

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Ciencias de la Tierra con orientación
en Geofísica Aplicada**

**Inversión e interpretación 2D y 3D de datos de resistividad eléctrica en
el cenote Chac-Mool, Quintana Roo**

Tesis

Para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Luis Eduardo Ochoa Tinajero

Ensenada, Baja California, México
2016

Tesis defendida por

Luis Eduardo Ochoa Tinajero

y aprobada por el siguiente comité

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Co-Director de Tesis

Dra. Almendra Villela y Mendoza
Co-Director de Tesis

Dr. Francisco J. Esparza Hernández

M.C Vicente Ferreira Bartrina

Dr. Juan García Abdeslem
Coordinador del programa de posgrado en ciencias de la tierra

Dra. Rufina Hernández Martínez
Director de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis de **Luis Eduardo Ochoa Tinajero**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

Inversión e interpretación 2D y 3D de datos de resistividad eléctrica en el cenote Chac-Mool, Quintana Roo

Resumen aprobado por:

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Co-Director de Tesis

Dra. Almendra Villela y Mendoza
Co-Director de Tesis

La península de Yucatán, está constituida por una secuencia de sedimentos calcáreos que han dado origen a una extensa formación de cenotes, ríos subterráneos y cavernas producto del karst. La principal fuente de agua dulce en la región lo constituye un acuífero regional no confinado. Conceptualmente se describe como un lente de agua dulce flotando sobre un cuerpo de agua salada producto de la intrusión marina cuyo espesor varía según la cercanía a la costa. Con el objetivo de conocer las características que son parte del sistema hidrogeológico kárstico tales como cenotes, ríos subterráneos, cavidades secas e interface agua dulce/salada se aplicaron técnicas geofísicas para su exploración. Se aplicó el método geo-eléctrico de corriente directa (DC) y el método electromagnético en el dominio de la frecuencia (EM-LIN o EMDF) en el sistema kárstico donde se encuentra el cenote Chac-Mool, Quintana Roo. Se realizó inversión geofísica 2D de datos de resistividad eléctrica dando como resultado una tomografía eléctrica de 1.6 km de longitud perpendicular a la línea de costa y en dirección al cenote Chac-Mool. Esto permitió ubicar cenotes, el espesor de la zona vadosa, ríos subterráneos, cavidades secas, la profundidad al nivel freático y la zona de mezcla. Además, se realizó inversión geofísica 2D y 3D de datos de conductividad eléctrica utilizando el equipo EM-34 sobre el área de cenotes. La inversión 2D de datos EMDF dio como resultado siete perfiles de resistividad eléctrica que permitieron la ubicación de ríos subterráneos y cavidades secas. La inversión 3D dio como resultado un modelo de conductividad que graficado de forma isométrico permitió relacionar la trayectoria de ríos subterráneos en función de las conductividades en superficie. Los resultados mostraron que el método geo-eléctrico es más sensible a las variaciones de resistividad de las rocas karstificadas, mientras que el método EMDF da una visión más general del medio geológico. En general, ambos métodos pueden ser utilizados para caracterizar un medio kárstico dependiendo del objetivo que se busque, y ayudar al **modelo** hidrogeológico.

Palabras Clave: Acuífero kárstico, métodos eléctricos y métodos electromagnéticos.

Abstract of the thesis presented by **Luis Eduardo Ochoa Tinajero** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Earth Science with orientation in Applied Geophysics.

**Inversion and interpretation of 2D and 3D resistivity data on the sinkhole Chac-Mool,
Quintana Roo.**

Abstract approved by:

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Thesis Supervisor

Dra. Almendra Villela y Mendoza
Thesis Supervisor

The Yucatan peninsula is constituted by a calcareous sedimentary sequence which has given origin for a wide formation of sinkholes, underground rivers and caverns because of karst. A regional unconfined aquifer is the principal source of fresh water supply of the region. The conceptual model describes a freshwater lens floating over a saltwater layer because of the marine intrusion, which thickness depends on its proximity to the coast. With the goal to know the hydrogeological characteristics of the karst system like sinkholes, underground rivers, caverns and the interface of fresh/salt water mixing zone, we applied geophysical technics for their exploration. We applied electrical resistivity tomography (ERT) and electromagnetics methods at low induction numbers (EM-LIN or EMDF) on a karstic system where The Chac-Mool sinkhole is located, Quintana Roo, Mexico. We did 2D inversion of electrical resistivity data and we obtained a 1.6 km ERT line perpendicular to the coast line and in direction to the sinkhole Chac-Mool. The results allowed to locate sinkholes, vadose zone thickness, underground rivers, caverns, and the depth of the fresh/salt water mixing zone. Furthermore, we did 2D and 3D inversion of EMDF data using EM-34 equipment over the sinkholes zone. We obtained seven profiles. We did 2D inversion of EMDF data that allowed to locate underground rivers and dry caverns. The 3D inversion shows a model that allow us to correlate the path of the underground rivers with the resistivity of the subsurface. The results have shown that ERT is more accurate to the variations of the electrical resistivity of karstified rocks, while the EMDF method brings a regional vision of the geological media. In general, both methods can be used to characterize a karstic media, it will depend of the objective that is sought and both can help to the hydrogeological modeling.

Key words: Karstic aquifer, electrical and electromagnetics methods

Dedicatoria

Agradecimientos

Tabla de contenido

Resumen en español.....	iii
Resumen en inglés.....	iv
Dedicatoria.....	v
Agradecimientos.....	vi
Lista de figuras.....	ix
Lista de tablas.....	xiii
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Aspectos generales de la geofísica.....	3
1.2 Objetivos.....	4
1.2.1 General.....	4
1.2.2 Específico.....	4
1.3 Localización de la zona de estudio.....	5
1.4 Contexto Geológico.....	5
1.5 Geología Kárstica.....	7
1.6 Contexto Hidrogeológico.....	9
Capítulo 2 Marco teórico.....	11
2.1 Fundamentos teóricos de la resistividad eléctrica.....	11
2.1.1 Ley de Ohm.....	12
2.1.2 Ecuación de Laplace.....	13
2.1.3 Resistividad eléctrica.....	14
2.2 Arreglos Tetra-electródicos.....	15
2.2.1 Dipolo-Dipolo.....	16
2.2.2 Schlumberger.....	17
2.2.3 Wenner.....	18
2.3 Método de resistividad a bajos números de inducción.....	18
2.3.1 Orientación de las bobinas.....	20
2.4 Especificaciones de los equipos.....	20
2.5 Ecuación Integral para corriente directa.....	22
2.6 Ecuación integral para electromagnéticos en el dominio de la frecuencia.....	24
2.6.1 Bobinas magnéticas horizontales.....	25
2.6.2 Bobinas Magnéticas Verticales.....	26

2.7 Fundamentos de teoría de inversión	28
2.7.1 Método de minimización	28
Capítulo 3 Metodología.....	31
3.1 Trabajo de campo.....	31
3.2 Prospección eléctrica	31
3.3 Prospección electromagnética en el dominio de la frecuencia (EMDF)	36
3.4 Procesamiento e Inversión de datos geofísicos	39
3.4.1 Procesamiento de datos de resistividad eléctrica.....	40
3.4.2 Procesamiento de datos de conductividad 2D.....	42
3.4.3 Procesamiento de datos de conductividad 3D.....	43
3.5 Inversión EMDF-3D de BMV con orientaciones arbitrarias.	44
Capítulo 4. Resultados e interpretaciones	47
4.1 Resultados eléctricos 2D	47
4.2 Interpretación perfiles eléctricos	50
4.2.1 Interpretación perfil A (1,650 m)	51
4.2.2 Interpretación Perfil Lin13	54
4.2.3 Interpretación perfil Lin14	56
4.3 Resultados electromagnéticos 2D.....	58
4.3.1 Interpretación perfiles 2D	61
4.4 Resultados e interpretación Electromagnéticos 3D.....	65
Capítulo 5. Discusiones	75
5.1 Discusión métodos eléctricos.....	75
5.2 Discusión métodos EMDF 2D.	81
5.3 Discusión métodos EMDF 3D.	86
5.4 Discusión general	89
Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones.....	92
Literatura citada	94
Anexos.....	98

Lista de figuras

Figura	Página
1 Localización del cenote Chac-Mool en el estado de Quintana Roo, México.....	5
2 Geología de la península de Yucatán (tomado de García-Gil y Graniel-Castro, 2010).....	6
3 Representación conceptual de un medio kárstico costero. (Tomado de Monroy-Ríos, 2016).....	8
4 A) Intrusión salina en un acuífero costero detrítico. La relación HG se cumple. B) Intrusión salina en un acuífero costero kárstico. La relación HG no se cumple. Tomado y modificado de Lace y Mylroie (2013).	10
5 Arreglo Dipolo-Dipolo.....	16
6 Dispositivo Schlumberger.....	17
7 Dispositivo Wenner.....	17
8 Representación del método geofísico EMDF. Modificado de Reynolds (1997).....	18
9 Orientación de las bobinas. A) Bobinas magnéticas horizontales (BMH). B) Bobinas magnéticas verticales (BMV). Tomado y modificado de Pérez-Flores et al. (2012).....	19
10 A) Resistivímetro <i>SuperSting</i> . B) Bobinas EM-34.....	21
11 La línea verde representa el acceso principal que conduce desde la carretera Cancún-Tulum hasta el cenote Chac-Mool. Aquí se adquirieron nueve perfiles de tomografía eléctrica de forma traslapada (1,650 m). Las líneas en color naranja representan los perfiles geoelectrónicos Lin13 y Lin14 con una distancia dipolar de 5 m.....	30
12 Camino principal que conduce desde la carretera al cenote Chac-Mool.....	31
13 Perfil Lin13, la línea naranja representa el sitio donde fue adquirido, 135 m.....	32
14 Camino donde se adquirió el perfil Lin13.	32
15 Perfil Lin14, la línea naranja representa el sitio donde fue adquirido, 135 m.....	33
16 A) Zona donde se observa la roca caliza aflorando en la superficie. B) Camino a la zona de cenotes por donde pasó el perfil Lin14.	33
17 Se muestra los perfiles electromagnéticos tomados en la zona de los cenotes. Un color para cada perfil y están señalados del 1 al 7.....	35
18 Zona donde se tomaron los perfiles EMDF.	35

19	A) Vista de perfil de Cenote Chac-Mool. B) Vista desde la parte baja del Cenote Chac-Mool.....	36
20	A) Entrada al cenote Gran Hermano. B) Cenote Kukul-Kan.	37
21	Discretización del subsuelo 2D. Modificado de Pérez-Flores et al. (2001).....	38
22	El rectángulo blanco representa el rectángulo de la rejilla de prismas 3D.	40
23	Datos medidas en campo (Observados) y la respuesta del modelo inverso (Calculado), para cada configuración de electrodos DD, SC y WE. Los puntos representan cada una de las mediciones.	44
24	A) Perfil geoeléctrico A sobre el camino principal 1650m. B) Se muestra un croquis del camino principal que conduce desde la carretera Cancún-Tulum hacia el cenote Chac-Mool.	45
25	Modelo geoeléctrico Lin13.	46
26	Figura 26. Modelo geoeléctrico Lin14.	46
27	Figura 27. A) Interpretación del perfil geo-eléctrico A (1,650 m). B) Rasgos estructurales vistos en campo donde se obtuvo el perfil geo-eléctrico A. Se indica en cada metro las zonas importantes vistas en campo, la línea punteada roja representa la loma, la línea punteada azul representa el río subterráneo proveniente de la zona de cenotes en dirección al mar caribe, los cenotes quedan señalados con círculos azules y las cavernas o zonas aireadas con símbolos azules con blanco.....	48
28	A) Modelo de resistividad perfil Lin13, espaciado de electrodos 5m. B) En línea azul se muestra las posibles trayectorias de ríos que generan las anomalías detectadas en el modelo Lin13.....	51
29	A) Modelo de resistividad Lin14, espaciado de electrodos 5m. B) Mapa donde se adquirió el perfil Lin14 y señalado con una línea naranja. En azul se muestra los ríos Río2 y Río3. En blanco, se muestra el límite del Cenote Chac-Mool, Air-Dome y lo interpretado como macizo resistivo o rocoso (MR).....	53
30	Zona de cenotes donde se tomaron los 7 perfiles EMDF. Cada perfil está numerado del 1 al 7. El número está colocado al inicio de cada línea. En blanco se señalan las posiciones de los cenotes Chac-Mool, Pequeño Hermano y el Air-Dome.....	55
31	Resultados de la inversión conjunta EMDF de cada perfil numerado del 1 al 7. Los parámetros utilizados de inversión fueron $\Delta x=2.5m$ y $\beta=0.01$ y la escala es de resistividad ($\Omega\text{-m}$).....	56
32	Datos observados del perfil EMDF-Lin2 para BMH y BMV con sus respectivos modelos calculados al momento de hacer la inversión.....	56

33	Señala los perfiles EMDF numerados y con diferentes colores. En la imagen se encuentran los perfiles Lin1 hasta el perfil Lin7. Los números se localizan al inicio de cada perfil. Se señala el Río3 que conduce desde el cenote Pequeño Hermano hasta el cenote Chac-Mool. Se señala el Río2 como el río que conduce desde el cenote Chac-Mool hasta el cenote Pequeño hermano pasando por el Air-Dome. El rectángulo en blanco simboliza el área de la rejilla para la inversión 3D.....	57
34	Resultados EMDF-2D interpretados. Se muestra los perfiles EMDF desde el perfil Lin1 hasta el perfil Lin7. En la parte superior de cada perfil indicado con flechas se muestra las intersecciones con los ríos. La escala de resistividad está en Ω -m.....	58
35	Perfiles EMDF-2D, graficados en un espacio 3D para ver sus intersecciones y la correlación entre ellos.	59
36	A) Gráficas en planta del modelo 3D con BMV. B) Gráficas en planta del modelo 3D con BMH. Las líneas punteadas sobre cada sección simbolizan los perfiles EMDF.....	62
37	Modelos en planta de inversión conjunta BMH-BMV.....	63
38	A) Gráfica isométrica en Voxler del semi-espacio con los ríos, con vista en planta. B) Gráfica vista desde otro ángulo del semi-espacio con los ríos. Información obtenida de un mapa de buzos (Anexo E). Los números señalan la posición e inicio de cada uno de los perfiles EMDF. En Azul fuerte la posición y trayectoria del Río3, en azul claro la posición y trayectoria del Río2.	65
39	Modelo inverso EMDF-3D interpretado. A) Modelo 3D visto en planta, las líneas rectas representan donde se tomaron los perfiles EMDF. B) Vista desde otro ángulo arbitrario del modelo EMDF-3D. La iso-superficie color azul representa la caliza sana. La iso-superficie verde representa la roca saturada con agua dulce.....	66
40	Secciones verticales en el modelo 3D. Las líneas sobre puestas en la parte superior representan los perfiles EMDF. En profundidad se encuentran las trayectorias de los ríos, en colore azul marino el Río3 y en color azul-gris el Río2.....	68
41	Secciones sobre los perfiles EMDF Lin4 y Lin6. Muestra los bajos resistivos en superficie por donde intersectaron a los ríos 2 y 3.....	69
42	Modelos geoeléctricos sobre el camino principal que conduce al cenote Chac-Mool. Perfiles de 270 m con distancias dipolares de 10 m.....	98
43	Modelos geoeléctricos correspondientes al camino principal con discretizaciones $\Delta x=5, 10, \text{ y } 20\text{m}$ y β de 0.1, 0.01 y 0.001.	99
44	Modelos EM-2D hechos con el software de inversión de Santos (2004).....	100
45	Modelos 2D EMDF con $\beta=0.001$	101
46	Imagen del interior del cenote Chac-Mool. Se encuentra señalado la posición y profundidad de los ríos que conectan al cenote Chac-Mool con el cenote Pequeño Hermano.....	102

47	Datos observados y calculados de los perfiles EMDF, para cada configuración de bobinas, BMV y BMH.....	103
48	Gráfica en planta para distintas profundidades (z) del modelo inverso 3D con un $\beta=0.001$, correspondiente a la zona de cenotes donde se encuentra Chac-Mool y Pequeño Hermano.....	104
49	Modelos del perfil Lin13 obtenidos con EarthImager. A) Modelo de inversión conjunta DD-SC-WE; B) Modelo inverso con DD. C) Modelo inverso con WE. D) Modelo inverso con SC.....	105

Lista de tablas

Capítulo 1 Introducción

La península de Yucatán (PY) se extiende sobre un área kárstica típicamente caracterizada por la presencia de cenotes, cavernas, depresiones cerradas y ríos subterráneos. La principal fuente de agua potable en la región se encuentra en un acuífero no confinado (Bauer-Gottwein et al., 2011). El modelo conceptual del acuífero se describe como una lente de agua dulce flotando sobre agua salada más densa, cuyo espesor varía según la cercanía a la costa (Graniel et al., 2005).

El rápido desarrollo turístico y crecimiento poblacional que se ha dado en la región, amenaza la única fuente de agua potable por desechos de aguas residuales, lixiviados y una explotación del acuífero no sustentable. Para garantizar un uso sustentable de éste recurso, es necesario tener un amplio conocimiento sobre las características geológicas e hidrogeológicas del sitio. Se requiere hacer simulación hidrológica con métodos numéricos y desarrollar técnicas en campo que permitan caracterizar el sistema kárstico de manera rápida y confiable, ya que la hidrogeología es compleja debido a la heterogeneidad del terreno y al sistema de canales y galerías que conectan a los cenotes.

El sistema kárstico está presente en toda la PY, es un ambiente subterráneo que cambia constantemente con el tiempo. En principio, un acuífero kárstico se caracteriza por la presencia de dos tipos de flujo, el presente en las fracturas de roca caliza y el que está en los conductos. Un modelo geohidrológico que describa el flujo, requiere información espacialmente distribuida y detallada de las características hidrológicas y geomorfológicas del sistema. Para conocer las formas y el interior del karst se puede acceder a él por los cenotes, que son formaciones de origen kárstico que conectan el acuífero con la superficie. El grupo de espeleología de Quintana Roo (QRSS) ha explorado y cartografiado gran parte de los conductos kársticos presentes en la PY (QRSS, 2016). Debido a las geometrías tan complejas y la saturación de agua, en algunas ocasiones suele ser complicado y de alto riesgo para los buzos ingresar a estos sitios.

El estado de Quintana Roo (QR) recibe aproximadamente 1,200 mm de precipitación anual sobre una superficie casi plana con alturas que oscilan entre los 5 y los 15 m sobre el nivel del mar (CNA, 1995). Por la alta permeabilidad de la roca caliza el agua es filtrada rápidamente hacia el subsuelo. En consecuencia, no existen ríos superficiales y la única fuente de agua dulce disponible para la región se encuentra de forma subterránea.

El acuífero de QR al ser costero, es afectado por la intrusión salina. La Comisión Nacional del Agua (CNA, 2001), ha reportado intrusión salina hasta 50 km tierra adentro. La zona de mezcla entre agua dulce y salada se denomina haloclina (Beddows, 2004). Con base a resultados de distintos autores, se ha encontrado que en la zona de mezcla se produce una disolución preferencial de las rocas calizas (Back, 1986; Smart et al., 2006). Smart et al. (2006) realizaron un estudio donde correlacionan la profundidad de cuevas subterráneas con la posición de la haloclina y en base a sus observaciones proponen que la zona de mezcla es la más favorable para la formación de cuevas que pueden localizarse entre los 5 y 15 m (por debajo del nivel freático) cerca de la costa. La zona de mezcla puede variar su espesor y profundidad debido a varios factores, incluyendo conductos que la atraviesan transversalmente, efectos de turbulencia por la descarga y a efectos de marea que desaparecen tierra adentro (Beddows, 2004).

En estudios para evaluar la disponibilidad de agua dulce en acuíferos costeros se aplica el principio de Ghyben-Herzberg. éste principio relaciona el espesor del agua dulce con la profundidad de la interface de la intrusión salina en el acuífero. Para un medio homogéneo, en condiciones de equilibrio y una interface bien definida la profundidad de la interface salina (z) viene dada por la relación $z = -40h$ donde h es el espesor del lente de agua dulce respecto al nivel del mar. Algo importante a considerar en el estudio del acuífero costero de QR es que en los primeros 10 km a partir de la línea de costa éste principio no se cumple (Beauer-Gottwein et al., 2011). Beddows (2004) encuentra una relación de la interface salina en el acuífero costero y cerca de la costa dada por $z = -23h$. Esto supone la mitad del agua dulce predicha por el principio de Ghyben-Herzberg. En un estudio llevado a cabo por Gondwe et al. (2010) donde realizaron 17 registros geofísicos de pozo y 21 sondeos electromagnéticos transitorios (EMDT) en QR, concluyen que el principio de Ghyben-Herzberg se cumple solo de manera regional (para grandes extensiones ≈ 50 km).

Se ha mostrado que las técnicas geofísicas pueden brindar información detallada del karst, como localización de las cavidades, fracturas, mediciones del espesor de la zona vadosa, zona saturada, entre otras características. Chalikakis et al. (2011) hacen una amplia descripción y comparación de la aplicación de métodos geofísicos en la exploración de sistemas kársticos. Se ha demostrado que la técnica de tomografía eléctrica ha dado buenos resultados en la exploración del karst presente en otras partes del mundo (Van Schoor, 2002; Ahmed y Carpenter, 2003; Jardani et al., 2006; Siart et al., 2009). Sin embargo, son pocos los trabajos reportados en la literatura que utilizan técnicas geofísicas para caracterizar y modelar sistemas kársticos en la PY. Supper et al. (2009) midieron la profundidad de la haloclina aplicando tomografía eléctrica (TE); estos resultados se utilizaron para calibrar un modelo de

exploración con electromagnéticos-aéreos y mapear sistemas de cuevas sumergidas en la reserva del Sian-Kan, QR.

Los métodos electromagnéticos en el dominio de la frecuencia (EMDF) han sido aplicados para detectar cavernas en QR solamente de manera cualitativa por [Supper et al. \(2009\)](#), ellos no realizan inversión geofísica, se limitan a hacer una descripción de la anomalía resistiva generada por una caverna. No existen trabajos publicados utilizando inversión geofísica EMDF- 2D y 3D aplicados al sistema kárstico de QR.

El propósito de éste trabajo es aplicar técnicas de exploración geofísica, en particular, métodos eléctricos de corriente directa y métodos electromagnéticos en el dominio de la frecuencia (EMDF) para modelar y caracterizar una parte del sistema kárstico costero de QR. Se pretende mostrar una técnica de modelado 2D y 3D empleando EMDF que pudiera ser de gran ayuda para el modelado hidrogeológico.

1.1 Aspectos generales de la geofísica

Se han desarrollado diferentes técnicas y metodologías para la prospección geofísica, que busca medir diferentes propiedades físicas del suelo y las rocas, estas propiedades son la permeabilidad magnética (μ), densidad de masa (ρ_m), módulos de elasticidad, y la distribución de la resistividad eléctrica del subsuelo (ρ) o la conductividad eléctrica (σ). Entre los métodos geofísicos que manejan las propiedades físicas antes mencionadas están los; métodos potenciales, el método sísmico y los métodos eléctrico y electromagnético (EM). Los métodos EM manejan campos EM que son ondas que cuentan con una amplitud (A), fase (ϕ) y dependen de la frecuencia (ω). La prospección eléctrica de corriente continua es un caso particular de los métodos EM donde la frecuencia (ω) es igual a cero.

Los métodos EM para prospección geofísica han sido ampliamente utilizados en la práctica, por ejemplo en la prospección minera, exploración de aguas subterráneas, intrusión salina en acuíferos costeros, localización de fracturas o cavernas, estudios de contaminación del suelo, riesgo geológico, campos geotérmicos, zonas arqueológicas, etc.

Para poder determinar la distribución de la resistividad del subsuelo, se necesita una fuente que inyecte corriente eléctrica y un receptor que sea capaz de medir los efectos de la fuente y la respuesta de la

tierra al ser perturbada. La gran variedad y formas de inducir campos EM en la tierra y las diferentes componentes que es posible medir hacen que estos métodos sean muy diversos y que cada uno sirva para objetivos diferentes.

En éste trabajo se utilizarán dos ramas de los métodos EM; el de corriente continua ($\omega=0$) y EM en el dominio de la frecuencia (EMDF $\omega \neq 0$). En el primero, la fuente consta de electrodos clavados en tierra, en los cuales se inyecta una corriente eléctrica y se mide una diferencia de potencial. Se realizan una serie de mediciones de éste tipo y posteriormente un proceso de inversión. A esto se le denomina tomografía eléctrica (TE). En el segundo, se utiliza una fuente magnética que genera un campo EM. Se induce corrientes en el subsuelo y estas pueden ser medidas con otra bobina (receptor). Éste método EMDF se le denomina también como EM a bajos números de inducción o por sus siglas en inglés EM-LIN (*low induction numbers*). En el capítulo 2 se describirá con detalle estos dos métodos geofísicos.

1.2 Objetivos

1.2.1 General

- Obtener modelos geofísicos en 2D y 3D que permita obtener: geometrías del karst, profundidad del nivel freático y zona de mezcla, espesor de la zona vadosa y caracterizar el medio geológico en función de las propiedades resistivas de las rocas.

1.2.2 Específico

- Hacer una tomografía eléctrica en 2D perpendicular a la línea de costa que permita ver el avance de la intrusión salina en el acuífero además de detectar cavernas, cenotes y ríos subterráneos.
- Realizar un modelo 3D de una zona kárstica con datos EMDF.
- Complementar el algoritmo hecho por [Pérez-Flores et al. \(2012\)](#) que incluya resolver el problema de inversión 3D para datos EMDF con direcciones de bobinas arbitrarias.
- Verificar la eficiencia de los métodos EMDF aplicados en sistemas kársticos.

1.3 Localización de la zona de estudio

Este trabajo tiene como área de estudio un predio donde se encuentra el cenote Chac-Mool. El predio se localiza aproximadamente a 20 km al sur de Playa del Carmen Quintana Roo, y a 2 km de la costa (figura 1), cubre un área de 2 Km² en el municipio de Solidaridad en el estado de Quintana Roo, México. Las coordenadas del cenote Chac-Mool son Latitud 20° 30' 46.37" N y Longitud 87° 14' 49.32" W.

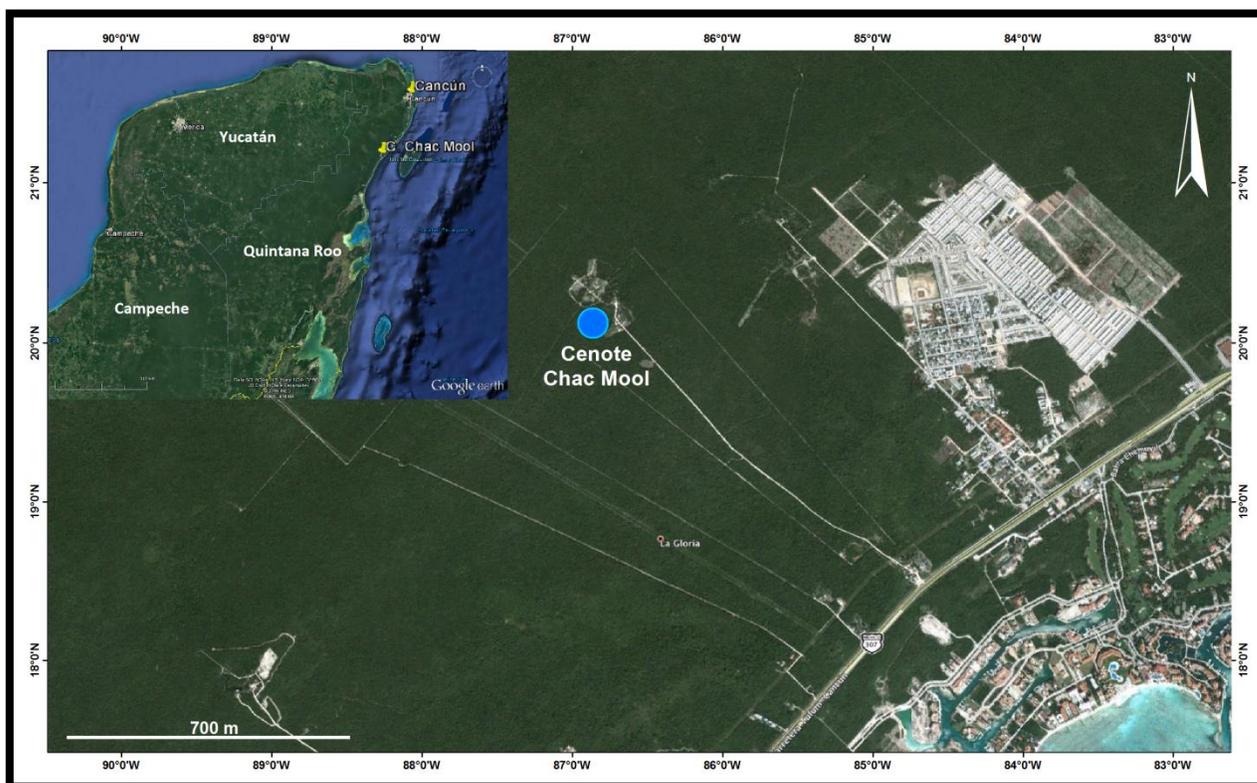


Figura 1. Localización del cenote Chac-Mool en el estado de Quintana Roo, México.

1.4 Contexto Geológico

La península de Yucatán se encuentra al sureste de México, esta región divide el golfo de México del mar caribe. La Península la integran los estados mexicanos de Yucatán, Quintana Roo, Campeche y partes de Tabasco, así como Belice y la parte norte de Guatemala. Se caracteriza por la ausencia de montañas y ríos superficiales. Esta región se encuentra por debajo de los 200 msnm.

Desde el punto de vista geológico, la PY es una plataforma constituida por una secuencia de sedimentos calcáreos de origen marino del Terciario reciente (5-1,7 Ma) (Bonet y Butterlin, 1962). La PY es la parte emergida de la gran plataforma de Yucatán, una plataforma carbonatada con una superficie de 300,000 km² (Bauer-Gottwein et al., 2011). La parte expuesta de la plataforma, en gran medida karstificada, abarca solo la mitad de ésta (150,000 km²), separando el golfo de México del mar caribe. La parte sumergida oeste de la plataforma es llamada “*Campeche bank*” y se extiende 200 km al noroeste adentro del golfo de México a profundidades menores de 200 m (Kambesis y Coke 2013). La parte sumergida al este de la península se extiende 10 km desde la línea de costa del mar caribe con una profundidad de ≈400 m al este de la isla de Cozumel (Beddows, 2003). Tectónicamente la PY ha estado inactiva desde el pleistoceno tardío (2.6 Ma) (Ward et al., 1985) así que las mayores variaciones en el nivel del mar son atribuidas a los periodos de glaciaciones.

Durante el Cretácico (136-66 Ma) tuvieron lugar una serie de transgresiones marinas que permitieron la formación de estratos de caliza de hasta 1,300 m de espesor. Posteriormente, durante el Terciario (66-2.6 Ma) se sedimentaron otros 1,000 m de carbonatos, que incluyen la formación Carrillo Puerto del Mioceno-Plioceno (23-3.6 Ma), de unos 15 m de espesor y que forma la parte más superficial de muchos de los sistemas de cuevas en la zona de estudio en Quintana Roo (Rodríguez y Crespo, 2010). La figura 2 muestra de forma general la geología de la península de Yucatán (García-Gil y Graniel-Castro, 2010).

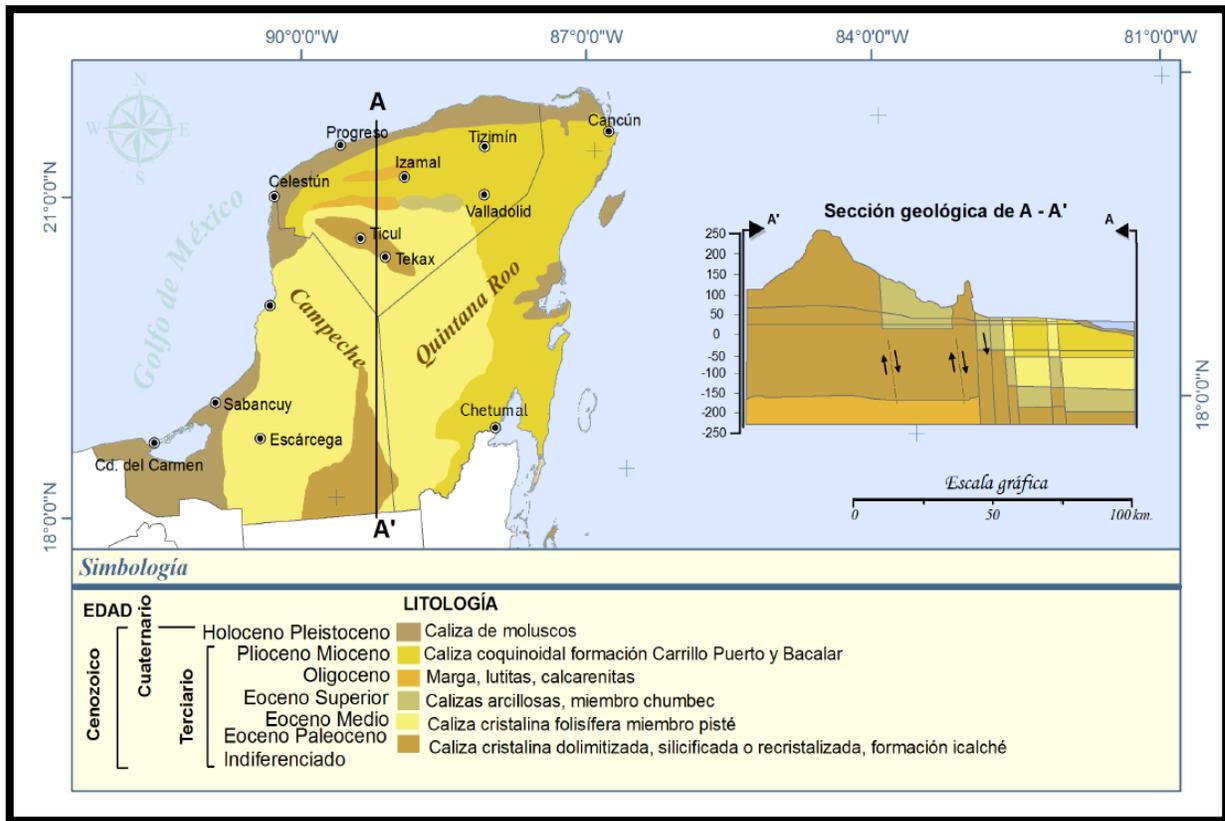


Figura 2. Geología de la península de Yucatán (tomado de García-Gil y Graniel-Castro, 2010)

La falta de arcillas y margas del Terciario superior (5-1.7 Ma) provoca que la lluvia se infiltre rápidamente a través de las rocas carbonatadas, hasta el interior del acuífero provocando la karstificación del terreno (CNA, 1997). El tipo de rocas que predominan en la península son las calizas, las dolomitas y evaporitas alcanzando espesores mayores a los 1,500 m (Ward et al., 1985), que están depositadas sobre un basamento de rocas ígneas y metamórficas.

1.5 Geología Kárstica

Se denomina karst al proceso geomorfológico que consiste en la combinación de los mecanismos de disolución, colapso y construcción de la roca caliza (Beddows et al., 2007). La alta solubilidad de las rocas y la porosidad bien desarrollada dan origen a un terreno con una hidrogeología y topografía muy distintivas.

El karst de Yucatán fue creado en su inicio de depósitos calcáreos del terciario reciente (5-1.7 Ma), bajo la fuerte influencia de los flujos de agua del mar caribe durante el Pleistoceno (2.6-.12 Ma) (Ward et al., 1985). La subsidencia tectónica causó una inmersión parcial de las rocas carbonatadas. Estas rocas altamente karstificadas están extensamente expuestas con la superficie mediante una larga red de ríos subterráneos y que llegan a formar los característicos cenotes. En éste ambiente el agua de lluvia es rápidamente filtrada por las grietas (porosidad secundaria) hacia grandes conductos (porosidad terciaria) producidos por la disolución de la roca, esto sucede porque la roca caliza es altamente soluble al reaccionar con agua que contiene dióxido de carbono (Márquez-García, 2008).

Rodríguez y Crespo (2010) describen que las cuevas y galerías se forman por disolución de las rocas carbonatadas por el contacto del agua subterránea ligeramente ácida (principalmente en la zona de mezcla). El karst tiene su origen cuando el agua de lluvia se mezcla con el CO₂ atmosférico y del suelo y forma ácido carbónico que disuelve la caliza. Cuando la solución rica en CO₂ llega a una cavidad con una atmosfera con menor CO₂, la presión del dióxido de carbono tiende a igualarse en ambas partes y precipita en forma de calcita. Los procesos endokarsticos se favorecen en condiciones climáticas húmedas y frías. Las variaciones de temperatura y del nivel del mar a lo largo del tiempo, han favorecido al desarrollo del karst en diferentes niveles de profundidad en la región. Una descripción más amplia de la química de estos procesos se puede consultar en Palmer (1991, 2007) y Ford y Williams (1989). En periodos de glaciaciones el nivel del mar y por consiguiente el nivel freático descendieron, facilitando la formación de conductos kársticos con un sentido de drenaje preferencial hacia el mar (Smart et al., 2006). En los conductos aireados llegaba fácilmente el agua de lluvia formando gas carbónico generando procesos de karstificación en zonas profundas que posteriormente fueron rellenadas con agua por el aumento del nivel del mar y el nivel freático (Smart et al., 2006).

Una característica importante es la formación de cenotes. Estos se pueden formar por dos procesos; por disolución desde la superficie o por colapso. El colapso puede ocurrir cuando por efectos de la circulación de agua subterránea, las galerías se van interconectando entre si tanto horizontalmente como verticalmente, creando zonas de inestabilidad estructural dentro del sistema de cavernas, que pueden producir desplomes del techo. Cuando existe un desplome y queda conectada la parte superficial con una cavidad se forman los cenotes (Beddows, 2007). Los factores que desencadenan esto son la fuerza de gravedad ayudada por planos de fractura y el peso del techo y el descenso en el nivel freático que actúa disminuyendo la presión hidrostática ascendente (principio de Arquímedes) sobre el techo de la cavidad (Rodríguez y Crespo, 2010).

A pesar de su importancia por su relación con las aguas subterráneas y el desarrollo turístico, en México el karst ha sido poco estudiado. La siguiente imagen (figura 3) muestra los principales elementos de un paisaje kárstico costero como el que se presenta en las costas del estado de QR.

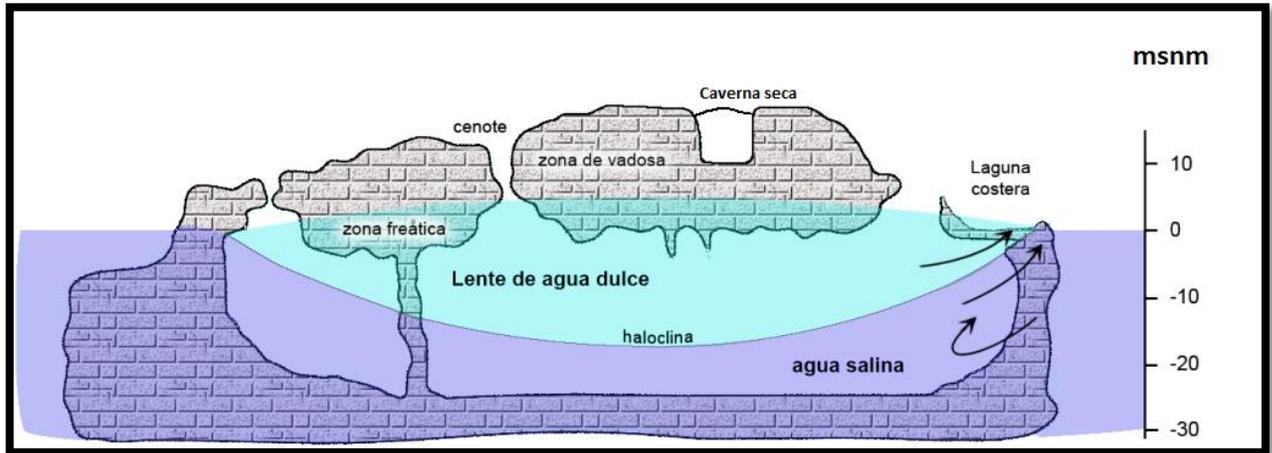


Figura 3. Representación conceptual de un medio kárstico costero. (Tomado de [Monroy-Ríos, 2016](#))

1.6 Contexto Hidrogeológico

El estado de QR, localizado en la parte noreste de la PY (Fig. 1), es un gran ejemplo de costas carbonatadas cuya hidrología regional ha dado resultado en una extensa y compleja formación de un acuífero con ríos subterráneos. El grupo de exploración en espeleología de QR ([QRSS, 2013](#)) ha reportado más de 1000 km de pasajes con cuevas y conductos sumergidos desde Miyul hasta Puerto Morelos. Además de los sistemas subterráneos, se han documentado más de 100 km de conductos secos en la zona vadosa ([Kambesis y Coke, 2013](#)).

El acuífero de Quintana Roo se considera como no confinado, la recarga se debe por infiltraciones y precipitaciones en las zonas más altas. La densidad de conductos subterráneos desde Tulum hasta Xel-Ha se ha estimado en $> 2 \text{ km/km}^2$ ([Beddows, 2003](#)). El gradiente hidráulico en la zona al sur de playa del Carmen es de 58-130 mm/km ([Beddows, 2004](#)). De acuerdo a [Worthington y Ford \(2009\)](#) en un sistema kárstico la conductividad hidráulica K (m/s) depende de la escala en la que se mida. Puede variar desde una escala de 10 cm donde $K=10^{-4}$ m/s, a una escala de 100 km donde $K=1$ m/s, esto debido a que si se toma una muestra pequeña, la conductividad hidráulica será distinta a si se mide tomando en cuenta las fracturas y conductos kársticos, en el segundo caso será mucho mayor. Estudios de la conductividad

hidráulica hechas en laboratorio a pequeña escala pueden consultarse en (González-Herrera 1984; Reeve and Perry, 1990) o a escala regional para modelado hidrogeológico en (Charvet 2009; González-Herrera et al., 2002; Marín et al., 2004). En un estudio hidrogeológico llevado a cabo por Gondwe et al. (2010) en la parte sur-este de la PY, estima la conductividad hidráulica en escala regional (≈ 100 km) de 0.3 m/s. Estudios hidrogeológicos de campo hechos por Beddows (2004) documentaron 2 tipos de flujo salino en las costas del mar caribe; un flujo superficial (zona de mezcla) con dos direcciones que responde con la frecuencia de las mareas y que penetra hasta 9 km tierra adentro y el segundo, una incursión salina continua en el rango de 5-45 m en profundidad. Un aspecto interesante de su estudio, es la dirección opuesta del flujo de la zona de mezcla y la parte profunda que incursiona en una sola dirección, y la separación de la zona de mezcla del lente de agua dulce. Aunque ella notó que la zona de mezcla es modulada por la marea, el flujo profundo de intrusión salina ocurre independientemente del nivel medio del mar y los cambios en la marea. Incluso propone que la incursión salina (profunda y continua) penetra por el mar caribe y se descarga en el golfo de México.

Beddows (2004) documentó que la relación Ghyben-Herzberg (GH) no se cumple dentro de los primeros 10 km de la línea de costa (para localizar la haloclina); menciona en su trabajo, que para entender porque pasa esto se necesita un estudio de fluidos en medios porosos que incluyan efectos de turbulencia. La figura (4) muestra la diferencia de la intrusión salina en un acuífero detrítico y en un acuífero kárstico. En A) se observa que se cumple la relación de GH y en B) no se cumple.

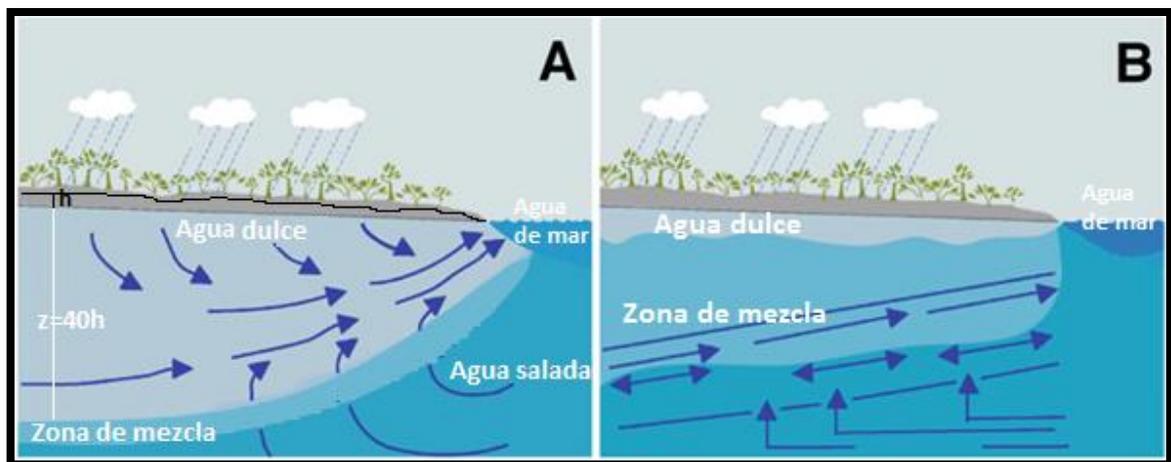


Figura 4. A) Intrusión salina en un acuífero costero detrítico. La relación HG se cumple. B) Intrusión salina en un acuífero costero kárstico. La relación HG no se cumple. Tomado y modificado de Lace y Mylroie (2013).

Capítulo 2 Marco teórico

2.1 Fundamentos teóricos de la resistividad eléctrica

Las ecuaciones que describen los métodos geoelectrónicos se derivan de las leyes de Maxwell. Estas leyes describen que los campos eléctricos y magnéticos son manifestaciones del mismo fenómeno; el campo electromagnético. Las ecuaciones de Maxwell en su forma general son las siguientes.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Dónde:

\mathbf{B} Es el vector de inducción magnética medido en Wb/m^2 o teslas.

\mathbf{E} Es el campo eléctrico medido en V/m .

\mathbf{J} Es la densidad de corriente eléctrica medido en A/m^2 .

∇ Es el operador nabla.

ρ Es la densidad de carga encerrada (C/m^3).

t Es el tiempo.

Y

ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío ($8,8541878176 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$); μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío ($4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$).

La ecuación (1) es la denominada Ley de Gauss para el campo magnético, el significado físico de esta ecuación es la no existencia de los monopolos magnéticos. Un campo magnético es un ejemplo de

campo selenoidal, los cuales se caracterizan porque sus líneas de campo son cerradas sobre sí mismas. Matemáticamente la divergencia es cero o bien no existen fuentes ni sumideros sobre una superficie que encierre a éste campo. La ecuación (2) se le conoce como la Ley de Faraday. Esta establece que el voltaje inducido en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con que cambia el flujo magnético en el tiempo. La ecuación (3) es conocida como ley de Gauss y su interpretación física es que el flujo eléctrico que pasa a través de una superficie cerrada es proporcional con la carga eléctrica que se encierra dentro de ella, dicho de otra forma, esta ley permite calcular el campo eléctrico producido por una distribución de cargas. Y la ecuación (4) es conocida como la Ley de Ampere-Maxwell, establece que una corriente que circula a través de un contorno producirá un campo magnético proporcional a la intensidad de la corriente sobre el mismo contorno.

En el caso de métodos eléctricos o de campos electromagnéticos de frecuencia cero las ecuaciones (2) y (4) se reducen a las siguientes.

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (6)$$

Esto significa que no hay conversión de campo magnético a eléctrico (ecuación 5), pero si hay conversión de eléctrico a magnético (ecuación 6), que es la base del método geofísico Magnético Resistivo (MMR)

A frecuencia cero el campo eléctrico es un campo vectorial que tiene la característica de ser un campo conservativo. Los campos vectoriales conservativos pueden expresarse mediante el gradiente de un potencial escalar (V).

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (7)$$

Esta última expresión nos servirá para formular una relación entre el voltaje con la resistividad.

2.1.1 Ley de Ohm

Para hacer fluir la corriente, se necesita “empujar” las cargas. Que tan rápido se moverán, en respuesta al “empuje” dado, dependerá de la naturaleza del material. Para la mayoría de los materiales, la densidad de corriente \mathbf{J} es proporcional a la fuerza \mathbf{f} por unidad de carga.

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{f} \quad (8)$$

La constante de proporcionalidad en el caso isotrópico es una constante empírica que varía de un material a otro, es llamada la “conductividad (σ)” del medio. Se denomina al recíproco de esta magnitud ($1/\sigma$) como la resistividad ρ . Si un material fuera un conductor perfecto σ sería infinito ($\sigma = \infty$). En el caso de las cargas eléctricas, quien aplica la fuerza \mathbf{f} es la fuerza electromagnética que experimenta una carga en presencia de un campo eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{B} (Griffiths, 1999).

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (9)$$

Normalmente, la velocidad de las cargas son suficientemente pequeñas que el segundo término puede ser ignorado:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (10)$$

La ecuación (10) es conocida como la Ley de Ohm, aunque la física detrás de éste fenómeno está descrito por la ecuación (8), la ecuación (10) es solo un caso especial de éste fenómeno.

El campo eléctrico puede existir en el vacío, pero la densidad de corriente solo existe si el medio es conductor. En el caso isotrópico, ambos campos son paralelos. En el caso anisótropo la conductividad se vuelve una matriz y los campos ya no son necesariamente paralelos.

2.1.2 Ecuación de Laplace

El primer reto en electrostática es encontrar el campo eléctrico debido a una distribución de cargas estacionarias. De la ecuación (7) se sabe que el campo eléctrico se puede escribir como el gradiente de un potencial escalar. Se puede expresar el campo eléctrico \mathbf{E} en términos del potencial V sustituyendo la ecuación (7) en la ecuación (10).

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla V \quad (11)$$

Matemáticamente se sabe que la divergencia de un rotacional es igual a cero, si le aplicamos la divergencia a la ecuación (6) obtenemos:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (12)$$

Geoméricamente esto nos dice que no existen fuentes ni sumideros en una superficie de control que rodea un campo vectorial. Sustituyendo la ecuación (11) en (12) obtenemos

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = \sigma \nabla \cdot \nabla V + \nabla V \cdot \nabla \sigma = 0 \quad (13)$$

Si suponemos un semiespacio homogéneo, es decir que la conductividad no varíe en ninguna dirección, es decir $\nabla \sigma = 0$, entonces la ecuación (13) se reduce a la ecuación de Laplace.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (14)$$

Esta última ecuación, es para determinar el potencial que será observado sobre un semi-espacio homogéneo. En el caso unidimensional se aplica la ecuación de Laplace para cada capa y luego se pegan las soluciones generales por medio de las condiciones de frontera, una técnica comúnmente utilizada es por el método de Parkeris para múltiples capas. Para modelado en 2D y 3D, los métodos más utilizados son los de diferencias finitas, elementos finitos y ecuación integral.

2.1.3 Resistividad eléctrica

En geofísica se trabaja con la resistividad eléctrica del subsuelo, ya que a diferencia de la resistencia (Ω), la primera es una propiedad intrínseca de la materia y se mide en $\Omega\text{-m}$. Partamos del caso más simple, una fuente de energía eléctrica en la superficie de la tierra y en un medio homogéneo. La corriente fluirá desde la fuente radialmente y el potencial variará inversamente con la distancia de la fuente. Las líneas equipotenciales tienen una forma de semiesferas y las líneas de corriente serán perpendiculares a estas. Para encontrar una ecuación del potencial en función de la distancia r [$v(r)$], se puede relacionar la densidad de corriente \mathbf{J} que atraviesa la sección transversal de un conductor de superficie (S) con la corriente I de la siguiente manera:

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (15)$$

Donde la corriente I se mide en Amperios, y \mathbf{J} en Amperios sobre metro cuadrado. Resolviendo esta última integral en la semiesfera respecto a θ y ϕ en coordenadas esféricas:

$$I = Jr^2 \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \quad (16)$$

De aquí se obtiene que

$$J = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (17)$$

Se puede expresar el campo eléctrico como la variación del voltaje en una dirección

$$E = -\frac{dV}{dr} \quad (18)$$

Sustituyendo la ecuación (18) en ecuación (11) e igualando con la ecuación (17) se obtiene:

$$J = -\sigma \frac{dV}{dr} = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (19)$$

Integrando esta última ecuación respecto a r y cambiando $1/\sigma = \rho$ se obtiene

$$V = \frac{I\rho}{2\pi r} \quad (20)$$

Éste es el potencial para una distancia r desde el electrodo fuente que depende también de la resistividad ρ que va a variar dependiendo el tipo de roca y del grado de saturación entre otros.

2.2 Arreglos Tetra-electrónicos

Anteriormente se consideró el potencial debido a una fuente puntual enterrada en el subsuelo. Se puede considerar ahora un par de electrodos fuente (A, B) y otro par de electrodos receptores (M, N), la expresión para el potencial será la superposición de los potenciales. Al tener dos puntos de receptor, se tendrá dos potenciales debido a dos fuentes. Para fines prácticos se restan y a eso se le llama la diferencia de potencial ($V_m - V_n$), esto nos lleva:

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{R_{AM}} - \frac{1}{R_{BM}} \right) - \left(\frac{1}{R_{AN}} - \frac{1}{R_{BN}} \right) \right] \quad (21)$$

Renombrando todo lo que está dentro de los corchetes como G (factor geométrico) y despejando ρ de la ecuación (21) se obtiene una expresión más general para la resistividad:

$$\rho = 2\pi \frac{\Delta V}{I} G^{-1} \quad (22)$$

Esta ecuación es válida para un medio homogéneo e isotrópico con interface aire-tierra horizontal. Como la tierra es realmente heterogénea, las resistividades que se miden no son las reales, sino aparentes, entonces basta con reescribir ρ por una resistividad aparente ρ_a .

Existen diferentes configuraciones a la hora de colocar los 4 electrodos, en el presente trabajo se utilizaron los tres arreglos tetra-electródicos más comunes en prospección geoelectrica; Dipolo-Dipolo (DD), Schlumberger (SC) y Wenner (WE). Se puede tomar datos de resistividad eléctrica aplicando una combinación de estos tres arreglos sobre el mismo sitio. Aplicando un proceso de inversión geofísica se puede obtener imágenes 2D del subsuelo, a esta metodología se denomina tomografía eléctrica. Los arreglos tetra-electródicos se describen en base a lo descrito por Orellana (1972).

2.2.1 Dipolo-Dipolo

En éste dispositivo los electrodos se disponen sobre una línea en el orden (A, B)-(M, N) formando así un doble dipolo (Figura 5). Donde (A, B) son electrodos de corriente y (M, N) son electrodos de potencial. La medida de la resistividad aparente ρ_a queda expresada por la siguiente ecuación.

$$\rho_a = \pi a \frac{\Delta V}{I} n(n+1)(n+2) \quad (23)$$

Donde a es la distancia dipolar y na es la distancia entre fuentes y receptores. En éste trabajo, se utilizaron distancias dipolares a de 5 y 10 m, y n igual a 8. Éste tipo de arreglos tienen buena resolución lateral, el único detalle es que ΔV decae muy rápido.

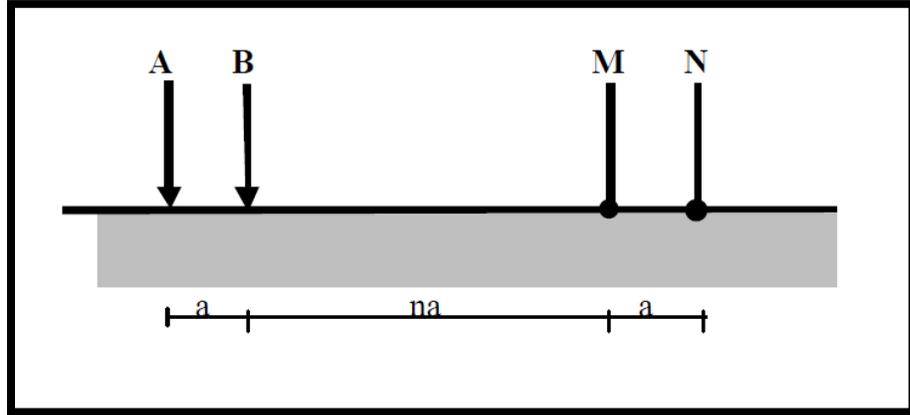


Figura 5. Arreglo Dipolo-Dipolo

2.2.2 Schlumberger

Éste arreglo tiene una composición simétrica de los electrodos (A, M, N, B) colocados en línea, donde la distancia de los electrodos de potencial MN es menor que la de los de corriente (A, B) (Figura 6).

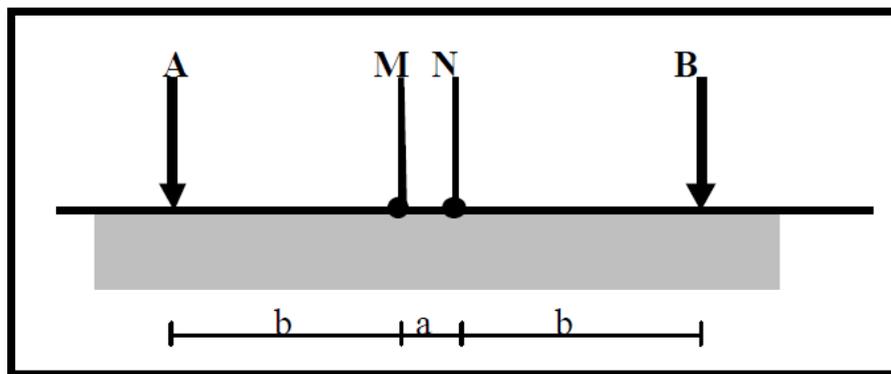


Figura 6. Dispositivo Schlumberger

$$\rho_a = \frac{\pi \Delta V}{a I} \left(b^2 - \frac{a^2}{4} \right) \quad (24)$$

Donde b es $AB/2$. Para sondeos eléctricos verticales (SEV's) se acostumbra (en la actualidad ya no es obligatorio) hacer que la distancia 'a' sea mucho menor que b , tal que $AB/2 > 5MN$, esto ayuda al trabajo en campo porque se puede dejar fijo MN y solo mover simétricamente A, B. Para estudios de tomografía

eléctrica (2D) se usan cables de *switcheo* automático y ya no se usa ninguna aproximación. Pero se sigue manteniendo que $b > 3a$, porque cuando $b = 3a$ se convierte en el arreglo Wenner.

2.2.3 Wenner

En éste arreglo los electrodos se disponen equidistantes sobre una línea en el orden AMNB (Figura 7)

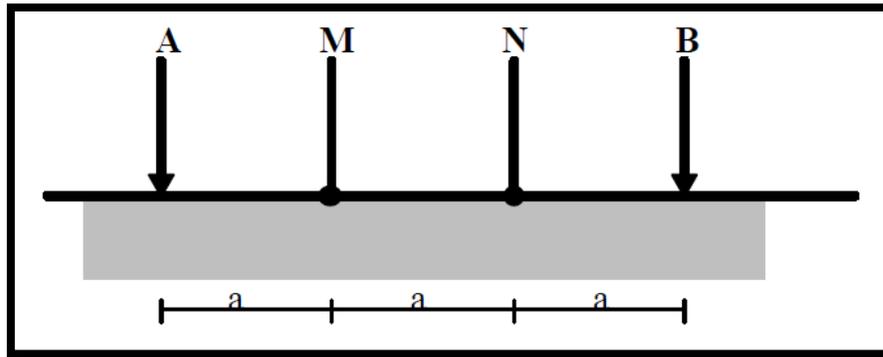


Figura 7. Dispositivo Wenner

La ecuación para la resistividad aparente se deduce de la ecuación (21)

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (25)$$

2.3 Método de resistividad a bajos números de inducción

El método de corriente directa necesita inyectar corriente en el subsuelo con electrodos, sin embargo se puede inducir corrientes eléctricas con un dipolo magnético.

La técnica de inducción electromagnética consiste en hacer pasar una corriente alterna de frecuencia f (Hertz) a través de una bobina (emisora) que genera un campo electromagnético primario H_p que se propaga libremente por el aire. De la ecuación (2) denominada como Ley de Faraday en su forma

diferencial, se sabe que la componente magnética del campo H_p inducirá corrientes en los cuerpos conductores presentes en el terreno y estos a su vez generaran un campo magnético secundario (H_s) debido a un semi-espacio conductor y heterogéneo. Estos campos que difieren en amplitud y fase serán detectados por una bobina receptora (Figura 8). En la misma figura se observa el campo secundario que viene de un conductor dentro del semi-espacio heterogéneo.

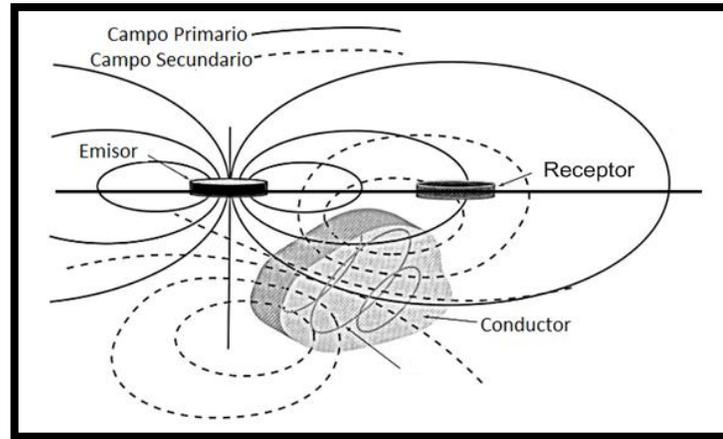


Figura 8. Representación del método geofísico EMDF. Modificado de Reynolds (1997)

Se define como número de inducción N al cociente entre la distancia de separación de las bobinas receptor y transmisor $S(m)$, y la profundidad de penetración Skin $\delta(m)$.

$$N = \frac{S(m)}{\delta(m)} \quad (26)$$

Al operar a bajos números de inducción se debe cumplir que $N \ll 1$ con esto se garantiza que exista una relación de proporcionalidad entre el cociente H_s/H_p con la conductividad eléctrica σ_a según la siguiente expresión (McNeill, 1980)

$$\sigma_a = \frac{4}{\mu_0 \omega S^2} \left[\frac{H_p}{H_s} \right] \quad (27)$$

Esta última expresión relaciona la conductividad aparente σ_a del terreno con el campo primario H_p y secundario H_s medido en el receptor para una frecuencia ω y **separación S entre las bobinas**. Los fabricantes de éste tipo de equipos eligen la frecuencia adecuada para la separación de la fuente-receptor, de tal manera que estén dentro del dominio de los bajos números de inducción.

2.3.1 Orientación de las bobinas

Al momento de hacer las mediciones, las bobinas se pueden orientar con el terreno de dos formas; horizontalmente (BMH) o verticalmente (BMV) (Figura 9).

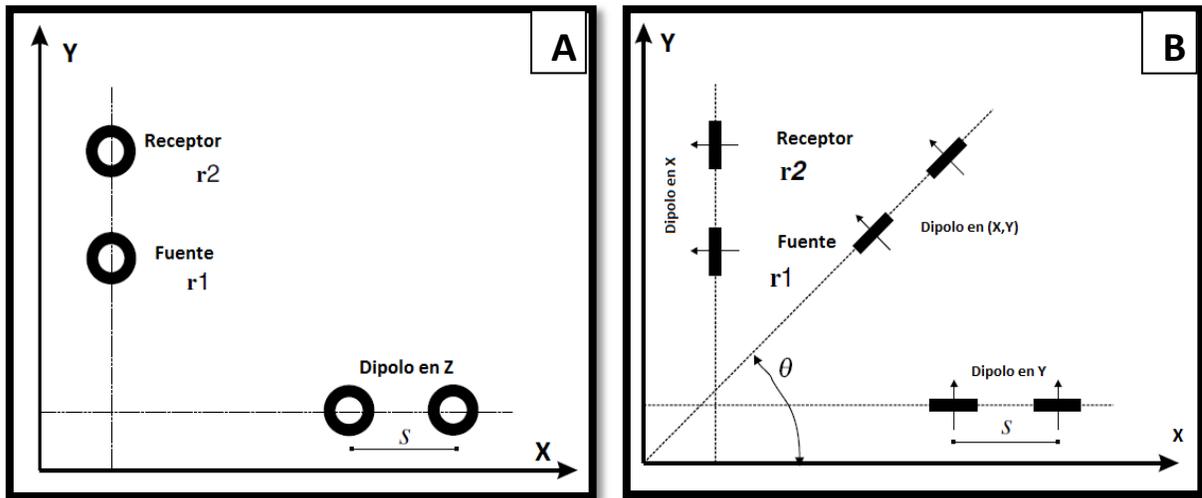


Figura 9. Orientación de las bobinas. A) Bobinas magnéticas horizontales (BMH). B) Bobinas magnéticas verticales (BMV). Tomado y modificado de Pérez-Flores et al. (2012)

2.4 Especificaciones de los equipos

Las tomografías eléctricas se obtuvieron con el resistivímetro *SUPERSTING R1/IP* de la compañía *AGI Geosystems* (figura 10 A). Se caracteriza por operar con electrodos con switcheo automático dentro de los propios cables y ser rápidos en la adquisición de datos. Las especificaciones se encuentran en la tabla 1.

Tabla 1. Especificaciones del resistivímetro SUPERSTING R1 IP. Tomado de “*Instruction Manual for SuperSting, 2005*”

Rango de medición	+/- 10 V
Resolución de la medida	Máximo 30 nV del nivel de volt
Intensidad de corriente de salida	1mA-2000 mA
Voltaje de Salida	800 Vp-p dependiendo de la transmisión de corriente y resistividad del suelo
Potencia de salida	200 W
Ciclos de medida de Resistividad	0.2, 0.4, 0.8, 1.2, 3.6, 7.2 o 14.4
Configuraciones disponibles	Schlumberger, Wenner, Dipolo-Dipolo
Rango de temperatura para operar	(-5, +50) °C

En el caso del equipo EMDF, las conductividades del terreno se midieron con el equipo EM-34 (figura 10 B) de la compañía *Geonics* que se caracteriza por no tener un contacto directo con el terreno lo que facilita su maniobrabilidad a la hora de tomar datos.

El equipo EM-34 opera con tres separaciones distintas, que son 10, 20 y 40. La tabla (2) muestra la relación entre capacidad de penetración, separación y frecuencia de operación.

Tabla 2. Relación entre separación, frecuencia, orientación y profundidad de investigación. (Tomado de McNeill, 1980)

	Separación entre bobinas (m)	Frecuencia (KHz)	Profundidad de investigación (m)	
			BMV	BMH
Geonics EM-34	10	6.4	7.5	15
	20	1.6	15	30
	40	0.4	30	60

Esta profundidad de penetración se calculó sobre un medio homogéneo. Lo que quiere decir, es que mientras más conductor el semi-espacio se penetra menos. Además de que esta relación no es válida para un semi-espacio estratificado 1D, 2D o 3D. Sin embargo, si se conserva cualitativamente que BMH penetran más que las BMV. Es como tener seis profundidades de penetración.

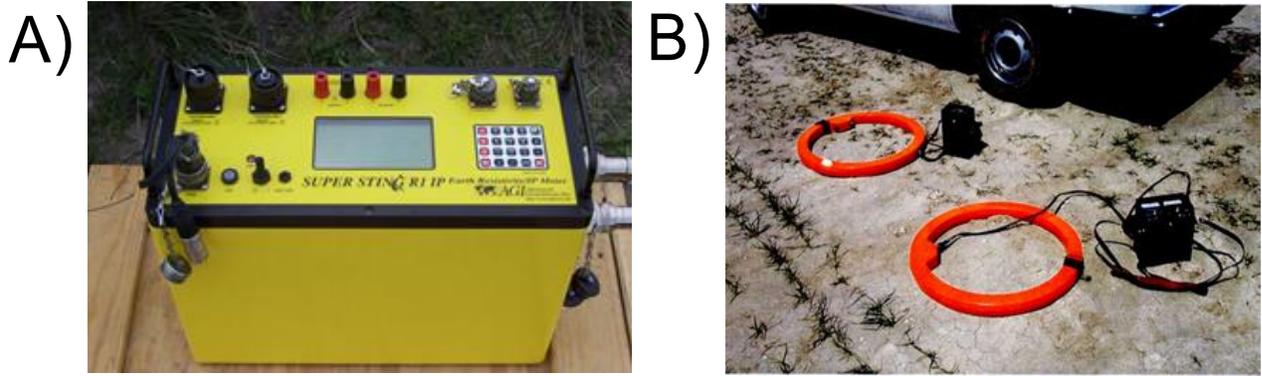


Figura 10. A) Resistímetro *SuperSting*. B) Bobinas EM-34.

2.5 Ecuación Integral para corriente directa

En éste trabajo se resuelve el problema inverso partiendo de la ecuación integral (de volumen v) desarrollada por Gómez-Treviño (1987).

$$\rho_a(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = - \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}, \rho) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \rho) \rho(\mathbf{r}) dv \quad (28)$$

Donde $\rho_a(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ es la resistividad aparente medida en el receptor situado en la superficie, $\mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}, \rho)$ es la función de Green para un medio heterogéneo que puede representarse por el campo magnético medido en el receptor debido a una fuente puntual eléctrica y $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \rho)$ es el campo eléctrico en un subsuelo heterogéneo debido a la fuente.

Y

$\mathbf{r}(x, y, z)$ Es la posición de un punto en el semi-espacio (m)

$\mathbf{r}_1(x_1, y_1)$ Es la posición de la fuente (m)

$\mathbf{r}_2(x_2, y_2)$ Es la posición del receptor (m)

$\rho(\mathbf{r})$ Es la resistividad de un medio heterogéneo (Ω -m).

Para modelado, esta ecuación es difícil de usar, pues se desconocen \mathbf{G} y \mathbf{E} del semi-espacio heterogéneo. Para el caso de inversión también es difícil, pues ahora además se desconoce $\rho(\mathbf{r})$. Pérez-Flores (1995) hace la aproximación de que el campo eléctrico en el subsuelo y la función de Green son las de un semi-espacio homogéneo. Sin embargo el subsuelo no es homogéneo, bajo esta aproximación se le denomina inversión de bajos contrastes de resistividad. De tal forma que la ecuación (28) pasa a ser una aproximación.

$$\rho_a(\mathbf{r}) \cong \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}, \rho_0) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \rho_0) \rho(\mathbf{r}) dv \quad (29)$$

Bajo esta aproximación la ecuación (29) expresa que la resistividad aparente que se mide en el campo es un promedio ponderado de las resistividades real del subsuelo, en la que cada medición va multiplicada por un peso, y que con la inversión se busca des-promediar las resistividades aparentes y hallar las resistividades verdaderas del subsuelo.

Si se mide sobre un semi-espacio homogéneo $\rho(\mathbf{r})$ se vuelve constante (ρ_0) por lo tanto puede salir de la integral

$$\rho_a(\mathbf{r}) \cong \rho_0 \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}, \rho_0) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \rho_0) dv \quad (30)$$

Y como $\rho_a = \rho_0$ el integrando debe ser igual a 1. Esto indica que tan bien está resuelta la integral para cada observación. Es un control de calidad.

Partiendo de la ecuación (29), Pérez-Flores (1995) llega a la siguiente expresión.

$$\rho_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{2\pi} \int_v \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3 |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}|^3} \rho(\mathbf{r}) dv \quad (31)$$

La ecuación (31) es la que se emplea para resolver la inversión y puede ser utilizada para estructuras bidimensionales o tridimensionales.

Donde

$\mathbf{r}(x, y, z)$	Es la posición de un punto en el subsuelo (m).
$\mathbf{r}_1(x_1, y_1)$	Es la posición de la fuente (m).
$\mathbf{r}_2(x_2, y_2)$	Es la posición del receptor (m).
$\rho_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$	Es la resistividad aparente ($\Omega\text{-m}$)
$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$	Es el campo eléctrico en el subsuelo para un semi-espacio homogéneo (V/m).
$\mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r})$	Es la función de Green para un semi-espacio homogéneo (Vs/m^2).
$\rho(\mathbf{r})$	Es la resistividad en un medio heterogéneo ($\Omega\text{-m}$)

2.6 Ecuación integral para electromagnéticos en el dominio de la frecuencia.

En éste trabajo para resolver el problema inverso se parte de la ecuación integral desarrollada por [Pérez-Flores \(1995\)](#), la cual se basa en las ecuaciones no-lineales propuestas por [Gómez-Treviño \(1987\)](#). Esta ecuación se desarrolla en términos de la conductividad aparente medida en superficie σ_a . Aquí igual que en la ecuación (28), hay una ecuación integral exacta donde el campo eléctrico y la función de Green están evaluadas en un semi-espacio heterogéneo. Para que dicha ecuación integral se pueda resolver, se tienen aproximar las funciones a las de un semi-espacio homogéneo, como sigue:

$$\sigma_a(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \cong \frac{i16\pi|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{m_z\mu^2\omega} \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)\sigma(\mathbf{r})dv \quad (32)$$

En esta ecuación \mathbf{G} es la función de Green que corresponde al campo magnético medido en el receptor debido a una fuente puntual eléctrica, bajo la acción de un campo eléctrico \mathbf{E} .

Donde

$\mathbf{r}(x, y, z)$	Es la posición de un punto en el subsuelo (m).
-----------------------	--

$\mathbf{r}_1 (x_1, y_1)$	Es la posición de la fuente (m).
$\mathbf{r}_2 (x_2, y_2)$	Es la posición del receptor (m).
$\sigma_a(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$	Es la conductividad aparente en siemens por metro (S/m).
$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$	Es el campo eléctrico en el subsuelo para un semi-espacio homogéneo (V/m).
$\mathbf{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r})$	Es la función de Green para un semi-espacio homogéneo (Vs/m ²).
$\sigma(\mathbf{r})$	Es la conductividad real en el subsuelo en siemens por metro (S/m).
ω	Es la frecuencia angular (Hz)
m_z	Es el momento magnético del dipolo o bobina y se mide en Julios por Tesla (J/T) y
μ	Es la permeabilidad magnética (N/A ²)

El desarrollo de las funciones analíticas de las funciones de Green para ambas modalidades de bobinas y las expresiones de los campos eléctricos \mathbf{E} en un semi-espacio homogéneo debido a una fuente magnética puntual se pueden encontrar en Pérez-Flores et al. (2001).

2.6.1 Bobinas magnéticas horizontales

Pérez-Flores et al. (2012) describen las formas explícitas de la ecuación (32) para un par de bobinas magnéticas horizontales. Estas son

$$\sigma_{a,z}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \cong \frac{16\pi s}{\omega\mu_0 m_z} \int_v \mathbf{G}_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (33)$$

Donde

$$\mathbf{G}_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{(y - y_2)}{[\mathbf{r} - \mathbf{r}_2]^3} \mathbf{i} + \frac{(x - x_2)}{[\mathbf{r} - \mathbf{r}_2]^3} \mathbf{j} \right]$$

$$\mathbf{E}_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = \frac{\omega\mu_0 m_z}{4\pi} \left[-\frac{(y - y_1)}{[\mathbf{r} - \mathbf{r}_1]^3} \mathbf{i} + \frac{(x - x_1)}{[\mathbf{r} - \mathbf{r}_1]^3} \mathbf{j} \right]$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n| = \sqrt{\rho_n^2 + (z + h)^2};$$

$$\rho_n = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y + y_n)^2}, n = 1, 2$$

Donde s es la distancia fuente receptor y h la altura de las bobinas respecto al suelo. La función de peso queda definida como

$$W_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{16\pi s}{\omega\mu_0 m_z} [\mathbf{G}_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{H_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)]$$

Finalmente de la ecuación (33) se puede obtener una expresión explícita de la conductividad aparente dada por:

$$\sigma_{a,z}(x_1, y_1, x_2, y_2) \cong \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2)}{[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z + h)^2]^{3/2} [(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z + h)^2]^{3/2}} \sigma(x, y, z) dx dy dz \quad (34)$$

2.6.2 Bobinas Magnéticas Verticales

De acuerdo a Pérez-Flores et al. (2012) se tiene que la integral para las BMH en la dirección de y es:

$$\sigma_{a,y}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \cong \frac{16\pi s}{\omega\mu_0 m_y} \int_v \mathbf{G}_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (35)$$

Donde

$$\mathbf{G}_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\rho_2^2} - \frac{z + h}{\rho_2^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{2(y - y_2)^2}{\rho_2^4} + \frac{2(z + h)(y - y_2)^2}{\rho_2^4 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} + \frac{(z + h)(y - y_2)^2}{\rho_2^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3} \right] \mathbf{i} + \left[\frac{(x - x_2)(y - y_2)}{\rho_2^2} \left(\frac{2}{\rho_2^2} - \frac{2(z + h)}{\rho_2^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{z + h}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3} \right) \right] \mathbf{j} \right\}$$

Y

$$\mathbf{E}_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = \frac{\omega\mu_0 m_y}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\rho_1^2} - \frac{z+h}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{2(y-y_1)^2}{\rho_1^4} + \frac{2(z+h)(y-y_1)^2}{\rho_1^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} + \frac{(z+h)(y-y_1)^2}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right] \mathbf{i} \right. \\ \left. + \left[\frac{(x-x_1)(y-y_1)}{\rho_1^2} \left(\frac{2}{\rho_1^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{(z+h)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right) \right] \mathbf{j} \right\}$$

Nuevamente, la conductividad aparente es un promedio ponderado de la distribución de conductividades. La función de peso en éste caso es

$$W_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{16\pi s}{\omega\mu_0 m_z} [\mathbf{G}_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)]$$

La integral en la dirección x

$$\sigma_{a,x}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \cong -\frac{16\pi s}{\omega\mu_0 m_x} \int_v \mathbf{G}_{H_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{H_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (36)$$

Donde

$$\mathbf{G}_{H_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi} \left\{ - \left[\frac{(x-x_2)(y-y_2)}{\rho_2^2} \left(\frac{2}{\rho_2^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} - \frac{(z+h)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|^3} \right) \right] \mathbf{i} \right. \\ \left. - \left[\frac{1}{\rho_2^2} - \frac{z+h}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} - \frac{2(x-x_2)^2}{\rho_2^4} + \frac{2(z+h)(x-x_2)^2}{\rho_2^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} + \frac{(z+h)(x-x_2)^2}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|^3} \right] \mathbf{j} \right\}$$

Y

$$\mathbf{E}_{H_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = \frac{\omega\mu_0 m_x}{4\pi} \left\{ - \left[\frac{(x-x_1)(y-y_1)}{\rho_1^2} \left(\frac{2}{\rho_1^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{(z+h)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right) \right] \mathbf{i} \right. \\ \left. - \left[\frac{1}{\rho_1^2} - \frac{z+h}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{2(x-x_1)^2}{\rho_1^4} + \frac{2(z+h)(x-x_1)^2}{\rho_1^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} + \frac{(z+h)(x-x_1)^2}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right] \mathbf{j} \right\}$$

En el capítulo (3) se discutirá como es la integral para BMV en dirección arbitraria en el plano (x, y) .

2.7 Fundamentos de teoría de inversión

La relación entre la resistividad aparente ρ_a y la resistividad real ρ es compleja. Para determinar el valor real de la resistividad del subsuelo es necesario aplicar el problema inverso. El proceso de inversión se define como la inferencia de parámetros o propiedades del medio a partir de datos observados (Tarantola y Valette 1982). Todos los métodos de inversión esencialmente tratan de determinar un modelo del subsuelo cuya respuesta sea parecida con los datos observados sujetos a ciertas restricciones.

Se espera que el modelo inverso o de resistividades reales, sea un perfil del subsuelo congruente con la geología del lugar. En el caso de que no sea congruente se debe de buscar modificar la técnica de inversión hasta encontrar un modelo adecuado.

Se sabe que los problemas que resuelve la geofísica son indeterminados por dos razones: la falta intrínseca de datos o en otras palabras, siempre habrá más incógnitas que datos, y los errores en los datos (Tarantola y Valette, 1982). Esto hace que no exista una solución única, es decir, puede haber varios modelos que den una respuesta parecida a los datos observados con un buen ajuste. Para esto se han desarrollado distintas técnicas que ayudan a resolver el problema inverso, se puede introducir alguna clase de información a priori como por ejemplo minimizando la norma de los parámetros para “estabilizar” el problema, esto está bien descrito por Constable et al. (1987) conocido como el método de Occam. Loke y Barker (1995) utilizan estas mismas técnicas sin embargo el problema de resistividad es lineal por lo que el algoritmo es más veloz ya que es de una sola iteración. Los algoritmos de un solo paso son un caso particular porque son lineales y no hay que linealizarlos como en el caso no-lineal. Loke y Barker (1995) necesitan un medio homogéneo como modelo de partida.

2.7.1 Método de minimización

En éste trabajo se plantearon dos tipos de modelos al resolver: el primero consiste en resolver datos de resistividad en 2D y el segundo, datos de conductividad electromagnética (EMDF) en 2D y 3D. Se plantea un sistema lineal que resuelva las ecuaciones (31), (33), (35) y (36) del tipo

$$\mathbf{Y} = \mathbf{AX} \quad (37)$$

Donde \mathbf{Y} es un vector que contiene los datos geofísicos pudiendo ser resistividades o conductividades aparentes; \mathbf{A} se le llama matriz de sensibilidad y contiene las relaciones lineales entre cada elemento de \mathbf{Y} y los parámetros buscados de los modelos. \mathbf{X} es el vector de incógnitas o resistividades/conductividades reales. Si la matriz \mathbf{A} es cuadrada la solución se puede obtener simplemente invirtiendo la matriz de sensibilidad $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Y}$, sin embargo en la realidad siempre existen más incógnitas que datos.

Se define el residual como $\mathbf{r} = \mathbf{Y} - \mathbf{AX}$ y se propone resolver el problema empleando la técnica de minimizar una función objetivo que es la norma cuadrada de los residuales

$$U(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AX}\|^2 \quad (38)$$

Haciendo $\frac{\partial U}{\partial \mathbf{X}} = 0$ se obtiene la solución por mínimos cuadrados.

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^t\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^t\mathbf{Y} \quad (39)$$

Esta solución puede ser inestable numéricamente debido a que la matriz \mathbf{A} esté mal condicionada. Para estabilizar el problema y obtener una solución adecuada es necesario incorporar información a priori de la solución deseada. A éste proceso se le denomina regularización del problema. En geofísica un método común y utilizado es el de la regularización de Tikhonov (Tikhonov y Arsenin, 1977) que incorpora una matriz identidad al factor de regularización, sin embargo en éste trabajo se trabaja con el método de inversión de Occam que incorpora una matriz de derivadas parciales al regularizador (Constable et al., 1987). La solución regularizada es aquella que minimiza la siguiente combinación ponderada de la norma del residuo y la norma de un operador relacionado con la solución

$$U(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{AX}\|^2 + \frac{1}{2} \beta \|\mathbf{DX}\|^2 \quad (40)$$

Donde β es el parámetro de regularización que controla la suavidad del modelo y \mathbf{D} es una matriz de derivadas de primer o segundo orden. El primer término es el de regularización mientras que el segundo término tiene en cuenta la información a priori de la solución. La solución por mínimos cuadrados de la ecuación (40) aplicando la técnica de inversión de Occam que busca la solución más "suave" es decir sin cambios abruptos en los valores de resistividad es

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^t\mathbf{A} + \beta\mathbf{D}^t\mathbf{D})^{-1}\mathbf{A}^t\mathbf{Y} \quad (41)$$

Un valor grande de β le da mayor peso a las derivadas lo que ocasiona inversiones o modelos muy suavizados, por el contrario valores muy pequeños de β le dan mayor importancia al ajuste de los residuales, obteniendo modelos rugosos o con mayor estructura. Lo ideal es hacer un balance de éste parámetro, sin embargo, usualmente se utiliza valores de β de 0.001, 0.01 y 0.1.

Capítulo 3 Metodología

3.1 Trabajo de campo

En Septiembre del 2015 se realizó la adquisición de datos geofísicos en la zona de estudios. Se hizo un reconocimiento previo y se identificaron las zonas más aptas para la adquisición de los datos. El trabajo se dividió en dos etapas. La primera correspondió a la adquisición de perfiles de resistividad eléctrica (RE) con el resistivímetro *SuperSting*, mientras que la segunda correspondió a la adquisición de perfiles de conductividad eléctrica con el equipo EM-34.

Debido a la abundante y densa vegetación y los pocos accesos de terracería, se decidió tomar los perfiles de RE sobre el camino principal que conduce desde la carretera (Cancún-Tulum) hasta la entrada principal del cenote Chac-Mool. Se tomaron otros dos perfiles de resistividad eléctrica de forma perpendicular al camino principal y se tomaron datos con el EM-34 en la zona donde se encuentra en cenote Chac-Mool (ver [figura 11](#)).

Los equipos propiedad de CICESE (*EM-34* y *SuperSting*) nunca se habían utilizado en ambientes kársticos. Por esta razón se decidió iniciar una etapa de calibración y prueba del resistivímetro y EM-34, tomando datos en un camino a unos 150 m al noroeste del cenote Chac-Mool. En esta fase surgieron problemas técnicos con el equipo *SuperSting*, así que simultáneamente mientras se trataba de solucionar los problemas con el equipo se fueron adquiriendo datos con el EM-34, el cual no presentó ningún problema y motivó a continuar la adquisición en la zona de cenotes. Los perfiles tomados con resistividad en esta parte de prueba no se muestran, porque los datos están muy sesgados y los perfiles incompletos. Por lo cual estos datos malos no se usarán en la tesis.

3.2 Prospección eléctrica

La adquisición sobre el camino principal consistió en tomar nueve perfiles de tomografía eléctrica de 270 m cada uno con los arreglos Dipolo-Dipolo (DD), Schlumberger (SC) y Wenner (WN) con separación dipolar de 10 m. La ventaja de cada arreglo consiste en que los patrones de corriente son distintos y al momento de hacer inversión conjunta la densidad de datos favorece la interpretación de los resultados.

Cada perfil fue trasladado en el electrodo 19 (en el metro 180) con el objetivo de garantizar la continuidad de los datos a una profundidad de 20 m. La [figura 11](#) muestra una vista en planta de la zona donde se adquirió los nueve perfiles de TE (línea color verde) que ya trasladados da un perfil de TE con una longitud de 1,650 m llamado perfil A. En esta misma imagen ([figura 11](#)) se señala (en color naranja) otros dos perfiles de resistividad Lin13 y Lin14 adquiridos con una distancia dipolar de 5 m. La [figura 12](#) muestra una fotografía del camino principal que es el acceso principal desde la carretera al cenote Chac-Mool.

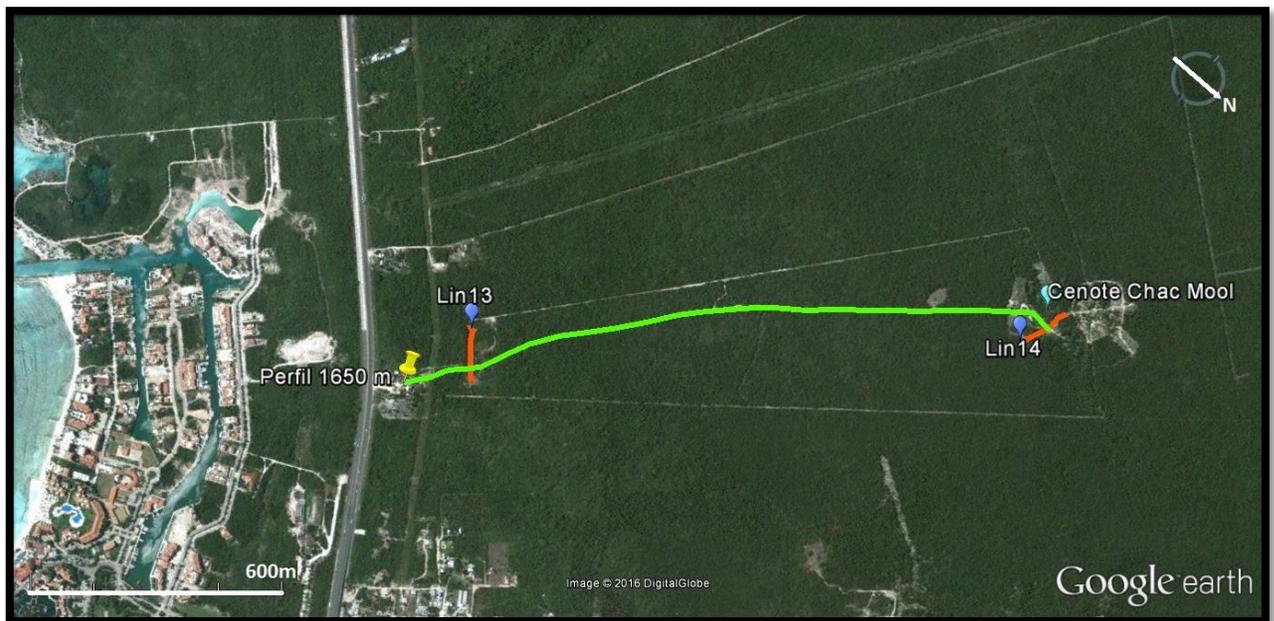


Figura 11. La línea verde representa el acceso principal que conduce desde la carretera Cancún-Tulum hasta el cenote Chac-Mool. Aquí se adquirieron nueve perfiles de tomografía eléctrica de forma trasladada (1,650 m). Las líneas en color naranja representan los perfiles geoelectrónicos Lin13 y Lin14 con una distancia dipolar de 5 m.



Figura 12. Camino principal que conduce desde la carretera al cenote Chac-Mool.

Los perfiles geo-eléctricos tomados con una separación dipolar de 5 m nombrados Lin13 y Lin14. El perfil Lin13 se tomó con el objetivo de medir las resistividades eléctricas en un sentido paralelo a la costa para confirmar si el nivel de la haloclina se mantenía constante y localizar nuevos rasgos estructurales. Nuevamente se tomaron los tres arreglos DD, SC y WE. En un principio se pensó tomarlo con una distancia dipolar de 10 m, pero por la densa vegetación en el predio el único lugar posible era pegado a la carretera (Cancún-Tulum), sin embargo el riesgo que representaba el sitio por el tráfico motivó a cambiar la ubicación a una brecha de terracería dentro del predio (figura 13). Por su corta distancia, se decidió tomarlo con una separación dipolar de 5 m. La figura 14 muestra una fotografía de la brecha donde fue adquirido éste perfil.



Figura 13. Perfil Lin13, la línea naranja representa el sitio donde fue adquirido, 135 m.

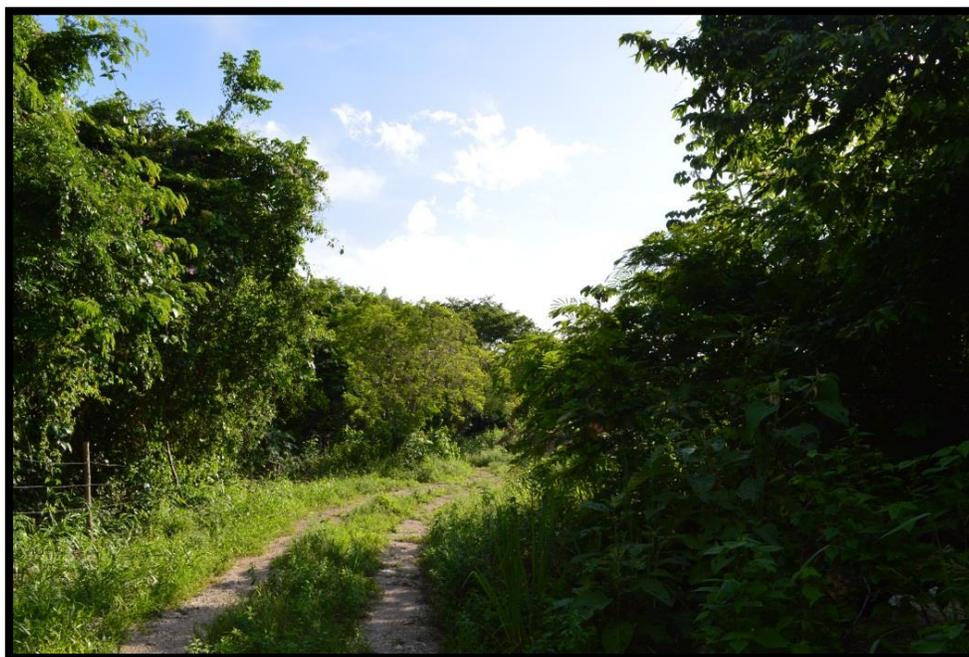


Figura 14. Camino donde se adquirió el perfil Lin13

El perfil Lin14 se adquirió en la zona entre el cenote Chac-Mool y cenote pequeño hermano (figura 15). Debido a que los caminos de terracería en esa zona son cortos, y con el objetivo de tener una mejor resolución y mayor detalle, se decidió tomar el perfil con una separación dipolar de 5 m.

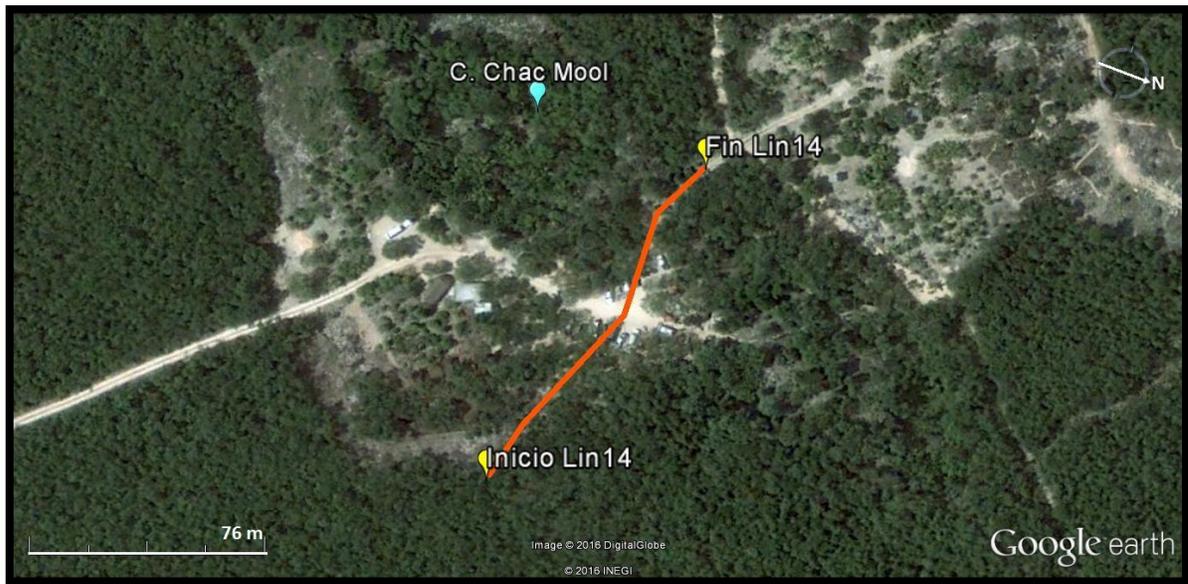


Figura 15. Perfil Lin14, la línea naranja representa el sitio donde fue adquirido, 135 m.

La [figura 16](#) muestra en A) el tipo de terreno que se observó en la zona de los cenotes donde la ausencia de suelo (10-20 cm) dificultaba bastante clavar los electrodos. En la [figura 16B](#) se observa el camino por donde pasó el perfil Lin14. Se trata de roca caliza muy dura. En algunas ocasiones no fue posible clavar en el suelo los electrodos con marro y para lograrlo fue necesario fracturar la roca con una retroexcavadora.



Figura 16. A) Zona donde se observa la roca caliza aflorando en la superficie. B) Camino a la zona de cenotes por donde pasó el perfil Lin14.

La adquisición en esta etapa fue un poco lenta debido a que en muchas zonas la roca estaba poco fracturada y la falta de suelo (aproximadamente 20 cm) impedía el buen contacto de las varillas en el terreno. Para garantizar un buen contacto y disminuir la resistencia se aplicó una abundante mezcla de agua con sal en cada electrodo.

En ciertas zonas se pudo observar que la roca fracturada se encontraba en una mezcla de vegetación muerta con arcillas, complicando de nuevo el contacto de las varillas con el subsuelo. Mientras que en la zona de los cenotes fue donde se presentó una de las mayores dificultades para clavar varillas por la ausencia de suelo (Figura 16-A).

El tiempo de adquisición de datos del resistivímetro en cada perfil fue de aproximadamente 2 horas y media dependiendo de los ciclos de medición y de la estadística interna del equipo. Las resistencias de contacto por lo general oscilaban entre 500 Ω y 1000 Ω , reduciéndose considerablemente cuando se les aplicaba la disolución de agua con sal.

3.3 Prospección electromagnética en el dominio de la frecuencia (EMDF)

En esta etapa se tomaron siete perfiles electromagnéticos en donde se encuentran los cenotes Chac-Mool y Pequeño Hermano (figura 17). El objetivo de hacerlo en esta zona fue porque se conocen las trayectorias y profundidades de los ríos subterráneos que conectan a los cenotes y mediante técnicas EMDF se buscó recuperar la geometría de éstos. Se buscó verificar la eficiencia de estas técnicas en estos ambientes.

Como se ha mencionado el equipo utilizado fue el EM-34 de *Geonics Limited*, con una distancia entre cada punto de observación de 5 m. En todo momento se utilizó BMH y BMV en cada punto de observación y distancias dipolares de 10, 20 y 40 m. La figura 17 muestra un zoom de la zona donde se encuentra el C. Chac-Mool, el cenote pequeño hermano y una cavidad parcialmente inundada e interconectada con cavernas secas llamado Air-Dome, que es donde se adquirieron estos perfiles EMDF. Cada línea de diferente color representa un perfil que van del 1 al 7 (La posición de los números, indica el inicio de cada perfil). La figura 18 muestra una fotografía de esta zona.

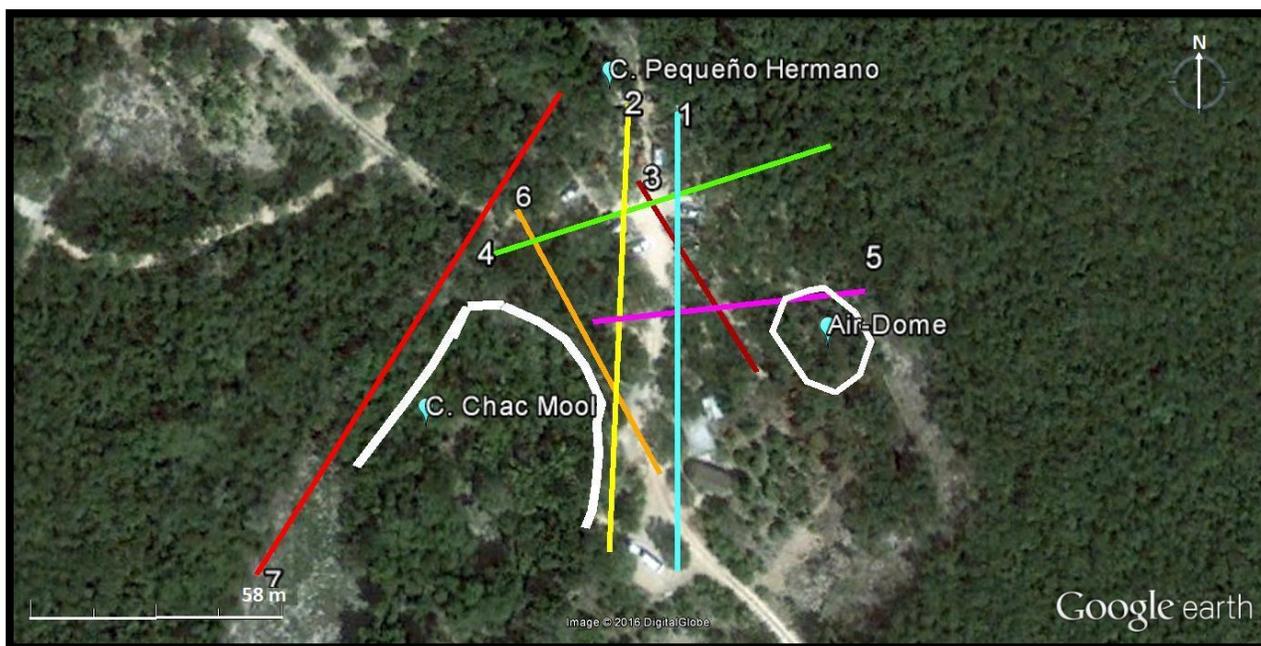


Figura 17. Se muestra los perfiles electromagnéticos tomados en la zona de los cenotes. Un color para cada perfil y están señalados del 1 al 7.



Figura 18. Zona donde se tomaron los perfiles EMDF.

Se eligió el tamaño y dirección de cada perfil en función de los caminos libres que se encontraron en la zona y pensando en una dimensión tal que pudiesen ser localizados en un rectángulo para el modelo inverso 3D. Como se ve en la [figura 17](#) los perfiles se adquirieron con direcciones arbitrarias. Parte de éste trabajo, fue obtener las ecuaciones de conductividad considerando un desplazamiento arbitrario. Esto permitió resolver el problema inverso en 3 dimensiones de EM-LIN (Esto se describirá más a fondo en la sección 3.5). A continuación se muestran algunas fotografías del área de estudio y que corresponden a estructuras kársticas importantes en la interpretación de éste trabajo en particular la parte de EMDF. La [figura 18](#) muestra en A) una fotografía de perfil de la parte superior del cenote Chac-Mool. Algo notable de esta imagen es la forma en cuña que tiene la roca caliza en la parte superior y un lente de agua el cual nos indica el nivel freático, en B) muestra una fotografía del cenote Chac-Mool desde la parte baja (al nivel del mar).

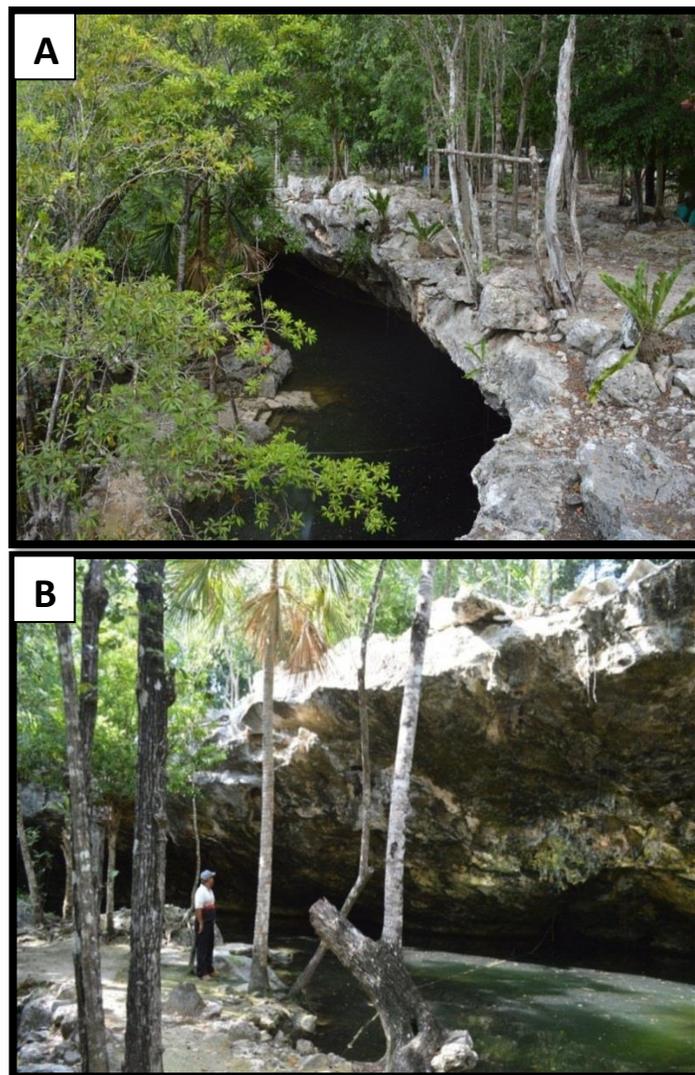


Figura 19. A) Vista de perfil de Cenote Chac-Mool. B) Vista desde la parte baja del Cenote Chac-Mool

Las siguientes fotografías que se muestran en la [figura \(20\)](#) muestra en A) la entrada al cenote Pequeño-Hermano, que se sabe que conecta con el cenote Chac-Mool. Parte de la interpretación es recuperar con métodos EMDF la trayectoria y profundidad de éste río subterráneo y en B) se muestra una fotografía del cenote Kukul-Kan que se encuentra seguido del cenote Pequeño-Hermano. Éste cenote quedó fuera del área de estudio sin embargo se muestra una fotografía por ser muy representativa e ilustrar la geomorfología del sitio como el espesor y forma de cuña que forma la roca sobre el nivel freático.

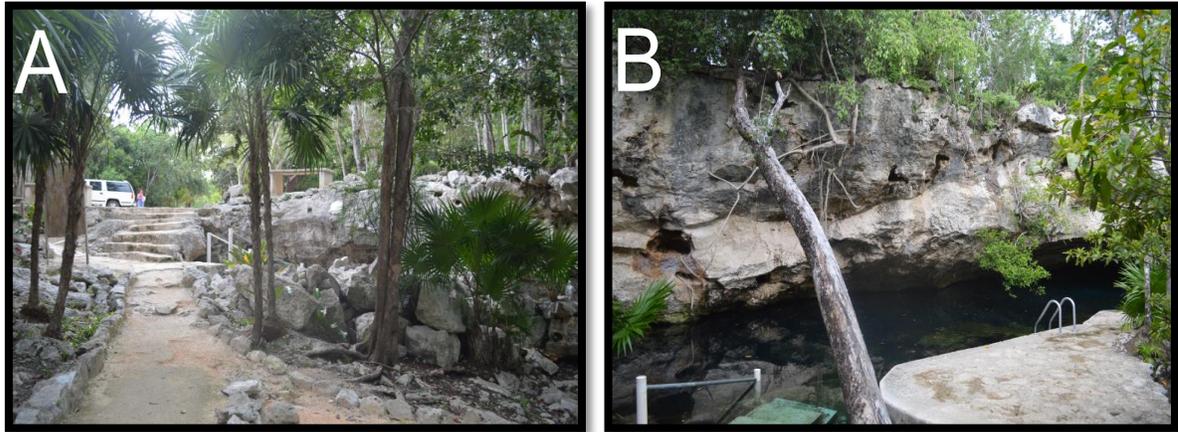


Figura 20. A) Entrada al cenote Gran Hermano. B) Cenote Kukul-Kan.

3.4 Procesamiento e Inversión de datos geofísicos

El procesamiento e inversión fue una parte central de éste trabajo. Se dividió en dos etapas; la primera consistió en procesar los perfiles de resistividad eléctrica que a su vez se subdividieron en utilizar las ecuaciones y software desarrollado por [Pérez-Flores et al. \(2001\)](#) y software comercial. La segunda fue procesar los perfiles EMDF en 2D con el algoritmo y ecuaciones desarrolladas por [Pérez-Flores et al. \(2001\)](#) y finalmente procesar e invertir en 3D con una implementación hecha al algoritmo desarrollado por [Pérez-Flores et al. \(2012\)](#).

Al momento de hacer la inversión y obtener el modelo final, se graficaron los datos de campo llamados “observados” y la respuesta del modelo final llamado “calculado”. Se busca un modelo (Inverso) cuya respuesta sea lo más parecida a los datos observados. Existe una relación entre los datos observados y calculados que se define como RMS y viene dado por la siguiente ecuación.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i^{Calc} - d_i^{Obs}}{d_i^{Obs}} \right)^2}{N}} \times 100\% \quad (43)$$

Donde N es el número total de datos, d_i^{Calc} son los valores calculados o predichos y d_i^{Obs} son los datos observados o de campo.

3.4.1 Procesamiento de datos de resistividad eléctrica

Una vez terminado el trabajo de campo se procedió al análisis de los datos adquiridos. Lo primero fue analizar la calidad de éstos. Se aplicó un filtrado de valores negativos hecho con *Matlab* a los archivos de datos. Esto se hizo a todos los perfiles y a todos los arreglos por separado (DD, SC y WE).

El software de inversión 2D de Pérez-Flores et al. (2001) es alimentado con una malla que representa el subsuelo (figura 21), además de parámetros como el factor de suavizamiento β (0.1, 0.01 y 0.001), valor máximo y mínimo de inversión (1 a 10,000 Ω -m) y datos filtrados.

En la malla de prismas, se supone que la resistividad o conductividad reales son constantes dentro de cada prisma. La forma de la malla se elige dependiendo del objetivo que se busque. En éste trabajo se realizaron distintas pruebas en el diseño. Esto consiste en subdividir el subsuelo en capas en dirección z (Δz) y que se convierten en celdas al discretizar en dirección x (Δx) mientras que en dirección y se consideran los prismas de tamaño infinito. Por la física del problema y descrito con la función de sensibilidad (Pérez-Flores et al., 2001 y 2012) se entiende que las zonas más próximas a la superficie son las más sensibles al método geofísico mientras que las más profundas son las menos sensibles. Se discretizó Δz en 13 capas que van de 0, 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 20, 30, 40, 50, 60 y 70 m y en dirección x se hicieron distintas pruebas para Δx igual a 5, 10 y 20m.

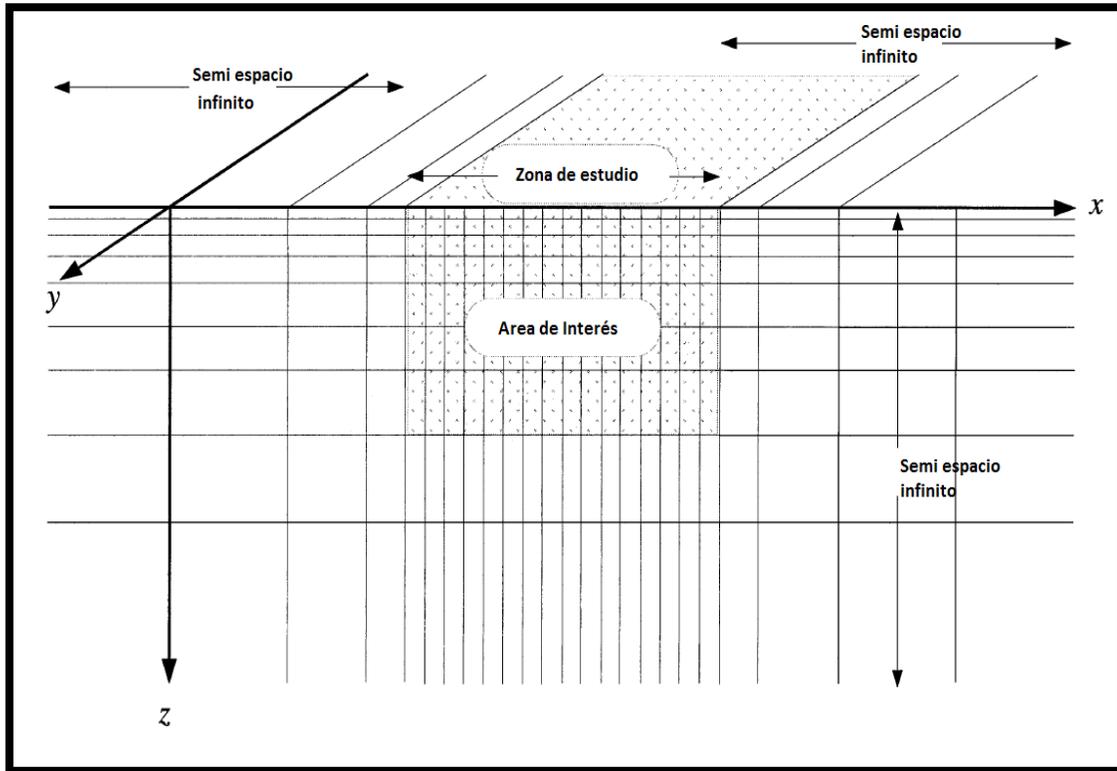


Figura 21. Discretización del subsuelo 2D. Modificado de Pérez-Flores et al. (2001).

Como una primera prueba, se procesaron los 9 perfiles sin traslape con inversión conjunta DD-SC-WE. Se discretizó las celdas con $\Delta x = 5\text{m}$ y se eligió un factor de suavizamiento β de 0.001 para buscar mayor estructura (Ver Anexo A). Como el perfil A es de 1,650 m, se perdía continuidad y se veía muy saturado de información. En éste perfil largo (A), el objetivo era más bien ver la variación de la haloclina en la medida en que nos alejábamos de la costa.

Lo siguiente fue procesar de forma traslapada los nueve perfiles para dar como resultado un solo perfil de 1,650m (Figura 23 A). Se decidió invertir variando la discretización de la celda y el factor de suavizamiento β . Se obtuvieron nueve modelos de éste perfil que corresponden a una discretización Δx de 5, 10 y 20 m para β de 0.1, 0.01 y 0.001 respectivamente. La discretización en z se manejó igual en todos los perfiles. Finalmente estos resultados se cotejaron con las estructuras vistas en campo y el modelo que mejor representó la geología conocida fue el hecho con discretización $\Delta x = 10\text{m}$ y $\beta = 0.1$. Los otros modelos pueden consultarse en el apéndice (Anexo B).

Con los perfiles Lin13 y Lin14 se realizó el mismo procedimiento anterior. Solo que por la longitud tan corta y la separación dipolar entre los electrodos (5m) la discretización que se eligió fue $\Delta x = 1.25, 2.5$ y 5m. En ambos perfiles se observó que los modelos que mejor ajustan al medio y a las observaciones hechas en campo, fueron los hechos con $\beta = 0.01$ y $\Delta x = 1.25$ m.

Una vez hecho esto, se hizo inversión haciendo uso del software comercial *EarthImager* (*Advanced Geoscience, Inc.*). Se compararon los modelos obtenidos con ambos softwares, y con base a observaciones hechas en campo se pudo confirmar que el modelo que mejor ajustaba con la realidad geológica era el hecho con el software de [Pérez-Flores et al. \(2001\)](#).

3.4.2 Procesamiento de datos de conductividad 2D

El procesado de los datos EMDF fue muy similar al de los de TE. Se utilizó el software desarrollado por [Pérez-Flores et al. \(2001\)](#). Se invirtió con distintos factores de suavizamiento β y con base a observaciones hechas en campo se eligió el modelo que mejor ajustó a la realidad geológica, éste fue el hecho con $\beta = 0.01$ y $\Delta x = 2.5$ m. Las profundidades en dirección z fueron de 0, 2, 5, 8, 12, 18 25, 35 y 50 m. Los resultados 2D se graficaron con el software Surfer. Se obtuvieron modelos independientes de BMH y BMV y finalmente un modelo inverso conjunto BMH-BMV.

Para comparar estos resultados y tener otra posible visión de los modelos, se hizo inversión conjunta con el software desarrollado por [Santos \(2004\)](#). Estos resultados mostraron una gran correlación con los anteriores, sin embargo la metodología que plantea para resolver el problema inverso es considerar el subsuelo unidimensional, o dicho de otra forma dividido en capas. Esta aproximación no toma en cuenta contrastes laterales de resistividad y el modelo no es considerado 2D sino inversión 1D constreñida a 2D. Por esta razón, en éste trabajo se interpretan solo los resultados hechos con el software de [Pérez-Flores et al. \(2001 y 2012\)](#). Los resultados hechos con el software de [Santos \(2004\)](#) pueden consultarse en el apéndice ([Anexo C](#))

3.4.3 Procesamiento de datos de conductividad 3D

El procesamiento e inversión del modelo 3D es similar al 2D. El algoritmo utilizado fue el desarrollado por Pérez-Flores et al. (2012). A diferencia de la discretización 2D donde se consideran los prismas infinitos en dirección y , en éste caso se discretizó en dirección y con la misma simetría que se hizo en x ; generando así una rejilla de prismas rectangulares. En cada prisma se supone conductividad constante y desconocida. Con el proceso de inversión 3D, se estimará la resistividad en cada prisma.

Se diseñó una malla rectangular tal que su superficie encerrara a los perfiles EMDF. De esta manera la rejilla de prismas abarca las líneas del 1 al 6 (Figura 22).

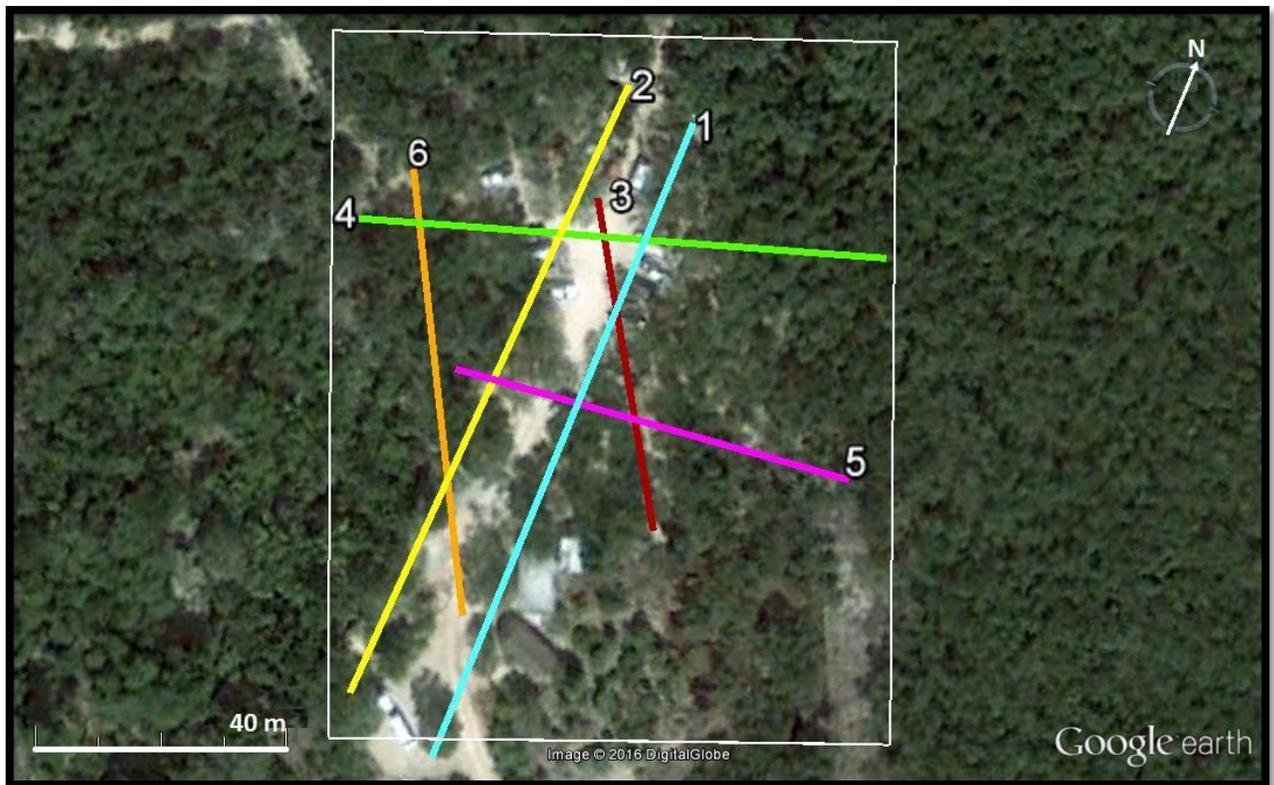


Figura 22. El rectángulo blanco representa el rectángulo de la rejilla de prismas 3D

La longitud de la malla se diseñó de 90 x 110 x 50 m (x , y , z). El tamaño del prisma en la dirección de x y y fue de 2.5m y en z fue igual que en el descrito en 2D. Se obtuvieron modelos independientes de BMV y BMH y finalmente un modelo inverso conjunto de BMH-BMV para β de 0.01 y 0.001. Estos resultados fueron graficados en planta (x , y) a distintas profundidades con el software *Surfer*, y finalmente se graficó el modelo 3D con el software *Voxler*. El modelo hecho con $\beta=0.001$ presentó demasiada estructura

sobre-estimando los valores resistivos (Ver Anexo D), siendo poco representativo del medio geológico. El modelo hecho con $\beta=0.01$ es el que describirá con detalle en los resultados (capítulo 4).

3.5 Inversión EMDF-3D de BMV con orientaciones arbitrarias.

En la tesis de Antonio-Carpio (2003) se obtuvieron las expresiones para inversión 3D de datos EMDF. Las expresiones solo son para BMV en dirección de x y con una rejilla de prismas cuadrada. En Pérez-Flores et al. (2012) se mejoró el algoritmo para una rejilla rectangular y con BMV en ambas direcciones. Pero no para perfiles oblicuos.

Como se mostró en la figura 22, las líneas en el área del cenote Chac-Mool fueron adquiridos con direcciones arbitrarias debido al terreno. Así que se tuvo que determinar las ecuaciones para perfiles oblicuos.

De la ecuación (33) se ve que las BMH no tienen ningún problema en cuanto a la orientación en la que se desplazan. Es decir en cualquier dirección del plano x, y o dirección arbitraria, ya que el dipolo magnético apunta siempre en dirección z . La ecuación (35) es cuando los BMV se corren en la dirección de y . La ecuación (36) cuando las BMV se corren en la dirección de x .

Se introdujo una matriz de rotación para los campos \mathbf{E} y \mathbf{G} que permitiera resolver el problema de las BMV en dirección arbitraria. Para evitar escribir toda las ecuaciones para \mathbf{G} y \mathbf{E} , usaremos letras. En el caso de la ecuación (35) que se corre el perfil en dirección de y (Sin tomar en cuenta las constantes $\frac{1}{4\pi}$ y $\frac{\omega\mu_0 m_z}{4\pi}$) se puede simplificar como:

$$G_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) = d\hat{i} + e\hat{j}; E_{H_y}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = a\hat{i} + b\hat{j} \quad (44)$$

Similarmente para el arreglo que se mueve en dirección x se puede simplificar como:

$$G_{H_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) = e\hat{i} + f\hat{j}; E_{H_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = b\hat{i} + c\hat{j} \quad (45)$$

Estas ecuaciones son válidas para ángulos de 0° y 90° . Conforme el arreglo gire de 0° a 90° G_{H_y} se convierte en G_{H_x} y E_{H_y} se convierte en E_{H_x} . Hay una matriz que los relaciona.

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & \text{sen}\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & \text{sen}\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} \quad (46)$$

De esta manera queda:

$$\begin{aligned} E_x &= a \cos\theta + b \text{sen}\theta; G_x = d \cos\theta + e \text{sen}\theta; \\ E_y &= b \cos\theta + c \text{sen}\theta; G_y = e \cos\theta + f \text{sen}\theta; \end{aligned} \quad (47)$$

Dónde:

$$\begin{aligned} a &= \left[\frac{1}{\rho_1^2} - \frac{z+h}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{2(y-y_1)^2}{\rho_1^4} + \frac{2(z+h)(y-y_1)^2}{\rho_1^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} + \frac{(z+h)(y-y_1)^2}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right] \\ b &= \left[\frac{(x-x_1)(y-y_1)}{\rho_1^2} \left(\frac{2}{\rho_1^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{(z+h)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right) \right] \\ c &= \left[\frac{1}{\rho_1^2} - \frac{z+h}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} - \frac{2(x-x_1)^2}{\rho_1^4} + \frac{2(z+h)(x-x_1)^2}{\rho_1^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|} + \frac{(z+h)(x-x_1)^2}{\rho_1^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3} \right] \\ d &= \left[\frac{1}{\rho_2^2} - \frac{z+h}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} - \frac{2(y-y_2)^2}{\rho_2^4} + \frac{2(z+h)(y-y_2)^2}{\rho_2^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} + \frac{(z+h)(y-y_2)^2}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|^3} \right] \\ e &= \left[\frac{(x-x_2)(y-y_2)}{\rho_2^2} \left(\frac{2}{\rho_2^2} - \frac{2(z+h)}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} - \frac{(z+h)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|^3} \right) \right] \\ f &= \left[\frac{1}{\rho_2^2} - \frac{z+h}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} - \frac{2(x-x_2)^2}{\rho_2^4} + \frac{2(z+h)(x-x_2)^2}{\rho_2^4 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|} + \frac{(z+h)(x-x_2)^2}{\rho_2^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|^3} \right] \end{aligned}$$

De esta manera la conductividad aparente para un arreglo horizontal (D_{H_x}, D_{H_y}), queda:

$$\sigma_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{p'}{i\omega m_B} \int (G_x E_x + G_y E_y) \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (48)$$

$$\sigma_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{p'}{i\omega m_B} \int [G_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) E_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) + G_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) E_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)] \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (49)$$

Dónde:

$$p' = \frac{i16\pi|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{m\mu^2\omega}$$

Esta última ecuación es la que se utilizó para la inversión 3D de los datos de esta tesis.

Capítulo 4. Resultados e interpretaciones

4.1 Resultados eléctricos 2D

Éste capítulo detalla los resultados obtenidos después del proceso de inversión. Los nueve perfiles geoeléctricos que se obtuvieron sobre el camino principal que conduce desde la carretera Cancún-Tulum hacia el cenote Chac-Mool (ver figura 24-B) mostraron una estructura que se miraba muy abigarrado y resultó no ser práctico a la hora de interpretarlos por la falta de continuidad para mostrar la posición de la haloclina (Ver Anexo A). Debido a que el objetivo es obtener un modelo completo para ver la posición de la haloclina desde la zona cercana al mar hasta el cenote Chac-Mool, se decidió procesarlos de forma traslapada y así se obtuvo un único modelo sobre el camino principal (Figura 24 A). Esto también significa que donde traslapan hay duplicación de mediciones. Esto para la inversión es bueno, pues es como medir dos veces y asegurarnos que la medición de lo mismo o casi lo mismo. Es redundancia para la inversión. Quiere decir que el modelo resultante de la inversión en la zona de traslapes estará muy bien constreñida por los datos duplicados. Como se describió en la sección 3.4.1 estos perfiles se adquirieron con los arreglos DD, SC y WE y se traslaparon en el electrodo 19 (metro 180 de cada perfil), para dar un perfil completo de una longitud de 1650 m. Para tener menor estructura en los modelos y favorecer la interpretación del perfil geo-eléctrico (Perfil A, figura 24) se hicieron prismas más amplios en la inversión geofísica, variando Δx y β (Ver sección 3.4.1). Se obtuvieron nueve perfiles geo-eléctricos de 1,650 m que corresponden al camino principal. Con los nueve modelos impresos a color y en papel, se hizo un recorrido caminando a lo largo del perfil (figura 11) para identificar concordancias geológicas, como: cavidades superficiales y/o subsidencias que pudieran estar relacionadas con posibles colapsos por tener una caverna abajo. El modelo que mayores concordancias obtuvo fue el de $\Delta x= 10$ m y $\beta=0.1$ con un RMS de 11%. Los nueve perfiles pueden ser consultados en el Anexo B. Los datos obtenidos en campo Dipolo-Dipolo (DD), Schlumberger (SC) y Wenner (WE), son mostrados en la figura 23. Estos datos están graficados de forma traslapada como se obtuvieron en campo. En profundidad están graficados como Pseudo-Profundidad ya que son resistividades aparentes, las cuales hasta no aplicarles un proceso de inversión no representan la profundidad real del subsuelo. En la figura 24A se muestra el modelo y en la figura 24B la localización. En la figura 23 la pseudo-sección observada para dipolo-dipolo y la respuesta del modelo para el mismo arreglo. Enseguida la pseudo-sección de Schlumberger observada y respuesta. Lo mismo para los datos Wenner. El parecido entre los tres juegos de datos con sus respectivas respuestas es tan bueno que nos da seguridad sobre la calidad de nuestro modelo 2D de resistividad

eléctrica. Se busca que estos datos “calculados” sean lo más parecido a los datos observados de campo, esto garantiza que el modelo inverso sea lo más parecido a un modelo que provenga de los datos observados. La diferencia entre los datos observados y calculados aplicando la ecuación (43) es lo que se le conoce como RMS; se busca valores de RMS por debajo del 15%, lo que garantiza un buen ajuste de los datos. De la imagen obtenida en *Surfer* se cortó las regiones donde no hay datos (puntos). Esto nos indica que dada la no-unicidad en la solución, hemos hallado el mejor modelo que ajusta de manera conjunta los tres grupos de datos. Los puntos sobre los modelos corresponden a cada dato o punto de observación.

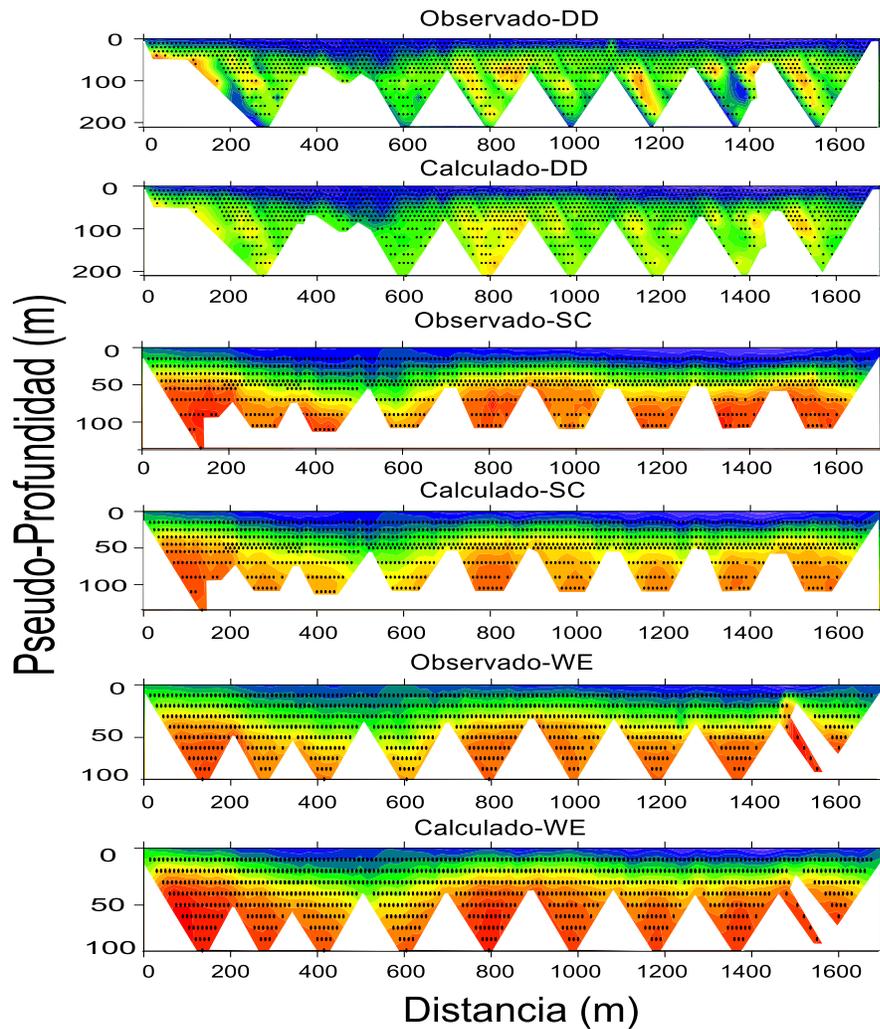
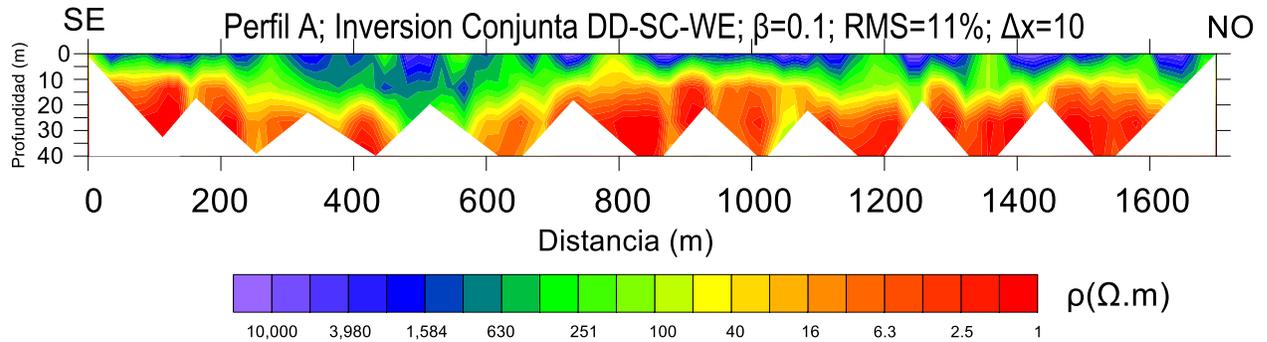


Figura 23. Datos medidas en campo (Observados) y la respuesta del modelo inverso (Calculado), para cada configuración de electrodos DD, SC y WE. Los puntos representan cada una de las mediciones.

La figura 24 muestra en A) el modelo geo-eléctrico A sin interpretar, y en B) muestra la zona donde fue adquirido.

A)



B)

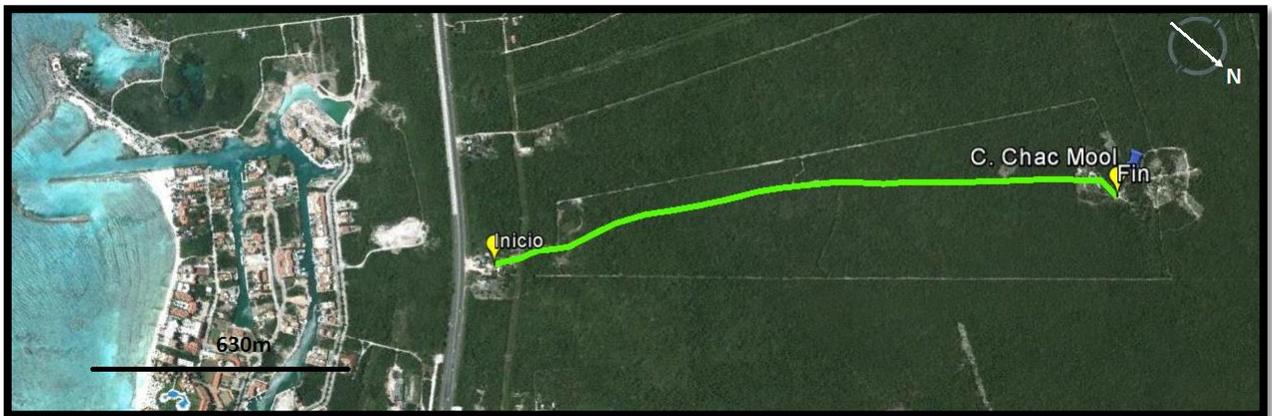


Figura 24. A) Perfil geoelectrico A sobre el camino principal 1650m. B) Se muestra un croquis del camino principal que conduce desde la carretera Cancún-Tulum hacia el cenote Chac-Mool.

Los perfiles Lin13 y Lin14 se muestran en las figuras (25) y (26) después de haber hecho un proceso de inversión y que incluyó varias pruebas en la discretización (Δx) de la malla y factor de suavizamiento β . Éste proceso se describió en la sección 3.4.1 y consistió en variar la discretización $\Delta x=1.25, 2.5$ y 5 m, y $\beta=0.1, 0.01$ y 0.001 . Estos perfiles fueron adquiridos con una distancia dipolar de 5 m y al comparar los modelos con los rasgos vistos en campo, se pudo constatar que ambos perfiles ajustaron mejor con una discretización $\Delta x=1.25$ m y $\beta=0.01$. El perfil Lin13 se adquirió tratando de ser paralelo a la costa con el objetivo de ver de la distribución de la resistividad y confirmar si existen variaciones en el nivel de la haloclina y detectar nuevas estructuras de origen kárstico como río subterráneo proveniente de la zona

de cenotes, la ubicación de éste perfil se señala en la [figura 13](#). El perfil Lin14 se obtuvo en la zona de cenotes y tener de alguna forma, otro método que permitiera corroborar los datos y modelos obtenidos con EMDF. En las [figuras 25 y 26](#) se muestra el mejor modelo obtenido mediante inversión conjunta de los tres juegos de datos (Dipolo-Dipolo, Schlumberger, Wenner). En estos perfiles la separación entre electrodos fue de 5 m. Por lo tanto son líneas que tienen 135 m de largo con poca penetración, pero se pretende ver detalles de la zona karstificada.

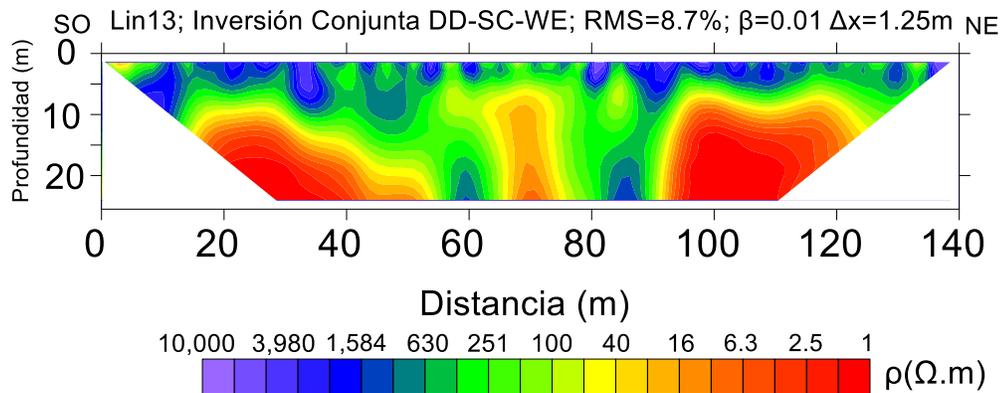


Figura 25. Modelo geoelectrico Lin13.

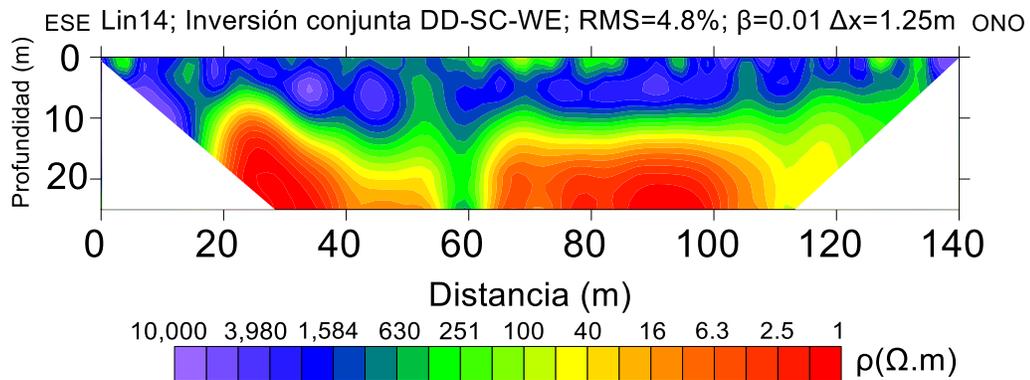


Figura 26. Modelo geoelectrico Lin14.

4.2 Interpretación perfiles eléctricos

La interpretación de estos perfiles es con base en una tabla de valores de resistividad ([tabla 3](#)) y se asocian con materiales geológicos presentes en la zona. Esta tabla es una combinación de las realizadas por [Orellana \(1972\)](#); y de lo reportado en el trabajo de [Supper et al. \(2009\)](#) de valores típicos de una zona karstificada de Quintana Roo. [Supper et al. \(2009\)](#) reportan sus valores de resistividad de acuerdo a un

modelado directo que hicieron y alimentaron ese modelo para predecir que resistividades medirían ellos en campo. Las resistividades reales pueden diferir, pero es una buena propuesta ya que son valores típicos esperados en una zona karstificada según estos autores.

Tabla 3. Valores de resistividad y materiales geológicos. De acuerdo a Orellana (1972) y Supper et al. (2009).

Resistividad $\Omega \cdot m$	Tipo de roca
$\rho > 1000$	Caliza compacta
$1000 > \rho > 300$	Caliza Fracturada
$300 > \rho > 100$	Caliza Blanda (Sahcab)
$100 > \rho > 20$	Caliza saturada con Agua dulce
$20 > \rho > 10$	Caliza saturada con Agua Salobre
$\rho < 10$	Caliza saturada con Agua Salada
$20 < \rho < 1$	Agua Dulce
$\rho = < 1$	Agua salada

4.2.1 Interpretación perfil A (1,650 m)

A los 1,300 m sobre el camino principal se encuentra un cenote con una pequeña cavidad en superficie, que permitió medir el nivel freático a 6 m de profundidad (Línea punteada rosa en la figura 27 A, indicado por J), el grosor de la roca fue aproximadamente de 2 m, con un espesor de aire de aproximadamente 4 m. El nivel freático encontrado en el modelo (figura 27 A) está por debajo de la mayoría de las zonas y anomalías altamente resistivas excepto entre $x=300m$ y $x=600m$. Éste nivel en el perfil se asocia con valores entre los 40 y 100 $\Omega \cdot m$. De la tabla (3), se observa que podría corresponder a caliza saturada con agua dulce.

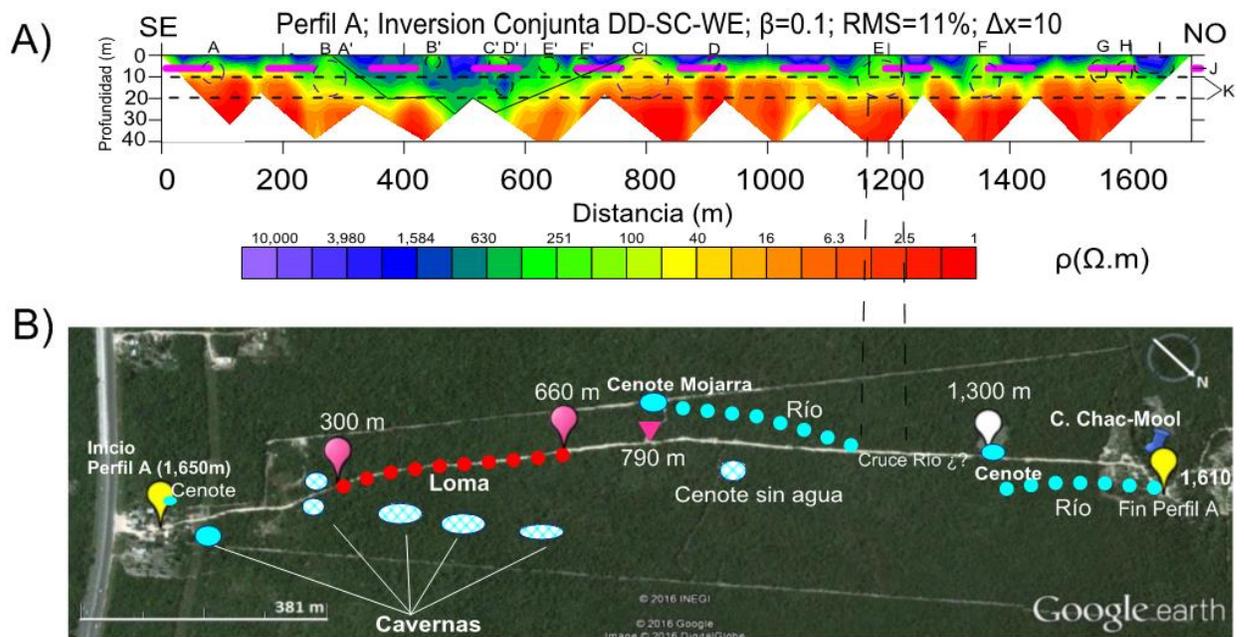


Figura 27. A) Interpretación del perfil geo-eléctrico A (1,650 m). B) Rasgos estructurales vistos en campo donde se obtuvo el perfil geo-eléctrico A. Se indica en cada metro las zonas importantes vistas en campo, la línea punteada roja representa la loma, la línea punteada azul representa el río subterráneo proveniente de la zona de cenotes en dirección al mar caribe, los cenotes quedan señalados con círculos azules y las cavernas o zonas aireadas con símbolos azul con blanco.

El siguiente rasgo que se nota es la zona de mezcla entre agua dulce y salada, como se puede ver en la figura (27 A; líneas punteadas color negro acotadas por K). Las resistividades entre 1 y 40 $\Omega \cdot m$ sugieren que se encuentra entre los 10 y 20 m de profundidad. En general en todo el perfil se mantiene constante exceptuando la zona altamente resistiva entre $x=300$ m y $x=600$ m.

Los rasgos geológicos de origen kárstico que se detectan en el perfil A (figura 27 A), en su mayoría fueron confirmados en el recorrido hecho en campo y se señalan en la figura (27 B), esta figura incluyen una serie de cavernas secas, cenotes y ríos subterráneos. Debido al contenido de saturación de agua, se detectan las zonas de cavernas y cenotes como bajos resistivos (40-200 $\Omega \cdot m$), en comparación a la roca totalmente sana y poco fracturada (>1000 $\Omega \cdot m$).

Existe un pequeño cenote a 33 m del punto inicial ($x=0$) y a 22 m en dirección sur-oeste del camino principal que conduce al cenote Chac-Mool, está indicado como un punto azul cerca del inicio del perfil A en la figura (27 B). En éste punto el nivel freático se encontró a 6 m de profundidad y con salinidad pequeña de acuerdo a comentarios de los dueños del predio (Sr. Cándido Castilla Fernández,

comunicación personal, Octubre del 2016). En $x=70$ m del camino, de lado derecho (Nor-Este) hay una caverna inundada. En el perfil geoelectrico se detectan un bajo resistivo de $40-100 \Omega\text{-m}$ justo en el metro $x=70$ m (señalado con A en la figura 27 A). Estos valores de resistividad están asociados de acuerdo a la tabla (3) a roca caliza saturada con agua dulce, pero si observamos el perfil por debajo del punto A en figura 27 A, se observa que la resistividad pasa de $40-1 \Omega\text{-m}$ alcanzando la zona de mezcla. Lo que sugiere que probablemente estemos detectando un río que alimenta a esta caverna inundada.

En $x=280$ m y $x=290$ m (figura 27 B) se encuentran dos cavernas, la primera a 7 m del lado derecho del camino y la segunda de lado izquierdo del camino. En el perfil geoelectrico A (señalado con B en figura 27 A) se encuentra una anomalía baja de baja resistividad ($100-200 \Omega\text{-m}$) que sugiere que estas dos cavidades se encuentran conectadas entre sí.

Entre $x=300$ y $x=600$ m se encuentra una loma con altura máxima de 3 m respecto al inicio del perfil (no se sabe el origen geológico). En esta parte, señalo 5 anomalías (A', B', C', D' y F') que pudieran estar relacionadas con caverna (figura 27 B). La letra A' corresponde a la línea continua que encierra a profundidad esta zona (señalado con A' en la Figura 27 A). Aquí se puede observar altos valores de resistividad entre 250 y $650 \Omega\text{-m}$ en profundidad ($z=30$ m) alcanzando valores máximos en $x=500$ y $x=550$. Los puntos B', C', E' y F' encierran pequeñas anomalías menos resistivas ($250 \Omega\text{-m}$) dentro de esta gran zona o bloque resistivo. Por último el punto D' señala una anomalía resistiva ($1,500 \Omega\text{-m}$) en profundidad, lo cual es notable, ya que se ubica a 15 m en profundidad justo al centro de la zona de mezcla. Lo que podría indicar que toda esa zona (debajo de la loma, $x=300$ y $x=600$ m) es un medio altamente heterogéneo donde se presenta una combinación de cuerpos calizos compactos en profundidad como el señalado en el punto D', y cuerpos de calizas blandas o Sahcab (de acuerdo a la tabla 3) mostrados con B', C', E' y F'. El Cenote mojarra se encuentra a mitad del camino ($x=800$ m) y a 30 m de lado izquierdo. En éste punto (Señalado con C en la Figura 27 A) se observa una anomalía conductora del orden de $15-40 \Omega\text{-m}$.

En $x=920$ m se encuentra una cueva seca (Señalado como cenote seco en la figura 27 B). En el perfil se detecta la anomalía correspondiente (Señalado con D en la figura 27 A) y se ve que en superficie se mantiene el continuo resistivo. Sugiriendo que el cenote está por encima del nivel freático o en la zona vadosa.

En la figura (27 B) se muestra un río subterráneo (señalado por una línea punteada color azul) que inicia en el cenote Chac-Mool, manteniendo una trayectoria paralela por el lado izquierdo del camino principal

en dirección al mar caribe, a una separación aproximadamente de 6 m. De acuerdo a los propietarios del predio, en un punto desconocido, el río cambia de dirección cruzando subterráneamente el camino de terracería (Sr. Cándido Castilla Fernández, comunicación personal, Septiembre del 2016). La anomalía baja resistiva de 70-200 Ω -m (Señalado con E en la figura 27 A) sugiere que es en entre $x=1,100$ y $x=1,200$ m por donde cruzaría éste río hasta llegar al cenote Mojarra (Señalado con C en la figura 27 A).

En $x=1,300$ m y a 5 m de lado izquierdo del camino hay un cenote (figura 27 B). En éste punto el espesor de la roca mide 2 m, y el nivel freático se encontró a los 6 m, dando un espesor de capa de aire de 4 m. En éste punto el espesor del lente de agua es de 1.5 m pero éste aumenta en dirección nor-oeste (dirección contraria a la costa). La anomalía señalada en el perfil A (Señalado con F en la figura 27 A) sugiere que se está detectando éste cenote como un bajo resistivo de 70-200 Ω -m.

Como se mencionó anteriormente, en la zona donde se encuentra el cenote Chac-Mool, existe otro cenote llamado Pequeño Hermano (Ver figura 32) estos cenotes se encuentran conectados por un río subterráneo llamado Río3. Existe otro río subterráneo llamado Río2 que conecta subterráneamente con una cavidad parcialmente inundada llamado Air-Dome o el Domo. La trayectoria exacta de estos dos ríos puede consultarse en una imagen mostrada en el apéndice (Anexo E). Las anomalías mostradas en G y H en la figura (27 A) podrían deberse a la detección de estos dos ríos. Finalmente se puede observar una anomalía altamente resistiva (señalado en I en la Figura 27 A) después de $x=1,600$ m que podría corresponder al macizo resistivo descrito con los modelos EMDF-2D y 3D, como se describen en las secciones 4.3 y 4.4.

4.2.2 Interpretación Perfil Lin13

El perfil Lin13 se tomó con el objetivo de conocer la distribución de las resistividades de manera paralela a la costa de forma que intersectara con el perfil largo y proporcionara información del nivel de la haloclina y ver si se mantenía constante a lo largo del perfil. Además de poder comprobar la existencia de ramificaciones subterráneas como se ha mencionado en los antecedentes. El perfil A (1,650 m) intersecta a una distancia $x=170$ m con el metro $x=100$ del perfil Lin13.

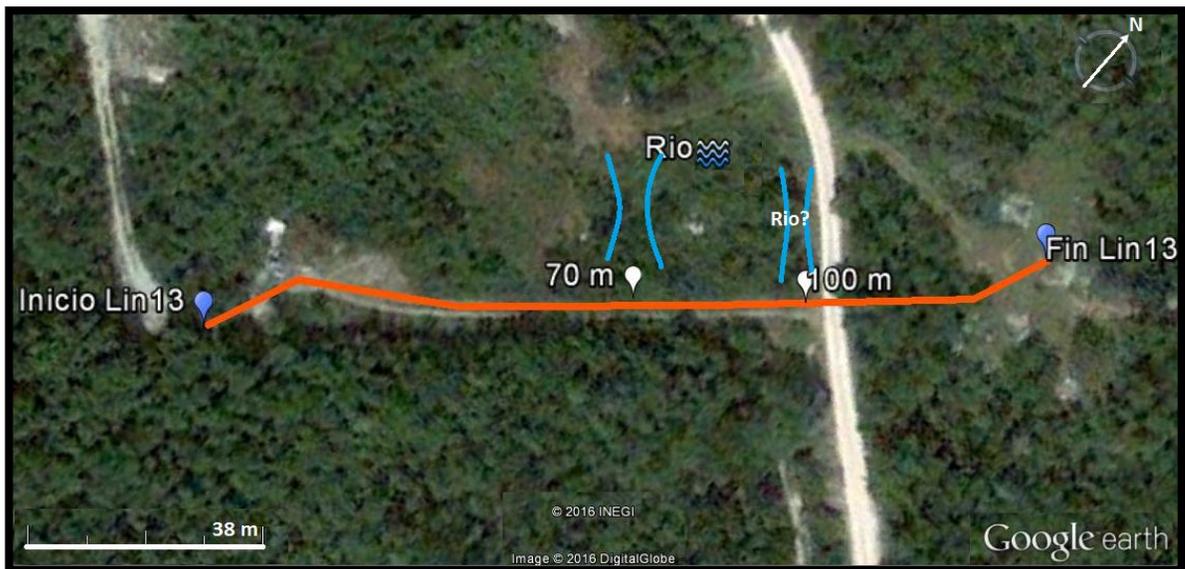
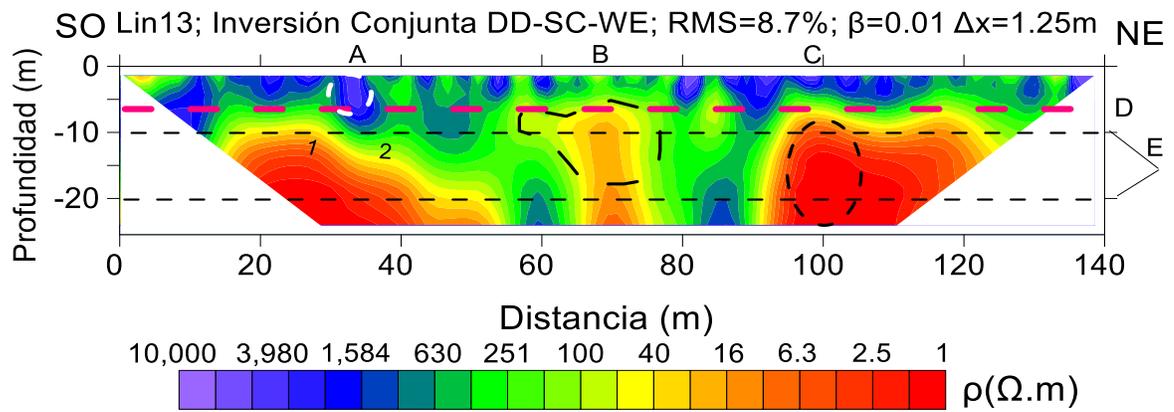


Figura 28. A) Modelo de resistividad perfil Lin13, espaciado de electrodos 5m. B) En línea azul se muestra las posibles trayectorias de ríos que generan las anomalías detectadas en el modelo Lin13.

En la figura (28 A; Señalado con D) se muestra una línea punteada rosa, sobre una iso-línea de igual resistividad alrededor de $100 \Omega\text{-m}$, exceptuando una zona altamente resistiva señalada con A en la figura (28). Éste nivel sugiere que se está detectando el nivel freático en lo predicho a los 6 m de profundidad. De acuerdo a la tabla (3) la zona altamente resistiva ($1,000\text{-}4,000 \Omega\text{-m}$) señalada con A en la Figura (28 A) podría deberse a un bloque de material calizo poco fracturado que impide la saturación de agua. La secuencia de anomalías resistivas hasta los 5 m en profundidad correspondería al espesor de la zona vadosa.

En la figura (28 A) señalado con E y acotado por líneas punteadas, se delimita una zona con resistividades que oscilan entre los 1 y $100 \Omega\text{-m}$, que de acuerdo a la tabla (3) corresponde con la zona de mezcla ya

que se está detectando valores muy conductores que serían materiales impregnados con agua salada y materiales impregnados con agua dulce, entre 10 m y 20 m de profundidad. En la parte central del perfil entre $x=60$ m y $x=80$ m de la figura (28 A) se observa una zona que probablemente es roca con un grado alto de porosidad por valores de resistividad de (100-250 Ω -m), excepto en el centro ($x=70$) con un valor de resistividad de (16 Ω -m). El límite inferior de la zona de mezcla estaría a los 20 m de profundidad. Los propietarios comentaron que existe un río subterráneo proveniente desde la zona de cenotes en dirección al mar caribe y quizá la anomalía baja resistiva (16-40 Ω -m) entre $x=60$ y $x=80$ m señalado por B en la figura (28 A) podría deberse al cruce de éste supuesto río. Inclusive éste podría venir y ser continuación del río descrito y detectado en el punto B del perfil A (Punto B en la figura 27 A). La anomalía que se señala en C de la figura (28 A) sugiere que podrían realmente existir dos ríos o una ramificación de éste, el detectado en $x=70$ y otro en $x=100$ (Señalado con C en la figura 28 A). La figura (28 B) es un croquis de donde se tomó el perfil Lin13, para ilustrar la posible trayectoria del (o los) ríos encontrados, se señala el que es más probable que sea, el encontrado en $x=70$ y por otra parte se señala con signo (?) el río que podría ser una ramificación.

4.2.3 Interpretación perfil Lin14

Éste perfil fue tomado con el objetivo de ver las distribuciones de las resistividades en la zona de los cenotes donde se encuentran: Chac-Mool, Kukul-Kan y Pequeño Hermano, y determinar si es posible detectar los ríos subterráneos, cavernas secas y las estructuras kársticas antes mencionadas. La figura 29 muestra el perfil Lin14 ya interpretado.

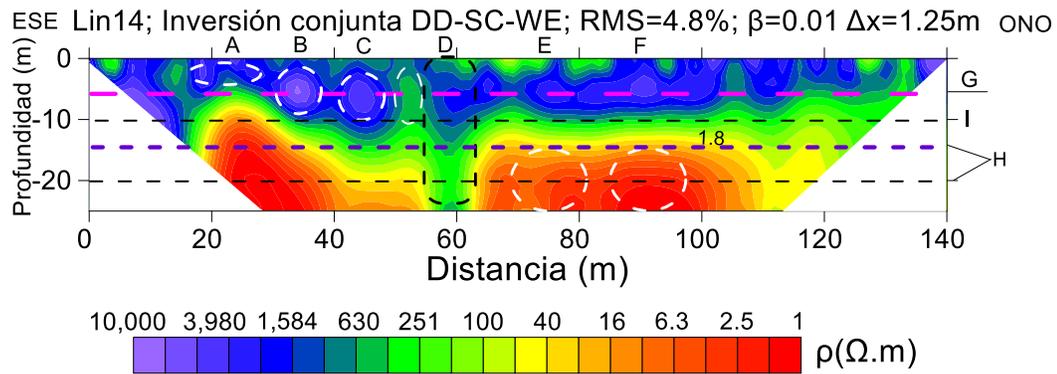


Figura 29. A) Modelo de resistividad Lin14, espaciado de electrodos 5m. B) Mapa donde se adquirió el perfil Lin14 y señalado con una línea naranja. En azul se muestra los ríos Río2 y Río3. En blanco, se muestra el límite del Cenote Chac-Mool, Air-Dome y lo interpretado como macizo resistivo o rocoso (MR).

En la zona de cenotes, donde se adquirió el perfil Lin14 (Figura 15), el nivel freático se midió y se encuentra a 7 m de profundidad. La línea punteada rosa que representa el nivel freático (señalado con G en la figura 29 A) trazada con base a las mediciones hechas en campo, cae sobre un medio altamente resistivo a lo largo de éste perfil. De acuerdo a la tabla (3), los valores asociados a zonas saturadas con agua dulce aparecen a los 10 m en profundidad de éste perfil. Por lo tanto, se observa en la figura (29 A; señalado por I) que el nivel freático queda por debajo de lo predicho (medido en campo). Éste efecto se discutirá en el capítulo 5. En consecuencia el nivel de la haloclina queda al centro de lo predicho de la ubicación de esta (entre los 10 y los 20 m en profundidad). En éste perfil aparece a los 15 m (Línea punteada en color morado en la parte superior de H en la Figura 29). Como la zona de mezcla puede

oscilar en profundidad, (recordemos que es afectado por las mareas) en éste caso fue encontrada a partir de los 15 m en profundidad (Acotado con H en la figura 29 A).

Como se puede observar en la figura (29 A), alrededor del $x=40$ del perfil Lin14 se encuentra un par de cavernas secas pertenecientes a lo que se conoce como “Air-Dome” (figura 29 B). En la figura (29 A) se detectan unas anomalías con altos valores de resistividad ($10,000 \Omega\text{-m}$) en $x=35$ y $x=45$ (Señalados con A, B y C en la figura 29 A). Estos valores tan altos de resistividad ($10,000 \Omega\text{-m}$) solo aparecen en éste perfil y coincide con cavidades secas. Se puede decir que el método eléctrico con distancias dipolares de 5m es sensible a la localización de cavidades secas a diferencia del perfil geo-eléctrico A (figura 27 A) que no fue capaz de detectar cavidades secas, quizá porque al usar separaciones de electrodos de 10 m promedia más. En $x=60$ se puede observar una continuación en profundidad de un resistivo que interrumpe el medio saturado o conductor debajo de la superficie (Señalado con D en la figura 29 A). Éste rasgo se discutirá en el capítulo 5 y coincide con una estructura vista con los métodos EMDF. Finalmente la presencia de los cruces con los ríos 2 y 3 (Figura 29 B) queda de manera regional, ya que no se logra diferenciar un cruce respecto del otro (Señalados con E y F en la Figura 29 A). Esto podría deberse a que interiormente el medio está totalmente saturado con agua salada haciendo que los valores de resistividad sean muy similares entre los ríos y el medio que los limita.

4.3 Resultados electromagnéticos 2D

La figura 30 muestra la zona donde se adquirieron los perfiles EMDF. Cada perfil lleva un número en el orden en que fueron adquiridos. La tabla 4 muestra las coordenadas de las posiciones iniciales y finales de cada perfil. Son 7 líneas, y en la (figura 30) se señalan los límites del cenote Chac-Mool, cenote Pequeño Hermano y el Air-Dome. Estos perfiles se adquirieron en ángulos arbitrarios respecto del eje oeste-este debido a la vegetación. La zona se caracteriza por estar constituida de roca caliza y la ausencia de suelo, como se puede observar en la figura 18. La figura 31 muestra los resultados sin interpretar de los perfiles EMDF. Estos incluyen inversión conjunta BMH-BMV con un $\Delta x=2.5\text{m}$ y $\beta=0.01$. Los perfiles se procesaron con $\beta=0.001$ y 0.01 pero los modelos con $\beta=0.01$ fueron más apropiados con la geología, en el apéndice (Anexo D) se muestran los resultados EMDF-2D para $\beta=0.001$. Como cada perfil tiene diferente longitud, en la figura 31 se ajustan a su respectiva longitud y todos fueron graficados a una profundidad de 40 m. Por simplicidad y para no llenar de imágenes, la figura 32 muestra los datos

observados y calculados para BMV y BMH solamente del perfil Lin2. Los observados y calculados de los otros perfiles EMDF se muestran en el [Anexo F](#).

Tabla 4. Coordenadas de los perfiles EMDF adquiridos en la zona donde se encuentra el cenote Chac-Mool.

Perfiles EMDF	Punto Inicial		Punto Final	
	Latitud	Longitud	Latitud	Longitud
Lin1	20°30'46.66"N	87°14'49.33"O	20°30'43.26"N	87°14'49.50"O
Lin2	20°30'46.59"N	87°14'48.93"O	20°30'43.14"N	87°14'48.96"O
Lin3	20°30'46.08"N	87°14'49.26"O	20°30'44.64"N	87°14'48.30"O
Lin4	20°30'45.48"N	87°14'50.46"O	20°30'46.32"N	87°14'47.70"O
Lin5	20°30'45.24"N	87°14'47.40"O	20°30'45.00"N	87°14'49.62"O
Lin6	20°30'45.84"N	87°14'50.22"O	20°30'43.86"N	87°14'49.08"O
Lin7	20°30'43.13"N	87°14'52.30"O	20°30'46.76"N	87°14'49.88"O

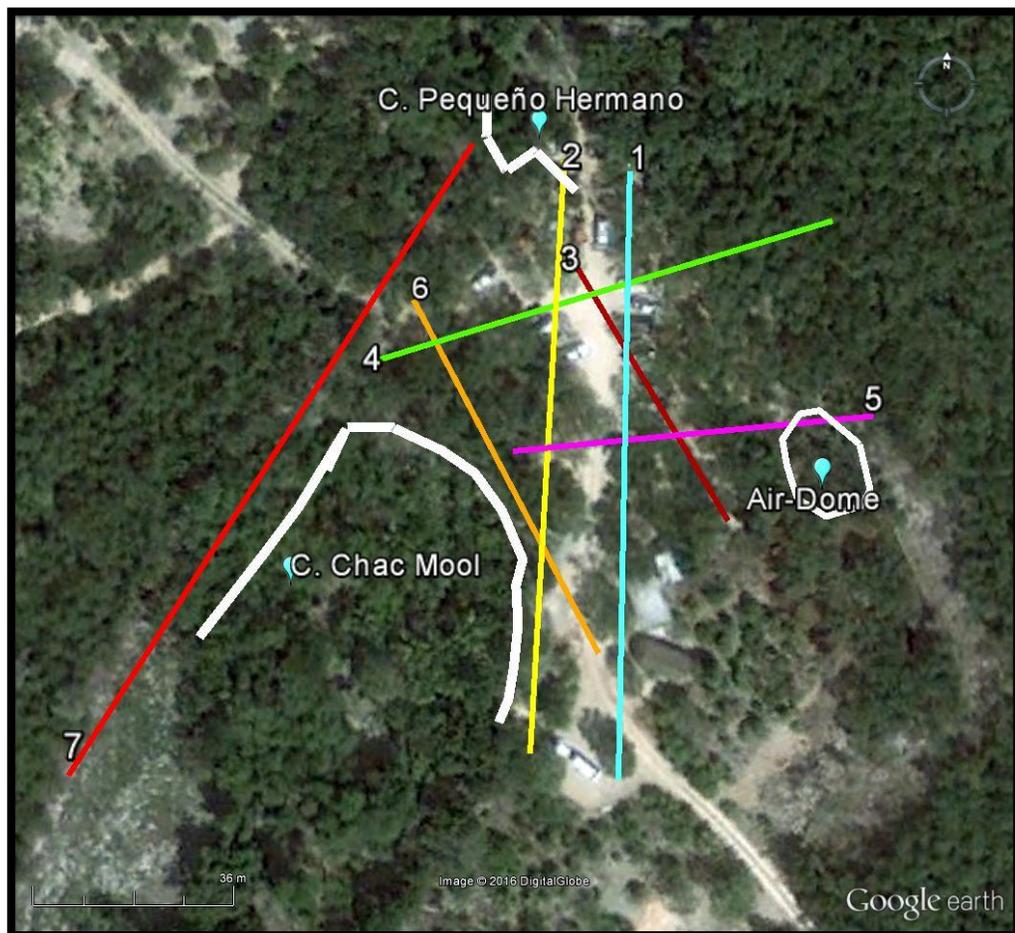


Figura 30. Zona de cenotes donde se tomaron los 7 perfiles EMDF. Cada perfil está numerado del 1 al 7. El número está colocado al inicio de cada línea. En blanco se señalan las posiciones de los cenotes Chac-Mool, Pequeño Hermano y el Air-Dome.

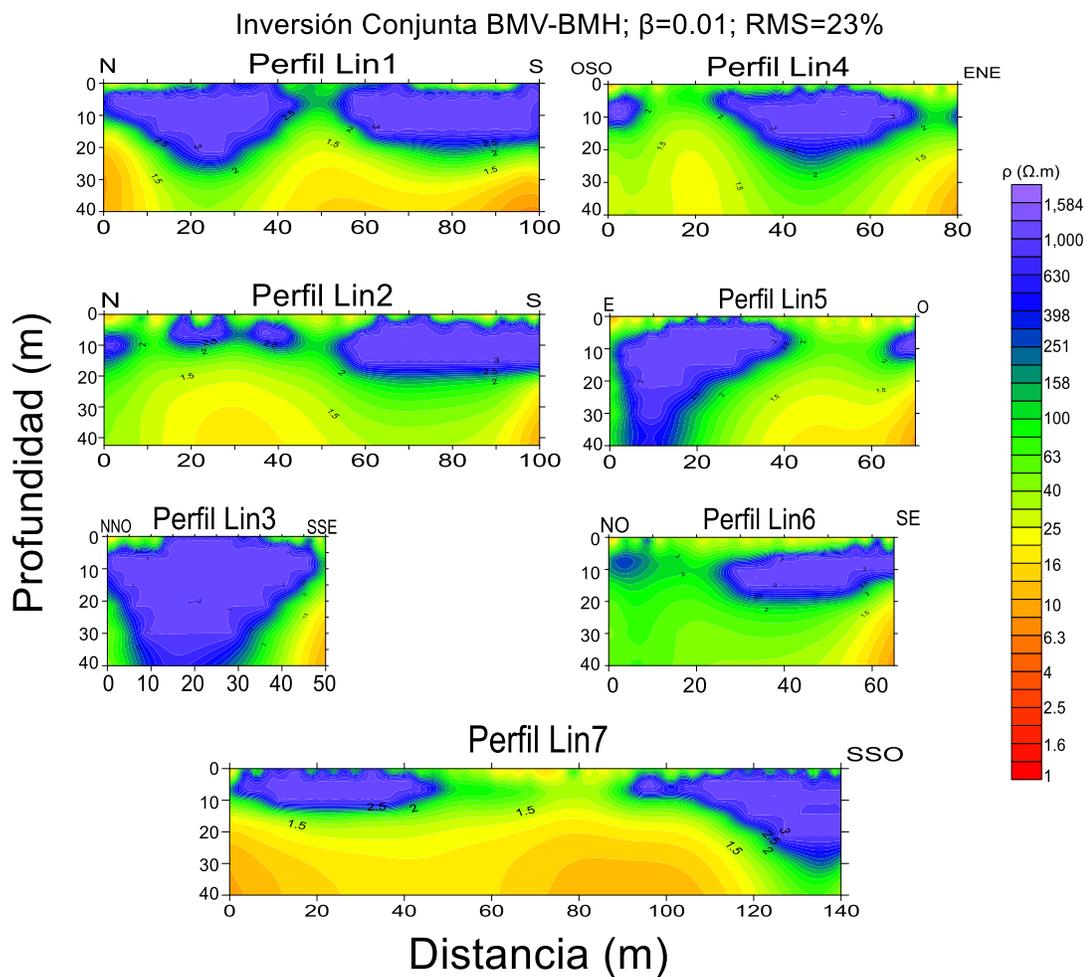


Figura 31. Resultados de la inversión conjunta EMDF de cada perfil numerado del 1 al 7. Los parámetros utilizados de inversión fueron $\Delta x=2.5\text{m}$ y $\beta=0.01$ y la escala es de resistividad ($\Omega\cdot\text{m}$).

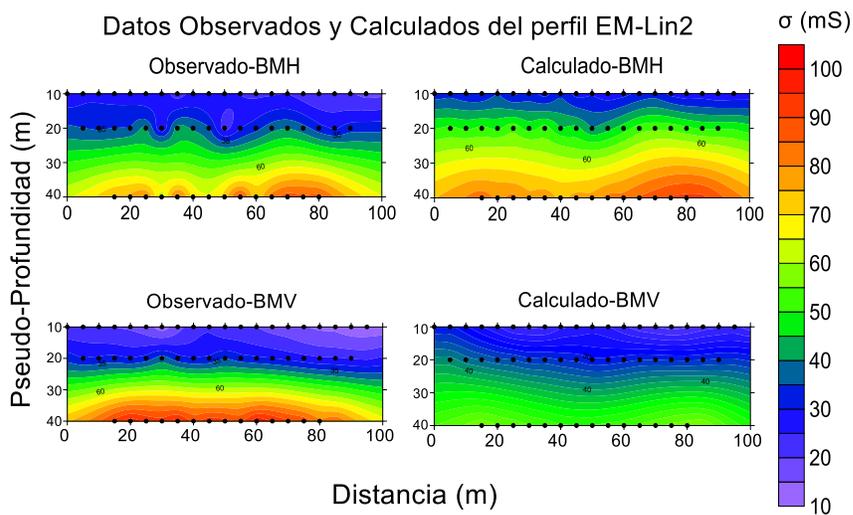


Figura 32. Datos observados del perfil EMDF-Lin2 para BMH y BMV con sus respectivos modelos calculados al momento de hacer la inversión.

4.3.1 Interpretación perfiles 2D

Los resultados EMDF-2D fueron interpretados tomando en cuenta observaciones de campo, también lo descrito por los propietarios y trayectorias determinadas por buzos. La información de las trayectorias y profundidades de los ríos fue obtenida de un mapa hecho por *Underwater Editions* y consultado en la página web *Pro Dive Mexico* (2016), éste mapa se puede consultar en el Anexo E. En la figura 33 se retoma la figura (30) y se incluye la posición de los ríos a los que les llamó Río2 y Río3. El proceso de escalamiento se realizó geo-referenciando en *GoogleEarth* la imagen mostrada en el Anexo E y manualmente se trazaron los ríos subterráneos sobre la zona de estudio. En esta imagen (figura 33) se observa en que puntos los ríos fueron interceptados por los perfiles EMDF. El recuadro blanco encierra a los perfiles EMDF y corresponde al área utilizada para construir la discretización del modelo 3D.

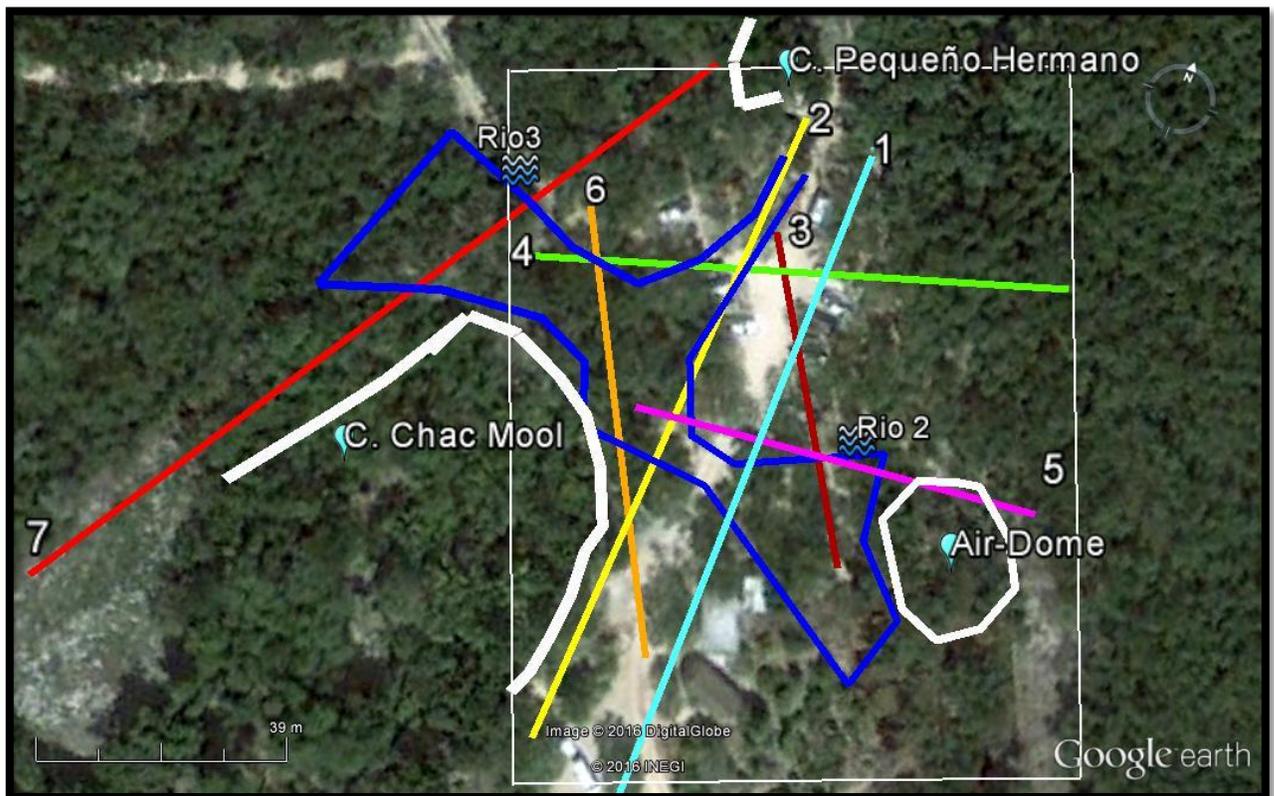


Figura 33. Señala los perfiles EMDF numerados y con diferentes colores. En la imagen se encuentran los perfiles Lin1 hasta el perfil Lin7. Los números se localizan al inicio de cada perfil. Se señala el Río3 que conduce desde el cenote Pequeño Hermano hasta el cenote Chac-Mool. Se señala el Río2 como el río que conduce desde el cenote Chac-Mool hasta el cenote Pequeño hermano pasando por el Air-Dome. El rectángulo en blanco simboliza el área de la rejilla para la inversión 3D.

La Figura 34 muestra los resultados interpretados de los perfiles EMDF-2D para $\beta=0.01$. En la parte superior de cada perfil se señala el cruce con los ríos subterráneos.

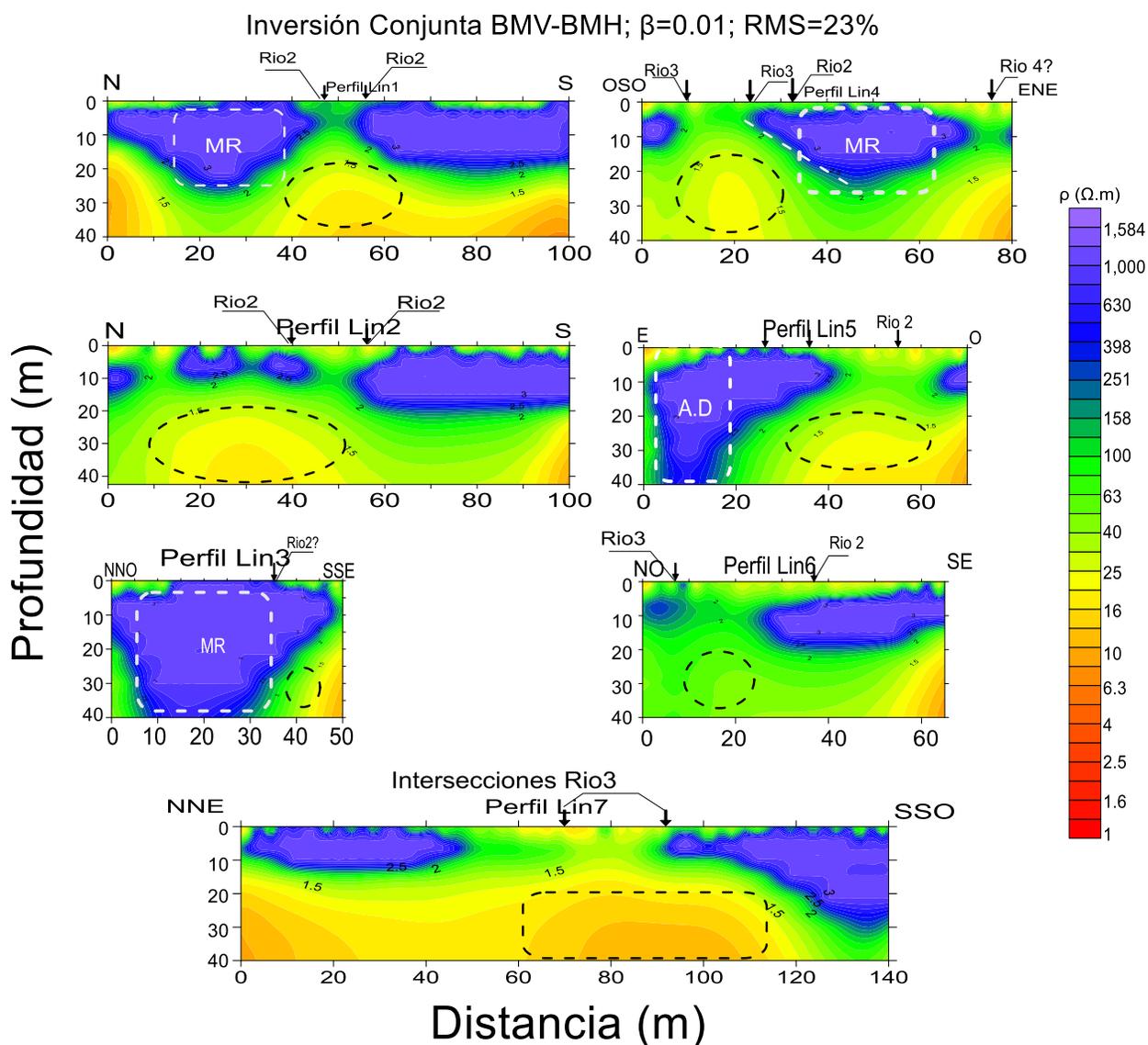


Figura 34. Resultados EMDF-2D interpretados. Se muestra los perfiles EMDF desde el perfil Lin1 hasta el perfil Lin7. En la parte superior de cada perfil indicado con flechas se muestra las intersecciones con los ríos. La escala de resistividad está en $\Omega \cdot m$.

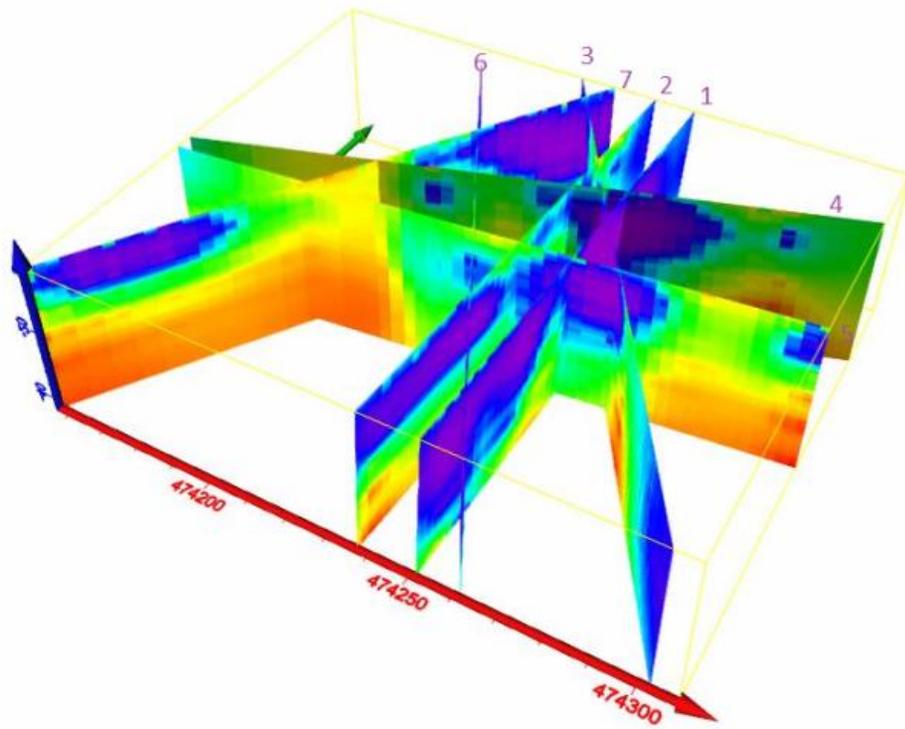


Figura 35. Perfiles EMDF-2D, graficados en un espacio 3D para ver sus intersecciones y la correlación entre ellos.

La figura 35 es un modelo en el que se interceptan todos los perfiles EMDF mostrados en la figura 31 para ver la correlación entre ellos y darles mayor credibilidad a las secciones EMDF. Se puede observar que las zonas resistivas (azules) coinciden entre ellas vistas por los perfiles. Por simplicidad en la interpretación, en éste trabajo se describirá las secciones independientes de la figura 34.

La figura 34 muestra los perfiles EMDF obtenidos en la zona donde se encuentra los cenotes Chac-Mool y Pequeño Hermano. Estos están graficados del 1 al 7 como perfil Lin1, Lin2... Lin7. Están graficados en distancia (m) vs profundidad (m) y se respeta la misma escala horizontal y vertical en todos los perfiles. Las secciones están resistividad ($\Omega\text{-m}$) y en la parte superior de cada sección se marca con flechas las intersecciones exactas con los ríos de acuerdo a como se midió con *GoogleEarth*. Finalmente en círculos punteados se encierran los rasgos ya interpretados.

En la figura 34 se puede observar que el Perfil Lin1 de 100 m de longitud inicia sobre una zona entre $x=0$ y $x=40$ m altamente resistiva ($>1000 \Omega\text{-m}$) que pudiera corresponder a roca caliza no saturada con un espesor de roca de al menos 20 m de profundidad. Esta anomalía aparece en otros perfiles y le llamaremos simplemente macizo rocoso (MR). De la figura 33 se puede observar que el perfil Lin1 corta

al Río2 exactamente en $x=50$. Esto mismo se observa en el modelo Lin1 de la figura 34 en $x= 50$ m. Es tan grande la anomalía, que parece interrumpir el resistivo presente en la parte superior. En $x= 60$ intersecta al Río2, sin embargo la anomalía no logra diferenciar el Río1 del Río2. A partir de $x=60$ m se observa una zona totalmente resistiva en la parte superficial que coincide con lo observado en campo, ahí no se presentan ríos ni cavidades importantes.

El perfil Lin2 tiene una dirección casi paralela al perfil Lin1. De la figura 33 se observa que el perfil Lin2 entre $x=0$ y $x=50$ m intersecta repetidas veces sobre el Río2. Comparando con el modelo de resistividad Lin2 (figura 34) se observa éste mismo comportamiento entre $x=0$ y $x=50$ m a una profundidad de 20 m (líneas punteadas) con una anomalía baja resistiva ($16-25 \Omega\cdot m$). Después de $x=50$ m se observa un resistivo ($>1000 \Omega\cdot m$) que al parecer tiene las mismas dimensiones que el resistivo visto en el perfil Lin1 (después de los 50 m); en esta parte se sabe que no hay cuerpos que indiquen una porosidad terciaria, por lo que éste perfil tiene correlaciones con lo predicho por las observaciones hechas en campo.

El perfil Lin3 de la figura 34 de 50 m de longitud, ve en su mayoría un bloque resistivo (macizo resistivo-MR). Éste perfil intersecta al Río2 en $x=35$. El Río2 no es detectado en superficie por éste perfil (Lin3) como lo detecta los perfiles Lin1 y Lin2. De la figura 33 se observa que en el metro $x=33$ del perfil Lin1 se intersecta con el metro $x=19$ del perfil Lin3. Comparando ambos perfiles (Lin1 y Lin3, figura 34) se nota que en la intersección y antes de esta, los perfiles coinciden en ver una zona altamente resistiva, esto sugiere que la zona que se detecta como MR se extiende sobre un área grande entre el cenote Pequeño Hermano y el Air-Dome. Las líneas punteadas en blanco en los perfiles Lin1 y Lin3 (figura 34) señalan lo que se denomina como MR.

De la figura 33 se puede observar que el perfil Lin4 intersecta con el Río3 en $x=10$ y $x=24$. Del modelo Lin4 (Figura 34) se observa que entre $x=10$ y $x=24$ se presenta una anomalía baja resistiva del orden ($16-25 \Omega\cdot m$) que probablemente se deba a la influencia del Río3, esta anomalía se señala en línea punteada en el modelo Lin4 de la figura 34. Posteriormente intersecta con el Río2 en el metro 35, sin embargo después de esta distancia se presenta el MR, haciendo complicada la detección del Río2, por el resistivo debido al bloque de roca caliza. Finalmente en el metro $x=75$ se observa una anomalía que podría deberse a lo que los propietarios comentaron como un río subterráneo del cual se desconoce su trayectoria y posición.

El perfil Lin5 tiene orientación Este-Oeste. De la figura 33 se puede observar que éste perfil pasa sobre lo que se conoce como Air-Dome. Esta estructura es una caverna parcialmente sumergida, ya que una

parte se encuentra por encima del nivel freático quedando como una zona aireada. En el modelo Lin5 de la [figura 34](#) se observa que en $x=10$ m se encuentra un alto resistivo que alcanza los 40 m de profundidad que coincide con la posición del Air-Dome (llamado A.D en el modelo Lin5 de la [figura 34](#)). Éste perfil intersecta al Río2 en $x=26, 35$ y 56 . Sin embargo la anomalía baja resistiva ($16-25 \Omega\text{-m}$) se hace presente entre $x=30$ y $x=60$ m señalado por una línea punteada en el modelo Lin5 de la [figura 34](#). Al final de esta sección entre $x=60$ y $x=70$ se observa una anomalía resistiva y sugiere una zona de roca caliza compacta o poco porosa.

El perfil Lin6 (visto en la [figura 33](#)) intersecta al Río3 en $x=9$ m, sin embargo puede que el río no esté muy bien trazado, ya que la anomalía se ve en $x=17$ m como se observa en el modelo Lin6 de la [figura \(34\)](#). Otro rasgo importante es que éste perfil intersecta con el perfil Lin2 y casi intersecta al perfil Lin1 y dan la misma respuesta del subsuelo después de $x=40$ m, sin embargo, no da una respuesta muy clara en superficie con el Río2, que lo intersecta en el metro $x=37$, como se observa en el modelo Lin6 de la [figura 34](#).

Como se ve en la [figura 33](#) el perfil Lin7 intersecta dos veces al Río3, en $x=73$ y luego en $x=95$. Se puede observar en el modelo Lin7 ([figura 34](#)) que una anomalía baja resistiva ($10-15 \Omega\text{-m}$) aparece en medio de esas dos intersecciones, señalada por un recuadro punteado. Sugiriendo la detección del río pero en su conjunto y además una zona altamente karstificada y con un grado bien desarrollado de porosidad.

En los modelos EMDF hechos con $\beta=0.001$ es interesante ver que constriñen más el tamaño de los conductores y posibles ríos ([Anexo D](#)). Pero aun así, no distinguen dos ríos relativamente pegados. Comparando estos perfiles con la inversión 2D hecha con el método de [Santos \(2004\)](#), nos damos cuenta que los modelos son parecidos, pero más suaves, pues es casi inversión 1D. Esperábamos obtener más detalle de los ríos, no imágenes más suavizadas. Los modelos se muestran en el [Anexo C](#).

4.4 Resultados e interpretación Electromagnéticos 3D

Cuando se hizo inversión EMDF-2D, una de las desventajas es que llegan a aparecer rasgos de alta frecuencia en los modelos que son debidos a heterogeneidades 3D y que en el modelo 2D se colocan equivocadamente. Una forma de eliminar estos rasgos de alta frecuencia que aparecen en los modelos 2D es hacer inversión 3D. Para saber cómo varía la resistividad en (x, y, z) se utilizó el software de [Pérez-](#)

Flores et al. (2012). En éste caso, se hace inversión con las escasas 6 líneas que se lograron obtener en el campo. Hubiera sido deseable tener una malla de datos mejor distribuida, pero el terreno es tan duro (roca caliza) y selvático que solo se prospectó por las brechas en la selva.

Con el objetivo de conocer la contribución de cada arreglo de las bobinas EM, se realizaron 3 modelos del mismo sitio donde se encuentra en cenote Chac-Mool; estos modelos corresponden a inversión 3D para BMH, BMV (figura 36) e inversión conjunta de ambas bobinas respectivamente (figura 37). Una manera de facilitar la comparación de los modelos es graficar los resultados en planta (x, y), esto se hizo con el software *Surfer* (Golden Software) para distintas profundidades (z). En cada sección se trazaron líneas (punteadas) que simbolizan los perfiles EMDF, como representa la zona donde se obtuvieron datos, esto nos da una idea de que zonas son las más y las menos confiables del modelo. Finalmente se graficaron de forma tridimensional con el software *Voxler* (Golden Software) que permite crear isométricos que se pueden rotar. Así como iso-superficies de igual resistividad o planos en diferentes direcciones. A continuación presentamos planos en (x, y) hechos con el software *Surfer*, a diferentes niveles de profundidad.

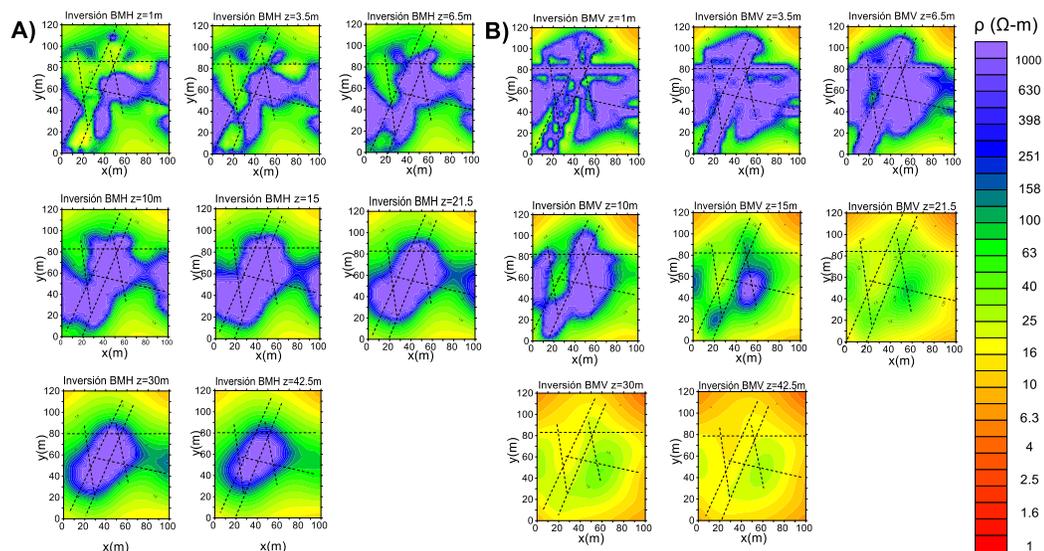


Figura 36. A) Gráficas en planta del modelo 3D con BMV. B) Gráficas en planta del modelo 3D con BMH. Las líneas punteadas sobre cada sección simbolizan los perfiles EMDF.

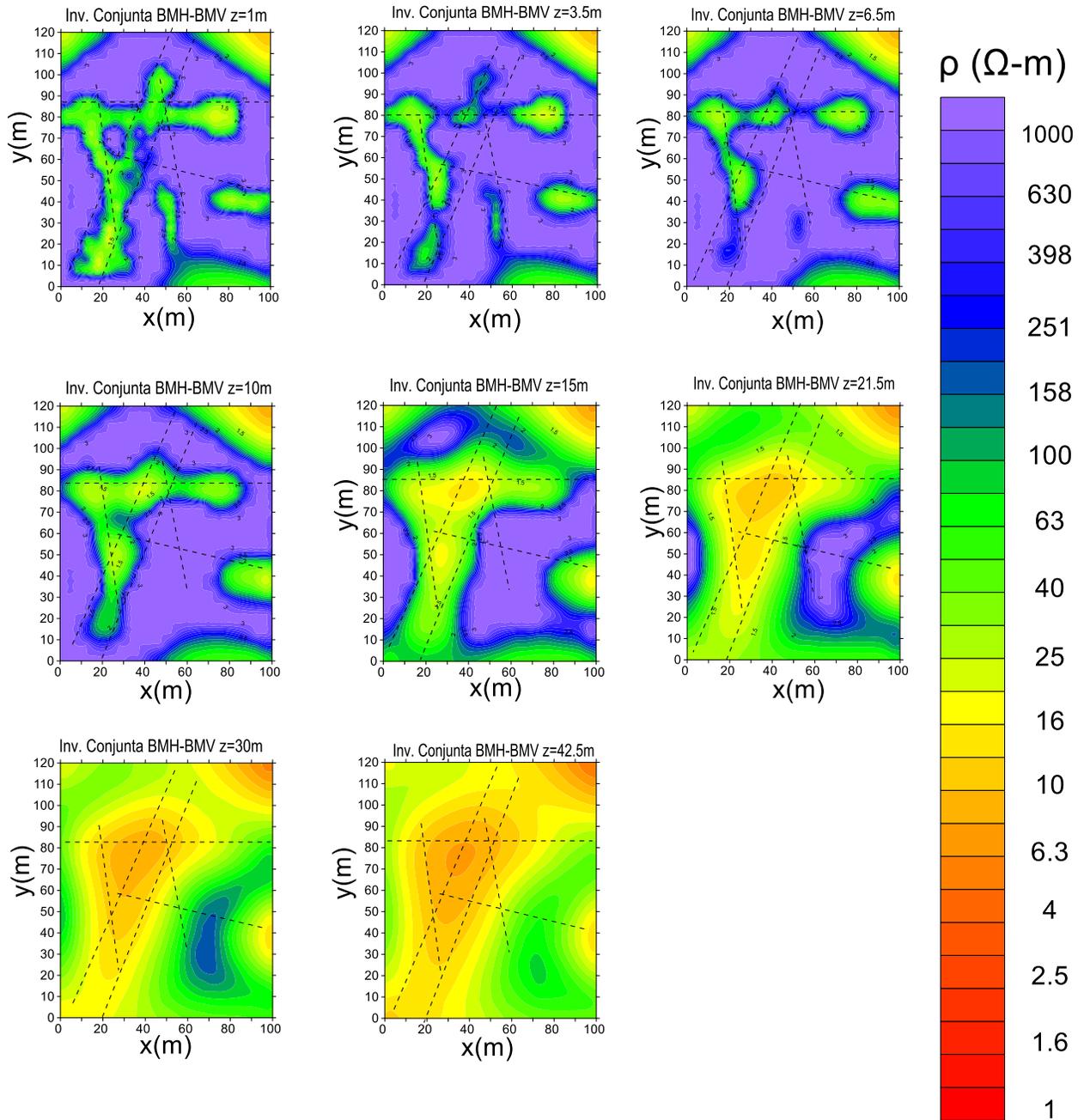


Figura 37. Modelos en planta de inversión conjunta BMH-BMV.

Como se observa en la figura 36 se realizaron modelos individuales de BMH y BMV para conocer la contribución de cada arreglo al modelo inverso 3D. Si se comparan ambos modelos, nos damos cuenta que no son iguales, sin embargo coinciden en ver una estructura resistiva al centro del modelo. La importancia de hacer inversión conjunta BMH-BMV radica en que el problema inverso no tiene una única

solución. Cada arreglo de bobinas genera un patrón distinto de corrientes que generan modelos verdaderos, sin embargo, si se realiza inversión conjunta de ambos arreglos se obtiene un modelo más confiable que considera las ambas contribuciones. Lo ideal sería tener otras formas de inducir patrones de corriente, por ejemplo como se mostró con los métodos eléctricos, que ahí aplicamos patrones de corriente generadas por las configuraciones tetra-eléctricos DD, SC y WE. Por eso, la inversión conjunta de solo dos arreglos es mejor que la de un solo arreglo. En la [figura 37](#) se muestra el modelo 3D, usando ambos grupos de datos o inversión conjunta, graficados en planta (x, y) para distintas profundidades (z). Éste modelo es el que se interpretará en la tesis. Similarmente que en la inversión 2D, se probó con distintos factores de suavizamiento β , y nos dimos cuenta que un $\beta=0.001$ presentaba bastante estructura resistiva haciéndolo difícil de interpretar, estas secciones graficadas en planta (x, y) se pueden consultar en el [anexo G](#).

Para facilitar la comprensión y darle sentido geológico al modelo geofísico de la [figura 37](#), se tomaron los mismos criterios que se hicieron en la interpretación del modelo EMDF-2D. Se realizó la interpretación del modelo EMDF-3D de acuerdo a la trayectoria de los ríos (Río2 y Río3) mostrados en la [figura 33](#), de lo observado en campo y de lo narrado por los propietarios y buzos. Además, los ríos trazados son las trayectorias principales por donde caben y circulan los buzos, sin embargo los ríos subterráneos pueden tener pequeñas ramificaciones difíciles de determinar su posición y trayectoria. No quiere decir que están los ríos principales aislados. Desconocemos que sistema de posicionamiento usaron, así que también debe tener su margen de error.

La [figura \(38 A\)](#) muestra en un isométrico 3D de Voxler, el semi-espacio con los ríos dentro del modelo de acuerdo a lo que reportan los buzos y los perfiles EMDF en superficie. La [figura \(38 B\)](#) muestra el semi-espacio 3D desde un ángulo rotado, tal que se aprecia las trayectorias y profundidades de los ríos Río2 y Río3. El Poner los perfiles EMDF en superficie en el modelo 3D, nos ayudará para ver en qué zonas hay mayor densidad de datos y donde es más confiable el modelo.

La [figura 39](#) es un modelo inverso 3D interpretado y muestra en isométricos iso-superficies de igual resistividad. El espesor del modelo limitado por la el iso-superficie color azul, corresponde al material geológico asociado a roca caliza no saturada ($300 \Omega\text{-m}$), o dicho de otra forma la zona vadosa. La iso-superficie color verde representa el nivel freático o un medio saturado con agua dulce ($100 \Omega\text{-m}$).

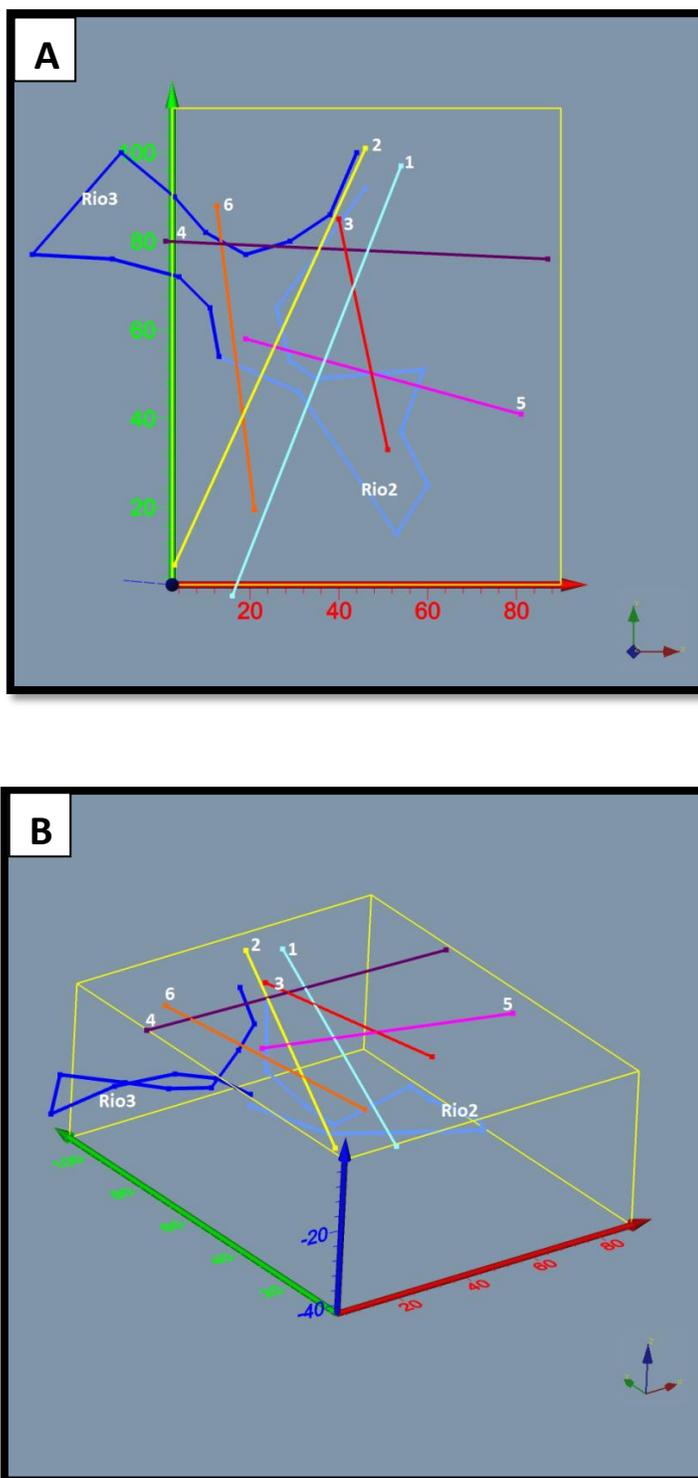


Figura 38. A) Gráfica isométrica en Voxler del semi-espacio con los ríos, con vista en planta. B) Gráfica vista desde otro ángulo del semi-espacio con los ríos. Información obtenida de un mapa de buzos (Anexo E). Los números señalan la posición e inicio de cada uno de los perfiles EMDF. En Azul fuerte la posición y trayectoria del Río3, en azul claro la posición y trayectoria del Río2.

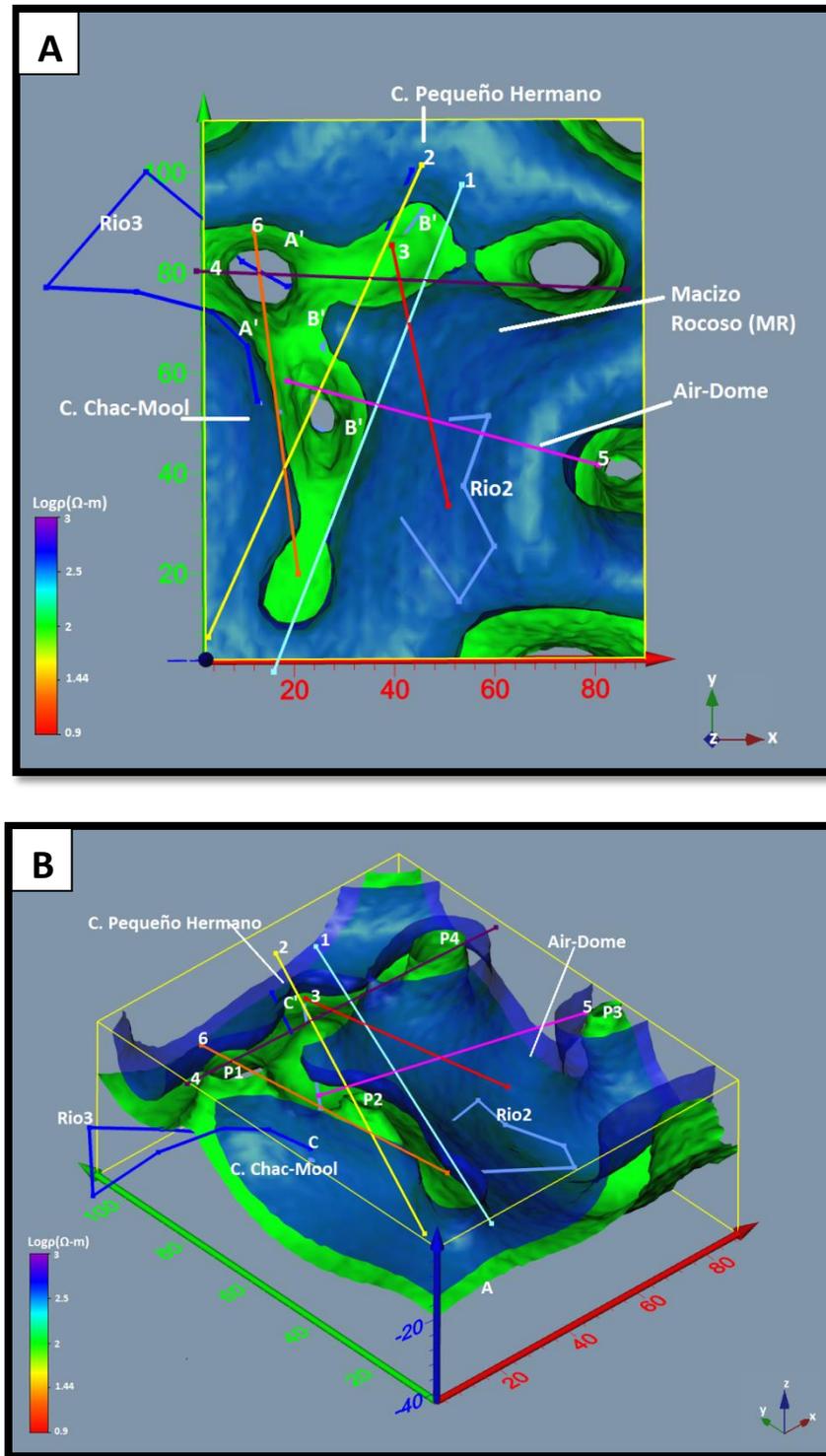


Figura 39. Modelo inverso EMDF-3D interpretado. A) Modelo 3D visto en planta, las líneas rectas representan donde se tomaron los perfiles EMDF. B) Vista desde otro ángulo arbitrario del modelo EMDF-3D. La iso-superficie color azul representa la caliza sana. La iso-superficie verde representa la roca saturada con agua dulce.

Respecto al nivel freático, éste está señalado por los isovalores color verde, que representan un medio saturado con agua dulce de acuerdo a la tabla (3). Como lo indica A en la figura (39 B) se observa que que aparece entre los 15 y 20 m en profundidad, cuando por lo medido en campo debería de estar a los 7-8 m en profundidad, es decir aparece a una profundidad al doble de lo esperado. Comparando el modelo EMDF-3D con los modelos EMDF-2D (figura 34) nos damos cuenta que ambos modelos no ajustan bien el nivel freático.

Respecto al Río2 se puede observar del modelo visto en planta (figura 39 A), que la trayectoria entre los puntos (50, 50, -20) y (45, 92, -10) tiene una correlación con la geometría en superficie de la iso-resistividad del modelo. Con B' se señala la trayectoria del Río2 y al mismo tiempo se observa como el modelo responde disminuyendo la resistividad en esos mismos puntos (B's en figura 39 A). Por otra parte, alrededor del punto (56, 38, -15) en la figura (39 B) se puede observar que el Río2 pareciera ser que queda encima del nivel freático, ya que aparece por arriba de la iso-superficie azul (asociada con la zona vadosa). Una explicación a esto sería que en esa parte del modelo no existen una suficiente cantidad de datos que pasen sobre éste Río2, impidiendo así, medir la respuesta que produciría en los instrumentos. Solamente el perfil Lin3 intercepta a éste Río2 sobre el punto (48, 52, -15), sin embargo comparando con el modelo 2D se observa que el perfil Lin3 tampoco lo detecta. Por otra parte, éste Río2 pasa pegado al Air-Dome detectado por el perfil Lin5, como se observa en la figura (39) y también muy cerca de lo que se describió como macizo rocoso (MR). Estas estructuras medidas por el perfil Lin5 y Lin3 podrían contribuir a darle mayor peso al modelo inverso 3D asociado con valores altamente resistivos, porque recordemos, que el Air-Dome está conectado con un sistema de cavernas huecas altamente resistivas.

De la figura (39 A) se puede observar en planta que la trayectoria del Río3 tiene una correlación con la geometría del modelo 3D, en la zona por donde éste pasa subterráneamente. Inclusive se observa como el Río3 sale del modelo 3D y vuelve a entrar. Las correlaciones entre la trayectoria del Río3 y las curvas de iso-resistividad están señaladas con A' en la figura (39 A). Esto indica que el modelo EMDF, es sensible a la presencia de ríos, y de alguna forma viendo los valores bajos de resistividad en la superficie del modelo, se podría inferir la trayectoria de un río que pasa subterráneamente. En los dos extremos de los ríos sobre los cenotes Chac-Mool y Pequeño Hermano (Río2 y Río3) se observa que estos quedan un poco sobre la zona resistiva, pareciendo estar en la zona vadosa como se observa con los puntos C (Ríos en C. Chac-Mool) y C' (Ríos en C. Pequeño Hermano) en la figura (39 B). En la discusión (capítulo 5) se hablará porque en esta parte del modelo, pareciera ser que el espesor de la zona vadosa es más

profunda de los 10 m, como si en esas partes del modelo el nivel freático apareciera por debajo de lo predicho (10 m en profundidad)

Haciendo secciones verticales exactamente donde se tomaron los seis perfiles EMDF, como se observa en la figura (40), se puede observar que el modelo 3D responde de manera similar que los modelos EMDF-2D, es decir, en las zonas en donde los perfiles EMDF-2D fueron sensibles al cruce de los ríos subterráneos, el modelo 3D también fue sensible a esos mismos cruces. En éste sentido se observa por ejemplo que los perfiles Lin4 y Lin6 intersectan al Río3 (señalado con C de la Figura 40; y con A en la figura 41), dando una respuesta de un bajo resistivo de 100 Ω -m en superficie. También los cruces de los perfiles EM Lin4 y Lin2 intersectan al Río2 (señalado con A en la figura 40) y dan una respuesta similar (conductora) en superficie. Pareciera ser que el cruce de dos perfiles sobre un río subterráneo refuerza un poco la anomalía en el modelo. Esto tiene sentido, ya que un río subterráneo daría una respuesta conductora por el hecho de transportar agua.

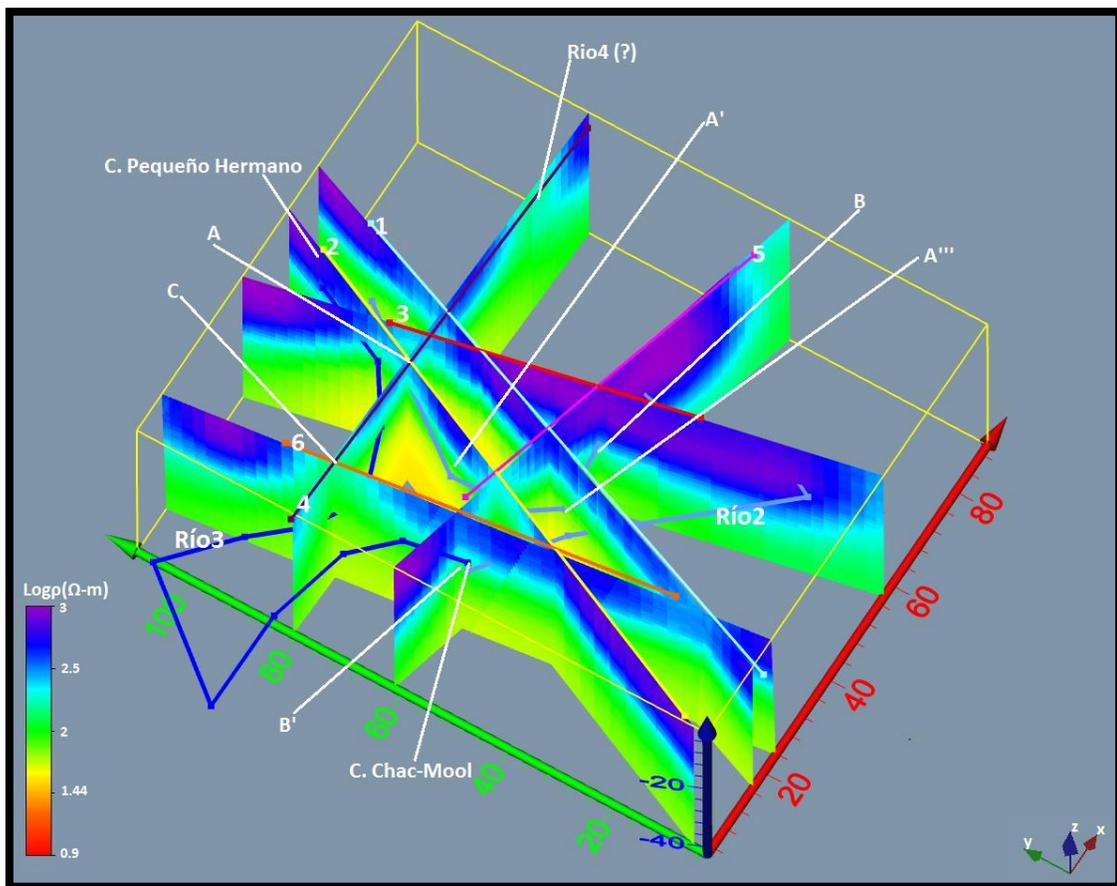


Figura 40. Secciones verticales en el modelo 3D. Las líneas sobre puestas en la parte superior representan los perfiles EMDF. En profundidad se encuentran las trayectorias de los ríos, en color azul marino el Río3 y en color azul-gris el Río2.

Analizando la trayectoria del Río2 en la figura (40) se puede observar como éste responde bien a la curvatura que realiza sobre un medio calizo-compacto. Esto se queda señalado con A' donde se puede relacionar como el Río2 da la vuelta a ese medio rocoso y el modelo responde bien a esa curvatura. Esto sugiere que en ese punto A' de la figura (40) la roca es altamente resistiva, porque como se ha visto por ejemplo en los perfiles EMDF Lin1 y Lin2 de la figura (34) es que el modelo promedia el cruce de dos ríos como uno solo. Sin embargo, aquí se puede observar que en medio de esta curva se presenta un resistivo. Posteriormente en A'' (figura 40), que es la intercepción entre los perfiles EMDF Lin2 y Lin5 con el Río2, se observa como disminuye la resistividad en superficie, lo que reafirma que ambos perfiles fueron sensibles al cruce con éste Río2. Más adelante, señalado con A''' en la figura (40) se observa como el perfil Lin1 no lo detecta como un conductor en superficie, pero si se observa con cuidado se podrá uno dar cuenta que en esa parte del modelo el Río2 aumenta en profundidad, lo que generaría una disminución en la respuesta en los equipos. Por ultimo vemos nuevamente que la sección correspondiente al perfil Lin3 en el modelo 3D (figura 41) no es sensible al cruce de éste río (señalado con B en la figura 41), la razón se mencionó anteriormente y era porque se encuentra en esa zona el Air-Dome, que podría dar bastante peso al modelo inverso 3D.

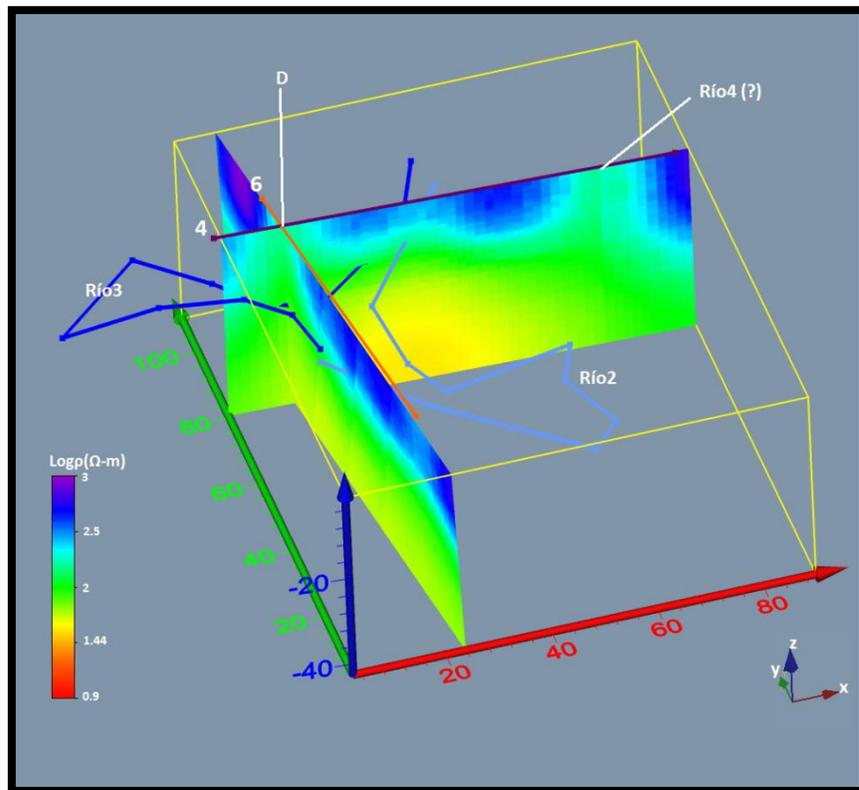


Figura 41. Secciones sobre los perfiles EMDF Lin4 y Lin6. Muestra los bajos resistivos en superficie por donde intersectaron a los ríos 2 y 3.

De acuerdo con una comunicación personal con los propietarios del predio (Sr. Cándido Castilla Fernández, comunicación personal, Septiembre del 2016), se sabe que hay otro río que conduce desde el Air-Dome en dirección desconocida hacia el noreste. De acuerdo con lo que se obtuvo en el perfil EMDF-2D Lin4 (figura 34) y a lo que se obtiene en el modelo 3D (figura 40), es que el perfil Lin4 detecta una zona conductora, que por la experiencia de éste trabajo, podría corresponder a éste río antes mencionado (Río4 ?). La falta de datos alrededor de esta zona impide poder decir mas acerca de su trayectoria o su profundidad, simplemente se indica una anomalía que podría corresponder con esta intersección (Río4 en figura 40). En la figura 40 y 41 se señala la posición de la anomalía genera probablemente por éste Río4.

Los picos bajos de resistividad (en forma de círculo del modelo, señalados con P1, P2, P3 y P4 en la figura 39 B) parecieran indicar que el nivel freático se eleva en esos puntos, pero se sabe que eso no es posible. Una explicación a esto, es que en esos puntos la anomalía que producen los ríos subterráneos fue tan grande que para que el modelo ajustara mejor pareciera ser que la resistividad baja en esos puntos. La sección bajo el perfil Lin4 detecta una fuerte anomalía (bajas resistivas) que pareciera indicar la presencia de lo que sería el Río4 (P4 en figura 39 B). Las anomalías señaladas por P1 y P2 en la figura (39 B) sería por una contribución doble de los perfiles EMDF sobre la intersección con un río, dando el efecto de que la resistividad disminuye en esos puntos. El punto P3 es difícil de hacer una interpretación ya que no se cuenta con información de campo, sin embargo, por lo que se propuso de que el perfil Lin4 detecta el cruce con lo que probablemente sería el Río4, una explicación del punto P3 en la figura (39 B) sería la detección de éste una parte más cercana al Air-Dome Río4.

Capítulo 5. Discusiones

5.1 Discusión métodos eléctricos.

Se ha mencionado que el medio kárstico es heterogéneo y presenta una hidrogeología muy compleja (Bakalowicz, 1995; Derek y Williams, 2007; White, 2007). Los resultados en general tanto de TE como EMDF confirmaron éste hecho, al mostrar modelos con una estructura de grandes variaciones en los contrastes de resistividad tanto lateral como vertical (Ver figuras 24 A, 25 y 26).

Al momento de iniciar el trabajo de campo se pudo constatar lo complicado que es clavar varillas y realizar exploración geofísica de tomografía eléctrica. En un trabajo realizado por Pulido-Bosch (2001) de investigación y exploración de acuíferos kársticos, hace mención sobre éste hecho. Que es común tener problemas en los métodos que requieren clavar electrodos en terrenos carbonatados por la dureza del suelo, que además impide tener una buena resistencia de contacto. El manual del resistímetro SuperSting (*Instruction Manual SuperSting*, 2005) recomienda aplicar una mezcla de agua con sal en cada electrodo para disminuir la resistencia de contacto y garantizar un buen flujo de la corriente en el subsuelo, esto se pudo confirmar en campo, ya que resistencias de contacto inicialmente de 1.5 k ohm bajaron a 800 ohm.

Debido a la heterogeneidad del subsuelo, no fue sencillo elegir una discretización de celdas y un factor de suavizamiento β tal que fuera el óptimo para hacer la inversión geofísica. De la experiencia de éste trabajo, al probar discretizaciones Δx de 5, 10 y 20 m como β de 0.001, 0.01 y 0.1 se deduce que los valores óptimos para obtener modelos geo-eléctricos y detectar estructuras de origen kárstico (en un medio costero) como cenotes y ríos subterráneos fueron $\Delta x=10$ y $\beta=0.1$. Esto permitirá en futuros trabajos ahorrar tiempo debido a que realizar éste tipo de pruebas puede incrementar el número de días desde que se diseña la malla para la inversión hasta que se gráfica el modelo. Por experiencia de trabajos anteriores con el equipo SuperSting, se discretizó las celdas a la mitad de la distancia entre electrodos ($\Delta x=5m$), pero cuando se hizo esto, dio modelos muy abigarrados para la línea larga (difícil de definir las estructuras geológicas). Después se probó una discretización del tamaño de la distancia dipolar ($\Delta x=10m$) y dio como resultado un menor número de celdas que favoreció la interpretación del perfil ya que la interpretación de éste fue de manera regional, lo que sirvió para identificar entre otras cosas, la posición de la haloclina y el nivel freático, como se mostró en la sección 4.1 (figura 27 A). Por otra parte, éste

perfil tiene el efecto de que en la parte superficial, la capa resistiva no parece ser continua, sino que se interrumpe, principalmente en las zonas donde se encuentran los cenotes y ríos subterráneos. No quiere decir que la superficie está interrumpida. Como se vio en los perfiles con distancias dipolares de 5 m (Lin13 y Lin14 en figuras 25 y 26) la superficie aparece de forma continua asociada a sus valores altos de resistividad ($> 500\Omega\text{-m}$), es decir no se observó discontinuidades en la parte superficial del modelo afectado por un río subterráneo. Por esto, sugiero que puede deberse a un efecto debido a las distancias dipolares, ya que usar distancias dipolares de 10 m promedia más (el conductor), por otra parte podría ser un efecto propio de la inversión, debido al gran conductor ahí presente como lo sería un río subterráneo. La respuesta es tan grande que pareciera que se forman zonas de baja resistividad que llegan a superficie. Éste efecto no es observado en otros trabajos hechos en ambientes kársticos (Meyerhoff et al., 2012; Supper, et al., 2009; Muhammad et al., 2012). En esos trabajos se realizaron los estudios con una separación dipolar de 5 m, cuya resolución sería la mitad de los electrodos, por tanto pueden recuperar estructuras pequeñas, del orden de 2.5 m, que favorecería la recuperación continua de la superficie. En el caso del perfil A (1,650 m) al haber usado distancias dipolares de 10 m, sumado una discretización $\Delta x=10\text{m}$ y un β que suaviza mucho, se obtiene un modelo de manera regional (figura 24 A). Este modelo promedia más y se pierde detalle a pequeña escala pero tiene la ventaja de recuperar bien la posición lateral de las formaciones kársticas grandes tales como cenotes y ríos subterráneos y también se define de una manera más continua las posiciones del nivel freático y la zona de mezcla (figura 27 A).

Los resultados del perfil geo-eléctrico A (figura 27 A) mostraron grandes correlaciones con los cuerpos kársticos vistos en superficie y la profundidad de la haloclina medida en campo. En campo se midió el nivel freático a los 6 m de profundidad. El perfil geoelectrico muestra una zona de resistividades que oscila entre los 15 y los 100 $\Omega\text{-m}$ a una profundidad que va desde los 6 a los 9 m (señalado entre J y K en la figura 27 A), comparando esto con los valores de resistividad asociados a materiales geológicos reportados en la tabla (3), nos indica que se está ubicando la lente de agua dulce. Tomando en cuenta que el lente tiene un espesor desde los 1.5 m hasta los 5 m cerca de la costa (Beddows, 2004), los resultados de la TE nos confirma que el modelo de inversión da una respuesta favorable a la ubicación del lente. En un acuífero costero detrítico, midiendo la profundidad del nivel freático respecto al mar, basta con aplicar la relación de Ghyben-Herzberg para hacer estimaciones del agua dulce disponible, en relación a la intrusión salina. En éste tipo de acuíferos donde el nivel freático está al mismo nivel que el mar, no es posible aplicar éste principio. Éste trabajo amplía la evidencia de que el principio de Ghyben-Herzberg no se cumple para un medio kárstico costero, ya que no se observa la intrusión salina en forma de cuña en esta parte del acuífero (figura 27 A). Sino una intrusión salina continúa a partir de los 5 m en

profundidad respecto al nivel medio del mar. Éste mismo efecto ya ha sido reportado por otros autores como [Beddows \(2004\)](#), [Beddows et al., \(2007\)](#) y [Gondwe et al. \(2010\)](#) cuyos trabajos mostraron el mismo resultado que nosotros mostramos en la tesis. [Gondwe et al. \(2010\)](#) menciona que para ver el efecto del avance de la intrusión salina en el acuífero, éste principio solo se podría aplicar de forma regional a distancias de 50-100 km. Es recomendable estar monitoreando la haloclina porque las variaciones de la intrusión salina están oscilando con el tiempo, y esto repercute en la cantidad de agua disponible para consumo.

Bajo el agua dulce en el perfil A ([figura 27 A](#)) se encuentra una capa entre los 10 y 20 m de profundidad cuyas resistividades oscilan entre los 1 Ω -m hasta los 40 Ω -m ([Señalado con K en la figura 27 A](#)), exceptuando la zona entre $x=400$ y $x=600$. Estos valores de resistividad coinciden con la posición en profundidad de la zona de mezcla reportada por distintos autores entre los 10 y 20 m ([Smart et al., 2006](#); [Beddows, 2007](#); [Gondwe et al., 2010](#); [Beauer-Gottwein et al., 2011](#)). Esto nos confirma que el modelo fue capaz de ubicar la profundidad de la zona de mezcla ([Indicado entre las líneas punteadas color negro, y señalado con K en la figura 27 A](#)), lo cual es de suma importancia en estudios hidrogeológicos, ya que nos permite estimar el espesor del agua dulce en relación a la intrusión salina. Autores por ejemplo [Beddows \(2003; 2004\)](#) y [Smart et al. \(2006\)](#) mencionan la importancia de estudiar la zona de mezcla ya que es en esa parte donde se desarrolla la mayor disolución de la roca caliza, debido a la química que se genera en conjunto con las disoluciones del dióxido de carbono sobre las rocas carbonatadas. Aquí mostramos que el proceso de inversión desarrollado por [Pérez-Flores et al. \(2001\)](#) puede generar modelos geofísicos capaces de detectar la zona de mezcla. Esta metodología puede ampliarse a zonas no antes exploradas y donde los buzos dedicados a la espeleología no pudieran entrar, para hacer una exploración de manera regional de los sistemas kársticos costeros.

Debajo de la zona de mezcla en éste modelo ([señalado con K en la Figura 27 A](#)) se observa una zona altamente conductora, entre 1 y 5 Ω -m. Algo que se observa es que el método no es capaz de detectar el fondo rocoso de las cavernas o ríos. Debajo de la zona de mezcla está el agua salina que es muy conductora y de acuerdo a la ley de Ohm (visto en 2.1.1) se generarán corrientes altas en esa zona. O sea, que casi toda la corriente que se inyectó se irá principalmente a la parte somera del conductor, y no llegarán las corrientes al fondo de la cueva o río. Estas corrientes eléctricas se disipan en forma de calor. Si el objetivo fuera caracterizar zonas profundas habría que utilizar TE con mayor amperaje o EMDF induciendo campos más fuertes, o sea, otro método EM como transiente electromagnético ([Chalikakis 2006](#) y [Gondwe et al., 2010](#)) o audio-magnetoteléurico ([He et al., 2006](#)). [Sumanovac y Weisser \(2001\)](#) hacen una descripción/comparación de los métodos eléctricos y sísmicos aplicados en acuíferos

kársticos; recomiendan utilizar métodos eléctricos para exploración de objetivos someros y métodos sísmicos para exploración de objetivos profundos. Una forma de ampliar la investigación en estos acuíferos kársticos, es que se podría aplicar (TE-sísmica) o (EMDF-sísmica) y hacer inversión con gradientes cruzados (Gallardo-Delgado et al., 2003). Hacer inversión conjunta de dos métodos geofísicos distintos contribuirá significativamente a la descripción del karst. Esto podría ser una continuación de éste trabajo.

Otro rasgo importante que se puede observar en el modelo es la zona que comprende entre los $x=300$ y $x=700$ m (señalado con A' en la figura 27 A). Esta zona a diferencia de lo que se observa en todo el modelo, presenta altas resistividades en profundidad (35 m). Las resistividades en esta zona que oscilan entre los 250 hasta los 5,000 Ω -m sugieren una muy baja porosidad y una zona poco o nada karstificada. En superficie existe una loma con un relieve suave y una diferencia de desnivel de 3 m en su parte más alta, en la figura (27 B), la loma está indicada con una línea punteada en color rojo. Es probable que se trate de una heterogeneidad dentro de las calizas, pues su dureza ante la erosión es diferente (tiene una loma), lo que nos daría valores altos en la resistividad del perfil geo-eléctrico. Los rasgos señalados por B', C', E' y F' en la figura (27 A) por sus valores de resistividad de 250-300 Ω -m pueden deberse a una mezcla de roca caliza con alta porosidad y con producto orgánico de vegetación muerta de la selva. O bien de acuerdo a la tabla (3) una mezcla de caliza blanda o Sachcab. Por sus bajos valores en resistividad posiblemente pueden contener agua y favorecer la formación de cavernas por disolución de acuerdo a Duch (1991), que explica que el material Sachcab favorece la formación de cenotes por disolución. Éste hecho se correlaciona y puede ser confirmado por la serie de cavernas secas que existen paralelas a esa parte del camino (figura 27 B), lo cual indica que probablemente estemos detectando alrededor de la loma, toda una zona de formación de cenotes por disolución.

Se cree que las dos cavernas entre $x=280$ y $x=290$ m se encuentran conectadas por un río subterráneo. El punto B de la figura (27 A) m señala una anomalía del orden de los 100-200 Ω -m que sugiere que por debajo pasa un río subterráneo que pudiera estar conectando ambas cavernas. Esto solo evidencia que el medio es altamente heterogéneo y para inferir de donde viene éste río, implicaría un mayor levantamiento de datos geofísicos.

En la parte donde se ubica el cenote mojarra (Figura 27 B) se detecta una gran anomalía (Señalada con C en la figura 27 A) conductora del orden de 15-40 Ω -m. Debido a que el cenote se encuentra a 30 m del camino principal, se presume que esta anomalía realmente lo que está midiendo es un río que está

alimentando a éste cenote; no existe confirmación visual de éste río. Éste rasgo podría ser confirmado por algún otro método geofísico ya sea el EMDF o georadar.

Existe un cenote seco sobre el borde del camino que se encuentra en $x=920$ (Cenote sin agua señalada en la figura 27 B), que al estar por encima del nivel freático y en la zona vadosa, sugiere una formación muy antigua cuando el nivel del agua estaba unos metros más arriba (Smart et al., 2006). Comparando esta anomalía con la que generan los otros cenotes detectados por el perfil A (figura 27 A) se puede observar que no lo detecta como un bajo resistivo, sino que en superficie se detecta un continuo en la resistividad. Una sugerencia para mapear mejor éste cuerpo sería usar distancias dipolares menores o iguales a 5 m y pasar por encima de éste, como se ha mostrado en un trabajo hecho por El-Qady et al. (2005) donde el uso de distancias dipolares más pequeñas favorece la detección de cavidades huecas someras.

Al iniciar éste estudio se pensó en detectar cuevas o cavernas como sitios con altos valores en resistividad por considerarlas cuerpos aireados y con un alto contraste de resistividad por las cavidades huecas. Sin embargo, cuando se tomaron las mediciones sobre el camino principal (Figura 27 B) los resultados mostraron que la presencia de cenotes y ríos subterráneos, se midieron como valores altos en conductividad (figura 27 A). Esto es debido a que la mayoría de las cuevas y/o cavernas se encuentran total o parcialmente sumergidas en agua. El hecho de no medir con éste perfil cavidades secas puede deberse a la distancia dipolar de los electrodos (10 m). Pues se estaría midiendo resistividades muy promediadas con la roca circundante. Esto se confirma ya que todos los cuerpos de origen kárstico se midieron como cuerpos con bajas resistividades de 50-300 Ω -m en el perfil A mostrado en la figura (27 A).

Como se mencionó en la metodología (Capítulo 3) en éste trabajo se utilizó el software comercial *EarthImager*. Éste software presentó ciertas desventajas respecto al hecho por Pérez-Flores et al. (2001). Al hacer inversión conjunta DD-SC-WE éste software filtró o eliminó muchos datos de entrada, hasta un 40% debido a que quita “picos” de resistividad. Estos picos es normal obtenerlos en un medio karstificado como el de QR, ya que en superficie la rocas calizas generarían resistividades hasta por encima de los 5,000 Ω -m, sumado a las cavidades aireadas mayores a los 10,000 Ω -m y por otra parte a escasos 15 m de profundidad se encontrarían valores de 1 Ω -m producto de la intrusión salina. Por esta razón es que el medio es altamente heterogéneo con picos de resistividad y por lo que el software *EarthImager* filtraba tantos datos. Otra desventaja fue no darnos la oportunidad de diseñar la malla de inversión, y lo único que nos dio acceso fue manipular el factor de suavizamiento. Los RMS que arrojaba

en las inversiones conjuntas fueron del orden del 20%. Por esta razón se decidió trabajar con el algoritmo hecho por Pérez-Flores et al. (2001) que resulto ser más versátil a la hora de establecer parámetros de inversión y por tomar en cuenta todos los datos, exceptuando las resistividades aparentes negativas que en promedio eran menores del 5% por perfil geoelectrico.

Adicionalmente del perfil largo, se tomaron dos perfiles con distancia dipolar de 5 m. Los perfiles Lin13 y Lin14 (figuras 28 y 29). Estos fueron descritos anteriormente (En 4.1.2 y 4.1.3). Se experimentó de igual forma variando la discretización de las celdas (Δx) junto con el factor de suavizamiento β , sin embargo comparando estos perfiles con la geología vista en campo se encontró que el Δx y β que mejor ajustaron fue de 1.25 m y 0.01 respectivamente. Esto sugiere que el valor de la discretización Δx y el valor del factor de suavizamiento β no siempre serán los mismos en todos los modelos, esto va a depender de los objetivos que se busquen, por esta razón es que se hacen distintas pruebas de inversión antes de elegir el mejor modelo.

Haciendo una analogía con lo descrito en el perfil A, en el perfil Lin13 el nivel freático se encuentra por debajo de los 5 m (Señalado en línea rosa con D en la figura 28), esto corresponde con lo predicho y la medición hecha en campo del nivel freático. En $x=35$ (señalado con A en la figura 28 A) existe un cuerpo resistivo de unos 4,000 Ω -m, que sugiere la presencia de un cuerpo rocoso poco fracturado o una cavidad hueca y aireada, sin embargo, una cavidad hueca daría una respuesta mucho más resistiva del orden de 10,000 Ω -m, por eso es más probable que simplemente sea una zona de roca caliza mucho más compacta. Un detalle notable de éste perfil son los conductores que aparecen en $x=70$ y después de $x=100$ m (1 Ω -m). Comparando éste perfil con modelos obtenidos de forma independiente y conjunta con *EarthImager* (Anexo H), se encuentran los dos cuerpos conductores, el que aparece alrededor del metro $x=70$ y el que aparece alrededor del metro $x=100$; existe la posibilidad de que realmente se esté detectando dos ríos subterráneos. No hay confirmación visual de que realmente exista otro río, pero no se descarta por la alta karsticidad que existe en todo el terreno. Una forma de comprobar esto, sería aplicando otra técnica geofísica como georadar o sísmica entre $x=45$ y $x=90$ m. Donde la poca porosidad de la roca en esa zona permitió caracterizar bien el medio hasta profundidad, ya que la energía no se disipó y llegó a una mayor profundidad. La figura (28 B) muestra un croquis de la zona donde se trazan las posibles trayectorias de lo que se infirió como ríos subterráneos, el que pasa alrededor del metro $x=70$ y el que pasa alrededor del metro $x=100$.

Respecto al perfil Lin14, el nivel freático, no aparece en lo predicho, ya que aparece a los 10 m en profundidad (Señalado por I en la figura 29 A) y se debería detectar a los 6 m (Línea punteada rosa

señalado por G en la figura 29 A). Por los altos valores en resistividad de la superficie, se puede decir que el modelo ubica en una zona más baja éste nivel (3 metros por debajo de lo predicho). Sin embargo, la zona de mezcla se detecta dentro de lo predicho, entre los 15 y 20 m en profundidad (Limitada por H en la figura 29 A). Por otra parte, usar distancias dipolares de 5 m aumenta la resolución y favorece la localización de cavidades aireadas pequeñas, como se muestra en la figura (29 A). Entre los metros $x=30$ y $x=45$ del perfil hay una zona de cavidades secas pertenecientes al Air-Dome (Señalado en la figura 29 B). Algo notable por la medición de valores altos en resistividad es la detección de estas cavidades por encima del nivel freático como se observa en los puntos A, B y C de la figura (29 A). En éste perfil se señalan dos anomalías entre $x=35$ y $x=45$ con resistividades de hasta $10,000 \Omega\text{-m}$ que coinciden con la posición de cavernas secas interconectadas con el Air-Dome. Comparando estos resultados con lo del perfil A (figura 27 A), se confirma el hecho de que usar distancias dipolares de 5 m es más eficiente para la detección de cavidades secas o detalles. Y usar distancias dipolares de 10 m funcionaría bien para objetivos regionales como localización del nivel freático y la zona de mezcla, al igual que ríos subterráneos. En $x=60$ se observa una interrupción de la zona conductora (Señalado con D en la figura 29 A); lo que sugiere que se está detectando un bloque rocoso de baja porosidad que es detectado hasta por debajo de los 20 m en profundidad. Éste bloque resistivo coincide con el que se detectó con los perfiles EMDF Lin3 y Lin5, a lo que se le llamó MR (Lin3 y Lin5 en figura 34). Cabe destacar que mientras los perfiles EMDF lo detectaron simplemente como un bloque altamente resistivo (Lin1, Lin3 y Lin5 en figura 34), el perfil Lin14 lo detecta de tal forma que incluso en profundidad se logra ver como varía la resistividad cambiando de $1,500 \Omega\text{-m}$ en la parte superficial del modelo (0-5 m) hasta $100 \Omega\text{-m}$ por debajo de los 10 m en profundidad (recuadro señalado con D en la figura 29 A). Entre $x=75$ y $x=90$ de éste perfil (Señalado con E y F en la figura 29), se encontrarían los cruces con el Río3, sin embargo, en el perfil no se nota la diferencia en cada cruce del río. Una explicación es la falta de resolución en profundidad por la pérdida de energía como se explicó anteriormente con el perfil A (Sumanovac y Weisser, 2001).

5.2 Discusión métodos EMDF 2D.

Al inicio de éste trabajo no contábamos con información de la aplicación de métodos EMDF en sistemas kársticos costeros; sin embargo ya contábamos con algoritmos que resuelven el problema inverso 2D y 3D para datos de conductividad eléctrica (Antonio-Carpio, 2003 y Pérez-Flores et al., 2012). Se propuso aplicar estas técnicas como una forma de recuperar estructuras en 2D y 3D de un medio caracterizado

por ser altamente heterogéneo; presentar cavidades secas, ríos subterráneos y zonas inundadas producto de un medio karstificado.

Al comparar modelos hechos con diferentes discretizaciones Δx y diferentes β 's y cotejarlos con lo visto en campo, se obtuvo que el mejor modelo de inversión fue hecho con $\Delta x = 2.5\text{m}$ y $\beta = 0.01$; de aquí vemos que no necesariamente el factor de suavizamiento ni el valor de la discretización tienen que ser iguales en el proceso de inversión, todo depende del tipo de datos y objetivo que se busque. En éste caso, un beta de 0.01 dio buenos resultados para la detección de cuerpos tales como ríos y cavidades subterráneas. Se probó con un $\beta = 0.001$ y el resultado fue un modelo con mayor estructura y en su mayoría muy resistivo. Los resultados hechos con $\beta = 0.001$ no fueron mostrados para la interpretación, sin embargo pueden ser consultados en el [Apéndice D](#).

Al momento de hacer inversión, uno de los problemas que surgieron fue el bajo ajuste de las BMV. Haciendo inversiones individuales de cada arreglo de bobina, se pudo observar que las BMH presentaron en general un bajo RMS (<5%) por el contrario con las BMV que presentaron un valor alto de RMS (>20%). Es difícil saber porque las BMV no ajustaron bien a los datos en el modelo de inversión. Lo que sí sabemos, es que las BMV pueden presentar mayor desajuste por ruido, debido a que es más complicado asegurar una buena orientación coplanaria en éste modo de las bobinas.

Lo primero que se obtuvo en ésta parte del trabajo, fueron las conductividades (σ/m) de un terreno kárstico, del cual, se conocían las principales estructuras geológicas. [Ahmed y Carpenter \(2003\)](#) mapearon conductividades para detectar dolinas en un ambiente kárstico en Illinois (EU) utilizando el equipo EM-31, que funciona en el mismo régimen de bajos números de inducción que el EM-34, solo que explora a una profundidad mucho menor (2 a 5 m). Sin embargo, no realizan inversión geofísica, sus resultados se basan en interpretaciones de los datos observados de conductividad aparente (σ/m). En éste trabajo como se muestra en los resultados interpretados de la [figura \(34\)](#), se pudo demostrar que es posible hacer inversión geofísica de datos de EMDF en ambientes kársticos y no solo hacer una interpretación cualitativa sino cuantitativa también, es decir, atribuir un elemento (en profundidad real) del subsuelo con un valor real de resistividad. Esto nos da la ventaja de detectar zonas aireadas o inundadas, delimitar dimensiones de cavidades y discontinuidades de la roca caliza. Previo a éste trabajo, se planteó la posibilidad de encontrar las direcciones de flujo en la zona de cenotes debido a que se pudo observar (y reportado por los propietarios) que el cenote Chac-Mool se encontraba casi siempre con algas (haciéndolo poco atractivo para los turistas), por el contrario de los cenotes Pequeño Hermano y Kukul-Kan que se encontraban sus aguas limpias. De acuerdo a [Jardani et al. \(2007\)](#) utilizaron el EM-34

en una zona kárstica de Francia y menciona que para encontrar las trayectorias preferenciales de flujo es necesario utilizar inversión conjunta de EM-34 con *potencial natural*, ya que éste último es el único método geofísico sensible al flujo geohidrológico. La aplicación de esto podría ser una continuación o segunda fase de éste trabajo para definir las direcciones de flujo y entender porque un cenote es más propenso a la acumulación de algas y los otros no.

La interpretación de los resultados 2D y 3D fue correlacionada con observaciones hechas en campo. Si bien, estos resultados brindan gran información respecto a la localización de cuerpos kársticos ([figura 34](#)), interpretar la localización de la haloclina fue un poco más complicado a diferencia de los métodos eléctricos que la definen muy bien. En los perfiles EMDF-2D ([figura 34](#)) se observa que los modelos no ajustan valores tan bajos de resistividad asociados a la intrusión salina ($<15 \Omega\text{-m}$), como los perfiles de TE que ajustaron valores desde los 1 – 10,000 $\Omega\text{-m}$. Además los valores bajos de resistividad en las secciones EMDF aparecen por debajo de los 30 m en profundidad, lo cual no coincide ni con lo medido en campo ni con los modelos obtenidos con TE. Más bien en los resultados de [la figura \(34\)](#) se pudo observar la correlación que existe entre los cruces de los perfiles EMDF con los ríos y los bajos valores de resistividad asociados a esto. De manera análoga, existe una gran correlación de los perfiles con altos valores de resistividad en zonas donde no hay presencia de cuerpos inundados sino más bien cavidades aireadas como el Air-Dome ([Lin5 en figura 34](#)).

Un hecho notable, es que la sensibilidad del método EMDF no es capaz de diferenciar el cruce de 2 ríos por separado cuando estos se encuentran muy juntos, sino más bien los detecta como el promediado de ambos. Por ejemplo, el perfil Lin1 ([Perfil Lin1 en Figura 34](#)) cruza con el Río2 en el metro 50 y más adelante con éste mismo en el metro 60 ([figura 33](#)), sin embargo, en superficie solo se detecta la anomalía en el metro 50, mientras que en el metro 60 ya no es detectado ([Perfil Lin1 en Figura 34](#)). Una explicación a esto puede ser que éste río (Río2) en su segundo cruce con el perfil Lin1 ($x=60$) se adelgace en anchura y la respuesta en el primer cruce ($x=50$) predomina sobre el segundo, o que la respuesta de la zona resistiva detectada después de los 50 m por los perfiles Lin1 y Lin2 ([Lin1 y Lin2 en figura 34](#)) predomine sobre la respuesta que genera el Río2 en el perfil Lin1. Otra explicación es que los ríos estén interconectados por otras pequeñas ramificaciones, porque recordemos que los ríos Río2 y Río3 fueron trazados en función de las trayectorias de buceo, pero interiormente puede haber ramificaciones que hagan parecer que los ríos están “pegados” que generen una respuesta en conjunto en los perfiles EMDF.

El perfil Lin2 desde $x=0$ hasta $x=50$ muestra anomalías resistivas ($>1000 \Omega\text{-m}$) interrumpidas por otras menores ($\approx 100\text{-}200 \Omega\text{-m}$) (Lin2 en figura 34). Si se observa la figura (33), se puede ver que éste perfil pasa repetidas veces sobre el Río2 hasta el metro 56, esto muestra que el método fue capaz de detectar zonas por donde pasa el río (conductoras) y zonas a las que les daba la vuelta (resistivos; Lin2 en figura 34). Sugiero que el hecho de no tener una definición clara radica en la sensibilidad del método y en el promediado de las conductividades. El equipo EM-34 promedia mucho, recordemos que usa distancias dipolares de 10, 40 y 60 m, una recomendación sería usar un equipo como el EM-31 o EM-38 cuya penetración es mucho menor (de los .5 a los 5 m) pero el promediado mucho menor que podría ayudar a definir mejor las estructuras kársticas superficiales. La inversión 3D puede ayudar a tener una mejor visión de la estructura tridimensional de ésta zona (Ver Río2 en modelo inverso 3D en figura 39).

Comparando el perfil Lin1 con el perfil Lin2 (Lin1 y Lin2 en figura 34) se puede observar que ambos perfiles muestran la misma estructura resistiva después de $x=60$. Si se comparan ambos perfiles con la figura (33) se puede observar que en esa zona no hay presencia de ríos subterráneos ni cavidades reportadas por buzos. Por lo visto en campo se puede afirmar que el método EMDF responde bien a una zona geológica poco fracturada y se confirma por sus altos valores de resistividad ($>1000 \Omega\text{-m}$).

El perfil Lin3 detecta una zona altamente resistiva (Lin3 en figura 34), antes de $x=35$ coincide con el bloque resistivo (MR) y sugiere una zona con poco grado de porosidad primaria y un nulo desarrollo de porosidad secundaria y terciaria. Si se compara con la figura (33) se observa que éste perfil cruza al Río 2 en el metro $x=35$, sin embargo, éste cruce no se detecta en la sección EMDF (Lin3 en figura 34). Es el único perfil que no detecta ningún cruce en superficie. Si bien, existe la posibilidad de que los datos tuvieran errores al ser tomados, o que por las características geométricas del río subterráneo, el perfil EMDF fuera incapaz de detectar una respuesta fuerte por parte de éste cruce con el Río2. Una forma de comprobar esto sería aplicar georadar (Estrada-Medina et al., 2010), ya que éste penetraría muy bien el resistivo y sería afectado por el conductor ahí presente lo que permitiría estimar el espesor de la zona vadosa y descartar errores en los datos.

Otro ejemplo de que el método no es capaz de detectar dos ríos por separado son los perfiles Lin4 y Lin5 (Lin4 y Lin5 en figura 34). En el perfil Lin4 se puede observar que cruza al Río3 en el metro $x=10$ y después en el metro $x=22$, sin embargo, la anomalía que detecta es un conductor ($25 \Omega\text{-m}$) en medio de estos dos puntos (Perfil Lin4 en figura 33), por lo que la detección del Río3 no se logra de forma independiente, sino más bien como una detección promediada de los dos cruces. La forma en diagonal que presenta ésta zona resistiva, sugiere un engrosamiento en profundidad del Río2. Finalmente éste

perfil Lin4 en $x=75$ muestra una zona poco resistiva y con base a la experiencia de éste trabajo en el que se ha demostrado que los ríos subterráneos dan una respuesta conductora en los instrumentos, se propone que se está detectando el cruce de un río no cartografiado por buzos (Río4; Anomalía en $x=75$ del perfil Lin4 en la figura 34). La falta de datos impide seguir la trayectoria de éste Río (4).

El perfil Lin5 (Lin5 en figura 34) fue iniciado sobre lo que se conoce como Air-Dome (figura 33), abarca una zona de cavernas secas que se observaron en campo. En $x=10$ se observa un resistivo que se extiende en profundidad (40 m), que coincide con la posición de una cavidad seca vista en campo perteneciente al sistema de cavernas junto al Air-Dome. Eventualmente se estaría avanzando sobre una zona inundada y se observa como en la parte inferior del perfil Lin5 comienza a hacerse más conductora (A partir de $x=30$; Lin5 en figura 34), llegando a un mínimo en resistividad de (25 Ω -m) entre $x=40$ y $x=60$ que coincide con un doble cruce con el Río2. Nuevamente se observa en éste perfil que no se puede detectar la diferencia de ambos cruces con el Río2. El resultado de éste perfil sugiere que una zona aireada como una caverna seca, da como respuesta una anomalía altamente resistiva que se extiende en profundidad, lo que podría servir bien para detectar posiciones de cavidades secas. Éste perfil se puede comparar con el perfil Lin14 de métodos eléctricos (Figura 29 A) en el que cavidades secas son medidas con valores en resistividad del orden de los 10,000 Ω -m, sin embargo el proceso de inversión de datos EMDF no permitió ajustar valores tan grandes. Una diferencia notable de estos dos perfiles (Lin14 y Lin5) es que el método de TE permitió estimar la profundidad de cavidades secas mientras que el método EMDF no lo logró.

El perfil Lin6 cruza al Río3 en $x=7$ y posteriormente al Río2 en $x=35$ (Lin6 figura 33). Si bien éste perfil muestra una zona menos resistiva (≈ 100 Ω -m) entre $x=10$ y $x=20$, el cruce con el Río3 al igual que los perfiles Lin1 y Lin2 no es claramente detectado, lo que sugiere la idea de que el tamaño de éste río cerca del borde con el cenote Chac-Mool es demasiado pequeño para ser detectado. En la sección 5.3 se mostrará que la geometría del Río2 es mejor recuperado por la inversión 3D.

Finalmente el Perfil Lin7 (Lin7 en figura 34) muestra una zona altamente conductora asociada con un doble cruce con el Río3 en el metro $x=75$ y $x=95$ (Lin7 en figura 33). Los bajos valores de resistividad entre los $x=40$ y los $x=100$ m sugieren que en esa parte del cenote Chac-Mool hay un mayor desarrollo de porosidad secundaria o fracturamiento que podría indicar zonas de inestabilidad o zonas preferenciales para colapsos.

Estos métodos EMDF al ser aplicados en una región en la cual se conoce a grandes rasgos la geometría, servirán como un antecedente para tener de referencia en futuras campañas donde no se conozca la geometría del interior, sobre todo en delimitar posiciones de ríos subterráneos y la localización de cavidades secas o zonas poco fracturadas. Se pudo mostrar que el método EMDF define la frontera entre zonas altamente resistivas como lo son rocas carbonatadas poco fracturadas con ríos subterráneos. Estos resultados podrían ser utilizados para el modelado geohidrológico.

5.3 Discusión métodos EMDF 3D.

No es fácil comparar los resultados de inversión EMDF-3D con otros trabajos y mucho menos a trabajos hechos sobre sistema kárstico en Quintana Roo, porque la literatura es escasa o no la hay. Para éste trabajo no se encontró nada de literatura enfocada a la inversión geofísica 2D ni 3D de datos EMDF aplicado al karst en general. Son pocos los autores que se han enfocado a resolver el problema inverso de datos EMDF. Por tanto en ésta parte nos limitamos a hacer una interpretación y discusión de los resultados solamente con base a observaciones hechas en campo y de las pláticas personales con los propietarios del predio.

Comparando los modelos de inversión independiente de BMH y BMV mostrados en la [figura \(36\)](#) con los modelos obtenidos de forma conjunta mostrados en la [figura \(37\)](#), nos damos cuenta que realmente el modelo conjunto es una combinación de los modelos independientes. Esto da mayor confianza a la hora de interpretar el modelo 3D, porque nos damos cuenta que ambas bobinas contribuyen a la calidad del modelo final. En el proceso de inversión, se puede decir que cada bobina ve la realidad de forma distinta, esto depende de los patrones de corriente que induce, por lo tanto, elegir el modelo conjunto nos da mayor confianza al momento de interpretarlo. Esto se confirmó porque en el modelo inverso EMDF-3D nos dimos cuenta que las principales estructuras como las posiciones de los ríos Río1 y Río2, al igual que el Air-Dome pudieron ser ubicadas.

La importancia de la inversión 3D radica en que toma en cuenta los efectos tridimensionales a diferencia de inversión 2D, que los toma en cuenta como efectos 2D que no existen. Por ejemplo, un perfil EMDF que pasa cerca pero no encima de un conductor fuerte, lo detectaría dentro del perfil 2D como si estuviera presente, cuando realmente no existe dentro de él. Por otra parte al hacer inversión 3D, éste conductor sería ubicado en la posición donde se encuentra. La Tierra es 3D y son escasas las regiones donde tendremos comportamientos casi 2D, es decir con pocos contrastes laterales.

Debido a la heterogeneidad del terreno, tratar de interpretar los perfiles graficados en planta y mostrados en la [figura \(37\)](#) fue más complicado para explicar la posición y trayectoria de los ríos. Pero de estas figuras que corresponden al modelo inverso 3D se puede observar por “rebanadas” en profundidad, que zonas son las más y las menos resistivas. Algo importante que se logra apreciar en estas imágenes ([figura 37](#)) es que para distintas profundidades se logra ver en la parte donde se ubica el Air-Dome y el MR una zona totalmente resistiva. Esto se logra ver mejor con el modelo graficado con el software Voxler, ya que permite ver esto de forma tridimensional ([figura 39 A y B](#)). Lo primero que se observa del modelo 3D ([figuras 37 y 39](#)) es la alta heterogeneidad que evidencia en distintos puntos el karst. El modelo 3D visto en la [figura \(39\)](#) está graficado de tal forma que se muestran iso-superficies de igual resistividad para delimitar la zona vadosa, nivel freático y trayectorias dadas por los ríos y cavernas subterráneas. Es difícil encontrar una continuidad suave de estos valores debido a las heterogeneidades del medio y al graficado de los iso-valores. Éste modelo tiene gran similitud con los resultados EMDF-2D en cuanto a las características estructural del subsuelo. Similarmente a los modelos EMDF-2D muestra que el nivel freático aparece por debajo de lo predicho en algunas zonas, por ejemplo la zona donde se ubica el Air-Dome ([figura 39 A](#)), y la zona donde se conectan los ríos Río2 y Río3 en los cenotes Chac-Mool y Pequeño Hermano ([Señalados por C y C' respectivamente en la figura 39 B](#)). Se podría estar estimando un mayor espesor de la roca seca (zona vadosa) por la poca sensibilidad que tiene éste equipo en las partes someras, debido a las distancias dipolares que emplea son de 10, 20 y 40 m. Una posibilidad de ver si éste efecto cambia podría ser la utilización de los equipos de inducción electromagnética EM-31 y EM-38 cuyos rangos de operación dan más sensibilidad en la zona somera (0-6 m de profundidad).

Se ha utilizado distintas técnicas para determinar las trayectorias de ríos subterráneos, por ejemplo [Supper et al. \(2001\)](#) realizó electromagnéticos aéreos en la reserva del Sian Kan en Quintana Roo para determinar las trayectorias de un sistema de ríos subterráneos, y [Pardo-Iguazquiza et al. \(2011; 2012\)](#) desarrollaron procesos estocásticos para la simulación de conductos kársticos que son utilizados como modelos de entrada al modelamiento de flujo y transporte. De forma alterna a los autores mencionados, los resultados del modelo inverso EMDF-3D pueden servir para caracterizar la trayectoria y posición de ríos subterráneos. Una vista del modelo 3D en planta ([figura 39 A](#)), muestra la trayectoria del Río3 desde su inicio en el cenote Pequeño Hermano hasta el cenote Chac-Mool. Como se observa en la [figura \(39 A\)](#) la trayectoria del Río3 está correlacionada con los valores de las iso-superficies del modelo 3D señalados por [A'](#) en la [figura \(39 A\)](#). Aquí se observa que el Río3 sale del modelo pero entra y la misma trayectoria (o curva) del Río3 es reproducida por los valores de iso-superficie vista en superficie ([señalado con A y A' en la figura 39 A](#)). Por otra parte, el Río2 es detectado de igual forma que el Río3 en el modelo 3D, esto es, viendo el modelo en planta ([figura 39 A](#)) se puede observar que el Río2 es

detectado por debajo de la iso-superficie azul (zona vadosa) entre los puntos (50, 50, -20) y (45, 92, -10). Lo cual tiene sentido, ya que éste río debe de aparecer por debajo de la zona vadosa en el modelo. La curva que reproduce los valores de iso-superficie bajos (color verde) en el modelo 3D quedan señalados por **B'** en la [figura \(39 A\)](#). Se puede ver que existe una correlación entre las curvas bajas en resistividad que aparecen en la superficie del modelo 3D y señaladas por **B'** en la [figura \(39 A\)](#) con la presencia y trayectoria del Río2. Esto confirma que el modelo responde a las trayectorias de ambos ríos, al menos en las zonas donde hay suficiente densidad de datos. Donde no hay suficiente cantidad de datos por ejemplo alrededor del punto (60, 40, -15) en la [figura \(39 A\)](#) se observa que la trayectoria del Río2 no es recuperada, en el modelo pareciera ser que queda por encima de la zona vadosa. Lo cual sabemos que no es cierto. Otra explicación de porqué en esa parte del modelo (punto 60, 40, -15; en [39 A](#)) el Río2 pareciera ser que queda encima de la zona vadosa es que a un lado se encuentra el Air-Dome ([señalado en la figura 39 A](#)). La respuesta del Air-Dome podría tener una contribución muy grande al modelo 3D y sumado a la falta de datos alrededor del punto (60, 40, 15) explicaría porque el Río2 en esa zona no es detectado.

En los extremos de los ríos Río2 y Río3 junto a los cenotes Chac-Mool y Pequeño Hermano respectivamente, se observa que ambos ríos quedan por encima de la zona vadosa ([señalados por C y C'](#) en la [figura 39 B](#)). Una explicación a esto, es que en los bordes de donde se tomaron los datos, la roca tiene forma de cuña como se observa en la fotografía de la [figura \(19\)](#), dejando espacios aireados, lo que por sus altos valores de resistividad y el promediado tan grande podría estimar el grosor de la roca más ancho o más profundo, y dar el efecto de que está por debajo del nivel freático (por debajo de los 10 m de profundidad). Esto no quiere decir que los extremos de los ríos están por encima de la zona vadosa, sino más bien que el espesor de la zona vadosa en esas fronteras fue estimado más profundo de lo que realmente está. Otra explicación es que podría ser un efecto de frontera, ya que en las fronteras del modelo la densidad de datos es menor por la forma en que se adquirieron los perfiles, de ésta forma la parte más confiable de cada perfil es el centro del mismo.

De acuerdo a [Chalikakis \(2001\)](#) en la mayoría de estudios EMDF que se han realizado en sistemas kársticos, los equipos más utilizados han sido el EM-31 y el EM34; sin embargo la forma en como han sido utilizados estos equipos han sido de forma cualitativa, es decir, no realizan inversión geofísica, hacen descripciones en función solamente de los datos observados. En éste estudio se pudo confirmar que la inversión de datos EMDF-3D puede proveer información importante de variaciones laterales del karst superficial tales como fracturas y discontinuidades laterales que se pueden asociar principalmente a trayectorias de ríos subterráneos. Éste equipo por ser ligero permite una rápida forma de levantar

datos con alta resolución, que podría funcionar muy bien durante estudios geofísicos preliminares y ayudar a diseñar modelos de entrada (geometría) en estudios de flujo hidrogeológico.

5.4 Discusión general

Se pudo comprobar que los métodos eléctricos de corriente directa fueron efectivos para medir las variaciones de la resistividad tanto lateral como vertical en un medio karstificado y detectar cenotes, cavidades secas y nivel freático al igual como lo han probado otros autores (p.e [Cardarelli et al., 2006](#); [Valois et al., 2010](#); [Zhou et al., 2000](#)). Algo característico de éste trabajo es que se realizó inversión conjunta DD-SC-WE algo que otros estudios no lo han tomado en cuenta, por ejemplo [Carriere et al. \(2013\)](#) realizó tomografía con Wenner-Schlumberger y Dipolo-Dipolo y encuentra mejores resultados con WN-SC por ser los más robustos a la hora de la medición, [Elawadi et al. \(2006\)](#) y [El-quady et al. \(2005\)](#) realizan tomografía para detectar cuevas, sin embargo ellos solo utilizan el arreglo Dipolo-Dipolo con lo cual obtienen buenos resultados. Por otra parte [Meyerhoff et al. \(2012\)](#) realizan tomografía eléctrica *time-lapse* con el arreglo Wenner para visualizar en que zonas existen flujos preferenciales. Si bien, cada arreglo por separado ha dado buenos resultados en diferentes sitios, en éste trabajo se sugiere usar los tres arreglos para tener una mayor confianza del modelo final.

La resolución del perfil A (1650 m; [figura 27 A](#)) es mayormente regional por lo cual sirvió para detectar y ubicar cuevas, cenotes, nivel freático y nivel de la haloclina mientras que la separación dipolar de 5 m permitió detectar cavernas secas por su mayor resolución ([figura 29 A](#)).

En éste trabajo solo es posible comparar los métodos eléctricos (TE) con los métodos electromagnéticos (EMDF) de forma cualitativa, ya que no se tomaron datos exactamente en la misma sección y con las mismas distancias dipolares. Sin embargo, ambos métodos sirvieron para medir variaciones de la resistividad y asociarlos a rasgos geológicos. Los resultados mostraron similitudes en zonas donde pasaron relativamente por donde mismo, por ejemplo al ubicar el Air-Dome, el perfil geo-eléctrico mostró una ventaja sobre el método EMDF ya que logró caracterizar mejor la profundidad de ésta estructura y el EMDF lo mostró simplemente como un gran resistivo que se extendía en profundidad (>40 m). Por otra parte, una ventaja del método EMDF es que no se necesita clavar electrodos, y debido a la falta de suelo, aplicar el método eléctrico resulta mucho más pesado a la hora de trabajar en campo. Si el objetivo es localizar solamente discontinuidades laterales entre por ejemplo un río y la roca caliza se

recomienda el método EMDF, mientras que si se requiere de otros detalles como por ejemplo la localización de la haloclina o nivel freático se recomienda aplicar el método eléctrico o de TE.

Se ha mencionado que los cenotes se originan por disolución desde la superficie o por colapso. En el caso de los cenotes por colapso, es común encontrar una “boca” con aspecto de fisura, como lo son los cenotes Chac-Mool ([figura 19](#)), Pequeño Hermano y Kukul-Kan ([figura 20](#)). Lo que nos indica que en éste sitio se ha desarrollado una serie de colapsos en el pasado en un área relativamente pequeña (150 m²). De acuerdo al trabajo hecho por [Smart et al. \(2006\)](#) que realizan estudios sobre la formación y desarrollo de sistemas de cuevas en la parte costera del estado de Quintana Roo, se propone que la zona de cenotes donde se encuentra Chac-Mool y Pequeño Hermano podría colapsar en el futuro. Como se ha mencionado el principal agente erosivo o de karstificación se da por procesos químicos en la zona de mezcla ([Beddows 2004](#), [Beddows 2007](#) y [Beauer-Gottwein et al., 2011](#)). Por otra parte los colapsos son acelerados por cambios en el nivel del mar [Smart et al. \(2006\)](#) y [Rodríguez y Crespo \(2010\)](#), debido a que en los descensos se pierde presión hidrostática (principio de Arquímedes) y la fuerza resultante debida a la gravedad es mayor sobre los techos de las cavidades. Si variaciones en el nivel del mar llegaran a ocurrir y sumado a la acción constante de la karstificación en la zona de mezcla, podría aumentar las zonas colapsadas entre los cenotes siguiendo las trayectorias de los ríos especialmente en aquellas partes donde los perfiles mostraron zonas conductoras ya que evidencian mayor desarrollo de porosidad secundaria y terciaria. En los resultados se pudo observar en ésta zona una sección muy resistiva que fue confirmada por ambos métodos (TE y EMDF) a la que se le llamó MR. Lo que sugiere que está constituida por caliza muy compacta sin porosidad secundaria ni terciaria. Por tanto, los colapsos que pudieran llegar a ocurrir en el futuro podrían ser alrededor de éste bloque (MR). Sugiero que la zona más propensa al colapso y de acuerdo a los resultados es donde los ríos Río2 y Río3 convergen cerca del Cenote Pequeño Hermano, porque en esa parte están muy pegados, lo que eventualmente podría comunicarse internamente formando un solo río en esa parte y perdiendo sustentación del techo de la roca. En mi opinión, si esto llegase a ocurrir es como si los cenotes Chac-Mool y Pequeño-Hermano colapsaran para formar un solo cenote. Esto tiene sentido, porque interiormente están conectados, solo faltaría un colapso superficial para que se conectaran como un solo cenote.

Técnicas de inversión electromagnética han sido poco desarrollados en 2D y 3D por lo tanto éste trabajo es el primero en realizarse en ambientes kársticos costeros de Quintana Roo. El hecho de no poder diferenciar dos ríos por separado, puede deberse a que la roca que los separa se encuentra totalmente saturada de agua generando así una anomalía conductora. Por el contrario con el Río2 que se detecta como le da vuelta a una zona altamente resistiva, esto sugiere que el método si es capaz de detectar las

trayectorias siempre y cuando el medio que rodea sea altamente resistivo o roca con una muy baja porosidad. Con esto se da un antecedente de las fortalezas y limitaciones del método EMDF aplicados en la zona costera de Quintana Roo.

Capítulo 6. Conclusiones y recomendaciones

- ❖ Los resultados obtenidos con geofísica tanto de tomografía eléctrica (TE) como métodos electromagnéticos (EMDF) evidenciaron la alta heterogeneidad del medio y el gran desarrollo de porosidad secundaria y terciaria.
- ❖ Aplicando el método de (TE) en un trayecto de 1,650 m fue posible estimar lo siguiente: el espesor de la zona vadosa, relacionándolo con valores altos de resistividad que concuerdan con valores de materiales geológicos poco permeables y compactos; la posición del nivel freático y el espesor de la zona de mezcla que coinciden con valores bajos de resistividad y observaciones hechas en campo.
- ❖ El perfil de TE encuentra la zona de mezcla entre los 10 y 20 m de profundidad. Esto amplía la evidencia de que el principio de Ghyben-Herzberg no se cumple en la franja costera del acuífero kárstico de Quintana Roo. Por lo cual, para evaluar la cantidad de agua disponible en el acuífero se recomienda estar monitoreando las variaciones de la haloclina *in situ*.
- ❖ Observaciones hechas en campo permitieron confirmar que el modelo de TE responde bien a la localización lateral de formaciones de origen kárstico tales como cenotes y ríos subterráneos.
- ❖ Estas estructuras fueron localizadas en el perfil como zonas bajas resistivas (40-200 $\Omega \cdot m$) en comparación con roca totalmente sana sin saturar (>1,000 $\Omega \cdot m$)
- ❖ En sistemas kársticos costeros éste método (TE) pierde resolución en profundidad al llegar a la zona de mezcla por la posible pérdida de energía. Para explorar objetivos someros (hasta 20 m en profundidad) se recomienda usar el método de TE y para objetivos profundos se recomienda una fuente de mayor amperaje o el método EM transitorio.
- ❖ Se mostró que utilizar distancias dipolares de 5 m en el método de TE es más resolutivo superficial y lateralmente que favorece la localización de pequeñas cavidades por encima del nivel freático. Mientras que utilizar distancias dipolares de 10 m la energía penetra más, dando modelos más promediados con la zona conductora, sin embargo, resulta efectivo para localizar la posición de cenotes, ríos subterráneos, profundidad del nivel freático y la zona de mezcla. Ambos resultados muestran que la resolución está en función de la distancia dipolar de los electrodos.
- ❖ Fue posible localizar el cruce de un río proveniente de la zona de cenotes en dirección al mar caribe, éste se localizó aproximadamente en el metro 1,200 del perfil de resistividad.
- ❖ Éste trabajo mostró que la aplicación de inversión conjunta de los arreglos DD-SC-WE es la más efectiva ya que cada uno tiene un patrón distinto de corriente, que refuerza la resolución lateral como vertical del modelo.

- ❖ De la experiencia de éste trabajo se muestra que los métodos EMDF tienen la ventaja de ser rápidos en su adquisición y que los resultados son favorables a la hora de detectar cruces de ríos, contactos de roca con estos y posiciones de cavidades inundadas o secas.
- ❖ Se mostró que la sensibilidad y resolución del método de TE es mayor que la sensibilidad y resolución del método EMDF. La cantidad de datos que se adquieren y los distintos patrones de corriente que se aplican con TE (DD, SC y WE) tiene una gran ventaja sobre los datos que se adquieren con BMV y BMH, que al utilizar solo tres separaciones dipolares se obtiene solo seis mediciones sobre un mismo punto en superficie con promediados muy grandes debido a las distancias dipolares con las que trabaja el equipo EM-34 (10, 20 y 40 m). Esto hace que el método EMDF sea un método de prospección más rápido pero menos sensible que el de TE.
- ❖ Los métodos EMDF ven la intrusión salina en la zona del cenote Chac-Mool (30 m en profundidad), más profundo de lo medido en campo (20 m en profundidad). A diferencia de la TE que ubica la profundidad de la intrusión salina dentro de lo predicho.
- ❖ Se realizó una implementación al algoritmo hecho por Pérez-Flores et al. (2012). En éste trabajo se resuelve el problema inverso EMDF-3D tomando en cuenta direcciones oblicuas de las BMV.
- ❖ Los resultados de inversión 3D mostraron que el espesor de la zona vadosa es sobre estimado en las fronteras del modelo, pudiéndose deber al alto resistivo que genera el aire en ésta parte del modelo o a un efecto de frontera por la poca densidad de datos.
- ❖ El modelo EMDF-3D no es capaz de diferenciar dos ríos subterráneos cuando interiormente se encuentran separados por roca altamente saturada con agua. Por el contrario, si se encuentran separados por roca altamente compactada y con poca saturación, el método si es capaz de diferenciar esto.
- ❖ A diferencia de los métodos eléctricos, los EMDF no lograron ubicar la zona de mezcla ni la intrusión salina en donde se encuentra el cenote Chac-Mool, sino más bien contrastes laterales de resistividad debido a las formaciones kársticas.
- ❖ Se da el primer antecedente de inversión geofísica de datos EMDF 2D y 3D que servirán para futuros trabajos aplicados en el karst de Quintana Roo.
- ❖ Ambos modelos pueden ser utilizados en la construcción de la geometría para un modelado de flujo y transporte geohidrológico.

Literatura citada

- Ahmed, S., & Carpenter, P. J. 2003. Geophysical response of filled sinkholes, soil pipes and associated bedrock fractures in thinly mantled karst, east-central Illinois. *Environmental Geology*, 44(6), 705-716.
- Back, W., Hanshaw, B. B., Herman, J. S., & Van Driel, J. N. 1986. Differential dissolution of a Pleistocene reef in the ground-water mixing zone of coastal Yucatan, Mexico. *Geology*, 14(2), 137-140.
- Bakalowicz, M. 2005. Karst groundwater: a challenge for new resources. *Hydrogeology Journal* 13(1), 148–160.
- Bauer-Gottwein, P., Gondwe, B.R., Charvet G., Marin, L.E., Robellodo-Vieyra, M., & Meresiz-Alonso, G. 2011. Review: The Yucatan Peninsula karst aquifer, Mexico. *Hidrogeology Journal* 19(3), 507-524.
- Beddows, P. A. 2004. *Groundwater hydrology of a coastal conduit carbonate aquifer: Caribbean coast of the Yucatán Peninsula, México*. PhD thesis, University of Bristol.
- Beddows, P.A. 2003. *Cave hydrology of the Caribbean Yucatan coast*. Bulletin 11, Association of Mexican Cave Studies, Houston, TX, 96 pp.
- Beddows, P.A. Blanchon, P., Escobar, E. y Torres-Talamante, O. 2007. Los cenotes de la península de Yucatán. *Arqueología Mexicana*, 83, 32-35.
- Bonet, F., Butterlin, J. 1962. Stratigraphy of the northern part of the Yucatan Peninsula. Field trip to Peninsula of Yucatan guide book. New Orleans Geological Society, New Orleans, LA
- Butterlin, J., & Bonet, F. 1960. Información básica para la interpretación geohidrológica de la Península de Yucatán. *Secretaría de Recursos Hidráulicos, México D.F.*
- Cardarelli, E., Di Filippo, G., & Tuccinardi, E. 2006. Electrical resistivity tomography to detect buried cavities in Rome: a case study. *Near Surface Geophysics*, 4(6), 387-392.
- Carrière, S. D., Chalikakis, K., Sénéchal, G., Danquigny, C., & Emblanch, C. 2013. Combining electrical resistivity tomography and ground penetrating radar to study geological structuring of karst unsaturated zone. *Journal of Applied Geophysics*, 94, 31-41.
- Charvet, G. 2009. Exploration, modeling and management of groundwater resources in northern Quintana Roo, Mexico. MSc Thesis, *Technical University of Denmark, Denmark*.
- Chalikakis, K. 2006. Geophysical methods applied to water exploration and protection in karst environment. PhD Thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6, France, 217pp

- Chalikakis, K., Plagnes, V., Guerin, R., Valois, R., & Bosch, F. P. 2011. Contribution of geophysical methods to karst-system exploration: an overview. *Hydrogeology Journal*, 19(6), 1169-1180.
- Comision Nacional del Agua (CNA).1995. Resumen Técnico de las Condiciones Geohidrológicas del Estado de Quintana Roo, Comisión Nacional del Agua, Subgerencia Técnica, Gerencia Regional del Sureste, Mérida, Yucatán, México.
- Comisión Nacional del Agua (CNA). 1997. Diagnóstico de la Región XII, Península de Yucatán. Subdirección General de Programación, Gerencia de Planeación Hidráulica, Gerencia Regional de la Península de Yucatán.
- Comisión Nacional del Agua (CNA). 2001. Actualización Geohidrológica del Acuífero de la Zona Norte Estado de Quintana Roo, (Poligonal comprendida entre Cancún, Nuevo Xcan, Coba y Tulum); Informe Final: Gerencia Regional de la Península de Yucatán; Subgerencia Regional técnica.
- Constable, S. C., Parker, R. L., & Constable, C. G. 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52(3), 289-300.
- Derek, F., & Williams, P. 2007. Karst hydrogeology and geomorphology. *England: John Wiley & Sons Ltd.*
- Duch-Gary, J. 1991. *Fisiografía del Estado de Yucatán: su Relación con la Agricultura* (No. 972.65 D826). Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo (México). Centro Regional de la Península de Yucatán. Div. de Ciencias Forestales.
- Elawadi, E., El-Qady, G., Nigm, A., Shaaban, F., & Ushijima, K. 2006. Integrated geophysical survey for site investigation at a new dwelling area, Egypt. *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*, 11(4), 249-259.
- El-Qady, G., Hafez, M., Abdalla, M. A., & Ushijima, K. 2005. Imaging subsurface cavities using geoelectric tomography and ground-penetrating radar. *Journal of Cave and Karst Studies*, 67(3), 174-181.
- Estrada-Medina, H., Tuttle, W., Graham, R. C., Allen, M. F., & Jiménez-Osornio, J. J. 2010. Identification of underground karst features using ground-penetrating radar in Northern Yucatán, México. *Vadose Zone Journal*, 9(3), 653-661.
- Ford, D. C., & Williams, P. W. (1989). *Karst geomorphology and hydrology* (Vol. 601). London: Unwin Hyman.
- Gallardo-Delgado, L. A., Pérez-Flores, M. A., & Gómez-Treviño, E. (2003). A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics*, 68(3), 949-959.
- García-Gil G., Garniel-Castro E., (2010). "Geología" Biodiversidad y desarrollo humano en Yucatán. Durán García R., y Méndez González M., (eds.). Mérida [Yucatán]: Centro

de Investigación Científica de Yucatán/ Programa de pequeñas Donaciones del Fondo para el Medio Ambiente/Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad/Secretaría de desarrollo Urbano y Medio Ambiente del Gobierno del Estado de Yucatán, pp. 4-6

- Gómez-Treviño, E. 1987. Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems. *Geophysics*, 52(9), 1297–1302, doi: 10.1190/1.1442390.
- Gondwe, B. R. N. 2010. *Exploration, modeling and management of groundwater-dependent ecosystems in karst—the Sian Ka'an case study, Yucatan, Mexico*. PhD Thesis, Technical University of Denmark.
- Gondwe, B. R., Lerer, S., Stisen, S., Marín, L., Rebolledo-Vieyra, M., Merediz-Alonso, G., & Bauer-Gottwein, P. (2010). Hydrogeology of the south-eastern Yucatan Peninsula: new insights from water level measurements, geochemistry, geophysics and remote sensing. *Journal of Hydrology*, 389(1), 1-17.
- González-Herrera, R. A. 1984. Correlación de Muestras de Roca en Pozos de la Ciudad de Mérida. Tesis de maestría en ingeniería civil. Universidad Autónoma de Yucatán, 129pp.
- González-Herrera, R., Sánchez-y-Pinto, I., & Gamboa-Vargas, J. 2002. Groundwater-flow modeling in the Yucatan karstic aquifer, Mexico. *Hydrogeology Journal*, 10(5), 539-552.
- Graniel, E., Vera, I., González, L. y Cardona, A. 2005. Dinámica de la interface salina y calidad del agua en la costa nororiental de Yucatán, México. *Revista Latino-Americana de Hidrogeología*, v.5, p. 39-48
- Griffiths, D. J., & Reed College. 1999. *Introduction to electrodynamics* (Vol. 3). Upper Saddle River, NJ: prentice Hall.
- He, L., Feng, M., He, Z., & Wang, X. 2006. Application of EM methods for the investigation of Qiyueshan tunnel, China. *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*, 11(2), 151-156.
- Instruction Manual for SuperSting R1/IP. Advanced Geosciences, Inc. Austin, Texas, 2005.
- Jardani, A., Revil, A., Santos, F., Fauchard, C., & Dupont, J. P. 2007. Detection of preferential infiltration pathways in sinkholes using joint inversion of self-potential and EM-34 conductivity data. *Geophysical Prospecting*, 55(5), 749-760.
- Kambesis, P.N., Coke, J.G. 2013. Overview of the controls on eogenetic cave and karst development in Quintana Roo, Mexico. En: Lace, M. J., Mylroie, J. E. (Eds). Coastal karst landforms. Springer Science & Business Media, pp. 347-370.
- Kašpar, M., & Pecen, J. 1975. Detection of caves in a karst formation by means of electromagnetic waves. *Geophysical Prospecting*, 23(4), 611-621.

- Lace, M. J., & Mylroie, J. E. (Eds.). 2013. Coastal karst landforms. Springer Science & Business Media. P. 347-370.
- Li, Y., & Oldenburg, D. W. 1992. Approximate inverse mappings in DC resistivity problems. *Geophysical Journal International*, 109(2), 343-362.
- Loke, M. H., & Barker, R. D. 1995. Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections. *Geophysics*, 60(6), 1682-1690.
- Marín, L.E., Perry, E., Essaid, H.I., Steinich, B., 2004. Hydrogeological investigations and numerical simulation of groundwater flow in the karstic aquifer of northwestern Yucatan, Mexico. En: Cheng, A., Ouazar, D., (eds) Coastal aquifer management: monitoring, modeling and case studies. CRC., Boca Raton, FL, pp 257–278
- Márquez-Gracia L.I., 2008. Exploración geofísica aplicando métodos geoeléctrico en la zona de la caleta de Xel-Ha, Quintana Roo. Tesis de licenciatura en ingeniería geofísica. División de ingeniería en ciencias de la tierra, UNAM.
- McNeill, J.D. 1980. Electromagnetic terrain conductivity measurement at low induction numbers. Technical Note TN-6. Geonics Limited.
- Meyerhoff, S. B., Karaoulis, M., Fiebig, F., Maxwell, R. M., Revil, A., Martin, J. B., & Graham, W. D. 2012. Visualization of conduit-matrix conductivity differences in a karst aquifer using time-lapse electrical resistivity. *Geophysical Research Letters*, 39(24).
- Marquez-García L.I. 2008. Exploración geofísica aplicando métodos geoeléctricos en la zona de la caleta del Xel-Ha, Quintana Roo. Tesis de licenciatura en ingeniería geofísica. Facultad de ingeniería, UNAM.
- Monroy-Ríos E. 2016. ¿Cómo se formaron cuevas y cenotes? Espeleogénesis. Environmental Biogeochemistry – Blog personal. Publicado el 20 de mayo, 2016.
- Muhammad, F., Samgyu, P., Young, S. S., Ho Kim, J., Mohammad, T., & Adepelumi, A. A. 2012. Subsurface cavity detection in a karst environment using electrical resistivity (er): a case study from yongweol-ri, South Korea. *Earth Sciences Research Journal*, 16(1), 75-82.
- Orellana, E. 1972. Prospección geoeléctrica en corriente continua. Segunda edición corregida y ampliada. Paraninfo, Madrid.
- Palmer, A. N. (1991). Origin and morphology of limestone caves. *Geological Society of America Bulletin*, 103(1), 1-21.
- Palmer, A. N., Palmer, M. V., & Queen, J. M. 1977. Geology and origin of the caves of Bermuda. In *Proceedings of the 7th International Speleological Congress*. Sheffield: British Cave Research Association (pp. 336-338).
- Palmer, A.N. 2007. Cave geology (Vol. 454). Dayton: Cave Books, Trenton, 454 p

- Pardo-Igúzquiza, E., Dowd, P. A., Xu, C., & Durán-Valsero, J. J. 2012. Stochastic simulation of karst conduit networks. *Advances in Water resources*, 35, 141-150.
- Pardo-Igúzquiza, E., Durán-Valsero, J. J., & Rodríguez-Galiano, V. 2011. Morphometric analysis of three-dimensional networks of karst conduits. *Geomorphology*, 132(1), 17-28.
- Pérez-Flores, M.A. 1995. Inversión rápida en 2-D de datos de resistividad, magnetotelúricos y electromagnéticos de fuente controlada a bajos números de inducción. Tesis de doctorado en ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.
- Pérez-Flores, M.A., Méndez-Delgado, S. y Gómez-Treviño, E. 2001. Imaging low-frequency and dc electromagnetic fields using a simple linear approximation. *Geophysics*, 66(4), 1067-1081.
- Pérez-Flores, M. A., Antonio-Carpio, R. G., Gómez-Treviño, E., Ferguson, I., & Méndez-Delgado, S. 2012. Imaging of 3D electromagnetic data at low-induction numbers. *Geophysics*, 77(4), WB47-WB57.
- Pro Dive Mexico. 2016. Cenote Chac Mool - Pro Dive Mexico. Consultado el 20 de mayo del 2016, de <https://prodivemex.com/dive-site/cenote-chac-mool>.
- Pulido-Bosch, A. 2001. Investigación y exploración de acuíferos kársticos. *Boletín geológico y minero*, 112(2), 65-76.
- Quintana Roo Speleological Survey (QRSS). Consultado en junio del 2016. Sitio web: www.caves.org/project/qrss.htm
- Ravelo-Cervantes, J.I. 2006. Exploración geofísica del acuífero de puerto Morelos, Quintana Roo. Tesis de licenciatura en ingeniería geofísica. División de ingeniería en ciencias de la tierra, UNAM.
- Reynolds, J. M. 1997. An Introduction to Applied and Environmental Geophysics. John Wiley & Sons.
- Richards, D., & Richards, S. 2007. Overview of the geology and hydrology of coastal Quintana Roo. *AMCS Activ News* 30, 104–109.
- Reeve, A., & Perry, E. C. 1990. Aspects and tidal analysis along the western north coast of the Yucatan Peninsula, Mexico. In *AWRA International Symposium on Tropical Hydrogeology*, 1990, San Juan, Puerto Rico.
- Rodríguez, M. G., & Crespo, I. O. 2010. Formas kársticas comunes de los cenotes del Estado de Quintana Roo (México). *M+ A. Revista Electrónica de Medioambiente*, (9), 15-35.
- Santos, F. A. M. 2004. 1-D laterally constrained inversion of EM34 profiling data. *Journal of Applied Geophysics*, 56(2), 123-134.

- Siart, C., Hecht, S., Holzhauser, I., Altherr, R., Meyer, H. P., Schukraft, G., & Panagiotopoulos, D. 2010. Karst depressions as geoarchaeological archives: the palaeoenvironmental reconstruction of Zominthos (Central Crete), based on geophysical prospection, sedimentological investigations and GIS. *Quaternary International*, 216(1), 75-92.
- Smart, P. L., Beddows, P. A., Coke, J., Doerr, S., Smith, S., & Whitaker, F. F. 2006. Cave development on the Caribbean coast of the Yucatan Peninsula, Quintana Roo, Mexico. *Geological Society of America Special Papers*, 404, 105-128.
- Sumanovac, F., Weisser, M. 2001. Evaluation of resistivity and seismic methods for hydrogeological mapping in karst terrains. *Journal of Applied Geophysics*, 47(1), 13-28.
- Supper, R., Motschka, K., Ahl, A., Bauer-Gottwein, P., Gondwe, B., Alonso, G. M., & Kinzelbach, W. 2009. Spatial mapping of submerged cave systems by means of airborne electromagnetics: an emerging technology to support protection of endangered karst aquifers. *Near Surface Geophysics*, 7(5-6), 613-627.
- Tarantola, A., Valette, B. 1982. Inverse problems = quest for Information. *J. geophys*, 50(3), 150-170.
- Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Y. 1977. *Solutions of ill-posed problems*. Halsted Press, New York, 1977.
- Valois, R., Bermejo, L., Guérin, R., Hinguant, S., Pigeaud, R., & Rodet, J. 2010. Karstic morphologies identified with geophysics around Saulges caves (Mayenne, France). *Archaeological Prospection*, 17(3), 151-160.
- Van Schoor, M. 2002. Detection of sinkholes using 2D electrical resistivity imaging. *Journal of Applied Geophysics*, 50(4), 393-399.
- Ward, W.C., Weidie, A.E., & Back, W. 1985. *Geology and hydrogeology of the Yucatan and Quaternary geology of northeastern Yucatan Peninsula*. New Orleans Geological Society, New Orleans, LA.
- White, W.B. 2007. A brief history of karst hydrogeology: contributions of the NSS. *Journal of Cave and Karst Studies* 69(1), 13-26.
- Worthington, S. R. H., & Ford, D. C. 2009. Self-organized permeability in carbonate aquifers. *Ground Water*, 47(3), 326-336.

Anexo A

Perfiles geoelectrico procesados de forma independiente.

Estos perfiles se obtuvieron sobre el camino principal que conduce desde la carretera Cancún-Tulum hacia el cenote Chac-Mool (Ver figura 11 en el capítulo 3). Están procesados independientemente sin traslape. El punto inicial comienza con el perfil Lin4. Debajo de cada perfil está señalada la distancia al cual corresponde dentro del camino principal. Se utilizó un $\beta=0.001$ y $\Delta x=5$ m.

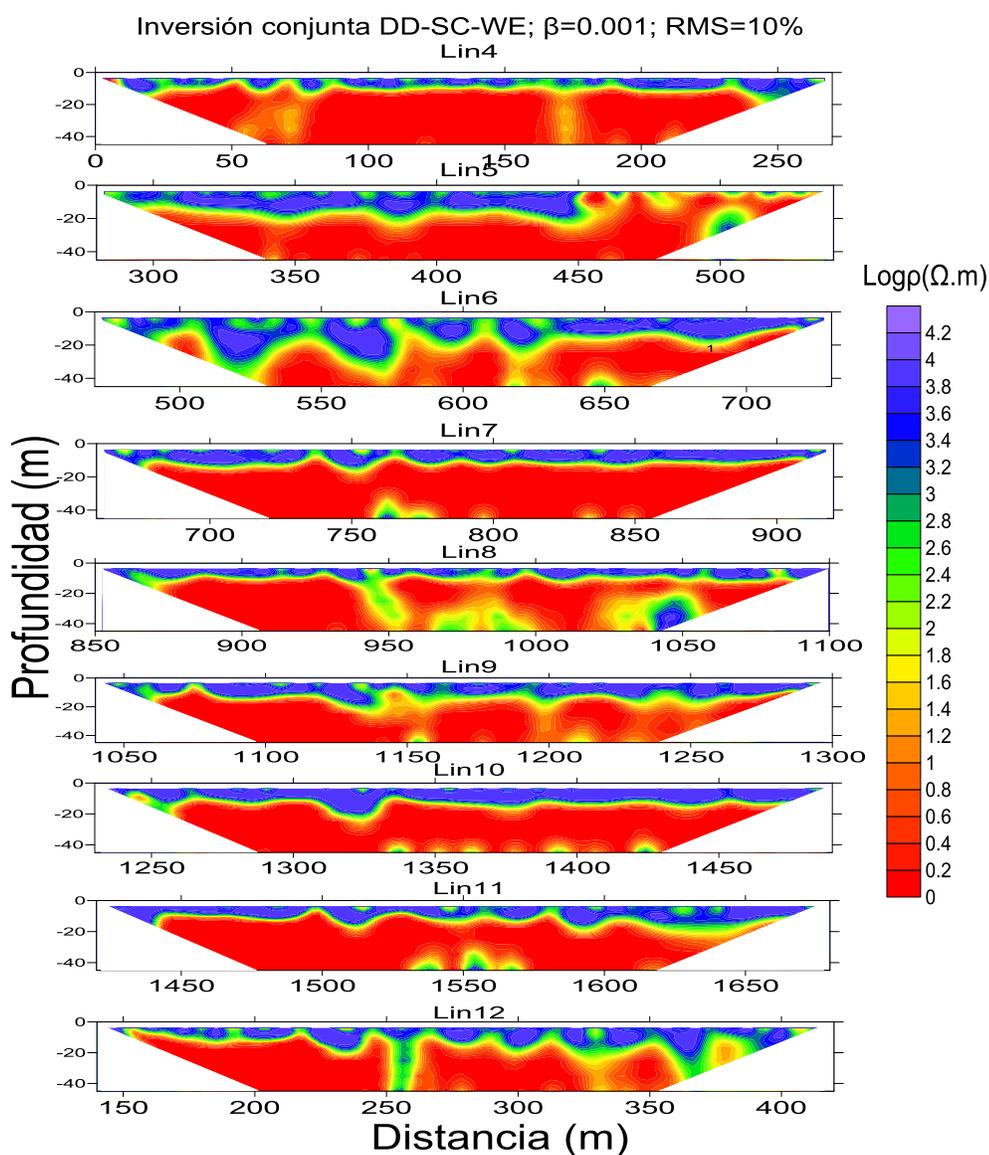


Figura 42. Modelos geoelectricos sobre el camino principal que conduce al cenote Chac-Mool. Perfiles de 270 m con distancias dipolares de 10 m.

Anexo B

Perfiles geoelectrico procesados con diferentes discretizaciones (Δx) y betas (β).

Los siguientes perfiles geoelectricos corresponden a los perfiles traslapados que se adquirieron sobre el camino principal. Se realizo inversion conjunta DD-SC-WE para discretizaciones $\Delta x=5, 10, \text{ y } 20\text{m}$ y β de $0.1, 0.01 \text{ y } 0.001$. En el capítulo 4 se muestra interpretado el perfil con $\Delta x=10$ y $\beta=0.1$.

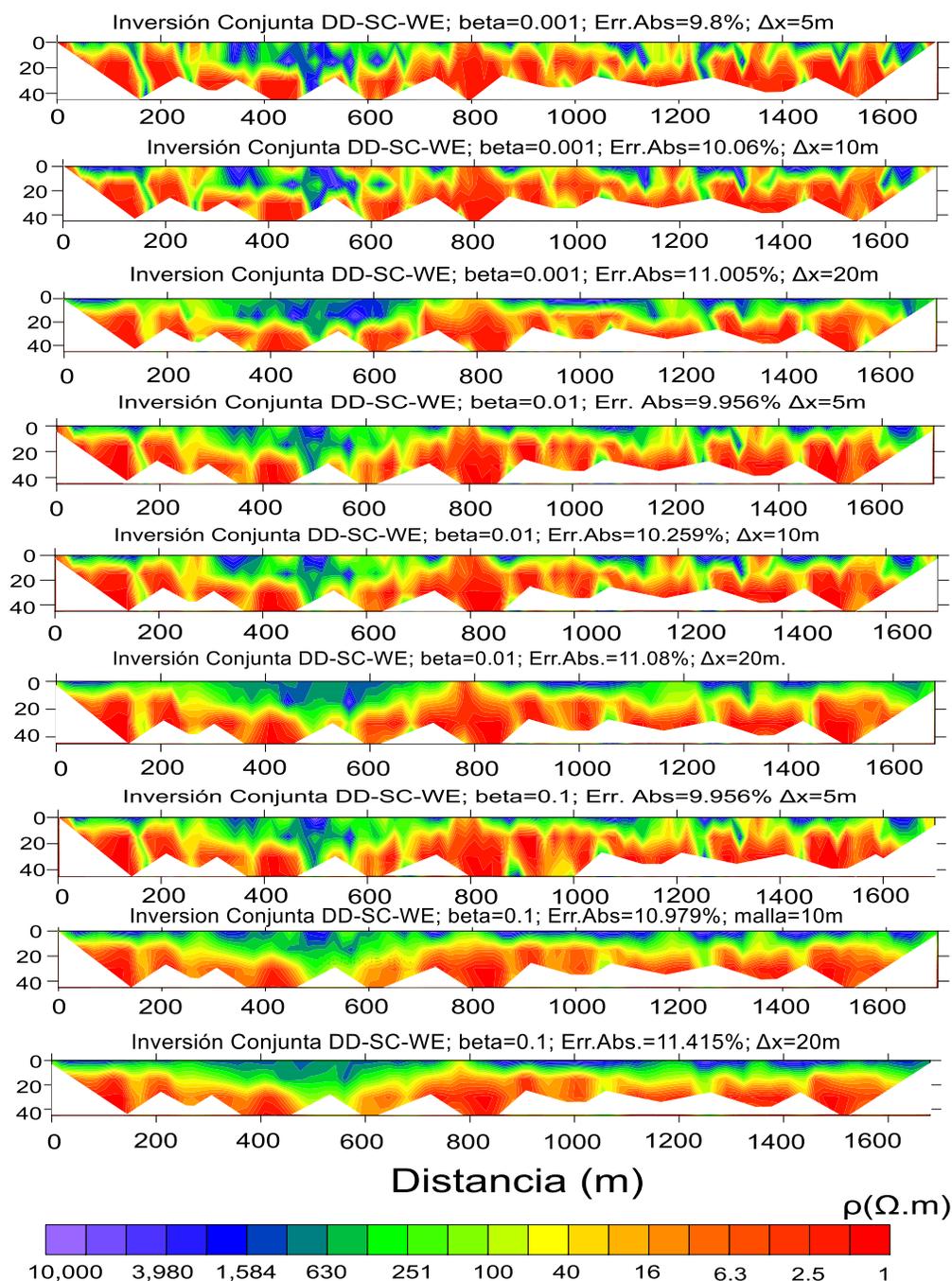


Figura 43. Modelos geoelectricos correspondientes al camino principal con discretizaciones $\Delta x=5, 10, \text{ y } 20\text{m}$ y β de $0.1, 0.01 \text{ y } 0.001$.

Anexo C

Resultados inversión-EM algoritmo de Santos (2004).

Los siguientes resultados corresponden a las inversiones conjuntas BMV-BMV de datos EM-LIN con el software de Santos (2004). Se muestran los perfiles del 1 al 7. En el capítulo 4 se muestran los resultados interpretados con el software de Pérez-Flores et al. (2012).

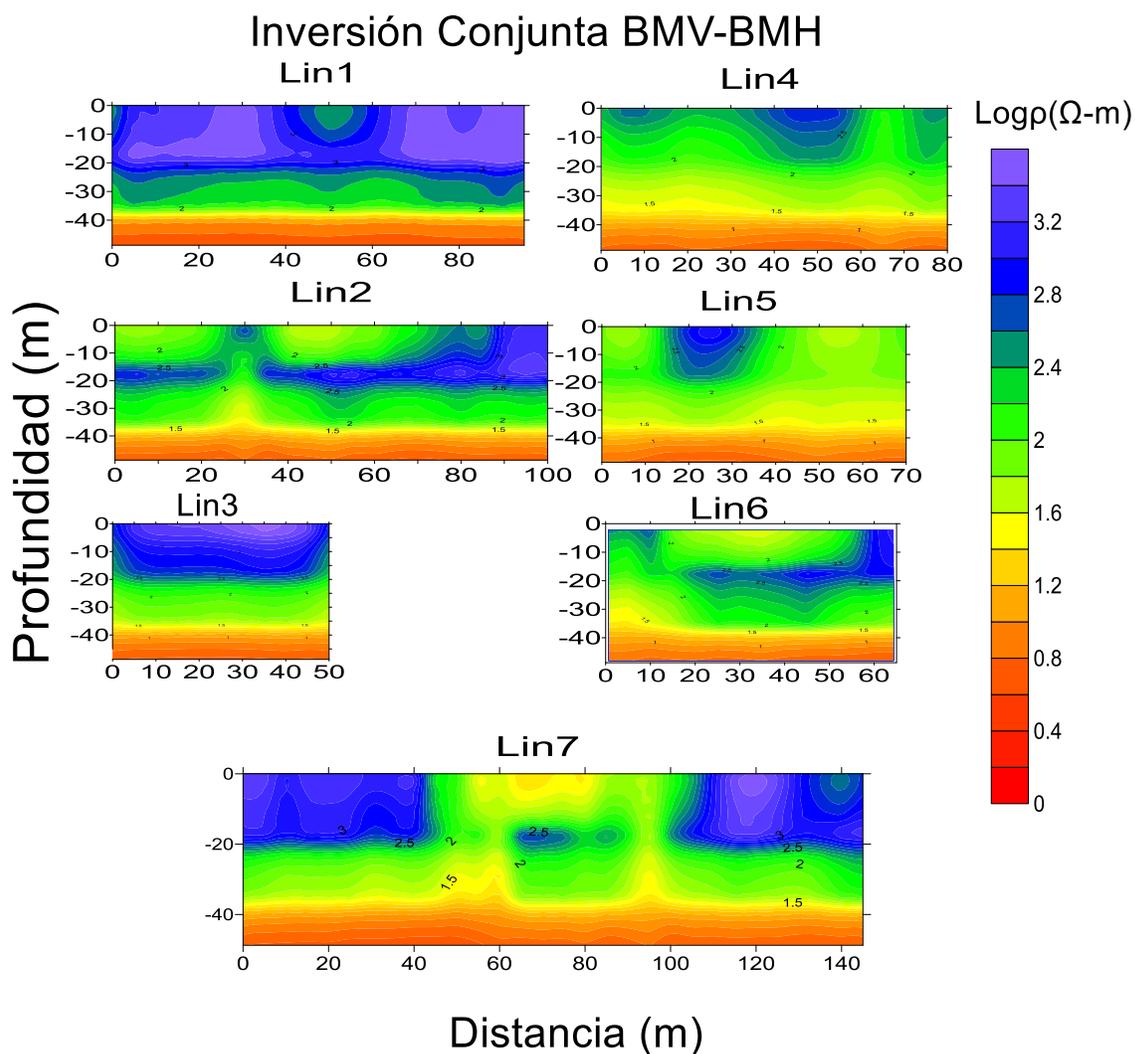


Figura 44. Modelos EM-2D hechos con el software de inversión de Santos (2004)

Anexo D

Perfiles EMDF con $\beta=0.001$.

Los siguientes perfiles corresponden a los modelos EMDF con un factor de suavizamiento $\beta=0.001$ hechos con el software de Pérez-Flores et al. (2001). Los modelos con $\beta=0.01$ se muestran interpretados en el capítulo 4. Corresponden a los obtenidos sobre el área de cenotes donde se encuentra Chac-Mool y Pequeño Hermano.

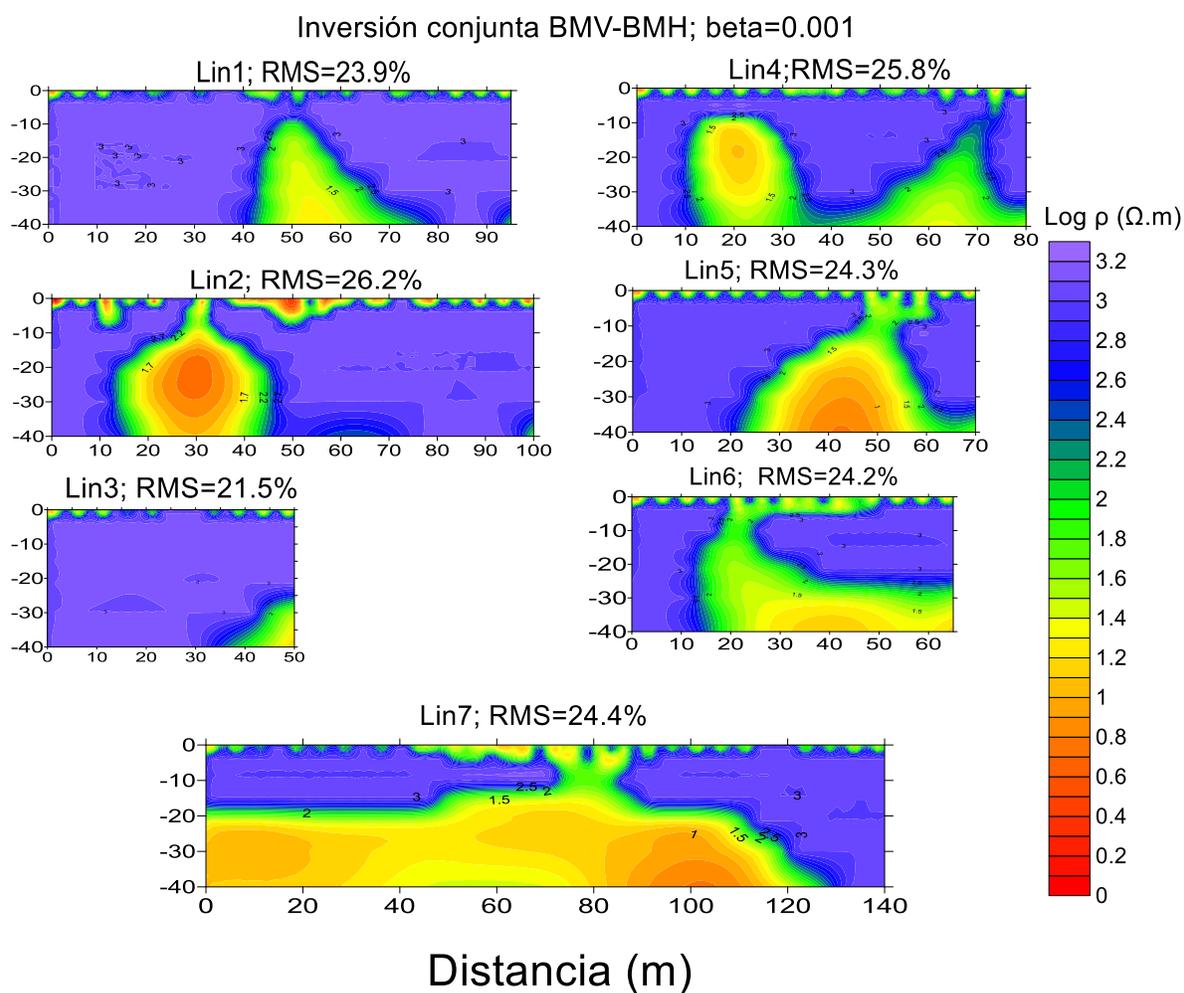


Figura 45. Modelos 2D EMDF con $\beta=0.001$.

Anexo E

Descripción del interior de Chac-Mool.

La siguiente imagen fue tomada del grupo *Underwater Editions* y señala las trayectorias y profundidades de los ríos presentes entre en cenote Chac-Mool y pequeño hermano. La información de esta imagen se utilizó para la interpretación del modelo EM-2D y 3D (Capítulo 4).

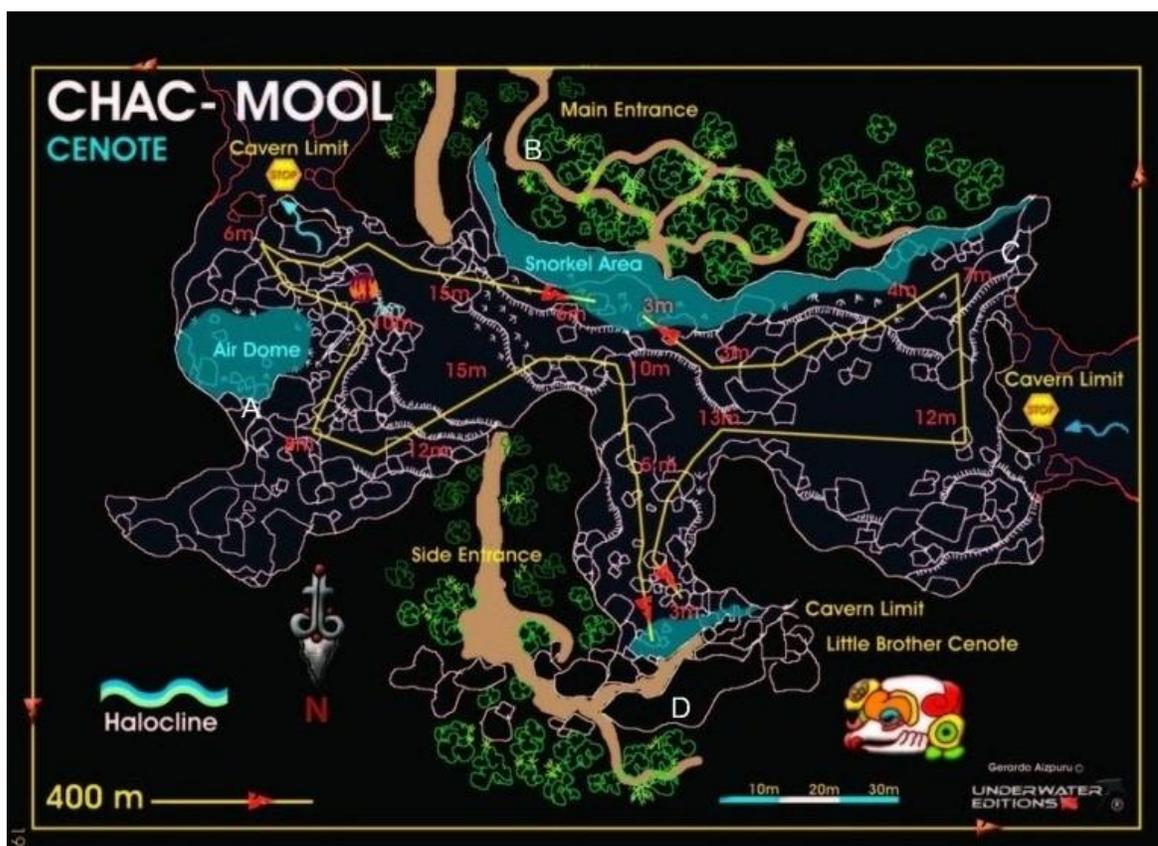


Figura 46. Imagen del interior del cenote Chac-Mool. Se encuentra señalado la posición y profundidad de los ríos que conectan al cenote Chac-Mool con el cenote Pequeño Hermano.

Anexo F

Perfiles observados y calculados EM

Datos observados y calculados de los perfiles EMDF. El perfil correspondiente modelo EMDF-Lin2 es mostrado y descrito en el capítulo 4.

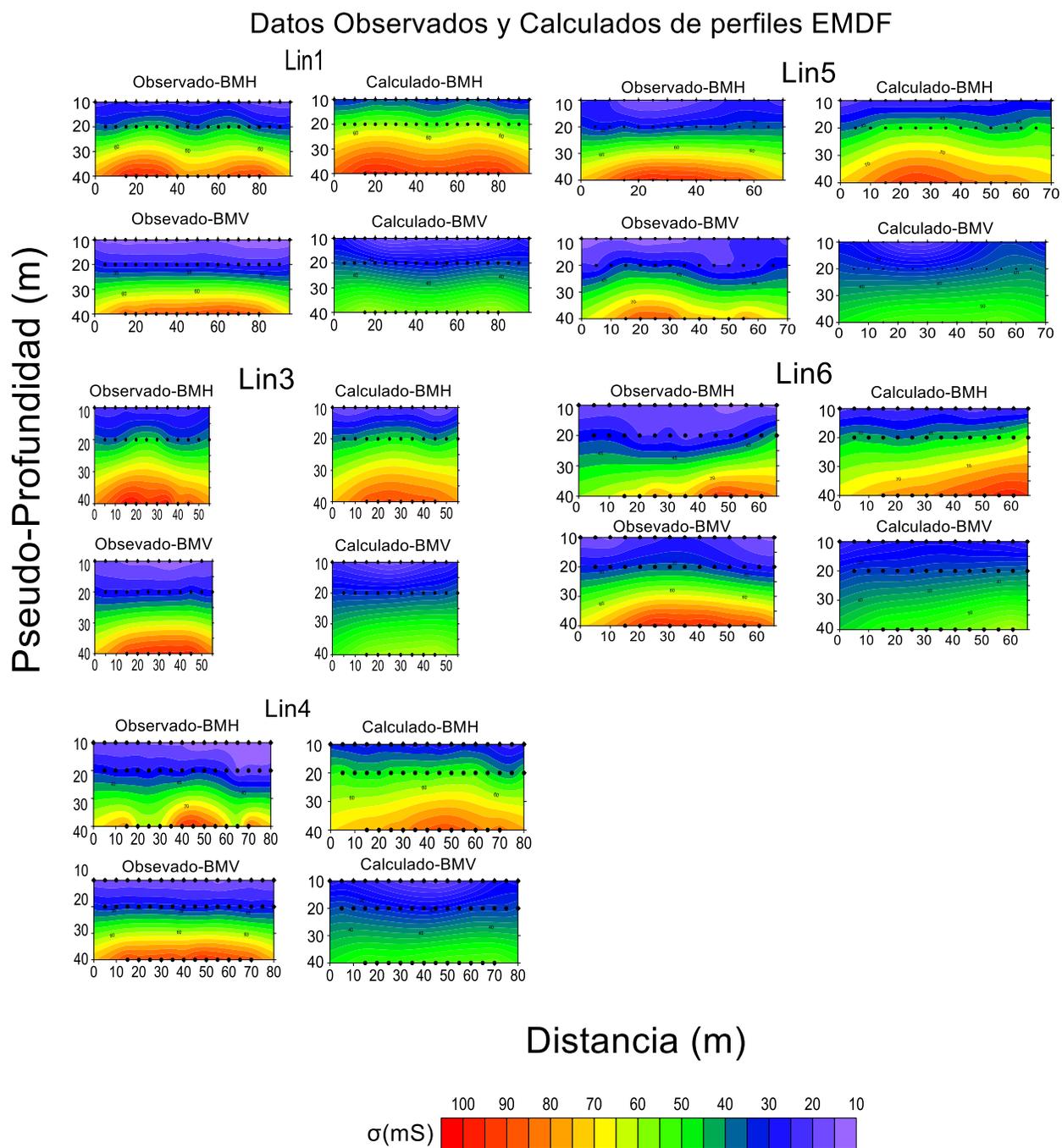


Figura 47. Datos observados y calculados de los perfiles EMDF, para cada configuración de bobinas, BMV y BMH.

Anexo G

La siguiente figura corresponde al modelo EM-3D con un $\beta=0.001$, graficado en planta, para distintas profundidades. Las profundidades corresponden a $z=1, 3.5, 6.5, 10, 15, 21.5, 30$ y 42.5 m. En el capítulo 4 se hace la interpretación del modelo EM-3D con un $\beta=0.01$. Como se muestra a continuación, este modelo resultó ser bastante resistivo, no se logran apreciar detalles para la interpretación, sin embargo se muestra a forma de contrastar ambos resultados y de porque se eligió interpretar el modelo EM-3D con $\beta=0.01$.

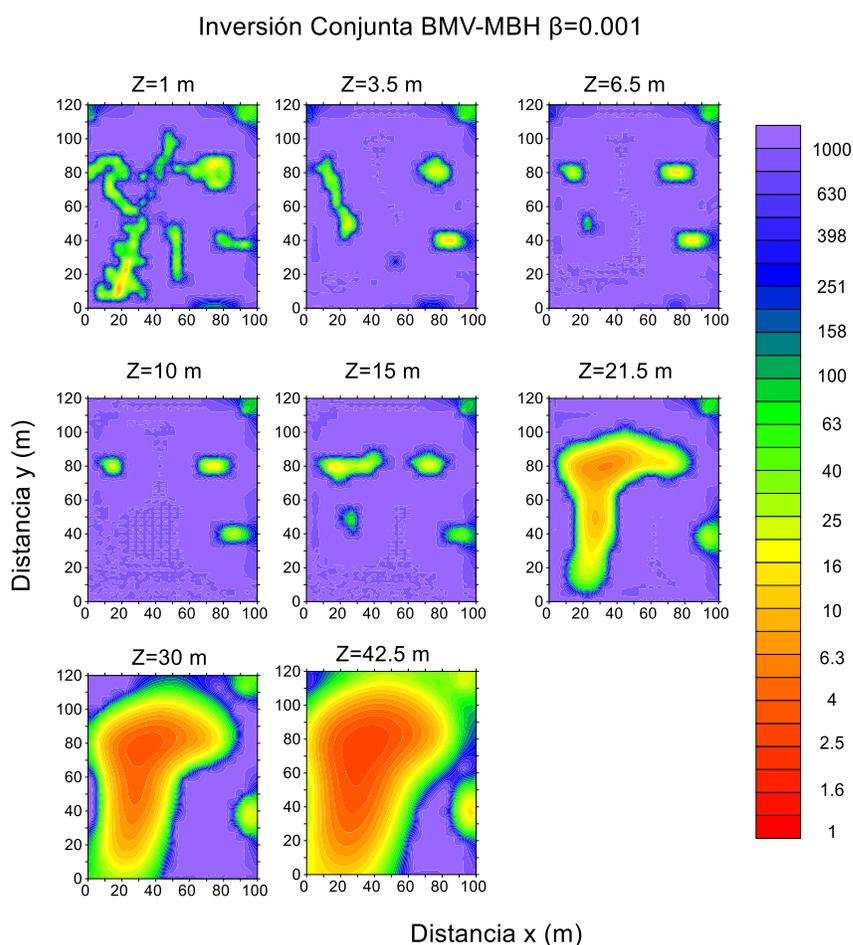


Figura 48. Gráfica en planta para distintas profundidades (z) del modelo inverso 3D con un $\beta=0.001$, correspondiente a la zona de cenotes donde se encuentra Chac-Mool y Pequeño Hermano.

Anexo H

Perfil Lin13 procesado con *EarthImager*.

Los siguientes modelos corresponden al perfil Lin13 y se hicieron distintas pruebas con el software *EarthImager*. Estos modelos muestran con línea punteada lo que podría ser dos ríos independientes. En el capítulo 5 se discute si podría ser uno o dos ríos. A) Muestra un modelo con inversión conjunta DD-SC-WE; B) muestra un modelo inverso con puro DD; C) muestra un modelo inverso con puro WE y D) muestra un modelo inverso con puro SC.

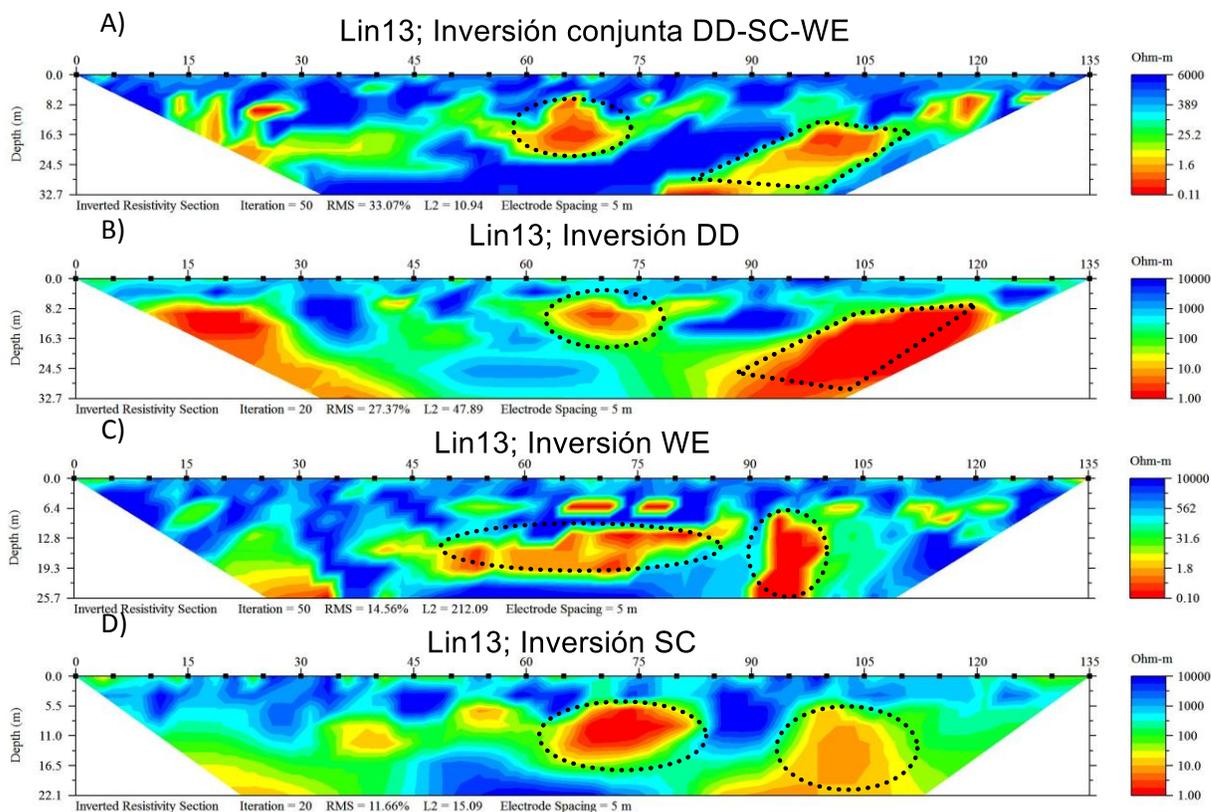


Figura 49. Modelos del perfil Lin13 obtenidos con *EarthImager*. A) Modelo de inversión conjunta DD-SC-WE; B) Modelo inverso con DD. C) Modelo inverso con WE. D) Modelo inverso con SC.