

Tesis defendida por
V́ctor Hugo Ḿrquez Raḿrez
y aprobada por el siguiente Comit́

Dr. Fidencio Alejandro Nava Pichardo
Director del Comit́

Dra. Ewa Glowacka
Miembro del Comit́

Dr. Francisco Ram3n Zúñiga Dávila-
Madrid
Miembro del Comit́

Dr. Joś Manuel Romo Jones
Miembro del Comit́

Dr. Max Wyss
Miembro del Comit́

Dr. Antonio Gonźlez Ferńndez
Coordinador del Programa de Posgrado
en Ciencias de la Tierra

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director de la Direcci3n de Estudios
de Posgrado

31 de agosto de 2012.

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**Programa de Posgrado en Ciencias
en Ciencias de la Tierra**

Análisis multifractal de la distribución espacial de sismicidad y su posible aplicación premonitora. Exploración de un posible mecanismo para la fractalidad mediante modelado semiestocástico

Tesis

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de Doctor en Ciencias

Presenta:

Víctor Hugo Márquez Ramírez

Ensenada, Baja California, México
2012

Resumen de la tesis de Víctor Hugo Márquez Ramírez, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Sismología. Ensenada, Baja California. Agosto de 2012.

Análisis multifractal de la distribución espacial de sismicidad y su posible aplicación premonitora. Exploración de un posible mecanismo para la fractalidad mediante modelado semiestocástico

Resumen aprobado por:

Dr. Fidencio Alejandro Nava Pichardo
Director de Tesis

Exploramos las propiedades multifractales de dos distribuciones espaciales de sismicidad previa al los sismos de Colima, México de 2003 $M_w = 7.4$ y Landers USA, de 1992 $M_w = 7.3$. Además se analizó cuatro distribuciones monofractales, y dos no fractales, con el objetivo de estimar el número mínimo de puntos necesarios para una buena estimación de D_q , determinar si la fractalidad de la sismicidad observada es diferente de una distribución aleatoria uniforme y explorar la posibilidad de obtener información premonitora de las características fractales de la sismicidad antes de grandes sismos. Se define un indicador, *afractalidad*, que cuantifica la bondad de ajuste en las determinaciones de dimensión. Para el catálogo de Landers se exploró la relación entre D_q y el valor b de la relación Gutenberg-Richter.

Las dimensiones fractales de las distribuciones de sismicidad son diferentes de las obtenidas para la distribución aleatoria uniforme. La dimensión fractal y la *afractalidad* medidas de las distribuciones de sismicidad varían con respecto al tiempo y muestran comportamiento distintivo asociado con preeventos (foreshocks) y eventos principales; este comportamiento es diferente para cada ejemplo analizado. La variación de D_q observada antes de los sismos grandes, sugiere que es posible identificar, a priori, eventos precursores a éstos. Una combinación de medidas de la dimensión fractal y la *afractalidad* en tiempo podría ser de ayuda en estudios de premonitores de grandes sismos. No se encontró relación significativa entre la dimensión D_q y el valor b .

Se desarrolló un modelo numérico, en el que la localización y el tamaño de cada sismo dependen semiestocásticamente del campo de esfuerzos producido por alimentación constante de esfuerzo y por la sismicidad previa, con el objetivo de ver si las distribuciones hipocentrales resultantes son fractales y si presentan comportamiento temporal característico previo a eventos grandes. El modelo evoluciona autónomamente hasta

alcanzar comportamiento críticamente auto-organizado, como el observado en el ciclo sísmico real, reproduce satisfactoriamente las características del ciclo sísmico y genera distribuciones hipocentrales fractales. Con base en los resultados del modelo, podemos decir que éste presenta un proceso viable para explicar el origen de la fractalidad de la distribución espacial de las fuentes sísmicas.

Palabras Clave: **Sismicidad multifractal, a fractalidad, modelo semi-estocástico**

Abstract of the thesis presented by Víctor Hugo Márquez Ramírez as a partial requirement to obtain the Doctor in Science degree in Earth Sciences with orientation in Seismology. Ensenada, Baja California. August 2012.

Multi-fractal analysis of the spatial distribution of seismicity and its possible forecasting application. Exploration of a possible mechanism for fractality through semi-stochastic modeling.

We explore the multi-fractal properties of two seismicity spatial distributions previous to the Colima, Mexico, 2003 $M_w = 7.4$ and Landers, USA, 1992 $M_w = 7.3$ earthquakes. Also, four mono-fractal and two non-fractal distributions were analyzed in order to estimate the minimum sample size necessary to obtain a good estimate of D_q , to determine whether the fractality of the observed seismicity differs from that of a uniform aleatory distribution, and explore the possibility of obtaining premonitory information from the fractal characteristics of seismicity before large earthquakes. We define the *afractality* indicator which quantifies the goodness of fit in the dimension estimations. For the Landers catalog, the relation between D_q and the Gutenberg-Richter b value was explored.

The fractal dimensions of the seismicity distributions are different from those of the uniform aleatory distribution. The fractal dimension and the *afractality* of the seismicity distributions vary in time, and show a distinctive behavior associated with foreshocks and main events; this behavior is different for each of the analyzed cases. The variation in D_q observed before large earthquakes, suggests the possibility of a priori identification of foreshocks. A combination of fractal dimension and *afractality* measurements in time could be of help in studies of premonitors to large earthquakes. No significant relationship was found between D_q and the b value.

A numerical model, in which the location and size of each earthquake depend semi-stochastically on the stress field produced by a constant source of stress and by the previous seismicity, was developed to see whether the resulting hypocentral distributions are fractal and whether they feature some characteristic temporal behavior prior to large events. The model evolves autonomously until it reaches critical self-organized behavior, such as observed for the real seismic cycle, satisfactorily reproduces the seismic cycle characteristics, and does generate fractal hypocentral distributions. On the basis of the results from this model, we can say that it presents a viable process to explain the origin of fractality in spatial distribution of seismic sources.

Keywords: Multi-fractal seismicity, *afractality*, semi-stochastic modeling

Dedicatoria

Juliana, Samuel, Jerónimo

Agradecimientos

A Dios.

Alejandro Nava, por ser mi asesor y sobretodo un buen amigo, con quien estoy completamente agradecido por su apoyo y comprensión.

A mis sinodales, Dra. Ewa Glowacka, Dr. Francisco Ramón Zúñiga Dávila-Madrid, Dr. José Manuel Romo Jones y Dr. Max Wyss, por sus invaluable consejos y comentarios sobre mi tesis.

El apoyo de toda mi familia durante todos estos años fue muy importante. Mi agradecimiento total a la familia de sangre y la política.

Agradecimiento especial a la Dra. Ewa Glowacka, por el apoyo económico en la etapa final de la tesis.

A todos mis compañeros y amigos, recuerden que todos por igual forman parte de la familia Márquez-Estrada.

A todo el personal administrativo de la División de Ciencias de la Tierra.

A los colegas de RESCO, en especial al M.C. Gabriel Reyes.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo otorgado (beca No 210291).

Al Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada (CICESE).

Tabla de contenido

	Página
Resumen español.....	2
Resumen ingles.....	4
Dedicatoria.....	5
Agradecimientos.....	6
Lista de Figuras.....	8
Lista de Tablas.....	10
1.- Introducción.....	11
1.1- Antecedentes.....	12
1.2- Objetivo.....	13
2.-Multifractalidad en la distribución espacial de la sismicidad: significatividad y posible aplicación como precursor en dos ambientes tectónicos.....	15
2.1- Método.....	16
2.2- Datos.....	20
2.3- Resultados y Discusión.....	25
2.3.1- Estabilidad D_q	25
2.3.2- Significatividad de la fractalidad en la sismicidad.....	31
2.3.3- Comportamiento temporal de la fractalidad en la sismicidad observada.....	32
2.3.3.1- Colima catálogo completo.....	32
2.3.3.2- Colima sin réplicas.....	35
2.3.3.3- Landers catálogo completo.....	36
2.3.3.4- Landers sin réplicas.....	36
2.4- Relación Aki.....	39
2.5- Conclusiones.....	43
3.- Modelo (Interzones).....	44
3.1- Resultados y Discusión Interzones.....	46
3.1.2.- Interzones y Multifractalidad.....	51
3.2- Conclusiones.....	55
4.- Conclusiones generales.....	56
5.- Referencias Bibliográficas.....	57

Lista de Figuras

Figura 1.	Ilustración de los fractales teóricos utilizados en el presente trabajo	21
Figura 2.	Mapa de sismicidad de la región centro-occidente de México. La estrella indica el epicentro del sismo de Armería del 22 de Enero de 2003 Mw 7.4 Modificada de Nava <i>et al.</i> , (2011).	22
Figura 3.	Mapa de sismicidad del sur de California, el diamante encierra la sismicidad de la falla de Landers. Modificada de Lin <i>et al.</i> , (2007).	24
Figura 4.	D_q vs N para todas las distribuciones consideradas. Las líneas con símbolos representan el promedio de las 100 realizaciones hechas para cada distribución, y las líneas discontinuas arriba y debajo de los promedios indican \pm dos desviaciones estándar.	26
Figura 5.	Zoom de la figura 4, para mostrar el comportamiento de la Carpeta de Sierpinski, la malla, y la distribución uniforme, con tamaño de muestra grande.	27
Figura 6.	Efecto de inclinar el plano sobre la determinación de la dimensión fractal de epicentros y las correspondientes a fractalidades para las distribuciones Cantor 2D y Sierpinski.	29
Figura 7.	Perfiles de la sismicidad de Landers. Vista del plano (superior) y perpendicular al rumbo de la falla principal.	30
Figura 8.	Comportamiento temporal de la distribución epicentral de Colima. En la parte superior de la grafica de muestra D_q , y líneas verticales que representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales (distancia ≤ 300 km) con $M \geq 5$; la parte superior-media de la grafica muestra f_q , la parte inferior-media de la figura muestra, con asteriscos unidos por línea continua, las magnitudes de los eventos regionales, mientras que la distancia con respecto al evento principal es mostrada como círculos unidos por línea discontinua; en la parte inferior de la figura se muestra, con estrellas unidas por línea continua, la energía liberada durante cada ventana, y el número de eventos para 120 días es mostrado con triángulos unidos por una línea discontinua.	34
Figura 9.	Comportamiento temporal de la distribución epicentral de Colima, sin réplicas. Misma convención que la figura 8.	35
Figura 10.	Comportamiento temporal de la distribución hipocentral de Landers. Las líneas verticales representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales ($radio \leq 450km$) con $M \geq 5$. Misma convención que la figura 8.	37
Figura 11.	Comportamiento temporal de la distribución hipocentral de Landers, sin réplicas. Las líneas verticales representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales ($radio \leq 450km$) con $M \geq 5$. Misma convención que la figura 8	38
Figura 12.	Ajuste lineal de b y D_q . En cada caso se muestra las relaciones lineales propuestas por Hirata, (1989a) ($D = 2.3 - 0.73b$) y Aki, (1981) ($D = 2b$), así como las determinadas en el presente trabajo. Las líneas discontinuas (gris) arriba y debajo de los ajustes (línea continua verde) indican \pm dos desviaciones estándar.	41

Lista de Figuras (continuación)

- Figura 13. Comportamiento temporal, del valor b y D_q , de la distribución hipocentral de Landers. Las líneas verticales representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales ($radio \leq 450km$) con $M \geq 5$, como en la figura 11. 42
- Figura 14. Estado de esfuerzos inicial, para la distribución uniforme. Distribución espacial (arriba) e histograma (abajo) de esfuerzos. La línea punteada vertical representa la media de los esfuerzos y la línea vertical discontinua (roja) el esfuerzo critico (σ_r). 47
- Figura 15. Esfuerzo previo al evento #59685 $M_W = 8.1$. Distribución espacial (arriba) e histograma (abajo) de esfuerzos. La línea punteada vertical representa la media de los esfuerzos y la línea vertical discontinua (roja) el esfuerzo critico (σ_r). 48
- Figura 16. Esfuerzo posterior al evento #59685 $M_W = 8.1$. Distribución espacial (arriba) e histograma (abajo) de esfuerzos. La línea punteada vertical representa la media de los esfuerzos y la línea vertical discontinua (roja) el esfuerzo critico (σ_r). 49
- Figura 17. Distribución epicentral de los eventos de $M_W \geq 6.5$, se remarca el epicentro del evento principal, $M_w = 8.1$, con línea más gruesa (roja). 50
- Figura 18. Magnitudes (arriba) y el nivel medio de esfuerzos desde un estado de mínimo esfuerzo hasta el evento de $M_W = 8.1$; el esfuerzo promedio se muestra con línea continua, la desviación estándar con línea discontinua y el esfuerzo crítico (σ_r) con línea discontinua horizontal. 51
- Figura 19. Rectas de mejor ajuste del histograma $\log C_q(r)$ vs. $\log r$, para D_0, D_1, D_2 ; de una muestra de 1,000 puntos de la población de 20,000 eventos. 52
- Figura 20. Comportamiento temporal de la distribución epicentral del catálogo Interzoned. En la parte superior de la grafica de muestra D_q , y líneas verticales que representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales con $M \geq 7$; la parte superior-media de la grafica muestra f_q , la parte inferior-media de la figura muestra, con asteriscos unidos por línea continua, las magnitudes de los eventos marcados con línea vertical anteriormente, mientras que la distancia con respecto al evento principal, es mostrada como círculos unidos por línea discontinua; en la parte inferior de la figura se muestra, con estrellas unidas por línea continua, el número de eventos en cada ventana, y la el tiempo necesario para obtener 400 eventos es mostrado con triángulos unidos por una línea continua. 54

Lista de tablas

Tabla 1.	Características de los sismos principales utilizados en este trabajo (Velasco <i>et al.</i> , 2004; Yagi <i>et al.</i> , 2004; Lin <i>et al.</i> , 2007).	23
----------	--	----

1.- Introducción

Uno de los mayores retos que tiene la sismología es hacer pronósticos acertados de la ocurrencia de sismos grandes a mediano y corto plazo. Si por *peligro sísmico (seismic hazard)* entendemos la probabilidad de ocurrencia de uno o más sismos grandes en ventanas de tiempo y espacio dadas, donde *sismos grandes* significa sismos capaces de producir daños considerables, entonces un *pronóstico (forecast)* es la declaración del peligro sísmico al futuro, generalmente a plazo mediano o corto. Por *predicción sísmica* se entiende a menudo un pronóstico con probabilidad uno, usualmente a corto (o muy corto) plazo; tal pronóstico es, por razones de complejidad e inaccesibilidad del proceso sismogénico, esencialmente imposible, por lo que cae más bien en el campo de la adivinación y el fraude.

Cabe señalar que esta nomenclatura no es estándar y que peligro sísmico, riesgo sísmico y pronóstico se usan a menudo intercambiamente, mientras que el término predicción es ampliamente usado, con sentido de pronóstico, por científicos serios.

Debido a que ninguno de los métodos de pronóstico propuestos hasta la fecha se ha mostrado consistentemente efectivo, el estudio del pronóstico sísmico es muy controversial. Sin embargo, los trabajos enfocados al pronóstico sísmico han aportado mucho al conocimiento del fenómeno sísmico.

El pronóstico a mediano o corto plazo se apoya fuertemente en la observación de fenómenos que puedan considerarse precursores y, por ende, premonitores a un gran *sismo principal*. Los fenómenos precursores propuestos hasta ahora han sido sísmicos, geodésicos, químicos, electromagnéticos, biológicos e hidrológicos. En los últimos años han sido realizados trabajos cuyo objetivo principal es la búsqueda de precursores sísmicos (Chen *et al.*, 1999; Enescu y Ito, 2001; Tiampo *et al.*, 2006; Dasgupta *et al.*, 2007), en los cuales se reporta cambios significativos en la sismicidad de fondo de las regiones en estudio, previos a la ocurrencia de sismos de gran magnitud.

En el presente trabajo, se presenta una contribución a dicho objetivo a través del estudio de la fractalidad de la sismicidad, de los requerimientos para lograr resultados

confiables, de qué tan significativas son las mediciones y de un modelo simple que propone un posible mecanismo para la distribución fractal de hipocentros.

1.1- Antecedentes

Wyss (1991) define un precursor como: el cambio cuantitativo en un parámetro ambiental que ocurre antes de un evento principal (sismo) y que se considera ligado al proceso de preparación del sismo.

El análisis de precursores sísmicos es un área de mucha controversia en la sismología, principalmente por su objetivo que es el pronóstico sísmico. El pronóstico de sismos ha sido tema de debate desde finales del siglo XIX. Una buena cronología de los estudios al respecto, hasta 1997, se encuentra en Geller (1997). En febrero de 1999 se desarrolló, en la revista *Nature*, un debate sobre la predicción de sismos, moderado por Ian Main (<http://www.nature.com/nature/debates/earthquake/>). La discusión principal del debate se centró en la pregunta “¿La predicción de un sismo es realmente una meta científica realista?”; como conclusión general del debate se planteó la posibilidad de tener pronósticos probabilísticos de la ocurrencia de sismos, pero no predicciones deterministas. En la literatura se encuentra gran cantidad de artículos relacionados con la predicción de sismos (Rikitake, 1976; Kagan y Knopoff, 1977; Simpson y Richards, 1981; Suzuki, 1982; Turcotte, 1991; Geller, 1997; Geller *et al.*, 1997; Molchan, 1997; Papazachos *et al.*, 1997; Stark, 1997; Wyss, 1997a; Kirschvink, 2000; Keilis-Borok, 2002), en los que son presentados diferentes opiniones y puntos de vista respecto al tema.

En la década de los 90 del siglo pasado la Asociación Internacional de Sismología y Física del Interior de la Tierra (IASPEI) organizó una subcomisión de predicción sísmica cuyos objetivos fueron evaluar precursores sísmicos y crear una *Lista de precursores significativos* preliminar. En la primera de las dos etapas de dicha tarea fueron recibidas 28 nominaciones de parámetros que podrían ser considerados como precursores, de los cuales tres fueron aceptados: quietud sísmica (*seismic quiescence*), eventos precursores (*foreshocks*) y cambios en los niveles de Radón en los arroyos. Durante la segunda etapa, o segundo *round* como se le llamó, fueron incluidos dos precursores más en la *Lista de*

precursores significativos: preeventos (*preshocks*) e incremento en el nivel de agua en arroyos y pozos cercanos al hipocentro. *Foreshocks* y *preshocks* son definidos como sismos que ocurren en tiempos de meses a años y de horas a meses, respectivamente, antes de un sismo de gran magnitud (Wyss, 1991; Wyss y Booth, 1997).

Hay otros fenómenos sísmicos que han sido considerados precursores; por ejemplo: cambios en el valor b de la distribución Gutenberg-Richter y cambios en las propiedades fractales de la distribución espacial de los epicentros e hipocentros. En la mayoría de los estudios al respecto se aborda la parte fenomenológica del tema, pero en muy pocos casos se trata el tema de la física involucrada en la variación de dichos fenómenos, por ser éste un problema de gran complejidad (Aki, 1981; Smith, 1981; Turcotte, 1992; Guo y Ogata, 1995; Wyss *et al.*, 2004; Kagan, 2007). Existen otros fenómenos, no sísmicos, considerados posibles precursores; pueden ser físicos como cambios en el campo electromagnético, cambios en el potencial natural, luces y otros; fisicoquímicos, como variaciones en el contenido de Radón y otras sustancias químicas en el agua; hidrológicos, como cambios en el gasto de los manantiales y nivel de agua en los pozos; y biológicos, como el comportamiento de animales (hormigas, ranas, serpientes, peces, perros, pájaros etc.) previo a un sismo (Rikitake, 1976; Wyss, 1991; Wyss, 1997b; Kirschvink, 2000; Lighton y Duncan, 2005).

1.2- Objetivo

Realizar análisis de la sismicidad previa a grandes sismos, con el fin de identificar cambios en sus características, que puedan considerarse precursores a la ocurrencia de dichos sismos. La característica analizada será la fractalidad de la distribución de epicentros e hipocentros, así como un estimador relacionado con ésta que llamamos *afractalidad* (definido más adelante).

Este estudio considera los puntos:

- Confiabilidad y estabilidad de las mediciones de dimensión fractal de distribuciones puntuales como función del número de muestras. Determinación del número

mínimo de muestras que da resultados confiables y que será utilizado en los puntos siguientes.

- Significatividad de las medidas de dimensión fractal y de la fractalidad misma (por medio del estimador *afractalidad*) de la sismicidad observada, con respecto a la hipótesis nula representada por distribuciones sintéticas con hipocentros distribuidos aleatoriamente con probabilidad uniforme.
- Análisis de la dimensión fractal y de la *afractalidad* de la sismicidad real en dos regiones de distintos ambientes tectónicos, como función del tiempo y su relación con grandes sismos, para estimar la utilidad de dichas características como observables premonitoras.
- Determinar si un modelo, autómatas celulares semiestocásticos (*Interzones*), en el cual la posición del epicentro de cada sismo depende estocásticamente de la distribución de esfuerzos y ésta, a su vez, depende de la distribución espaciotemporal y de tamaño (magnitud o momento) de los sismos previos, resulta en distribuciones hipocentrales fractales.

2.- Multifractalidad en la distribución espacial de la sismicidad: significatividad y posible aplicación como precursor en dos ambientes tectónicos

Parte de los resultados mostrados en este apartado han sido publicados y pueden ser consultados en Márquez-Ramírez *et al.* (2012).

El término *fractal* fue introducido por Mandelbrot (1967), y el concepto de fractalidad ha sido ampliamente utilizado en muchos campos de la ciencia, incluida la sismología (Turcotte, 1992; Goltz, 1997). Los conjuntos fractales se caracterizan por cumplir una ley de potencias, ser autosemejantes (o autoafines) y tener dimensión fraccional. Es bien conocido que la distribución hipocentral y/o epicentral presenta comportamiento fractal (Mandelbrot, 1989; Goltz, 1997). Una manera de caracterizar la fractalidad de la sismicidad es calcular la dimensión con la que ocupa el espacio euclidiano, ya sea de dos dimensiones para epicentros o de tres dimensiones para hipocentros. Para el cálculo de la dimensión fractal se ha utilizado dos técnicas principalmente: conteo de cajas y correlación (Mandelbrot, 1989; Turcotte, 1992; Harte, 2001).

Actualmente la mayoría de los fenómenos fractales en la naturaleza son caracterizados con técnicas multifractales (Mandelbrot, 1989; Hirabayashi *et al.*, 1992), que van más allá del cálculo de una sola dimensión fractal (D) y recurren a un espectro de dimensión fractal D_q (explicado más abajo), donde q puede variar desde $-\infty$ hasta ∞ . Los conjuntos para los cuales D_q no presenta variación con respecto a q son conocidos como *monofractales*, y son *multifractales* cuando D_q varía con q .

Varios estudios exploran la posibilidad de utilizar cambios en la dimensión fractal de la sismicidad como premonitores a grandes sismos (Geilikman *et al.*, 1990; Dimitriu *et al.*, 2000; Enescu y Ito, 2001). Los resultados reportados por estos estudios son inconclusos, no se sabe si por la naturaleza del proceso sísmico, por los datos y/o por las técnicas empleadas.

2.1- Método

El concepto de dimensión fractal, y métodos de estimación aparecen en gran número de publicaciones (Hirata, 1989b; Hirata y Imoto, 1991; Hirabayashi *et al.*, 1992; Turcotte, 1992; Matsuzaki, 1994; Goltz, 1997); en el presente apartado daremos descripciones breves del concepto y del cálculo de la dimensión fractal.

Una distribución puntual es fractal si presenta invariancia al cambio de escala (autosimilar o autoafin) y obedece una relación

$$N(r) \propto r^{-D}, \quad (1)$$

donde $N(r)$ es el número de objetos auto-similares (“cajas”) de tamaño r necesarios para cubrir (2D) o contener (3D o dimensiones euclidianas mayores) el objeto de estudio. El exponente D es la dimensión fractal, llamada *dimensión de capacidad* (Turcotte, 1992), y se determina de

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log \frac{1}{r}}; \quad (2)$$

cuando $N(r)$ es el número mínimo, D corresponde a la *dimensión de Hausdorff*.

A partir de la probabilidad de que cada caja esté ocupada $p_i(r)$; la *dimensión generalizada de Rényi* esta definida como

$$D_q^R = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\log \sum_{i=1}^{N_b} p_i^q(r)}{\log r} \quad (3)$$

(Grassberger y Procaccia, 1983a; Pawelzik y Schuster, 1987; Harte, 1998), donde N_b es el número de cajas ocupadas. Nótese que para $q = 0$ la ecuación (3) se reduce al conteo de cajas ocupadas.

Un método alternativo (utilizado en el presente trabajo) para la estimación de la dimensión generalizada está dado por la *dimensión de correlación*

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C_q(r)}{\log r} \approx \frac{\phi_q}{q-1}, \quad (4)$$

donde el tamaño r es la distancia entre puntos de la distribución, q el orden de la dimensión, ϕ_q la pendiente del ajuste lineal del histograma $\log C_q(r)$ vs. $\log r$, y

$$C_q(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |\vec{x}_i - \vec{x}_j|) \right]^{q-1} \quad (5)$$

es la *función de correlación* (Hentschel y Procaccia, 1983; Kurths y Herzel, 1987; Paladin y Vulpiani, 1987; Pawelzik y Schuster, 1987), en la cual N es el número total de puntos, \vec{x}_i es el vector de posición del punto i , $|\vec{x}_i - \vec{x}_j|$ es la distancia interpuntual y H es la función de Heavyside.

La expresión entre corchetes en la ecuación 5 es el número de puntos contenidos dentro de una esfera de radio r centrada en \vec{x}_i , $n_i(r)$, y la llamada *integral de correlación*, definida como $C(r) = \langle n(r) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(r)$, es, en el límite, equivalente a la integral de correlación propuesta por Grassberger y Procaccia (1983a).

En general, la dimensión de correlación para una distribución de puntos difiere de la de Rényi y de la propuesta por (Grassberger y Procaccia, 1983a; Grassberger y Procaccia, 1983b), pero en este trabajo no estamos interesados en los valores absolutos, sino en valores relativos que indican cómo se diferencian las distribuciones de sismicidad real de

las distribuciones aleatorias, y que describen el comportamiento temporal de la fractalidad en la sismicidad real. Por tanto, decidimos trabajar con la estimación de correlación, dado que la relación (4) es más estable que la (3) porque no depende de la posición de las cajas con respecto a los puntos.

Para todas las distribuciones, estimamos la dimensión de capacidad D_0 , la dimensión de información D_1 y la dimensión de correlación D_2 (Mandelbrot, 1989; Hirata y Imoto, 1991; Hirabayashi *et al.*, 1992; Legrand *et al.*, 1996), no estimamos otras dimensiones pues estas tres dimensiones son suficientes para caracterizar el comportamiento multifractal.

Para el caso $q = 1$, algunos autores utilizan $q \approx 1.1$ para evitar la singularidad en (4) (Dongsheng *et al.*, 1994), y otros proponen el uso de la media geométrica de $n(r)$ (Kurths y Herzel, 1987; Harte, 2001). En el límite $q \rightarrow 1$ en la ecuación 4:

$$\begin{aligned}
 C_{q \rightarrow 1}(r) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp \left\{ \ln \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |x_i - x_j|) \right]^{q-1} \right\} \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp \left\{ (q-1) \ln \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |x_i - x_j|) \right] \right\} \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ 1 + (q-1) \ln \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |x_i - x_j|) \right] \right\} \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q-1) \ln \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |x_i - x_j|) \right] \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \log C_{q \rightarrow 1}(r) &= \frac{1}{\ln 10} \lim_{N \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q-1) \ln \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |x_i - x_j|) \right] \right) \\
 &= \frac{1}{\ln 10} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q-1) \ln \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |x_i - x_j|) \right];
 \end{aligned}$$

$$D_{q \rightarrow 1} = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q-1) \log \left[\frac{1}{(N-1) \sum_{j \neq i}} H(r - |x_i - x_j|) \right]}{\log r};$$

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left[\frac{1}{(N-1) \sum_{j \neq i}} H(r - |x_i - x_j|) \right]}{\log r}; \quad (6)$$

por lo que la ecuación 6 será la utilizada para estimar D_1 .

Evaluamos la ecuación 5 para N_r valores de r escogidos de manera que el correspondiente valor de $\log r$ esté equiespaciado, y en un intervalo aproximado de

$$r_{\min} = \max \left\{ 2R \left(\frac{N}{d+1} \right)^{1/d}, \eta \right\}, \text{ a } r_{\max} = R/(d+1), \text{ donde } R \text{ es la distancia interpuntual}$$

máxima de la distribución, N es el número de puntos en la muestra, d es la dimensión euclidiana del espacio en que se encuentra inmersa la muestra (Nerenberg y Essex, 1990; Eneva, 1996) y η es la incertidumbre de la localización de los datos sísmicos.

Para que una distribución puntual pueda ser considerada fractal tiene que cumplir una ley de potencias (ecuación 1), por tanto la calidad del ajuste lineal del histograma $\log C_q(r)$ vs. $\log r$ da información sobre qué tan fractal es dicha distribución. En el presente trabajo definimos un parámetro llamado *afractalidad*, f_q , con el cual evaluamos la calidad del ajuste, tipificado por el rms del ajuste

$$\varepsilon_q = \left\{ \frac{1}{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} [\log C_q(r_k) - (\alpha + \phi_q \log r_k)]^2 \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

donde α y ϕ_q son los parámetros de la recta ajustada, normalizado por el valor medio de $\log C_q(r)$ en $[r_{\min}, r_{\max}]$ para poder ser comparado entre diferentes distribuciones:

$$f_q = 100 \frac{\varepsilon_q}{[\log C(r_{\max}) + \log C(r_{\min})]/2}, \quad (8)$$

donde el factor 100 es incluido para que los valores se encuentren típicamente alrededor de uno (o puedan ser considerados como porcentajes). Usaremos la *afractalidad*, junto con la dimensión fractal, para caracterizar la fractalidad de las distribuciones de sismicidad utilizadas en el presente trabajo como función del tiempo.

2. 2- Datos

Un fractal matemático tiene usualmente un tamaño máximo, mientras que el mínimo tiende a cero y resulta en un número infinito de componentes o puntos. En la práctica los datos siempre son finitos, de manera que las distribuciones observadas tienen tamaños máximo y mínimo y, naturalmente, número finito de componentes (hipocentros o epicentros en nuestro caso). Por esta razón, debemos considerar a nuestros datos como muestras de una población infinita y es importante preguntarse cuándo estas muestras pueden considerarse representativas de la distribución subyacente. Por tanto, para estudiar la fractalidad de la distribución espacial de la sismicidad, es muy importante el tamaño de la muestra a utilizar.

Además, debido a la limitación de los catálogos sísmicos, que con frecuencia no son homogéneos, especialmente para magnitudes pequeñas (Zúñiga y Wyss, 1995; Zúñiga y Wiemer, 1999), es necesario un compromiso entre tener suficientes puntos para la correcta estimación de la dimensión y que el tiempo que éstos abarquen sea lo suficientemente corto para tener buena resolución temporal. Con el objetivo de explorar qué tanto afecta el número limitado de puntos, tanto al valor de la dimensión fractal como la variabilidad de la determinación, calculamos la dimensión para: diferentes tamaños de muestra de algunas distribuciones monofractales matemáticas inmersas en espacios con diferentes dimensiones euclidianas; un par de distribuciones no fractales y; dos distribuciones de sismicidad real.

El orden de las distribuciones monofractales fue escogido de manera que el número de puntos estuviera lo más cerca posible del número de sismos de los catálogos utilizados.

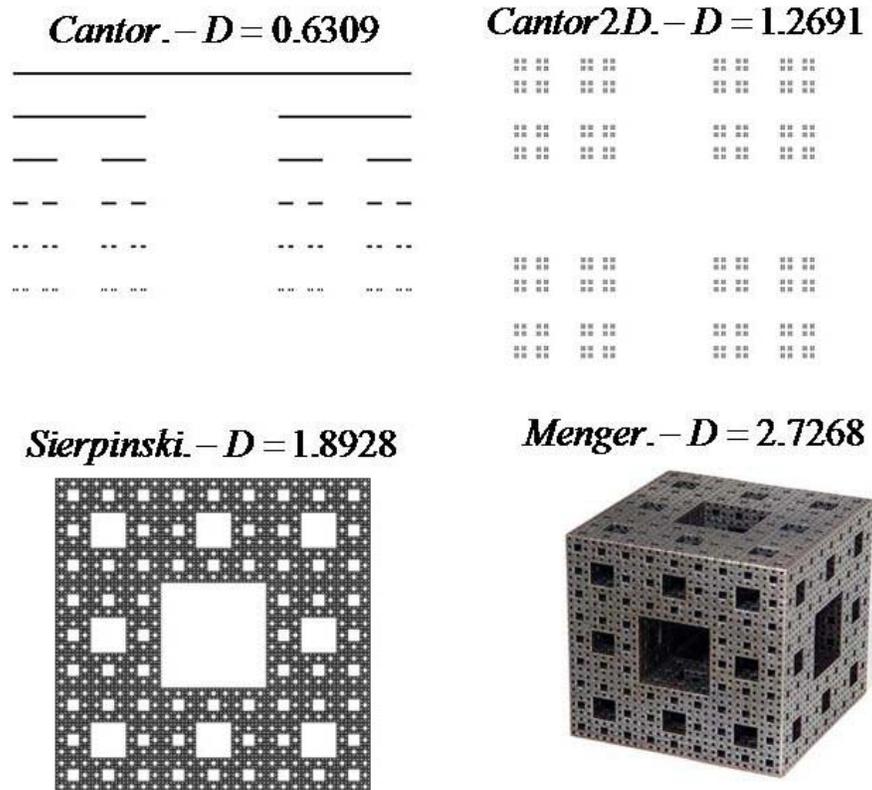


Figura 1. Ilustración de los fractales teóricos utilizados en el presente trabajo.

Las distribuciones usadas, para este análisis y los nombres que usaremos para referirnos a ellas son (Schroeder, M. 1991):

- *Cantor.* Distribución monofractal conocida como polvo de Cantor, $D = 0.6309$, orden 12, 4096 puntos (figura 1).
- *Sierpinski.* Distribución monofractal conocida como carpeta de Sierpinski, $D = 1.8928$, de orden 4, 4096 puntos (figura 1).

- *Cantor 2D*. Distribución monofractal conocida como carpeta de Cantor, $D = 1.2691$, de orden 6, 4096 puntos (figura 1).
- *Menger*. Distribución monofractal conocida como esponja de Menger, $D = 2.7268$, de orden 3, 8000 puntos (figura 1).
- *Malla*. Distribución, no fractal, de puntos equiespaciados formando una malla en 2D con dimensiones similares a las áreas de la sismicidad real; 4000 puntos, número similar a los datos de sismicidad real.
- *Uniforme*. Puntos distribuidos aleatoriamente con probabilidad uniforme sobre un área 2D; 4000 puntos.
- Sismicidad de dos regiones con diferente régimen tectónico:

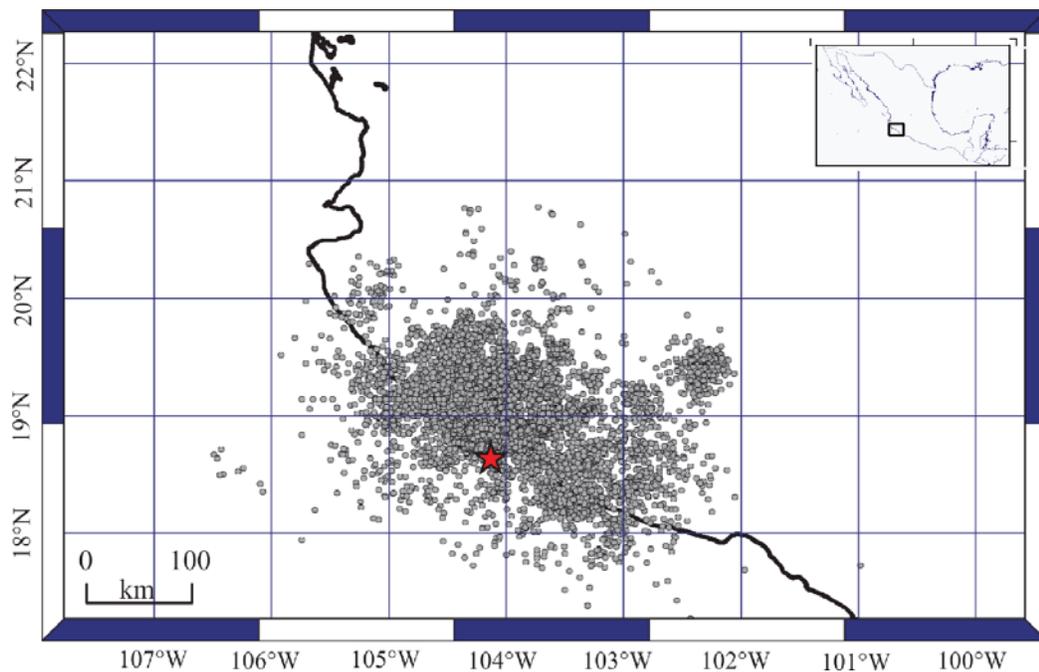


Figura 2. Mapa de sismicidad de la región centro-occidente de México. La estrella indica el epicentro del sismo de Armería del 22 de Enero de 2003 Mw 7.4. Modificada de Nava *et al.*, (2011).

1. *Colima*. Sismicidad previa al sismo de Armería, Colima, México Mw 7.4 del 2003. (Figura 2, Tabla 1), también conocido como sismo de Tecomán, ocurrido en la costa Pacífico del centro-occidente de

México, donde la placa Pacífico subduce bajo la placa de Norte America con echado de $\sim 28^\circ$ (Núñez-Cornú *et al.*, 2004; Yagi *et al.*, 2004). El catálogo utilizado proviene de la red sismológica del estado de Colima (RESCO). En el análisis de la distribución Gutenberg-Richter, para la ventana espacio-temporal utilizada en este trabajo, se obtiene adecuada cobertura para $M \geq 3$ (con $b = 1.48$), esta magnitud de corte resulta en una población de 4022 eventos. Decidimos trabajar con la distribución epicentral, porque la incertidumbre en las profundidades reportadas es muy grande; posibles efectos del echado en la distribución de los hipocentros serán discutidos más adelante.

Tabla 1. Características de los sismos principales utilizados en este trabajo (Velasco *et al.*, 2004; Yagi *et al.*, 2004; Lin *et al.*, 2007).

Evento	Fecha (d/m/yr)	Tiempo Origen	M_w	Latitud	Longitud	Strike	Dip	Rake
Colima	22/01/2003	02:06	7.4	18.62°N	104.13°W	300°	20°	93°
Landers	28/06/1992	11:57	7.3	34.20°N	116.43°W	341°	70°	-172°
Joshua T.	23/04/1992	04:50	6.2	33.96°N	116.32°W	171°	89°	-177°

2. *Landers*. Sismicidad previa al sismo de Landers, California, USA, M_w 7.3, el cual fue precedido por el sismo de Joshua Tree M_w 6.2; ambos eventos presentaron mecanismo predominantemente transcurrente con echado subvertical. Los datos utilizados fueron tomados del catálogo reportado por Lin *et al.* (2007) (Figura 3, Tabla 1). Para este catálogo la magnitud de corte $M \geq 1.5$ resulta en 4079 eventos. Debido a la buena calidad de las profundidades hipocentrales reportadas, en este caso se realizó el análisis de la fractalidad en 3D.

Las distribuciones monofractales mencionadas anteriormente fueron escogidas con la intención de tener representación de fractales conocidos en una, dos y tres dimensiones; representatividad en dos dimensiones de distribuciones no fractales; y dos distribuciones de sismicidad en ambientes tectónicos diferentes.

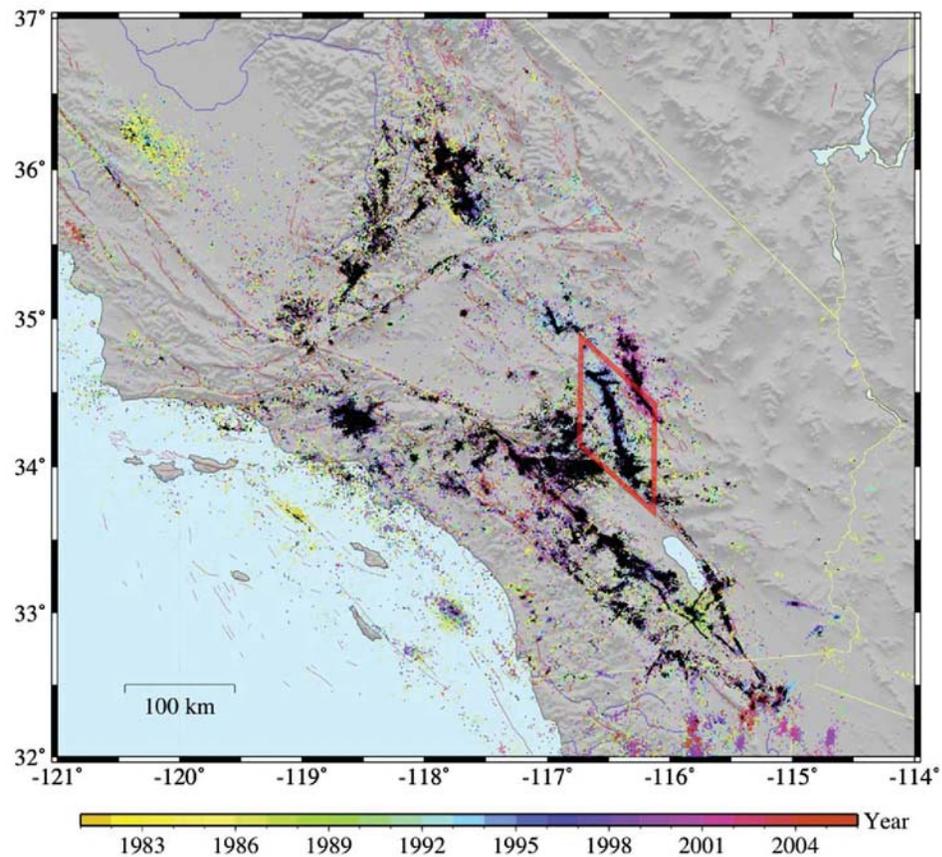


Figura 3. Mapa de sismicidad del sur de California, el diamante encierra la sismicidad de la falla de Landers. Modificada de Lin *et al.*, (2007).

2.3- Resultados y Discusión

2.3.1- Estabilidad D_q

Para el análisis de estabilidad, se calculó D_q para diferentes tamaños de muestra, N , y para cada uno de los ejemplos de prueba, que van de 300 hasta 3000 puntos. Para cada valor de N fueron hechas 100 realizaciones, en cada realización las N muestras fueron seleccionadas de la población total.

En las figuras 4 y 5 se muestra los resultados del análisis para cada distribución: el promedio de las 100 realizaciones y el promedio más/menos dos desviaciones estándar. La figura 5, es simplemente un acercamiento de la figura 4, que muestra en detalle el comportamiento de las distribuciones en 2D para muestras grandes.

Consideramos estable la estimación de la dimensión cuando se mantiene en ± 0.05 del valor que alcanza para $N = 3000$. El límite superior de 3000 puntos en las distribuciones fue escogido considerando la cantidad de datos con los que se cuenta para los datos sísmicos, y el límite inferior, $N = 300$, simplemente es para mostrar la gran variación en la estimación para muestras pequeñas.

Cantor: El polvo de Cantor de orden 12, distribución con 4096 puntos, es caracterizado correctamente, ± 0.01 , con muestras de 500 puntos para D_0 , 400 para D_1 , y 300 para D_2 ; y se mantiene entre ± 0.05 para todos los tamaños de muestra, $D_0 = 0.6301 \pm 0.0048$, $D_1 = 0.6286 \pm 0.0048$, y $D_2 = 0.6271 \pm 0.0048$, lo cual representa una buena estimación del valor monofractal real $D = 0.6309$. La ligera falta de coincidencia que sugiere una aparente multifractalidad para las muestras de 3000 puntos puede ser atribuida a que este número equivale al 0.73% del tamaño total de la población.

Cantor 2D: Carpeta de cantor $D = 1.2619$, orden 6, 4096 puntos, presenta para muestras de 3000 puntos $D_0 = 1.2973 \pm 0.0065$, $D_1 = 1.2965 \pm 0.0068$, y $D_2 = 1.2959 \pm 0.0071$. D_0 requiere $N \geq 600$ para estar dentro del valor límite de 0.005, mientras D_1 y D_2 requieren $N \geq 300$ (D_2 se mantiene siempre entre ± 0.003).

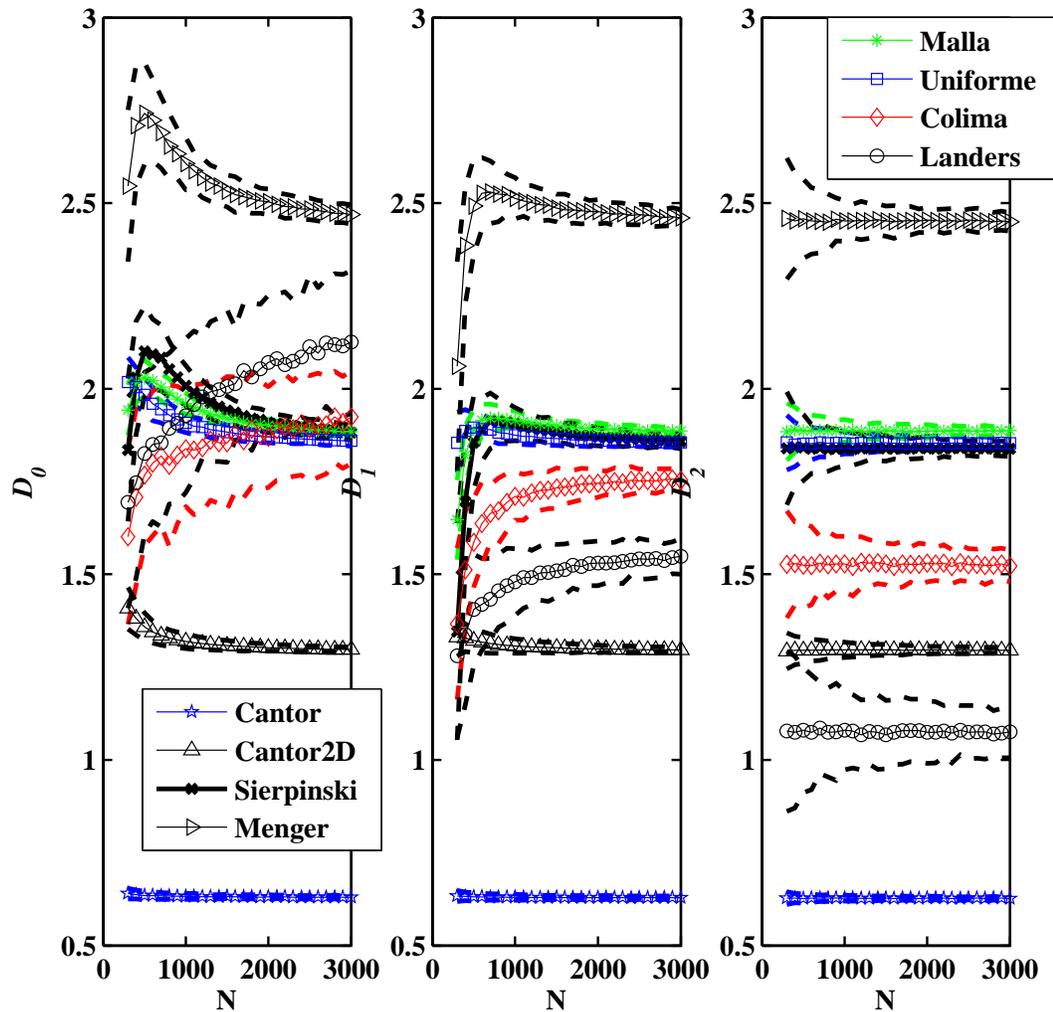


Figura 4. D_q vs N para todas las distribuciones consideradas. Las líneas con símbolos representan el promedio de las 100 realizaciones hechas para cada distribución, y las líneas discontinuas arriba y debajo de los promedios indican \pm dos desviaciones estándar.

Sierpinski. Carpeta de Sierpinski, $D = 1.8928$, orden 4 con 4096 puntos, presenta valores límites para muestras de 3000 puntos: $D_0 = 1.8819 \pm 0.0206$, $D_1 = 1.8578 \pm 0.0192$, y $D_2 = 1.8382 \pm 0.0202$; nuevamente, la aparente multifractalidad

puede ser atribuida al bajo tamaño de la muestra; utilizando el total de la muestra para el calculo de D_q , obtenemos una media, de D_q , de 1.811 con desviación estándar de 0.0046, lo cual indica que la dimensión de correlación no concuerda, en general, con la dimensión teórica. D_0 requiere por lo menos $N \approx 1700$ para estar dentro del valor limite 0.05, para D_1 se requiere 1000 puntos, y 300 para D_2 (el cual siempre se encuentra entre ± 0.01).

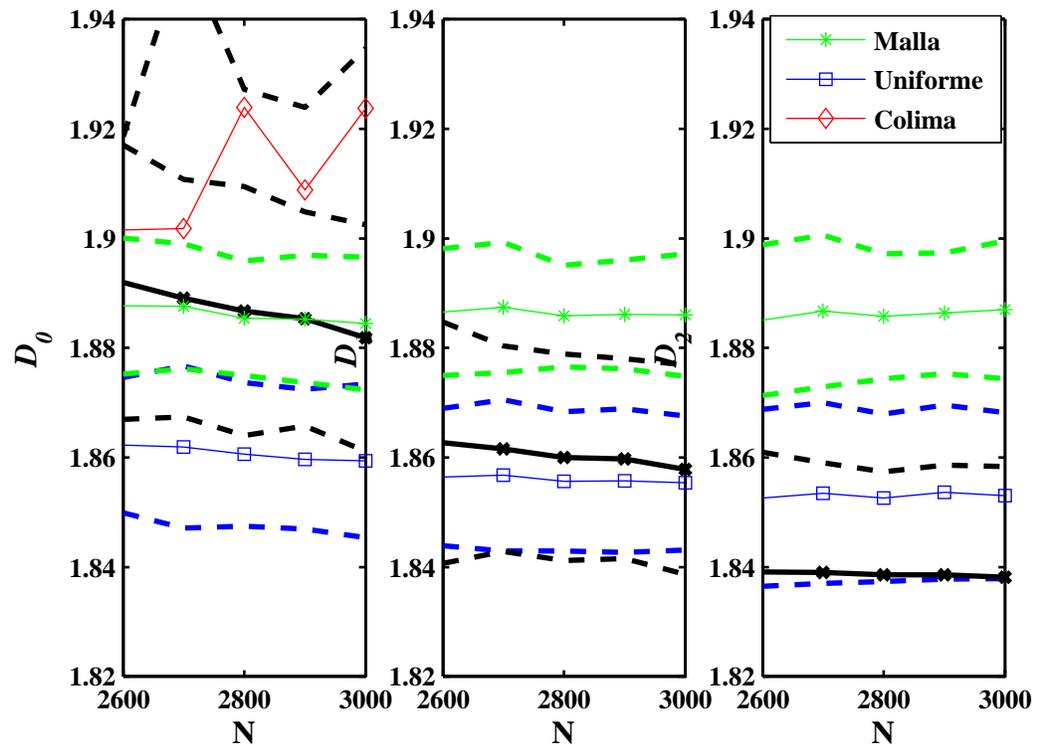


Figura 5. Zoom de la figura 4, para mostrar el comportamiento de la Carpeta de Sierpinski, la malla, y la distribución uniforme, con tamaño de muestra grande.

Menger: Esponja de Menger, $D = 2.7268$, orden 3 con 8000 puntos, ilustra el efecto de una distribución inmersa en 3D. Los resultados de la estimación de las dimensiones para muestras de 3000 puntos son $D_0 = 2.4693 \pm 0.0253$,

$D_1 = 2.4597 \pm 0.0237$ y $D_2 = 2.4492 \pm 0.0251$, y para que los valores se encuentren entre ± 0.05 del valor real teórico es necesario tener muestras con $N \geq 1700$, $N \geq 1100$ y $N \geq 300$ puntos, para D_0 , D_1 y D_2 respectivamente.

Malla: En este ejemplo, la distribución no fractal consiste de una malla con 4000 puntos equi-espaciados, los resultados de las realizaciones arrojan: $D_0 = 1.8845 \pm 0.0121$, $D_1 = 1.8860 \pm 0.0112$ y $D_2 = 1.8870 \pm 0.0126$ para 3,000 puntos. La media se mantiene estable en ± 0.05 para $N \geq 1300$, $N \geq 300$, y $N \geq 300$ para D_0 , D_1 y D_2 respectivamente.

Uniforme: Consiste de 4000 puntos distribuidos aleatoriamente con probabilidad uniforme; esta distribución representa nuestra hipótesis nula con respecto a los resultados obtenidos de fractalidad de las distribuciones reales de sismicidad. Presenta comportamiento muy similar al de la Malla pero se estabiliza más rápido, $N = 1,000$ para D_0 y $N \leq 300$ para D_1 y D_2 ; con $D_0 = 1.8593 \pm 0.0140$, $D_1 = 1.8554 \pm 0.0122$ y $D_2 = 1.8531 \pm 0.0152$ con $N = 3,000$. Conforme aumentamos el número de puntos en las distribuciones uniforme y malla, el comportamiento monofractal se mantiene, pero la dimensión aumenta conforme aumenta la densidad, teniendo como límite su dimensión euclidiana.

Colima: La distribución epicentral con 4022 epicentros es claramente multifractal, $D_0 = 1.9238 \pm 0.1256$, $D_1 = 1.7534 \pm 0.0319$, y $D_2 = 1.5223 \pm 0.0430$ para $N = 3000$; los valores se estabilizan con $N = 1,600$ para D_0 , $N = 1,000$ para D_1 , y $N \geq 300$ para D_2 . Las desviaciones estándar, relativamente grandes para D_1 y D_2 y muy grandes para D_0 , pueden ser explicadas parcialmente por el hecho que, como se mostrará más adelante, la dimensión fractal varía en el tiempo.

La relación $D_0 > D_1 > D_2$ encontrada en Colima ha sido observada en otros estudios de fractalidad en diferentes regiones sísmicas y representa un comportamiento típico en la distribución de sismicidad (Mandelbrot, 1989; Hirata y Imoto, 1991; Hirabayashi *et al.*, 1992; Harte, 2001); esta relación se obtiene para $N > 600$, lo cual nos define el límite en el tamaño de las muestras que será utilizado posteriormente.

Con base en la suposición que la sismicidad está relacionada con la concentración de esfuerzos cerca del futuro plano de falla, y que la inclinación del plano de subducción, en la región, es de $\sim 20^\circ$ (Yagi *et al.*, 2004), exploramos el efecto de la inclinación sobre la estimación de la dimensión a partir de la correspondiente proyección horizontal para las distribuciones de Cantor 2D y Sierpinski. El efecto de inclinar el plano de la distribución es similar al de comprimir la distribución epicentral en la dirección del echado. Los resultados son mostrados en la figura 6; para Cantor 2D la dimensión se incrementa más o menos levemente mientras aumenta el echado, hasta un máximo alrededor de los 45° y después presenta una caída rápida; D_q para Sierpinski decrece lentamente conforme aumenta el echado. La diferencia en el comportamiento puede ser producto de las diferencias en la dimensión teórica entre las distribuciones.

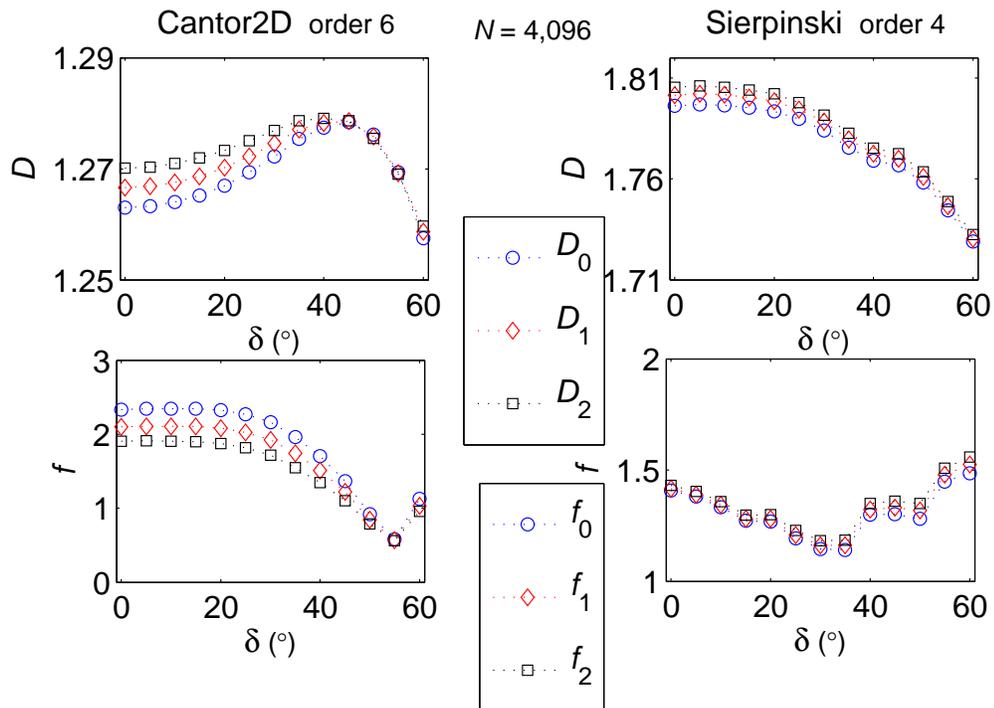


Figura 6. Efecto de inclinar el plano sobre la determinación de la dimensión fractal de epicentros y las correspondientes a fractalidades para las distribuciones Cantor 2D y Sierpinski.

Landers. La distribución hipocentral de Landers presenta comportamiento multifractal con: $D_0 = 2.1261 \pm 0.1914$, $D_1 = 1.5485 \pm 0.0480$, y $D_2 = 1.0750 \pm 0.0690$ para $N = 3000$; y valores estables para $N = 1900$ para D_0 , $N = 1200$ para D_1 , y $N \geq 300$ para D_2 . Los valores grandes de la desviación estándar, particularmente para D_0 , pueden ser debidos a que la dimensión fractal cambia con el tiempo. La relación $D_0 > D_1 > D_2$ se obtiene para $N > 500$.

Aunque la sismicidad está obviamente inmersa en un volumen 3D, la dimensión D_0 es cercana a la del plano; los valores para D_1 , D_2 , por debajo de dos, indican que los agrupamientos se encuentran efectivamente contenidos en un plano, y los valores ~ 1 de D_2 indican que los agrupamientos grandes están esencialmente en un plano muy estrecho. Estas interpretaciones de los valores de dimensión fractal son justificados por la distribución espacial de los eventos mostrada en la figura 7.

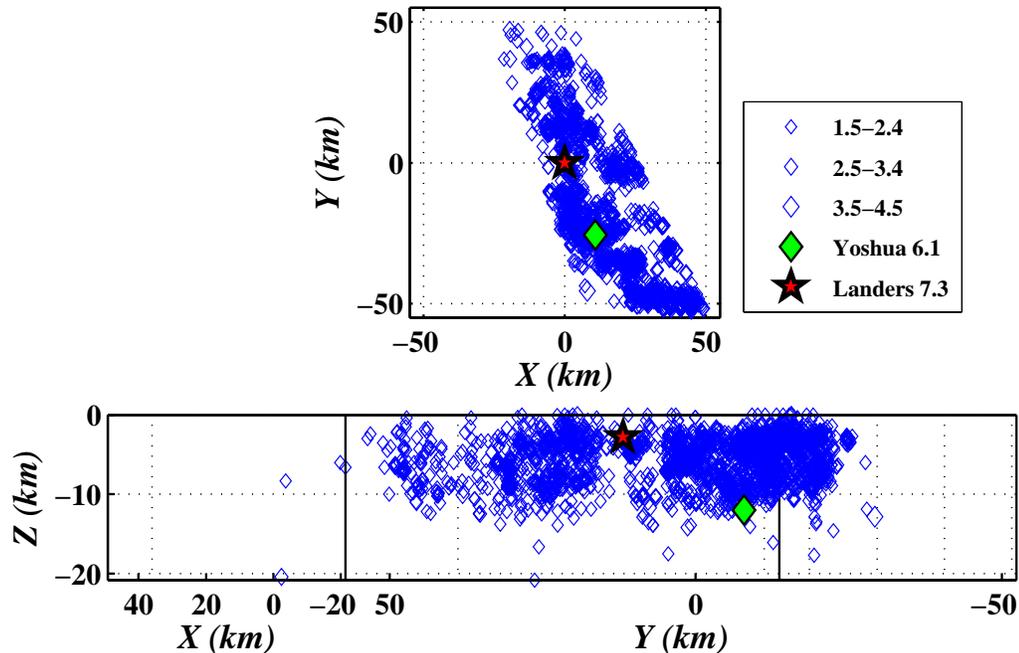


Figura 7. Perfiles de la sismicidad de Landers. Vista en plano (superior) y perpendicular al rumbo de la falla principal.

Tanto en Colima como en Landers D_0 muestra desviaciones estándar grandes, por lo que es la estimación dimensional menos confiable, en tanto que D_2 tiene las menores desviaciones estándar y es, por tanto, la estimación más confiable.

La variación en las distribuciones fractales conocidas indican que para muestras $N < 600$ D_0 no es confiable, y los valores de D_q para la distribución de la sismicidad se muestran ordenados correctamente, $D_0 > D_1 > D_2$, para muestras $N \geq 600$.

2.3.2- Significatividad de la fractalidad en la sismicidad

Para saber qué tan significativas son las estimaciones de fractalidad, es necesario comparar los resultados con la hipótesis nula. Nuestra hipótesis es que los procesos sismogénicos (el campo de esfuerzos y la geología involucrada) provocan que la sismicidad se distribuya de manera fractal; por lo tanto, la hipótesis nula es que la misma fractalidad pueda resultar de una distribución de puntos no fractal, particularmente de la distribución espacial aleatoria con probabilidad uniforme, que es la que tiene mayor entropía y mínimo de información.

La hipótesis nula puede ser rechazada con base en los resultados mostrados en la figura 4, donde la malla y la distribución uniforme son aparentemente monofractales, mientras la distribución de la sismicidad es claramente multifractal. Como se muestra en la figura 5, D_0 para Colima (que es la estimación menos confiable) es sólo ligeramente más grande que la estimación correspondiente de las distribuciones no fractales, pero el resto de las dimensiones para Colima y todas las dimensiones para Landers son completamente diferentes de aquellas para las distribuciones no fractales. De hecho, la dimensión de las distribuciones no fractales aumenta conforme aumentamos los puntos (su densidad), mientras que para las distribuciones fractales se mantiene constante, y lo más importante es que la sismicidad real presenta multifractalidad y las dimensiones no dependen del tamaño de la población.

2.3.3- Comportamiento temporal de la fractalidad en la sismicidad observada

Se analizó el comportamiento con respecto al tiempo de la dimensión fractal y la a fractalidad de la sismicidad observada en dos regiones, así como posibles relaciones de dichos parámetros con la ocurrencia de sismos de gran magnitud y, consecuentemente, de su posible potencial premonitor.

Con base en los resultados mostrados anteriormente y la necesidad de tener suficiente definición temporal, decidimos utilizar muestras de 800 eventos para Colima y Landers. Las ventanas fueron distribuidas cada 120 días, empezando desde la fecha más reciente previa al evento principal, el largo de cada ventana se ajusta para que contenga los 800 eventos.

Con el objetivo de explorar la influencia de las réplicas en el comportamiento de la fractalidad y determinar si los resultados del análisis de la fractalidad, son más representativos con o sin réplicas, presentaremos resultados del análisis de los catálogos completos y los catálogos sin réplicas. Las réplicas fueron identificadas y eliminadas usando el método de Nava *et al.* (2011) que consiste en la identificación de agrupamientos de eventos, *i.e.* grupos de eventos asociados con el plano de ruptura del evento principal y relacionados entre sí según un criterio espacio-temporal. El plano de ruptura es identificado iterativamente: se determina a partir de un ajuste a los hipocentros, se elimina aquellos eventos que están demasiado lejos del plano para ser réplicas y se repite el ajuste. Una vez que las réplicas han sido identificadas y eliminadas, el proceso es repetido hasta que ya no sean identificadas más réplicas.

2.3.3.1- Colima catálogo completo

Para el catálogo completo, incluyendo réplicas, tenemos 23 ventanas separadas por 120 días y la extensión de cada ventana se ajusta hasta que contenga 800 eventos, lo cual resulta en ventanas con duración media de 700.2 días (desviación estándar = 261.9 días),

con media de traslape de 665.4 eventos (desviación estándar = 78.5 eventos). La dimensión fractal y la a fractalidad fueron estimadas en el intervalo $r_{\min} = 5, r_{\max} = 30$.

Se muestra los resultados en la figura 8, donde claramente se observa que la dimensión no es constante, sino que varía en tiempo; la constancia en la relación $D_0 > D_1 > D_2$ indica que el tamaño de muestra es adecuado. Más interesante es la caída gradual desde finales de 1999 hasta abril 2001, cuando ocurren tres eventos, M 5.2, 5.9, y 6.1, dentro de un radio de 70 km del futuro epicentro del evento de Colima (figura 8, superior e inferior); después de esto la dimensión empieza a incrementarse rápidamente hasta la ocurrencia del evento de Colima. El problema principal del uso de sismos de magnitud intermedia como eventos precursores es que usualmente son identificados como precursores sólo después de la ocurrencia del evento principal; el comportamiento fractal observado aquí sugiere, tentativamente, la posibilidad de identificar eventos precursores (foreshocks) antes de que ocurra el evento principal. En futuros trabajos se trabajará en un estimador que permita cuantificar la robustez de la observación.

El incremento en la dimensión antes del sismo de Colima, podría ser indicativo de la inminente ocurrencia del evento. Para poder afirmar que esta característica en la dimensión fractal es un verdadero precursor es necesario que el mismo comportamiento sea identificado en futuras observaciones. Por otro lado, la a fractalidad podría estar aportando información al respecto; nótese que el comportamiento de f_q 300 días antes del sismo de Colima es ligeramente diferente de la del resto del tiempo analizado: f_1 y f_2 coinciden y finalmente presentan el mismo valor que f_0 justo antes del evento (figura 8). Futuras observaciones son necesarias para saber si dicho comportamiento es significativo y tiene o no algún valor como precursor. Aunque existen por lo menos dos periodos donde se observa parecido comportamiento en f_q , en ellos D_q presenta comportamiento distinto; de manera que es conveniente considerar ambos comportamientos a la vez.

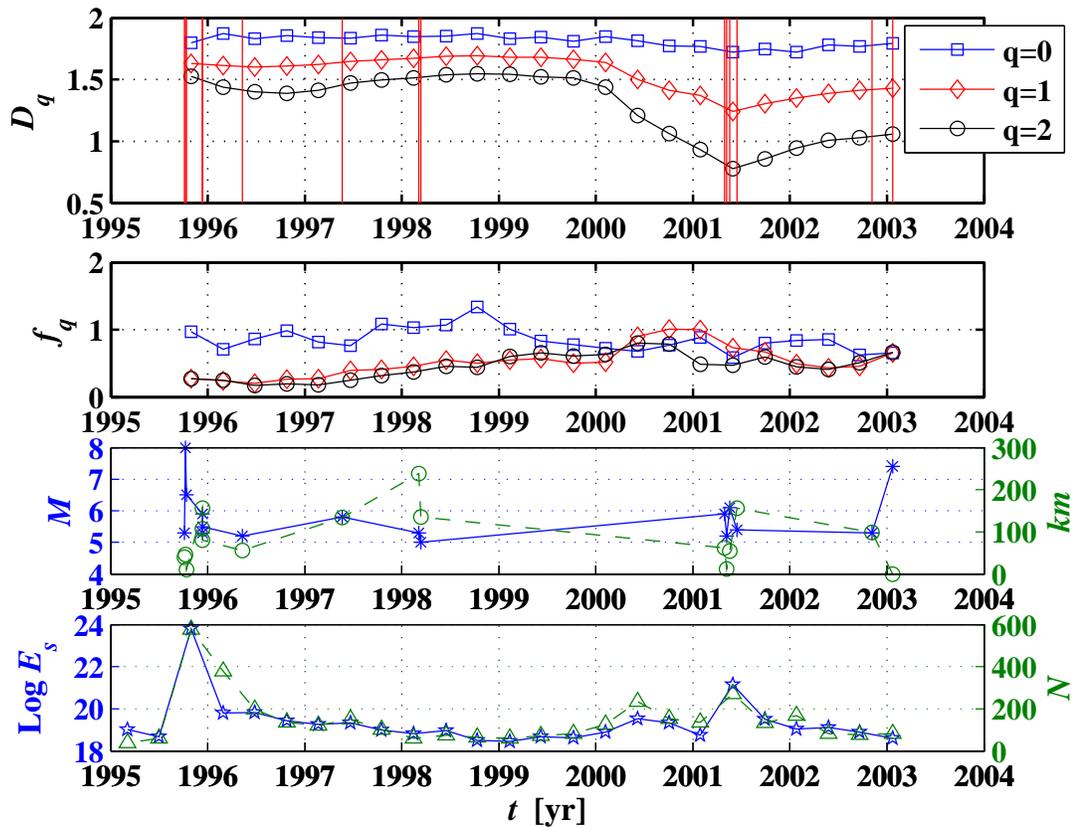


Figura 8. Comportamiento temporal de la distribución epicentral de Colima. En la parte superior de la grafica de muestra D_q , y líneas verticales que representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales (distancia ≤ 300 km) con $M \geq 5$; la parte superior-media de la grafica muestra f_q , la parte inferior-media de la figura muestra, con asteriscos unidos por línea continua, las magnitudes de los eventos regionales, mientras que la distancia con respecto al evento principal es mostrada como círculos unidos por línea discontinua; en la parte inferior de la figura se muestra, con estrellas unidas por línea continua, la energía liberada durante cada ventana, y el número de eventos para 120 días es mostrado con triángulos unidos por una línea discontinua.

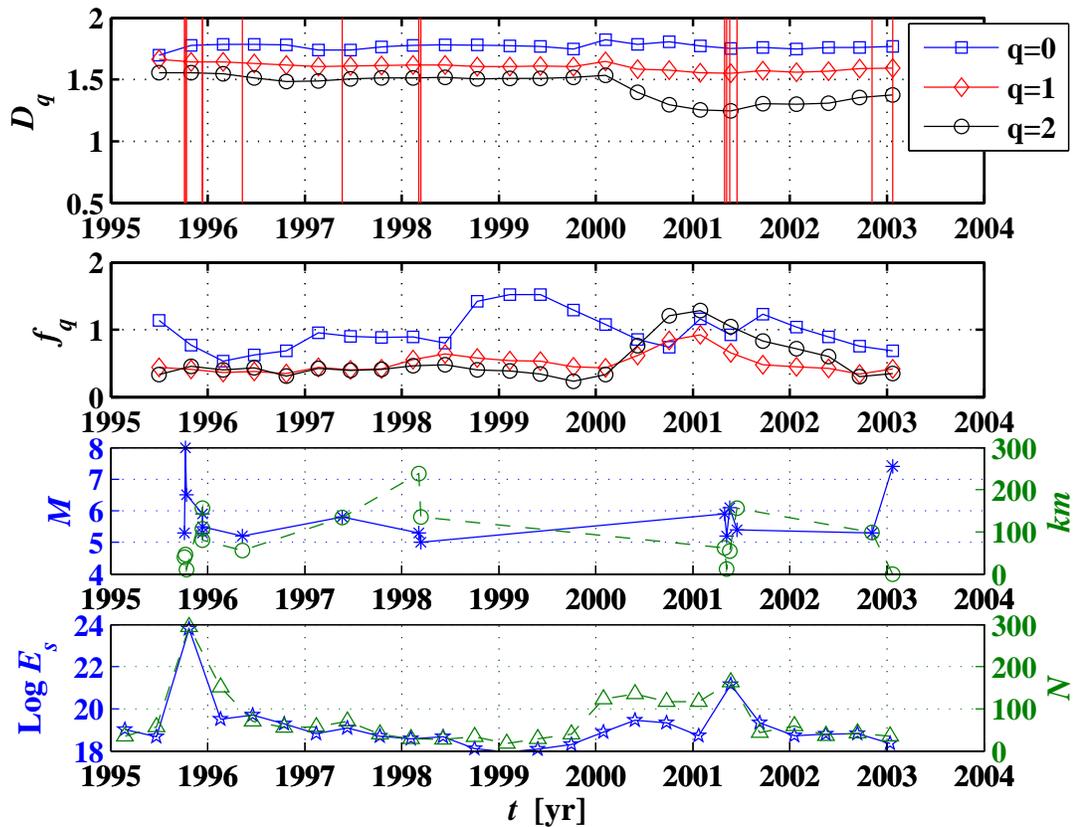


Figura 9. Comportamiento temporal de la distribución epicentral de Colima, sin réplicas. Misma convención que la figura 8.

Cabe señalar que ni la liberación de energía ni la tasa de sismicidad ofrecen información acerca de la inminente ocurrencia del sismo de Colima.

2.3.3.2- Colima sin réplicas

Eliminar las réplicas reduce el catálogo de Colima a 2,800 eventos. Ventanas de 800 eventos dan como resultado baja definición en tiempo, así que en este caso usaremos ventanas de 600 eventos, espaciadas cada 120 días, de lo cual resultan ventanas con media de 962.7 días (desviación estándar de 392.6 días), y media de traslape de 522.4 eventos (con 68.8 eventos de desviación estándar).

La figura 9, muestra los resultados de este análisis, donde podemos ver que el comportamiento de D_q es un versión suavizada de lo observado en el análisis del catálogo completo, con la identificación de los eventos precursores solo en D_2 , y con comportamiento inconcluyente en f_q . Parecería que, al menos para el caso de Colima, las réplicas juegan un papel importante en la fractalidad de la distribución epicentral, aunque no se puede descartar que los distintos resultados sean parcialmente debidos al menor tamaño de las muestras.

2.3.3.3- Landers catálogo completo

De igual manera, que para Colima, fueron utilizadas ventanas de 800 eventos espaciadas cada 120 días, las ventanas tienen media de 739.8 días (desviación estándar de 185.6 días) y media de traslape de 669.5 eventos (con desviación estándar de 80.8 eventos). La dimensión fractal y la a fractalidad fueron estimadas en el intervalo $r_{\min} = 5, r_{\max} = 20$.

En la figura 10 se muestra los resultados, donde D_q presenta variación en tiempo, principalmente en D_1 y D_2 . El comportamiento de estas dos dimensiones, aproximadamente 250 días previos a los sismos de Joshua Tree-Landers, es similar al observado a mediados de 1987, previamente al evento de M 6.8 que ocurre a ~150 km del futuro epicentro de sismo de Landers; sin embargo, para los dos años previos el comportamiento fue completamente diferente en ambos casos. La serie de sismos con $M \geq 5$ termina con el evento de 1989 M 5, el cual ocurre muy cerca del futuro epicentro y podría ser identificado como preevento. Nuevamente, más observaciones son necesarias para evaluar la significatividad de las diferencias en el comportamiento.

2.3.3.4- Landers sin réplicas

Eliminar las réplicas del catálogo de Landers lo reduce a 2881 eventos; en este caso fueron utilizadas ventanas de 600 eventos, con media de 857.1 días (171.2 días de

desviación estándar), media de 516.9 eventos en el traslape (desviación estándar de 62.7 eventos). En la figura 11 se muestra los resultados de este análisis; las historias temporales de D_q y f_q semejan versiones suavizadas de las observadas para el catálogo completo, y el comportamiento distintivo antes de la serie de sismos de 1987-1989 se pierde.

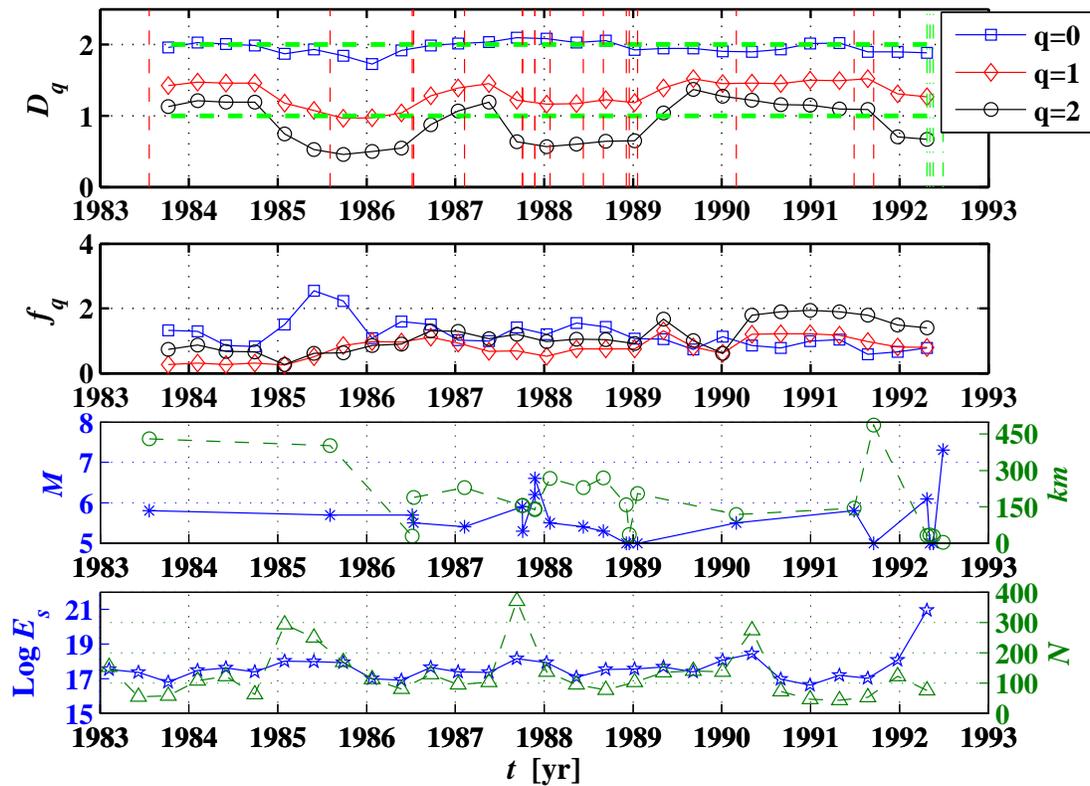


Figura 10. Comportamiento temporal de la distribución hipocentral de Landers. Las líneas verticales representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales ($radio \leq 450 km$) con $M \geq 5$. Misma convención que la figura 8.

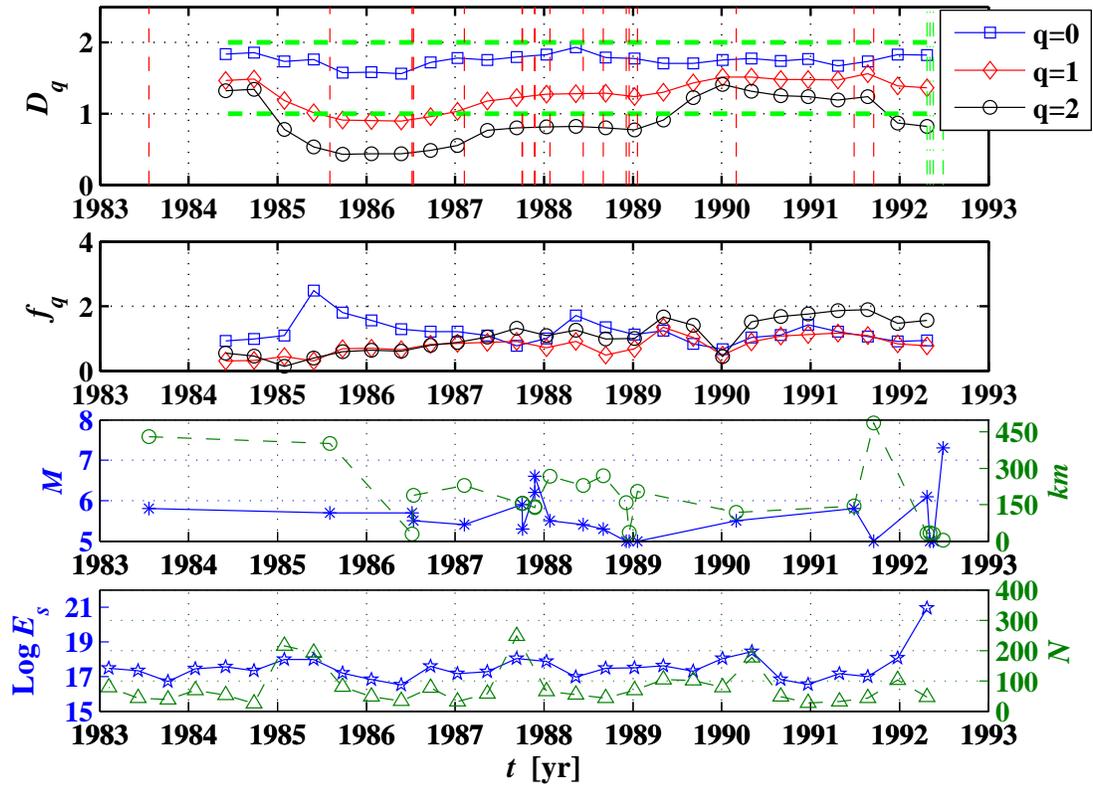


Figura 11. Comportamiento temporal de la distribución hipocentral de Landers, sin réplicas. Las líneas verticales representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales ($radius \leq 450 km$) con $M \geq 5$. Misma convención que la figura 8

2.4- Relación Aki

En un trabajo clásico, Aki (1981) propone la relación, $D_0 = 2b$, entre el valor b de la relación Gutenberg-Richter (Gutenberg y Richter, 1944)

$$\log_{10}(N) = a - bM, \quad (9)$$

donde N es el número de sismos con magnitud mayor o igual a M , a es un parámetro que depende de la región y del tiempo de muestreo, y b es una medida de la proporción de sismos pequeños a grandes, por lo que se le considera relacionado con el nivel de esfuerzos en el área en cuestión (Scholz, 1968; Wyss, 1973), y la dimensión fractal D_0 . Esta relación, conocida como *especulación de Aki*, ha sido explorada en muchos trabajos (e.g Hirata, 1989a; Guo y Ogata, 1995a; Legrand, 2002; Mandal y Rastogi, 2005; Chien-Chin *et al.*, 2006), los cuales han dado resultados inconsistentes. Hirata (1989a) presenta una discusión de este problema y hace notar que la dimensión fractal a la que hace referencia *Aki* tiene que ver con el tamaño de las áreas de ruptura, a partir de la hipótesis de auto-similaridad, es decir, que el momento sísmico escala con la longitud de la ruptura; pero no tiene relación con la disposición de los epicentros y/o hipocentros en el espacio. En dicho trabajo, Hirata encuentra que la dimensión D_2 , de hipocentros en Japón y el valor b presentan la relación negativa, $D_2 = 2.3 - 0.73b$, que difiere totalmente de la propuesta por Aki.

Aportando un poco a la controversia, y teniendo en cuenta que una relación, claramente justificada, entre el valor b y la dimensión fractal, aportaría información importante respecto a la física del fenómeno fractal, decidimos calcular el valor b y compararlo con los valores obtenidos de D_q para el catálogo de Landers.

Para el cálculo del valor b utilizamos en método de Máxima Verosimilitud propuesto por Aki (1965)

$$b = \frac{1}{\ln(10) \left[\bar{M} - \left(M_c - \frac{\Delta M}{2} \right) \right]}, \quad (10)$$

donde \bar{M} es la magnitud media de la muestra y M_c la magnitud mínima considerada.

En la figura 12 se muestra la relación entre los valores de b y D_q , calculados para las mismas ventanas y muestras; como podemos ver, en los tres casos analizados existe una relación positiva muy ligera, con coeficientes de correlación, $r = 0.33$ para D_0, b , $r = 0.26$ para D_1, b y $r = 0.37$ para D_2, b , y es el ajuste lineal entre b y D_0 el que presenta menor incertidumbre, aunque no mejor correlación, como referencia se muestra las relaciones lineales encontradas por Aki e Hirata, las cuales difieren de las encontradas en el presente trabajo.

En la figura 13, mostramos los valores de b y D_q con respecto al tiempo, los valores de D_q son los mostrados previamente en la figura 10. Como podemos ver, el valor b presenta variación significativa con respecto al tiempo y valores similares a los de D_1 , por lo menos hasta 1990; a partir de 1990 b presenta una caída significativa que se presenta al mismo tiempo que el decremento en D_2 ; para mediados de 1990 y hasta la ocurrencia de los eventos principales los valores de b no presentan mucha variación, excepto para la muestra después de 1991. Los decrementos en b han sido reportados y considerados como fenómeno precursor en trabajos previos (Smith, 1981; Enescu y Ito, 2001; Nuannin, 2006) y han sido atribuidos al aumento de los esfuerzos en la región analizada, teniendo como principal base de dicha suposición el trabajo realizado por Scholz (1968).

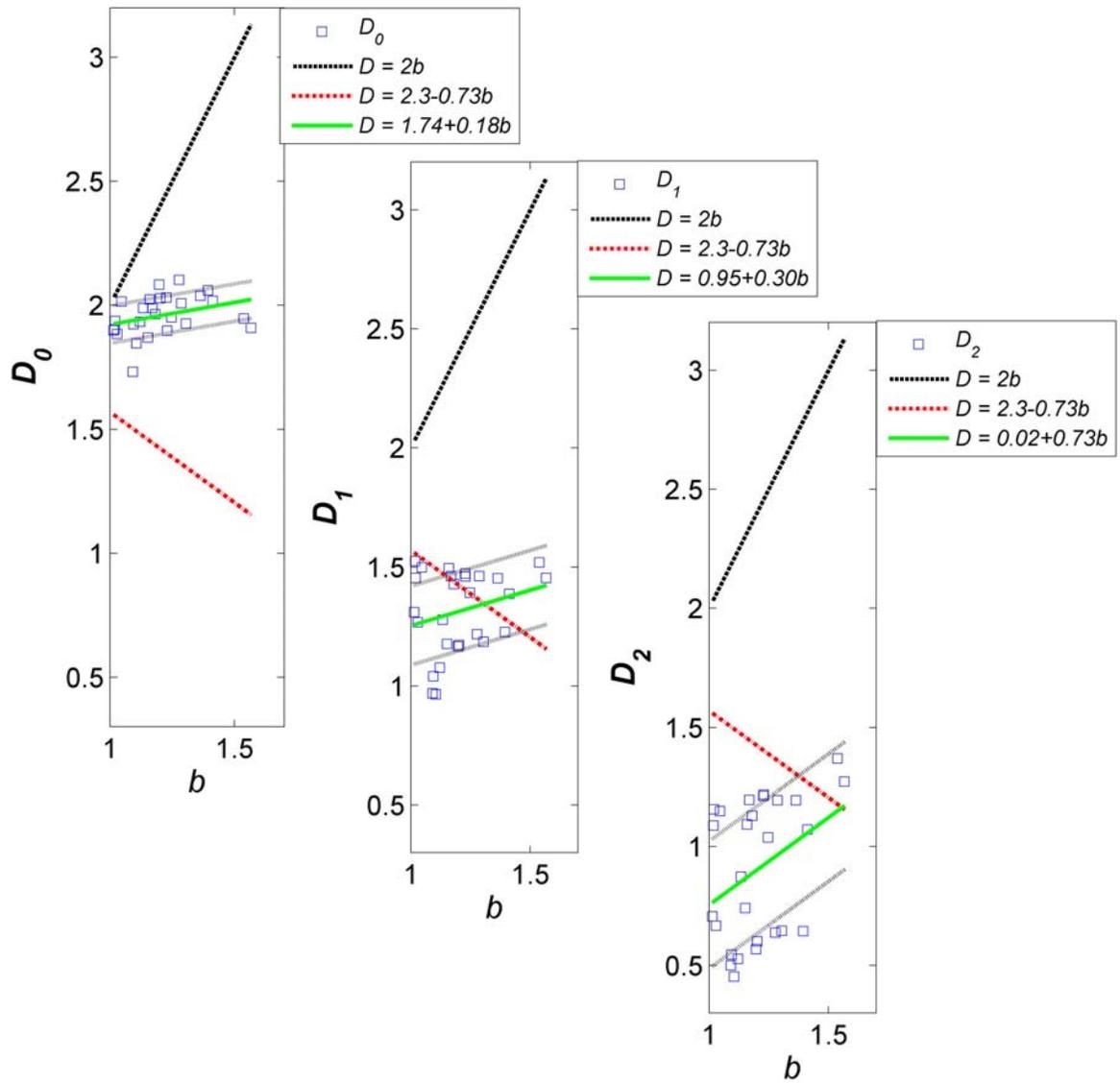


Figura 12. Ajuste lineal de b y D_q . En cada caso se muestra las relaciones lineales propuestas por Hirata, (1989a) ($D = 2.3 - 0.73b$) y Aki, (1981) ($D = 2b$), así como las determinadas en el presente trabajo. Las líneas discontinuas (gris) arriba y debajo de los ajustes (línea continua verde) indican \pm dos desviaciones estándar.

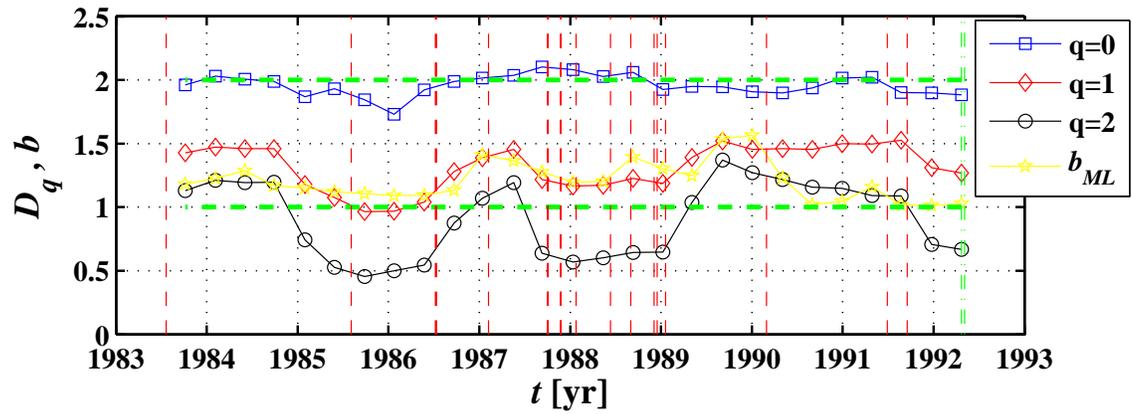


Figura 13. Comportamiento temporal, del valor b y D_q , de la distribución hipocentral de Landers. Las líneas verticales representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales ($radio \leq 450km$) con $M \geq 5$, como en la figura 11.

2.5- Conclusiones

Muestras con tamaño igual o superior a 800 eventos para el catálogo completo, son suficientes para mantener el orden teórico de la multifractalidad y obtener valores de D_q y f_q confiables. Los resultados obtenidos para muestras pequeñas (como las utilizadas en varios estudios publicados) no son confiables.

La estimación de fractalidad da, al parecer, mejores resultados para el catálogo completo con réplicas incluidas; aunque los mejores resultados podrían ser debidos al muestreo más abundante.

Para las dos distribuciones de sismicidad analizadas (Colima y Landers), se observa clara multifractalidad de la distribución espacial de sus epicentros (Colima) e hipocentros (Landers), que difiere significativamente de la observada para la distribución aleatoria uniforme, la cual representa la hipótesis nula de una distribución no fractal con mínima información.

La dimensión fractal y la a fractalidad de las distribuciones de sismicidad observadas presentan variaciones con respecto al tiempo y muestran comportamiento distintivo asociado con eventos precursoros y sismos principales. Este comportamiento no es igual en los dos casos, de sismicidad real, analizados y las diferencias reflejan, posiblemente, el efecto de los diferentes ambientes tectónicos, así como la diferencia entre los análisis de epicentros y de hipocentros. Se requiere de estudios de otros sismos para determinar qué tan generales son nuestros resultados.

Los resultados sugieren la importante posibilidad de identificar, a priori, eventos precursoros a grandes sismos. Para dicha identificación podría usarse una combinación entre la dimensión fractal y a fractalidad.

Existe la posibilidad de que los resultados y conclusiones obtenidos para los casos particulares considerados en el presente trabajo puedan ser aplicables sólo a los casos en cuestión; de manera que deben ser corroborados por más estudios, en estas y otras regiones, antes de poder ser considerados de aplicabilidad general y ser utilizados con el propósito de hacer estimaciones de peligro sísmico.

3.- Modelo (Interzones)

La idea básica del modelado numérico descrito en esta sección es probar un modelo conceptual de sismicidad en el que la localización y el tamaño de cada sismo dependen semiestocásticamente (a través de factores deterministas y estocásticos) del campo de esfuerzos producido por una alimentación constante y la sismicidad previa. Para ver si las distribuciones hipocentrales sintéticas resultantes son fractales con características similares a las observadas en los catálogos reales.

Como antecedente principal y componente determinista del modelo tenemos el modelo del rebote elástico de Reid (1910, según es citado en Richter, 1958); el cual nos dice que un sismo se produce cuando el esfuerzo σ aplicado a un terreno supera la resistencia o fortaleza de éste (inglés strength: el máximo esfuerzo que soporta antes de fallar), σ_r , y produce una ruptura súbita, típicamente sobre de un plano de falla. Este fallamiento permite el deslizamiento del terreno que libera el esfuerzo acumulado, tras de lo cual la falla sana y el proceso de almacenamiento de esfuerzo comienza de nuevo.

Scholtz (2002) aplica el modelo del rebote elástico para proponer que los cambios producidos en el campo de esfuerzos por la ocurrencia de sismos, pueden disparar o inhibir la ocurrencia de futuros sismos. El modelo explora si estas influencias pueden resultar en distribuciones fractales.

El modelado fue implementado como un muy sencillo autómatas celular, mediante un programa escrito en Matlab, llamado *Interzones*, descrito a continuación.

El modelo trabaja con varios parámetros que pueden ser modificados a discreción: los largos de los lados, XX y YY , de un área rectangular discretizada en celdas de tamaño $\Delta_x \times \Delta_y$, el esfuerzo inicial $\sigma_{ij}(t=0)$ para cada celda de la falla, la fortaleza σ_r común a todas las celdas, la eficiencia sísmica η , la fracción de la caída de esfuerzo que es comunicada a las celdas vecinas, y el valor b de la relación Gutenberg-Richter (GR, ecuación 9).

Otros parámetros del modelo son una magnitud de referencia y su tiempo promedio de recurrencia, a partir de los cuales y del valor b se estima la razón de deformación $\dot{\epsilon}$, constante, correspondiente a una deformación de origen tectónico, así como el número promedio de sismos por unidad de tiempo λ , que permite generar estocásticamente los tiempos de ocurrencia de acuerdo con la distribución de Poisson:

$$P(n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}, n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Una vez asignados los valores de los parámetros, el modelo funciona de la siguiente manera:

1. Se asigna estocásticamente esfuerzos iniciales según alguna distribución deseada (el programa tiene opciones de distribución exponencial, uniforme o igual).
2. Se especifica el número de eventos por generar N_{ev} . Para cada sismo: genera tiempo de ocurrencia. Actualiza el esfuerzo en todas las celdas para dicho tiempo linealmente de acuerdo con $\dot{\epsilon}$. Escoge la celda del epicentro aleatoriamente con probabilidades proporcionales a los esfuerzos en las celdas que rebasen σ_r . Genera una magnitud tentativa, aleatoriamente según GR, de la cual obtiene un “presupuesto” de caída de esfuerzo. Siguiendo la regla de que rompen las celdas con esfuerzo superior a su fortaleza, y que al romper pasan una fracción (Δ_σ) de la caída de esfuerzo a sus vecinos no rotos aún, comenzando por la celda epicentral va rompiendo las celdas (rompibles) vecinas, de más cercanas a más lejanas, hasta agotar dicho presupuesto. En caso de que no haya suficientes celdas rompibles, de la porción “gastada” del presupuesto calcula cuál es la magnitud efectiva del evento ocurrido.
3. Presenta patrón e histograma de esfuerzos.

4. Da opción de salvar el status: parámetros utilizados, tiempo actual, número de eventos, matriz de esfuerzos y estado de los generadores de números pseudoaleatorios.
5. Da opción de salvar el catálogo (como archivo nuevo o como continuación de alguno preexistente)
6. Regresa a preguntar si se desea generar más sismos (2)
7. Termina.

3.1- Resultados y Discusión Interzones

En el presenta apartado mostramos algunas figuras generadas con el modelo interzones durante el proceso, y posteriormente se mostrará el análisis de fractalidad de uno de los catálogos generados con Interzones.

En la figura 14 se muestra la organización inicial de esfuerzos para la distribución uniforme. También se realizaron pruebas con las otras dos distribuciones iniciales, exponencial e igual, y se encuentra que los resultados no dependen de la distribución inicial de los esfuerzos. En los tres casos se necesitan aproximadamente 10,000 eventos iniciales para que el sistema se estabilice.

Para este ejemplo, distribución inicial uniforme, se generó 70,000 eventos y se utilizó los últimos 20,000 eventos para el análisis de multifractalidad. De estos eventos, el de magnitud máxima es el #59685 de $M_W = 8.1$; en la figura 15 se muestra la distribución de los esfuerzos previos a la ocurrencia del evento de $M_W = 8.1$, donde podemos observar que existen zonas, muy puntuales, con un nivel de hasta 140 Mpa, siendo esta región de máximo esfuerzo donde inicia la ruptura del evento de $M_W = 8.1$. En la figura 16 se muestra la distribución de esfuerzos posterior al evento principal; se puede apreciar, claramente, que los niveles de esfuerzo bajaron drásticamente en toda la región, lo cual nos indica que para obtener la magnitud $M_W = 8.1$ fue necesaria la ruptura de casi toda la región. En la figura 17 se muestra la distribución epicentral de los eventos de $M_W \geq 6.5$ que

ocurren durante el periodo analizado, el evento principal de $M_W = 8.1$ es resaltado, y se puede apreciar que ocurre, efectivamente, en una zona de esfuerzos máximos (figura 15).

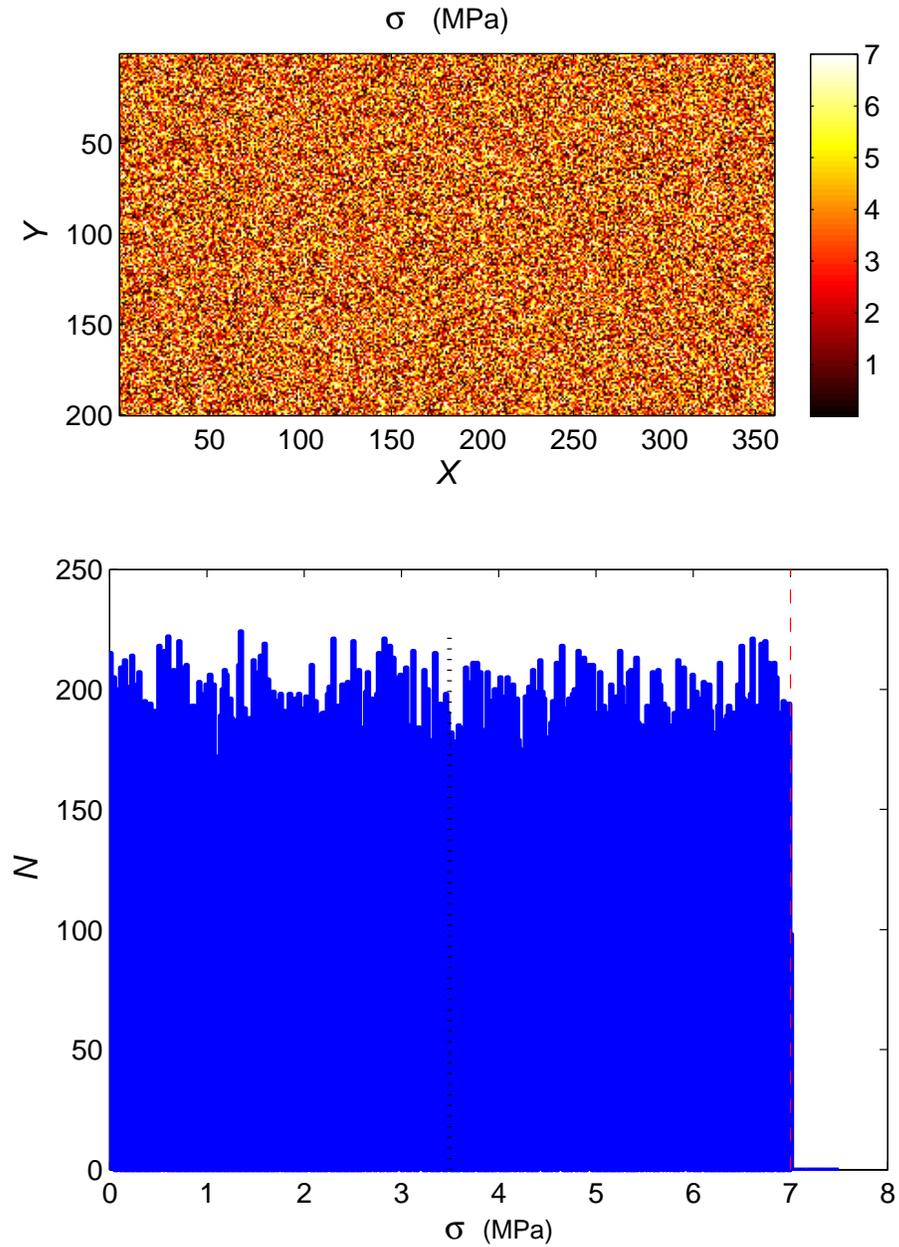


Figura 14. Estado de esfuerzos inicial, para la distribución uniforme. Distribución espacial (arriba) e histograma (abajo) de esfuerzos. La línea punteada vertical representa la media de los esfuerzos y la línea vertical discontinua (roja) el esfuerzo crítico (σ_c).

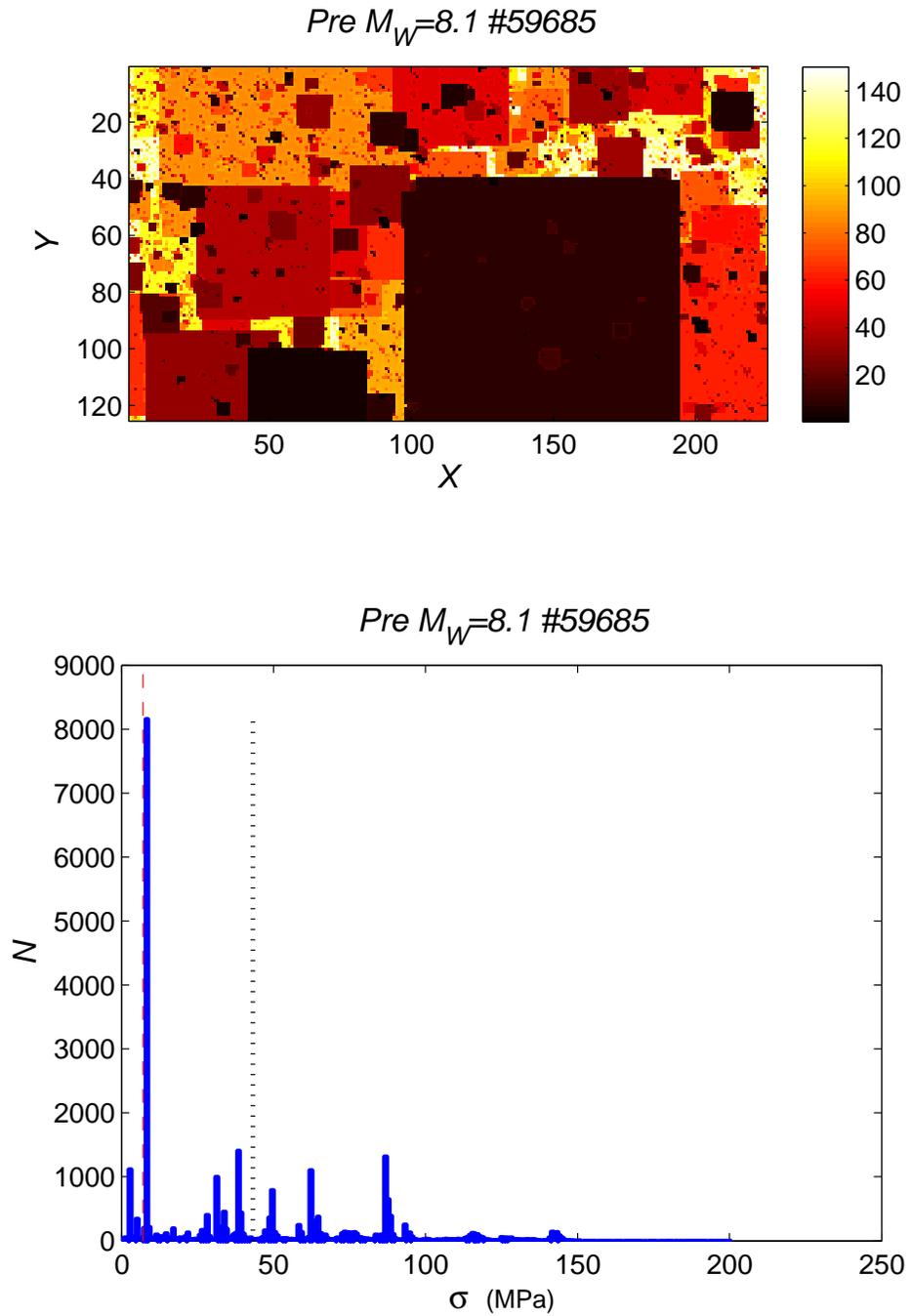


Figura 15. Esfuerzo previo al evento #59685 $M_W = 8.1$. Distribución espacial (arriba) e histograma (abajo) de esfuerzos. La línea punteada vertical representa la media de los esfuerzos y la línea vertical discontinua (roja) el esfuerzo crítico (σ_c).

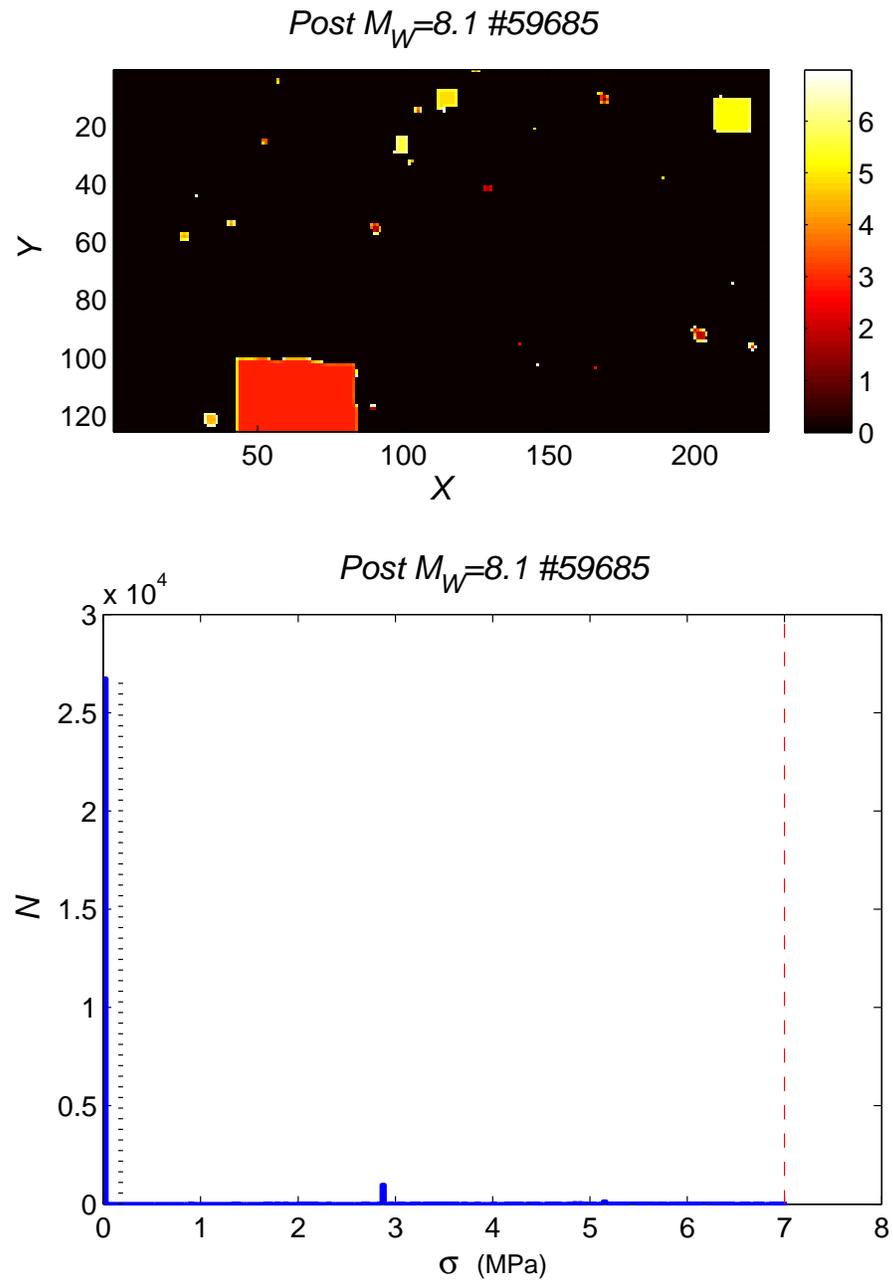


Figura 16. Esfuerzo posterior al evento #59685 $M_W = 8.1$. Distribución espacial (arriba) e histograma (abajo) de esfuerzos. La línea punteada vertical representa la media de los esfuerzos y la línea vertical discontinua (roja) el esfuerzo crítico (σ_r).

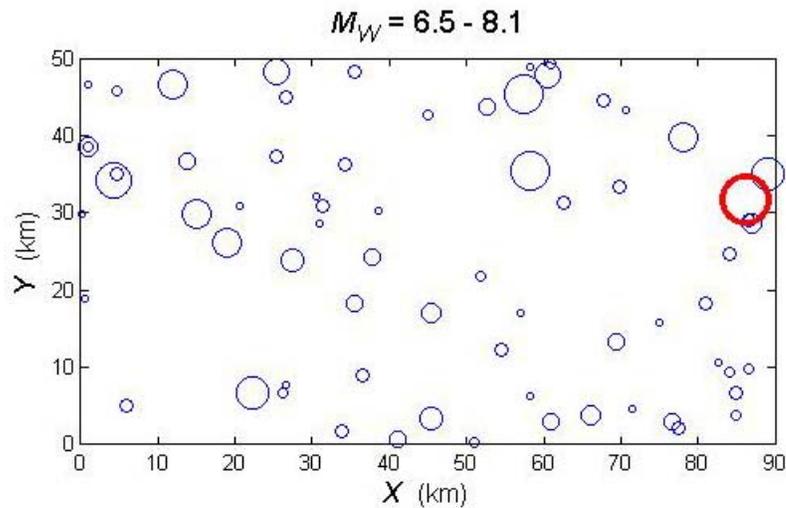


Figura 17. Distribución epicentral de los eventos de $M_w \geq 6.5$, se remarca el epicentro del evento principal, $M_w = 8.1$, con línea más gruesa (roja).

La figura 18 muestra las magnitudes (arriba) y el nivel medio de esfuerzos desde un estado de mínimo esfuerzo hasta el evento de $M_w = 8.1$; podemos ver que ocurren eventos de magnitud significativa, pero no hacen caer el esfuerzo a niveles mínimos como el evento en cuestión. Como se puede observar, el nivel de esfuerzos comienza en niveles mínimos, va aumentando y cae casi a cero con el evento $M_w = 8.1$; este tipo de episodios, que comienzan con niveles de esfuerzo medio mínimos, alcanzan niveles máximos y caen de nuevo a niveles mínimos debido a la ocurrencia de uno o más eventos grandes, es lo que podría considerarse el *ciclo sísmico*.

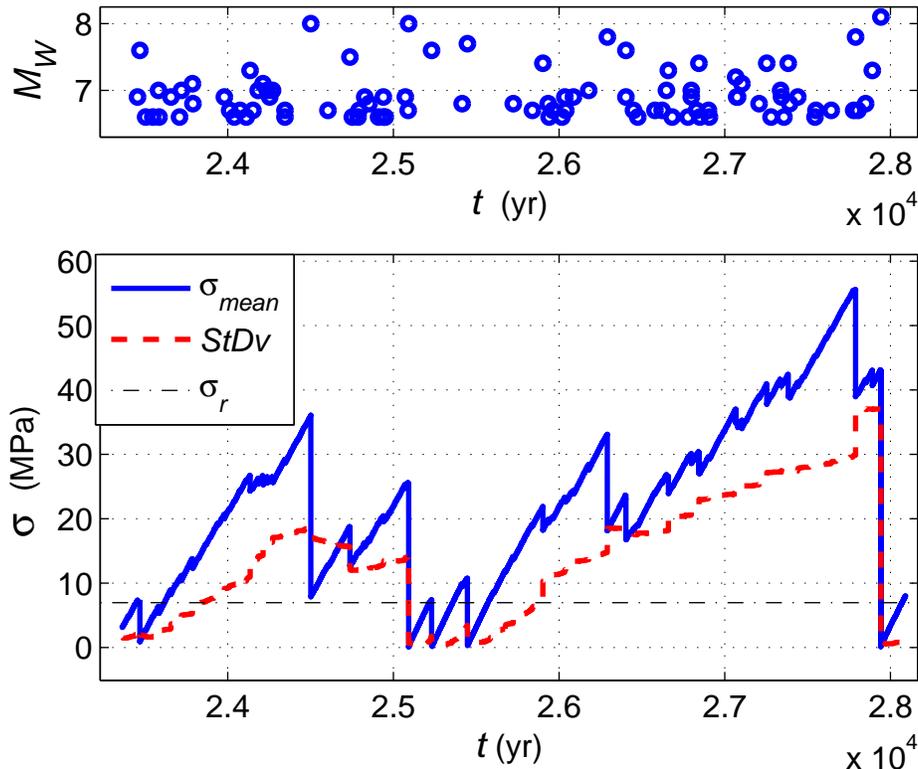


Figura 18. Magnitudes (arriba) y el nivel medio de esfuerzos desde un estado de mínimo esfuerzo hasta el evento de $M_W = 8.1$; el esfuerzo promedio se muestra con línea continua, la desviación estándar con línea discontinua y el esfuerzo crítico (σ_r) con línea discontinua horizontal.

3.1.2 Interzones y Multifractalidad

En el apartado anterior, se mostró un ejemplo de catálogo generado con Interzones, y se remarcó el comportamiento previo y posterior al evento de magnitud máxima ($M_W = 8.1$) ocurrido en la muestra tomada. En el presente apartado mostraremos el análisis de multifractalidad realizado a la muestra consistente en los eventos 50,001 a 70,000.

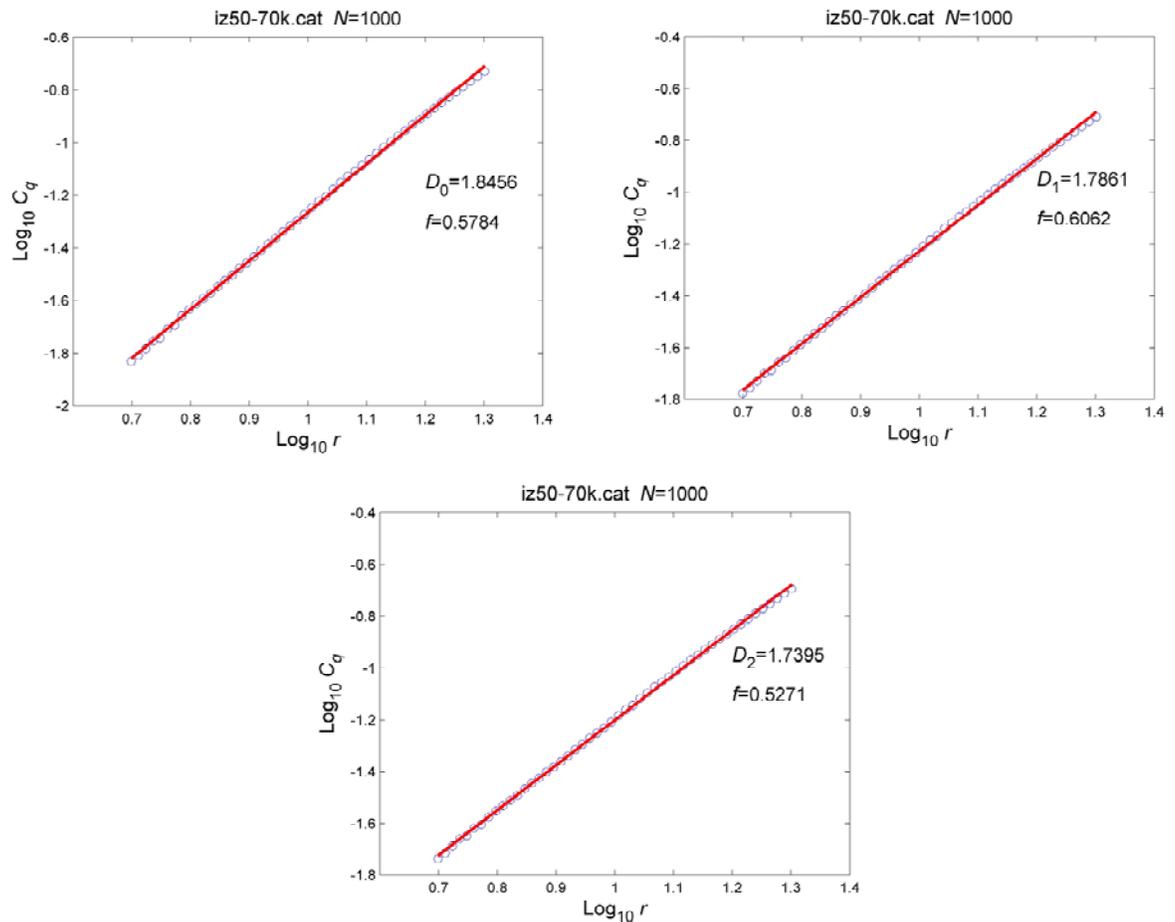


Figura 19. Rectas de mejor ajuste del histograma $\log C_q(r)$ vs. $\log r$, para D_0, D_1, D_2 ; de una muestra de 1,000 puntos de la población de 20,000 eventos.

La figura 19 muestra las rectas de mejor ajuste del histograma $\log C_q(r)$ vs. $\log r$, para $q=0,1,2$ de una muestra de 1,000 puntos seleccionados aleatoriamente de la población de 20,000 eventos. Podemos ver que la muestra se ajusta muy bien a las rectas y éstas resultan en valores distintos de D_q lo que indica que la muestra es multifractal con $D_0 > D_1 > D_2$; el valor de fractalidad se mantiene en niveles muy aceptables. Es importante mencionar que se realizaron más pruebas de selección aleatoria para el cálculo de D_q y f_q y los resultados fueron consistentemente muy similares a los mostrados en la figura 19. Con base en estos resultados, podemos decir que el catálogo generado por el

modelo presenta efectivamente distribución fractal, y es importante mencionar que es algo que no está predeterminado de inicio en el modelado.

Ahora, es importante ver si la característica de multifractalidad se mantiene en el tiempo y si presenta cambios significativos antes de eventos de gran magnitud generados por el modelo. Para este análisis se tomó la sismicidad previa al evento de $M_w = 8.1$, aproximadamente en el mismo periodo mostrado en la figura 18 y se realizó el análisis de D_q y f_q con respecto al tiempo; fueron usadas ventanas separadas cada 25 años y el largo de cada ventana se ajustó para que contuviera 400 eventos; es importante mencionar que se realizaron pruebas con distintos tamaños y separaciones de ventanas y los resultados fueron similares en todos los casos considerados.

La figura 20 muestra los resultados para D_q y f_q , donde se puede observar comportamiento multifractal prácticamente durante todo el periodo mostrado, siendo más significativa la multifractalidad durante la ocurrencia de los eventos de mayor magnitud, los cuales están indicados por líneas verticales y es resaltada la de $M_w = 8.1$. Al inicio ocurre un evento con magnitud muy cercana a 8 y durante ese tiempo es muy clara la multifractalidad y es precisamente cuando el nivel de esfuerzos cae ($t = 2.5 \times 10^4$ (yr) de la figura 18). Durante el periodo de incremento del nivel de esfuerzos la multifractalidad es menos significativa. Con esto podemos decir que la multifractalidad es más significativa cuanto el modelo se encuentra en estado crítico.

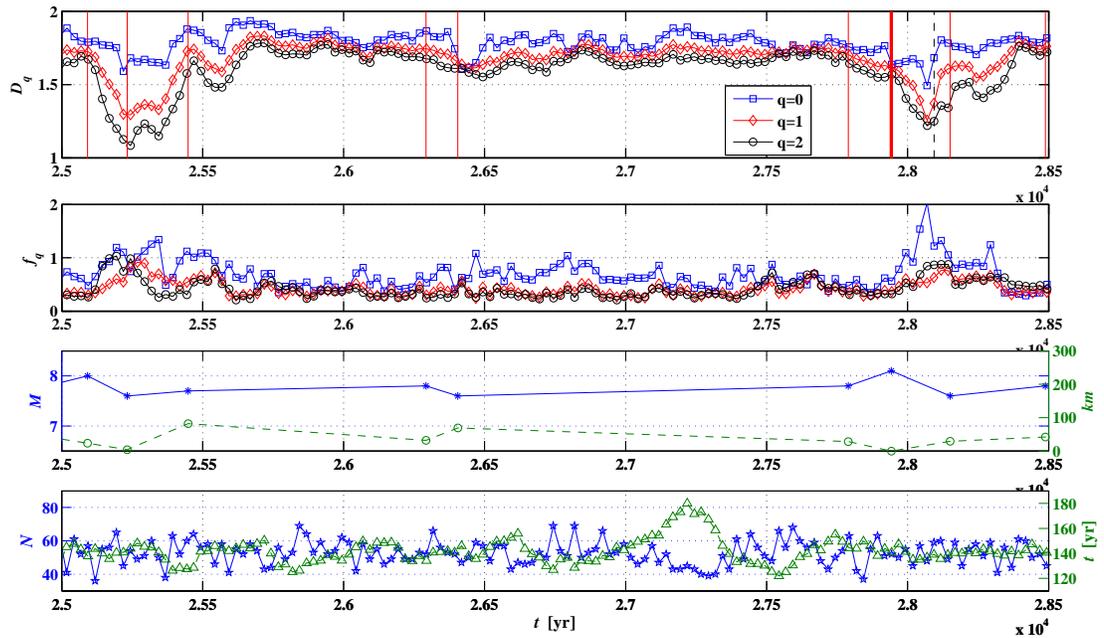


Figura 20. Comportamiento temporal de la distribución epicentral del catálogo Interzonas. En la parte superior de la grafica de muestra D_q , y líneas verticales que representan el tiempo de ocurrencia de eventos regionales con $M \geq 7$; la parte superior-media de la grafica muestra f_q , la parte inferior-media de la figura muestra, con asteriscos unidos por línea continua, las magnitudes de los eventos marcados con línea vertical anteriormente, mientras que la distancia con respecto al evento principal, es mostrada como círculos unidos por línea discontinua; en la parte inferior de la figura se muestra, con estrellas unidas por línea continua, el número de eventos en cada ventana, y la el tiempo necesario para obtener 400 eventos es mostrado con triángulos unidos por una línea continua.

3. 2- Conclusiones

El modelo Interzones, para el cual la localización y el tamaño de cada sismo depende mayormente del estado de esfuerzo debido a la sismicidad previa, genera epicentros con distribuciones multifractales, como las observadas en la sismicidad real.

El modelo evoluciona autónomamente hasta alcanzar comportamiento críticamente auto-organizado, como el observado en el ciclo sísmico real. Tal comportamiento no es una característica especificada a priori en el modelo.

Con base en los resultados obtenidos, podemos decir que este modelo podría representar un proceso viable para explicar la fractalidad de la distribución espacial de las fuentes sísmicas.

4.- Conclusiones generales

- Se mostró, claramente, que la distribución epicentral e hipocentral de la sismicidad, en las dos regiones analizadas presenta comportamiento multifractal, que no puede ser atribuido a localización aleatoria de los sismos, y que el comportamiento multifractal muestra variación temporal significativa.
- La variación de D_q observada, antes de los sismo grandes, sugiere que es posible identificar eventos precursoros a éstos.
- No se encuentra relación significativa, entre el *valor b* y D_q , lo que confirma que la relación propuesta por Aki (1981) no debe ser aplicada a distribuciones espaciales. La relación propuesta por Hirata, (1989a) puede ser un resultado particular de la región que él analizó.
- Para la región de Landers *b* sí presenta disminución previa al evento principal, siendo una característica ya reportada en trabajos previos (e.g. Smith, 1981; Enescu y Ito, 2001; Nuannin, 2006).
- El sencillo modelo Interzoned presenta un proceso viable para explicar la fractalidad de la distribución espacial de la sismicidad.

Reiteramos la posibilidad de que los resultados de multifractalidad y a fractalidad, encontrados en las dos regiones analizadas puedan ser aplicables sólo a los casos en cuestión; de manera que deben analizarse las dimensiones fractales y la a fractalidad previas a otros sismos, antes de poder ser considerados de aplicabilidad general y ser utilizados con el propósito de hacer estimaciones de peligro sísmico.

Es muy importante seguir trabajando por el mismo camino con el modelo, ya que parece ser una buena manera de explicar, con física y reglas simples, el comportamiento fractal de la distribución espacial de la sismicidad.

5.- Referencias bibliográficas

Aki, K. (1965). Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N = a - bM$ and its confidence limits. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, University of Tokyo. 43(2): 237-239.

Aki, K. (1981). Aprobabilistic synthesis of precursory phenomena. In: D.W. Simpson y P.G. Richards (eds), *Earthquake Prediction: An international review*. Washington, DC, AGU.

Chen, Y., Liu, J. & Ge, H. (1999). Pattern Characteristics of Foreshock Sequences. *Pure and Applied Geophysics*. 155: 395-408.

Chien-Chih, C., Wei-Chien, W., Young-Fo, C., Yih-Min, W. & Yuan-Hsi, L. (2006). A correlation between the b -value and the fractal dimension from the aftershock sequence of the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake. *Geophysical Journal International*. 167(3): 1215-1219.

Dasgupta, S., Mukhopadhyaya, B. & Bhattacharya, A. (2007). Seismicity pattern in north Sumatra-Great Nicobar region: In search of precursor for the 26 December 2004 earthquake. *J. Earth Syst. Sci.* 116(3): 215-223.

Dimitriu, P.P., Scordilis, E.M. & Karacostas, V.G. (2000). Multifractal Analysis of the Arnea, Greece Seismicity with Potential Implications for Earthquake Prediction. *Natural Hazards*. 21: 277-295.

Dongsheng, L., Zhaobi, Z. & Binghong, W. (1994). Research into the multifractal of earthquake spatial distribution. *Tectonophysics*. 233: 91-97.

Enescu, B. & Ito, K. (2001). Some premonitory phenomena of the 1995 Hyogo-Ken Nanbu (Kobe) earthquake: seismicity, b -value and fractal dimension. *Tectonophysics*. 338: 297-314.

Eneva, M. (1996). Effect of limited data sets in evaluating the scaling properties of spatially distributed data: an example from mining-induced seismic activity. *Geophysical Journal International*. 124(3): 773-786.

Geilikman, M.B., Golubeva, T.V. & Pisarenko, V.F. (1990). Multifractal patterns of seismicity. *Earth and Planetary Science Letters*. 99: 127-132.

Geller, R.J. (1997). Earthquake prediction: a critical review. *Geophysical Journal International*. 131: 425-450.

- Geller, R.J., Jackson, D.D., Kagan, Y.Y. & Mulargia, F. (1997). Earthquakes Cannot Be Predicted. *Science*. 275: 1616-1617.
- Goltz, C. (1997). *Fractal and Chaotic Properties of Earthquakes*. Berlin, Springer.
- Grassberger, P. & Procaccia, I. (1983a). Characterization of Strange Attractors. *Physical Review Letters*. 50(5): 346-349.
- Grassberger, P. & Procaccia, I. (1983b). Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 9(1-2): 189-208.
- Guo, Z. & Ogata, Y. (1995). Correlation between characteristic parameters of aftershock distributions in time, space and magnitude. *Geophys. Res. Lett.* 22(8): 993-996.
- Gutenberg, B. & Richter, C.F. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 34(4): 185-188.
- Harte, D. (1998). Dimension Estimates of Earthquake Epicentres and Hypocentres. *Journal of Nonlinear Science*. 8: 581-618.
- Harte, D. (2001). *Multifractals Theory and Applications*. New York, NY., Chapman & Hall/CRC.
- Hentschel, H.G.E. & Procaccia, I. (1983). The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 8(3): 435-444.
- Hirabayashi, T., Ito, K. & Yoshii, T. (1992). Multifractal Analysis of Earthquakes. *Pure and Applied Geophysics*. 138(4): 591-610.
- Hirata, T. (1989a). A correlation between the b Value and the Fractal dimension of Earthquakes. *Journal of Geophysical Research*. 94(B6): 7507-7514.
- Hirata, T. (1989b). Fractal dimension of fault systems in Japan: Fractal structure in rock fracture geometry at various scales. *Pure and Applied Geophysics*. 131(1): 157-170.
- Hirata, T. & Imoto, M. (1991). Multifractal analysis of spatial distribution of microearthquakes in the Kanto region. *Geophys Journal International*. 107: 155-162.
- Kagan, Y.Y. (2007). Why does theoretical physics fail to explain and predict earthquake occurrence?. *Lecture Notes in Physics*. 705: 303-359.

- Kagan, Y.Y. & Knopoff, L. (1977). Earthquake risk prediction as a stochastic process. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 14: 97-108.
- Keilis-Borok, V.(2002). Earthquake prediction: State-of-the-Art and Emerging Possibilities. *Annual Reviews. Earth Planet. Sci.* 30: 1-33.
- Kirschvink, J.L. (2000). Earthquake Prediction by Animals: Evolution and Sensory Perception. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 90(2): 312-323.
- Kurths, J. & Herzog, H. (1987). An attractor in a solar time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 25(1-3): 165-172.
- Legrand, D. (2002). Fractal Dimensions of Small, Intermediate, and Large Earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 92(8): 3318-3320.
- Legrand, D., Cisternas, A. & Dorbath, L. (1996). Multifractal analysis of the 1992 Erzincan Aftershock Sequence. *Geophys. Res. Lett.* 23(9): 933-936.
- Lighton, J.R.B. & Duncan, F.D. (2005). Shaken, not stirred: a serendipitous study of ants and earthquakes. *The Journal of Experimental Biology*. 208: 3103-3107.
- Lin, G., Shearer, P.M. & Hauksson, E. (2007). Applying a three-dimensional velocity model, waveform cross correlation, and cluster analysis to locate southern California seismicity from 1981 to 2005. *J. Geophys. Res.* 112(B12): B12309.
- Mandal, P. & Rastogi, B.K. (2005). Self-organized Fractal Seismicity and b value of Aftershocks of the 2001 Bhuj Earthquake in Kutch (India). *Pure and Applied Geophysics*. 162: 53-72.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*. 156(3775): 636-638.
- Mandelbrot, B. (1989). Multifractal Measures, Especially for the Geophysicist. *Pure and Applied Geophysics*. 131(1/2): 5-42.
- Márquez Ramírez, V., Nava F.A., & Reyes Dávila, G. (2012). Multifractality in seismicity spatial distributions: Significance and possible precursory applications as found for two cases in different tectonic environments. *Pure and Applied Geophysics*. doi: 10.1007/s00024-012-0473-9. [Publicado en línea: 19 abr. 2012]

Matsuzaki, M. (1994). Fractals in Earthquakes. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*. 348(1688): 449-457.

Molchan, G.M. (1997). Earthquake Prediction as a Decision-Making Problem. *Pure and Applied Geophysics*. 149: 233-247.

Nava, F.A., Márquez Ramírez, V.H. & Granados, J.F. (2011). Aftershock Identification Through Genetic Fault-Plane Fitting. In: E.P. Leite (ed). *Scientific and Engineering Applications Using MATLAB*. Intech, 17-32. Recuperado de: <http://www.intechopen.com/books/show/title/scientific-and-engineering-applications-using-matlab>.

Nerenberg, M.A.H. & Essex, C. (1990). Correlation dimension and systematic geometric effects. *Physical Review A*. 42(2): 7065-7074.

Nuannin, P. (2006). The potential of b-value variations as earthquake precursors for small and large events. (Tesis). University of Uppsala. Uppsala Sweden.

Núñez-Cornú, F.J., Reyes-Dávila, G., López, M.R., Gómez, E.T., Camarena-García, M.A. & Ramírez-Vazquez, C.A. (2004). The 2003 Armería, México Earthquake (M_w 7.4): Mainshock and Early Aftershocks. *Seismological Research Letters* 75(6): 734-743.

Paladin, G. & Vulpiani, A. (1987). Anomalous scaling laws in multifractal objects. *Physics Reports*. 156(4): 147-225.

Papazachos, B.C., Papadimitriou, E.E., Karakaisis, G.F. & Panagiotopoulos, D.G. (1997). Long-term Earthquake Prediction in the Circum-Pacific Convergent Belt. *Pure and Applied Geophysics*. 149: 173-217.

Pawelzik, K., Schuster, H.G. (1987). Generalized dimensions and entropies from a measured time series. *Physical Review A*. 35(1): 481-484.

Reid, H. (1910). *The mechanics of the earthquake, the California earthquake of April 18, 1906*, Report of the State Investigation Commission, Vol. 2, Carnegie Institute of Washington, USA.

Richter, C. (1958). *Elementary seismology*. New York, NY. W.H.Freeman.

Rikitake, T. (1976). *Earthquake Prediction*. New York, NY., Elsevier.

- Scholz, C.H. (1968). The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 58(1): 399-415.
- Scholz, C.H. (2002). *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. Cambridge, UK, Cambridge University Press. 2nd ed.
- Schroeder, M. (1991). *Fractals, Chaos, Power Laws: minutes from an infinite paradise*. New York, W.H. Freeman.
- Simpson, D.W. & Richards, P.G. (1981). *Earthquake Prediction: An international Review*. Washington D.C., American Geophysical Union.
- Smith, W.D. (1981). The *b*-value as an earthquake precursor. *Nature*. 289: 136-139.
- Stark, P.B. (1997). Earthquake prediction: the null hypothesis. *Geophysical Journal International*. 131: 495-499.
- Suzuki, Z. (1982). Earthquake prediction. *Annual Reviews. Earth Planet. Sci.* 10: 235-256.
- Tiampo, K.F., Rundle, J.B. & Klein, W. (2006). Premonitory seismicity changes prior to the Parkfield and Coalinga earthquake in southern California. *Tectonophysics*. 413: 77-86.
- Turcotte, D.L. (1991). Earthquake prediction. *Annual Reviews. Earth Planet. Sci.* 19: 263-281.
- Turcotte, D.L. (1992). *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. New York, NY, Cambridge University Press. 2nd ed.
- Wyss, M. (1973). Towards a Physical Understanding of the Earthquake Frequency Distribution. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*. 31(4): 341-359.
- Wyss, M. (1991). *Evaluation of proposed earthquake precursors*. Washington DC, AGU.
- Wyss, M. (1997a). Cannot earthquakes be predicted? *Science*. 278: 487-490.
- Wyss, M. (1997b). Second Round of Evaluations of Proposed Earthquake Precursors. *Pure and Applied Geophysics*. 149: 3-16.
- Wyss, M. & Booth, D.C. (1997). The IASPEI procedure for the evaluation of earthquake precursors. *Geophysical Journal International*. 131: 423-424.

Wyss, M., Sammis, C.G., Nadeau, R.M. & Wiemer, S. (2004). Fractal Dimension and b -value on Creeping and Locked Patches of the San Andres Fault near Parkfield, California. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 94(2): 410-421.

Yagi, Y., Mikumo, T., Pacheco, J. & Reyes, G. (2004). Source Rupture Process of the Tecoman, Colima, Mexico Earthquake of 22 January 2003, Determined by Joint Inversion of Teleseismic Body-Wave and Near-Source Data. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 94(5): 1795-1807.

Zúñiga, F. R., & Wyss, M. (1995). Inadvertent changes in magnitude reported in earthquake catalogs: influence on b -value estimates, *Bulletin of the Seismological Society of America*. 85: 1858–1866.

Zúñiga, F. R., & Wiemer, S. (1999). Seismicity patterns: are they always related to natural causes?. *Pure and Applied Geophysics*. 155: 713–726.