidades y propiedades de manipulación. Las formas de comunicación pueden ser síncronas y asíncronas, esta interacción va a depender de los objetos que puedan compartir (texto, imágenes, video, voz), las cuales dependen del tiempo de respuesta requerido.

**Coordinación:** son los mecanismos y reglas para acceder a los recursos que brinda la colaboración, por ejemplo, en caso que el sistema tuviera comunicación por audio, saber cuál usuario puede hablar en determinado momento, o escribir, o si todos los usuarios pueden hacer uso de los recursos al mismo tiempo, eso ya dependerá del número de usuarios por grupo y la cantidad de recursos, etc.

**Distribución:** se refiere a la estrategia para diseñar e implementar aplicaciones o alguno de sus componentes. Puede el sistema tener algunas funciones centralizadas y otras distribuidas.

**Notificación de eventos:** es la retroalimentación que reciben los usuarios sobre las acciones de otros, por ejemplo, cuando un usuario está escribiendo un mensaje, el sistema puede informar que tal usuario está realizando dicha acción o la realizó.

**Visualización:** es el criterio de las interfaces que verán los usuarios. En entornos compartidos suele ser WYSIWIS la cual determina una visualización similar para ambos usuarios. Usualmente cuando se tienen diferentes niveles jerárquicos, los de mayor jerarquía pueden ver más cosas que los de menor jerarquía. Este requerimiento de visualización es uno de los más importantes y detallados en el diseño de este tipo de sistemas.

**Confidencialidad:** está asociado a la seguridad y privacidad del usuario, que es lo que el usuario puede conocer de sus colaboradores, a qué tipo de información se tiene derecho a saber. Suele suceder que en consultas de algún tipo se requiere que sean anónimas o solo el apodo, teniendo total desconocimiento de la edad o de otras características del usuario colaborado o colaborando.

**Nivel de soporte:** este nivel aplica en ocasiones para sistemas que requieren configurar algún trabajo en equipo, en ocasiones se dividen las acciones que pueden realizar dentro de un grupo de trabajo, por ejemplo, al modificar una red, tal vez solo el administrador puede crear o eliminar un protocolo, y otros usuarios solo pueden direccionar.

**Localización:** se refiere a donde deben de estar los usuarios para usar el sistema, ya sea que puedan estar en cualquier parte del mundo, en una localización específica y pre-configurada, todos los usuarios dentro de una sala de trabajo, o cualquier lugar impredecible.

**Momento de interacción:** es el instante en que se lleva a cabo la sesión de comunicación, si es en tiempo real, o no, es decir síncrona o asíncrona.

**Naturaleza de la comunicación:** Es la forma en que se acuerda comunicarse, esta se divide en *formal* cuando los usuarios planean y acuerdan con anterioridad comunicarse sobre el sistema, e *informal*, cuando los usuarios sin planearlo se comunican, por ejemplo, cuando un usuario observa a otro usuario conectado en el sistema y decide comunicarse con él, sin haberlo planeado con anticipación.

**Nivel social de los participantes:** En los sistemas suelen haber diferente rango social de usuario, o en grupos de trabajo, por ejemplo, el jefe del proyecto, y los subordinados. Algunos sistemas no contemplan este nivel social y todos los usuarios son iguales.

**Estructura social de la sesión:** este requerimiento se refiere al derecho de movimientos y acciones dentro del sistema, existen dos escenarios: *democrático*, donde cada participante tiene el mismo rol y los protocolos de interacción están definidos por los compañeros. Los *estratificados*: es donde se incluye un moderador, por ejemplo, un árbitro, juez, profesor, etc., y un grupo de asistentes. En este caso el moderador es el que dirige los protocolos y los roles de cada usuario.

**Formas de llevar a cabo las actividades:** se diseña el cómo van a comenzar la sesión, comúnmente se realiza una petición respondida con una aceptación por parte de los usuarios receptores, también en

este requisito se toma en cuenta la forma de manejar estas peticiones, por ejemplo, una pila de peticiones, así como el número de sesiones abiertas y las características de un usuario para iniciar una sesión de colaboración.

**Modo de contribución:** como los usuarios contribuyen con información a otros usuarios para que puedan crear una solución a sus necesidades, ya sea que cada usuario de su punto de vista, o entre todos lleguen a un acuerdo, o solo uno tiene que aprobar los cambios, o todos modifican ideas de todos, etcétera.

**Métodos para entrar a sesiones:** Es el estado del usuario para entrar en sesión, por ejemplo, en algunos sistemas los usuarios no tienen que estar registrados para entrar en sesión, y en otros debes de estar registrado y tener más de una semana registrado para poder entrar en una sesión.

**Arribo de sesiones:** Las características que debe de haber para entrar en una sesión, sin contar las anteriores, por ejemplo, debe de haber un receptor conectado o agregado a la lista para poder colaborar con él, tener una buena conexión a internet, etc.

**Partida de sesiones:** se refiere al modo en que se abandonara la sesión, en algunos casos solo se cierra la ventana, en otros casos se presiona un botón para abandonar e indicar que ha finalizado la sesión. Otros casos son cuando solo queda un usuario en la sesión, esta se cierra automáticamente.

**Tamaño de grupo:** el definir un tamaño de grupo es también de los requisitos más importantes del diseño de sistemas groupware, cuando el tamaño es de dos usuarios, el sistema es un poco más sencillo al momento de desarrollar, ya que no se tienen tantos problemas de control de concurrencia en los datos. En cambio, cuando los grupos son de 6 o más, la dificultad y del problema aumenta significativamente.

**Forma de comunicación:** aquí se enlistan las formas en que se pueden comunicar los usuarios, ya sea *textual*, comúnmente usado en sistemas groupware, *dibujos (trazos)*, con el uso de tele-punteros o ejemplificar con una figura alguna idea, *voz y video*, con el video o la voz para las videoconferencias es muy común, o simplemente la voz como una llamada.

## 2.6 Tinta digital

La facilidad de interactuar con la tecnología es uno de los objetivos primordiales de los diseñadores de productos. Por otra parte, existen grupos de investigadores en busca de nuevas prácticas e instrumentos para una interacción más cómoda con dispositivos tecnológicos. Entre la búsqueda de nueva tecnología, nace la “tinta digital”, en relación a la acción de escribir a mano alzada. En 1998 Kasabach y colaboradores la definen como “...una herramienta de escritura sofisticada que tanto entiende la escritura de la gente, y les permite convertir cualquier superficie de escritura en una superficie de interacción personalizada. Mediante la fusión de las herramientas tradicionales tales como papel y lápiz con las capacidades de un bloc de notas electrónico, el módem y el teléfono celular, la tinta digital permite a la gente para grabar, transmitir y recibir ideas desde casi cualquier lugar” (Figura 7).

Tinta digital tiene las características de poder grabar trazos escritos o dibujados en un dispositivo electrónico con ayuda de un lápiz óptico o cualquier dispositivo que sea detectable en una pantalla táctil. Los primeros usos de tinta digital fueron en PDA, pizarrones interactivos y pantallas monocromáticas. Algunos ejemplos eran pantallas táctiles de computadoras, pantalla para firmar, entre otros. Tiempo después comenzó a usarse en tabletas, teléfonos celulares, laptops, por mencionar algunos (Anderson et al., 2004).



**Figura 7.** Ejemplo del uso de tinta digital.

### 2.6.1 Tinta digital en la educación

Con el propósito de facilitar la interacción de los alumnos y el maestro con el pizarrón se comenzaron a usar pizarrones táctiles, en los que era más fácil escribir y borrar las notas que se realizaban. Escenarios comunes como las presentaciones de temas en clases al usar diapositivas. Los maestros dejan espacios en blanco para posteriormente rellenar con la participación de los alumnos (Anderson et al., 2004; Anderson et al., 2007; Brotherton, 2001; Müller y Ottmann, 2000; Abowd, 2000).

Con el tiempo se han venido aprovechando las características de la escritura a mano alzada sobre un dispositivo electrónico. En particular en el área de matemáticas se ha venido implementando para realizar gráficas y figuras. Otra área importante que surgió fue escribir caracteres matemáticos a mano alzada. Después aprovechar los trazos dibujados posteriormente relacionarlos con las características de los caracteres matemáticos. Comenzó el área de reconocimiento de caracteres matemáticos a mano alzada en la educación.

## 2.7 Sistema de Algebra Computacional (CAS) en matemáticas

Un CAS puede ser definido como un software con capacidades numéricas, gráficas y simbólicas. Su origen puede encontrarse en los 60's con sistemas como REDUCE, MUMATH y MACSYMA. En esos tiempos el principal objetivo era reducir las operaciones de los cálculos matemáticos en investigaciones científicas. Al finalizar los 80's surgieron otros CAS como herramienta de apoyo a la enseñanza, como lo fue DERIVE, MAPPLE y MATHEMATICA. Poco a poco los CAS fueron ayudando a resolver diversos problemas y se hizo un instrumento pedagógico de enseñanza importante. Al mismo tiempo, el uso del CAS comenzó un gran debate en el campo científico, sobre los métodos de enseñanza de las matemáticas utilizando este tipo de sistemas. Los libros de texto comenzaban a mostrar ejercicios y ejemplos resueltos con ayuda de un CAS. El uso del CAS en la educación, comenzó a usarse con estudiantes de carreras ingenieriles (García et al., 2014).

Existen CAS libres o comerciales, dependiendo de la organización o empresa que lo hayan desarrollado, algunos autores argumentan que los CAS deberían de ser libres para propósitos educacionales (Stallman, 1999; Joyner, 2008), algunos de ellos se siguen actualizando constantemente, integrando nuevas funciones u optimizando cálculos. En la Tabla 4 se muestra una lista de los CAS más conocidos y vigentes extraída de Sistema algebraico computacional en Wikipedia, siendo SageMath uno de los más atractivos,

ya que realiza un gran número de cálculos, como los comerciales, pero con la diferencia de ser de uso libre.

**Tabla 4.** CAS vigente, ordenados por cálculos grandes y licencia.

Nombre del CAS	Propósito General	Libre / Comercial
<b>MATLAB</b>	Cálculos grandes	Comercial
<b>Mathematica</b>	Cálculos grandes	Comercial
<b>Maple</b>	Cálculos grandes	Comercial
<b>Magma</b>	Cálculos grandes	Comercial
<b>SageMath</b>	Cálculos grandes	Libre
<b>Maxima</b>	Cálculos medios	Libre
<b>SymPy</b>	Cálculos medios	Libre
<b>Xcas/Giac</b>	Cálculos medios	Libre
<b>Yacas</b>	Cálculos medios	Libre

La facilidad de usar un CAS, está al alcance de todos los estudiantes, la mayoría de ellos son muy prácticos y fáciles de instalar. Hoy en día algunos de estos CAS funcionan en los teléfonos celulares, de esta manera lo podrían usar los estudiantes. Una forma muy común del uso de CAS en la educación es para realizar una evaluación de los ejercicios que se dejan de tarea, los alumnos pueden obtener más información de los ejercicios que están resolviendo, con esto el CAS brinda una retroalimentación enriquecedora, generando con ello una evaluación formativa y no simplemente sumativa (García et al., 2014).

## 2.8 Espacio Virtual

En el desarrollo de Sistemas Colaborativos Asistidos por Computadora se utiliza comúnmente el término de *espacio virtual*, para hacer referencia a un sistema que apoya el intercambio remoto de ideas entre usuarios. Ya sea que estos usuarios mantengan una comunicación síncrona o asíncrona, ejemplos de estos sistemas son los que realizan actividades como, videoconferencias, chat, llamadas, juegos colaborativos, etc. (Toomey y Adams, 2000). El término espacio virtual es usado para referirse a diversas



áreas, se puede aplicar en defunciones del área de telecomunicaciones, sistemas informáticos no colaborativos, videojuegos (Saunders et al., 2011).

Para este trabajo de tesis consideramos a un espacio virtual como un sistema colaborativo. El sistema colaborativo tal vez pudiera llegar a reemplazar actividades que se llevan a cabo cara a cara. Reemplazar actividades en diversos escenarios ha generado ambientes de apoyo adaptados a la nueva generación. Las horas de oficina virtual han reemplazado diversas tareas y ha sido de gran ayuda como se explica a continuación.

### **2.8.1 Horas de oficina virtual**

En el nivel universitario es común que los alumnos busquen a sus compañeros o profesores después de horas de clases. Cada vez es menos frecuente que esto suceda debido al uso de la tecnología. Los encuentros cara a cara van disminuyendo, las aclaraciones con frecuencia son por correo, chat u otros medios (Li y Pitts, 2009). La práctica de mantener las tradicionales horas de oficina ha requerido gran responsabilidad por parte de los profesores y mejora la relación entre el profesor y los estudiantes. Ordinariamente los alumnos preguntan dudas a los maestros y los maestros las contestan inmediatamente. Sin embargo, estudios han demostrado que ahora rara vez los alumnos visitan a los maestros.

Una oportunidad para mejorar esta comunicación y aprovechar la tecnología es brindar *horas de oficina virtual* en ingles *Virtual Office Hours*. Esta tendencia puede ayudar a los maestros a mantenerse cerca de los alumnos sin la necesidad de verlos, atendiéndolos fuera del salón de clase de la manera en la que lo venía haciendo anteriormente.

La palabra "Virtual" puede definirse como: algo que no es real, pero muestra algo muy semejante de calidad del mundo real. La palabra *virtual*, ha sido aplicada en computación a varias ideas. En términos de *horas de oficina virtual* y *salón virtual*, las dos hacen referencia a simulaciones generadas por la computadora para reemplazar tareas cara a cara que usualmente se dan entre los maestros y los alumnos. Se crean ambientes donde todo es virtual, las palabras, imágenes y diferentes formas de comunicación. Horas de oficina virtual generalmente se refiere al tiempo dedicado por el asesor para atender a uno o varios alumnos que necesitan asesorarías (Cox y Williams, 2011).

En este capítulo se abordaron conceptos claves, usados en el desarrollo de tecnologías que apoyan a la educación. También se definieron los conceptos que intervienen en el desarrollo de sistemas colaborativos, así como las características que estos sistemas deben de tener. Además, se presentaron los conceptos relacionados con el tema a tratar, en este caso educación en matemáticas y los tipos de evaluaciones que se dan en escenarios de clases formales. Una vez definidos los conceptos y las características pertinentes de un sistema colaborativo, el siguiente capítulo describe el diseño e implementación del CoMAS, un sistema colaborativo para mejorar el proceso del aprendizaje-enseñanza de las matemáticas que hace uso de un CAS y permite ingresar expresiones matemáticas con el uso de tinta digital.

## Capítulo 3. Diseño e implementación

---

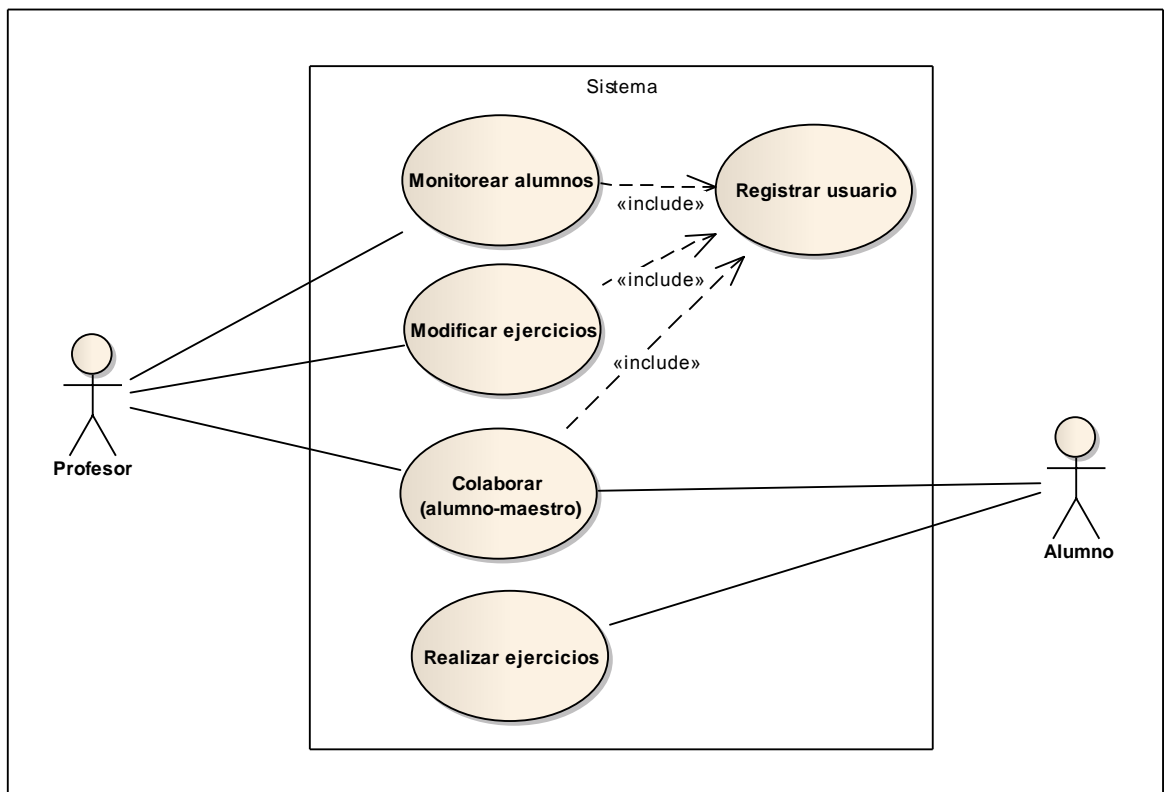
El sistema CoMAS se diseñó para brindar apoyo tecnológico a ciertas prácticas y procesos que resultan beneficiosos para la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos matemáticos que aparecen en los primeros cursos de matemáticas del nivel superior. En particular, se busca ayudar en el proceso en que los estudiantes resuelven ejercicios matemáticos en diversos escenarios. En un escenario tradicional, los alumnos trabajan utilizando lápiz y papel, ya sea como parte del trabajo de clase, o como ejercicios de tarea. El maestro, revisa y evalúa el trabajo de los estudiantes. El proceso de aprendizaje se beneficia cuando el maestro ofrece algún tipo de apoyo durante el proceso o algún tipo de asesorías fuera del salón.

CoMAS (Collaborative Mathematics Assessment System) es un sistema colaborativo que trabaja en web y que se desarrolló en este trabajo de tesis. CoMAS es creado para brindar una serie de servicios y herramientas de apoyo al proceso de resolución de ejercicios matemáticos dentro del sistema escolarizado. Se creó un espacio virtual dentro del sistema para que apoye a los estudiantes a realizar ejercicios matemáticos y que a su vez sirva como medio de comunicación entre dos estudiantes o estudiante-maestro, se busca ampliar las capacidades de apoyo del trabajo de Pacheco (2015). El sistema MathDIP se vería enriquecido si este fuera independiente del sistema operativo. Se busca extender la funcionalidad de MathDIP al crear un espacio colaborativo, donde los estudiantes puedan intercambiar ideas en tiempo real, resolviendo las dudas de los estudiantes. El desarrollo de un entorno colaborativo permitirá a los estudiantes aclarar sus dudas en el momento en que estén realizando ejercicios. Aclarar sus dudas de una manera pronta y oportuna sin la necesidad de esperar a tener una interacción física con el maestro o alguno(s) de sus compañeros. De esta manera el sistema podría ayudar en diferentes escenarios a los estudiantes. Los escenarios en los cuales posiblemente ayudaría son los siguientes:

- Horas de asesoría: Cuando los alumnos tienen dudas y le preguntan al profesor. Con ayuda del sistema pueden los alumnos y maestros intercambiar ideas.
- Usar en el salón de clases para realizar ejercicios: A los alumnos se les dejan ejercicios para resolver en el salón de clases. Con el sistema los alumnos pueden realizar los ejercicios en clase, y el maestro revisarlos en tiempo real.
- Realizar ejercicios de tarea: los maestros indican los ejercicios a realizar. Con el sistema los ejercicios ya estarán en el sistema y los alumnos solo tienen que acceder a ellos y realizarlos.

- Practicar ejercicios: En ocasiones los alumnos necesitan practicar con ejercicios para reforzar sus conocimientos. Los alumnos pueden acceder a realizar ejercicios que se encuentran disponibles en el sistema.

Se busca que pueda ser capaz de apoyar de forma práctica en las tareas mencionadas anteriormente; así como facilitar la revisión de ejercicios matemáticos. El sistema CoMAS creado en este trabajo de tesis fue diseñado con la visión de ser independiente de la plataforma, es decir que no dependa del sistema operativo, ni del navegador, para su funcionamiento. Como parte de la solución a esta problemática se requiere que el espacio virtual corra sobre un ambiente Web. En la Figura 8 se presentan las actividades que realiza el sistema CoMAS de forma muy general. En la figura 8 se puede observar a dos actores (el usuario y el maestro). Algunas de las actividades requieren que el actor esté registrado en la plataforma. La única actividad que se puede realizar en CoMAS si estar registrado es la resolución de ejercicios matemáticos. El maestro necesita registrarse para poder monitorear a los alumnos, para modificar un ejercicio y para realizar una colaboración con algún alumno. Los alumnos necesitan registrarse para colaborar con otro alumno o maestro. Si el alumno desea hacer ejercicios y que el historial del ejercicio realizado se almacene, es necesario que el alumno se registre en la plataforma. En el anexo a se muestra un diagrama de secuencia, para ver más a detalle la forma de llevar a cabo una colaboración.



**Figura 8.** Diagrama Caso de uso general de CoMAS.

El sistema CoMAS fue diseñado considerando los escenarios de enseñanza de las matemáticas mencionados anteriormente, así como las limitaciones y trabajo futuro propuesto en el trabajo de Pacheco (2015). Aprovechando el trabajo implementado por Pacheco (2015), se decidió trabajar en temas de Álgebra. Temas que usualmente se ven en la preparatoria, pero que desafortunadamente se tienen que volver a ver en los primeros cursos de algunas licenciaturas e ingenierías. Se diseñó e implementó un espacio virtual, el cual se dividió en cuatro módulos (ver Figura 9), de esta manera se tomaron algunas funciones que ya realizaba el sistema MathDIP, incluyendo ciertos elementos de sus interfaces.

El diseño del sistema sigue un modelo incremental en el cual se van implementando los módulos al sistema, el sistema es probado con el módulo agregado a nivel operacional, y se procede a agregar el siguiente módulo. A continuación, se desglosa el diseño de cada módulo.



**Figura 9.** Módulos de CoMAS.

### 3.1 Tinta digital en matemáticas

Los estudiantes resuelven ejercicios en su cuaderno con papel y lápiz como lo muestra en la Figura 10. Con el sistema se pretende que los alumnos con ayuda de una tableta, resuelvan ejercicios matemáticos, tal como lo hacían en su cuaderno, escribiendo a mano alzada. De esta manera los alumnos ingresan matemáticas a la computadora, manteniendo la forma tradicional al realizarlo con papel y lápiz. Cabe

mencionar que como será un sistema en web, éste podrá usarse con el mouse en la computadora, laptop o en un teléfono celular. Entonces para facilitar la interacción entre el usuario y el sistema colaborativo se requiere de un editor para ingresar expresiones matemáticas, donde ingresen las expresiones a mano alzada.

El editor debe de reconocer las expresiones ingresadas por el usuario, y regresar una expresión entendible y bien formada sintácticamente, en un lenguaje universal para poder ser comparada y analizada en el módulo de evaluación automática. Este editor debe de poder ejecutarse en navegadores comunes como lo son Google Chrome, Mozilla Firefox, Safari y Opera, y que además el reconocedor tenga un rango de reconocimiento de alta fidelidad.

Handwritten mathematical work on grid paper showing the simplification of a complex fraction. The student uses a red pencil and brackets to group parts of the expression.

$$c) \left( \frac{3}{5} \right)^2 = \frac{12}{25} + \sqrt{\frac{7-5}{3-9}}$$

$$\frac{9}{25} = \frac{12}{25} + \sqrt{\frac{2-5}{9}}$$

$$\frac{9}{25} \cdot \frac{25}{25}$$

**Figura 10.** Forma tradicional, escribir en papel con pluma.

### 3.2 Evaluación automática de ejercicios matemáticos

Los alumnos al momento de realizar sus ejercicios en papel, en ocasiones no saben con certeza si los ejercicios que realizan están correctos, hasta el día siguiente cuando el profesor hace la revisión y le devuelve al estudiante una calificación de la tarea. Es por esta razón que se decide agregar el módulo de evaluación automática, no solo del ejercicio, sino de cada uno de los pasos realizados para llegar a la solución final del ejercicio. Con esta evaluación pueden llegar a obtenerse diversos beneficios, como el ahorro de tiempo al maestro en revisar los ejercicios, y en aclarar dudas básicas de los alumnos, en lo que respecta a dudas simples. De esta manera se les podría calificar el desarrollo de sus ejercicios en

tiempo real. Con esta evaluación el sistema colaborativo se ve enriquecido dotándolo de una evaluación formativa, la cual posee varios beneficios y características que se explicaron en el capítulo anterior.

### **3.3 Seguimiento de las actividades de los alumnos**

Para los profesores es común tener que registrar las actividades y ejercicios que deja de tarea a los alumnos. Entre estos registros se encuentra el avance particular de los alumnos. El avance de cada alumno se mide en términos del número de ejercicios realizados por alumno y el número de intentos realizados para resolver un ejercicio. El avance de cada alumno contiene información cualitativa y cuantitativa que apoye en la toma de decisión de la evaluación del maestro. Este tipo de información ayuda al maestro a tener un mejor control sobre lo visto en clases y dejado en tareas. En el sistema se optó por almacenar todas estas actividades, las cuales solo son accesibles al maestro. El computarizar este tipo de tareas puede traer consigo diversos beneficios entre ellos:

- Evitar pérdida de hojas: Cuando el maestro transporta hojas de un lugar a otro, es común que alguna se extravíe. Con el sistema la información se mantiene almacenada en bases de datos. Esta información se puede perder si se daña un el disco duro.
- Tener un fácil control del número de ejercicios realizados por alumnos: Los profesores tienen una bitácora de los ejercicios o de las tareas realizadas por cada alumno. En el sistema se almacena cada ejercicio por cada estudiante, facilitando el control de cada estudiante.
- Poder identificar cadencia de conocimiento en temas: los maestros identifican las carencias de los alumnos al revisar los ejercicios que realizan. Con el sistema los maestros podrán realizar la misma actividad, identificando con diferentes colores la situación los errores cometidos en cada ejercicio.

La facilidad del manejo de la información ya no dependerá de unas hojas, el transportar la información de un lado a otro sería mucho más eficiente, así como el acceso a ella. En la revisión de tareas, el profesor necesita cargar todas las hojas de un lugar a otro para posteriormente revisarlas.

### 3.4 Colaboración matemática

Frecuentemente los alumnos se ven en la necesidad de aclarar dudas, discutir ideas y hacer comentarios para completar exitosamente su trabajo. Al observar las necesidades de los alumnos surge la idea de integrar al sistema un módulo de colaboración matemática entre los usuarios. Como beneficio, el proceso en que los alumnos aprenden Matemáticas se puede ver beneficiado. Estas cuestiones surgen como situaciones complementarias a la resolución de ejercicios. Si bien el sistema brinda una retroalimentación formativa hasta un cierto nivel, para complementar esta retroalimentación y aclarar dudas más complejas, es necesario tener un módulo colaborativo donde exista comunicación entre dos usuarios, ya sea alumno-alumno o alumno-maestro. El diseño de un sistema colaborativo de este tipo da lugar a lo que se conoce en el área de Sistemas Interactivos como CSCW (Soriano, 1996). Existen características ya establecidas para guiar el diseño de este tipo de sistemas (Reinhard et al., 1994), así como un framework teórico (Gutwin y Greenberg, 2002), donde se indican los aspectos a considerar en un sistema colaborativo. Las características que se tomaron en cuenta para diseñar el entorno colaborativo fue a partir de un escenario formal, donde un profesor está disponible en su oficina para asesorar a sus alumnos, luego de haberles dejado algunos ejercicios. Este escenario se muestra a continuación.

#### Escenario:

El profesor de matemáticas brinda dos horas de asesoría a sus alumnos, el maestro está en su cubículo esperando que los alumnos lleguen a resolver sus dudas. Un alumno va al cubículo del maestro para verificar que esté disponible, en caso contrario deberá esperar a que se desocupe, o regresar otro día.

En caso de que el maestro estuviera desocupado, hace pasar al alumno a su oficina y le pregunta sus dudas, el alumno le muestra el cuaderno donde realizó los ejercicios, así como las dudas que se le presentaron, el maestro en otra hoja blanca le pone un ejemplo y le pide realizarlo, el alumno intenta realizarlo, el maestro con una tinta diferente le indica dónde está cometiendo el error y la razón de este. El alumno termina el ejemplo y continúa realizando los siguientes ejercicios.



En CoMAS se plantea asistir en una situación similar, permitiendo a los alumnos registrarse en la plataforma para tomar asesorías, así como para realizar ejercicios, de esta manera el profesor puede acceder a los ejercicios que realizan y ver en qué etapa se equivocan.

En el sistema colaborativo el maestro dedica un par de horas en el transcurso del día para asesorar a sus alumnos, ellos se conectan y verifican que su el maestro esté en línea. El maestro puede mandar la solicitud al alumno para abrir un espacio colaborativo y de igual forma el alumno puede mandarle la solicitud al maestro. Cuando el alumno envía la solicitud y el maestro la acepta, el alumno consulta una duda en ese momento el maestro necesita verificar el ejercicio en el que se tiene la duda y de esta manera tener una noción clara del problema. El maestro brindará el apoyo necesario. Una vez que los usuarios estén colaborando, si por alguna razón se presenta una ausencia por parte de alguno de los dos, el sistema tendrá un botón de espera, en la cual en la sesión se mostrara un mensaje de pausado, para que el alumno y/o maestro este enterado de la situación. En el espacio colaborativo se tendrá la misma pantalla para los dos usuarios. Para finalizar la sesión los usuarios podrán cerrar la ventana del espacio colaborativo y finalizarla.

El diseño de este módulo toma en cuenta diversos aspectos del “framework” y requisitos de diseño para grupos de trabajo en grupo (Gutwin et al., 1996; Reinhard et al., 1994), estos aspectos se muestran a continuación.

#### **3.4.1 Aspectos considerados del framework para Groupware**

El “framework” se basa principalmente en “awareness”, es decir la conciencia colaborativa, este es el principal objetivo al momento de diseñar un sistema CSCW o groupware. Este framework posee características muy completas en la elaboración de un sistema de colaborativo partiendo desde cero, estas características ya fueron explicadas en el capítulo anterior. En este caso las características principales del entorno colaborativo ya habían sido diseñadas, estas características se muestran en la siguiente sección 3.5, como complemento a este diseño solo se tomaron en cuenta algunos aspectos referentes a los elementos de conciencia en un grupo de trabajo, éstos se describen a continuación.

### 3.4.1.2 Elementos de conciencia en un grupo de trabajo

Los elementos que toma el framework, son mostrados en forma de pregunta, en el cual cada pregunta es contestada, conforme se analiza la funcionalidad e interfaz del entorno colaborativo. Algunas de estas respuestas son muy sencillas, debido a que el entorno solo funciona con dos personas, por consecuente algunas de estas preguntas no son tan relevantes y algunas de éstas fueron juntadas. Cabe mencionar que algunas no son explícitas ya que en los requerimientos de CoMAS se explican con mayor detalle algunos puntos.

#### **La presencia e identidad:**

- ¿Cómo sabe un usuario si alguien más está conectado y quién es?

En el sistema se muestra un icono de color verde a un costado del nombre, cuando el usuario contrario está colaborando.

#### **Autor de acciones:**

- ¿Saben quién está haciendo lo que se muestra en pantalla?

Como solo son dos usuarios, es fácil que puedan identificar qué es lo que ellos realizaron. En la pantalla colaborativa ellos pueden elegir otro color, y en el chat, se indica qué escribió cada usuario.

#### **Acciones:**

- ¿Se puede identificar que está haciendo el otro usuario?

No del todo, no tiene una leyenda que indique que el usuario está escribiendo un texto. Ni tampoco que el usuario está dibujando. Aunque dibujar sobre la pantalla no es tan relevante, debido a que cada trazo dibujado es enviado en tiempo real.

#### **Intención:**

- ¿Saben los usuarios que es lo que desea hacer la otra persona?

La intención de la otra persona es dar a entender la duda que tiene, entonces con ayuda de la pizarra y texto es fácil plasmar ideas, con ejemplos.

#### **Artefactos:**

- ¿Cuáles artefactos usan para comunicarse?

Los dos usuarios se comunican por medio de texto y la pizarra colaborativa, donde pueden dibujar soluciones o propuestas del proceso de la solución de ejercicios.

**Ubicación:**

- ¿Los usuarios saben en qué parte están trabajando?

Refiriéndose a la parte de la pizarra, el otro usuario puede ver donde está plasmando lo que dibuja hasta que termina de dibujar el trazo. Pero no tiene un tele-puntero para indicar donde se encuentra posicionado el usuario.

**Contemplación (Mirada):**

- ¿Puede el otro usuario saber qué es lo que está viendo el otro usuario?

Debido a que no es un documento extenso, sino simplemente un entorno en común, no es necesario un radar de posición, para saber qué es lo que está viendo el otro usuario.

**Vista:**

- ¿Hay alguna diferencia en lo que ven los usuarios?

No, los dos ven exactamente lo mismo.

**Alcance:**

- ¿Existe alguna diferencia entre lo que pueden manipular?

Los dos usuarios pueden borrar la pantalla, cambiar de color, y dejar la sesión cuando ellos lo deseen. No hay ninguna diferencia en cuestión de manipulación en el entorno colaborativo.

### **3.5 Requisitos de CoMAS**

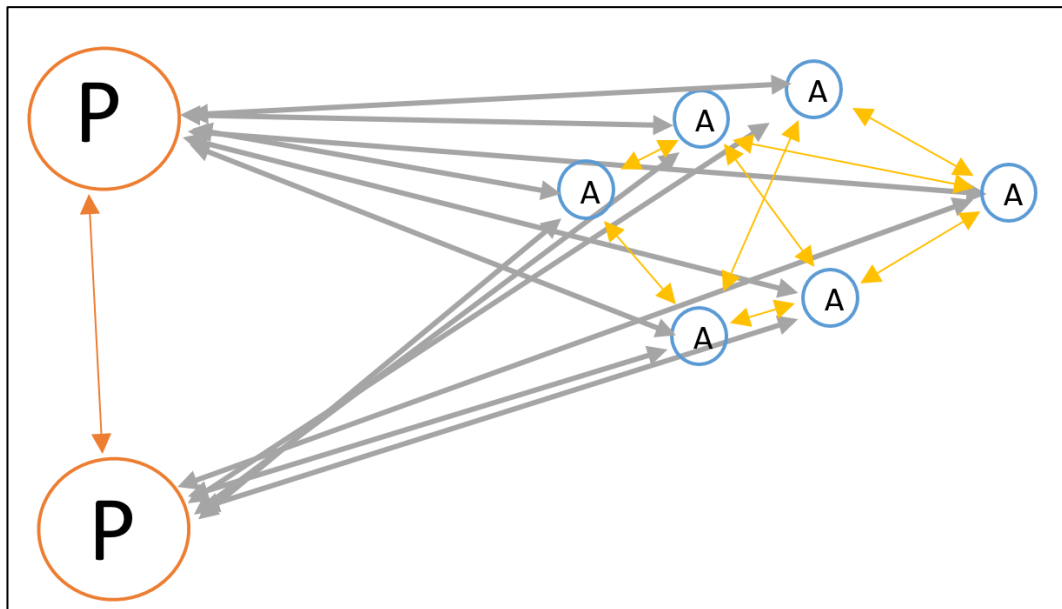
Los sistemas colaborativos presentan una serie de requisitos que se deben de tomar en cuenta en su diseño, y que en general, se centran en los requisitos del entorno colaborativo. A continuación se presentan los requisitos generales del sistema CoMAS incluyendo los elementos de colaboración.

**Sistema síncrono y asíncrono.**

El sistema tendrá las dos funcionalidades, el ser síncrono y asíncrono en algunas de las actividades. Las actividades que pueden ser síncronas son las siguientes: cuando el alumno ingrese a la plataforma y realice ejercicios, las actividades realizadas serán almacenadas en la base de datos. Por otra parte, el maestro debe poder ingresar a la plataforma y verificar el avance de los alumnos, para hacer dicha tarea no es necesario contar con una sincronización en tiempo real. El sistema será síncrono en la intervención del maestro en diversas tareas como lo puede ser: chatear con alumno, al momento de abrir el entorno colaborativo (los dos usuarios interactuando deben de estar conectados e interactuando con el sistema).

**Sesión:**

- Los alumnos y maestros deben de registrarse en la plataforma para generar un usuario y asignarles un tipo de participante.
- Existen dos tipos de usuario:
  - Maestros (M)
  - Alumnos (A)
- Los usuarios conectados pueden ver a todos los demás usuarios, así como los maestros pueden visualizar a otros maestros. Por otra parte, si algún alumno necesita asesoría y el maestro está ocupado, otro maestro podría atenderlo. La dispersión de los usuarios se muestra en la Figura 11.



**Figura 111.** Cada profesor está a cargo de uno o más grupos, pero un grupo no es atendido por más de un profesor.

**Participación:**

Un usuario puede participar en la colaboración siempre y cuando: está registrado en la plataforma. Al estar registrado puede observar a los demás usuarios conectados y viceversa. Una vez que pueda ver a los usuarios conectados, este usuario puede mandar una solicitud de colaboración y enseguida abrir el entorno colaborativo.

**Interacción:**

Se podrá acceder a la plataforma por medio de una tableta, teléfono celular o computadora. El alumno y el profesor podrán interactuar por medio de la tableta usando el tacto, con gestos de pulsaciones y arrastre. En caso de que el dispositivo no sea sensible al tacto, puede ser por medio de la computadora con ayuda del ratón. Al usar el ratón el lugar del toque, las capacidades del sistema se podrían ver reducidas.

**Coordinación:**

Al momento de abrir el espacio colaborativo, cualquiera de los dos usuarios puede estar escribiendo, por el chat, de forma similar funciona la pizarra, los dos usuarios pueden escribir al en tiempo real sobre ella, es difícil que exista traslape sobre lo dibujado, ya que el otro usuario puede ver exactamente donde está escribiendo el usuario, de tal manera de no sobre escribir en el mismo espacio.

El espacio colaborativo solo funcionará para que interactúen \ dos usuarios alumno-maestro o alumno-alumno.

**Notificación de eventos:**

Las notificaciones son las mismas para los dos tipos de usuario, debido a que los dos pueden mandar solicitud de colaboración, mostrando las mismas notificaciones a los dos usuarios. Las notificaciones son las siguientes:

- Se les notificará cuando el otro usuario haga la petición de abrir el espacio colaborativo.
- Los nombres de los usuarios conectados.
- La ausencia o desconexión del usuario colaborado.
- Cuando alguien le escriba por chat.
- Al momento de cerrar la colaboración.

Fuera del entorno colaborativo se separa en alumnos y maestros, ya que estos reciben diferentes notificaciones.

**Alumnos:**

- Ejercicios resueltos, los ejercicios resueltos se le muestran con una palomita y los no resueltos con una carita triste. Para que el alumno lleve un control de cuáles ya realizó y cuáles no.
- Retroalimentación de algún paso bien realizado, de manera similar al paso anterior se le muestra una palomita cuando realizó un paso correctamente, y una carita triste, si está mal.

- Mal reconocimiento de la expresión ingresada, cuando el sistema no pudo identificar lo que el alumno trato de escribir, se le muestra un mensaje “No se reconoció la expresión”. En ocasiones el alumno puede hacer trazos que el sistema no identifique.
- Evaluación de ejercicio en proceso, el usuario realiza un paso y lo pulsa evaluar el paso, el sistema muestra un mensaje de “Evaluando expresión”. Esto es porque en ocasiones la evaluación puede tomar tiempo si la conexión a internet no es adecuada.

#### **Maestros:**

- Cantidad de ejercicios realizados e intentados por alumno.
- Cantidad de alumnos que realizaron o intentaron realizar un ejercicio en específico.
- Número de intentos con su respectiva evaluación con diferentes colores.

#### **Distribución:**

La aplicación será distribuida, los alumnos y el maestro podrán estar dispersos en cualquier lugar con acceso a internet.

#### **Visualización:**

En el espacio colaborativo el alumno registrado y el maestro tendrán una pantalla similar WYSIWIS. La única diferencia es que cambia el nombre del usuario con el que están colaborando. Existen otras pantallas que se muestran, estas están relacionadas con las diferentes notificaciones que recibe el usuario. La variedad de notificaciones que se le muestran al usuario fuera del entorno colaborativo es la misma cantidad de pantallas que se muestran a los dos usuarios.

#### **Confidencialidad:**

Los alumnos pueden registrarse con otro nombre de usuario, si lo que desean es que no se conozca su identidad, si así lo permite el profesor. De manera similar para el caso del maestro.

Los alumnos desconocerán el avance y los errores de cada uno de sus compañeros. Entre ellos no podrán visualizar la colaboración de otros participantes

#### **Nivel social de los participantes:**

Existen dos tipos de usuarios con roles distintos:

- Alumnos.
- Maestros.

### **Formas de llevar acabo las actividades:**

Para llevar a cabo una colaboración, un usuario verifica la lista de usuarios conectados. De esta manera, puede observar la cantidad de usuarios conectados. Después poder mandar una solicitud de colaboración, la cual consiste en abrir el espacio colaborativo.

El sistema notificará al usuario sobre la solicitud de otro usuario para abrir el espacio colaborativo.

### **El modo de contribución:**

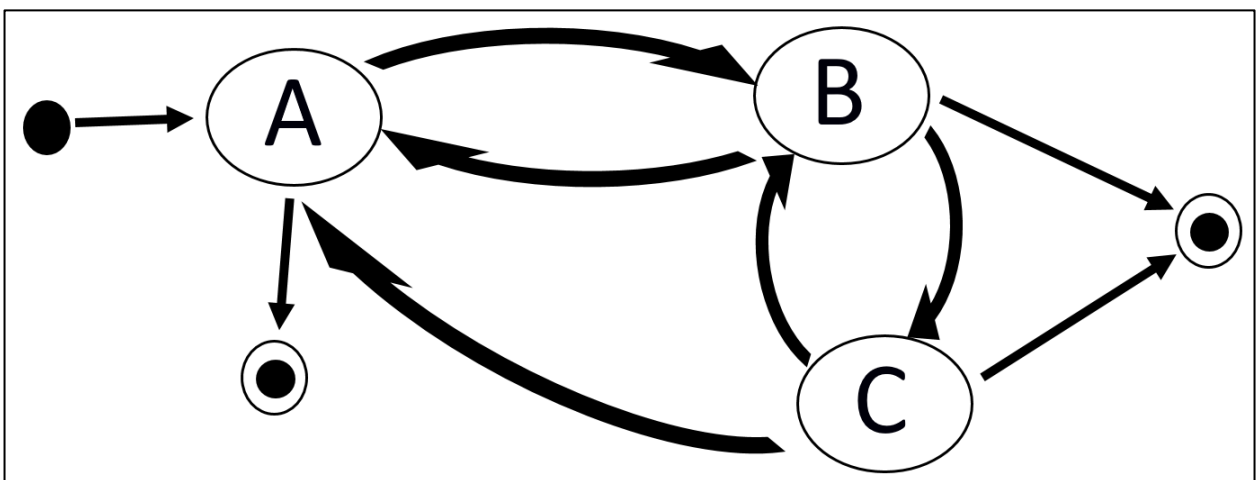
Los maestros asisten a los alumnos en la explicación del error que están cometiendo en un determinado ejercicio, o resolviendo las dudas que tengan. El alumno tiene la responsabilidad de realizar el ejercicio sobre la plataforma.

### **Métodos para entrar en sesiones:**

Para entrar a la sesión se toman en cuenta tres estados en los cuales el alumno puede estar interactuando con el sistema, las cuales se describen a continuación:

- A) Alumno no registrado (practicando ejercicios, sin registrar sus actividades)
- B) Alumno registrado (realizando ejercicios, espacio potencial de colaboración)
- C) En espacio potencial de colaboración.

Aunque el estado C puede tomarse como una extensión del estado B, debido a que el alumno puede mantener la ventana de colaboración abierta y tener el ejercicio en la otra (ver Figura 12).



**Figura 12.** Diagrama de estados, el estudiante puede salir desde cualquier estado.

**Arribo de las sesiones:**

Para poder entrar en la sesión del espacio colaborativo, es necesario estar registrado en la plataforma, así como disponer de otro usuario que esté conectado en línea para que acepte la invitación.

**Partida de las sesiones:**

Los usuarios podrán salir del ejercicio cuando ellos lo decidan, solo se les mostrará una ventana de confirmación para el caso de una sesión colaborativa. En la interacción individual con el sistema si el alumno se encuentra realizando un ejercicio, éste se guardará como un intento en caso de no haberse finalizado. Si el alumno más tarde decide volver a intentar realizarlo, tendrá que empezar a elaborar el ejercicio desde el principio.

**Tamaños de grupo:**

En cada sesión de colaboración solo podrán participar dos usuarios. El maestro puede abrir las sesiones que el desee en el mismo tiempo, ya dependerá de la capacidad y habilidad que tenga cada maestro para atender a más alumnos.

**La forma de comunicación:**

La forma de comunicación entre el alumno y el maestro por medio de texto y por medio de una pizarra virtual, esto para el caso de la colaboración.

### **3.6 Interfaz**

A continuación, se describen las principales interfaces del sistema CoMAS. El objetivo de la interfaz y el significado de los objetos mostrados en ella.



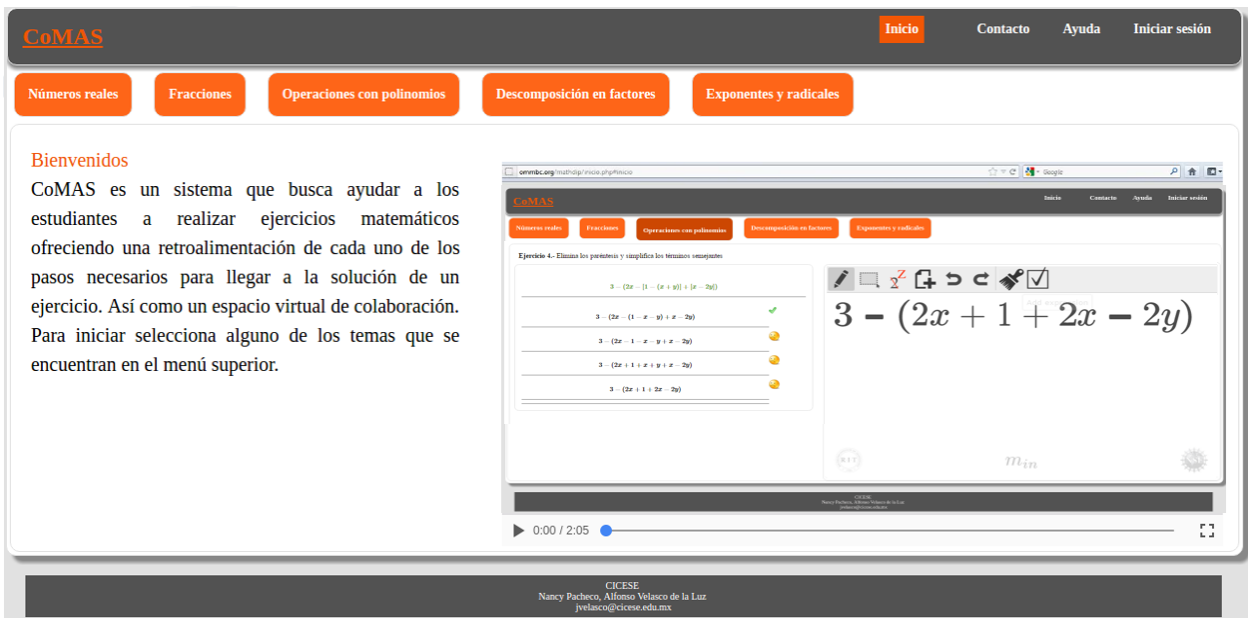


Figura 133. Interfaz de bienvenida al usuario en CoMAS.

### Interfaz de bienvenida al usuario

Interfaz de bienvenida al usuario al sistema CoMAS (ver Figura 13).

- En la parte superior se visualiza la etiqueta “Iniciar sesión”. Indica que el usuario aún no inicia la sesión.
- Enseguida en la parte inferior derecha se muestra un videoclip del uso de CoMAS.
- En esta interfaz se muestran los temas matemáticos que actualmente contiene el sistema en rectángulos redondeados color naranja.
- La etiqueta de inicio aparase con un fondo color naranja, encerrado en un rectángulo, indica que la pantalla seleccionada actualmente es la de inicio.

CoMAS Inicio Contacto Ayuda Iniciar sesión

Números reales Fracciones Operaciones con polinomios **Descomposición en factores** Exponentes y radicales

■ Repasar el tema

Número	Enunciado	Resuelto
1	Factoriza la siguiente expresión algebraica $3x^2y^4 + 6x^3y^3$	😞
2	Factoriza la siguiente expresión algebraica $y^2 - 4y - 5$	✅
3	Factoriza la siguiente expresión algebraica $x^2 - 8xy + 15y^2$	😞
4	Factoriza la siguiente expresión algebraica $x^2 + 4x + 4$	😞
5	Factoriza la siguiente expresión algebraica $2z^3 + 10z^2 - 28z$	😞
6	Factoriza la siguiente expresión algebraica $15x^2 - 2x - 3$	😞

Figura 144. Interfaz de la selección de ejercicios.

### Selección de ejercicios

Interfaz que muestra la lista de ejercicios por tema (ver Figura 14).

- En esta interfaz se muestra el tema con la etiqueta “Descomposición de factores” con un fondo sombreado, lo que indica que es el tema seleccionado.
- Se observa una lista de ejercicios pertenecientes al tema seleccionado. En cada ejercicio se muestra un enunciado con las instrucciones del ejercicio y el ejercicio.
- En la parte derecha de cada ejercicio se muestra una carita triste que indica los ejercicios que no han sido resueltos y una palomita verde los que ya han sido resueltos por el estudiante en sesión.

Figura 155. Interfaz de la realización de ejercicios.

### Realización de ejercicio

Interfaz que muestra la realización de un ejercicio (ver Figura 15).

- En color negro en la parte superior se muestra el número de ejercicio con instrucciones para resolver lo que se pide.
- En letras color verde se muestra el ejercicio.
- En la parte media izquierda se muestra de color negro los pasos realizados para solucionar el ejercicio. En la parte derecha de cada paso realizado se muestra la retroalimentación del sistema, informando al usuario si ese paso está bien, con una palomita verde o si está mal con una carita triste.
- Al finalizar el ejercicio se muestra un aviso con letras color naranja, con la etiqueta “¡Felicidades, has finalizado el ejercicio!”
- En la parte derecha se muestra el área del editor de expresiones matemáticas.
- En la parte superior del editor de expresiones se encuentra una serie de botones.
- El primero es un lapicito que esta sombreado, indicando que es el icono seleccionado y usado para dibujar.
- El rectángulo es para seleccionar un carácter o varios y cambiar su tamaño.

- El icono del símbolo dos elevado a una z, sirven para cambiar el carácter reconocido por otro parecido.
- El rectángulo con el signo más, sirve para formar sintácticamente una expresión.
- Las flechitas son para deshacer o rehacer algún carácter dibujado.
- La brocha es para limpiar el área de dibujo.
- El cuadro con una palomita dentro sirve para calificar la expresión formada sintácticamente.

CoMAS

Bienvenido alfonso\_3622@hotmail.com

Inicio Lista de estudiantes **Análisis estudiantes** Análisis problemas Contacto Salir

Elige el nombre de un estudiante ▾ Análisis a este estudiante

Jose Velasco De La Luz Abel Rodriguez

	Ejercicio 3	Ejercicio 16	Ejercicio 52
3.- <input checked="" type="checkbox"/>			
$(3)(4^2) + 6 - 2$	Intento 1	Intento 1	Intento 1
13.- <input type="checkbox"/>	$(3)(16) + 4$	$\frac{45}{90}$	$\frac{9y}{12}$
$\frac{3}{8} + \frac{6}{7}$	$42 + 4$	$\frac{9}{18}$	$\frac{9y^3}{4}$
15.- <input type="checkbox"/>	$48 + 4$	$\frac{3}{6}$	
$\frac{14}{15} - \frac{3}{20}$	52	$\frac{1}{2}$	
16.- <input checked="" type="checkbox"/>	52	$\frac{1}{2}$	
$\frac{9}{10} \times \frac{5}{9}$		$\frac{1}{2}$	
31.- <input type="checkbox"/>			
$(-4x^2y)(3xy^2 - 4xy)$			
42.- <input type="checkbox"/>			
$y^2 - 4y - 5$			

Contactos

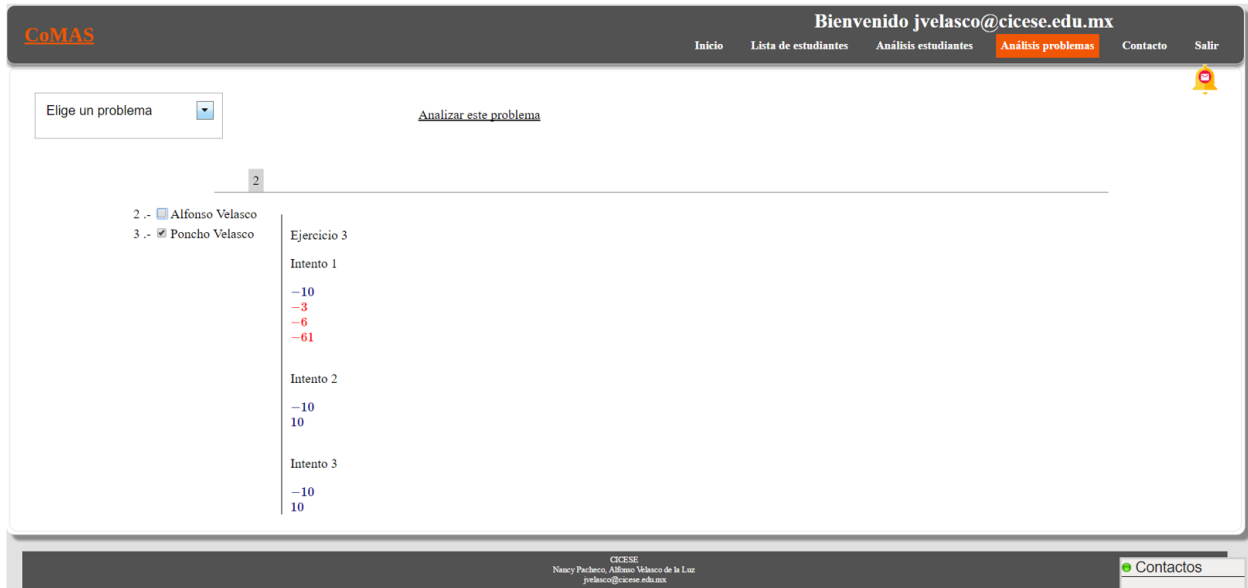
Figura 166. Interfaz de análisis a estudiantes.

### Análisis realizado por profesores a estudiante

Interfaz donde el profesor verá a cada el avance de cada estudiante (ver Figura 16).

- En la parte superior izquierda se muestra el correo del profesor.
- Abajo del correo del profesor se muestran seis etiquetas, la etiqueta de fondo color naranja es la interfaz actual.
- En la parte superior-izquierda se muestra un botón con la etiqueta “Elige el nombre del estudiante”. Al darle clic muestra la lista de estudiantes registrados en CoMAS.

- En la parte derecha se muestra una lista de ejercicios, ejercicios que ha realizado el estudiante “Abel Rodríguez” sombreado.
- Los ejercicios seleccionados se muestran desglosados en la parte central.
- Cada ejercicio muestra la cantidad y el intento realizado en diferentes colores, dependiendo si el paso está correcto, incorrecto, repetido y finalizado.



**Figura 177.** Interfaz de análisis a ejercicios.

### Análisis realizado por profesores a ejercicios de estudiante

Interfaz de análisis a ejercicios realizados (ver Figura 17).

- En la parte superior-izquierda se muestran los ejercicios resueltos por los estudiantes al pulsar sobre el botón de la flechita hacia abajo.
- Se muestra una lista de los estudiantes que han realizado el ejercicio.
- Al seleccionar el estudiante, se muestra el número y el intento realizado para resolver el ejercicio, con diferente color.

The screenshot shows the CoMAS web interface. At the top, there is a header with the CoMAS logo and a welcome message: "Bienvenido Jose Velasco De La Luz". Below the header, there are navigation links: "Inicio", "Contacto", "Ayuda", and "Salir". A secondary navigation bar contains five categories: "Números reales", "Fracciones", "Operaciones con polinomios", "Descomposición en factores", and "Exponentes y radicales".

The main content area displays an exercise: "Ejercicio 2.- Desarrolla la siguiente expresión algebraica". Below this, there is a large input field containing the fraction  $\frac{27y^3}{12}$ . To the right of the input field is a toolbar with various mathematical symbols and a checkmark icon. Below the input field, the expression  $\frac{27y^3}{12}$  is shown in a larger font, with a horizontal line above the numerator and below the denominator.

On the right side of the interface, there is a "Contactos" window showing a list of connected users. The name "Abel Rodriguez" is visible. At the bottom of the page, there is a footer with the text: "CICESE Nancy Pacheco, Albino Velasco de la Luz pvelasco@cicese.edu.mx".

Figura 188. Interfaz de la lista de conectados.

## Colaboración

Interfaz de los elementos para llevar a cabo una colaboración (ver Figura 18)

- En la interfaz se muestra en la parte inferior-derecha una lista de usuarios conectados. Al dar clic sobre el nombre de algún usuario se envía una petición de colaboración.
- En la parte superior-derecha de muestra una campanita amarilla, la cual al llegar una notificación cambia de color verde.



**Figura 199.** Interfaz que muestra las notificaciones.

### **Notificaciones**

Interfaz donde se muestran las notificaciones (ver Figura 19).

- En la interfaz actual se muestran las notificaciones en la parte superior-derecha en un cuadro amarillo. Se muestra el nombre de "José Velasco de la Luz", el cual es un estudiante que desea abrir el entorno colaborativo.
- A un costado del nombre del nombre de la petición del usuario se encuentra un icono, una tacha blanca que sirve para rechazar la colaboración.

The image shows a collaborative learning interface. On the left, a whiteboard displays a handwritten mathematical problem:  $(\frac{3y}{4})^3 = \frac{9y^3}{12}$ . The numbers 9 and 12 are circled in red, and the 3's are circled in green. On the right, a chat window shows a conversation:

Jose V. dice: Hola Profe Abel, tengo una duda  
Yo: dime, escribela aqui  
Jose V. dice: claro  
Jose V. dice: tengo duda en ese ejercicio  
Yo: ok dame 1 minuto  
Jose V. dice: ok  
Yo: a ver José resuelvelo aquí  
Jose V. dice: ok  
Yo: mmm  
Yo: de donde salen esos terminos  
Jose V. dice: de multiplicar  
Yo: ha ok, mira  
Yo: ahí cada termino esta elevado a la potencia 3  
Yo: es decir

At the bottom of the chat window are buttons for "Enviar" (Send) and "Dejar Sesión" (End Session).

Figura 20. Interfaz de entorno colaborativo.

### Entorno colaborativo

El entorno colaborativo en uso (ver Figura 20).

- En la parte derecha se muestra el chat.
- En la parte superior-izquierda un botón con la etiqueta de “Limpiar”, Seguida del nombre del usuario con el que se está colaborando.
- En la parte superior-centro se encuentran cinco cuadros de diferente color. Sirven para seleccionar el color con el que deseas escribir.
- En la parte izquierda se muestra un cuadro blanco. Este espacio es la pizarra colaborativa y sirve para dibujar con diferentes colores.



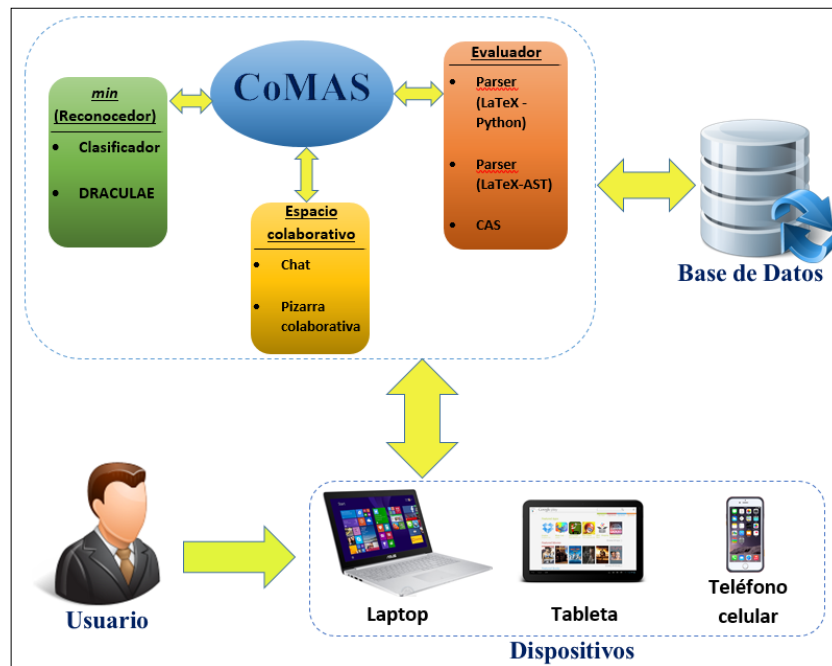


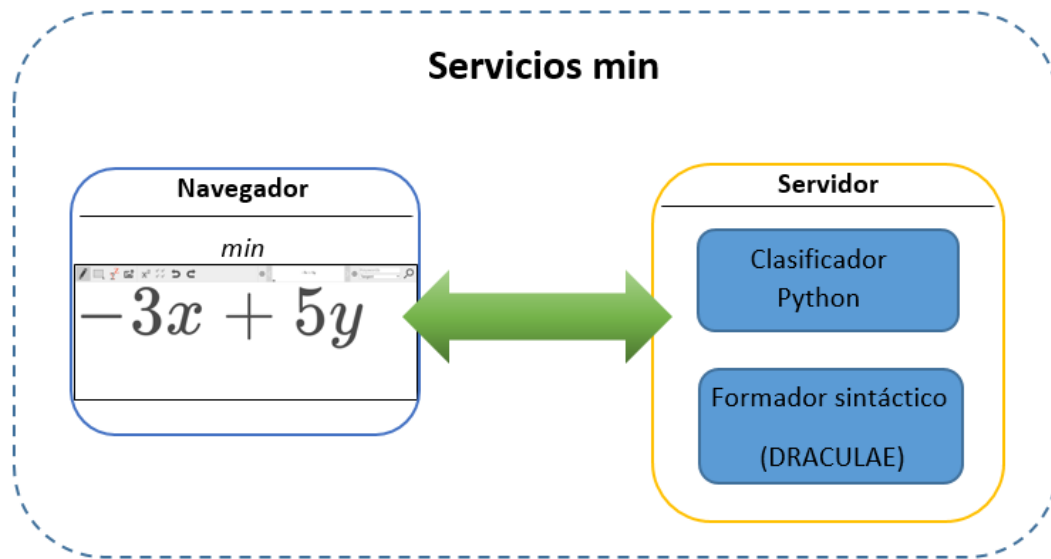
Figura 221. Arquitectura general del CoMAS.

### 3.7 Implementación y uso del sistema

Para cumplir con los requisitos del sistema y de cada uno de sus módulos se llevó a cabo la implementación de CoMAS, en la cual se utilizaron diversas herramientas que se describen por separadas en módulos. En un panorama amplio, el sistema se puede visualizar en la Figura 21, donde se muestra la arquitectura general del sistema. A continuación, se desglosa la implementación de cada módulo, las herramientas usadas y la función de cada una.

#### 3.7.1 Tinta digital en matemáticas

En este módulo se requería un editor de expresiones matemáticas a mano alzada, que trabajara en Web, para cubrir estos requisitos, se encontró una herramienta llamada *min*, la cual es una plataforma Web, escrita en el lenguaje Java Script, dicha herramienta fue probada por lo creadores con diferentes usuarios (Zanibbi y Orakwue, 2015). Esta herramienta depende de diversos servicios para funcionar correctamente, estos servicios se muestran en la Figura 22.



**Figura 22.** Servicios para el funcionamiento de min.

El editor de expresiones matemáticas *min* realiza dos funciones principalmente.

- Reconoce los caracteres matemáticos, escritos a mano alzada.  
Este proceso lo realiza mediante un clasificador escrito en Python, clasificador que se encuentra montado en el servidor, el cual con ayuda de puertos de servicios web se recibe y envía información, los puertos son usados en el formador de expresiones de manera similar.
- Formador de expresiones sintáctico.  
Una vez reconocidos los caracteres matemáticos, es necesario formar una expresión matemática en la cual se relacionen los caracteres y esta expresión tenga un significado matemático. Para realizar esta acción es necesario ejecutar un programa llamado DRACULAE (Zanibbi, 2007), programa que está escrito en un lenguaje llamado TXL ([www.txl.ca](http://www.txl.ca)), para enlazar una página web con este servicio, es necesario tener usar un programa escrito en lenguaje C#. Una vez formada la expresión sintácticamente se envía al cliente en formato LATEX.

El editor funciona correctamente y devuelve una salida en LATEX. Algunas funciones fueron removidas del sistema debido a que no se necesitaban, el editor funcionando se puede ver en la Figura 23.

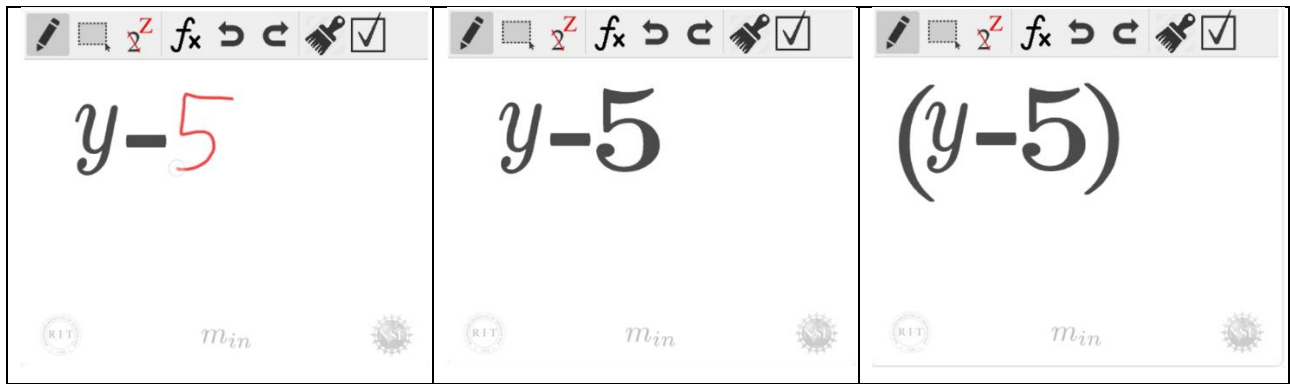


Figura 23. Editor de expresiones matemáticas funcionando localmente.

### 3.7.2 Evaluación automática de ejercicios matemáticos

La evaluación de ejercicios matemáticos se llevó de manera similar a como lo hace Pacheco (2015), en su trabajo de la creación de MathDIP. En el cuál se usa un CAS (Sistema de Algebra Computacional), llamado SymPy ([www.sympy.org](http://www.sympy.org)), escrito en lenguaje Python. Para llevar a cabo la evaluación automática con ayuda del CAS se analiza la equivalencia algebraica entre la expresión que ingresa el usuario y la del paso anterior. De esta manera, a cada paso que realiza el estudiante, el sistema regresa un mensaje de “correcto” o “incorrecto”, que representa una retroalimentación inmediata y asertiva a su trabajo. Al ingresar una expresión dentro del sistema, *min* retorna una expresión en LaTeX, por lo que es necesario algunos “traductores” que realizaran una transformación de las expresiones de un lenguaje a otro ya que la expresión que reconoce el CAS debe estar en lenguaje Python. Otro traductor LaTeX-AST (Árbol Sintáctico Abstracto), se tomó del trabajo de Pacheco para verificar que la expresión ingresada fuera sintácticamente equivalente al resultado final del ejercicio que se encuentra almacenado dentro de la base de datos.

Se tienen almacenados 57 ejercicios matemáticos correspondientes a cinco temas, estos temas son Número reales, Fracciones, Operaciones con polinomios, Descomposición en factores y Exponentes y radicales. En la sección 3.6.5 se muestra a detalle el desglose y relación de la base de datos creada, donde se indican las tablas utilizadas para este módulo.

Se integró el editor de expresiones matemáticas en la realización de ejercicios para validar que funcionara y que no tuvieran errores. En el sistema se muestra con una carita triste la evaluación de los

pasos en caso de que este haya resultado incorrecto, o una palomita en caso de que fuera correcto, de manera similar como lo realizaba MathDIP (ver Figura 24).



**Figura 24.** Fusión de editor min con plataforma y evaluación automática.

### 3.7.3 Seguimiento de las actividades de los alumnos.

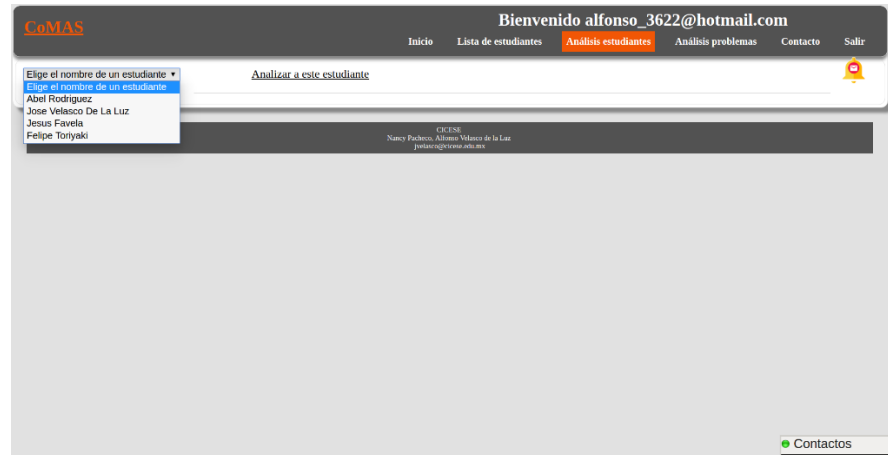
El seguimiento de las actividades de los alumnos, se llevó a cabo almacenando cada actividad realizada por el alumno dentro del sistema en una base de datos. Para estas actividades y otras anteriores, es necesario crear una cuenta de usuario, para tener un orden de los usuarios que realizan alguna tarea en específico, pudiendo consultarse de manera fácil y sencilla. Cada intento realizado por el alumno para resolver un ejercicio, ya sea correcto o incorrecto es almacenado en la base de datos. Los intentos incorrectos son almacenados con un identificador, los correctos con otro diferente. El maestro puede acceder al expediente de los alumnos, donde se muestra de diferente color los intentos realizados por alumno. Los colores que se manejaron fueron los siguientes:

- Muestra los pasos que están correctos.
- Muestra los pasos erróneos.
- Muestra el paso final de un ejercicio, con este, el maestro puede identificar, si el alumno finalizó el problema.
- Muestra que el paso actual es una expresión similar.

El sistema muestra una lista de los alumnos que están registrados en el sistema. El sistema muestra un análisis de estudiantes que han realizado ejercicios y un análisis de que ejercicios se han realizado y que

alumnos lo ha realizado (ver Figura 25 (A)). El análisis de ejercicios se muestra en la Figura 25 (B), representado con dos imágenes para mostrar todos los colores mencionados en el párrafo anterior. En el apartado del profesor se puede verificar cuántos ejercicios ha realizado algún alumno en particular, los pasos que realizó para resolverlo como se muestra en la Figura 26. Como ya se mencionó anteriormente, todos se almacenarán en una base de datos, las tablas que se requieren se muestran en sección 3.6.5.

(A)  
Análisis de estudiantes



(B)  
Análisis de problemas



**Figura 25.** Tipos de análisis que realiza CoMAS, en el apartado del profesor.

The figure displays two screenshots of the CoMAS interface, showing the analysis of student performance for Abel Rodriguez. The interface includes a header with 'CoMAS', 'Inicio', and 'Lista de...', and a dropdown menu to select a student. The main content area shows a list of exercises and their solutions, with attempts and scores displayed in colored boxes.

**Left Screenshot:**

- Exercise 3:  $(3)(4^2) + 6 - 2$ . Solution:  $42 + 4$  (red),  $48 + 4$  (blue),  $52$  (green),  $52$  (green).
- Exercise 16:  $\frac{3}{8} + \frac{6}{7}$ . Solution:  $\frac{45}{90}$  (blue),  $\frac{9y}{12}$  (red),  $\frac{9}{18}$  (blue),  $\frac{3}{6}$  (blue),  $\frac{1}{2}$  (blue),  $\frac{1}{2}$  (blue).
- Exercise 52:  $\frac{14}{15} - \frac{3}{20}$ . Solution:  $\frac{9y^3}{4}$  (red),  $\frac{9y^3}{4}$  (red).
- Exercise 31:  $\frac{9}{10} \times \frac{5}{9}$ . Solution:  $\frac{9y^3}{12}$  (red),  $\frac{27y^3}{12}$  (red),  $\frac{27y^3}{12}$  (red).
- Exercise 42:  $(-4x^2y)(3xy^2 - 4xy)$ . Solution:  $y^2 - 4y - 5$  (blue).

**Right Screenshot:**

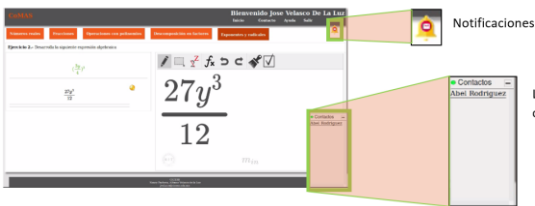
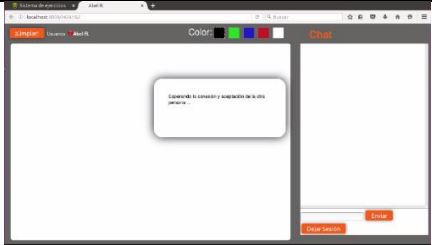

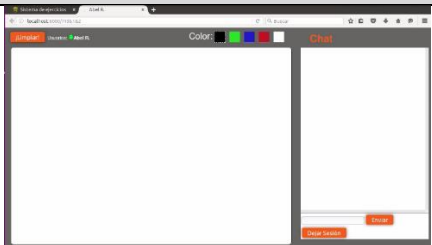
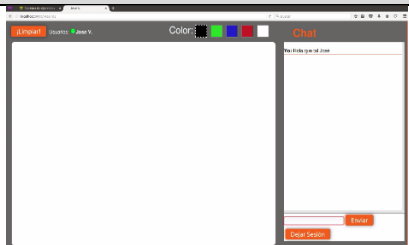
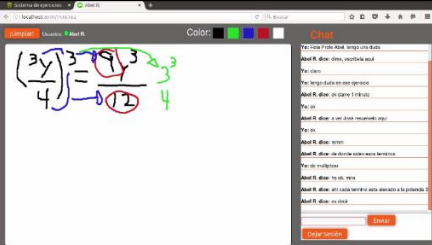
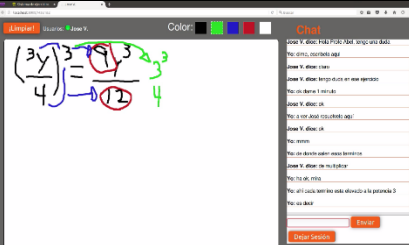
- Exercise 52:  $(y-4)(y+3)$ . Solution:  $\frac{3y^3}{4}$  (red),  $\frac{9y^3}{12}$  (red),  $\frac{27y^3}{12}$  (red),  $\frac{27y^3}{12}$  (red).
- Exercise 33:  $(\frac{3y}{4})^3$ . Solution:  $y + 3y + 4y + 12$  (red),  $y + 7y + 12$  (yellow),  $y^2 + 12$  (red).

Figura 26. Análisis de cada intento mostrado con colores.

### 3.7.4 Colaboración matemática

El implementar un espacio colaborativo en el cual los usuarios intercambien ideas en tiempo real, no es una tarea trivial, se optó por usar Node.js, debido a que la rapidez de respuesta en las peticiones hacía el servidor. De acuerdo a la definición del sitio Web oficial “Node.js es un entorno de ejecución para JavaScript construido con el motor de JavaScript V8 de Chrome. Node.js usa un modelo de operaciones E/S sin bloqueo y orientado a eventos, que lo hace liviano y eficiente. El ecosistema de paquetes de Node.js, *npm*, es el ecosistema más grande de librerías de código abierto en el mundo.”

**Tabla 5.** Proceso para llevar a cabo una colaboración en CoMAS.

1. Emisor	
Lista de usuarios conectados e icono de notificaciones, mostrados dentro espacio colaborativo CoMAS	
	
2.- Emisor	3.- Receptor
Envío una solicitud de colaboración y se le abrió el entorno colaborativo, esperando la respuesta del receptor.	Notificación recibida y enseguida se aceptará
	
4.- Emisor	5.- Receptor
Comienza la colaboración	Se abre el entorno colaborativo despues de haber aceptado la colaboración, comienza la colaboración.
	
6.- Emisor	7.- Receptor
Dibuja ejemplo de ejercicio.	Indica errores en ejemplo realizado.
	

Para llevar a cabo la colaboración matemática, se creó una lista de los usuarios que estaban conectados en tiempo real al sistema. De esta manera el usuario puede mandar una solicitud de colaboración a otro

usuario al presionar sobre su nombre, en ese momento al usuario emisor se le abre una ventana donde le muestra un dialogo “Esperando la conexión y aceptación de la otra persona...”, a todos los usuarios se les muestra un icono de una campanita amarilla. Al usuario receptor de la solicitud, al momento de recibir la solicitud la campanita cambia a color verde por unos segundos, al mismo tiempo el sistema emite un sonido para informar sobre la petición de la colaboración. El usuario receptor presiona en la campanita para ver las solicitudes pendientes de colaboración, en las cuales puede rechazarlas presionando el icono de cruz, o aceptarlas presionando sobre el nombre del usuario que envía la petición. En caso de rechazar la solicitud, al usuario emisor se le muestra un mensaje, informándole que el usuario receptor rechazo la solicitud, en caso contrario el mensaje de mostraba anteriormente de “Esperando...” es suprimido de pantalla, en ese momento los dos usuarios pueden colaborar. En la Tabla 5 se muestra la secuencia acompañado con figuras para mostrar el proceso explicado anteriormente para llevar a cabo una colaboración.

### 3.7.5 Base de datos

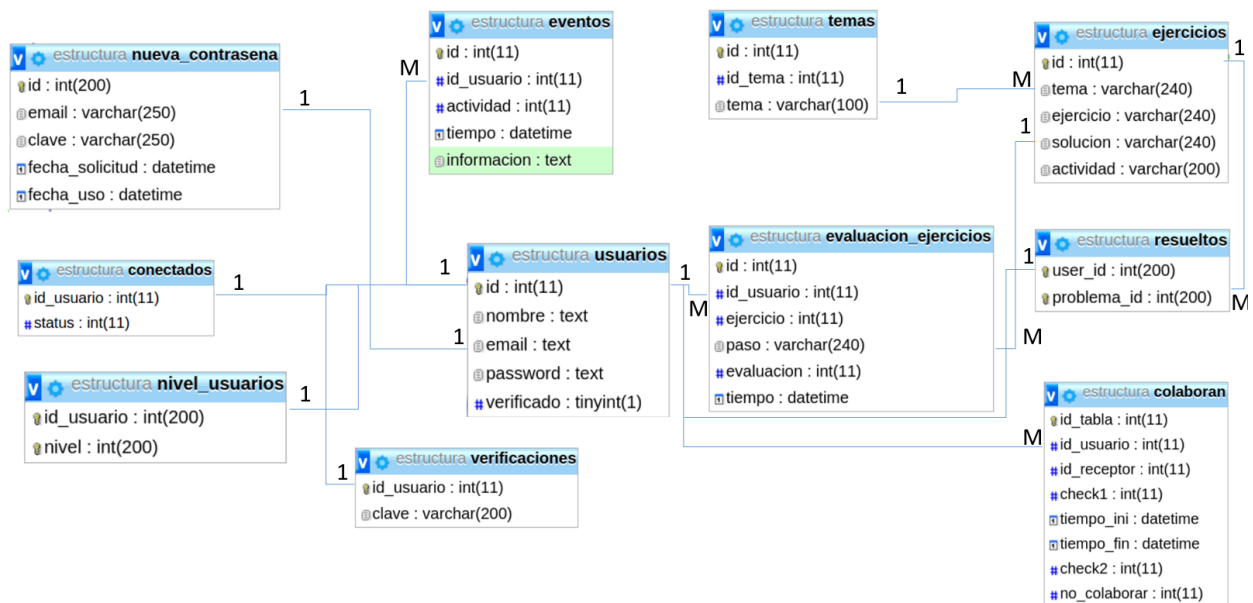


Figura 27. Base de datos CoMAS.



EL diseño lógico de la base de datos incluye varias tablas, en ellas se almacenan usuarios, ejercicios, resultados, eventos, colaboraciones y contraseñas. La base de datos general se puede observar en la Figura 27. A continuación, se muestra en forma detallada todas estas tablas utilizadas y su descripción.

### Registro y control de usuarios

Para tener un control de cada usuario, se crearon 4 tablas, la primera llamada usuarios, en esta tabla se almacena el nombre del usuario registrado, su correo electrónico y su contraseña, a cada usuario se le asigna campo identificador llamado *id*, este identificador es el campo principal con el que se enlaza con las otras tablas. Al crear un usuario es necesario verificar que el correo electrónico exista, por lo que se envía un correo electrónico a su cuenta de correo, para tener un control de las verificaciones, se creó la tabla verificaciones. Dependiendo de la forma en que se registren los usuarios estos pueden tomar el nivel de alumno o maestro. Es muy común que los usuarios olviden su contraseña de ingreso, por esta razón se creó una tabla en donde se guardan las solicitudes de nuevas contraseñas.

estructura usuarios	estructura verificaciones	estructura nueva_contrasena	estructura nivel_usuarios
<ul style="list-style-type: none"> <li>id : int(11)</li> <li>nombre : text</li> <li>email : text</li> <li>password : text</li> <li>verificado : tinyint(1)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>id_usuario : int(11)</li> <li>clave : varchar(200)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>id : int(200)</li> <li>email : varchar(250)</li> <li>clave : varchar(250)</li> <li>fecha_solicitud : datetime</li> <li>fecha_uso : datetime</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>id_usuario : int(200)</li> <li>nivel : int(200)</li> </ul>

### Actividades

En el sistema se almacena cada actividad que realiza el usuario, acompañado de la fecha en que realizó esta actividad, la tabla que almacena estos eventos se llama *actividades*, entre los campos que almacena esta tabla se encuentra el *id* del usuario que la realizó, *fecha* y *hora*, el tipo de *actividad*, y por último alguna descripción de la actividad en el campo de *información*.

estructura eventos
<ul style="list-style-type: none"> <li>id : int(11)</li> <li>id_usuario : int(11)</li> <li>actividad : int(11)</li> <li>tiempo : datetime</li> <li>informacion : text</li> </ul>

## Ejercicios

Los ejercicios cuentan con dos tablas, la primera llamada *temas*, en la cual se muestra el número del tema junto con su título, la tabla anterior se enlaza con la segunda tabla llamada *ejercicios*, donde se almacena: las instrucciones del ejercicio, el ejercicio, su solución y el nombre del tema al que pertenece.

estructura temas	estructura ejercicios
<ul style="list-style-type: none"> <li>id : int(11)</li> <li>#id_tema : int(11)</li> <li>tema : varchar(100)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>id : int(11)</li> <li>tema : varchar(240)</li> <li>ejercicio : varchar(240)</li> <li>solucion : varchar(240)</li> <li>actividad : varchar(200)</li> </ul>

## Ejercicios resueltos

Los usuarios al resolver ejercicios necesitan guardar todo lo realizado, los ejercicios realizados son almacenados en dos tablas, en la primera llamada *evaluación\_ejercicios*, se almacena el número de pasos realizados por un usuario para resolver un ejercicio, en la cual se indica el paso realizado, cuando se realizó, quien lo realizó, cuál ejercicio y que retroalimentación recibió acerca de este paso (bien, mal, finalizado). Al momento de finalizar un ejercicio este ejercicio es almacenado en otra tabla llamada *resueltos*, en esta tabla se almacenan todos los ejercicios resueltos por todos los estudiantes.

estructura evaluacion_ejercicios	estructura resueltos
<ul style="list-style-type: none"> <li>id : int(11)</li> <li>#id_usuario : int(11)</li> <li>#ejercicio : int(11)</li> <li>paso : varchar(240)</li> <li>#evaluacion : int(11)</li> <li>tiempo : datetime</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>user_id : int(200)</li> <li>problema_id : int(200)</li> </ul>

## Colaboración

Para llevar a cabo la colaboración, los usuarios necesitan identificar a los usuarios que están en línea, para implementar este servicio, se creó una tabla de todos los usuarios en el sistema llamada *conectados*, la cual posee un campo binario asociado a un identificador de usuario, cuando un usuario está conectado el campo binario adquiere un uno, este valor cambia a cero al estar desconectado. En el momento que un usuario presiona sobre el nombre de otro usuario se envía una solicitud de colaboración al usuario receptor, esta información es almacenada en la tabla *colaboran*, se almacena usuario emisor, usuario receptor, la fecha y hora del envío de la solicitud y un campo de verificación para comprobar si se llevó a

cabo la colaboración o se rechazó. En caso de que se haya llevado a cabo la colaboración en algún momento finalizara, la fecha y hora de la finalización también se almacena.

estructura conectados	estructura colaboran
id_usuario : int(11)	id_tabla : int(11)
status : int(11)	id_usuario : int(11)
	id_receptor : int(11)
	check1 : int(11)
	tiempo_ini : datetime
	tiempo_fin : datetime
	check2 : int(11)
	no_colaborar : int(11)

### 3.8 Resumen del capítulo

En este capítulo se expuso la forma en que fue diseñado y desarrollado el sistema, las características que fueron tomadas en cuenta para diseñar el sistema, tomando en cuenta los procesos que se llevan a cabo en un salón de clases y las características que podría cubrir el sistema. Se muestra cómo se dividió el sistema, la cantidad de módulos, los procesos y las funciones de cada módulo, así como las ventajas de desarrollar cada uno. Todas las ventajas de usar el sistema con esas características mencionadas anteriormente fueron abordadas en este capítulo. Las tablas que se contemplaron y las características que éstas deberían de tener para almacenar la información necesaria de cada módulo, cómo fue la actividad de cada usuario, los nombres de usuarios, los ejercicios, la solución de los ejercicios, entre otras cosas.

## Capítulo 4. Evaluación del sistema y resultados

---

### 4.1 Diseño del experimento de evaluación del sistema CoMAS

En el desarrollo de sistemas web es importante evaluar la facilidad, consistencia y accesibilidad del uso del sistema. Es por ello que realizamos una evaluación de usabilidad.

La usabilidad se define como "el grado en que un producto puede ser utilizado por usuarios específicos para lograr los objetivos específicos con efectividad, eficiencia y satisfacción en un contexto de uso" (norma ISO 9241-11). Algunas de las características que conforman la usabilidad según la norma ISO / IEC 9126-4 son las siguientes:

- Entendimiento: La capacidad que tiene el software para permitir al usuario entender si es adecuado, y de una manera fácil como ser utilizado para las tareas y las condiciones particulares de la aplicación.
- Aprendizaje: La forma como el software permite al usuario aprender su uso. También es importante considerar la documentación.
- Operatividad: La manera como el software permite al usuario operarlo y controlarlo.
- Atracción: La presentación del software debe ser atractivo al usuario. Esto se refiere a las cualidades del software para hacer más agradable al usuario, ejemplo, el diseño gráfico.
- Conformidad: de uso La capacidad del software de cumplir los estándares o normas relacionadas a su usabilidad.

Para llevar a cabo la evaluación del sistema se utilizó la escala SUS (System Usability Scale). La escala SUS es una herramienta rápida y fiable para medir usabilidad, la cual consiste en un cuestionario de diez preguntas, estas se puntúan con una escala de Likert (de 1 a 5) (Bangor et al., 2009). Para estos casos en particular se usaron las diez preguntas más otras adicionales, utilizando una escala de Likert. El formato de consentimiento que se les aplicó a los participantes que realizaron los experimentos se presenta en el Anexo C.

En este capítulo se describe el diseño de la evaluación realizada al sistema "CoMAS". Se llevaron a cabo dos experimentos, en los dos casos se evalúa la usabilidad del sistema. La primera consta de la resolución de ejercicios matemáticos y la segunda evalúa el ambiente colaborativo para asistir a un estudiante, a continuación, se describe a detalle los dos experimentos mencionados.

## 4.2 Experimento 1 “Uso del editor de expresiones matemáticas”

En este experimento se evaluó la usabilidad del sistema con un grupo de usuarios. Se buscaba detectar diferentes tipos de errores y obtener retroalimentación para mejorar futuras versiones del sistema CoMAS. Durante el experimento, se pidió a los participantes usar el sistema para resolver problemas matemáticos básicos. Los participantes interactuaron con el sistema por medio de gestos “arrastre” y “toque” para ingresar expresiones matemáticas a mano alzada en una tableta, cada acción se graba para posteriormente analizar los eventos suscitados. A continuación, se describe el procedimiento que se realizó para la evaluación.

### 4.2.1 Procedimiento del experimento 1

A cada participante se le brindó un lapso de 15 minutos para que intentara resolver la mayor cantidad de ejercicios matemáticos posibles. El diseño experimental fue “single subject”, debido a que solo se tiene una condición en este experimento. Los ejercicios a resolver fueron los siguientes:

Número	Descripción	Ejercicio	Solución
1	Realiza la operación indicada.	$(3)(4^2) + 6 - 2$	52
2	Realiza la operación indicada y redúcela a su mínima expresión.	$\frac{3}{8} + \frac{6}{7}$	$\frac{69}{56}$
3	Realiza la operación indicada y redúcela a su mínima expresión.	$\frac{9}{10} \times \frac{5}{9}$	$\frac{1}{2}$
4	Factoriza la siguiente expresión algebraica.	$y^2 - 4y - 5$	$(y - 5)(y + 1)$
5	Desarrolla la siguiente expresión algebraica.	$\left(\frac{3y}{4}\right)^3$	$\frac{27y^3}{64}$
6	Realiza el producto de las siguientes expresiones algebraicas.	$(-4x^2y)(3xy^2 - 4xy)$	$-12x^3y^3 + 16x^3y^2$

Antes de iniciar la sesión, a cada participante se le dio una explicación del uso del sistema y de las tareas a realizar. Se utilizó un punto de acceso privado para mantener una mejor conexión a internet. A los participantes se les ofreció asistencia en la elaboración de ejercicios, en caso de dudas, ya fueran de índole matemáticas o las relacionadas al funcionamiento del sistema. Las sesiones se grabaron para el

posterior análisis de eventos. Todos los ejercicios se realizaron en una tableta. Los participantes podrían elegir entre tres lápices ópticos, o utilizar el dedo.

#### 4.2.2 Mediciones del experimento

A continuación, se muestran las variables que se midieron durante el experimento.

La usabilidad en CoMAS con una escala SUS.

Los eventos y errores fueron divididos en tres grupos para tener un mejor control sobre éstos, dichos eventos y errores surgieron al momento de evaluar el sistema con la prueba piloto, estos eventos y errores se muestran a continuación.

- Error de funcionalidad
  - No reconoce el trazo: el sistema no reconoce el trazo que el alumno dibujo o lo deja en blanco.
  - Error de reconocimiento: el editor reconoce algo diferente a lo dibujado.
  - Expresión mal formada: la expresión es sintácticamente incorrecta.
  - No responde: el sistema parece no haber cargado correctamente, o da la impresión de que el editor de ecuaciones no está funcionando, así como hace scroll en lugar de dibujar sobre el editor.
- Error de usabilidad
  - Error de botón: el usuario oprimió el botón equivocado por error.
  - Espacio: faltó espacio para escribir la expresión.
- Eventos y errores de usuario
  - Delicadeza: se detecta un cambio en la rapidez al momento de dibujar un carácter, en este caso más lento.
  - Error de escritura: considero que el estudiante dibujó un carácter diferente al deseado, el sistema reconoció el más parecido.

### **4.2.3 Población**

Se reclutaron a 14 participantes (4 mujeres, 10 hombres), estudiantes de maestría y licenciatura con edades entre 21 y 31 años. La participación fue voluntaria, no se les dio ningún incentivo. Entre los criterios de selección de los participantes se requería que todos hayan llevado materias de álgebra y que tuvieran un nivel de escolaridad de licenciatura en curso como mínimo. Los experimentos se realizaron en diferentes horarios, esto dependida de la disponibilidad de los usuarios. Los usuarios podían preguntar cualquier cosa referente al sistema y a dudas para resolver ejercicios.

### **4.2.4 Prueba Piloto**

Se realizó una prueba piloto del experimento 1 con dos participantes. Un participante era un trabajador de la SEP con edad de 26 años y el otro era un Investigador de CICESE con conocimientos avanzados de interacción. Los participantes de la prueba piloto no realizaron la prueba final. Gracias a la retroalimentación del primer usuario en la prueba piloto se llevaron a cabo diversos cambios: la reestructuración de las oraciones en los cuestionarios para la prueba de usabilidad, se acotaron los ejercicios a realizar por los usuarios a seis. De la prueba con el segundo usuario se agregó un pizarrón donde se muestra el procedimiento para solucionar los ejercicios propuestos, tal configuración se muestra en la Figura 28. El pizarrón se puso con el objetivo de evaluar el sistema, errores, usabilidad, etc., de esta forma descartar el conocimiento de temas en matemáticas, el cual no es el propósito de este experimento.



**Figura 28.** Configuración, espacio de desarrollo de ejercicios matemáticos, apoyados por un pizarrón.

### 4.3 Experimento 2 “Entrono colaborativo”

Cuando los usuarios tienen dudas, el sistema ofrece la opción de consultar a un maestro o a un compañero utilizando los servicios de colaboración. El objetivo de este experimento fue el de evaluar el entorno de colaboración de CoMAS. En este caso el usuario asumió el rol de maestro, con el que se conecta otro alumno para pedirle asesoría por medio del sistema. El participante tenía que ayudarlo a resolver su duda, usando el entorno colaborativo, indicándole con ejemplos y diferentes colores dónde estaba el error del alumno. Estas pruebas se llevaron a cabo en dos modalidades: incluyendo audio externo, comunicación por texto y una pizarra, y la otra forma es similar excepto que no incluía audio.



### 4.3.1 Procedimiento del experimento 2

En este experimento los participantes actúan como asesores de un alumno que realiza ejercicios con el sistema. Un asistente de investigación participó como el alumno que requiere asesoría. Al usuario se le explicó con un video las tareas a realizar. Estas tareas eran las siguientes: el alumno conectado en el sistema enviará una solicitud de colaboración, el usuario acepta la solicitud de colaboración, en ese momento se abre el entorno colaborativo, enseguida el alumno formula su pregunta en un ejercicio. El usuario ingresa al expediente del usuario para verificar lo realizado por el alumno en el ejercicio en cuestión y darse una idea más clara de lo que el alumno ha intentado. Enseguida el usuario le pide al alumno resolver el ejercicio en el cual tiene duda, al observar el ejercicio el usuario indica con un color diferente dónde está cometiendo el error tal como lo muestra la Figura 29 y explica al alumno el porqué del error.

**Figura 29** El participante indica con color rojo los números que están mal y con otro color explica la solución y proceso.

La duda del alumno siempre es la misma y en el mismo problema para todos los usuarios. Los usuarios tenían tiempo libre para atender la duda del alumno y brindar una retroalimentación enriquecedora. Los usuarios tenían que asistir al usuario de apoyo haciendo uso de la tableta.

### **4.3.2 Variable independiente**

El experimento incluya una variable independiente, que es el medio de comunicación, con dos condiciones: el uso de audio, texto y la pizarra (AUDIO) y una segunda condición en la que los usuarios no contaban con audio y utilizaban exclusivamente texto y la pizarra (No\_AUDIO) como medio de comunicación.

### **4.3.3 Variables dependientes**

Se midieron dos variables dependientes, el tiempo que tardaron los participantes dentro del entorno colaborativo en asistir a resolver la duda de un alumno y la preferencia que existe, en realizar esta asistencia por medio de audio o sin audio.

### **4.3.4 Hipótesis**

H1: La resolución de la duda manteniendo una comunicación con audio, texto y pizarra será más rápida versus texto y pizarra.

H2: Los usuarios preferirán comunicarse con texto.

### **4.3.5 Paradigma**

- “Between subjects”: la mitad de la población usará la condición AUDIO y la otra mitad la condición No\_AUDIO.

### **4.3.6 Población**

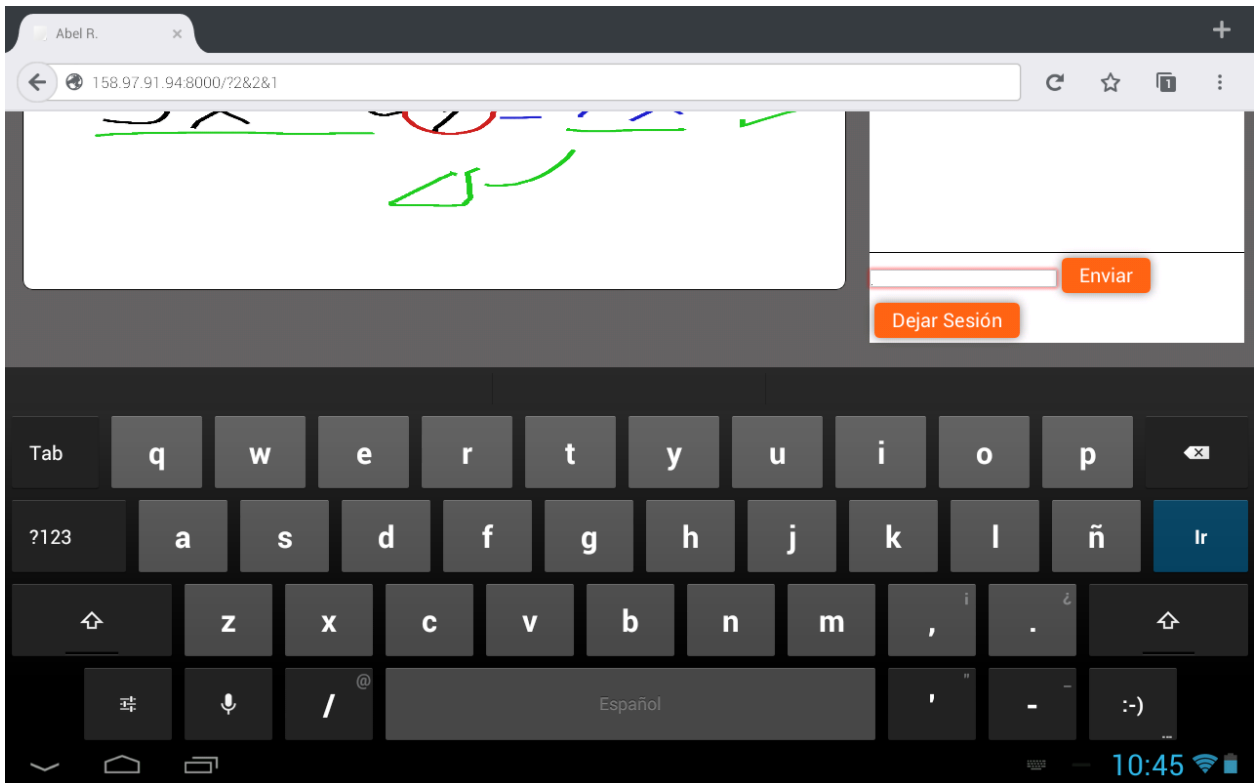
En el segundo experimento participaron los mismos sujetos que en el experimento 1 (n = 14). El ejercicio que tenían que explicar era un ejercicio similar al que habían resuelto en el experimento anterior.

#### 4.3.7 Control

- Todos habían usado antes una computadora y tienen conocimientos de álgebra.
- Se les explico la duda que iban a resolver y como resolverla, para mantener a los estudiantes con el mismo nivel de aprendizaje.

#### 4.3.8 Prueba piloto

Se realizó una prueba piloto con dos participantes. Los participantes fueron los mismos que participaron en la prueba piloto del experimento uno. El primer participante utilizó una tableta con texto y pizarra, en la que se le pidió al usuario atender a un alumno de forma remota con ayuda del entorno colaborativo. Gracias a esta primera prueba se identificaron errores al momento de escribir, por ejemplo, se mostraba la mitad de la pantalla con el teclado y solo la mitad de la pizarra, el chat no se visualizaba, se alcanzaba a observar el último mensaje siempre y cuando éste estuviera más abajo recorrido por los mensajes anteriores, este problema se visualiza en la Figura 30. También se observó que los usuarios escribían muy lento, en comparación con el uso de un teclado. Se decidió evaluar el sistema en una computadora, para mayor comodidad del participante y que la comunicación por texto fuera más rápida.



**Figura 30.** Error de visualización al momento de escribir, el teclado abarca media pantalla.

Para el segundo participante se realizaron los cambios propuestos después del primer participante, por consecuencia se llevó a cabo haciendo uso de la computadora en lugar de la tableta, con la cual los participantes escribían con el teclado y dibujaban con el mouse. En esta prueba se observó que los estudiantes tenían diversos comentarios del sistema, así también se decidió agregar audio externo para observar el cambio en la rapidez de la comunicación, en comparación con texto dentro del entorno colaborativo esta configuración se muestra en la Figura 31. Se decidió grabar las opiniones de los participantes, debido que tenían muchos comentarios sobre el sistema, otro de los cambios fue el agregar colores comúnmente usados en clases para la indicación de errores y observaciones en la pizarra colaborativa.



**Figura 26.** Experimentos con audio y sin audio.

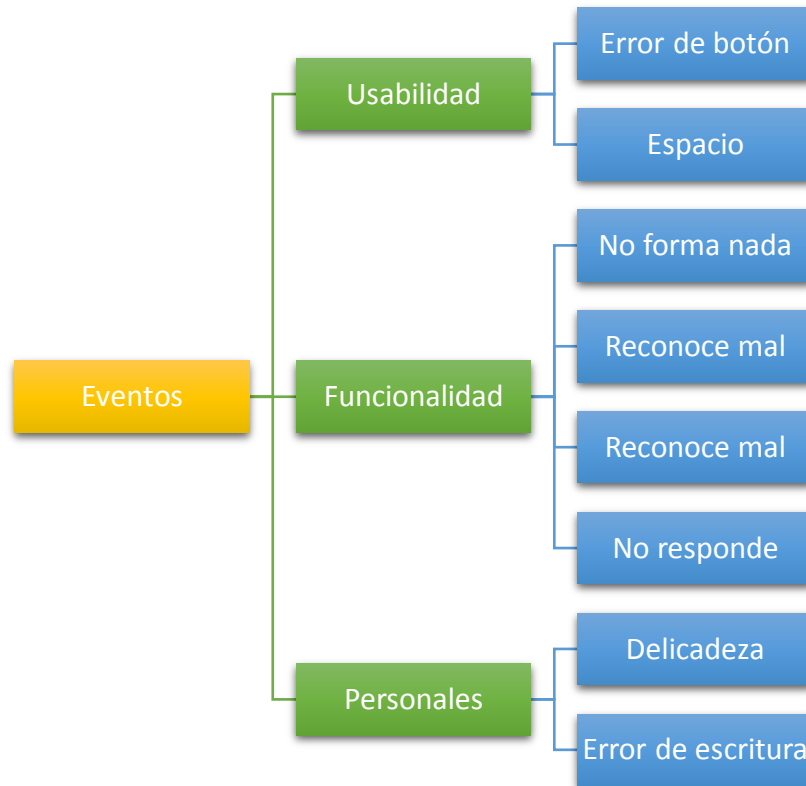
## 4.4 Análisis de datos

Para cada experimento se aplicó un análisis similar. Los experimentos coinciden en algunas metodologías de análisis, para dejar claro este análisis, a continuación, se muestra el análisis realizado para cada experimento por separado.

### 4.4.1 Experimento 1

Las sesiones de los participantes fueron grabadas y posteriormente analizada. Se organizaron los eventos detectados en los videos como se muestra en la Figura 32. Cada video ( $k=14$ ) fue codificado por dos personas ( $a=2$ ), esta codificación consiste en detectar y registrar el evento. Registrar el evento es apuntar en que ejercicio sucedió el evento y a que categoría presente dicho evento. Para validar el esquema de codificación se calculó el índice Kappa (Viera y Garrett, 2005), que mide la correlación de datos etiquetados por las dos personas.

Para analizar estos resultados se desglosaron y revisaron por separado el número de eventos, los errores de usuario y los eventos. Los dos tipos de eventos y errores fueron los siguientes: los de usabilidad y los personales.



**Figura 32.** Taxonomía de eventos y errores.

Para analizar los errores de usuario y los eventos, así como los errores de usabilidad se obtuvo el promedio de todos los participantes que realizaron cada ejercicio. Partiendo del promedio del ejercicio con más errores como el 100 %. Se realizó una metodología de degradación propuesta por Tsafir et al., en el 2007. Los ejercicios son ordenados en forma descendente.

Se aplicó una encuesta al final del experimento. La prueba mide la usabilidad en escala SUS. Los resultados de esta prueba pueden variar entre 0 a 100%.

Al final se les pregunto a los estudiantes que les había gustado y que agregarían al sistema. Estas opiniones son resultados cualitativos y no fueron analizados formalmente. Las opiniones son mostradas como anécdotas.

#### **4.4.2 Experimento 2**

El experimento dos se dividió en dos grupos. El grupo A son los estudiantes ( $k=7$ ) que realizaron el experimento con una comunicación con audio, texto y pizarra. El grupo B son los estudiantes ( $k=7$ ) que realizaron el experimento con una comunicación con texto y pizarra. Se obtuvieron los promedios de los tiempos de los dos grupos para analizar si existe una diferencia significativa

Se aplicó una encuesta similar al experimento uno, de igual manera se aplicó una encuesta SUS. Los resultados de la encuesta fueron similares. Para verificar si existía una diferencia significativa se aplicó una prueba "T-Student" (Walpole et al., 1993). La prueba T-Student es la más adecuada cuando se tienen grupos de trabajo, para este caso el grupo A y el grupo B.

Al finalizar la prueba encuesta se realizaron las siguientes preguntas a los participantes, ¿crees que pudieras atender a más de un estudiante al mismo tiempo?, ¿cuál crees que sería la mejor forma de atender a un estudiante con audio o sin audio? Los resultados son mostrados anecdóticamente, sin usar algún análisis cualitativo formal.

### **4.5 Resultados y discusión**

El análisis de los resultados de los experimentos es uno de los principales objetivos de esta tesis, en la cual se genera evidencia de que CoMAS es usable y una retroalimentación para mejorar el sistema CoMAS.

Los dos experimentos se realizaron en tres días, a partir del 9 al 11 de agosto del 2016, en el laboratorio de matemáticas del Departamento de Ciencias de la Computación en CICESE.

### 4.5.1 Experimento 1

Al inicio del experimento se les preguntó a los participantes si tenían experiencia en el uso de algún editor de expresiones matemáticas con tinta digital, solo uno de los catorce participantes había usado algún editor de este tipo. En promedio, los estudiantes pudieron resolver 4.21 ejercicios de los 6 propuestos. La grafica del número de ejercicios resueltos por estudiantes se muestra en la Figura 33.



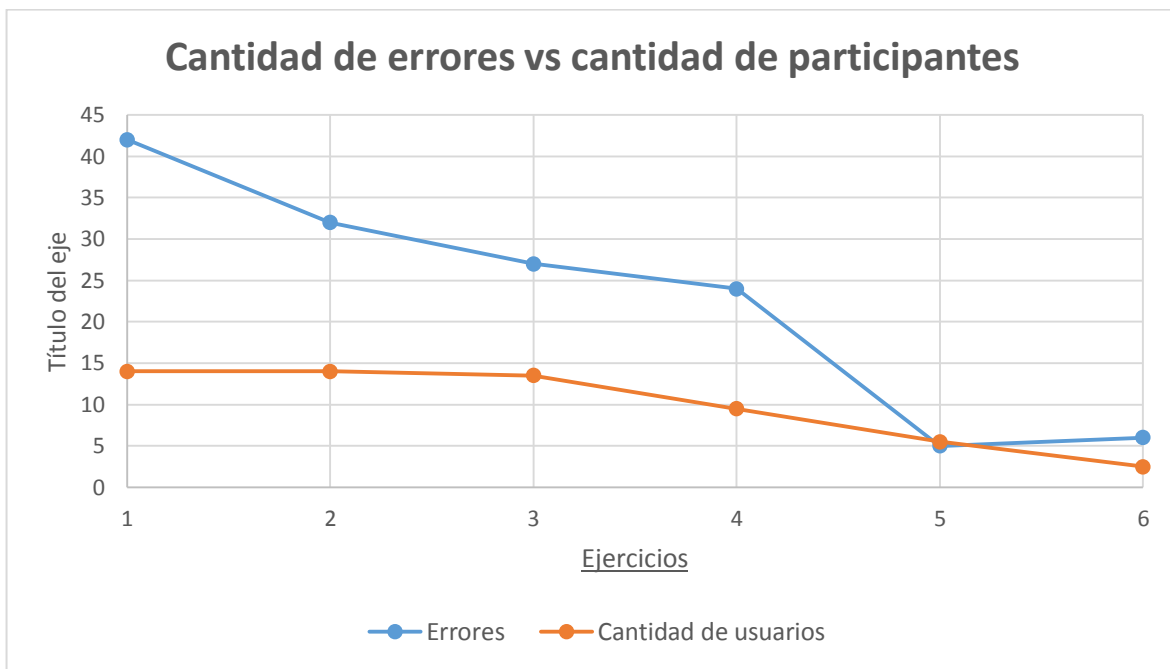
**Figura 27.** Cantidad de ejercicios resueltos por estudiante.

En la validación del esquema de codificación, se calculó el índice Kappa, donde se obtuvo una correlación del 0.854. El resultado está dentro del rango 0.81 – 0.99, que indica que se obtuvo “Casi un perfecto acuerdo” (Viera y Garret, 2005).

#### 4.5.1.1 Análisis de resultados

En general los errores y eventos tienen relación con la cantidad de alumnos que realizaron cada ejercicio. Esta relación se puede observar en la Figura 34, donde se muestra cómo disminuye el número de participantes en cada ejercicio y a su vez el número de errores. En el ejercicio cinco la cantidad de errores es menor a la cantidad de participantes que realizaron éste ejercicio. La facilidad de realizar el ejercicio cinco es la causa del comportamiento el grafico presentado en la Figura 34.



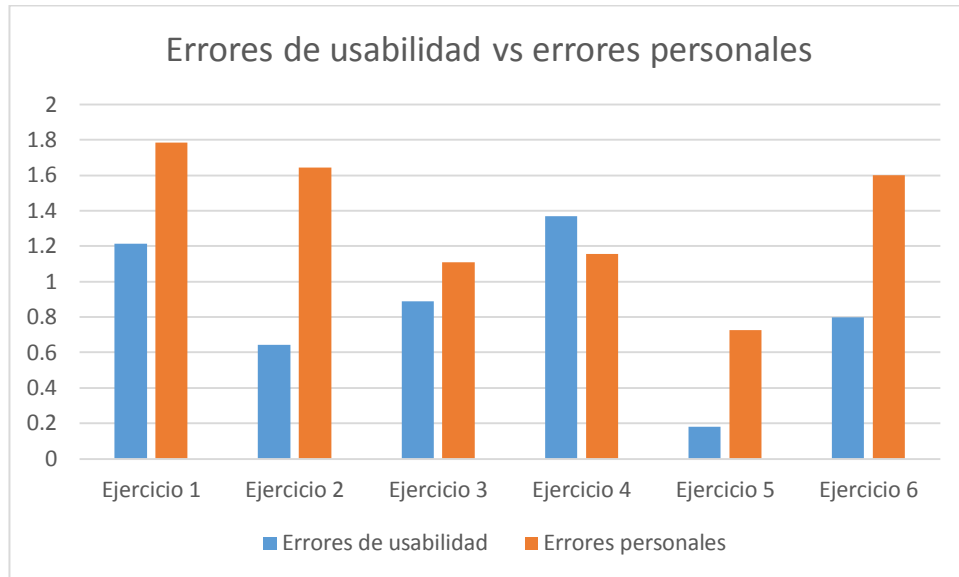


**Figura 34.** Relación de disminución de errores y participantes.

Los errores personales tuvieron comportamientos muy diferentes comparados con los errores de usabilidad. Un ejemplo de un error personal fue cuando los usuarios dibujaban caracteres muy feos al iniciar el experimento y después comenzaron a dibujar caracteres más claros y a escribir más rápido. Sin embargo, en el ejercicio seis pareciera que los usuarios ya estaban un poco ansiosos por terminar. La ansiedad pudo haber inferido en que los participantes cometieran más errores personales. Sin embargo, el promedio mostrado en el ejercicio seis es de 2.5 participantes. Para el caso de los errores de usabilidad, no había un comportamiento uniforme al de los errores personales. Entre los errores más usuales de usabilidad se encuentra “el error de espacio”. Los participantes no tenían suficiente espacio para ingresar la expresión, sobre todo los últimos ejercicios que requerían más espacio. Otro de los errores comunes era cuando los usuarios confundían el botón de borrar con el de evaluar, debido a que estos se encuentran juntos.

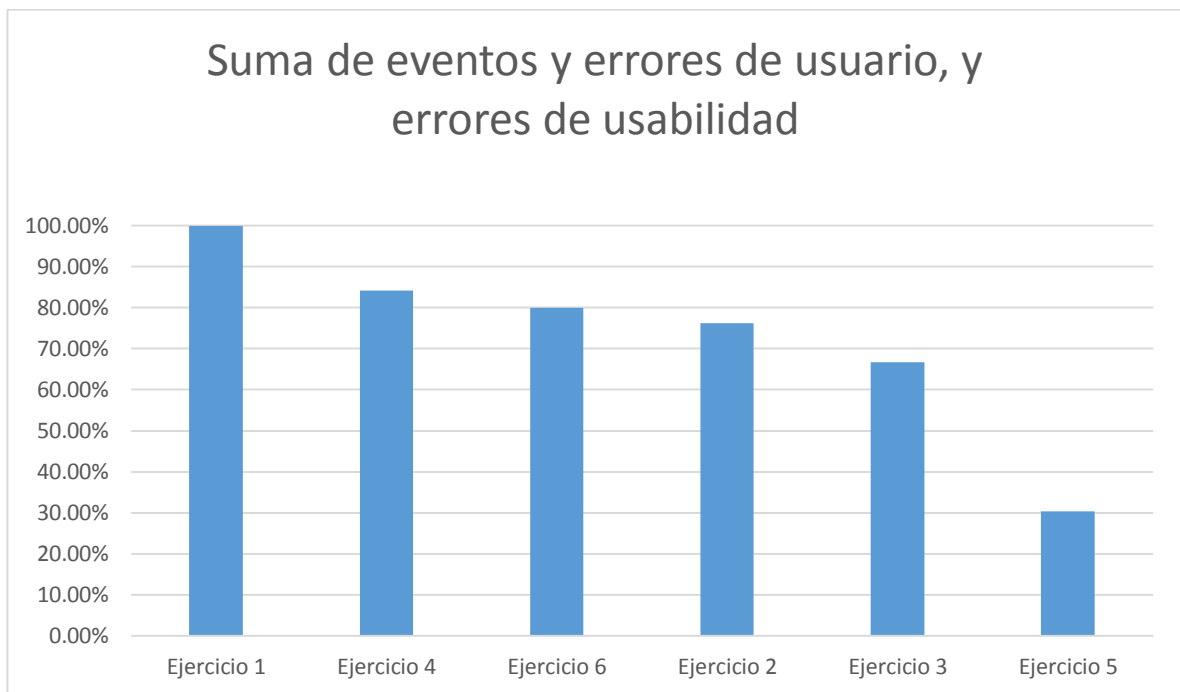
En la Figura 35 se muestra el promedio de errores de usabilidad versus los errores personales cometidos por los participantes en cada ejercicio. En el ejercicio 1 se puede observar un mayor número de errores personales debido a que era la primera interacción del usuario con el sistema, mientras que el mayor número de errores de usabilidad se presentan en el ejercicio cuatro. Los errores de usabilidad en el ejercicio 2 disminuyeron casi un 50%, enseguida estos errores aumentaron en los siguientes ejercicios

debido a la cantidad de los pasos a realizar para resolver los ejercicios. Cabe mencionar que los participantes fueron 14 y que solo el ejercicio uno y dos fueron realizados completamente por los catorce participantes. Mientras que el ejercicio seis solo dos lograron finalizarlo y uno se quedó a la mitad del ejercicio.



**Figura 35.** Comportamiento de los errores de usabilidad versus errores personales.

Al sumar los errores del usuario y los eventos, así como los errores de usabilidad, se obtuvo el promedio de todos los participantes que realizaron cada ejercicio. El ejercicio 1 tiene mayor número de errores, en el cuál se cometieron tres errores, partiendo de este promedio como el 100 %. En la Figura 36 se observa una degradación de resultados. El ejercicio 5 es el que contiene un menor número de errores, debido a que era de los últimos ejercicios que realizaron los estudiantes y más fácil de realizar que el sexto. En la suma de los errores el ejercicio 1 fue donde se cometieron la mayoría de errores. Es viable argumentar que hubo algún aprendizaje, posteriormente los errores disminuyeron.



**Figura 28.** Gráfica de eventos y errores de los participantes.

Al aplicar la escala SUS sobre los cuestionarios se obtuvo como resultado un puntaje mayor del 75%. El valor mínimo fue de 77.64%, el máximo de 95.29%, el promedio se encuentra en 85.71%, estos resultados se muestran en la Figura 37, estos resultados muestran evidencia de que el sistema tiene buen nivel de usabilidad. Los porcentajes totales en cada pregunta se presentan en la Tabla 6. En las respuestas de la pregunta cuatro las respuestas son muy diversas, la causa de este comportamiento dependió de la situación en la que se llevó a cabo la prueba, en algunas ocasiones se tenía una mala conexión a internet, dependiendo de la hora de aplicación de las pruebas a los participantes, es por eso que hubo respuestas divididas. Lo mismo sucede para la respuesta 15, en la cual las peticiones tardaban un poco, ya que la ecuación era enviada a otro servidor para ser evaluada. Sin embargo, con las deficiencias de las conexiones, el sistema presenta evidencia de ser un sistema usable.

**Tabla 6.** Respuestas de los usuarios a las preguntas de la encuesta de usabilidad.

Preguntas	1	2	3	4	5
1.- Los iconos y enlaces son intuitivos.	0.00%	0.00%	7.10%	50.00%	42.90%
2.- El diseño de las páginas es agradable.	0.00%	0.00%	0.00%	35.70%	64.30%
3.- El tamaño de letra, imagen o gráficas me parecen adecuados.	0.00%	0.00%	7.10%	50.00%	42.90%
4.- Considero que es difícil de usar el sistema.	28.60%	14.30%	14.30%	35.70%	7.10%
5.- El sistema me ayudo en la práctica de ejercicios matemáticos.	0.00%	0.00%	7.10%	21.40%	71.40%
6.- Navegar por el sistema es fácil.	0.00%	0.00%	7.10%	35.70%	57.10%
7.- Todo en este sistema es fácil de entender.	0.00%	7.10%	7.10%	57.10%	28.60%
8.- Este sistema me parece muy interesante.	0.00%	0.00%	0.00%	21.40%	78.60%
9.- El uso del ambiente me motivó a practicar temas de matemáticas.	0.00%	0.00%	21.40%	35.70%	42.90%
10.- El uso del sistema me generó la inquietud de realizar otros ejercicios.	0.00%	0.00%	28.60%	14.30%	57.10%
11.- Considero interesantes las actividades del sistema.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%
12.- Necesito aprender muchas cosas tecnológicas antes de utilizar el sistema.	64.30%	35.70%	0.00%	0.00%	0.00%
13.- Creo que voy a necesitar el apoyo de una persona técnica para poder utilizar este sistema.	57.10%	35.70%	0.00%	7.10%	0.00%
14.- El modo en el que se presenta la información del sistema es clara y comprensible.	0.00%	14.30%	0.00%	57.10%	28.60%
15.- El sistema responde demasiado lento a las peticiones que se le hacen.	0.00%	21.40%	28.60%	50.00%	0.00%
16.- Considero que el sistema realiza funciones innovadoras que me incitan a usarlo.	0.00%	0.00%	0.00%	42.90%	57.10%
17.- Creo que la mayoría de estudiantes de licenciatura aprenderán a utilizar este sistema con gran rapidez.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%

#### 4.5.1.2 Comentarios y sugerencias

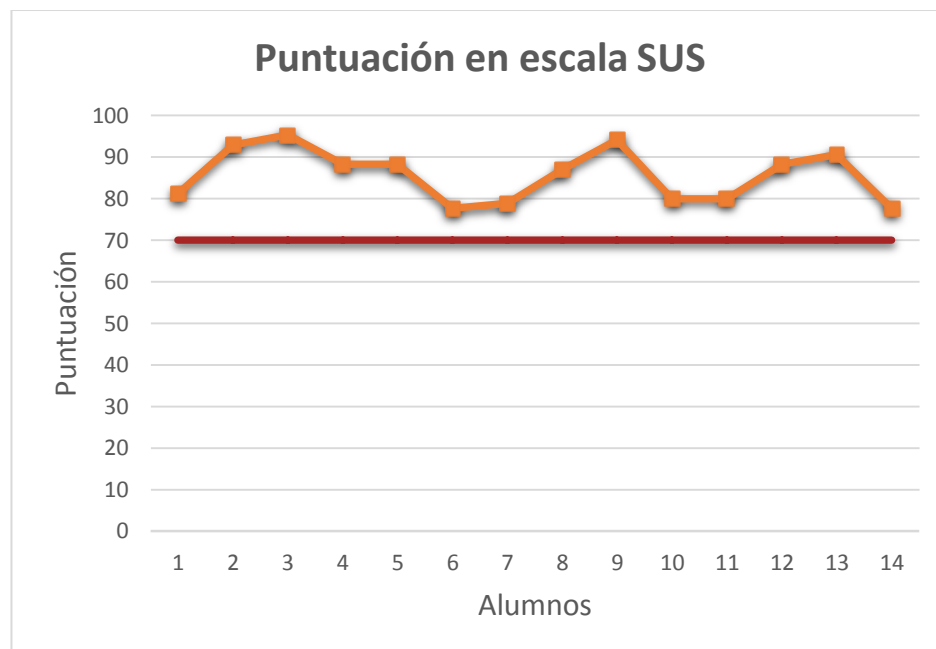
Las opiniones de los participantes cuando se les pregunto acerca de las características agradables del sistema. Entre las respuestas más comunes se muestran las siguientes:

- *“La facilidad de escribir, es muy cómodo”*

Haciendo referencia al editor de expresiones matemáticas, los usuarios se sentían muy cómodos al escribir sobre una pantalla táctil.

- *“La velocidad de reconocimiento”.*

Al momento de escribir un carácter, al terminar de dibujar un trazo, este era reconocido en tiempo real.



**Figura 29.** Puntuación de alumnos en prueba de usabilidad.

- *“Me gusta que es innovador”.*

No existen muchos sistemas actualmente en los que el usuario pueda ingresar matemáticas de una manera fácil, la mayoría de ellos necesita aprender un lenguaje de programación o un sistema de composición de texto como es el caso de LATEX.

- *“Me gusta que puedo escribir como si fuera mi libreta, sin tener un conocimiento en algún lenguaje computacional”.*

Esta respuesta fue de las más repetidas y satisfactorias para este trabajo.

- *“Me gusta que te va revisando cada paso”.*

La retroalimentación para verificar cada uno de los pasos es uno de los aspectos más mencionados y fue destacado en la evaluación del sistema.

- *“Los colores me parecen interesantes”.*
- *“Me gusta que funciona en pantalla táctil”.*

En general esto fue lo que contestaron los usuarios en el uso del sistema sobre que les gustaba. También se les pidió indicar que aspectos del sistema tenían deficiencias y deberían ser corregidos en futuras versiones. Todas las sugerencias fueron acerca del editor de expresiones, estas fueron algunas de las respuestas:

- *“Le falta un botón para borrar un solo carácter”.*

Este botón era muy demandado por los usuarios, en ocasiones se equivocaban y no podían cambiar un solo dígito sin borrar toda la expresión, los caracteres eran borrados conforme se escribieron, como si fuera una pila, el último en escribirse es el primero en borrarse, en ocasiones este carácter era el primero que se había escrito, a veces la mejor opción era eliminar toda la expresión.

- *“Es muy sensible en la detección”.*

El editor es muy sensible, si los usuarios dibujaban cualquier trazo sobre el editor, éste reconocía algún carácter, por más pequeño que fuera, por ejemplo, una coma, un punto, etc.

- *“Crearía un espacio adicional para hacer anotaciones”.*

Algunos querían un espacio adicional para hacer operaciones básicas como sumas, multiplicaciones, etc., un espacio donde no fueran reconocidas las expresiones ni evaluadas.

- *“No me gusta que tengo que dar dos clics, uno para formar la expresión y otro para verificar si el paso actual está bien”.*

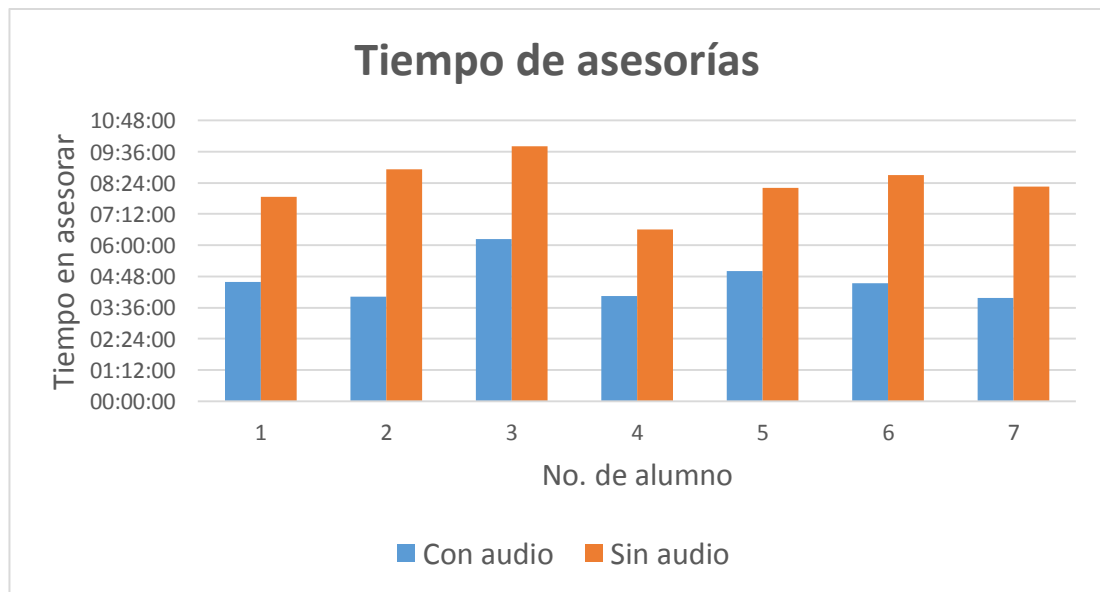
Este proceso de formar y verificar es de suma importancia, el sistema lo realiza con dos clics. En el primer clic se forma sintácticamente la oración y en el segundo clic se evalúa la expresión. El editor *min* así está diseñado. Por el momento *min* es la herramienta disponible, libre que se usa dentro de CoMAS para apoyar el ingreso de expresiones matemáticas. Los comentarios realizados por los usuarios resultan de utilidad para establecer prioridades en el desarrollo de una segunda versión de la herramienta.

## 4.5.2 Experimento 2

Después del experimento se preguntó a los participantes si habían dado asesoría de matemáticas con anterioridad, 11 de los 14 participantes contestaron que sí, los otros no recordaban haberlo realizado.

### 4.5.2.1 Pruebas de hipótesis

H1: en el análisis de resultados en tiempos, los siete participantes que asesoraron a un alumno con audio, texto y pizarra tardaron un promedio de **4:37** minutos, mientras que los otros siete alumnos con texto y pizarra tardaban un promedio de **8:20** minutos. En todos los casos, no hubo un usuario que tardara menos con texto y pizarra comparado con el que tardó más con audio, texto y pizarra. Estos resultados se muestran en la Figura 38. Los resultados se encuentran muy separados y fácilmente se observa que existe significancia, sin necesidad de aplicar una prueba estadística. Con estos resultados se comprueba la hipótesis H1, los participantes con el uso de audio tardan menos en asesorar a una persona que los participantes que no usen audio.



**Figura 38.** Tiempo de asesorías audio y sin audio.

H2: para probar esta hipótesis, se le les pregunto a los participantes sobre su preferencia al momento de asesorar a un estudiante, si preferían audio o texto, el 64. 28 % de los participantes prefiere dar asesorías con audio, mientras que el 35.72 % con texto, por consecuencia la hipótesis dos no se aprobó. Sin embargo, los participantes que preferían dar asesorías con audio argumentaban que preferían audio siempre y cuando fuera para una sola persona, porque para más, comentaban que creen que se enredarían mucho y podrían confundir a cuál persona le dijeron alguna cosa.

Los alumnos contestaron un cuestionario al finalizar el experimento, de manera similar al primer experimento, en esta ocasión los cuestionarios variaban en una pregunta entre los que realizaron el experimento con audio y los que realizaron el experimento sin audio. Los dos resultados de los cuestionarios aplicados en este experimento tuvieron una aceptación mayor al 80 % en la prueba en escala SUS, los resultados muestran que el entorno colaborativo tiene una buena aceptación de usabilidad, estos resultados se pueden observar en la Tabla 7.

**Tabla 7.** Puntuación de los estudiantes en la escala SUS.

Participantes con audio, texto y pizarra		Participantes con texto y pizarra	
Participante	Sin audio	Participante	Con audio
1	96	1	88
2	82	2	99
3	87	3	92
4	98	4	90
5	93	5	95
6	93	6	93
7	94	7	94

Los resultados y las preguntas de las encuestas realizadas a los participantes con audio texto y pizarra, se muestra en la Tabla 8, mientras que los resultados y preguntas de la encuesta con texto y pizarra se muestran en la Tabla 9.



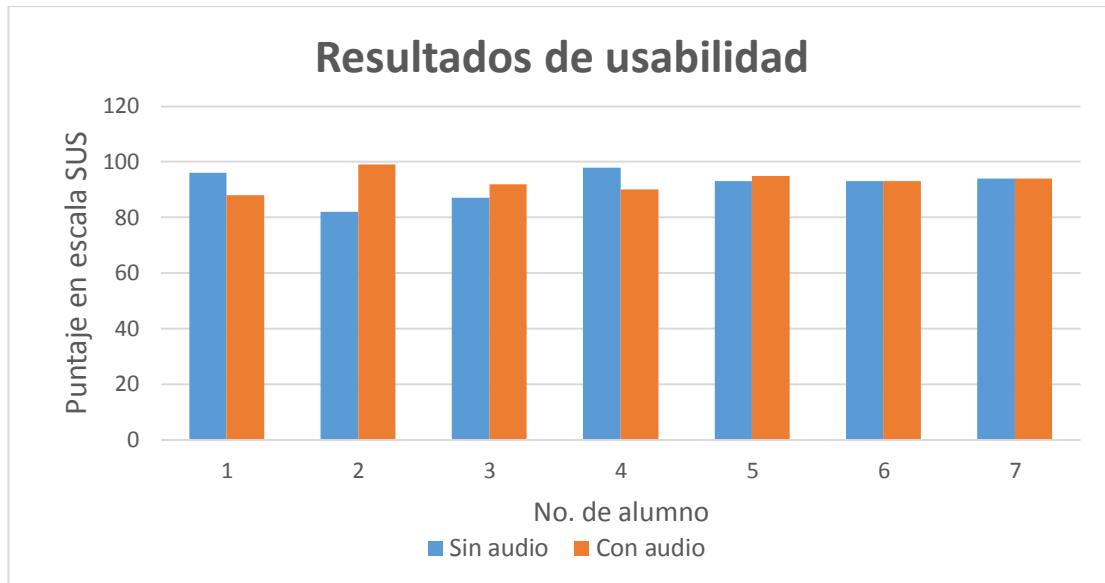
**Tabla 8.** Respuestas de alumnos en usabilidad con audio, texto y pizarra.

Preguntas	1	2	3	4	5
1.- La pizarra colaborativa es de ayuda para un mejor entendimiento del problema.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
2.- Los diseños de las páginas del sistema son agradables.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
3.- El sistema me ayudó a detectar los problemas que el estudiante presentaba.	0.00%	14.30%	0.00%	14.30%	71.40%
4.- El tamaño de letra, imagen o gráficas me parecen adecuados.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%
5.- Considero que es difícil de usar el sistema.	57.10%	0.00%	28.60%	14.30%	0.00%
6.- Todo en este sistema es fácil de entender.	0.00%	0.00%	42.90%	14.30%	42.90%
7.- Este sistema me parece muy interesante.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
8.- La comunicación con el estudiante fue fluida.	0.00%	0.00%	14.30%	0.00%	58.70%
9.- Considero interesantes las actividades del sistema.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
10.- Necesito aprender muchas cosas antes de utilizar el sistema.	85.70%	14.30%	0.00%	0.00%	0.00%
11.- La interacción por medio de gestos es muy cómoda.	14.30%	14.30%	14.30%	14.30%	42.90%
12.- Creo que podría atender a más de un alumno al mismo tiempo.	0.00%	0.00%	42.90%	14.30%	42.90%
13.- Comunicarse con un estudiante fue fácil.	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%
14.- Creo que voy a necesitar el apoyo de una persona técnica para poder utilizar este sistema.	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
15.- La integración del chat y pizarra permiten una mejor comunicación, que si estos se usarán de forma independiente/separada.	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%
16.- El sistema responde demasiado lento a las peticiones que se le hacen.	85.70%	14.30%	0.00%	0.00%	0.00%
17.- Considero de gran apoyo el sistema en una clase formal de asesoría.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
18.- El sistema me ayudó a darme a entender de manera fácil.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
19.- Creo que la mayoría de estudiantes y profesores aprenderá a utilizar este sistema con gran rapidez.	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%
20.- Considero necesaria la integración de ambas herramientas (audio y texto) en el sistema.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%

**Tabla 9.** Respuestas de alumnos en usabilidad con texto y pizarra.

Preguntas	1	2	3	4	5
1.- La pizarra colaborativa es de ayuda para un mejor entendimiento del problema.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
2.- Los diseños de las páginas del sistema son agradables.	0.00%	0.00%	28.60%	28.60%	42.90%
3.- El sistema me ayudó a detectar los problemas que el estudiante presentaba.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
4.- El tamaño de letra, imagen o gráficas me parecen adecuados.	0.00%	0.00%	14.30%	0.00%	85.70%
5.- Considero que es difícil de usar el sistema.	42.90%	42.90%	0.00%	0.00%	14.30%
6.- Todo en este sistema es fácil de entender.	0.00%	0.00%	14.30%	42.90%	42.90%
7.- Este sistema me parece muy interesante.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%
8.- La comunicación con el estudiante fue fluida.	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%
9.- Considero interesantes las actividades del sistema.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%
10.- Necesito aprender muchas cosas antes de utilizar el sistema.	71.40%	28.60%	0.00%	0.00%	0.00%
11.- La interacción por medio de gestos es muy cómoda.	0.00%	14.30%	0.00%	42.90%	42.90%
12.- Creo que podría atender a más de un alumno al mismo tiempo.	14.30%	0.00%	0.00%	28.60%	57.10%
13.- Comunicarse con un estudiante fue fácil.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%
14.- Creo que voy a necesitar el apoyo de una persona técnica para poder utilizar este sistema.	58.70%	14.30%	0.00%	0.00%	0.00%
15.- La integración del chat y pizarra permiten una mejor comunicación, que si estos se usarán de forma independiente/separada.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
16.- El sistema responde demasiado lento a las peticiones que se le hacen.	57.10%	14.30%	14.30%	14.30%	0.00%
17.- Considero de gran apoyo el sistema en una clase formal de asesoría.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
18.- El sistema me ayudó a darme a entender de manera fácil.	0.00%	0.00%	14.30%	14.30%	71.40%
19.- Creo que la mayoría de estudiantes y profesores aprenderá a utilizar este sistema con gran rapidez.	0.00%	0.00%	0.00%	14.30%	85.70%
20.- Si el sistema tuviera comunicación por voz, sería más fácil comunicarse y atender a más alumnos.	0.00%	0.00%	0.00%	28.60%	71.40%

Adicionalmente se compararon los promedios de los porcentajes obtenidos por cada estudiante en cada encuesta, ya sea con audio o sin audio, esto para verificar si existía alguna diferencia significativa en la prueba de usabilidad del entorno colaborativo, con audio o sin audio, los resultados se muestran en la Figura 39. En estos resultados se aplicó una prueba “T-Student” (Walpole et al., 1993), dando como resultado que no existe diferencia significativa entre ambas condiciones.



**Figura 30.** Diferencia en usabilidad con audio y sin audio.

Las respuestas más comunes al realizar las preguntas mostradas en la sección de análisis de datos se muestran a continuación.

- *“Yo creo que con audio es mucho más rápido, pero si están en diferentes sesiones, creo que sería mejor con texto”.*
- *“Tal vez uno con audio y los demás con texto”.*
- *“Con texto, porque de por sí está difícil saber a quién estas atendiendo con texto y ahora con audio, creo que me haría bolas”.*

Al igual que en el experimento uno, a los alumnos se les preguntó que les gusto del sistema, estas respuestas fueron grabadas para que pudieran aportar más detalles.

- *“Me gustó que puedes ver lo que hizo mal el alumno y pueden escribirlo acá en la pizarra y que se dé cuenta de su error”.*

Refiriéndose a que los participantes pueden analizar lo que ha intentado realizar el estudiante, el número de intentos y cuál fue el resultado. En realidad, esa era la intención del experimento, que pudieran hacer uso del expediente del usuario y tener noción de lo que intentó.

- *“Me gusta la interacción por medio de gestos en la computadora”.*

No todos los alumnos coincidieron con ésta opinión, ya que algunos preferían haber escrito en una pantalla táctil a mano alzada, que usando el mouse.

- *“La capacidad de poder escribir ambos en la pizarra, y poder marcar con diferentes colores lo que yo escribo o donde quiero hacer énfasis”.*
- *“Interfaz bastante intuitiva, fácilmente llegas a dónde quieres, la comunicación fue fácil, rápida, no necesite escribir mucho gracias a los marcadores de colores”.*

La adaptación de colores básicos para la revisión e indicación de errores del estudiante asesorado, tuvo muy buen uso y excelentes comentarios.

También se preguntó a los participantes por los aspectos deficientes del sistema y que cambios sugerían hacerle al espacio colaborativo.

- *“Le agregaría un borrador”*
- *“Me gustaría un botón como una goma de borrar para eliminar algo en específico.”*

El sistema cuenta con tinta blanca, la cual puede usarse como borrador, pero no un borrador como tal.

Algunas respuestas fueron un poco más enfocadas al audio y los riesgos a la privacidad asociados al uso de audio como medio de comunicación. Algunos expresaron incomodidad por tener abierto un canal de comunicación auditivo con el asesor/estudiante.

## 4.6 Resumen del capítulo

En este capítulo se mostró la manera en la que fue probado el sistema CoMAS, para realizar esta prueba se llevaron a cabo dos experimentos con catorce alumnos, estos alumnos han tenido clases de matemáticas gran parte de su trayectoria académica. En el primer experimento los alumnos realizaron

algunos ejercicios con la finalidad de probar y verificar los errores más comunes que se presentaban, tanto de usabilidad, como de funcionalidad. En el segundo experimento se probó el entorno colaborativo, para verificar si era de utilidad y si cumplía con los requisitos para generar una buena explicación de algún ejemplo en un problema matemático. Los resultados presentados en los dos experimentos dan evidencia de que CoMAS es un sistema funcional y con un nivel de usabilidad aceptable para los usuarios seleccionados.

Las principales recomendaciones que se sugieren para futuras versiones del sistema y de esta manera poder brindar un mejor apoyo al usuario son las siguientes:

- Generar un espacio más amplio para ingresar expresiones las expresiones matemáticas.
- Crear un borrador para eliminar directamente un carácter que ya no se necesita.
- Abrir el entorno colaborativo dentro del mismo sistema CoMAS, no en una pestaña diferente.
- Crear grupos de trabajo, en el que más de dos personas puedan colaborar en el entorno colaborativo.
- Crear un borrador para la pizarra dentro del entorno colaborativo.

## Capítulo 5. Conclusiones

---

En este trabajo de tesis se presenta una investigación acerca de la importancia del proceso de enseñanza y aprendizaje, se analizaron las problemáticas que existen en diferentes niveles educativos, en especial en el nivel superior. Así también se identificaron los procesos que ocurren en un salón de clases tradicional en el área de matemáticas, las acciones comunes que realizan los maestros para explicar temas, el rol de los estudiantes en el salón de clases, así como las acciones que realizan en para entender y elaborar ejercicios matemáticos. Se definieron conceptos pedagógicos clave para el entendimiento y dominancia del proceso de enseñanza. Así como conceptos en el desarrollo del sistema propuesto.

Para apoyar al proceso, se diseñó y desarrolló un sistema web llamado CoMAS, por sus siglas en inglés Collaborative Mathematics Assessment System. CoMAS apoya en la realización de ejercicios matemáticos contando con una evaluación formativa. La solución de los ejercicios es ingresada a mano alzada y reconocida por el sistema (tinta digital), evitando que los alumnos tengan que aprender un lenguaje computacional para ingresar expresiones matemáticas en la computadora. Una vez reconocidos estos ejercicios son evaluados paso a paso antes de llegar a la solución final con ayuda de un CAS. CoMAS cuenta con un registro para almacenar todas las actividades realizadas por el alumno, así como los intentos fallidos y atinados, visibles solo para el maestro. Cabe mencionar que cuenta con el apoyo de un entorno colaborativo, dónde dos usuarios pueden intercambiar ideas por medio de texto y una pizarra en tiempo real.

Se da evidencia de que el sistema CoMAS tiene buen nivel de usabilidad, y los comentarios que realizaron los usuarios en la prueba fueron positivos. Un sistema de este tipo tal vez podría ayudar en diversos escenarios de aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, en tutorías formales, dejar tareas en el sistema CoMAS, comunicación entre compañeros para dudas sobre tareas de matemáticas, entre otros.

### 5.1 Limitaciones

Debido a la desincronización de los tiempos, no fue posible evaluar el sistema en un escenario formal. Adicionalmente los ejercicios de los temas para los que se diseñó esta parte del sistema son ejercicios de

temas que se imparten en primer semestre de Licenciatura o en ocasiones en segundo semestre, los tiempos no coincidieron con la finalización del sistema. Esta limitación requeriría mayor tiempo para evaluar el sistema en un ambiente de este tipo.

Para llevar a cabo las modificaciones al sistema generadas por la retroalimentación de los participantes, requería de mayor tiempo en desarrollo. Al igual que la anterior, se necesita realizar modificaciones que requieren cambiar o agregar parte del código del sistema, esto podría llevar un tiempo que no se tenía contemplado, por esta cuestión se menciona como trabajo futuro.

## 5.2 Aportaciones

Las principales aportaciones de este trabajo de tesis son:

- Un sistema colaborativo en web, donde los alumnos puedan resolver ejercicios matemáticos usando tinta digital y una evaluación formativa de cada ejercicio.
- Colaboración en tiempo real para resolver dudas acerca de ejercicios matemáticos, comunicándose con una pizarra y texto.
- Un conjunto de información para evaluar, almacenados por el sistema, en los que se podrá identificar las mayores deficiencias de los alumnos en tópicos selectos del sistema.
- Un sistema libre para el uso de los maestros de matemáticas.
- Evidencia de un sistema web usable, para el apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, probado con 14 usuarios.
- Un artículo en *El Congreso Mexicano de la Interacción Humano-Computadora*, artículo que lleva por nombre *CoMAS: Herramienta colaborativa de apoyo a la Evaluación Formativa del aprendizaje de las Matemáticas*.

### 5.3 Trabajo futuro

Como trabajo futuro se propone evaluar el aprendizaje generado en un salón formal con el uso de CoMAS, evaluar el sistema en diferentes escenarios como:

- Apoyo al realizar asesorías.
- Dejar ejercicios para realizar en clase y/o en casa.
- Asistencia de compañeros y/o maestros en la resolución de dudas.
- Reemplazo de exámenes.

Evaluar si es posible que un profesor pueda atender a más de un alumno con ayuda del sistema CoMAS versus cara a cara.

Probar con tabletas que tengan conectado un teclado para escribir en el chat al momento de abrir el entorno colaborativo, de esta manera este no influirá en la reducción de espacio en la interfaz que se abarca con el teclado virtual.

En materia de desarrollo se considera para CoMAS:

- Crear un editor de expresiones matemáticas que cuente con un número mayor de herramientas para ampliar las características del sistema actual como son: borrar caracteres individuales y el reconocimiento de los caracteres más usados en temas de algebra (los básicos).
- Ampliar el área del editor de tinta digital para el reconocimiento de caracteres y solución de los ejercicios matemáticos.
- Agregar una sección donde los usuarios puedan añadir un comentario en cada ejercicio.
- Agregar comunicación por voz dentro del entorno colaborativo.



## Literatura citada

---

- Abowd, G. 2000. Classroom 2000: An experiment with the instrumentation of a living educational environment. *IBM Systems Journal*, 38:4, pp. 508–530.
- Adams, M., Tenney, Y., and Pew, R. 1995. Situation Awareness and the Cognitive Management of Complex Systems, *Human Factors*, 37(1), 85-104.
- Anderson, R. J., Hoyer, C., Wolfman, S. a., and Anderson, R. 2004. A study of digital ink in lecture presentation. *Proceedings of the 2004 Conference on Human Factors in Computing Systems - CHI '04*, 6(1), 567–574. Recuperado de: <http://doi.org/10.1145/985692.985764>
- Anderson, R., Anderson, R., Davis, P., Linnell, N., Prince, C., Razmov, V., & Videon, F. 2007. Classroom presenter: Enhancing interactive education with digital ink. *Computer*, 40(9), 56-61.
- Andrade-Aréchiga, M., López, G., & López-Morteo, G. 2012. Assessing effectiveness of learning units under the teaching unit model in an undergraduate mathematics course. *Computers and Education*, 59(2), 594–606. Recuperado de: <http://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.03.010>
- Anthony, L., Yang, J., & Koedinger, K. R. 2012. A paradigm for handwriting-based intelligent tutors. *International Journal of Human-Computer Studies*, 70(11), 866–887. Recuperado de: <http://doi.org/10>
- Bangor, A., Staff, T., Kortum, P., Miller, J., and Staff, T. 2009. Determining What Individual SUS Scores Mean: Adding an Adjective Rating Scale. *Journal of Usability Studies*, 4(3), 114–123. Recuperado de: [http://uxpajournal.org/wp-content/uploads/pdf/JUS\\_Bangor\\_May2009.pdf](http://uxpajournal.org/wp-content/uploads/pdf/JUS_Bangor_May2009.pdf)
- Bannon, L.J. Schemidt, K. 1991. CSCW: Four Characters in Search of a Context. *Studies in Computer Supported Collaborative Work*. J.M. Bowers and S.D. Benford (Editors), Elsevier Science Publisher.
- Baecker, R. M. 1993. Readings in groupware and computer-supported cooperative work: Assisting human-human collaboration. Elsevier.
- Bishop, A., Gorgorió, N., Deulofeu, J., De Abreu, G., Balacheff, N., Clements, K., Dreyfus, T., Goffree, F., Hilton, P., Neshet, P. y Ruthven, K. 2000. *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Graó de Irif, S.L. Barcelona, España. 212 pp.
- Brotherton, J. A. 2001. *Enriching Everyday Activities through the Automated Capture and Access of Live Experiences* (Doctoral dissertation, Georgia Institute of Technology).
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. 1989. Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1), 32-42.
- Coakes, E. 2002. Knowledge management: A sociotechnical perspective. In E. Coakes, D. Willis, & S. Clarke (Eds.), *Knowledge management in the sociotechnical world. The graffiti continues* (pp. 4–14). London: Springer.
- Coello, J., & Elias, J. (2001). La evaluación diagnóstica, formativa y sumativa. *Tomado de la Revista de la Educación del Pueblo*, (81). Coll, César, 1991, *Psicología y currículum: una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar*, Libro, Grupo Planeta (GBS), ISBN: 8475096743, 9788475096742, 184 páginas. *Collaborative Learning*, 3, 5–23.
- Cox, T. C., & Williams, A. 2011. Virtual office hours. *The professor's guide to taming technology: Leveraging digital media, Web 2.0, and more for learning*, 135-150.
- Dillenbourg, P., & Hong, F. 2008. The mechanics of CSCL macro scripts. *International Journal of*

- Computer-Supported Collaborative Learning, 3(1), 5-23.
- Dourish, P. & Bellotti, V. 1992. Awareness and Coordination in Shared Workspaces, in J. Turner & R. Kraut (eds.), Proceedings of CSCW'92: Conference on Computer Supported Cooperative Work, ACM Press, pp.107–114.
- Endsley, M. R. 1995. Toward a theory of situation awareness in dynamic systems. *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, 37(1), 32-64.
- Espiro, S. 2012. Evaluación de los aprendizajes. El aprendizaje en entornos virtuales de Instituto de Formación Docente Virtual Educa [en línea]. Recuperado en julio de 2016 de: <http://experienciascomunicativas.files.wordpress.com/2012/11/04-ifdaprendizaje-unidad-4.pdf>
- García, A., García, F., del Rey, Á. M., Rodríguez, G., and de la Villa, A. 2014. Changing assessment methods: New rules, new roles. *Journal of Symbolic Computation*, 61–62(1), 70–84. Recuperado de: <http://doi.org/10.1016/j.jsc.2013.10.012>
- Goggins Sean P., Jahnke Isa, Wulf Volker. 2013. *Computer-Supported Collaborative Learning at the Workplace*, Libro, Science+Business Media New York, Springer.
- Greenberg, S. 1991. *Computer supported cooperative work and groupware*. 422 pages, Academic Press, London. ISBN 0-12-299220-2.
- Greif, I. 1998. *Computer-Supported Cooperative Work: A Book of Readings*. Morgan and Kaufmann Publishers INC., San Mateo, California.
- Grudin, J. 1994. Computer Supported Cooperative Work: History and Focus. *IEEE Computer*, 27(5), 19-26.
- Gutwin, C., and Greenberg, S. 2002. A descriptive framework of workspace awareness for real-time groupware. *Computer Supported Cooperative Work*, 11(3–4), 411–446. Recuperado de: <http://doi.org/10.1023/A:1021271517844>
- Gutwin, C., Greenberg, S., and Roseman, M. 1996. Workspace awareness in real-time distributed groupware: Framework, widgets, and evaluation. *HCI '96 Proceedings of HCI on People and Computers XI*, 281–298. Recuperado de: <http://doi.org/10.1145/257089.257286>
- Heeren E. & Lewis R. 1997. Selecting communication media for distributed communities, *Journal of Computer Assisted Learning*, pag. 13, 85–98, University of Twente.
- Hernández Bautista, E. V. 2013. Las reformas educativas y el papel del docente. *Fuentes Humanísticas*, 25(46).
- Johansen, R. 1988. *Groupware: Computer support for business teams*. The Free Press.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., and Smith, K. 1991. *Cooperative learning: Increasing college faculty instructional productivity*. (ASHEERIC Higher Education Report No. 4). Washington, DC: The George Washington University, School of Education and Human Development.
- Johnson, D. W., Johnson, R.T., Holubec, E.J. 1984. *Cooperation in the Classroom*. Edina, MN: Interaction Book Company.
- Johnson-Lenz, P., & Johnson Lenz, T. 1982. *Groupware: the process and impacts of design choices*. Kerr, Hiltz (Eds). *Computer-Mediated Communications Systems*.
- Joyner, D., 2008. Open source computer algebra systems: axiom. *ACM Communications in Computer Algebra*, 42(1-2), 39-47.
- Kang, B., Kulshreshth, A., and LaViola Jr., J. J. 2016. *AnalyticalInk: An Interactive Learning Environment*

- for Math Word Problem Solving. Proceedings of the 21st International Conference on Intelligent User Interfaces, 419–430. Recuperado de: <http://doi.org/10.1145/2856767.2856789>
- Kasabach, C., Pacione, C., Stivoric, J., Gemperle, F., and Siewiorek, D. 1998. Digital Ink: A Familiar Idea with Technological Might!, CHI 98 Conference Summary on Human Factors in Computing Systems, p.175-176, April 18-23, 1998, Los Angeles, California, USA.
- Kathirvalavakumar, T., Selvi, M. K., Palaniappan, R., Karthigai Selvi, M., & Palaniappan, R. 2014. Efficient handwritten numeral recognition system using leaders of separated digit and RBF network. In Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) (Vol. 8891, pp. 135–144). Springer Verlag.
- Kilby M. 1998. Computer support cooperative work (CSCW) and groupware. Digital Media Laboratory Cybrary, University of Central Florida.
- Koschmann, T. 1996. Paradigms shift and instructional technology. In T. Koschmann (Ed.), CSCL: Theory and practice of an emerging paradigm, pp.1-23. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kreijns, K., Kirschner, P. A., & Jochems, W. 2002. The sociability of computer-supported collaborative learning environments. *Educational Technology & Society*, 5(1), 8-22.
- Labahn, G., Lank, E., MacLean, S., Marzouk, M., & Tausky, D. 2008. Mathbrush: A system for doing math on pen-based devices. In Document Analysis Systems, 2008. DAS'08. The Eighth IAPR International Workshop on (pp. 599-606). IEEE.
- Laffey, J., Lin, G. Y., & Lin, Y. 2006. Assessing social ability in online learning environments. *Journal of Interactive Learning Research*, 17 (2), 163–177.
- Lafourcade, Pedro D. 1970. Evaluación de los aprendizajes. Buenos Aires, Kapelusz, Biblioteca de cultura pedagógica.
- Li, L., & Pitts, J. P. 2009. Does it really matter? Using virtual office hours to enhance student-faculty interaction. *Journal of Information Systems Education*, 20(2), 175.
- Mouchere, H., Viard-Gaudin, C., Zanibbi, R., Garain, U., Kim, D. H., & Kim, J. H. 2013. ICDAR 2013 CROHME: Third International Competition on Recognition of Online Handwritten Mathematical Expressions. In 2013 12th International Conference on Document Analysis and Recognition (pp. 1428–1432). IEEE. Recuperado de: <http://doi.org/10.1109/ICDAR.2013.288>
- Müller, R. & Ottmann, T. 2000. The Authoring on the Fly system for automated recording and replay of (tele)presentations. *Multimedia Systems Journal*, 8:3, 2000, pp. 158–176.
- Natsu Cárdenas, Hiroshi. 2002. Sistema de programación en pares distribuido sobre el web. Tesis de maestría en ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.
- Norman, D. A. 1993. Things that make us smart: Defending human attributes in the age of the machine. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA.
- OCDE. 2014. Panorama de la educación 2014, 1–13. Recuperado de: <http://www.oecd.org/edu/Mexico-EAG2014-Country-Note-spanish.pdf>
- Pacheco Venegas, Nancy Daniela. 2015. Sistema de álgebra computacional en la evaluación formativa de las matemáticas Tesis de doctorado en ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.
- Pacheco-Venegas, N. D., López, G., & Andrade-Aréchiga, M. 2015. Conceptualization, development and

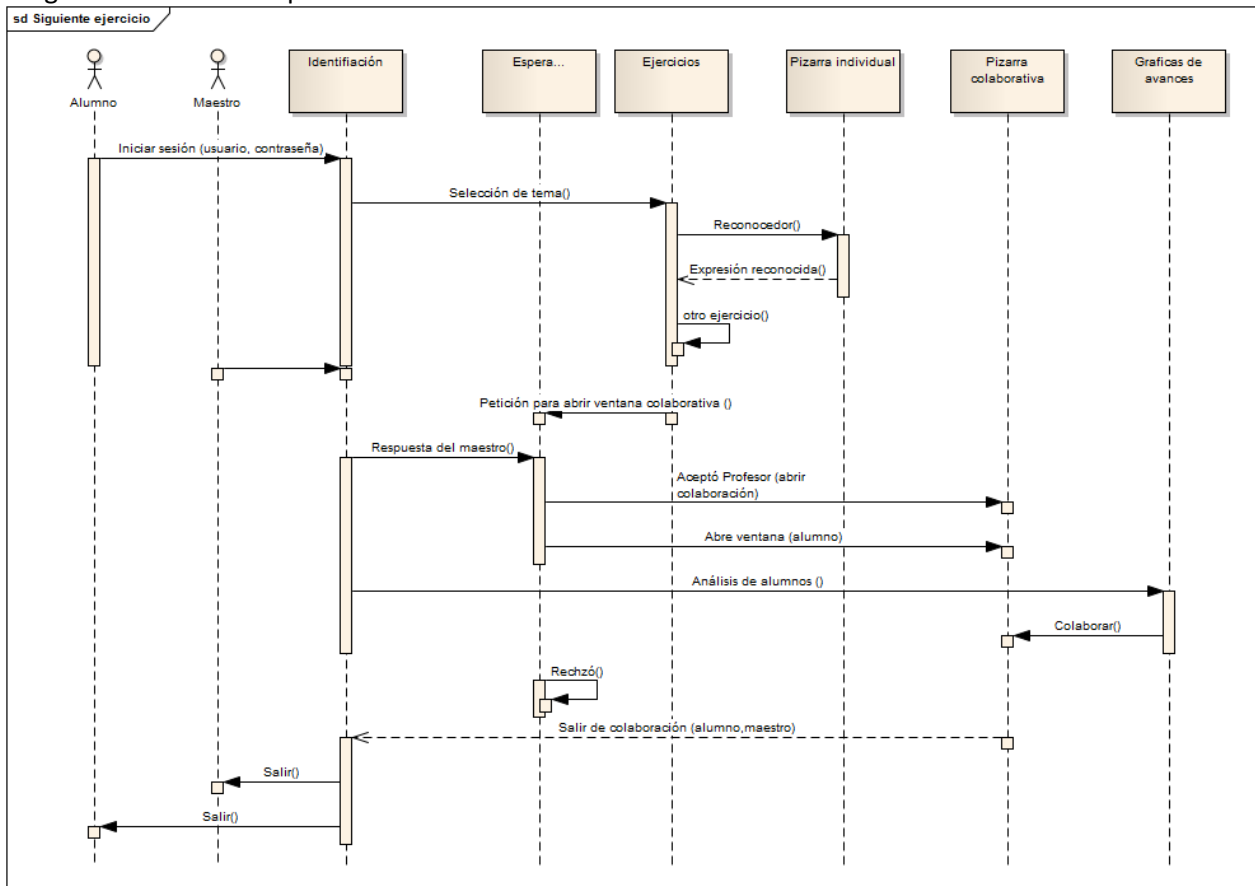
- implementation of a web-based system for automatic evaluation of mathematical expressions. *Computers & Education*, 88, 15–28. Recuperado de: <http://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.03.021>
- Palincsar, A.S., Brown, A.L. 1984. Reciprocal teaching of comprehension fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction*, 1, pp. 117-175.
- Reinhard, W., Schweitzer, J., Volksen, G., and Weber, M. 1994. CSCW tools: concepts and architectures. *Computer*, 27(5), 28–36. Recuperado de: <http://doi.org/10.1109/2.291293>
- Rosales, M. M. 2014. Proceso evaluativo: evaluación sumativa, evaluación formativa y Assesment su impacto en la educación actual. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación Y Educación, 1–13. Retrieved from <http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/662.pdf>
- Salas, E., Prince, C., Baker, D., and Shrestha, L. 1995. Situation Awareness in Team Performance: Implications for Measurement and Training, *Human Factors*, 37(1), 123-136.
- Santos-Trigo, M. (2015). Uso coordinado de tecnología digitales y competencias esenciales en la educación matemática del siglo XXI. En X. Martínez-Ruiz y P. Camarena-Gallardo (Coords.), *La educación matemática en el siglo XXI*.
- Saunders, C. S., Rutkowski, A. F., Van Genuchten, M., Vogel, D., & Orrego, J. M. 2011. Virtual Space and Place: Theory and Test. *MIS Quarterly*, 35(4), 1079-1098.
- Schwab, K., Sala-i-Martin, X., Brende, B., Blanke, J., Bilbao-Osorio, B., Browne, C., ... Serin, C. 2014. The Global Competitiveness Report. *World Economic Forum Reports 2014*. Recuperado de: <http://doi.org/ISBN-13: 978-92-95044-73-9>
- Scriven, M. S. 1967. The methodology of evaluation (Perspectives of Curriculum Evaluation, and AERA monograph Series on Curriculum Evaluation, No. 1). Chicago: Rand McNally.
- Sharan, Y., & Sharan, S. 1994. Group investigation in the cooperative classroom. In S. Sharan (Ed.), *Handbook of cooperative learning methods* (pp. 97-114). Westport, CT: Greenwood Press.
- Simistira, F., Katsouros, V., & Carayannis, G. 2015. Recognition of online handwritten mathematical formulas using probabilistic SVMs and stochastic context free grammars. *Pattern Recognition Letters*, 53, 85–92. Recuperado de: <http://doi.org/10.1016/j.patrec.2014.11.015>
- Sistema algebraico computacional. 2016. Wikipedia, La enciclopedia libre. Recuperado en octubre 18, 2016 de: [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema\\_algebraico\\_computacional&oldid=90045113](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_algebraico_computacional&oldid=90045113)
- Slavin, R.E. 1980. Cooperative learning. *Review of Educational Research* 50, pp. 315-342.
- Soriano Ramírez, M.T. 1996. Caracterización del espacio de diseño de sistemas colaborativos y su aplicación en el desarrollo de un sistema síncrono para la revisión de diagramas Tesis de maestría en ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.
- Stallman, R. M., 1999. The GNU operating system and the free software movement. In: Di Bona, C., Ockman, S., Stone, M. (Eds.), *Open Sources: Voices from the Open Source Revolution*. O'Reilly & Associates Inc., Sebastopol, CA.
- Stalnaker, D., & Zanibbi, R. 2015. Math expression retrieval using an inverted index over symbol pairs. In E. K. Ringger & B. Lamiroy (Eds.), *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* (Vol. 9402, p. 940207). SPIE. Recuperado de: <http://doi.org/10.1117/12.2074084>
- Swan, M. (2006). Collaborative learning in mathematics: A challenge to our beliefs and practices.

- London: National Institute for Advanced and Continuing Education (NIACE) for the National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy (NRDC).
- Toomey, L., & Adams, L. 2000. Method and system for computer-mediated, multi-modal, asynchronous meetings in a virtual space. U.S. Patent No. 6,119,147. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Tsafir, D., Etsion, Y., and Feitelson, D. G. 2007. Backfilling Using System-Generated Predictions Rather than User Runtime Estimates. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 18(6), 789–803. Recuperado de: <http://doi.org/10.1109/TPDS.2007.70606>
- Viera, A. J., and Garrett, J. M. 2005. Understanding Interobserver agreement the kappa statistic, (May), 360–363.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. 1993. *Probability and statistics for engineers and scientists* (Vol. 5). New York: Macmillan.
- Zanibbi, R. 2007. DRACULAE Version 0 . 3 User ' s Manual, 1–6. Manual, Queen's University Kingston, Ontario, Canada.
- Zanibbi, R., & Blostein, D. 2011. Recognition and Retrieval of Mathematics. *International Journal on Document Analysis and Recognition (IJ DAR)*, 15(4), 331–357. Recuperado de: <http://doi.org/10.1007/s10032-011-0174-4>
- Zanibbi, R., and Orakwue, A. 2015. Math search for the masses: Multimodal search interfaces and appearance-based retrieval. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 9150, 18–36. Recuperado de: [http://doi.org/10.1007/978-3-319-20615-8\\_2](http://doi.org/10.1007/978-3-319-20615-8_2)
- Zanibbi, R., Davila, K., Kane, A., & Tompa, F. 2016. Multi-stage math formula search: Using appearance-based similarity metrics at scale. *SIGIR*.
- Zelevnik, R., Bragdon, A., Adeputra, F., & Ko, H. S. 2010. Hands-on math: a page-based multi-touch and pen desktop for technical work and problem solving. In *Proceedings of the 23rd annual ACM symposium on User interface software and technology* (pp. 17-26). ACM.

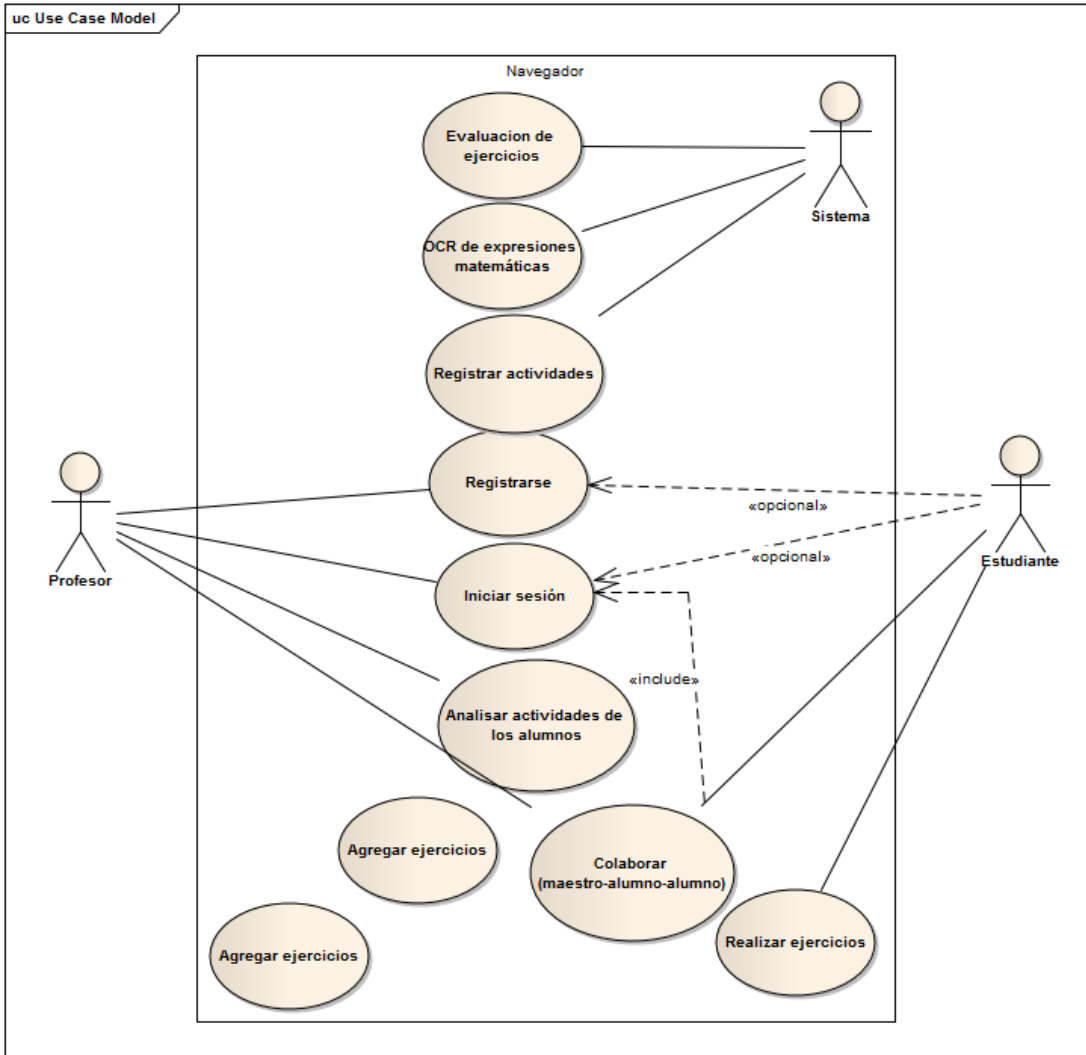
# Anexos

## Anexo A. Diagrama

Diagrama de secuencia para llevar una colaboración.



Caso de uso a detalle, implicaciones para colaborar.



## Anexo B. Encuestas

Encuesta aplicada después de usar *min*.

Preguntas
1.- Los iconos y enlaces son intuitivos.
2.- El diseño de las páginas es agradable.
3.- El tamaño de letra, imagen o gráficas me parecen adecuados.
4.- Considero que es difícil de usar el sistema.
5.- El sistema me ayudo en la práctica de ejercicios matemáticos.
6.- Navegar por el sistema es fácil.
7.- Todo en este sistema es fácil de entender.
8.- Este sistema me parece muy interesante.
9.- El uso del ambiente me motivó a practicar temas de matemáticas.
10.- El uso del sistema me generó la inquietud de realizar otros ejercicios.
11.- Considero interesantes las actividades del sistema.
12.- Necesito aprender muchas cosas tecnológicas antes de utilizar el sistema.
13.- Creo que voy a necesitar el apoyo de una persona técnica para poder utilizar este sistema.
14.- El modo en el que se presenta la información del sistema es clara y comprensible.
15.- El sistema responde demasiado lento a las peticiones que se le hacen.
16.- Considero que el sistema realiza funciones innovadoras que me incitan a usarlo.
17.- Creo que la mayoría de estudiantes de licenciatura aprenderán a utilizar este sistema con gran rapidez.

Encuesta aplicada después de usar el entorno colaborativo comunicándose con texto y pizarra.

Preguntas
1.- La pizarra colaborativa es de ayuda para un mejor entendimiento del problema.
2.- Los diseños de las páginas del sistema son agradables.
3.- El sistema me ayudó a detectar los problemas que el estudiante presentaba.
4.- El tamaño de letra, imagen o gráficas me parecen adecuados.
5.- Considero que es difícil de usar el sistema.
6.- Todo en este sistema es fácil de entender.
7.- Este sistema me parece muy interesante.
8.- La comunicación con el estudiante fue fluida.
9.- Considero interesantes las actividades del sistema.
10.- Necesito aprender muchas cosas antes de utilizar el sistema.
11.- La interacción por medio de gestos es muy cómoda.
12.- Creo que podría atender a más de un alumno al mismo tiempo.
13.- Comunicarse con un estudiante fue fácil.
14.- Creo que voy a necesitar el apoyo de una persona técnica para poder utilizar este sistema.
15.- La integración del chat y pizarra permiten una mejor comunicación, que si estos se usarán de forma independiente/separada.
16.- El sistema responde demasiado lento a las peticiones que se le hacen.
17.- Considero de gran apoyo el sistema en una clase formal de asesoría.
18.- El sistema me ayudó a darme a entender de manera fácil.
19.- Creo que la mayoría de estudiantes y profesores aprenderá a utilizar este sistema con gran rapidez.
20.- Considero necesaria la integración de ambas herramientas (audio y texto) en el sistema.



Encuesta aplicada después de usar el entorno colaborativo comunicándose con texto y pizarra.

Preguntas
1.- La pizarra colaborativa es de ayuda para un mejor entendimiento del problema.
2.- Los diseños de las páginas del sistema son agradables.
3.- El sistema me ayudó a detectar los problemas que el estudiante presentaba.
4.- El tamaño de letra, imagen o gráficas me parecen adecuados.
5.- Considero que es difícil de usar el sistema.
6.- Todo en este sistema es fácil de entender.
7.- Este sistema me parece muy interesante.
8.- La comunicación con el estudiante fue fluida.
9.- Considero interesantes las actividades del sistema.
10.- Necesito aprender muchas cosas antes de utilizar el sistema.
11.- La interacción por medio de gestos es muy cómoda.
12.- Creo que podría atender a más de un alumno al mismo tiempo.
13.- Comunicarse con un estudiante fue fácil.
14.- Creo que voy a necesitar el apoyo de una persona técnica para poder utilizar este sistema.
15.- La integración del chat y pizarra permiten una mejor comunicación, que si estos se usarán de forma independiente/separada.
16.- El sistema responde demasiado lento a las peticiones que se le hacen.
17.- Considero de gran apoyo el sistema en una clase formal de asesoría.
18.- El sistema me ayudó a darme a entender de manera fácil.
19.- Creo que la mayoría de estudiantes y profesores aprenderá a utilizar este sistema con gran rapidez.
20.- Si el sistema tuviera comunicación por voz, sería más fácil comunicarse y atender a más alumnos.

## Anexo C. Formato de consentimiento

### CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA FORMATO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES

#### Usabilidad en sistema CoMAS

**José Alfonso Velasco de la Luz**  
[jvelasco@cicese.edu.mx](mailto:jvelasco@cicese.edu.mx)

**Jesús Favela Vara, Gilberto López Mariscal**  
[favela@cicese.mx](mailto:favela@cicese.mx), [glopez@cicese.mx](mailto:glopez@cicese.mx)

Ciencias de la computación, CICESE

Ciudad y fecha: \_\_\_ de Agosto del 2016

Yo, \_\_\_\_\_ una vez informado sobre los propósitos, objetivos, procedimientos de intervención y evaluación que se llevarán a cabo en esta investigación y los posibles riesgos que se puedan generar de ella, autorizo a **Alfonso Velasco, Jesús Favela y Gilberto López** estudiante e investigadores del CICESE (*Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada*), para la realización de los siguientes procedimientos:

1. Obtener información a través de entrevistas y cuestionarios.
2. Obtener información a través de la observación en la ejecución del experimento "Usabilidad del sistema CoMAS"
3. Obtener información a través de mi participación en sesiones de diseño colaborativo con el grupo de investigadores para fines de la investigación.

Adicionalmente se me informó que:

- Mi participación en esta investigación es completamente libre y voluntaria, estoy en libertad de retirarme de ella en cualquier momento.
- Toda la información obtenida y los resultados de la investigación serán tratados confidencialmente. Esta información será archivada en papel y medio electrónico. El archivo del estudio se guardará en el Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada bajo la responsabilidad de los investigadores.
- Puesto que toda la información en este proyecto de investigación es llevada al anonimato, los resultados personales no pueden estar disponibles para terceras personas como empleadores, organizaciones gubernamentales, compañías de seguros u otras instituciones educativas.

Hago constar que el presente documento ha sido leído y entendido por mí en su integridad de manera libre y espontánea.

---

Nombre y Firma

**Documento de Consentimiento Informado para “Usabilidad en sistema CoMAS”,  
Ensenada, Baja California Norte**

**Explicación:** Este formulario de consentimiento informado es para usuarios que participan en prueba de “Usabilidad en el sistema CoMAS”, a quienes vamos a pedirles participen en la investigación, siéntase libre de realizar cualquier pregunta al respecto para despejar sus dudas.

**EQUIPO DE INVESTIGACIÓN**

**José Alfonso Velasco de la Luz, Jesús Favela Vara, Gilberto López Mariscal**

[jvelasco@cicese.edu.mx](mailto:jvelasco@cicese.edu.mx), [favela@cicese.mx](mailto:favela@cicese.mx), [glopez@cicese.mx](mailto:glopez@cicese.mx)

Ciencias de la computación, CICESE

**Introducción**

Somos estudiantes e investigadores del CICESE (Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada) y estamos investigando el impacto que tiene el diseño y la funcionalidad de un sistema web llamado CoMAS.

**Propósito**

Medir el impacto, funcionalidad y la operatividad del sistema en la sociedad.

**Explicación:**

La opinión de las personas puede ser muy subjetivo al momento de evaluar un sistema, se pretende recolectar el mayor número de opiniones y verificar si para la mayoría de las personas es un sistema funcional, en el cual puedan realizar las tareas propuestas en el transcurso del experimento.

**Tipo de Intervención de Investigación**

Aplicación de entrevistas, observación de las sesiones en la resolución de problemas matemáticos, aplicación de cuestionarios.

Se espera la participación del usuario con plena libertad, sin coerciones de ninguna índole y en plena conciencia.

**Beneficios**

No recibiré beneficio personal de ninguna clase por la participación en este proyecto de investigación. Sin embargo, se espera que los resultados obtenidos permitan la corrección de las deficiencias recolectadas en futuras versiones. Así como implementar el sistema en un escenario real.