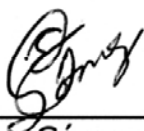


TESIS DEFENDIDA POR  
**Tenamaxtle Saucedo Andrade**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



---

Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado  
*Director del Comité*



---

Dr. Enrique Gómez Treviño  
*Miembro del Comité*



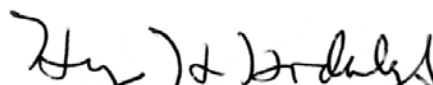
---

Dr. Marco Antonio Pérez Flores  
*Miembro del Comité*



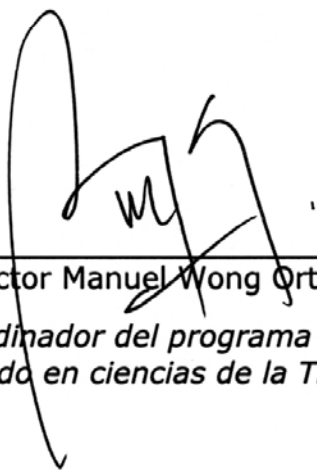
---

Dr. Antonio González Fernández  
*Miembro del Comité*



---

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva  
*Miembro del Comité*



---

Dr. Víctor Manuel Wong Ortega  
*Coordinador del programa de  
posgrado en ciencias de la Tierra*



---

Dr. Edgar Gerardo Pavía López  
*Director de Estudios de Posgrado*

12 de Marzo del 2007

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
DE ENSENADA**



---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

---

**INVERSIÓN CONJUNTA DE DATOS ELECTROMAGNÉTICOS A BAJO NÚMERO DE  
INDUCCIÓN Y SÍSMICA DE REFRACCIÓN**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:


TENAMAXTLE SAUCEDO ANDRADE

Ensenada, Baja California, México, Marzo del 2007.

**RESUMEN** de la tesis de **Tenamaxtle Saucedo Andrade**, presentado como requisito parcial para la obtención del grado de **MAESTRO EN CIENCIAS** en **CIENCIAS DE LA TIERRA** con orientación en **GEOFISICA APLICADA**. Ensenada, Baja California México. Marzo del 2007.

INVERSIÓN CONJUNTA DE DATOS ELECTROMAGNETICOS A BAJO NÚMERO DE INDUCCION Y SISMICA DE REFRACCION

Resumen aprobado por: \_\_\_\_\_

  
Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado  
Director de tesis

**RESUMEN**

Los crecientes requerimientos de espacios urbanos y de uso racional de recursos naturales han llevado a la necesidad de mejorar la exactitud y detalle en la determinación de cuerpos geológicos del subsuelo y con ello, a desarrollar teorías y metodologías de interpretación geofísica cada vez más exactas y que permitan incluir información más diversa. Dentro de las técnicas más recientes para integrar diversos tipos de información geofísica se encuentra la inversión conjunta usando gradientes cruzados. Esta metodología de inversión conjunta ha permitido, hasta ahora, obtener imágenes de resistividad eléctrica y velocidad sísmica geoméricamente concordantes a partir de datos eléctricos y sísmicos.

En el presente trabajo, se extiende esta metodología de inversión conjunta de datos de resistividad eléctrica y de sísmica de refracción para incorporar datos de campos electromagnéticos a bajo número de inducción (LIN). Se consideró conveniente integrar esta metodología no solo por ser un complemento, sino por tener una formulación similar a los métodos eléctricos. Esto, además de facilitar su integración en un esquema de inversión previamente desarrollado, podría reducir aún más las ambigüedades y discrepancias que tengan los modelos de resistividad y sísmicos estimados individualmente. Además de ser una técnica que ha sido cada vez más popularizada por su versatilidad y su fácil manejo en campo.

Para realizar la inversión conjunta bidimensional de este tipo de datos se desarrollaron dos algoritmos: uno que integra datos electromagnéticos y sísmicos de refracción, y otro que integra los datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos. Para analizar los límites y ventajas que se obtienen al incluir todos estos tipos de datos en el mismo esquema de inversión, se aplicaron estos algoritmos a dos ejemplos de respuesta conocida: uno de dos prismas y otro tipo *tablero de ajedrez*. Con estos ejemplos, se hace un análisis y una comparación directa entre los pares de modelos obtenidos con inversión conjunta e inversión separada convencional. Además, para probar la eficacia de la técnica con modelos no controlados, se realizó un experimento con datos reales. Para lo que se seleccionó un perfil geofísico de 100 metros de largo tomado sobre un campo de futbol soccer que se encuentra dentro de las instalaciones de la UNAM campus Ensenada.

En este trabajo se obtiene una metodología robusta y eficiente que puede integrar varias combinaciones de los tres tipos de datos mencionados. Los modelos eléctricos y sísmicos obtenidos con la inversión conjunta en ambos experimentos sintéticos mostraron, además de una mayor similitud entre sí, una mayor semejanza con los modelos sintéticos planteados. Esto, en comparación a los obtenidos con inversión separada tradicional de cada tipo de datos. Se muestra también que, a pesar de que la exactitud de los modelos está directamente ligada a la calidad de los datos y al conocimiento y decisiones tomadas por el modelador, con la inversión conjunta de datos reales se obtuvieron modelos con mayor resolución y sentido geológico que con la inversión separada de cada tipo de datos.

**Palabras clave:** Inversión conjunta, métodos electromagnéticos, métodos eléctricos, sísmica de refracción.

**Abstract** submitted by Mr. **Tenamaxtle Saucedo Andrade** to fulfill the partial requirements to be admitted to the degree of **MASTER OF SCIENCES in EARTH SCIENCES whit orientation in APPLIED GEOPHYSICS**. Ensenada, Baja California, Mexico, March 2007.

JOINT INVERSION OF LOW-INDUCTION-NUMBER ELECTROMAGNETIC AND SEISMIC REFRACTION DATA.

Abstract approved by: \_\_\_\_\_



Dr. Luis A. Gallardo  
Research supervisor

Abstract

The increasing demands of urban spaces and sustainable natural resource exploitation have driven further improvements in the accuracy and detail in the determination of subsurface geologic bodies and, with this, in the development of more accurate theories and methodologies for geophysical interpretation that involve more diverse geophysical information. One of the most recently developed techniques for the integration of diverse types of geophysical information is the cross-gradient joint inversion. This joint inversion methodology has so far been applied to electric and seismic data to obtain geometrically concordant images of electrical resistivity and seismic velocity.

In this work, this methodology of joint inversion of electrical and seismic refraction data is extended to incorporate Low-Induction-Number (LIN) electromagnetic data into the process. The incorporation of this methodology in joint inversion is considered convenient because it not only complements electrical resistivity data but also follows a similar mathematical formulation. This, in addition to facilitate its insertion into a previously developed algorithm, could also reduce the ambiguities and differences that may still exist in the individually estimated resistivity and seismic models. Moreover, it is a technique that is increasingly popular due to its versatility and field surveying practicality.

To perform the two-dimensional joint inversion of the proposed data, two algorithms were developed: A first algorithm integrates electromagnetic and seismic refraction data and a second algorithm undertakes the joint inversion of all the LIN-electromagnetic, dc-resistivity and seismic data. In order to analyze the advantages and limitations of the simultaneous involvement of all geophysical data in the same inversion scheme, both algorithms were applied to two synthetic test models: one model with two immersed homogeneous prisms and another checkerboard-like model. From these two examples, an analysis and a direct comparison between pairs of jointly and separately estimated models is made. Additionally, to prove the effectiveness of the technique on non-controlled models, it is performed an experiment with real data. For this, a 100 m long geophysical profile was surveyed over the football ground of The UNAM in Ensenada.

In this work, it is obtained a robust and efficient methodology to integrate several combinations of the three proposed data types. The electric and seismic models obtained after the joint inversion of their respective data in both synthetic experiments showed, in addition to an improved mutual similarity, a better resemblance to the set synthetic models. This, in comparison to those obtained after the conventional separate inversion of each data type. It is also shown that, despite the model accuracy heavily relies on the geophysical data quality and the experience and decisions made by the modeler, the joint inversion of the field data lead to models with better resolution and clearer geological meaning than those obtained after the separate inversion of the individual data types.

**Keywords:** Joint Inversion, electromagnetics, electrical methods, seismic refraction

## **DEDICATORIA**

A mis padres, por darme todo su amor  
y apoyo en todo lo que he emprendido en mi vida.

A todas aquellas personas que han  
depositado su confianza en mi.

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado, quien con su guía y su apoyo han hecho posible la culminación de este trabajo.

A todos los miembros del comité por sus comentarios y apoyo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.



## CONTENIDO

	<b>Página</b>
<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<i>I.1. Inversión de datos geofísicos.....</i>	2
<i>I.2. Métodos geofísicos combinados.....</i>	3
I.2.1. Aproximación petrofísica en inversión conjunta.....	4
I.2.1. Aproximación estructural en inversión conjunta.....	5
<i>I.3. Hipótesis y objetivos del trabajo.....</i>	7
<b>II. MODELADO DIRECTO DE METODOS ELECTROMAGNETICOS Y SISMICOS.....</b>	<b>12</b>
<i>II.1. Introducción.....</i>	12
<i>II.2. Métodos electromagnéticos a bajo número de inducción.....</i>	13
II.2.1. Aspectos generales.....	13
II.2.2. Cálculo de conductividad aparente en un dispositivo de bobinas coplanares horizontales (dipolo magnético vertical).....	17
II.2.3. Cálculo de conductividad aparente en un dispositivo de bobinas coplanares verticales (dipolo magnético horizontal).....	21
<i>II.3. Métodos eléctricos de corriente directa.....</i>	23
II.3.1. Aspectos generales.....	23
<i>II.4. Métodos de sísmica de refracción.....</i>	26
II.4.1. Descripción general.....	26
<b>III. PROBLEMA INVERSO.....</b>	<b>30</b>
<i>III.1. Introducción.....</i>	30
<i>III.2. Inversión conjunta.....</i>	31
III.2.1. La filosofía de la inversión conjunta.....	31
III.2.2. Inversión conjunta usando gradientes-cruzados.....	32
<i>III.3. Parametrización del modelo del subsuelo.....</i>	34
<i>III.4. Diseño de la función objetivo.....</i>	37
III.4.1. Condición de ajuste de los datos observados con los datos calculados para ambos métodos geofísicos.....	37
III.4.2. Condición de similitud geométrica entre los modelos sísmicos y eléctricos.....	39
III.4.3. Condición de simplicidad ó sentido geológico.....	39
<i>III.5. Solución de la función objetivo: linealización.....</i>	41
<i>III.6. Solución de la función objetivo: desarrollo.....</i>	44
<i>III.7. Solución de la función objetivo: implementación computacional.....</i>	50
<i>III.8. Cálculo de las matrices de sensibilidad (jacobianos).....</i>	52
III.8.1. Cálculo de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un prisma unitario.....	52

## CONTENIDO (continuación)

III.8.2. Cálculo de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un prisma unitario.....	61
III.9. Trazado de rayos.....	68
<b>IV. EXPERIMENTOS CON DATOS SINTÉTICOS.....</b>	<b>70</b>
IV.1. Introducción.....	70
IV.2. Modelo 1: Dos prismas inmersos en un medio homogéneo.....	71
IV.2.1. Planteamiento del modelo.....	71
IV.2.2. Inversión de datos empleando conductividad y velocidades sísmicas.....	75
IV.2.3. Inversión de datos empleando resistividad y velocidades sísmicas.....	82
IV.3. Modelo 2: Modelo tipo tablero de ajedrez.....	86
IV.3.1. Planteamiento del modelo.....	86
IV.3.2. Inversión de datos empleando conductividad y velocidades sísmicas.....	90
IV.3.3. Inversión conjunta de datos empleando resistividad y velocidades sísmicas.....	95
IV.3.4. Discusión de resultados.....	98
<b>V. EXPERIMENTOS CON DATOS REALES.....</b>	<b>101</b>
V.1. Introducción.....	101
V.2. Descripción del sitio de estudio.....	102
V.3. Adquisición y procesado de datos.....	103
V.4. Inversión de datos eléctricos, electromagnéticos y de sísmica de refracción.....	106
V.4.1. Inversión separada de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos.....	108
V.4.2. Inversión conjunta de datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos.....	116
V.5. Interpretación de los modelos obtenidos.....	125
<b>VI. DISCUSIONES Y CONCLUSIONES.....</b>	<b>134</b>
VI.1. Discusiones particulares.....	134
VI.2. Conclusiones generales.....	143
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>146</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
1	Esquema de medición de campos electromagnéticos con bobinas coplanares horizontales (a) y verticales (b).....	14
2	Ilustración de la geometría de dos bobinas coplanares horizontales con respecto a un punto de conductividad unitaria en el subsuelo.....	17
3	Ilustración geometría de dos arreglos electródicos para el método eléctrico de corriente directa. a) Arreglo electródico tipo dipolo-dipolo. b) Arreglo electródico tipo Schlumberger. Las letras $X_A$ , $X_B$ , $X_M$ , y $X_N$ corresponden a la posición de los electrodos en el subsuelo, $r_{A-M}$ , $r_{B-M}$ , $r_{A-N}$ , $r_{B-N}$ son las distancias entre los electrodos. $V$ indica los electrodos (M y N) donde se mide una diferencia de potencial e $I$ aquellos donde se induce corriente eléctrica (A y B).....	24
4	Discretización del subsuelo a través de nodos en los cuales se calcula el tiempo de propagación de un frente de onda sísmico siguiendo frentes rectangulares según el esquema de Vidale (1988), tomado de Gallardo (2004).....	28
5	Ilustración de los arreglos de nodos empleados para calcular los tiempos de viaje de una onda sísmica utilizando el esquema de diferencias finitas progresivas desarrollado por Vidale (1988). a) Corresponde al estencil tipo I, b) al estencil tipo II y c) al estencil tipo III. El nodo en rojo es aquel donde se calcula el tiempo de arribo usando los tiempos ya resueltos en los nodos en azul.....	29
6	Ilustración de la parametrización del subsuelo en celdas rectangulares con resistividades y velocidades sísmicas homogéneas.....	34
7	Parametrización del modelo eléctrico del subsuelo en logaritmo de resistividades (a) ó bien en conductividades eléctricas (b).....	36
8	Diagrama de flujo del algoritmo de inversión conjunta donde se muestra la solución de la función objetivo (51) en pasos iterativos que buscan modelos eléctricos y sísmicos similares entre sí y que ajusten a sus respectivos datos.....	51

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
9	Esquema de medición para el dipolo magnético vertical y de varios cilindros unitarios ubicados en diferentes posiciones en el subsuelo.....	52
10	Esquema de medición del campo total obtenido por el receptor del equipo EM-34 donde el signo “+” indica que se tienen contribuciones de $B(E_x)$ y el signo “-“ que se tienen contribuciones de $B(E_y)$ . En los cilindros con signos de interrogación se tendrían contribuciones de ambos tipos.....	54
11	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario, medido en dirección $y$ , y ubicado bajo la bobina transmisora a 15 m de profundidad.....	55
12	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a lo largo de un cilindro unitario ubicado a 5 m en la dirección de $x$ y a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ . ....	56
13	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario, medido en dirección $y$ , y ubicado bajo la bobina receptora a 15 m de profundidad.....	57
14	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario ubicado a 15 m de la bobina transmisora sobre el eje $x$ y a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ .....	58
15	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario y ubicado a 20 m de la bobina transmisora sobre el eje $x$ y a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ .....	59
16	Esquema de la parametrización del subsuelo en celdas y subceldas para la solución de la integral de la ecuación (20).....	60
17	Esquema de medición para el dipolo magnético horizontal y cilindros unitarios ubicados en diferentes posiciones en el subsuelo. ....	61
18	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado bajo la bobina transmisora a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ .....	62

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
19	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado a 5 m en la dirección $x$ y a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ .....	63
20	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado bajo la bobina receptora a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ .....	64
21	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario, medido en dirección $y$ , ubicado a 15 m de la bobina transmisora sobre el eje $x$ y a 15 m de profundidad.....	65
22	Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado a 20 m de la bobina transmisora sobre el eje $x$ y a 15 m de profundidad medido en dirección $y$ .....	66
23	Esquema de la parametrización del subsuelo en celdas y subceldas para la solución numérica de la ecuación (21).....	67
24	Ilustración del trazado de rayos de las ondas sísmicas de primeros arribos, el cual se hace partiendo del receptor hacia la fuente siguiendo la perpendicular al frente de onda. Este frente de onda se determina de los tiempos de arribo a través del modelado directo.....	69
25	Respuesta sintética en conductividad aparente del modelo de prueba de conductividades mostrado en la Figura 28. a) Corresponde a la respuesta de los dipolos magnéticos verticales espaciados a 10, 20 y 40 m. b) Es la respuesta a los dipolos magnéticos horizontales con los mismos espaciados.....	73
26	Respuesta sintética en resistividad aparente del modelo de conductividades mostrado en la Figura 31. a) Corresponde a los datos de resistividad aparente de un perfil tipo dipolo-dipolo con separaciones de $a = 5$ m. b) Son datos de resistividad para arreglos tipo Schlumberger ubicados en la posición indicada en cada recuadro.....	74

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
27	Gráfica de tiempos de primeros arribo de la onda P sintéticos para el perfil de refracción propuesto sobre el modelo de la Figura 28. Note la asimetría de las fuentes en el perfil y el aspecto curvo de los tiempos de arribo.....	74
28	Evolución del proceso de inversión separada de datos de dipolo magnético vertical mostrados en la Figura 25a y los datos sísmicos mostrados en la Figura 27. La columna de la izquierda son modelos de conductividad obtenidos en diferentes iteraciones y la columna de la derecha muestra modelos de velocidades sísmicas para las mismas iteraciones. Los valores anotados corresponden al nivel RMS de ajuste alcanzando en los datos. Estos valores son pequeños porque los datos no tienen ningún error agregado.....	77
29	Evolución de los modelos de resistividad y velocidades sísmicas obtenidos durante el procesó de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo de ondas sísmicas. Cada paso corresponde a un valor menor de $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos según el nivel RMS indicado sobre cada modelo.....	79
30	Evolución de los modelos de conductividad y velocidades sísmicas obtenidos durante el procesó de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical, horizontal y tiempos de arribo de ondas P. Cada paso corresponde a un valor menor de $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos.....	81
31	Modelos de resistividad (columna de la izquierda) y velocidades sísmicas (columna de la derecha) obtenidos con inversión separada y conjunta de datos eléctricos y tiempos de arribo de ondas P.....	83
32	Modelos de resistividad y velocidades sísmicas obtenidos de inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de arribo de ondas P.....	85
33	Respuesta en conductividad aparente de los dipolos magnéticos verticales (a) y horizontales (b), del modelo de conductividades de la Figura 36.....	88

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
34	Respuesta en resistividad aparente del modelo 36 para un perfil dipolo-dipolo (a) y sondeos eléctricos verticales Schlumberger (b). Los números anotados en (a) corresponden a la resistividad aparente y los números indicados por (b) corresponden a la posición del sondeo en el perfil.....	88
35	Gráfica de tiempos de primeros arribo de la onda P sintéticos para el perfil de refracción propuesto sobre el modelo de la figura 36. Note la asimetría de las fuentes en el perfil y lo irregular de los tiempos de arribo.....	89
36	Evolución del proceso de inversión separada de datos de dipolo magnético vertical mostrados en la Figura 33a y los datos sísmicos mostrados en la Figura 35. La columna de la izquierda son modelos de conductividad obtenidos en diferentes iteraciones y la columna de la derecha muestra modelos de velocidades sísmicas para las mismas iteraciones. Los valores anotados corresponden al nivel RMS de ajuste alcanzando en los datos.....	91
37	Evolución de los modelos de conductividades y velocidades sísmicas obtenidos durante el proceso de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo de ondas P. Cada paso corresponde a un valor menor de $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos que en el caso de inversión separada. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.....	93
38	Evolución de los modelos de conductividad y velocidades sísmicas obtenidos durante el proceso de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical, horizontal y tiempos de arribo de ondas P. Cada paso corresponde a un valor menor de $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.....	94
39	Modelos de resistividad (columna de la izquierda) y velocidades sísmicas (columna de la derecha) obtenidos con inversión conjunta de datos eléctricos y tiempos de arribo de ondas P. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.....	96

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
40	Modelos de resistividad y velocidades sísmicas obtenidos de inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de arribo de ondas P. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.....	97
41	Ubicación del perfil, dentro de las instalaciones de la UNAM (campus Ensenada) donde se realizó el levantamiento de los datos geofísicos.....	102
42	Respuesta en conductividad aparente del perfil levantado. a) Respuesta de los dipolos magnéticos verticales espaciados a 10, 20 y 40 m. b) Respuesta de los dipolos magnéticos horizontales con los mismos espaciados.....	105
43	Respuesta en resistividad aparente del perfil levantado. a) Datos de resistividad aparente de un perfil tipo dipolo-dipolo con separaciones de $a = 5$ m. Los números incluidos corresponden al valor de logaritmo de resistividad aparente medido. b) Datos de resistividad para arreglos tipo Schlumberger ubicados en la posición indicada en cada recuadro. Las cruces representan los datos observados y la línea continua la respuesta eléctrica del modelo ilustrado en la Figura 52.....	105
44	Gráfica de tiempos de primeros arribo de la onda P del perfil levantado. Note la asimetría de las fuentes en el perfil. Las barras grises indican el nivel de error estimado para cada dato y la línea continua la respuesta del modelo sísmico graficado en la Figura 52.....	106
45	Modelos de velocidades obtenidos de la inversión separada de los datos de tiempos de primeros arribos. Las estrellas colocadas sobre el modelo indican la posición de los puntos de tiro (fuentes) utilizados a lo largo del perfil.....	109
46	Modelo de resistividad obtenido de la inversión separada de los datos de dipolo magnético vertical ilustrados en el cuadro de la izquierda. Los números anotados corresponden a los residuales normalizados.....	110



## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
47	Modelos de resistividad obtenidos de la inversión separada de los datos de dipolo magnético vertical y horizontal ilustrados en los cuadros de la izquierda. Los números en los cuadros de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.....	112
48	Modelo de resistividad obtenido de la inversión separada de los datos de dipolo-dipolo y tipo Schlumberger ilustrados en los cuadros de la izquierda. Los números del recuadro del arreglo dipolo-dipolo de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.....	113
49	Modelo de resistividad obtenido de la inversión separada de los datos de dipolo magnético vertical, horizontal, dipolo-dipolo y Schlumberger ilustrados en los cuadros de la izquierda. Los números de los recuadros de los dipolos magnéticos y los del arreglo dipolo-dipolo de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.....	115
50	Modelos de resistividad y de velocidad obtenidos de la inversión conjunta. Los recuadros de la derecha muestran los datos de dipolo magnético vertical y primeros tiempos de arribo usados en la inversión. Los números del recuadro de los datos electromagnéticos son los residuales normalizados correspondientes.....	117
51	Modelos de resistividad y velocidades (a la derecha) obtenidos de la inversión conjunta de los datos de dipolos magnéticos vertical, horizontal y primeros tiempos de arribo. Los números del recuadro de los dipolos magnéticos verticales y horizontales de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.....	119
52	Modelos de resistividad y velocidad sísmica (cuadros a la derecha) obtenidos de la inversión conjunta de los datos tipo Schlumberger y dipolo-dipolo, así como los tiempos de primeros arribos. Los números del recuadro de dipolo-dipolo (a la izquierda) son los residuales normalizados correspondientes.....	121

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
53	Modelos de resistividad y velocidad sísmica (cuadros a la derecha) obtenidos de la inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos. Los números anotados en las gráficas de los datos electromagnéticos de dipolo vertical y horizontal así como en la de los datos tipo dipolo-dipolo de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.....	124
54	Gráficas de resistividad contra velocidad de onda P obtenidas de: la inversión conjunta (a) y separada (d) de los datos de dipolo magnético vertical y tiempos de primeros arribos; la inversión conjunta (b) y separada (e) de los datos de resistividad por corriente directa y tiempos de primeros arribos; la inversión conjunta (c) y separada (f) de todos los datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos disponibles.....	126
55	Modelos de resistividad y velocidades sísmicas y gráfico de resistividad contra velocidad de onda P obtenidos de la inversión conjunta de los datos de dipolo magnético vertical y los tiempos de primeros arribos. Las elipses delimitan las distintas tendencias de los distintos valores de resistividad y velocidad. Los números romanos sitúan estas regiones en el modelo.....	128
56	Modelos de resistividad y velocidad sísmica y gráfico de resistividades contra velocidades de onda P que resultan de la inversión conjunta de los datos de corriente directa y tiempos de primeros arribos. Las elipses delimitan las distintas agrupaciones que pueden ser relacionados a las diferentes zonas del subsuelo y los números romanos sitúan estas regiones en el modelo.....	129
57	Modelos de resistividad y velocidad sísmica y gráfico de resistividades contra velocidades de onda P que resultan de la inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de primeros arribos. Las elipses y recuadros delimitan las distintas agrupaciones de valores resistividad velocidad; los números romanos sitúan estas regiones en el modelo.....	130
58	Modelo geológico interpretado a partir de los modelos de resistividad y velocidad sísmica que resultaron de la inversión conjunta de todos los datos geofísicos levantados en campo.....	132

## I. INTRODUCCIÓN

La necesidad de tener un buen aprovechamiento de los recursos naturales existentes en nuestro entorno y el crecimiento acelerado de una población que requiere de una gran cantidad de recursos naturales para su sustentabilidad, han llevado a la geofísica a estudiar nuevas técnicas y metodologías para mejorar la exploración, el aprovechamiento, y la extracción de los distintos recursos naturales. Un elemento importante para el desarrollo de estas tecnologías es el tener un mayor conocimiento de los fenómenos físicos que ocurren dentro y fuera de la superficie terrestre, con el cual se puedan explicar, entender y en algunos casos prevenir sus reacciones.

Un primer paso para lograr este entendimiento es la capacidad de explicar cuantitativamente nuestras mediciones de los campos físicos de la Tierra. Para esto es necesario representar la Tierra a través de modelos geofísicos de sus distintas propiedades físicas, tales como su resistividad, densidad, velocidad sísmica, magnetización etc. La obtención de estos modelos es conocido como problema geofísico inverso. Aunque algunas de las propiedades físicas proporcionadas por estos modelos pueden tener cierto interés económico o científico por sí mismas, todas ellas pueden tener una mayor aplicación si son traducidas a un modelo geológico con atributos como litología, porosidad, permeabilidad, composición mineralógica, etc. El presente trabajo está centrado en el llamado problema inverso, pero algunas aportaciones son hechas al incursionar en sus implicaciones geológicas.

## **I.1 Inversión de datos geofísicos**

Los resultados obtenidos con la inversión de datos geofísicos son usualmente resumidos en un modelo geofísico que representa la distribución de la propiedad física que puede afectar a algún campo físico inducido ó producido de manera natural en el subsuelo. Ya sea como producto final o como materia base para deducciones posteriores, es necesario que estos modelos geofísicos calculados con inversión tengan la mayor exactitud para que representen lo más fielmente posible el subsuelo explorado. En teoría, esto podría ser obtenido con una mayor cantidad de datos geofísicos. Sin embargo, algunos factores como: el decaimiento natural de los campos, la no linealidad del comportamiento de los campos físicos implicados, la ocurrencia de campos no asociados con la Tierra y la imprecisión de los datos limitan los beneficios de tener una mayor cantidad de datos. Un ejemplo de este tipo de complicaciones es la indeterminación de zonas de baja velocidad en problemas de refracción sísmica (Dobrin y Savit, 1988, p. 460; Kearey y Brooks, 1991, p. 107). Otro ejemplo es la ambigüedad inherente en campos gravimétricos y magnéticos que pueden ser idénticamente replicados por diferentes fuentes (Blakely, 1995, p. 216). En algunos casos particulares, estos problemas pueden ser reducidos con el uso combinado de mediciones de diferentes aspectos de los campos físicos, o bien, cambiando sus mecanismos de inducción (Vozoff y Jupp, 1975; Oldenburg, 1977; Sasaki, 1987; Baker y Doser, 1988). Estos datos vienen a ser complementarios y comunes a los mismos parámetros físicos y pueden evitar con ello algunas de las ambigüedades individuales de cada metodología. Sin embargo, esto aún no es una garantía de que la geología correspondiente será mejor determinada; por

ejemplo, no se puede pensar que el obtener el valor de resistividad real del subsuelo va a conllevar a una discriminación única de un material geológico.

## **I.2 Métodos geofísicos combinados**

Una primera aproximación para emplear múltiples datos geofísicos sensibles a diferentes propiedades físicas puede ser basada en la interpretación de modelos independientemente generados por la inversión separada de cada conjunto de datos (Nelson et al., 1996; Van Overmeeren, 1981; Bosch et al., 2002). Desafortunadamente, este proceso de integración puede ser complicado por la mutua incompatibilidad entre los modelos geofísicos. Resolver esta incompatibilidad conlleva a problemas adicionales: primero, porque no se sabe si las ambigüedades que presentan las diferentes metodologías son debidas a errores en los datos o en la metodología y segundo, porque aún los mejores datos pueden llevar a producir varios modelos que son muy diferentes entre sí, pero que son físicamente válidos.

Una alternativa es analizar todos aquellos modelos que son físicamente válidos para cada metodología geofísica y seleccionar aquellos modelos que demuestren ser más similares entre ellos, pero ahora tendríamos que definir que significa similitud y cómo dos modelos pueden ser considerados como más o menos similares. Es de esperarse que esta selección facilitaría la integración geofísica y que muy probablemente conllevaría a deducciones petrofísicas y estructurales más acordes a la litología real del sitio de exploración. Sin embargo, definir que se entiende por similitud y cuantificar esta similitud en dos modelos geofísicos no es una tarea trivial.

Las definiciones de un criterio cuantitativo de similitud son escasamente reportadas en la literatura. Quizá el caso más simple es el de definir rígidamente algunos rasgos de los modelos como comunes. Por ejemplo, al dividir el subsuelo en unidades con cierta homogeneidad en todas sus propiedades físicas nos permite definir la geometría de estas unidades como los parámetros a buscar, los cuales serán comunes en todos los modelos estudiados. Ejemplos siguiendo este tipo de hipótesis sí son abundantes en la literatura y pueden ser referidos como inversión secuencial, cooperativa ó conjunta (Lines et al., 1988; Hering et al., 1995; Manglik y Verma, 1998; Nath et al., 2000; Afnimar et al., 2002; Ditmar, 2002; Kis, 2002; Gallardo-Delgado et al., 2003; Gallardo et al., 2005b). Esta aproximación está muy ligada a modelos con unidades litológicas homogéneas, y por lo tanto podría funcionar bien cuando esta condición se cumple. Sin embargo, en la actualidad existen diferentes aproximaciones que definen el concepto de similitud entre modelos completamente heterogéneos. Estas pueden ser clasificadas dentro de dos grupos: a) las que emplean una relación petrofísica y b) las que emplean una similitud estructural ó geométrica.

### **I.2.1 Aproximación petrofísica en inversión conjunta**

La metodología de inversión conjunta que sigue la aproximación petrofísica está basada en la hipótesis de que algunos factores de ambientes geológicos específicos pueden afectar simultáneamente varias propiedades físicas y que por lo tanto, múltiples parámetros geofísicos pueden ser correlacionados vía relaciones teóricas ó empíricas que involucran estos factores comunes. Ejemplos de metodologías de inversión conjunta basadas en tales relaciones petrofísicas son: la inversión conjunta de tiempos de arribo de ondas sísmicas de

corte y de compresión usando el valor de la relación de Poisson,  $V_s/V_p$  (De Natale et al., 2004), y la inversión conjunta de datos sísmicos y gravimétricos (Roecker et al., 2004) basada en relaciones empíricas entre la velocidad sísmica y la densidad derivadas por Birch (1961), Garner et al. (1974) ó Christensen y Money (1995). En el caso de parámetros eléctricos y sísmicos, existen algunas relaciones petrofísicas que pueden ser combinadas usando uno o más atributos petrofísicos como un factor común; por ejemplo, el factor de porosidad implícito en las ecuaciones de Archie y Wyllie (Archie, 1942; Wyllie et al., 1956) son comúnmente combinados para encontrar una relación entre la resistividad eléctrica y las velocidades sísmicas (Rudman et al., 1975 y Marquis y Hyndman, 1992).

### **I.2.2 Aproximación estructural en inversión conjunta**

En la aproximación estructural, el factor de correlación esta dado por la distribución de las propiedades físicas del subsuelo, el cual es, de algún modo, definido como común para todos los modelos geofísicos. Además del trasfondo filosófico de esta aproximación, la principal dificultad en esta metodología es cómo definir matemáticamente el concepto de estructura y estructura similar, y cómo expresar esto en una fórmula objetiva.

Los primeros ejemplos de inversión conjunta usando esta filosofía estructural en medios heterogéneos son los propuestos por Zhang y Morgan (1997) y por Haber y Oldenburg (1997). Estas dos metodologías están desarrolladas para modelos en dos dimensiones usando la posición de los mayores cambios en las propiedades dictados por el operador Laplaciano. Esta posición debería definir, en teoría, las fronteras estructurales de las unidades del subsuelo y por lo tanto deberían de hacerse coincidir en dos imágenes

geofísicas. En este método no hay necesidad de algún conocimiento predeterminado de las unidades litológicas existentes. Sin embargo, la dificultad aquí es cómo determinar qué tan grande debe ser un valor del Laplaciano para considerarlo representativo de una frontera del subsuelo. Esto es importante ya que determinará qué fronteras deben hacerse coincidentes y cuales no.

Una técnica que está siendo muy difundida es la de inversión conjunta usando gradientes cruzados desarrollada por Gallardo y Meju (2003). Esta técnica se concentra en analizar la dirección de los cambios en las propiedades físicas como indicadores de los cambios en la estructura del subsuelo. En esta aproximación se toma el producto cruz de los gradientes de dos propiedades físicas como una medida cuantitativa de la similitud estructural de dos modelos geofísicos. Si este producto es cero, entonces los cambios en ambas propiedades físicas son colineales y por lo tanto se pueden definir como estructuralmente similares. Dado que no existe ningún requisito en la magnitud de los cambios en las propiedades físicas analizadas, esta metodología resultó ser muy versátil, por lo que se puede aplicar a cualquier par de imágenes con muy pocas restricciones en su uso. Por esta razón, esta metodología se ha aplicado para integrar diferentes datos geofísicos tales como: datos eléctricos, de sísmica de refracción en ondas de corte y compresión, magnetoteléuricos y de tomografía de radar (Gallardo y Meju, 2003; Gallardo y Meju, 2004; Gallardo et al. 2005a; Linde et al., 2006; Tryggvason y Linde, 2006; Gallardo y Meju, 2007). Sin embargo, los desarrollos se han limitado hasta ahora, a integrar dos tipos de datos geofísicos a la vez.



### **I.3 Hipótesis y objetivos del trabajo**

Siguiendo esta tendencia de integrar diferentes tipos de datos geofísicos en esquemas de inversión conjunta, se considera que los datos electromagnéticos a bajos números de inducción (como EM34) podrían ser convenientemente incorporados en estos esquemas. Una de las ventajas de este método es que las ecuaciones para calcular estos campos electromagnéticos fueron ya desarrolladas por Pérez-Flores (1995) y que las ecuaciones tienen muchas similitudes con aquellas que él mismo desarrolló para datos de resistividad en corriente directa (Pérez-Flores, 1995; Pérez-Flores et al., 2001). Esto facilita su integración en un esquema de inversión. Adicionalmente, esta técnica es muy versátil y de fácil manejo en campo y tiene una cobertura similar a la obtenida en trabajos de prospección eléctrica por corriente directa, por lo que es muchas veces empleado como sustituto o complemento de los métodos eléctricos por corriente directa. Desafortunadamente, es sabido que esta formulación tiene una exactitud limitada, por estar basada en la hipótesis de que los materiales del subsuelo tienen bajos contrastes en su conductividad.

La contribución de la presente tesis será tanto teórica como práctica a la inversión conjunta usando gradientes cruzados. Con la incorporación de la metodología de electromagnéticos a bajo número de inducción (LIN) dentro del esquema de inversión conjunta de datos eléctricos y sísmicos desarrollado por Gallardo (2004). Con este trabajo se espera resolver algunas de las interrogantes surgidas en la discusión anterior tales como:

1. ¿Qué tanto contribuyen datos potencialmente expuestos a fenómenos físicos diferentes y que son sensibles a un mismo parámetro geofísico, como los datos eléctricos y de EM34, en los modelos eléctrico y sísmico?
2. ¿Las imprecisiones propias de los datos y aproximaciones de modelado son un factor dominante para producir modelos estructuralmente idénticos o no? ¿Resultará más conveniente tratar este tipo de metodologías como separadas o estructuralmente conjuntas?
3. Ya que la inversión conjunta implica una multiplicidad de factores y condiciones para su éxito ¿Cómo se podrían distinguir las incompatibilidades propias de los datos, los modelos, las formulaciones teóricas dentro de modelos obtenidos por inversión conjunta?
4. Dado que no hay ninguna restricción en la magnitud de los cambios en las propiedades físicas en la técnica de gradientes cruzados ¿Debe tener el subsuelo contrastes en cada una de las propiedades físicas para realizar la inversión conjunta empleando esta técnica?
5. ¿Qué pasa cuando sólo una propiedad física tiene contrastes?
6. ¿La incorporación de una mayor cantidad de datos diferentes aumenta realmente la resolución del modelo?

7. ¿Se podría esperar que el mismo tipo de generalizaciones ocurran al combinar otros métodos como: refracción-reflexión sísmica, MT-resistividad, gradiente tensorial-campo magnético total?

En este trabajo se parte de la hipótesis de que la integración de datos electromagnéticos en el esquema de inversión conjunta de datos eléctricos y sísmicos usando gradientes cruzados, debería reducir aún más las ambigüedades y discrepancias que tengan las metodologías individuales y obtener una mejor resolución. Se espera también, que la robustez y flexibilidad de la restricción de gradientes cruzados anunciada en trabajos previos, permita la estimación de modelos eléctricos y sísmicos aún cuando solamente una técnica sea sensible a los contrastes. Con lo antes mencionado se plantearon los siguientes objetivos a resolver:

1. Extender la teoría de inversión conjunta usando gradientes-cruzados al estudio de campos electromagnéticos.
2. Desarrollar un algoritmo de inversión conjunta bidimensional de datos electromagnéticos (LIN) y de sísmica de refracción.
3. Desarrollar un algoritmo de inversión conjunta bidimensional de datos electromagnéticos (LIN), eléctricos y sísmica de refracción.
4. Demostrar la utilidad de estas técnicas en datos de prueba con respuesta conocida.
5. Explorar algunas de sus implicaciones con datos de campo.

*Para lograr estos objetivos se desarrolla el siguiente trabajo:*

En el capítulo II se describen las ecuaciones que permiten el cálculo de los campos eléctricos, electromagnéticos a bajo número de inducción y los tiempos de arribo de las ondas sísmicas refractadas implementadas en la metodología de inversión conjunta de la tesis. En una primera parte se describen los aspectos generales de los métodos electromagnéticos a bajo número de inducción (EM34), y se realiza un recuento del desarrollo de las ecuaciones que permiten el cálculo de la conductividad aparente como es medido en las bobinas electromagnéticas. En una segunda parte se describe la metodología adoptada para modelar campos eléctricos en corriente directa. En el caso de sísmica de refracción se hace también una descripción general de la técnica de modelado directo de primeros arribos de ondas sísmicas.

En el capítulo III se describe la metodología utilizada para invertir en forma conjunta las mediciones de resistividad aparente, conductividad aparente y velocidades sísmicas (tiempos de primeros arribos), así como una revisión breve de la sensibilidad lateral de las bobinas en medios bidimensionales. En este capítulo también se describe cómo se integra la metodología de electromagnéticos EM34 a la función objetivo de la inversión conjunta de datos eléctricos y sísmicos usando gradientes cruzados. Otro aspecto importante en este capítulo es la solución de la función objetivo por medio de dos algoritmos computacionales: el primero que contempla los métodos electromagnéticos a bajo número de inducción (EM34) y de sísmica de refracción, y el segundo que integra los métodos eléctricos, electromagnéticos (EM34) y de sísmica de refracción.

En el capítulo IV, con la ayuda de dos modelos sintéticos, se plantea un análisis de las ventajas y limitaciones que se tienen al incorporar los datos electromagnéticos (EM34) en la metodología de inversión conjunta usando gradientes cruzados. El primer modelo comprende dos bloques sumergidos en un medio homogéneo en resistividad pero no en velocidad sísmica. El segundo modelo es más complicado ya que es constituido por un medio de valores de resistividad-velocidad alternantes, tipo tablero de ajedrez. La importancia de plantear estos modelos sintéticos es probar y comparar las ventajas y limitaciones que se obtendrían al realizar la inversión en forma separada y conjunta.

En el capítulo V se plantea un análisis de las ventajas y limitaciones que se tiene al incorporar datos electromagnéticos tipo EM34 de campo, junto con datos eléctricos y sísmicos de refracción en la inversión conjunta usando gradientes cruzados. En este capítulo se incorporan los datos reales en dos modalidades: en una primera parte se incorporan solamente los datos de electromagnéticos y de sísmica de refracción, mientras que en una segunda parte se integran todos los datos de electromagnéticos (EM34), eléctricos y sísmicos de refracción disponibles. En todos los casos se realiza paralelamente la inversión separada de los datos. Adicionalmente, se analizan los valores de resistividad eléctrica y velocidad sísmica obtenidos para analizar sus implicaciones para la clasificación del subsuelo en regiones con posible sentido geológico.

## II. MODELADO DIRECTO DE MÉTODOS ELECTROMAGNÉTICOS Y SÍSMICOS

### II.1 Introducción

En este capítulo se describen las ecuaciones que permiten el cálculo de campos electromagnéticos a bajo numero de inducción (LIN) que son implementadas en esta tesis, así como las ecuaciones matemáticas que permiten el cálculo de los campos eléctricos por corriente directa y los tiempos de arribo de ondas sísmicas refractadas como fueron implementadas en el algoritmo de inversión conjunta de Gallardo (2004).

El fundamento teórico de las ecuaciones matemáticas para el cálculo de campos electromagnéticos y eléctricos utilizadas en esta tesis está dado por la teoría de *Ecuaciones Integrales no Lineales* desarrollada por Gómez-Treviño (1987). Esta teoría expresa los campos electromagnéticos que se miden en superficie, a través de ecuaciones integrales que son lineales bajo un principio de escalamiento, lo cual permite entenderlas como el producto de una función de peso por la distribución de conductividades del subsuelo. La adaptación específica de ellas para campos electromagnéticos a bajo número de inducción y de resistividad por corriente directa fue realizada por Pérez-Flores (1995), quien resuelve esta ecuación utilizando una aproximación para bajos contrastes de conductividad en donde ahora el integrando no depende de la conductividad y por lo tanto, es lineal dentro de la ecuación integral.

En el caso del cálculo de tiempos de viaje requerido en la técnica de sísmica de refracción, la metodología que se utiliza en la tesis es la desarrollada por Vidale (1988). Esta

metodología resuelve la ecuación de Eikonal para calcular los tiempos de viaje de un frente de onda sísmico en todo el subsuelo, incluyendo la superficie, donde se ubican los sensores. La relación entre los tiempos de arribo y las velocidades sísmicas requerida en el modelado inverso es obtenida a través del trazado de rayos sísmicos.

## **II.2 Métodos electromagnéticos a bajo número de inducción**

### **II.2.1 Aspectos generales**

Existe una amplia variedad de arreglos y metodologías para llevar a cabo el estudio de la Tierra usando ondas electromagnéticas. En todas ellas se requiere de una fuente (transmisor) y de un instrumento de medición (receptor). La fuente puede ser natural o artificial, para el caso de las fuentes naturales tenemos que pueden ser producidas por la variación del plasma solar cuando éste interactúa con la atmósfera o por tormentas eléctricas. En el caso de fuentes artificiales se tiene que pueden ser producidas por corrientes eléctricas que circulan en un cable, la mayoría de las veces enrollado a manera de bobina. Dentro de esta variedad existe el método conocido con el nombre de Slingram, que consiste de dos bobinas pequeñas, una actuando de transmisor y la otra como receptor. Estas bobinas generan y registran campos electromagnéticos, generalmente a una frecuencia definida. Estas mediciones de campo electromagnético se pueden llevar a cabo a diferentes distancias, frecuencias y orientaciones. Las configuraciones para el EM34 que se utilizan en este trabajo incluyen bobinas horizontales coplanares (dipolo magnético vertical) y bobinas verticales coplanares (dipolo magnético horizontal); las cuales se ilustran en la Figura 1.

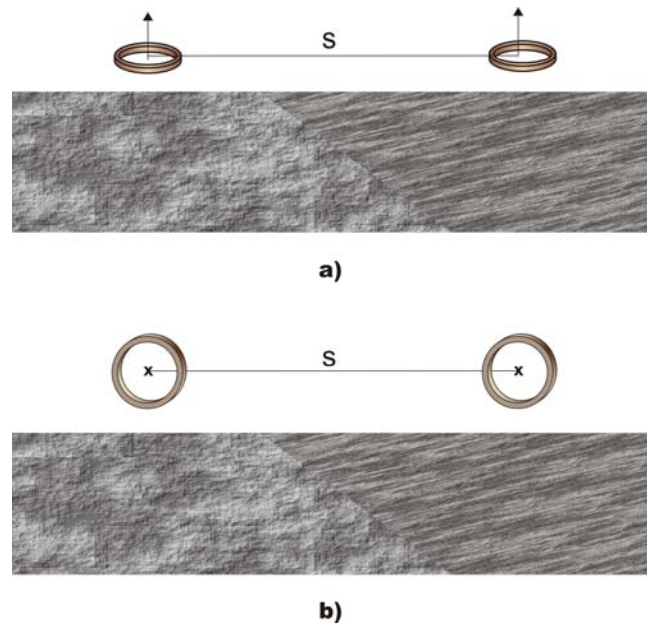


Figura 1. Esquema de medición de campos electromagnéticos con bobinas coplanares horizontales (a) y verticales (b).

La selección de una combinación específica de frecuencias y separación de bobinas puede facilitar significativamente el estudio del comportamiento de los campos EM inducidos. Tal es el caso de los métodos electromagnéticos a bajo número de inducción. En particular, cuando las frecuencias de la onda electromagnética no son muy altas y el medio que se estudia no tiene contrastes grandes de conductividad eléctrica, la componente en cuadratura del campo secundario es proporcional a la conductividad de una tierra homogénea; mientras que la parte real es independiente de la conductividad. Esto ocurre, en forma más precisa, cuando el número de inducción definido como

$$B = (\pi f \mu_0 \sigma)^{1/2} s \quad (1)$$

es mucho menor que uno (McNeill, 1980a). Note en esta expresión que:

$f$  es la frecuencia de operación del equipo (Hertz),



- $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del terreno (Henry/m),
- $\sigma$  es la conductividad eléctrica del medio (Siemens/m) y
- $s$  es la separación transmisor-receptor (m).

Bajo un rango apropiado de frecuencias el campo electromagnético secundario es similar al que se obtiene en los campos de corriente directa. Al igual que en las mediciones por corriente directa, el campo puede ser medido a separaciones  $s$  crecientes para aumentar la profundidad de penetración.

Equipos comerciales como el EM-31, el EM-34-3 y el EM-38 de Geonics están diseñados para efectuar mediciones de conductividad aparente en el límite resistivo. Estos equipos constan de dos bobinas: una transmisora y una receptora. Las cuales pueden utilizarse en dos modalidades: bobinas horizontales (dipolos magnéticos verticales) y bobinas verticales coplanares (dipolos magnéticos horizontales). Con estos equipos se pueden realizar mediciones rápidas de conductividad aparente a lo largo de perfiles.

Para estudiar los campos EM registrados en la bobina receptora de un sistema LIN es necesario resolver las ecuaciones de Maxwell para campos electromagnéticos a bajas frecuencias. Dentro de las posibles estrategias de solución se encuentran: las técnicas numéricas de solución de sistemas de ecuaciones diferenciales basadas en diferencias o elementos finitos y las técnicas de ecuaciones integrales Nabighian (1994). En este trabajo se parte de la ecuación integral desarrollada por Pérez-Flores (1995), la cual se basa en las ecuaciones integrales no lineales propuestas por Gómez-Treviño (1987). Esta ecuación integral, al ser expresada en términos de la conductividad aparente medida en la superficie

$\sigma_a$  según la definición dada en McNeill (1980a), es:

$$\sigma_a(\mathbf{r}_2) = p' \int_{v'} \mathbf{G}_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \sigma) \bullet \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma) \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (2)$$

En esta ecuación, el campo magnético depende de la función de peso ó derivada de Frechet multiplicada por la distribución de conductividades  $\sigma(\mathbf{r})$ . Donde la derivada de Frechet es básicamente la función de Green  $\mathbf{G}_B$  (que corresponde al campo magnético medido en el receptor debido a una fuente puntual eléctrica), bajo la acción de un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  en el subsuelo. Siendo

$\mathbf{r}$  la posición de un punto en el subsuelo (véase Figura 2),

$\mathbf{r}_1$  la posición del transmisor,

$\mathbf{r}_2$  la posición del receptor,

$\sigma_a(\mathbf{r}_2)$  la conductividad aparente en el limite resistivo,

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \sigma)$  el campo eléctrico en el subsuelo,

$\mathbf{G}_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \sigma)$  la función de Green para un semi-espacio homogéneo,

$\sigma(\mathbf{r})$  la conductividad en el subsuelo y

$$p' = \frac{i16\pi|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{m\mu^2\omega}.$$

Las expresiones analíticas de la función de Green para ambas modalidades de bobinas se pueden encontrar en Pérez-Flores et al. (2001). De manera similar, las expresiones de los campos eléctricos  $\mathbf{E}$  en un semi-espacio homogéneo debido a una fuente magnética puntual para una bobina horizontal y vertical se pueden encontrar en Pérez-Flores et al. (2001).

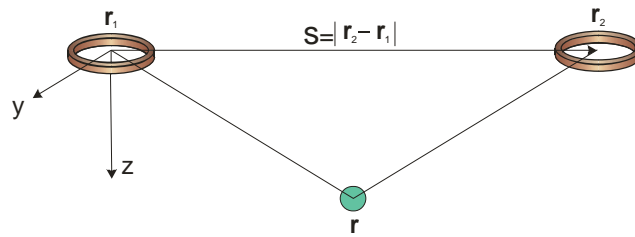


Figura 2. Ilustración de la geometría de dos bobinas coplanarias horizontales con respecto a un punto de conductividad unitaria en el subsuelo.

A continuación se hace un recuento del desarrollo de la solución de la ecuación 2 para el cálculo de la conductividad aparente de las bobinas coplanarias horizontales y bobinas coplanarias verticales. Los detalles de este desarrollo se pueden encontrar en Pérez-Flores (1995) y aquí son mostrados exclusivamente para detallar los criterios que se siguieron en su implementación para inversión conjunta.

### II.2.2 Cálculo de conductividad aparente en un dispositivo de bobinas coplanarias horizontales (dipolo magnético vertical)

Para empezar este análisis, la ecuación integral (2) se puede expresar en términos del producto de sus campos como:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = p' \int_v \frac{\mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r})}{i\omega m_B} \cdot \mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) \sigma(\mathbf{r}) dv, \quad (3)$$

donde:

$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})$  es el campo eléctrico inducido por la fuente en un subsuelo homogéneo,

$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r})$  es el campo eléctrico debido a un dipolo magnético de momento unitario colocado en el receptor para un medio homogéneo,

$\omega$  es la frecuencia angular y

$m_B$  es el momento magnético del dipolo o bobina.

Siguiendo la misma notación, la ecuación (3) también puede ser obtenida en forma aproximada usando la aproximación de sensibilidad logarítmica de Pérez-Flores (1995).

Para esto se puede replantear (3) como:

$$\sigma_a = c \int M \sigma dv \quad (4)$$

donde

$$c = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi}.$$

La cual es equivalente a

$$\text{Log} \rho_a \sigma_a = c \int \frac{\text{Log} \rho_a}{\text{Log} \rho} M \sigma \text{Log} \rho dv, \quad (5)$$

de donde, despejando  $\text{Log} \rho_a$ , tenemos que

$$\text{Log} \rho_a = c \int \frac{\text{Log} \rho_a}{\text{Log} \rho} \frac{\sigma}{\sigma_a} M \text{Log} \rho dv, \quad (6)$$

si  $\frac{\text{Log} \rho_a}{\text{Log} \rho} \approx 1$  y  $\frac{\sigma}{\sigma_a} \approx 1$ , entonces (6) se reduce a:

$$\text{Log} \rho_a = c \int M \text{Log} \rho dv. \quad (7)$$

Pérez-Flores (1995) resuelve el producto de los campos llegando a la ecuación siguiente:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_v \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} \sigma(\mathbf{r}) dv. \quad (8)$$

Para adaptar la ecuación (8) a estructuras bidimensionales se considera que la conductividad no varía a lo largo del eje  $y$  (véase Figura 2) y que, por lo tanto, la integral

con respecto de  $y$  se puede resolver independientemente de la estructura del subsuelo integrándola de menos infinito a infinito. Para el caso de bobinas coplanares horizontales, la integral a lo largo de  $y$  se puede resolver en forma analítica (véase Pérez-Flores et al, 2001). Los pasos más relevantes para resolver esta integral se incluyen a continuación.

Primeramente, se observa que el integrando de la ecuación (8) es par con respecto de  $y$ , por lo que la integral se puede resolver en el intervalo de cero a infinito y luego se puede duplicar, llegando a la ecuación:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{2|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1=0}^{y_2=\infty} \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} \sigma(x, z) dy dx dz. \quad (9)$$

La integral en  $y$  se puede separar en dos componentes:

$$I = 2 \int_{y=0}^{y=\infty} \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x) dy}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} = 2 \int_0^{\infty} \frac{y^2 dy}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)^3}} - 2 \int_0^{\infty} \frac{(x - x_1)(x_2 - x) dy}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)^3}} = I_2 - I_1 \quad (10)$$

Donde:

$$z' = z + h,$$

$h$  es elevación de las bobinas sobre el terreno,

$$p^2 = (x - x')^2 + z'^2 \text{ y}$$

$$c^2 = (x' - x_s)^2 + z'^2.$$

Para  $c > p$ ,  $I$  se puede resolver usando integrales elípticas. En Pérez-Flores (1995) se llega a las expresiones siguientes:

$$I_1 = (x - x_1)(x_2 - x) \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)} \text{ con } q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c}. \quad (11)$$

Para  $c < p$ , sólo se intercambian  $c$  y  $p$  en (11)

$$I_1 = (x - x_1)(x_2 - x) \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2 K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)} \quad \text{con } q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{p}. \quad (12)$$

Ahora, si  $c = p$  (i.e.  $x_1 - x = x_2 - x$ ) quiere decir que el punto de estudio de el subsuelo esta localizado exactamente debajo de la bobina transmisora o de la receptora. En este caso tanto (11) como (12) se indeterminan. Sin embargo (10) se puede resolver directamente dando

$$I_1 = 2 \int_0^{\infty} \frac{(x - x_1)(x_2 - x)}{(y^2 + c^2)^3} dy = \frac{3\pi}{8c^5} (x - x_1)(x_2 - x). \quad (13)$$

Similarmente, la solución para  $I_2$  se puede expresar como (Pérez-Flores, 1995 y Pérez-Flores et al., 2001)

$$I_2 = \frac{2}{c^3 q} \left[ \frac{E(q)}{q(1-q)} - \frac{K(q)}{q} \right] \left[ \frac{p}{c^2 q} \right] - c^2 \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2 K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)^2}; \quad q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c} \quad (14)$$

para  $c > p$  y como

$$I_2 = \frac{2}{p^3 q} \left[ \frac{E(q)}{q(1-q)} - \frac{K(q)}{q} \right] \left[ \frac{p}{c^2 q} \right] - p^2 \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2 K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)^2}; \quad q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{p} \quad (15)$$

para  $c < p$ .

Nuevamente, para  $c = p$  la solución a (10) esta dada por

$$I_2 = 2 \int_0^{\infty} \frac{y^2}{(y^2 + c^2)^3} dy = \frac{\pi}{8c^3}. \quad (16)$$

Sustituyendo estas 2 expresiones en (10) se tiene que

para  $c > p$

$$I = \frac{2}{c^3 q} \left[ \frac{E(q)}{q(1-q)} - \frac{K(q)}{q} \right] - \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2 K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)^2} [(x - x_1)(x_2 - x) + c^3] \quad \text{con } q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c}; \quad (17)$$

para  $c < p$

$$I = \frac{2}{p^3 q} \left[ \frac{E(q)}{q(1-q)} - \frac{K(q)}{q} \right] - \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2 K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)^2} [(x - x_1)(x_2 - x) + p^3] \quad \text{con } q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{p}; \quad (18)$$

para  $c = p$

$$I = 2 \int_0^\infty \frac{y^2}{(y^2 + c^2)^3} dy = \frac{\pi}{8} \left[ \frac{3}{c^5} (x - x_1)(x_2 - x) - \frac{1}{c^3} \right]. \quad (19)$$

Si renombramos  $I = \Re(c, p, r)$ , la conductividad aparente dada por la ecuación (9) nos queda como

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} \Re(c, p, r) \sigma(\mathbf{r}) dx dz. \quad (20)$$

En esta expresión, las integrales a lo largo de  $x$  y  $z$  son integrales elípticas. Siguiendo Pérez-Flores (1995), esta integral se resuelve con filtros recortados para doble precisión (Abramowitz y Stegun, 1965) en esta tesis.

### II.2.3 Cálculo de conductividad aparente en un dispositivo de bobinas coplanares verticales (Dipolo magnético horizontal)

La expresión de la conductividad aparente de un sistema de bobinas verticales coplanares en el límite resistivo desarrollada por Pérez-Flores et al. (2001) es:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{p'}{i\omega m_B} \int_V \left\{ E_x(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) E_x(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) + E_y(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) E_y(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) \right\} \sigma(\mathbf{r}) dv \quad (21)$$

Donde  $E_x$  y  $E_y$  son los campos eléctrico en un semi-espacio homogéneo producidos por un dipolo magnético a bajo numero de inducción. Méndez-Delgado (1997) desarrolló expresiones para estos campos, las cuales son:

$$E_y(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) = qy(x - x_{1i}) \left[ \frac{2}{r_{1i}^4} - \frac{2z'}{r_{1i}^4 \sqrt{r_{1i}^2 + z'^2}} - \frac{z'}{r_{1i}^2 (r_{1i}^2 + z'^2)^{3/2}} \right] \quad (22)$$

$$E_y(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) = qy(x - x_{2i}) \left[ \frac{2}{r_{2i}^4} - \frac{2z'}{r_{2i}^4 \sqrt{r_{2i}^2 + z'^2}} - \frac{z'}{r_{2i}^2 (r_{2i}^2 + z'^2)^{3/2}} \right] \quad (23)$$

$$E_x(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) = \left[ \frac{1}{r_{1i}^2} - \frac{z'}{r_{1i}^2 \sqrt{r_{1i}^2 + z'^2}} - \frac{2y^2}{r_{1i}^4} + \frac{y^2 z'}{r_{1i}^2 (r_{1i}^2 + z'^2)^{3/2}} + \frac{2y^2 z'}{r_{1i}^4 \sqrt{r_{1i}^2 + z'^2}} \right] q \quad (24)$$

$$E_x(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) = \left[ \frac{1}{r_{2i}^2} - \frac{z'}{r_{2i}^2 \sqrt{r_{2i}^2 + z'^2}} - \frac{2y^2}{r_{2i}^4} + \frac{y^2 z'}{r_{2i}^2 (r_{2i}^2 + z'^2)^{3/2}} + \frac{2y^2 z'}{r_{2i}^4 \sqrt{r_{2i}^2 + z'^2}} \right] q \quad (25)$$

Donde:

$$q = \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi}$$

$z' = z$  (Aunque en este caso se supone que la altura de las bobinas es cero),

$$r_{1i} = \sqrt{(x - x_{1i})^2 + y^2} \text{ y}$$

$$r_{2i} = \sqrt{(x - x_{2i})^2 + y^2} .$$



## II.3 Métodos eléctricos de corriente directa

### II.3.1 Aspectos generales

Los métodos electromagnéticos que utilizan corrientes eléctricas continuas, artificiales o naturales, son definidos como métodos eléctricos. Estas corrientes eléctricas son inducidas al terreno usando arreglos de electrodos que son físicamente enterrados, estos arreglos electródicos reciben nombres específicos tales como Schlumberger, dipolo-dipolo, Wenner, arreglos nulos, etc. según su disposición geométrica. Con un par de estos electrodos se mide el potencial eléctrico, el cual es normalizado bajo la hipótesis de una Tierra homogénea para expresarlo en términos de una resistividad promedio del subsuelo conocida como resistividad aparente  $\rho_a$ . Esta resistividad aparente está dada, para cualquier tipo de arreglo co-lineal de cuatro electrodos llamados A, B, M y N, por

$$\rho_a = 2\pi \frac{V}{I} \left[ \left( \frac{1}{r_{A-M}} - \frac{1}{r_{B-M}} \right) - \left( \frac{1}{r_{A-N}} - \frac{1}{r_{B-N}} \right) \right]^{-1} = K \frac{V}{I}. \quad (26)$$

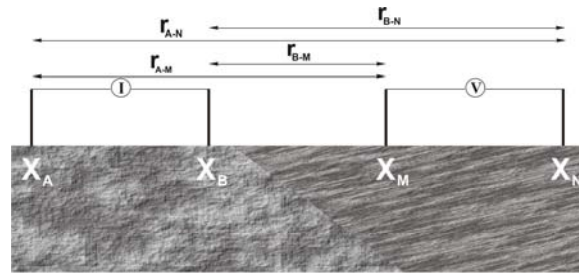
Donde:

V es el potencial eléctrico medido entre los electrodos M y N,

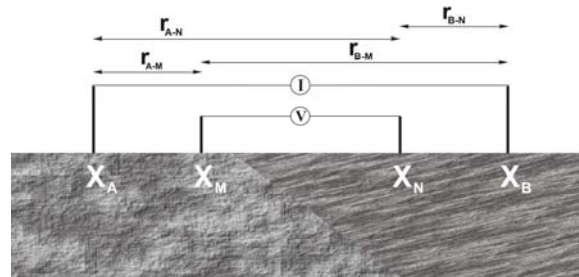
I es la corriente eléctrica inducida en los electrodos A y B,

K es el factor de normalización del potencial eléctrico conocido como factor geométrico.

$r_{A-M}$ ,  $r_{B-M}$ ,  $r_{A-N}$ ,  $r_{B-N}$  son las distancias entre los electrodos como se ilustra en la Figura 3.



a) Arreglo Dipolo-dipolo



b) Arreglo Schlumberger

Figura 3. Ilustración geometría de dos arreglos electródicos para el método eléctrico de corriente directa. a) Arreglo electródico tipo dipolo-dipolo. b) Arreglo electródico tipo Schlumberger. Las letras  $X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_M$ , y  $X_N$  corresponden a la posición de los electrodos en el subsuelo,  $\mathbf{r}_{A-M}$ ,  $\mathbf{r}_{B-M}$ ,  $\mathbf{r}_{A-N}$ ,  $\mathbf{r}_{B-N}$  son las distancias entre los electrodos.  $\mathbf{V}$  indica los electrodos (M y N) donde se mide una diferencia de potencial e  $\mathbf{I}$  aquellos donde se induce corriente eléctrica (A y B).

Para poder calcular los valores de resistividad aparente que se deberían medir por un arreglo electródico sobre un modelo de resistividades del subsuelo, se deben de calcular los valores de potencial eléctrico sobre los electrodos. Para esto existen varias formulaciones. En la presente tesis se hizo uso de la formulación desarrollada por Pérez-Flores et al. (2001), la cual se puede resumir en la siguiente expresión.

$$\rho_a = \frac{K}{4\pi^2} [V(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_M, \rho) - V(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_N, \rho) - V(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \rho) + V(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_N, \rho)] \quad (27)$$

donde:

$$V(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_M, \rho) = \frac{1}{4\pi^2} \int_V \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_A)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_A|^3} \cdot \frac{(\mathbf{r}_M - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_M - \mathbf{r}'|^3} \frac{\sigma^2(\mathbf{r}')}{\sigma_h^2} \rho(\mathbf{r}') dv' \quad (28)$$

$$V(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_N, \rho) = \frac{1}{4\pi^2} \int_V \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_A)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_A|^3} \cdot \frac{(\mathbf{r}_N - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_N - \mathbf{r}'|^3} \frac{\sigma^2(\mathbf{r}')}{\sigma_h^2} \rho(\mathbf{r}') dv' \quad (29)$$

$$V(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \rho) = \frac{1}{4\pi^2} \int_V \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_B)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_B|^3} \cdot \frac{(\mathbf{r}_M - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_M - \mathbf{r}'|^3} \frac{\sigma^2(\mathbf{r}')}{\sigma_h^2} \rho(\mathbf{r}') dv' \quad (30)$$

$$V(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_N, \rho) = \frac{1}{4\pi^2} \int_V \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_B)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_B|^3} \cdot \frac{(\mathbf{r}_N - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_N - \mathbf{r}'|^3} \frac{\sigma^2(\mathbf{r}')}{\sigma_h^2} \rho(\mathbf{r}') dv' \quad (31)$$

Pérez-Flores (1995) simplifica estas expresiones suponiendo bajos contrastes de

resistividad, aproximando  $\frac{\sigma^2(\mathbf{r}')}{\sigma_h^2} \approx 1$ . Esta hipótesis también le permite utilizar

directamente los valores de logaritmos en la resistividad y resistividad aparente.

Una forma compacta de escribir (27) para medios bidimensionales usando (28), (29), (30)

y (31) de acuerdo a Pérez-Flores et al. (2001) es:

$$\rho_a = \frac{K}{4\pi^2} \iint_{z, x} \rho(x', z') W(x', z') dz' dx' \quad (32)$$

Es importante hacer notar que  $W(x', z')$  contiene la suma de los integrandos de (28), (29),

(30) y (31) los cuales son integrados analíticamente a lo largo de  $y$  y por medio de integrales

elípticas como en las ecuaciones (10) a la (19). En este trabajo se utilizó esta formulación

según fue implementada en Gallardo (2004).

## **II.4 Método de sismica de refracción**

### **II.4.1 Descripción general**

Dentro de los métodos sísmicos de la geofísica aplicada se encuentran los de refracción y reflexión sísmica. En estos métodos se mide la deformación que sufre el terreno bajo la acción de una fuerza externa. Una de las características de la deformación que sufre el subsuelo es el tiempo de su propagación, a través de ondas elásticas, desde el sitio donde se aplicó la fuerza externa hasta diferentes puntos de observación. Para esto se disponen una serie de sensores en posiciones conocidas, formando lo que se conoce como tendido sísmico. Dentro de las fuentes sísmicas más comunes se encuentran las fuentes impulsivas como un golpe de martillo o la detonación de explosivos en una posición dada conocida como punto de disparo.

La principal diferencia entre los métodos de reflexión y refracción consiste en que en la refracción se concentra en el registro y análisis de las vibraciones que llegan primero a los receptores. Regularmente las ondas sísmicas de primeros arribos no tienen oportunidad de viajar a profundidades grandes debajo de las fuentes sísmicas y los receptores, por lo que se requiere que la distancia entre el punto de tiro y los géofonos sea grande en relación con las profundidades de las interfases de interés. Inversamente, en el caso de la sismica de reflexión se analizan las vibraciones que viajan a mayores profundidades sin importar el tiempo en que regresen a superficie (tanto como aún sean perceptibles). En este último caso, se prefiere analizar ondas que viajen en dirección vertical por lo que las distancias entre fuente y receptor pueden ser pequeñas. En consecuencia, las trayectorias de viaje en

los trabajos de refracción son predominantemente horizontales, mientras que en los de reflexión son sensiblemente verticales.

Los registros de cada sensor tienen información de los movimientos del terreno en función del tiempo y son conocidos como sismogramas. En estudios por refracción sísmica, estos sismogramas son analizados para determinar el tiempo de llegada de las primeras ondas a cada sensor.

Para calcular el tiempo que tardaría una onda sísmica en recorrer un modelo bidimensional de velocidades sísmicas conocidas existen varios procedimientos analíticos y numéricos de solución. En la presente tesis se partió de la ecuación de Eikonal, véase por ejemplo Aki y Richards (1980), la cual se puede simplificar para medios bidimensionales como:

$$\left(\frac{1}{v}\right)^2 = \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2. \quad (33)$$

Esta expresión nos dice que si se conoce la velocidad de propagación de la onda sísmica  $v(x,z)$  en el subsuelo se puede calcular el retraso en tiempo  $\Delta t$  que va sufriendo la onda al viajar sobre un espacio definido del terreno  $(\Delta x, \Delta z)$ . Este cálculo del tiempo de viaje se puede hacer desde el punto fuente (origen) a cualquier punto del subsuelo de manera progresiva, según la metodología propuesta por Vidale (1988).

Para un medio bidimensional discretizado en celdas, Gallardo (2004) emplea las siguientes expresiones discretas de la ecuación de Eikonal para el cálculo del tiempo de arribo de una onda a distintas posiciones de subsuelo (Véase Figuras 4 y 5).

Ecuación tipo I

$$t_1 = t_1 + \min\left\{\frac{s_1 h}{s_2 h}\right\}. \quad (34)$$

Ecuación tipo II

$$t_{II} = t_2 + \sqrt{2h^2 s^2 - (t_3 - t_1)^2} \quad (35)$$

Ecuación tipo III

$$t_{III} = t_2 + \sqrt{2h^2 s^2 - \frac{1}{4}(t_3 - t_1)^2} \quad (36)$$

Donde

$t$  es el tiempo de viaje,

$h$  es espaciamento de la malla en la dirección  $x$  y  $z$  y

$s$  es la lentitud.

La selección de cada tipo de ecuación depende de la disponibilidad de nodos y de la forma de propagación de la onda en el punto estudiado (ver figura 5).

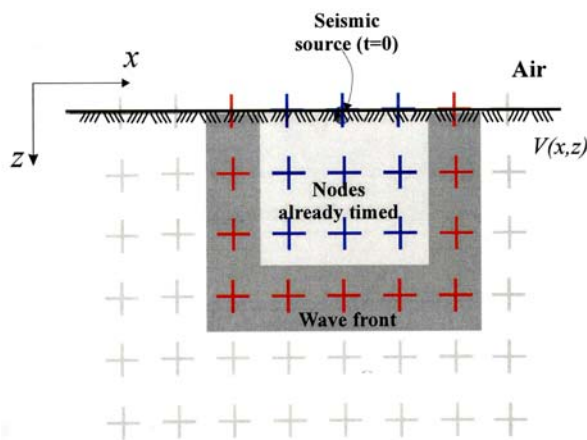


Figura 4. Discretización del subsuelo a través de nodos en los cuales se calcula el tiempo de propagación de un frente de onda sísmico siguiendo frentes rectangulares según el esquema de Vidale (1988), tomado de Gallardo (2004).

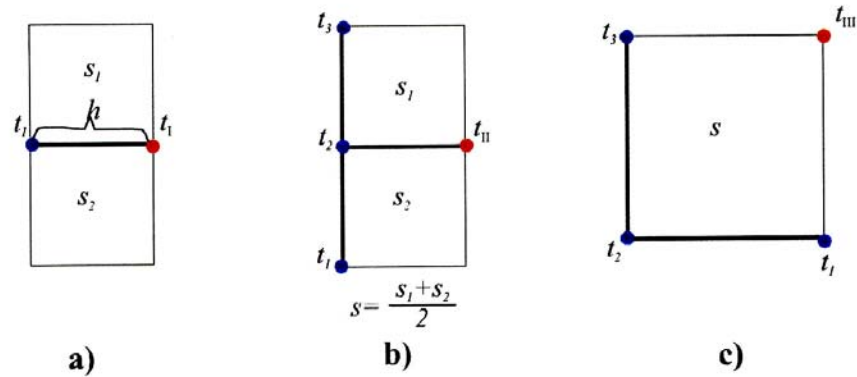


Figura 5. Ilustración de los arreglos de nodos empleados para calcular los tiempos de viaje de una onda sísmica utilizando el esquema de diferencias finitas progresivas desarrollado por Vidale (1988). a) Corresponde al estencil tipo I, b) al estencil tipo II y c) al estencil tipo III. El nodo en rojo es aquel donde se calcula el tiempo de arribo usando los tiempos ya resueltos en los nodos en azul.

En la presente tesis, también se emplea la técnica de trazado de rayos durante el modelado inverso. En esta metodología, el tiempo de arribo de una onda siguiendo la trayectoria de la propagación de un rayo sísmico está dado por:

$$t = \int_l s(x, z) dl \cong \sum_{i=1}^n s_i \Delta l_i \quad \text{donde} \quad \Delta l_i = \frac{\partial t}{\partial s_i} \quad (37)$$

Donde:

$\Delta l_i$  es el intervalo de trayecto

El uso de esta expresión para el modelado inverso es discutido en el Capítulo III.

### **III. PROBLEMA INVERSO**

#### **III.1 Introducción**

En este capítulo se describe la metodología utilizada para invertir en forma conjunta las mediciones de resistividad aparente, conductividad aparente y velocidades sísmicas (tiempos de primeros arribos), recordando con ello que el problema inverso intenta, con base a un conjunto de observaciones tomadas en campo, encontrar un modelo representativo que justifique el valor de dichas mediciones.

Gallardo (2004) diseñó la función de gradientes-cruzados como un evaluador de la similitud estructural de dos modelos del subsuelo, la cual ha sido empleada para la inversión conjunta de datos de resistividad por corriente directa y de tiempos de viaje. En la presente tesis se incorpora, dentro del algoritmo de inversión conjunta de Gallardo (2004), los métodos electromagnéticos a bajo número de inducción (EM34). Estos datos son incorporados en dos modalidades: una que permite exclusivamente la inversión conjunta de datos EM y de sísmica de refracción y otra que permite la inversión conjunta de datos EM, de corriente directa y de sísmica de refracción simultáneamente.

En la presente sección se plantea el problema inverso, su solución y los detalles computacionales de los algoritmos desarrollados. Para esto se discute en detalle la filosofía de inversión conjunta usando gradientes-cruzados así como el planteamiento del problema inverso a través de una función objetivo. Luego se diseña un esquema iterativo de solución de esta función objetivo. Adicionalmente, se revisa brevemente la sensibilidad de las



bobinas electromagnéticas que trabajan a bajo número de inducción (LIN, EM34) a un prisma elemental. Esto último, con el objetivo de entender los alcances y limitaciones de esta técnica para detectar diferentes regiones del subsuelo.

## **III.2 Inversión conjunta**

### **III.2.1 La filosofía de la inversión conjunta**

El tener diferentes perspectivas del subsuelo nos permite conocer con mayor detalle y precisión su estructura, composición y fenómenos físicos que ocurren en él. En una primera aproximación estas perspectivas son obtenidas mediante la medición de varios tipos de datos geofísicos, que son procesados independientemente para producir sus correspondientes modelos geofísicos. A través de ellos se pueden entender con mejor detalle las características de cualquier tipo de ambiente geológico (Anderson, et al., 2004; Bosch, 1999; Lines, et al., 1988; Marquis y Hyndman, 1992; Van Overmeeren, 1981).

En la actualidad existen diferentes metodologías para llevar a cabo la integración y comparación de los modelos obtenidos por varios métodos geofísicos (Gallardo, 2004; Lines, et al., 1998; Saunders, et al., 2005). En todas las técnicas propuestas el principio es la comparación de los diferentes modelos; ya que es a partir de esta comparación que se puede explicar el comportamiento del subsuelo e inclusive el de las mismas técnicas de interpretación geofísica. Por ejemplo Marquis y Hyndman (1992) comparan los resultados obtenidos por mediciones electromagnéticas y sísmicas para soportar la ocurrencia de fluidos a grandes profundidades en la corteza.

Un problema clave en el proceso de comparación es que pueden existir discrepancias entre los diferentes modelos geofísicos, las cuales pueden ser inducidas por dos razones: Primero, por las incompatibilidades entre los datos medidos y aquellos que son calculados a partir de los modelos del subsuelo, las cuales pueden deberse a la inexactitud de las ecuaciones del modelado directo (por ejemplo, el considerar aproximaciones dentro de las ecuaciones) o bien, a factores externos que no están contemplados dentro del modelo del subsuelo que se manifiestan como errores sistemáticos o aleatorios (como el viento o la inducción electromagnética asociada a metales en la superficie). Segundo, estas discrepancias también se pueden deber a la no-unicidad que presentan los métodos geofísicos; por ejemplo, en gravimetría donde un cuerpo pequeño con densidad grande, puede generar el mismo campo gravitacional que un cuerpo grande pero con densidad pequeña. Una manera de reducir estas diferencias es a través del procesado simultáneo y comparativo de los datos geofísicos, lo que se podría entender como la inversión conjunta de datos. Esta técnica de inversión conjunta integra la información de cada una de las metodologías geofísicas usando sus similitudes para obtener modelos del subsuelo con una mejor resolución.

### **III.2.2 Inversión conjunta usando gradientes-cruzados**

La inversión conjunta de datos geofísicos se fundamenta en interrelaciones entre los diferentes parámetros físicos. Sin embargo, el encontrar interrelaciones directas entre diferentes propiedades físicas es un trabajo muy extenso, que requiere del monitoreo de diferentes factores que concurren en un sitio específico. Por ejemplo, para estudiar una posible interrelación entre velocidad sísmica y resistividad es necesario observar rasgos

como litología, porosidad, humedad, fracturamiento, presión, temperatura etc., los cuales no son comunes en todos los ambientes geológicos y siguen además leyes físicas diferentes. Una relación que nosotros sí esperamos encontrar entre las propiedades físicas exploradas por diferentes métodos geofísicos, es la existencia de una similitud en su distribución, reflejada en las imágenes que éstos forman. En general, las propiedades del subsuelo varían con la posición. Estos cambios pueden ser caracterizados en términos de su intensidad o magnitud y su dirección de cambio. Una distribución en común de estos cambios determina si las imágenes de resistividad eléctrica y velocidades sísmicas pueden ser percibidas como estructuralmente similares o no.

En general, estos atributos pueden ser usados para desarrollar una formulación matemática para cuantificar la similitud estructural de las heterogeneidades del subsuelo entre dos o más modelos. Gallardo (2004) partió de este principio de similitud estructural y desarrolló la función de gradientes-cruzados como una medida matemática de la similitud geométrica de las estructuras definidas por dos modelos del subsuelo. Esta función está dada por:

$$\mathbf{t}(x, y, z) = \nabla p(x, y, z) \times \nabla q(x, y, z), \quad (38)$$

donde  $p(x, y, z)$  y  $q(x, y, z)$  son los parámetros del modelo y  $\mathbf{t}(x, y, z)$  es el vector de gradientes-cruzados.

Usando esta función de gradientes-cruzados, se puede definir que los modelos son estructuralmente idénticos, cuando  $\mathbf{t}(x, y, z) = 0$ , ya que esto implica que los cambios en ambos modelos son colineales.

### III.3 Parametrización del modelo del subsuelo

Para poder plantear un problema inverso se debe definir lo se pretende buscar. En este caso, decimos que se debe de definir lo que entendemos como un modelo del subsuelo y definir que características de este modelo son aquellas que vamos a determinar. Estas características se conocen como parámetros del modelo.

Primeramente, el subsuelo se supone homogéneo en una dirección ( $y$ ) y con ello se supone que ninguna de sus propiedades físicas varía en esa dirección, es decir, se define un subsuelo bidimensional (2D). Este subsuelo se divide en segmentos rectangulares (prismas elongados en la dirección de  $y$ ) como se ilustra en la Figura 6.

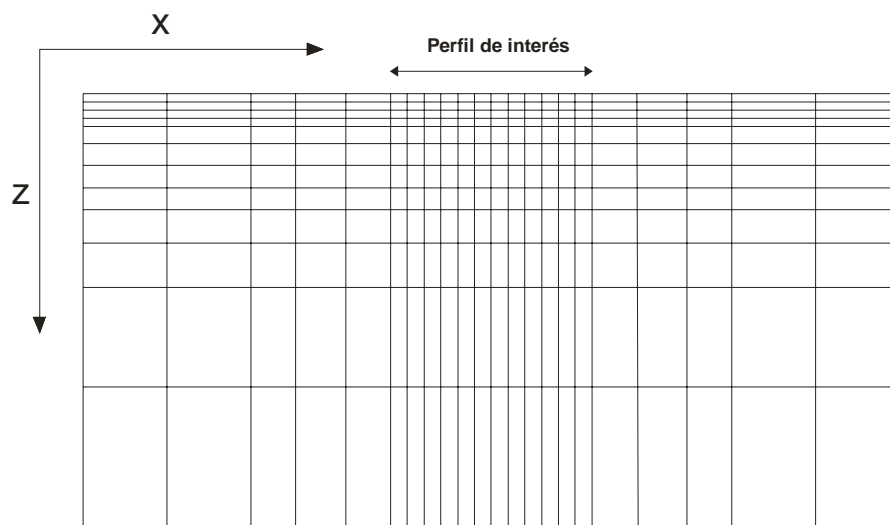


Figura 6. Ilustración de la parametrización del subsuelo en celdas rectangulares con resistividades y velocidades sísmicas homogéneas.

En el interior de cada prisma se supone que tanto las propiedades eléctricas como las sísmicas permanecen constantes. Los prismas pueden tener dimensiones variables, pero siempre acomodados en una rejilla rectangular como se ilustra en la Figura 6. El espaciado de cada prisma es seleccionado en función de la cobertura de los datos geofísicos disponibles, generalmente sus dimensiones son más finas debajo del perfil de interés, mientras que fuera de éste se incrementan logarítmicamente. En profundidad sucede algo similar, el espesor de las celdas se incrementa gradualmente con la profundidad.

Las propiedades sísmicas a determinar, están dadas por la lentitud de viaje ( $s$ ) de la onda sísmica, definida como

$$s = \frac{1}{v}, \quad (39)$$

donde  $v =$  es la velocidad sísmica. Mientras que las propiedades eléctricas se plantean de dos maneras posibles (véase Figura 7):

Caso 1.- Como conductividad eléctrica

Caso 2.- Como el logaritmo de la resistividad eléctrica.

La selección de alguno de estos dos tipos de parámetros obedece principalmente al tipo de datos estudiados. En este caso cuando se analizan datos EM34 exclusivamente se considera conveniente utilizar la conductividad eléctrica, mientras que si se emplean datos de resistividad por corriente directa (solos o combinados con datos EM34) se considera más conveniente el uso del logaritmo de resistividad. La selección de estos parámetros obedece a la sensibilidad propia de los campos y a las ecuaciones de modelado descritas en el capítulo anterior.

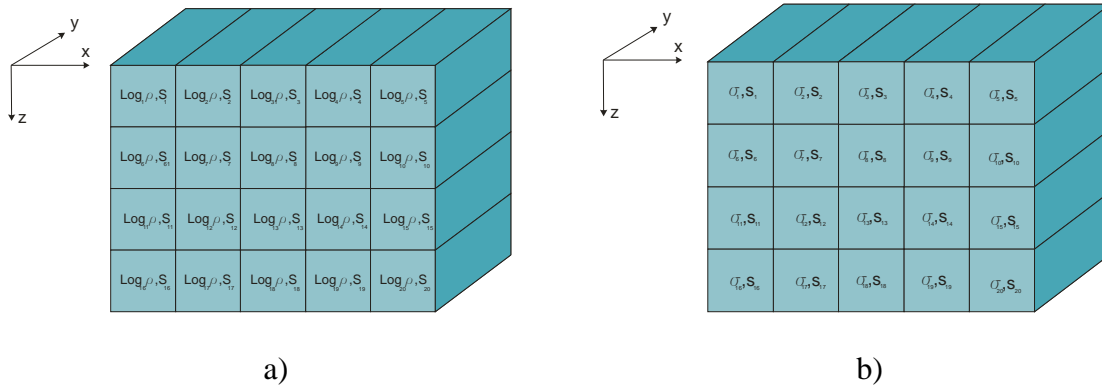


Figura 7. Parametrización del modelo eléctrico del subsuelo en logaritmo de resistividades (a) ó bien en conductividades eléctricas (b).

Los parámetros a estimar para ambos casos son acomodados en un vector de incógnitas **m** que se emplea en la formulación matemática del problema inverso.

$$\begin{array}{cc}
 \text{CASO 1} & \text{CASO 2} \\
 \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_\sigma \\ \mathbf{m}_s \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \vdots \\ \sigma_{(n)} \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_{(n)} \end{pmatrix} & \text{y } \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_\rho \\ \mathbf{m}_s \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Log} \rho_1 \\ \text{Log} \rho_2 \\ \text{Log} \rho_3 \\ \vdots \\ \text{Log} \rho_{(n)} \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_{(n)} \end{pmatrix} .
 \end{array} \tag{40}$$

### III.4 Diseño de la función objetivo

Una vez que el modelo del subsuelo es parametrizado, se necesita definir cuales son las características deseables en ese modelo para cuantificarlas e introducirlas en lo que se conoce como la función objetivo.

Para el esquema de inversión debemos considerar una función objetivo cuantitativa, que por sí sola permita representar las características deseables en nuestro modelo, de tal modo que al mejorar su valor se obtengan mejores modelos del subsuelo. Para definir la función objetivo en el caso de inversión conjunta se involucraron las siguientes características:

- a) Que justifique los datos observados con los datos calculados para ambos métodos geofísicos
- b) Que los modelos eléctricos y sísmicos sean geoméricamente similares
- c) Que tengan sentido geológico

#### III.4.1 Condición de ajuste de los datos observados con los datos calculados para ambos métodos geofísicos

La condición de justificar los datos observados es, en principio, la contribución de los datos geofísicos a la búsqueda de un modelo eléctrico y un modelo sísmico del subsuelo. Una condición inmediata que se podría pedir es que tanto el modelo eléctrico como el sísmico  $(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_s)$  justifiquen exactamente los datos geofísicos electromagnéticos  $(\mathbf{d}_r)$  y sísmicos  $(\mathbf{d}_s)$  observados, es decir que cumplan que

$$\mathbf{d}_r = \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r) \quad \text{y} \quad \mathbf{d}_s = \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s), \quad (41)$$

donde  $\mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r)$  y  $\mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s)$  son las relaciones matemáticas que permiten el cálculo de los campos observados a partir de las características del modelo del subsuelo descritas en el capítulo II. Sin embargo, los datos observados están sujetos a condiciones que no son previstas en nuestros modelos del subsuelo es decir, a factores ajenos a los estudiados. En este caso es conveniente abandonar la intención de justificar exactamente los datos y buscar aquellos modelos que justifiquen lo más posible los datos, donde nuestros “límites de ajuste” estén dados por aquellos factores ajenos estadísticamente enmarcados en las respectivas desviaciones estándar ( $\sigma_{d_{r_1}}$ ,  $\sigma_{d_{r_2}}$  ...) de los errores implícitos en las mediciones. Esto se expresa matemáticamente a través de un problema de optimización de la forma:  $\min(f_d(m))$  donde  $m \in \Omega \subseteq R^n$  y  $m = (m_1, m_2, m_3, \dots, m_n)$  es un vector que representa las variables de decisión,  $f_d(m)$  es llamada la función objetivo y representa ó mide la calidad de las decisiones y  $\Omega$  es el conjunto de decisiones factibles ó restricciones del problema.

En el presente caso  $\min\{f_d(m)\}$  se define como:

$$\min \left\{ \|\mathbf{d}_r - \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r)\|_{\mathbf{C}_{rr}^{-1}}^2 + \|\mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s)\|_{\mathbf{C}_{ss}^{-1}}^2 \right\} \quad (42)$$

donde  $\mathbf{C}_{rr} = \begin{pmatrix} \sigma^2_{r1} & 0 & \dots \\ 0 & \sigma^2_{r2} & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{C}_{ss} = \begin{pmatrix} \sigma^2_{s1} & 0 & \dots \\ 0 & \sigma^2_{s2} & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$  representan las

matrices de las covarianzas de cada tipo de datos.



### III.4.2 Condición de similitud geométrica entre los modelos sísmicos y eléctricos

Otra de las condiciones que esperamos que los modelos cumplan es la existencia de una similitud entre sus distribuciones geométricas, como resultado de una estructura geológica común. Esta similitud puede ser medida cualitativamente mediante la función de gradientes-cruzados de los parámetros de resistividades y lentitudes como:

$$\mathbf{t}(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_s) = \nabla \mathbf{m}_r(x, y, z) \times \nabla \mathbf{m}_s(x, y, z). \quad (43)$$

Un valor grande de esta función nos indica que los vectores de los cambios de las propiedades eléctricas y sísmicas en un punto son significativas y que sin embargo no apuntan en la misma dirección, indicando que la estructura implícita en ambos modelos no es similar. En el otro sentido, cuando  $\mathbf{t}(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_s) = 0$  significa que los gradientes  $(\nabla \mathbf{m}_r, \nabla \mathbf{m}_s)$  son colineales ó bien que no existe cambio en alguna de las propiedades.

### III.4.3 Condición de simplicidad ó sentido geológico

Desafortunadamente, es posible encontrar múltiples pares de modelos eléctricos y sísmicos del subsuelo que son similares entre sí y que igualmente justifican los datos geofísicos. El problema ahora se traduce en seleccionar aquellos pares de modelos que presentan el mayor "sentido geológico". Sin embargo, no existe un método absoluto para medir dicho sentido geológico. Una hipótesis muy socorrida es que los modelos geológicos raramente presentan variaciones grandes y continuas, esto se ha podido representar matemáticamente a través de un concepto de suavidad (rugosidad). Esta medida de rugosidad puede darse usando funciones similares a:  $\phi_L = |\nabla \mathbf{m}|^2$  o bien  $\phi_L = |\nabla^2 \mathbf{m}|^2$  en este

caso se utiliza el operador Laplaciano el cual es discretizado para obtener

$$\min \left\{ \|\mathbf{D}\mathbf{m}_r\|^2 \right\} \text{ para resistividad y } \min \left\{ \|\mathbf{D}\mathbf{m}_s\|^2 \right\} \text{ para sísmica.} \quad (44)$$

En este caso,  $\mathbf{D}$  es una matriz que contiene una versión discreta de las segundas derivadas

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 z} \text{ implícitas en el operador Laplaciano.}$$

En algunas ocasiones, se puede contar con un conocimiento a priori de los valores de las propiedades físicas del subsuelo ( $\mathbf{m}_{Rr}, \mathbf{m}_{Rs}$ ). A pesar de que este conocimiento pueda ser burdo, su información puede ser vital en el proceso de selección del mejor modelo del subsuelo. Resulta entonces conveniente buscar modelos que sean cercanos o parecidos a este modelo a priori. El nivel de cercanía apropiado esta dado por la incertidumbre propia que tengamos de este modelo, representado a través de la desviación estándar de cada parámetro ( $\sigma_{m_{r1}}, \sigma_{m_{r2}}, \sigma_{m_{r3}} \dots$  y  $\sigma_{m_{s1}}, \sigma_{m_{s2}}, \sigma_{m_{s3}} \dots$ ).

Esta condición se puede plantear como:

$$\min \left\{ \|\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr}\|_{\mathbf{C}_{RRr}^{-1}}^2 \right\} \text{ y } \min \left\{ \|\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{Rs}\|_{\mathbf{C}_{RRs}^{-1}}^2 \right\}. \quad (45)$$

Donde:

$$\mathbf{C}_{RRr} = \begin{pmatrix} \sigma_{m_{r1}}^2 & 0 & \dots \\ 0 & \sigma_{m_{r2}}^2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{C}_{RRs} = \begin{pmatrix} \sigma_{m_{s1}}^2 & 0 & \dots \\ 0 & \sigma_{m_{s2}}^2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$$

son las matriz de covarianza de los modelos eléctrico y sísmico a priori, respectivamente.

Las 7 condiciones propuestas anteriormente se pueden conjuntar en una sola función objetivo dada por:

$$\min \left\{ \begin{aligned} & \|\mathbf{d}_r - \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r)\|_{\mathbf{C}_{rr}^{-1}}^2 + \|\mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s)\|_{\mathbf{C}_{ss}^{-1}}^2 + \alpha_r \|\mathbf{Dm}_r\|^2 \\ & + \alpha_s \|\mathbf{Dm}_s\|^2 + \|\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr}\|_{\mathbf{C}_{Rr}^{-1}}^2 + \|\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{Rs}\|_{\mathbf{C}_{Rs}^{-1}}^2 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Sujeta a  $\mathbf{t}(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_s) = \mathbf{0}$ .

Note que, con excepción de los factores relacionados con la rugosidad de los modelos,  $\|\mathbf{Dm}_r\|^2$  y  $\|\mathbf{Dm}_s\|^2$ , el nivel de ajuste de cada elemento esta regulado por la incertidumbre de los datos y de los modelos a priori. Para controlar el nivel de rugosidad requerido en los modelos, se aplica un factor empírico  $\alpha_r$  para el nivel de rugosidad del modelo de resistividades y  $\alpha_s$  para el modelo sísmico.

### III.5 Solución de la función objetivo: linealización

En general, la función objetivo propuesta (46) es una función no lineal y aunque existen metodologías para resolver algunos problemas de optimización no lineales, en este caso, se consideró resolver la inversión conjunta de los datos, electromagnéticos y sísmicos de acuerdo a lo requerido en la función objetivo anterior, es decir, plantear esta función objetivo de forma lineal y resolverla empleando metodologías de álgebra lineal en pasos iterativos. Para ello, cada una de las funciones no lineales implícitas en la función objetivo (46) es aproximada a través de desarrollos en serie de Taylor hasta el primer orden. En el caso de datos electromagnéticos (EM34) y de corriente directa se adopta la aproximación de Pérez-Flores et al. (2001) y Gómez-Treviño (1987) descrita en el capítulo II. Esta

aproximación simplifica nuestro problema, ya que es lineal y tiene la forma:

$$\mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r) \cong \mathbf{A}_r \mathbf{m}_r \quad (47)$$

En el caso de sísmica, que es un problema no lineal. Podemos linealizarlo considerando una pequeña perturbación en la lentitud (siguiendo la ecuación (37)) cerca de un modelo de lentitud de referencia  $\mathbf{m}_{0S}$ , resultando la expresión linealizada:

$$\mathbf{f}_S(\mathbf{m}_S) \cong \mathbf{f}_S(\mathbf{m}_{0S}) + \mathbf{A}_S(\mathbf{m}_S - \mathbf{m}_{0S}) \quad (48)$$

donde  $\mathbf{m}_{0S}$  es un modelo previo.

De igual manera, la función de gradientes-cruzados es linealizada considerando una pequeña perturbación en ambos modelos, a través de la expresión:

$$\mathbf{t}(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_S) \cong \mathbf{t}(\mathbf{m}_{0r}, \mathbf{m}_{0S}) + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_S - \mathbf{m}_{0S} \end{bmatrix}. \quad (49)$$

Sustituyendo esto en la ecuación (46), la función objetivo para cada paso iterativo se transforma en:

$$\min \left\{ \begin{array}{l} \phi(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_S) = [\mathbf{d}_r - \mathbf{A}_r \mathbf{m}_r]^T * \mathbf{C}_{rr}^{-1} [\mathbf{d}_r - \mathbf{A}_r \mathbf{m}_r] \\ + [\mathbf{d}_S - \mathbf{f}_S(\mathbf{m}_{0S}) + \mathbf{A}_S(\mathbf{m}_S - \mathbf{m}_{0S})]^T * \mathbf{C}_{SS}^{-1} [\mathbf{d}_S - \mathbf{f}_S(\mathbf{m}_{0S}) + \mathbf{A}_S(\mathbf{m}_S - \mathbf{m}_{0S})] \\ + \alpha_r^2 \mathbf{m}_r^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m}_r + \alpha_S^2 \mathbf{m}_S^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m}_S + \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr} \\ \mathbf{m}_S - \mathbf{m}_{Rs} \end{bmatrix}^T * \mathbf{C}_{RR}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr} \\ \mathbf{m}_S - \mathbf{m}_{Rs} \end{bmatrix} \end{array} \right\} \quad (50)$$

La cual esta sujeta a la condición linealizada de gradientes-cruzados dada por

$$\mathbf{t}(\mathbf{m}_{0r}, \mathbf{m}_{0S}) + \mathbf{B} \begin{pmatrix} \mathbf{m}_r & \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_S & \mathbf{m}_{0S} \end{pmatrix} = \mathbf{0}.$$

Aunque esta función podría ser resuelta así como está expresada, Gallardo (2004) encontró que en muchos de los casos la búsqueda iterativa de modelos muy heterogéneos que satisfacen la condición de gradientes-cruzados se quedaba atrapada en zonas de mínimos locales es decir, en modelos que no eran estrictamente similares. Para garantizar la convergencia del proceso, Gallardo (2004) propuso la introducción de un factor de relajamiento de las desviaciones estándar de los datos ( $\beta$ ) y replanteó la función objetivo como

$$\min \left\{ \begin{aligned} & \phi(\mathbf{m}_r, \mathbf{m}_s) = \frac{1}{\beta^2} [\mathbf{d}_r - \mathbf{A}_r \mathbf{m}_r]^T * \mathbf{C}_{rr}^{-1} [\mathbf{d}_r - \mathbf{A}_r \mathbf{m}_r] \\ & + \frac{1}{\beta^2} [\mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_{0s}) + \mathbf{A}_s (\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{0s})]^T * \mathbf{C}_{ss}^{-1} [\mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_{0s}) + \mathbf{A}_s (\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{0s})] \\ & + \alpha_r^2 \mathbf{m}_r^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m}_r + \alpha_s^2 \mathbf{m}_s^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m}_s + \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr} \\ \mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{Rs} \end{bmatrix}^T * \mathbf{C}_{RR}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr} \\ \mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{Rs} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

$$\text{Sujeta a } \mathbf{t}(\mathbf{m}_{0r}, \mathbf{m}_{0s}) + \mathbf{B} \begin{pmatrix} \mathbf{m}_r & \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_s & \mathbf{m}_{0s} \end{pmatrix} = \mathbf{0}.$$

Un valor grande de  $\beta$  facilita la búsqueda de modelos similares bajo el costo de un ajuste deficiente de los datos por lo que el valor de  $\beta$ , es disminuido en iteraciones subsiguientes, donde se van encontrando modelos eléctricos y sísmicos similares que ajustan cada vez más los datos. El valor de  $\beta$  ideal para los últimos casos iterativos debe entonces ser uno para que la solución (51) sea equivalente a la solución buscada por (50).

### III.6 Solución de la función objetivo: desarrollo

En la presente tesis se plantearon dos tipos de modelos a resolver: el primero que contempla los métodos electromagnéticos a bajo número de inducción (EM34) y sísmica de refracción (caso 1) y el segundo que integra los métodos eléctricos, electromagnéticos (EM34) y sísmica de refracción (caso 2). Para ambos casos todos los elementos a minimizar que están implícitos en la función objetivo (51) se pueden integrar en la ecuación

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{m} . \quad (52)$$

Donde  $\mathbf{Y}$  es un vector que integra todos nuestros datos geofísicos y suposiciones geológicas;  $\mathbf{A}$  son las interrelaciones lineales entre cada elemento de  $\mathbf{Y}$  y los parámetros buscados de los modelos, ya sea eléctricos ó sísmicos, en adelante también llamada matriz de sensibilidad.  $\mathbf{m}$  (como se usó anteriormente) engloba los parámetros eléctricos y sísmicos del modelo.

Las matrices expandidas para la ecuación (52) serían entonces:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{DMV} \\ \mathbf{d}_{DMH} \\ \mathbf{d}_S - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{oS}) + \mathbf{A}_S \mathbf{m}_{oS} \\ \mathbf{m}_{R\sigma} \\ \mathbf{m}_{Rs} \\ \varphi_\sigma \\ \varphi_v \end{pmatrix} \quad \text{para el caso 1} \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_r \\ \mathbf{d}_{DMV} \\ \mathbf{d}_{DMH} \\ \mathbf{d}_S - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{oS}) + \mathbf{A}_S \mathbf{m}_{oS} \\ \mathbf{m}_{RLog\rho} \\ \mathbf{m}_{Rs} \\ \varphi_\rho \\ \varphi_v \end{pmatrix} \quad \text{y}$$

para el caso 2.

Donde:

$\mathbf{d}_{DMV}$  es la matriz de datos observados por el dipolo magnético vertical,

$\mathbf{d}_{DMH}$  es la matriz de datos observados por el dipolo magnético horizontal,

$\mathbf{d}_r$  es la matriz de datos observados por los métodos eléctricos,

$\mathbf{d}_s$  es la matriz de tiempos de arribo observados,

$\mathbf{A}_s \mathbf{m}_{0s}$  es la matriz de los tiempos de arribo calculados para el modelo de lentitudes sísmicas  $\mathbf{m}_{0s}$ ,

$\mathbf{m}_{R\sigma}$  es el modelo eléctrico a priori, (usando conductividades)

$\mathbf{m}_{RLog\rho}$  es el modelo eléctrico a priori (usando logaritmos de resistividad eléctrica),

$\mathbf{m}_{Rs}$  es el modelo a priori de lentitudes sísmicas,

$\varphi_\sigma$  es el valor a priori de  $\nabla^2 \mathbf{m}_{R\sigma}$ , que en nuestro caso es definido igual a cero,

$\varphi_\rho$  es el valor a priori de  $\nabla^2 \mathbf{m}_{RLog\rho}$ , que en nuestro caso es definido igual a cero y

$\varphi_s$  es el valor a priori de  $\nabla^2 \mathbf{m}_{Rs}$ , que en nuestro caso es definido igual a cero.

Similarmente,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{DMV} & 0 \\ \mathbf{A}_{DMH} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_s \\ \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{D} & 0 \\ 0 & \mathbf{D} \end{pmatrix} \quad \text{para el caso 1} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_r & 0 \\ \mathbf{A}_{DMV} & 0 \\ \mathbf{A}_{DMH} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_s \\ \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{D} & 0 \\ 0 & \mathbf{D} \end{pmatrix} \quad \text{y para el caso 2.}$$

Donde

$\mathbf{A}_{DMV}$  es la matriz del jacobiano que relaciona  $\mathbf{d}_{DMV}$  y  $\mathbf{m}_\sigma$ ,

$\mathbf{A}_{DMH}$  es la matriz del jacobiano que relaciona  $\mathbf{d}_{DMV}$  y  $\mathbf{m}_\sigma$ ,

$\mathbf{A}_r$  es la matriz del jacobiano que relaciona  $\mathbf{d}_r$  y  $\mathbf{m}_{Log\rho}$ ,

$\mathbf{A}_s$  es la matriz del jacobiano que relaciona  $\mathbf{d}_s$  y  $\mathbf{m}_s$ ,

$\mathbf{I}$  es matriz identidad del mismo tamaño que el numero de celdas del modelo,

$\mathbf{D}$  es una matriz que contiene una versión discreta del operador Laplaciano

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_\sigma \\ \mathbf{m}_s \end{pmatrix} \text{ en el caso 1 y } \mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{Log\rho} \\ \mathbf{m}_s \end{pmatrix} \text{ en el caso 2.}$$

Usando esta notación, la función objetivo (51) puede replantearse como:

$$\min \left\{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{m}\|_{\mathbf{C}_{yy}^{-1}}^2 \right\} \text{ sujeto a}$$

$$t_{0L} + \mathbf{B}\mathbf{m} = 0.$$

Donde  $\mathbf{C}_{yy}^{-1}$  es una matriz diagonal en bloques que engloba las desviaciones estándar de los datos y modelos a priori así como los parámetros de suavidad  $\alpha_r$  y  $\alpha_s$  y el de relajamiento  $\beta$ .

La cual es:

$$\mathbf{C}_{yy}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{DV}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{DH}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{SS}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{RR\sigma}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{RRs}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_\sigma^2 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_s^2 \mathbf{I} \end{pmatrix} \text{ para el caso 1 y}$$



$$\mathbf{C}_{yy}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{DC}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{DV}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{DH}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\beta^2} \mathbf{C}_{SS}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{RRr}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{RRs}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_\rho \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_s \mathbf{I} \end{pmatrix}$$

para el caso 2.

Bajo esta notación, la solución a la función objetivo (51) se puede obtener usando multiplicadores de Lagrange (véase Menke, 1984; Tarantola, 1987). Para esto se puede replantear (51) como:

$$\min \left\{ [\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{m}]^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{m}] \right\} \quad (53)$$

$$\text{sujeto a } t_{0L} + \mathbf{B}\mathbf{m} = 0.$$

La cual es equivalente a

$$\min \left\{ \mathbf{L}(\mathbf{m}, \lambda) \right\} \quad (54)$$

$$\text{donde } \mathbf{L}(\mathbf{m}, \lambda) = [\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{m}]^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{m}] + \lambda^T [\mathbf{B}\mathbf{m} + t_{0L}]$$

y  $\lambda^T$  es un vector de factores conocido como multiplicadores de Lagrange.

Expandiendo  $\{\mathbf{L}(\mathbf{m}, \lambda)\}$  es idéntico a:

$$\mathbf{L}(\mathbf{m}, \lambda) = \mathbf{y}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A}\mathbf{m} - \mathbf{m}^T \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} + \mathbf{m}^T \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A}\mathbf{m} + \mathbf{m}^T \mathbf{B}^T \lambda + \lambda t_{0L}. \quad (55)$$

Para encontrar el mínimo se calcula

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{m}^T} = \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda^T} = 0, \quad (56)$$

lo que da:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{m}^T} = -\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{m} + \mathbf{B}^T \lambda = 0 \quad (57)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda^T} = \mathbf{B} \mathbf{m} + t_{0L} = 0. \quad (58)$$

Observe que  $\mathbf{B} \mathbf{m} - t_{0L} = 0$  se convierte en la restricción  $\mathbf{B} \mathbf{m} = t_{0L}$ .

Despejando  $\mathbf{m}$  de la ecuación (57) se tiene que:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} - \mathbf{B}^T \lambda). \quad (59)$$

Ahora, sustituyendo (59) en (58) obtenemos que:

$$\lambda = (\mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \left[ \mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y}) + t_{0L} \right]. \quad (60)$$

Sustituyendo (60) en (59) se tiene que:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \left( \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} - \mathbf{B}^T (\mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \left[ \mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y}) + t_{0L} \right] \right). \quad (61)$$

Ahora, si usamos la notación matricial, nosotros definimos las variables:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_r \\ \mathbf{m}_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_{0s} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad t_0 = t_{0L} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_{0s} \end{bmatrix}, \quad (62)$$

por lo que las expresiones de  $\lambda$  y  $\mathbf{m}$  se pueden expandir como:

$$\lambda = (\mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \left[ \mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y}) - \mathbf{B} \mathbf{m}_0 + t_0 \right]$$

$$\mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \left( \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} - \mathbf{B}^T (\mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^T)^{-1} \left[ \mathbf{B} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y}) - \mathbf{B} \mathbf{m}_0 + t_0 \right] \right) \quad (63)$$

Si se utiliza la siguiente notación

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{A} \quad \text{y} \quad \mathbf{n}_2 = \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{yy}^{-1} \mathbf{y} \quad (64)$$

$$\lambda = (\mathbf{BN}_1^{-1}\mathbf{B}^T)^{-1}[\mathbf{BN}_1^{-1}\mathbf{n}_2 - \mathbf{Bm}_0 + \mathbf{t}_0] \quad (65)$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{N}_1^{-1}\mathbf{n}_2 - \mathbf{N}_1^{-1}\mathbf{B}^T\lambda \quad (66)$$

Y sustituyendo (65) en (66) tenemos que la expresión final de  $\mathbf{m}$  esta dada como

$$\mathbf{m} = \mathbf{N}_1^{-1}\mathbf{n}_2 - \mathbf{N}_1^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{BN}_1^{-1}\mathbf{B}^T)^{-1}[\mathbf{BN}_1^{-1}\mathbf{n}_2 - \mathbf{Bm}_0 + \mathbf{t}_0]. \quad (68)$$

Desglosando esta solución para ambos casos tenemos que para el Caso 1 (EM-LIN y sísmica)

$$\mathbf{N}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DV}^T\mathbf{C}_{DV}^{-1}\mathbf{A}_{DV} + \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DH}^T\mathbf{C}_{DH}^{-1}\mathbf{A}_{DH} + \mathbf{C}_{RRr}^{-1} + \alpha_r^2\mathbf{D}^T\mathbf{D} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_S^T\mathbf{C}_{SS}^{-1} + \mathbf{C}_{RRs}^{-1} + \alpha_s^2\mathbf{D}^T\mathbf{D} \end{pmatrix} \quad (69)$$

y

$$\mathbf{n}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DV}^T\mathbf{C}_{DV}^{-1}\mathbf{d}_{DV} + \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DH}^T\mathbf{C}_{DH}^{-1}\mathbf{d}_{DH} + \mathbf{C}_{RRr}^{-1}\mathbf{m}_{Rr} \\ \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_S^T\mathbf{C}_{SS}^{-1}\{\mathbf{d}_S - \mathbf{f}_S(\mathbf{m}_{OS}) + \mathbf{A}_S(\mathbf{m}_{OS})\} + \mathbf{C}_{RRs}^{-1}\mathbf{m}_{Rs} \end{pmatrix}. \quad (70)$$

De manera similar para el Caso 2 (EM-LIN, eléctricos y sísmica) se tiene que

$$\mathbf{N}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_r^T\mathbf{C}_{rr}^{-1}\mathbf{A}_r + \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DV}^T\mathbf{C}_{DV}^{-1}\mathbf{A}_{DV} + \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DH}^T\mathbf{C}_{DH}^{-1}\mathbf{A}_{DH} + \mathbf{C}_{RRr}^{-1} + \alpha_r^2\mathbf{D}^T\mathbf{D} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_S^T\mathbf{C}_{SS}^{-1}\mathbf{A}_S + \mathbf{C}_{RRs}^{-1} + \alpha_s^2\mathbf{D}^T\mathbf{D} \end{pmatrix} \quad (71)$$

$$\mathbf{n}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_r^T\mathbf{C}_{rr}^{-1}\mathbf{d}_r + \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DV}^T\mathbf{C}_{DV}^{-1}\mathbf{d}_{DV} + \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_{DH}^T\mathbf{C}_{DH}^{-1}\mathbf{d}_{DH} + \mathbf{C}_{RRr}^{-1}\mathbf{m}_{Rr} \\ \frac{1}{\beta^2}\mathbf{A}_S^T\mathbf{C}_{SS}^{-1}\{\mathbf{d}_S - \mathbf{f}_S(\mathbf{m}_{OS}) + \mathbf{A}_S(\mathbf{m}_{OS})\} + \mathbf{C}_{RRs}^{-1}\mathbf{m}_{Rs} \end{pmatrix} \quad (72)$$

La ecuación (68) es la solución a la función objetivo (51) y debe ser resuelta iterativamente para encontrar la solución a la función objetivo (46).

### **III.7 Solución de la función objetivo: implementación computacional**

En la presente sección se describe el algoritmo desarrollado para resolver la ecuación (68) iterativamente y con ello encontrar modelos eléctricos y sísmicos que minimizan la función objetivo (46). A pesar de que se desarrollaron dos algoritmos para resolver ambos casos planteados en la sección III.6, su funcionamiento es idéntico. Por ello aquí sólo se describe el procedimiento general de uno de ellos.

El algoritmo adopta un proceso de minimización que resuelve la función objetivo en pasos regulados por el factor de relajación  $\beta$  introducido en la función objetivo (51). El proceso es iniciado con valores  $\beta$  muy grandes que con el paso de las iteraciones se van reduciendo. Esto permite la incorporación gradual de rasgos estructurales comunes, facilitando la búsqueda de dos modelos que satisfagan al final los datos y que sean similares. Esto se ilustra con el siguiente diagrama de flujo:

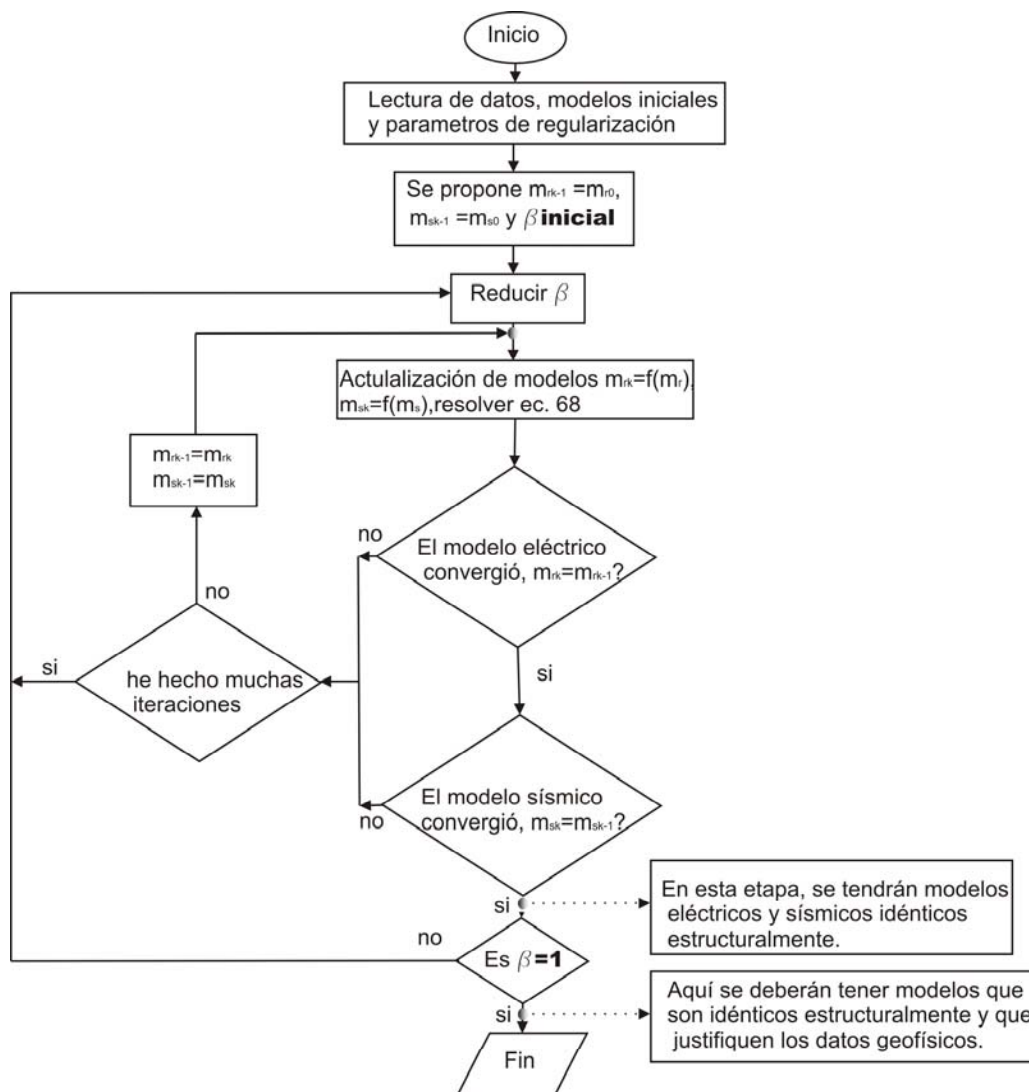


Figura 8. Diagrama de flujo del algoritmo de inversión conjunta donde se muestra la solución de la función objetivo (51) en pasos iterativos que buscan modelos eléctricos y sísmicos similares entre sí y que ajusten a sus respectivos datos.

### III.8 Cálculo de las matrices de sensibilidad (jacobianos)

En la siguiente sección se realiza un análisis de sensibilidad para las bobinas coplanares horizontales y verticales de un cilindro unitario en diferentes posiciones en el subsuelo. Esta matriz es indispensable para la integración de los datos electromagnéticos dentro del algoritmo de inversión conjunta de datos eléctricos y sísmicos de Gallardo (2004), del cual se partió.

#### III.8.1 Cálculo de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un prisma unitario

Un elemento importante para formar el modelo bidimensional del subsuelo según lo propuesto en la sección III.3, es un prisma extendido en la dirección  $y$ . En el siguiente apartado se plantea el análisis de sensibilidad lateral de las bobinas coplanares horizontales (dipolo magnético vertical) para cinco posiciones en el subsuelo de un cilindro unitario extendido y medido en la dirección de  $y$ . La Figura 9 ilustra la disposición de algunos de estos cilindros en el subsuelo con respecto al esquema de medición para el dipolo magnético vertical.

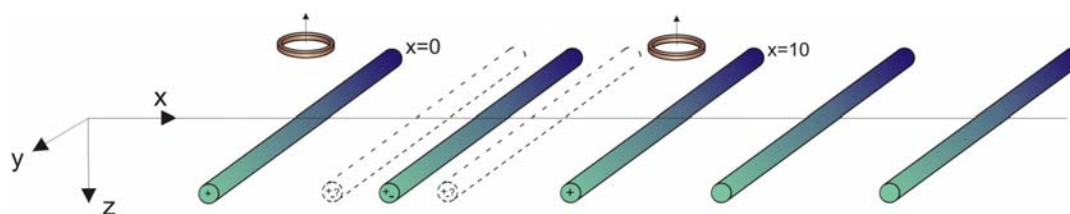


Figura 9. Esquema de medición para el dipolo magnético vertical y de varios cilindros unitarios ubicados en diferentes posiciones en el subsuelo.

Para realizar el análisis de estos cilindros, se toma la ecuación de conductividad aparente dada en la ecuación (8) del capítulo II

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_v \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} \sigma(\mathbf{r}) dv,$$

la cual será integrada en la dirección de  $y$  para formar elementos bidimensionales básicos.

Para analizar la sensibilidad de las bobinas a cada uno de estos elementos, se grafica el integrando

$$S_{DMV} = \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} \quad (73)$$

implícito en la ecuación (8), tomando posiciones definidas en  $x$  y  $z$  y variando a lo largo de  $y$ .

El campo total medido por el receptor es la suma del campo primario producido por el transmisor y el secundario que es el producto de la interacción de este campo primario con las cargas de la Tierra. Para entender como influye cada región del subsuelo en el comportamiento de los campos magnéticos medidos en la bobina receptora i.e. entender la sensibilidad medida por (73), la componente vertical del campo magnético se divide en:

$B(E_x)$  -generada por una corriente eléctrica viajando en la dirección de  $x$ - y  $B(E_y)$  - generada por una corriente viajando en la dirección de  $y$ - los cuales son obtenidos con el producto de la función diádica de Green (magnética) con su respectivo componente de campo eléctrico y por una conductividad unitaria (ver Pérez-Flores et al., 2001). El esquema de medición y sensibilidad de los campos  $B(E_x)$  y  $B(E_y)$  a cada uno de los cilindros analizados entre las bobinas es como se ilustra en la Figura 10. En la Figura se

observa que  $B(E_x)$  siempre es positivo y  $B(E_y)$  es negativo cuando las mediciones se realizan entre la bobina.

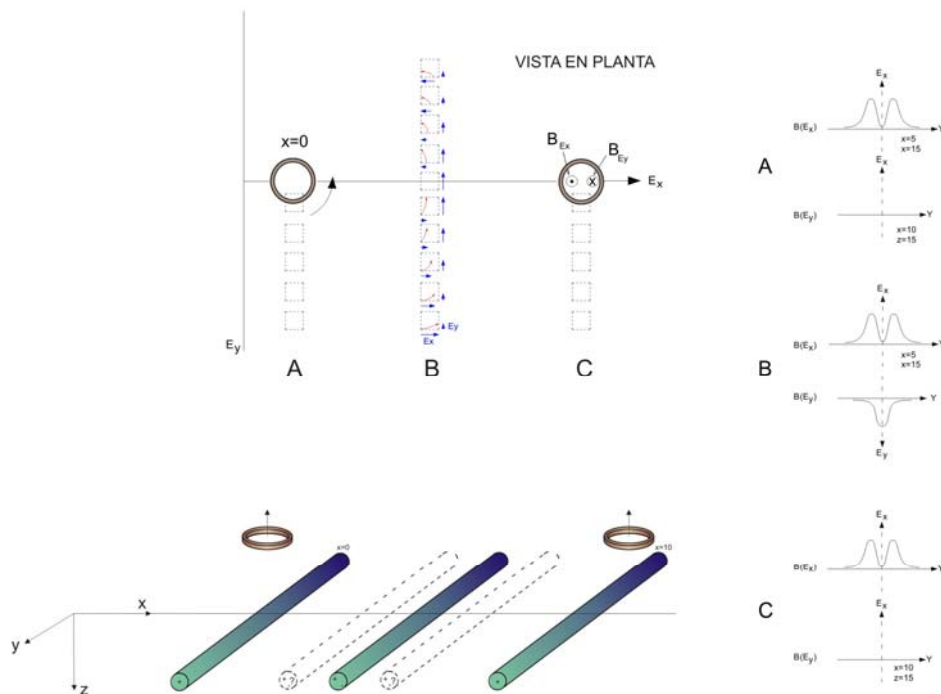


Figura 10. Esquema de medición del campo total obtenido por el receptor del equipo EM-34 donde el signo “+” indica que se tienen contribuciones de  $B(E_x)$  y el signo “-” que se tienen contribuciones de  $B(E_y)$ . En los cilindros con signos de interrogación se tendrían contribuciones de ambos tipos.

A continuación se muestran las gráficas de sensibilidad del dipolo magnético vertical para un cilindro unitario colocado en cinco posiciones diferentes en el subsuelo y medidos a lo largo del eje y.

Para el primer caso, se colocó el cilindro bajo el transmisor en la posición  $x = 0$  y a 15 m de profundidad, obteniendo que la sensibilidad medida por el receptor presenta dos



máximos y un mínimo, como se ilustra en el Figura 11.

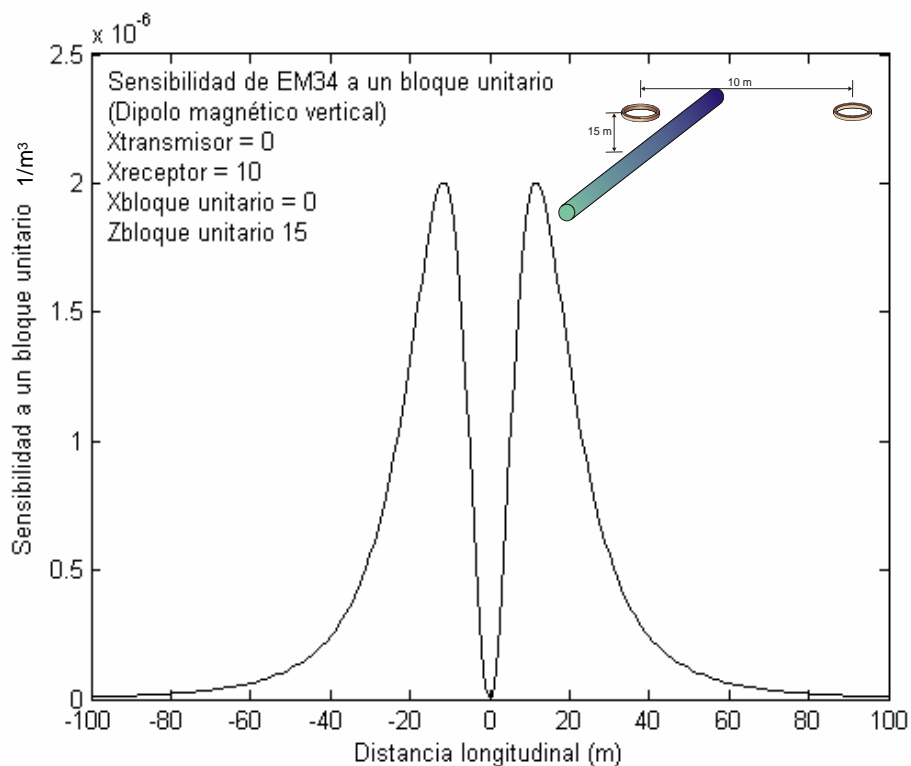


Figura 11. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario, medido en dirección y, y ubicado bajo la bobina transmisora a 15 m de profundidad.

En este caso, aunque justo debajo de la bobina receptora exista una corriente eléctrica, ésta no produce un campo magnético vertical detectable en la bobina. Sin embargo, conforme nos alejamos del dipolo, los campos se incrementan hasta obtener un máximo, y a decrecer nuevamente con la distancia, esto debido a la atenuación que sufren los campos como es ilustrado en la Figura 11.

Cuando el cilindro se encuentra en el centro del arreglo, a 5 m sobre el eje  $x$  y a 15m de profundidad, tenemos que la sensibilidad medida por la bobina receptora presenta nuevamente dos máximos y un mínimo como es ilustrado en la Figura 12.

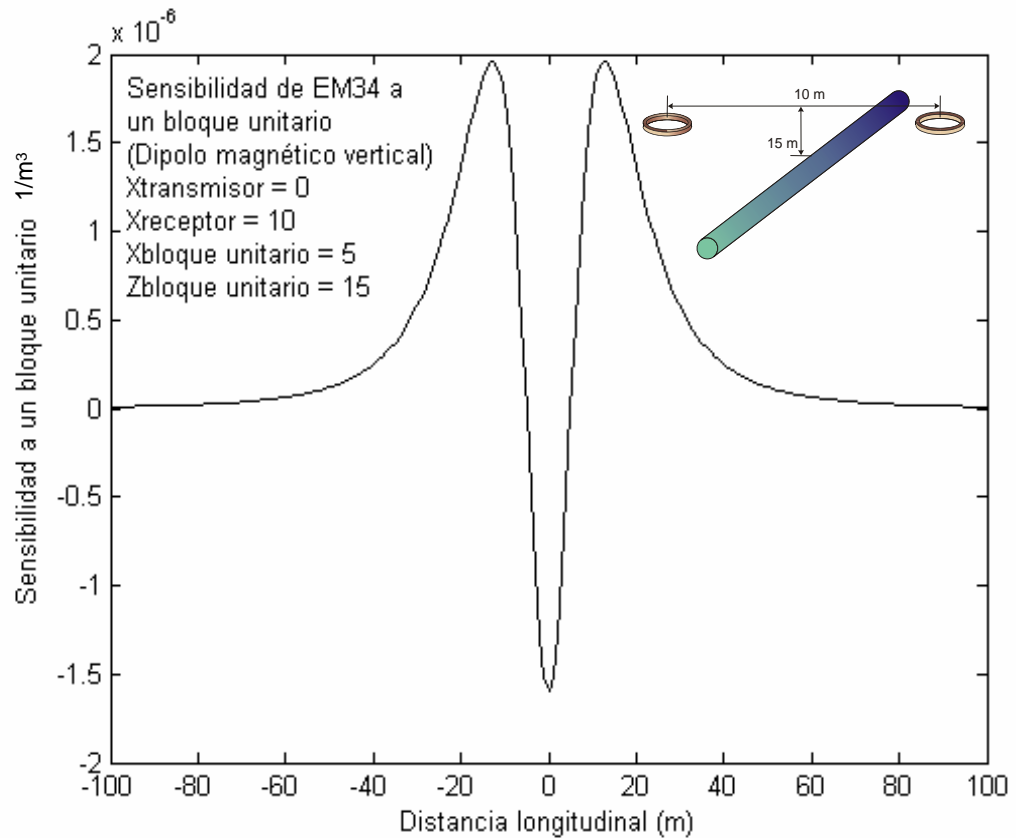


Figura 12. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a lo largo de un cilindro unitario ubicado a 5 m en la dirección de  $x$  y a 15 m de profundidad medido en dirección  $y$ .

En este caso, el comportamiento de la sensibilidad es muy semejante al anterior, pero se observan sensibilidades negativas, debido a que existe una contribución mayor del campo magnético  $B(E_x)$ .

Para el caso cuando colocamos el cilindro debajo del receptor, tenemos que el comportamiento es idéntico a cuando se encontraba debajo del transmisor. En este caso, aunque justo debajo de la bobina receptora exista una corriente eléctrica, ésta no produce un campo magnético vertical como se ilustra en la Figura 13.

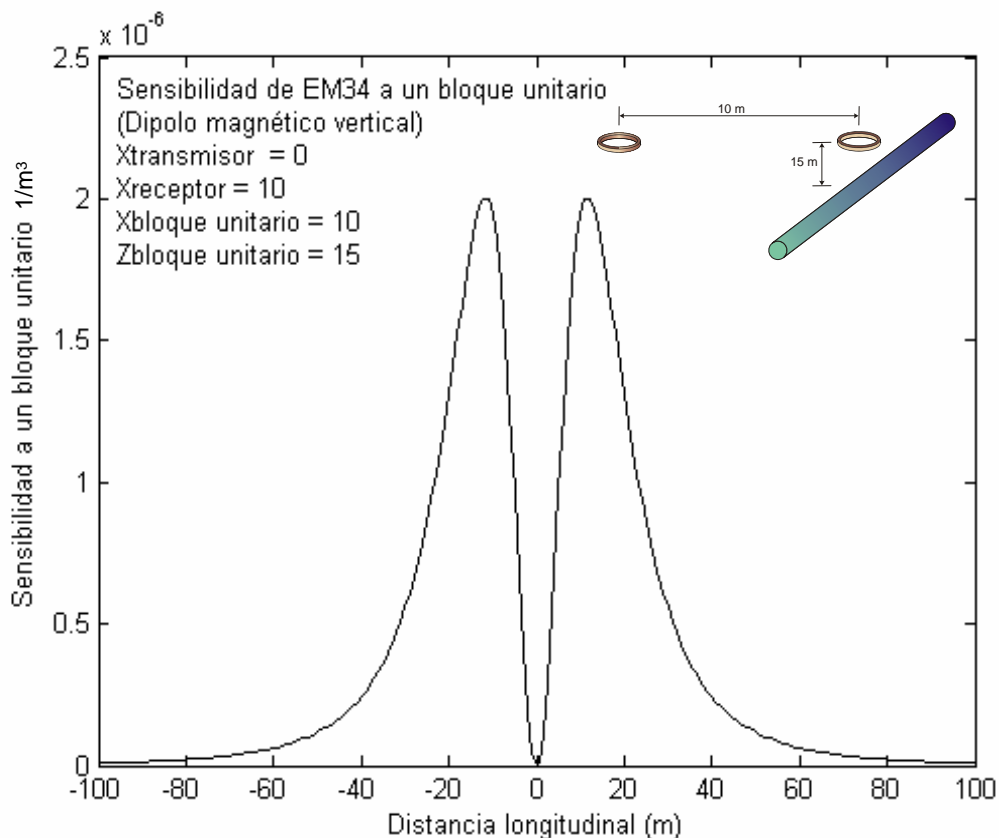


Figura 13. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario, medido en dirección y, y ubicado bajo la bobina receptora a 15 m de profundidad.

Cuando colocamos el cilindro fuera del arreglo de las bobinas en la posición  $x=15$  y a 15 m de profundidad, se observa que el gráfico presenta dos máximos y un mínimo en su parte central como se ilustra en la Figura 13.

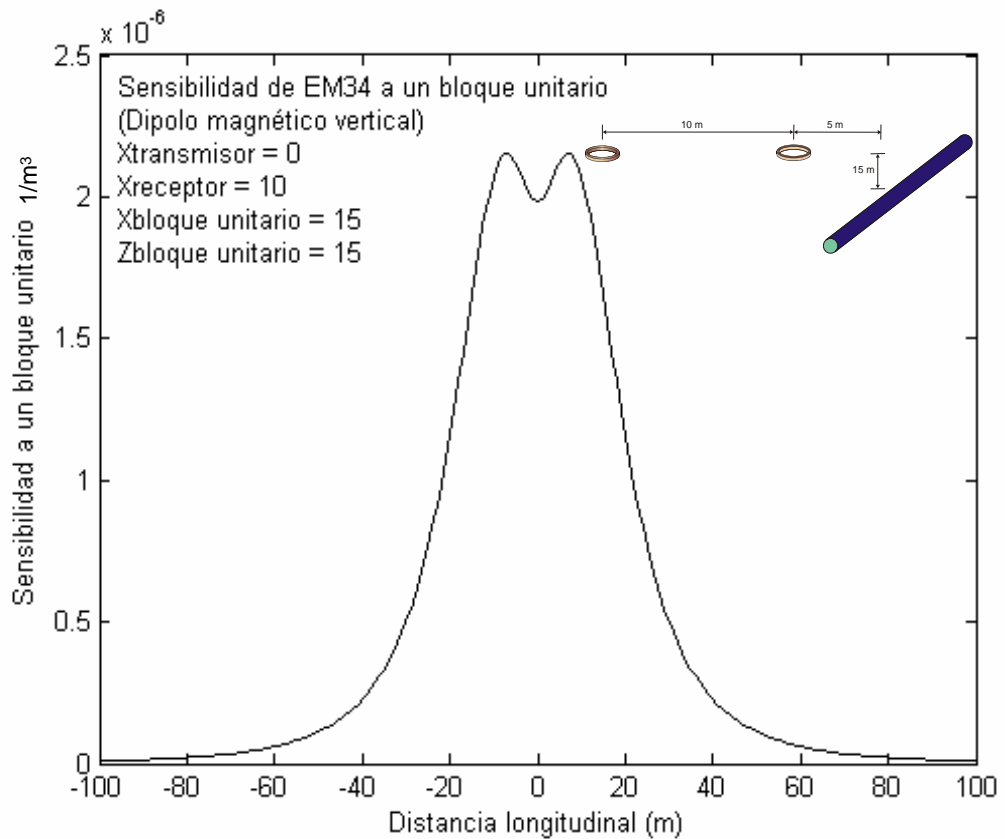


Figura 14. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario ubicado a 15 m de la bobina transmisora sobre el eje  $x$  y a 15 m de profundidad medido en dirección  $y$ .

Nuevamente, este comportamiento se explica por la influencia mayor de  $B(E_y)$  que es ahora positiva.

Por último, colocamos el cilindro a 10 m del receptor sobre el eje  $x$ . En esta ocasión el gráfico sólo presenta un máximo centrado en  $y=0$  como se ilustra en la Figura 14, siendo nuevamente  $B(E_y)$  el campo dominante.

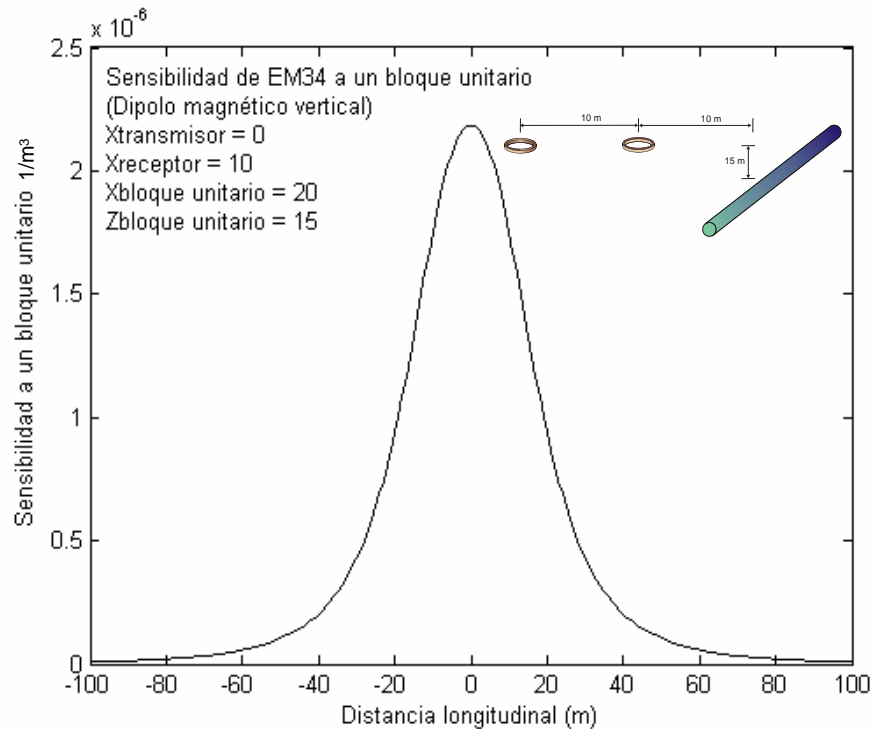


Figura 15. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético vertical a un cilindro unitario y ubicado a 20 m de la bobina transmisora sobre el eje  $x$  y a 15 m de profundidad medido en dirección  $y$ .

De las gráficas anteriores se puede concluir que, para distancias mayores a 20m del transmisor, el campo total medido por el receptor será positivo, y conforme nos alejemos del transmisor, los campos van decreciendo hasta llegar a cero.

La solución para un medio bidimensional dada en (20) involucra la integración analítica de  $S_{DMV}$  en la dirección  $y$ , que corresponde al área bajo la curva de las gráficas de sensibilidad mostradas anteriormente. La ecuación numérica de la sensibilidad a cada celda del modelo ilustrado en la Figura 6 involucrará dividir cada celda en un conjunto de

cilindros unitarios elementales bidimensionales como se ilustra en la Figura 16.

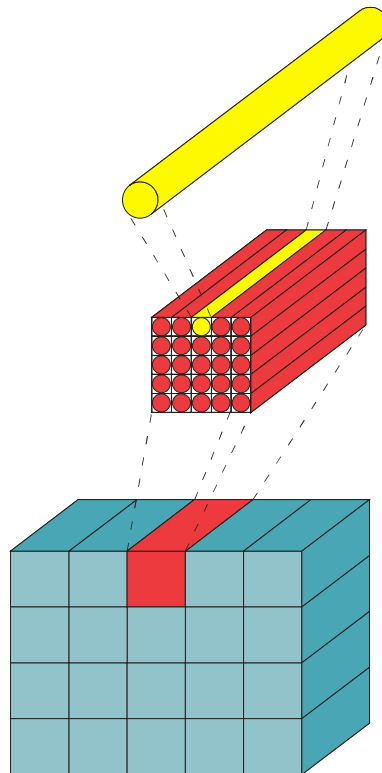


Figura 16. Esquema de la parametrización del subsuelo en celdas y subceldas para la solución de la integral de la ecuación (20).

Para resolver (20), tenemos que utilizar la aproximación:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1=0}^{z_2=\infty} \int_{x_1=-\infty}^{x_2=\infty} \mathfrak{R}(c, p, r) \sigma(\mathbf{r}) dx dz \cong \sum_{k=1}^{n_{\text{celdas}}} \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \sum_j^{nz} \sum_i^{nx} \mathfrak{R}(c, p, r) \sigma_k \Delta x_i \Delta z_j, \quad (74)$$

Donde  $\frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \sum_j^{nz} \sum_i^{nx} \mathfrak{R}(c, p, r) \Delta x_i \Delta z_j$  es la matriz de jacobiano correspondiente. Esta

aproximación es utilizada porque la integral volumétrica no ha sido resuelta analíticamente; por lo que las integrales se resuelven en pasos discretos, subdividiendo cada  $k$ -ésima región en  $nz \times nx$  subceldas.

### III.8.2 Cálculo de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario

La ilustración de los campos eléctricos y magnéticos para este dispositivo es algo más complicado. Algunas ilustraciones del campo eléctrico producido se pueden encontrar en Méndez-Delgado (1997). En este caso, solo se seleccionaron algunas posiciones  $(x, z)$ , como se ilustra en la Figura 17, para construir gráficas representativas.

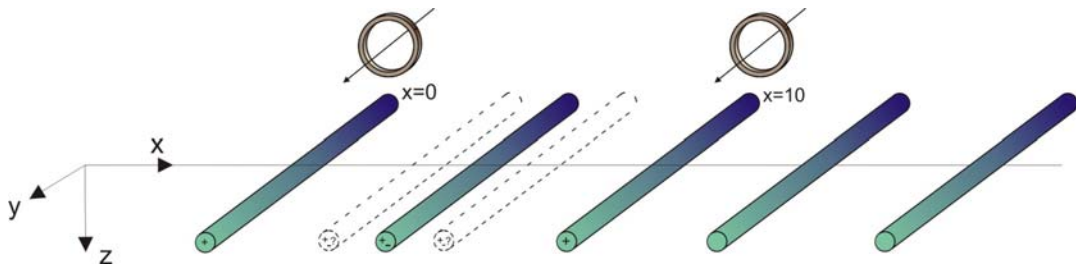


Figura 17. Esquema de medición para el dipolo magnético horizontal y cilindros unitarios ubicados en diferentes posiciones en el subsuelo.

Para realizar el análisis de la sensibilidad que dos bobinas dispuestas verticalmente tienen hacia estos cilindros, se tomó la conductividad aparente dada en la ecuación (21) del capítulo II

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{P'}{i\omega m_B v'} \int \{E_x(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})E_x(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) + E_y(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})E_y(\mathbf{r}_2, \mathbf{r})\} \sigma(\mathbf{r}) dv.$$

La sensibilidad de las bobinas a cada uno de estos elementos para una posición definida en  $x$  y  $z$  esta dada por el integrando

$$S_{DMH} = E_x(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})E_x(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) + E_y(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})E_y(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}), \quad (75)$$

el cual está implícito en la ecuación (21).

Para hacer un análisis similar al realizado para el dipolo magnético vertical, colocamos el cilindro justo debajo el transmisor, y obtuvimos que la sensibilidad del dipolo magnético horizontal al cilindro en esta posición presentó solo un máximo centrado en  $y$ , como se ilustra en la Figura 18.

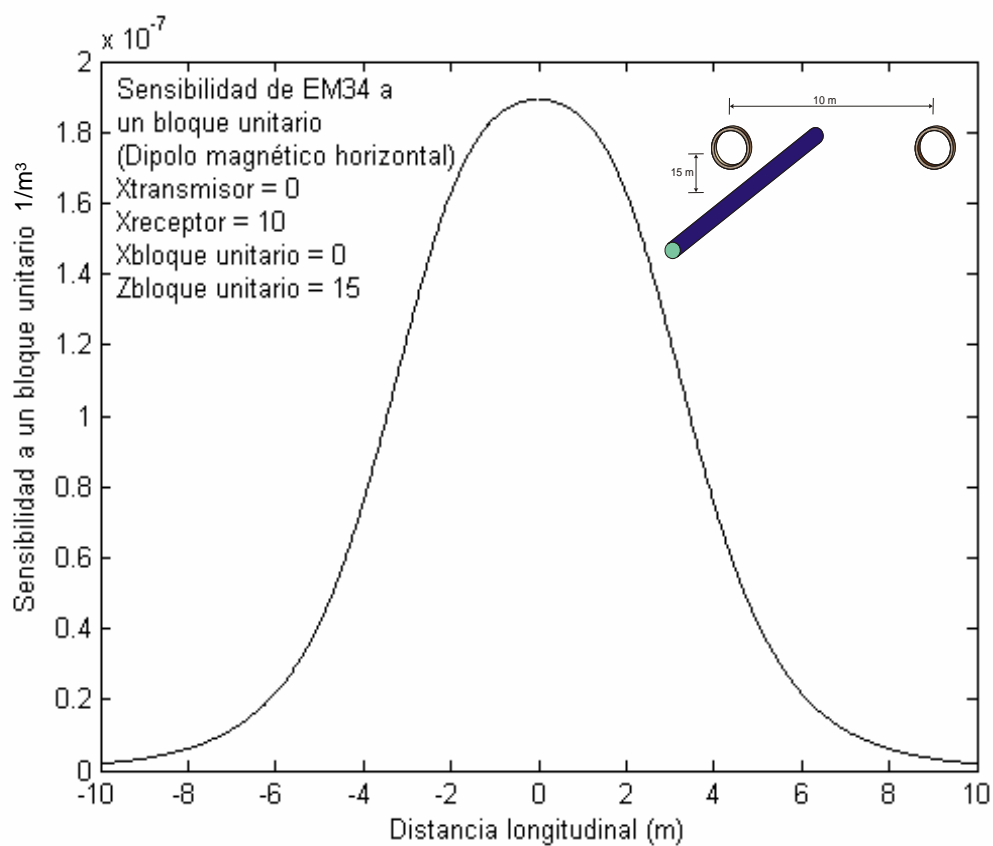


Figura 18. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado bajo la bobina transmisora a 15 m de profundidad medido en dirección  $y$ .

Cuando se coloca el cilindro en el centro del arreglo, se observa que la sensibilidad conserva su forma aproximadamente igual al caso anterior (un máximo único centrado en



$y=0$ ), como se ilustra en la Figura 19.

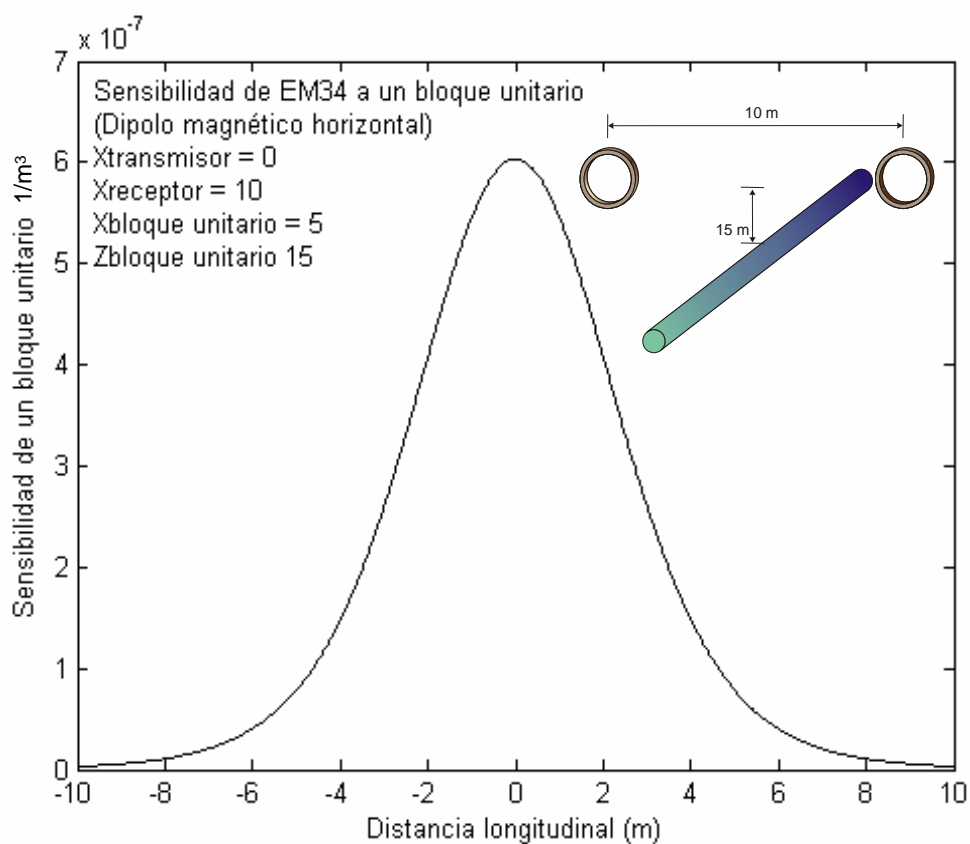


Figura 19. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado a 5 m en la dirección  $x$  y a 15 m de profundidad medido en dirección  $y$ .

En un tercer ejemplo, cuando colocamos el cilindro debajo del receptor y a 15 m de profundidad, tenemos que la sensibilidad tiene el mismo comportamiento al que presentó cuando lo colocamos debajo del transmisor, como se ilustra en la Figura 20. Esto debido al principio de reciprocidad.

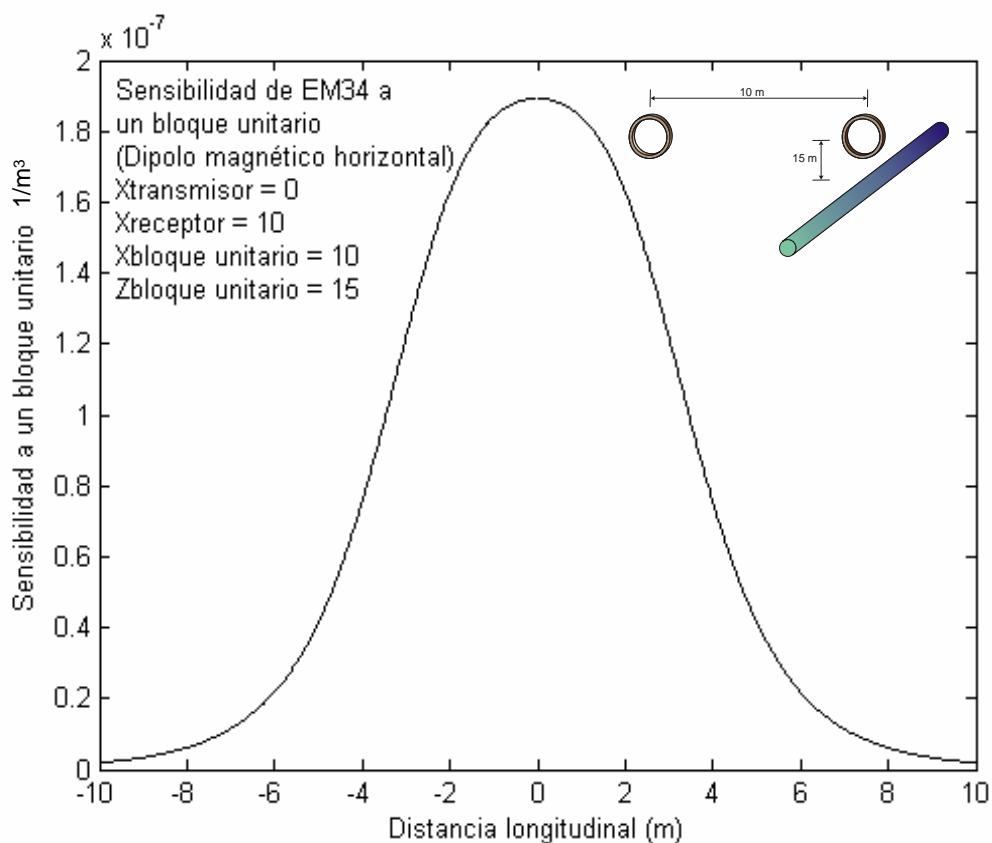


Figura 20. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado bajo la bobina receptora a 15 m de profundidad medido en dirección y.

Cuando se coloca el cilindro en la posición  $x=15$  m y a 15 m de profundidad, se obtiene, como en los casos anteriores, una forma similar en la gráfica de sensibilidad pero se presenta un decaimiento más rápido de la curva, como se ilustra en la Figura 21.

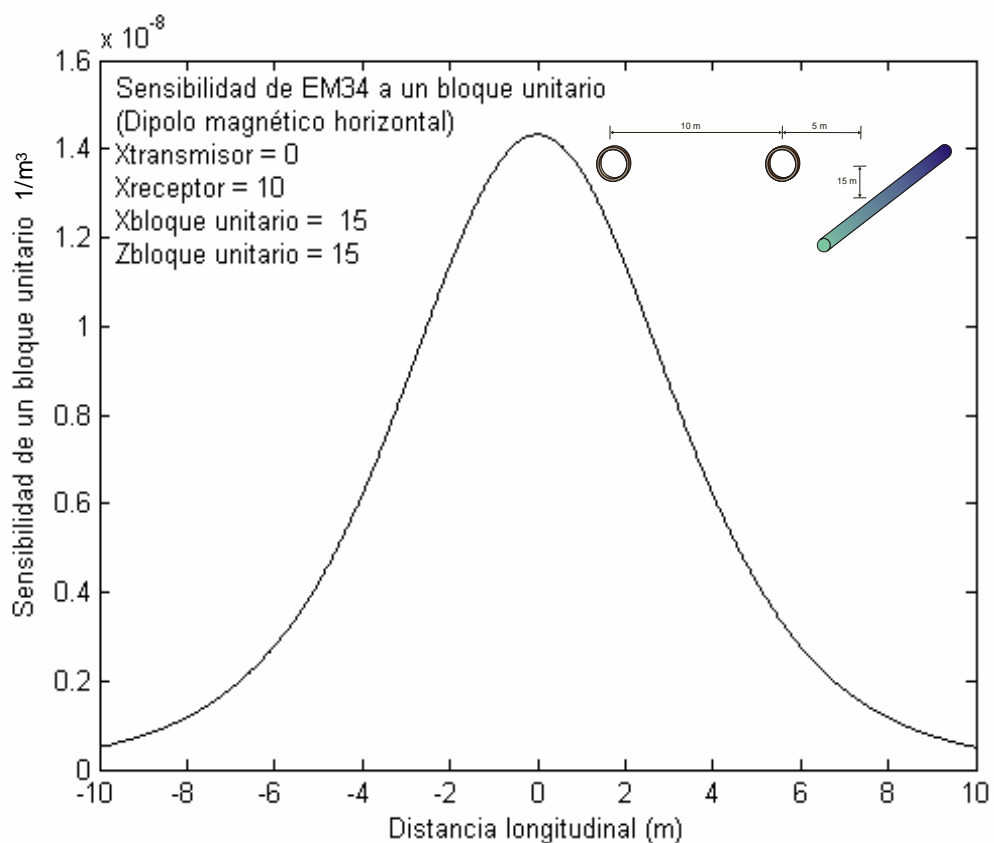


Figura 21. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario, medido en dirección  $y$ , ubicado a 15 m de la bobina transmisora sobre el eje  $x$  y a 15 m de profundidad.

Por último, se colocó el cilindro en la posición  $x=20$  m y a 15 m de profundidad, observando nuevamente que el comportamiento de la curva de sensibilidad es el mismo (véase la Figura 22).

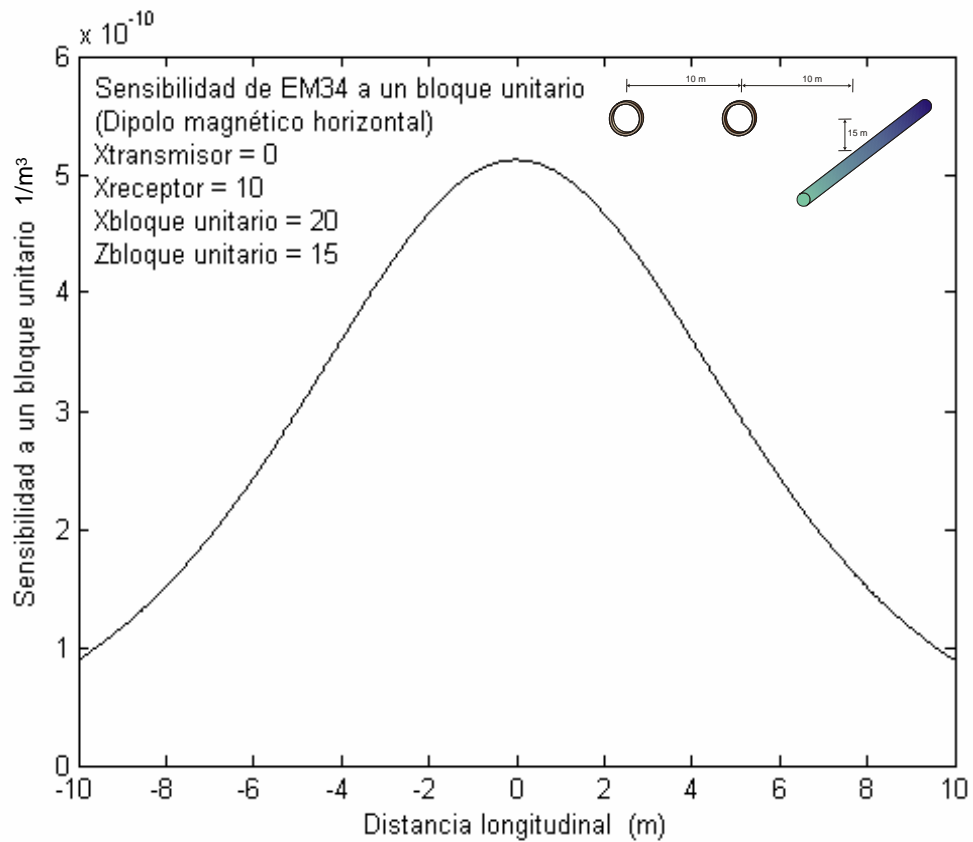


Figura 22. Gráfica de sensibilidad del dipolo magnético horizontal a un cilindro unitario ubicado a 20 m de la bobina transmisora sobre el eje  $x$  y a 15 m de profundidad medido en dirección  $y$ .

En general se observa que el comportamiento del campo secundario para un cilindro unitario es más variado en el caso de dipolo magnético vertical, sin embargo, Pérez-Flores (1995) encontró una solución analítica de la integral en  $y$ , mientras que el comportamiento del campo secundario para el cilindro unitario para un dipolo magnético horizontal se comporta simétrica y monótonicamente decreciente en todos los casos, esto facilita la aplicación de soluciones numéricas de la integral (21) con suficiente precisión.

La solución de la ecuación (21) para medios bidimensionales involucra la solución de la

integral en forma numérica en la dirección de  $y$ , que corresponde al área bajo la curva de las gráficas de sensibilidad mostradas anteriormente.

La ecuación numérica de la sensibilidad a cada celda del modelo ilustrado en la Figura 23, involucrara dividir cada celda en un conjunto de esferas unitarias elementales como se ilustra en la Figura 10.

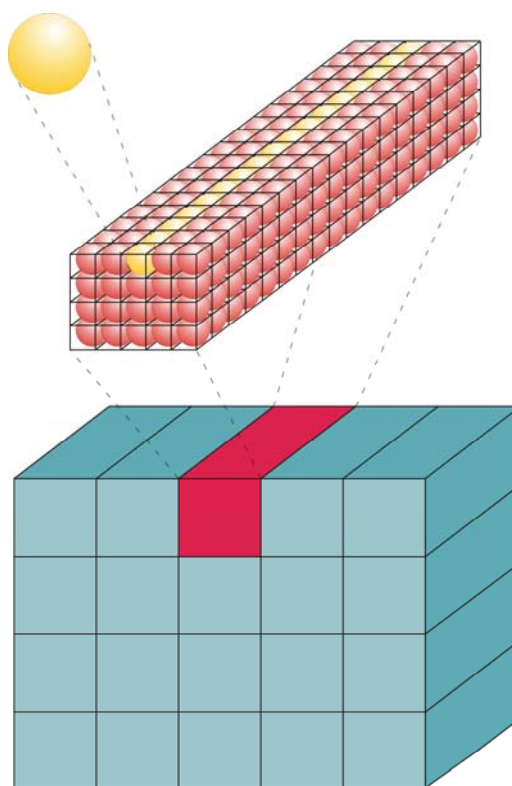


Figura 23. Esquema de la parametrización del subsuelo en celdas y subceldas para la solución numérica de la ecuación (21).

Para calcular la matriz de sensibilidad de la conductividad aparente a las celdas

bidimensionales de la Figura 23 reescribimos (21) como:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{2|x_2 - x_1|}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty S_{DMH} \sigma(\mathbf{r}) dy dx dz. \quad (76)$$

Esta ecuación se puede aproximar a:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{2|x_2 - x_1|}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty S_{DMH} \sigma(\mathbf{r}) dy dx dz \cong \frac{2|x_2 - x_1|}{\pi} \sum_{k=1}^{n_{celdas}} \left\{ \sum_{i=1}^{m_{Subceldas}} S_{DMH} \Delta y_i \Delta x_i \Delta z_i \right\} \sigma_k, \quad (77)$$

Para cual  $\frac{2|x_2 - x_1|}{\pi} \sum_{i=1}^{m_{Subceldas}} S_{DMH} \Delta y_i \Delta x_i \Delta z_i$  provee los coeficientes de la matriz jacobiana correspondiente. Donde las integrales en (77) son resueltas en pasos discretos, subdividiendo la  $k$ -ésima región en  $m$  subceldas.

### III.9 Trazado de rayos

Para resolver el problema inverso en sismica se recurrió al trazado de rayos sísmicos, donde tenemos que un rayo sísmico es definido por una trayectoria continua perpendicular al frente de onda propagado en el medio. En este caso, dado que ya se conoce la distribución del frente de onda; un determinado rayo que llega a un receptor puede ser seguido a través del gradiente  $\mathbf{S} = \nabla t$  del campo de tiempos de viaje determinado del modelado directo según lo hecho por Zelt y Barton (1998) y Hole y Zelt (1995) (véase Figura 24). Una vez que el rayo esta determinado, el tiempo de viaje a lo largo de la trayectoria  $l$  se puede calcular con la ecuación de Abel como:

$$t = \int_l s(x, z) dl, \quad (78)$$

la cual se aproxima a través de segmentos de trayectorias rectas, transformándose en

$$\sum_{i=1}^n s_i \Delta l_i, \quad (79)$$

donde:

$t$  es el tiempo de viaje del frente de onda

$s$  es la lentitud

$\Delta l_i$  es el intervalo de trayectoria en una celda de velocidad sísmica constante.

Mediante esta forma, el segmento de recta  $\Delta l_i$  proporciona la derivada  $\frac{\partial t}{\partial s_i}$  es decir, cada elemento de la matriz de sensibilidad  $\mathbf{A}_s$  requerida en el proceso de inversión. El algoritmo de trazado de rayos empleado aquí, es aquél desarrollado por Gallardo-Delgado (2004).

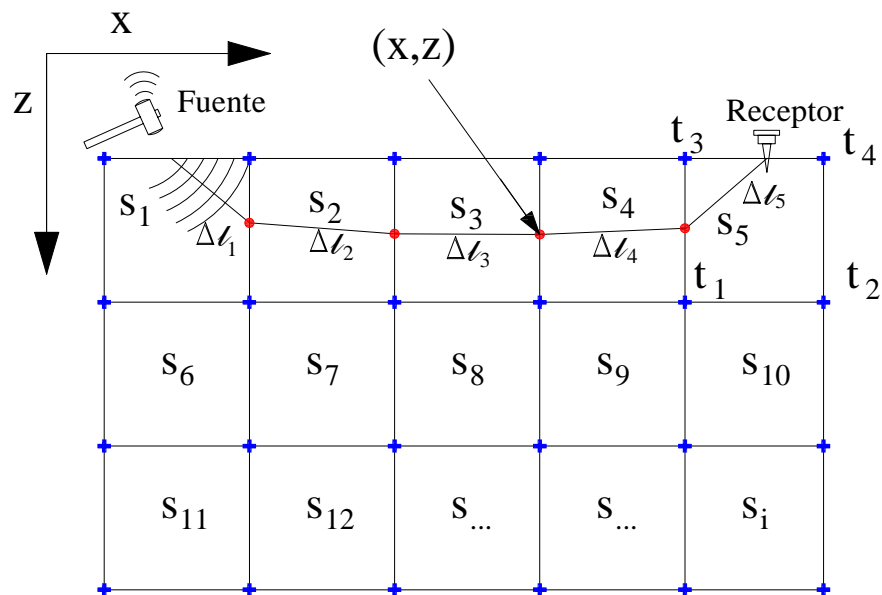


Figura 24. Ilustración del trazado de rayos de las ondas sísmicas de primeros arribos, el cual se hace partiendo del receptor hacia la fuente siguiendo la perpendicular al frente de onda. Este frente de onda se determina de los tiempos de arribo a través del modelado directo.

## IV. EXPERIMENTOS CON DATOS SINTÉTICOS

### IV.1. Introducción

En el presente capítulo se plantea el análisis de las ventajas y las limitaciones que se tienen al incorporar datos electromagnéticos a bajo número de inducción del tipo EM34 en experimentos de inversión conjunta. Para esto se propone la aplicación de los algoritmos de inversión conjunta desarrollados para varias combinaciones de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos generados de modelos sintéticos del subsuelo. En una primera parte se plantea un modelo sencillo (Modelo 1) que comprende únicamente dos prismas inmersos en un medio homogéneo. En una segunda serie de pruebas se incorpora un modelo más complicado (Modelo 2), el cual está constituido por un medio de valores de resistividad-velocidad alternantes del tipo de “tablero de ajedrez” (Zelt, *et al.*, 2001). En este último grupo de experimentos se emplearon únicamente prismas de dimensiones grandes (10x20m) para asegurar que los datos sean efectivamente sensibles a sus cambios.

Para ambos modelos se calcularon datos sintéticos que incluyen datos de resistividad aparente por corriente directa y datos electromagnéticos a bajo número de inducción (EM34) para el modelo eléctrico y, de igual manera, datos de tiempo de primeros arribos para el modelo sísmico. Primero se efectuó la inversión separada de cada tipo de datos para establecer un marco comparativo, luego se continuó con la inversión conjunta de los datos electromagnéticos y sísmicos en varios experimentos: a) inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y sísmica de refracción b) inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y horizontal y de sísmica de refracción c) inversión conjunta de datos de



resistividad y sísmica de refracción y d) inversión conjunta de datos de resistividad, EM34 en dipolo magnético vertical y horizontal y tiempos de primeros arribos de ondas sísmicas. Estos experimentos de inversión conjunta tienen el objetivo de ver detalladamente los cambios que tienen los modelos electromagnéticos y sísmicos estimados al incorporar cada vez más información de otro método geofísico y, en particular, las ventajas de involucrar los diferentes datos electromagnéticos en la inversión conjunta.

## **IV.2 Modelo 1: Dos prismas inmersos en un medio homogéneo**

### **IV.2.1 Planteamiento del modelo**

Para probar el funcionamiento de los algoritmos y programas de inversión conjunta desarrollados se decidió conveniente aplicarlo en datos sintéticos generados con un modelo lo más simple posible. El modelo seleccionado consiste de dos prismas rectangulares de 25x20 m inmersos en un medio homogéneo de resistividad eléctrica constante ( $\rho_0 = 3$  Ohm-m) y de velocidad sísmica creciente con la profundidad. Es importante hacer notar que, aunque se pudo haber seleccionado un medio de velocidad constante para el medio encajonante, se prefirió utilizar un medio de velocidad creciente para asegurar una mejor cobertura de rayos sísmicos en profundidad. A los prismas se les asignó una resistividad de 30 Ohm-m y una velocidad de 0.5 km/s.

El subsuelo fue finamente discretizado en un perfil de 100 m con celdas de 2 m de ancho; mientras que, fuera de este perfil, los anchos de las celdas se incrementaron logarítmicamente hasta alcanzar una distancia de 1000 m. De igual manera, el espesor de

las celdas se fue incrementando gradualmente con la profundidad comenzando con 0.2 m hasta 1000 m. Esta discretización fue seleccionada para aprovechar los prismas empleados en la inversión, observando principalmente la resolución de los aparatos, la cobertura de los rayos sísmicos y el decaimiento de los campos electromagnéticos con la distancia.

Estos modelos fueron empleados para calcular datos sintéticos de conductividad aparente y tiempos de arribo. Los datos sintéticos fueron calculados en una distribución espacial idéntica a la que se tiene en los datos de campo del capítulo siguiente para poder llevar a cabo una comparación de la resolución de la técnica de inversión conjunta. El perfil fue tomado de -50 m a +50 m donde los arreglos de bobinas electromagnéticas fueron desplazándose cada 5 m a lo largo del perfil. Se supusieron arreglos de dipolos verticales y horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m entre el transmisor y receptor (véase Figura 1), debido a que son las aberturas del equipo EM34, el cual se utilizará en los datos reales.

Los datos electromagnéticos obtenidos para este modelo se muestran en la Figura 25. Se observa que para ambos datos las anomalías no se encuentran en la posición de los prismas propuestos, sino se concentran en el centro del perfil. Se observa que los valores de conductividad aparente del área circundante corresponden al valor del semi-espacio propuesto y que para el caso del dipolo magnético vertical el efecto de los bloques es más sensible a una distancia más alejada que en el caso de dipolo horizontal. En el caso de los datos eléctricos se utilizó el arreglo Schlumberger con aberturas máximas de hasta 30 m en algunos casos y el arreglo dipolo-dipolo para una sección del perfil. Estos datos se ilustran en la Figura 26. Se observa en el caso del arreglo de dipolo-dipolo que los valores de resistividad observados en la parte superficial, son los aproximados a los valores del semi-

espacio y que además existen bandas de altas y bajas resistividades, las que se puede pensar que podrían ser asociadas a la presencia de los bloques. Para el caso del arreglo Schlumberger se observa que los gráficos presentan una serie de incrementos en los sitios donde fueron colocados los prismas, lo que se podría asociar a la alta resistividad de los prismas propuestos. Para el caso de los datos sísmicos se propuso un tendido de 48 geófonos espaciados cada 2 m, utilizando 6 puntos de tiro en el perfil, como se muestra en la Figura 27. Se observa que los datos son muy poco sensibles a los prismas de baja velocidad, ya que se no se percibe un cambio significativo en las pendientes de la gráficas de cada fuente que nos pudiera indicar la presencia de los prismas, esto aún para los geófonos más separados. A estos datos no se les agregó ruido aleatorio para centrarse en la resolución de las diferentes técnicas y el experimento con datos con ruido se dejó exclusivamente para los datos reales.

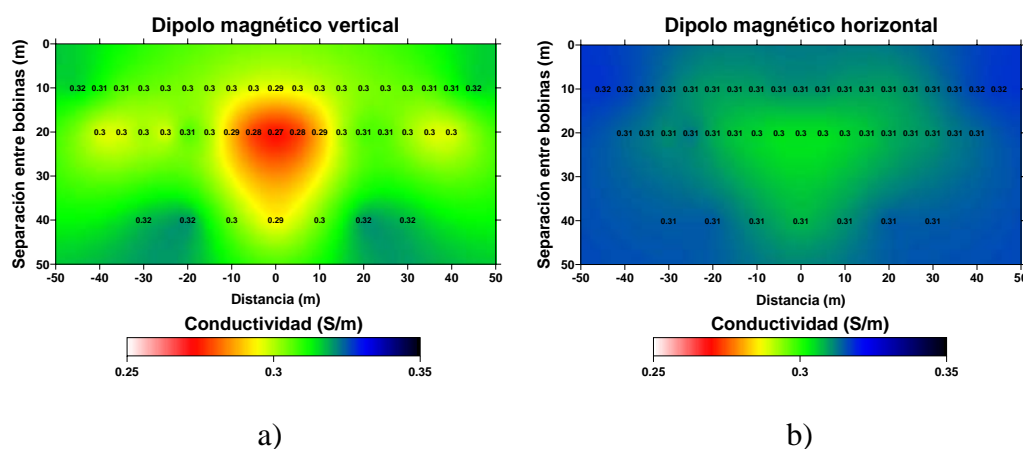


Figura 25. Respuesta sintética en conductividad aparente del modelo de prueba de conductividades mostrado en la Figura 28. a) Corresponde a la respuesta de los dipolos magnéticos verticales espaciados a 10, 20 y 40 m. b) Es la respuesta a los dipolos magnéticos horizontales con los mismos espaciados.

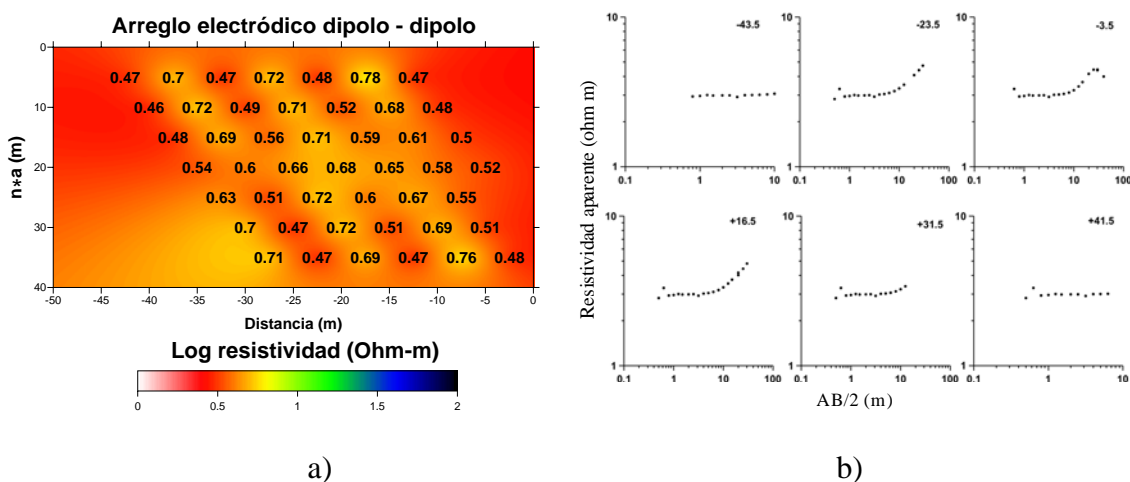


Figura 26. Respuesta sintética en resistividad aparente del modelo de conductividades mostrado en la Figura 31. a) Corresponde a los datos de resistividad aparente de un perfil tipo dipolo-dipolo con separaciones de  $a = 5$  m. b) Son datos de resistividad para arreglos tipo Schlumberger ubicados en la posición indicada en cada recuadro.

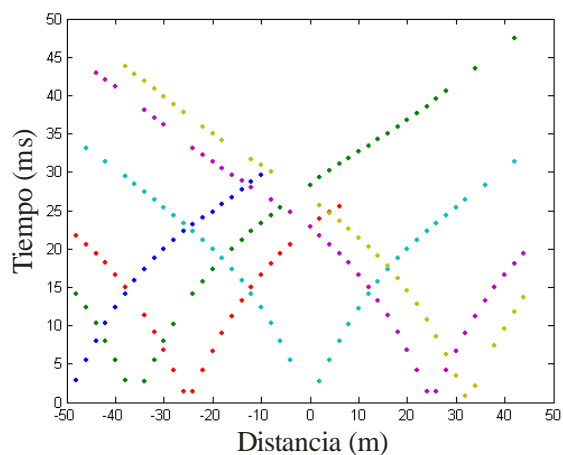


Figura 27. Gráfica de tiempos de primeros arribo de la onda P sintéticos para el perfil de refracción propuesto sobre el modelo de la Figura 28. Note la asimetría de las fuentes en el perfil y el aspecto curvo de los tiempos de arribo.

A continuación se presentan los modelos que se obtuvieron con inversión separada y conjunta empleando diferentes grupos de datos sintéticos. En estos experimentos se consideraron ambas formulaciones para el modelado electromagnético: empleando conductividades eléctricas siguiendo la formulación descrita en II.2 ó bien el logaritmo de las resistividades del subsuelo siguiendo la formulación descrita en la sección II.2.2 ecuación (7). Todos estos procesos fueron iniciados con un medio homogéneo para el caso del modelo de resistividades/conductividades y un modelo de velocidades que es creciente con la profundidad, el cual es idéntico al semi-espacio del modelo sintético original. El factor  $\beta$  que regula el ajuste de los datos durante el proceso fue variando de 1000 hasta 1 mientras que los factores de suavizamiento  $\alpha_r$  y  $\alpha_s$  fueron seleccionados a través de experimentaciones de prueba y error.

#### **IV.2.2 Inversión de datos empleando conductividad y velocidades sísmicas**

La formulación de inversión en la que se estima directamente la conductividad de las celdas tiene la ventaja de que no utiliza la aproximación dada por la ecuación (7) y por lo tanto sería la formulación más correcta de acuerdo a Pérez-Flores et al. (2001); sin embargo, no permite la incorporación de los datos de corriente directa, regidos por la ecuación (7).

##### *a) Inversión separada de datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo.*

En este experimento se consideraron únicamente los datos de dipolo magnético vertical ilustrados en la Figura 25a para generar un modelo eléctrico y los datos de tiempo

de arriba de la Figura 27 para generar un modelo de velocidades sísmicas. Estos datos se invierten de manera separada para posteriormente comparar las ventajas de la inversión conjunta. Para hacer más clara la comparación, también se realizó el proceso de inversión buscando un ajuste gradual de los datos electromagnéticos y sísmicos. Sin embargo, es importante destacar que la inversión de datos electromagnéticos pudo haber sido igualmente resuelta en una sola iteración ya que la formulación descrita en la sección III.5 es lineal.

El proceso de inversión convergió después de 13 iteraciones generando los modelos que se ilustran en la Figura 28. Los modelos obtenidos para cada paso iterativo fueron justificando gradualmente los datos, alcanzando el proceso un ajuste final (rms normalizado) de 0.001 para el caso de datos de dipolo magnético vertical y de 0.002 para los tiempos de arribo, ya que los datos no tienen ningún ruido agregado. Se observa que en el caso de la imagen de resistividad eléctrica derivada de los datos de dipolo magnético vertical, sí se alcanzan a recuperar los prismas tanto en su posición como en sus dimensiones aproximadas algo que se esperaba de acuerdo a los datos generados. De igual manera, se observa que las áreas circundantes son rellenadas con un medio uniforme con valores de resistividad que corresponden al valor del semi-espacio propuesto en el modelo sintético original. Para el caso del modelo sísmico, los bloques de velocidad sísmica constante que fueron propuestos en el modelo sintético son menos notables que sus contrapartes electromagnéticas. Sin embargo, a pesar de no alcanzarse los valores de las velocidades esperadas en los bloques, las heterogeneidades todavía son perceptibles. En particular, el bloque de la derecha está menos definido que el de la izquierda porque en esta área es menor la cobertura de los

rayos sísmicos. El medio circundante presenta la velocidad lineal propuesta para el modelo sintético.

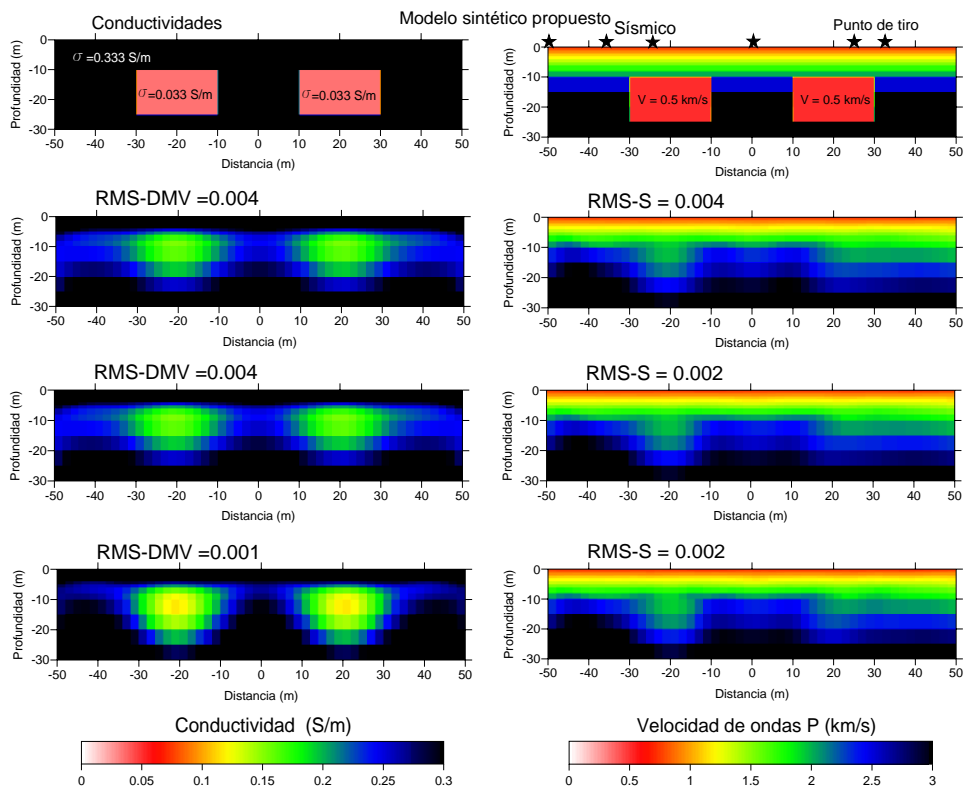


Figura 28. Evolución del proceso de inversión separada de datos de dipolo magnético vertical mostrados en la Figura 25a y los datos sísmicos mostrados en la Figura 27. La columna de la izquierda son modelos de conductividad obtenidos en diferentes iteraciones y la columna de la derecha muestra modelos de velocidades sísmicas para las mismas iteraciones. Los valores anotados corresponden al nivel RMS de ajuste alcanzando en los datos. Estos valores son pequeños porque los datos no tienen ningún error agregado.

En general, se observa que los modelos ajustan los datos aceptablemente, pero los modelos individuales tienen ciertas diferencias geométricas que se espera sean reducidas en los

modelos que resulten de la inversión conjunta de los mismos datos.

*b) Inversión conjunta de datos de dipolos magnéticos verticales y tiempos de arribo*

Un primer experimento con el algoritmo de inversión conjunta desarrollado consistió en invertir conjuntamente los mismos datos electromagnéticos y de tiempos de arribo empleados en el experimento anterior. Este experimento es importante ya que permite una comparación directa con las técnicas convencionales de inversión separada. Primeramente, se consideraron solamente los datos del dipolo magnético vertical y los tiempos de arribo para generar un modelo eléctrico y un modelo de velocidades sísmicas.

Este proceso convergió después de 17 iteraciones a los modelos que se ilustran en la Figura 29. Para fines de comparación, la Figura 29 también incluye aquellos modelos correspondientes a los diferentes pasos iterativos. Se observa que en el caso de los modelos de resistividad eléctrica del subsuelo se alcanza a recuperar la posición de los prismas, y aunque las estructuras delimitadas de resistividad, que corresponderían a los bloques, se encuentran un poco más dispersos respecto a aquellos obtenidos en la inversión separada, aún se pueden percibir claramente los dos bloques. Al igual que en el experimento previo, las áreas circundantes presentan un valor de resistividad casi constante, el cual corresponde al valor del semi-espacio propuesto en el modelo sintético original. Para el caso del modelo sísmico, las mejoras en el modelo son más notables; por ejemplo, tenemos dos heterogeneidades en el modelo de velocidades que corresponden, en posición y dimensiones, a aquéllas propuestas en el modelo sintético. A pesar de que estas heterogeneidades son más claras en el modelo obtenido por inversión conjunta que en aquél



obtenido por inversión separada, aún se tiene una menor recuperación del prisma del lado derecho que, como en el caso anterior, es atribuida a la menor cobertura de los rayos sísmicos en esta área.

También es notable que, a pesar de que las heterogeneidades son más perceptibles que en el caso de inversión separada y que el medio circundante presenta la velocidad lineal propuesta para el modelo sintético, el modelo obtenido no alcanza los valores de las velocidades de los bloques.

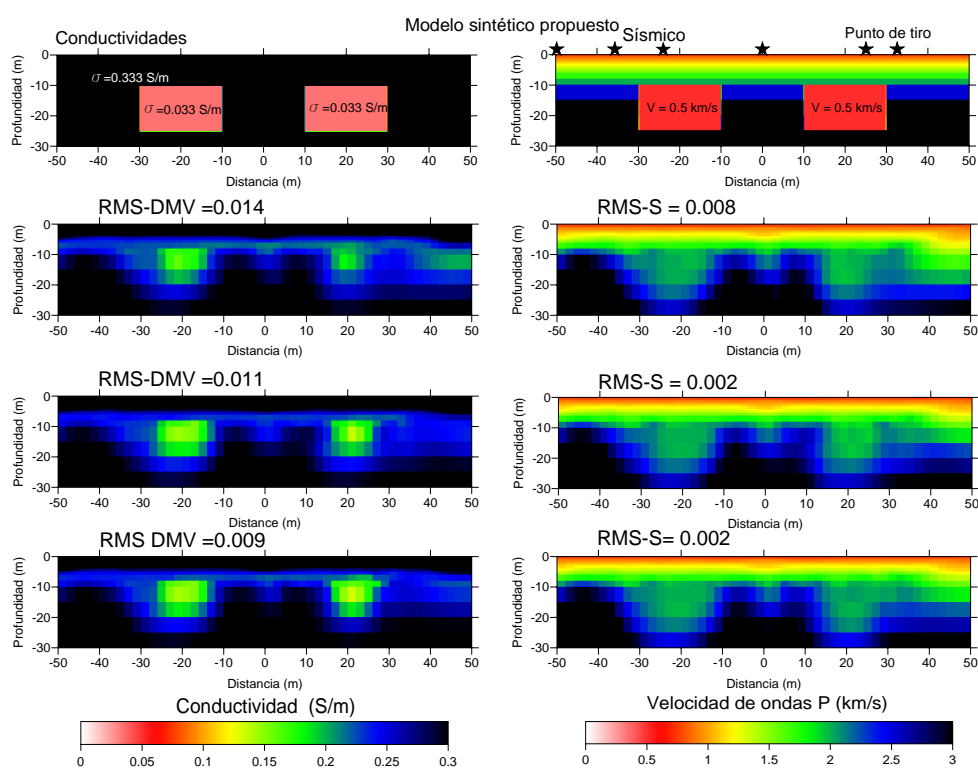


Figura 29. Evolución de los modelos de resistividad y velocidades sísmicas obtenidos durante el proceso de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo de ondas sísmicas. Cada paso corresponde a un valor menor de  $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos según el nivel RMS indicado sobre cada modelo.

Los modelos presentados en la Figura 29, fueron justificando gradual y simultáneamente los datos electromagnéticos y sísmicos, alcanzando un ajuste final (rms normalizado) de 0.009 para el caso de datos de dipolo magnético vertical y de 0.002 para los tiempos de arribo.

En general, observamos que los modelos ajustan los datos satisfactoriamente y que hay una mayor similitud de ambas imágenes entre sí. Aún así, esperamos que las diferencias entre los modelos obtenidos y los sintéticos sean reducidas con la incorporación de los datos del dipolo horizontal en el proceso de inversión conjunta.

*c) Inversión conjunta de datos de dipolos magnéticos verticales, horizontales y tiempos de arribo.*

Para realizar el siguiente experimento se consideraron simultáneamente los datos de dipolos magnéticos verticales, horizontales y tiempos de arribo, para generar un modelo de conductividades eléctricas y uno de velocidades sísmicas. El proceso convergió después de 18 iteraciones generando los modelos que se ilustran en la Figura 30.

Se observa que, en el caso del modelo de conductividades, se vuelven a presentar las dos heterogeneidades que corresponden a los prismas propuestos en el modelo sintético tanto en posición como en sus dimensiones e incluso, el valor de conductividad es más aproximado al del valor del modelo propuesto. Los valores de conductividad obtenidos para las áreas circundantes son mayormente homogéneos y corresponden al valor del semi-espacio. Más sorprendente aún, es la mejoría en el modelo de velocidades sísmicas con respecto a aquéllos obtenidos en los experimentos anteriores. En este modelo se obtienen

heterogeneidades que corresponden más, tanto en posición, dimensiones y forma, a los prismas del modelo sintético. Esta mejoría es más evidente en el prisma del lado izquierdo, donde se obtiene una mejor definición de la imagen; mientras que, la heterogeneidad del lado derecho aún sufre los efectos de la escasa cobertura de rayos sísmicos en esta zona.

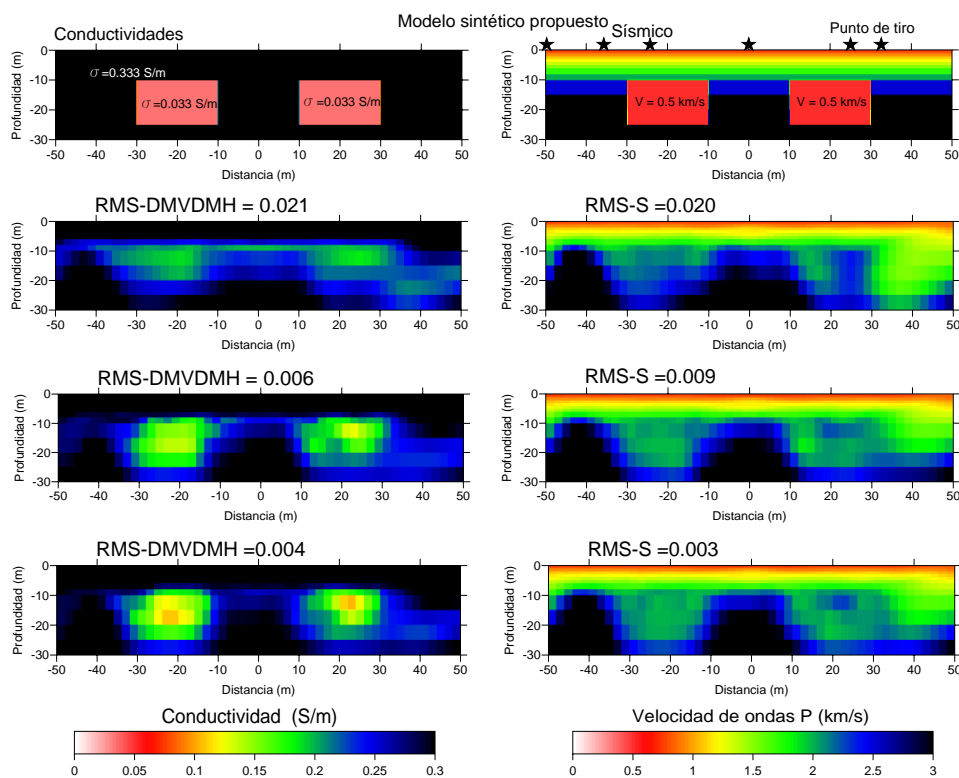


Figura 30. Evolución de los modelos de conductividad y velocidades sísmicas obtenidos durante el proceso de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical, horizontal y tiempos de arribo de ondas P. Cada paso corresponde a un valor menor de  $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos.

Al igual que en el experimento anterior, los modelos fueron justificando gradualmente los datos, alcanzando un ajuste final (RMS normalizado) de 0.004 para el caso de los datos de

dipolo magnético vertical y horizontal así como de 0.003 para los tiempos de arribo.

En general se observa que al incorporar la información del dipolo horizontal hay una mayor definición en ambas imágenes. Con esto podemos concluir que al invertir conjuntamente una mayor cantidad de datos podemos resolver algunas discrepancias en las heterogeneidades que pudieran surgir en nuestros modelos; lo cual beneficia aún a aquellos modelos que no son sensibles estrictamente al mismo dato. Por ejemplo, el incorporar datos electromagnéticos complementarios (de dipolo magnético horizontal) modificó favorablemente el modelo sísmico obtenido.

#### **IV.2.3 Inversión de datos empleando resistividad y velocidades sísmicas**

La siguiente serie de experimentos se realizaron empleando la formulación matemática dada en la ecuación (7); es decir, estimando directamente el logaritmo de la resistividad de las celdas. Como se explicó anteriormente, esta formulación tiene la desventaja de incluir una hipótesis adicional en la derivación matemática, la cual la hace menos exacta. Sin embargo, si se asegura que el efecto en esta inexactitud no es muy grande, podría resultar en una formulación eficiente para invertir conjuntamente otros datos electromagnéticos, particularmente aquellos datos obtenidos por mediciones de resistividad empleando corriente directa. En esta sección se incorporan los datos sintéticos de resistividad por corriente directa, los cuales son invertidos conjuntamente para analizar las ventajas de incorporarlos y ponderar sobre las limitaciones que resultan de la aproximación, menos exacta, aplicada al modelado de datos electromagnéticos EM34.

a) *Inversión conjunta de datos de corriente directa y tiempos de arribo*

En este experimento, se consideran únicamente los datos de resistividad por corriente directa y los tiempos de arribo para generar un modelo eléctrico y uno de velocidades sísmicas, realizando la inversión en forma separada y conjunta; es decir, no se incorporó ningún dato electromagnético (EM34). Se emplearon también los mismos parámetros de proceso que en los ejemplos anteriores, incluyendo, el modelo inicial y factores de suavizamiento ( $\alpha$ ) y nivel requerido de ajuste ( $\beta$ ). Los procesos de inversión separada y conjunta de los datos eléctricos (de la Figura 26) y sísmicos (de la Figura 27) convergieron a los modelos ilustrados en la Figura 31.

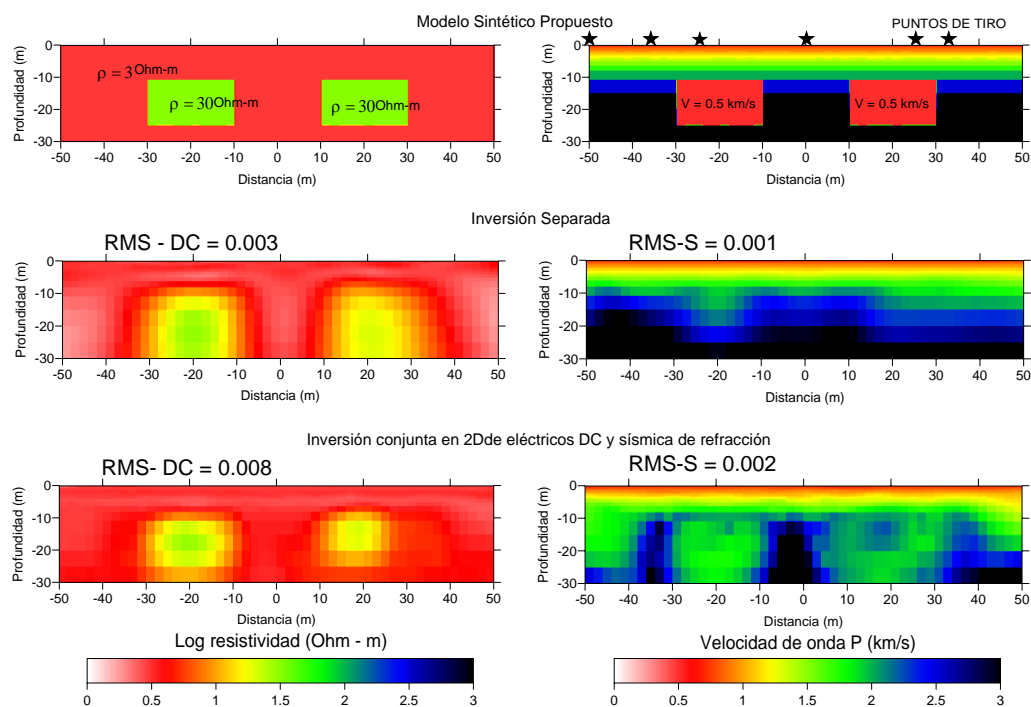


Figura 31. Modelos de resistividad (columna de la izquierda) y velocidades sísmicas (columna de la derecha) obtenidos con inversión separada y conjunta de datos eléctricos y tiempos de arribo de ondas P.

Se observa que, en el caso del modelo de inversión separada, las heterogeneidades se encuentran en su posición y con su valor aproximado, pero su forma no es tan rectangular como la del modelo propuesto. Para el caso del modelo de inversión conjunta, las heterogeneidades que corresponden a los prismas propuestos están bien limitadas tanto en posición, forma e incluso sus valores se aproximan más a los valores propuestos de resistividad. De manera análoga, las áreas circundantes presentan un valor de resistividad que corresponde con aquel del material uniforme que constituye el semi-espacio. Esto da cuenta de la excelente resolución de los datos eléctricos propuestos y del rol importante que tienen en el proceso de inversión conjunta. El modelo sísmico también se ve beneficiado por la inversión conjunta con una mejor definición de los prismas. De acuerdo con los resultados de estos experimentos es de esperarse que la combinación de todos los tipos de datos involucrados mejore notablemente la definición de las heterogeneidades en ambos modelos.

*b) Inversión conjunta de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos empleando resistividad y velocidades sísmicas.*

En el siguiente experimento se realizó la inversión conjunta de los datos eléctricos, electromagnéticos (dipolos verticales y horizontales) y tiempos de arribo ilustrados en las Figuras 25, 26 y 27. El proceso convergió después de 25 iteraciones a los modelos de resistividades y velocidades sísmicas ilustrados en la Figura 32.

Se observa que tanto en el modelo de resistividades como en el de velocidades sísmicas si se alcanzan a recuperar las heterogeneidades que corresponden con los prismas del modelo sintético. Estas heterogeneidades coinciden en posición y dimensiones al modelo

propuesto. También las áreas circundantes tienen valores de resistividad uniforme que corresponden al valor del semi-espacio; esto es, un valor de resistividad constante y de velocidad que se incrementa linealmente con la profundidad. En cuanto a los valores de resistividad obtenidos para la zona donde están los prismas, se puede notar que corresponden aproximadamente al valor propuesto, mientras que los valores de sus velocidades sísmicas aún no llegan al valor asignado a los prismas en el modelo sintético. En ambos casos, se observa que las heterogeneidades son totalmente perceptibles y bien definidas.

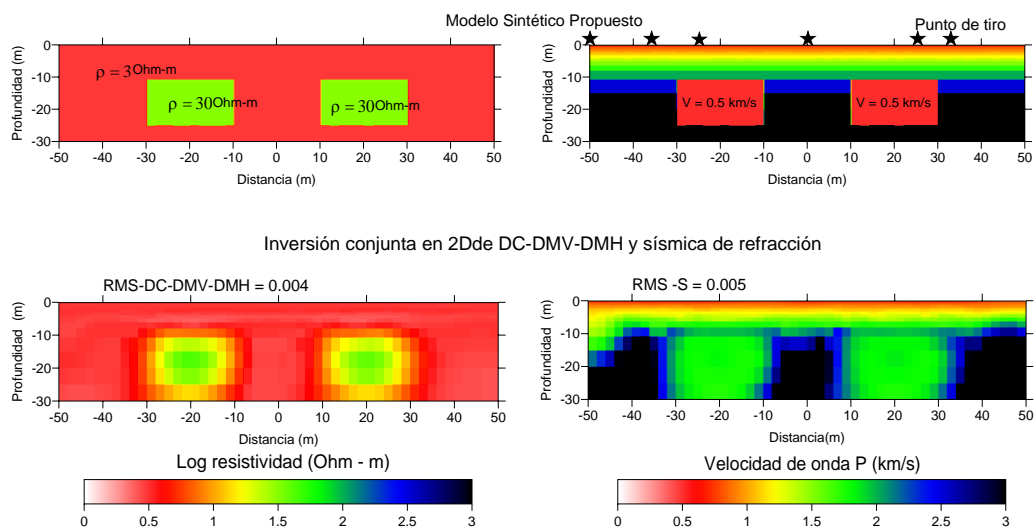


Figura 32. Modelos de resistividad y velocidades sísmicas obtenidos de inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de arribo de ondas P.

En general se observa que al incorporar los datos de resistividad aparente a los datos electromagnéticos se obtienen modelos con una mayor definición que aquéllos obtenidos

tratando los datos por separado y que esto se propaga favorablemente a los modelos sísmicos. Con esto concluimos que, a pesar de que no se empleó la aproximación de modelado más exacta la incorporación de información electromagnética adicional (en este caso resistividad por corriente directa) es útil para resolver detalles más finos del modelo del subsuelo, los cuales también se propagan a los modelos de velocidades sísmicas.

### **IV.3 Modelo 2: Modelo tipo tablero de ajedrez**

#### **IV.3.1 Planteamiento del modelo**

Para hacer un análisis más exhaustivo de la resolución de las técnicas de inversión conjunta desarrolladas, se consideró conveniente replantear el modelo sintético basado en dos prismas por otro que presente una mayor cantidad de heterogeneidades. Un modelo que es usado comúnmente para analizar la resolución de las técnicas de inversión es el conocido como tablero de ajedrez (checkerboard) (Zelt, *et al.*, 2001; Zelt, 1998). En este caso el modelo del subsuelo está dividido en un conjunto de bloques rectangulares con valores alternantes tanto en su resistividad como en su velocidad sísmica. Para este modelo, los bloques seleccionados fueron de 10x20 m. Mientras que para el caso del modelo de resistividades eléctricas un modelo de tablero de ajedrez convencional resulta apropiado, para el caso sísmico existe el inconveniente de que los rayos sísmicos en el modelo sintético no penetran más allá del primer renglón de bloques. Esto llevó a modificar el tablero de ajedrez convencional a una variante en la cual la velocidad sísmica va creciendo con la profundidad mientras que en un conjunto alternante de bloques se mantiene constante (véase Figura 36). A los prismas se les asignaron conductividades de 0.3333 y



0.0333 S/m, como se ilustra en la Figura 36. Para el modelo sísmico correspondiente se emplearon una velocidad sísmica constante de 0.5 km/s para un juego de bloques y para los demás bloques una velocidad creciente con la profundidad dada por la relación

$$v = 88.65s^{-1} * z + 770.6 \text{ m/s}; \quad (78)$$

este modelo se muestra en la Figura 36.

Tanto la discretización del modelo como el cálculo de los datos sintéticos fueron hechos de manera completamente idéntica al modelo de dos prismas, es decir, idéntica al experimento con datos reales. Como es de esperarse, este modelo seguramente presentará mayores dificultades, ya que tiene un mayor contraste entre los bloques además de contar con una gran cantidad de vértices en los cuales el criterio de gradientes-cruzados presentará singularidades. Para concentrarse en el análisis de estos problemas en la inversión, a los datos generados no se les agregó ningún ruido aleatorio. Las graficas de los diferentes datos generados se muestran en las Figuras 33, 34 y 35. Para los datos electromagnéticos se observa que el dipolo magnético horizontal es claramente sensible a las dos primeras hileras de bloques, aunque no tiene la definición para detectar las fronteras entre la segunda y tercer hileras. Para el caso de dipolo vertical se observó una alternancia de valores altos y bajos de conductividad los cuales podrían ser asociadas a las primeras hileras. En el caso de dipolo-dipolo se observa que los valores de resistividad presentan una alternancia que se podría asociar a la alternancia en la resistividad de los prismas. En los sondeos eléctricos verticales se observan resistividades aparentes altas y bajas, las cuales claramente corresponden a las resistividades de la primera y segunda hilera de bloques. Los tiempos de arribo de la Figura 35 muestran una serie de altas y bajas pendientes en la

mayoría de las fuentes, lo que se podría interpretar como altas y bajas velocidades de los prismas propuestos.

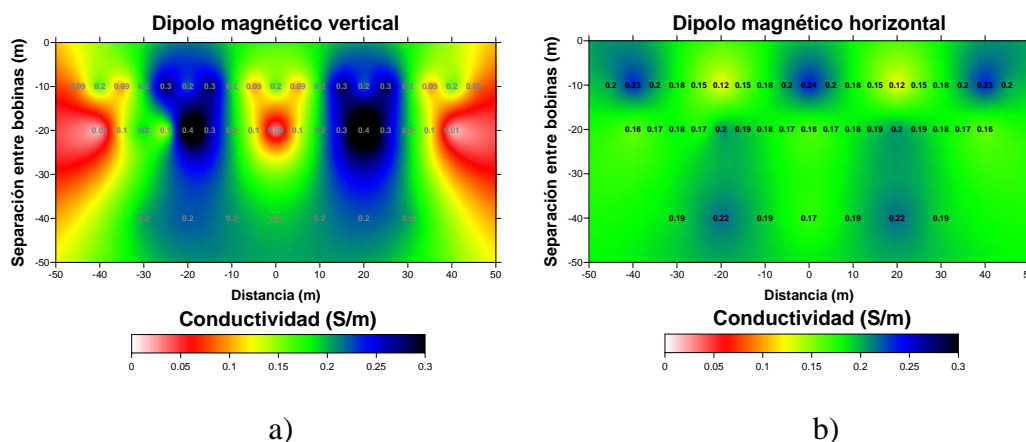


Figura 33. Respuesta en conductividad aparente de los dipolos magnéticos verticales (a) y horizontales (b), del modelo de conductividades de la Figura 36.

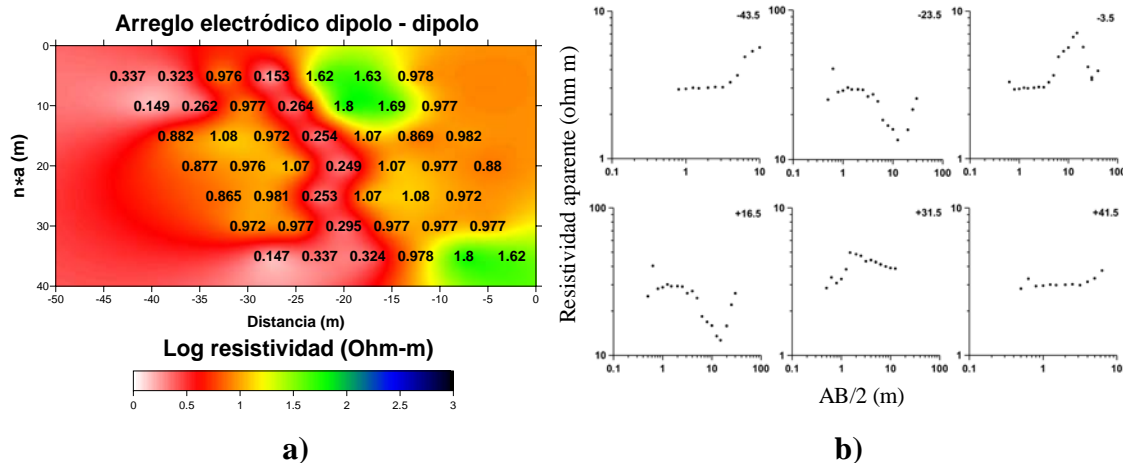


Figura 34. Respuesta en resistividad aparente del modelo 36 para un perfil dipolo-dipolo (a) y sondeos eléctricos verticales Schlumberger (b). Los números anotados en (a) corresponden a la resistividad aparente y los números indicados por (b) corresponden a la posición del sondeo en el perfil.

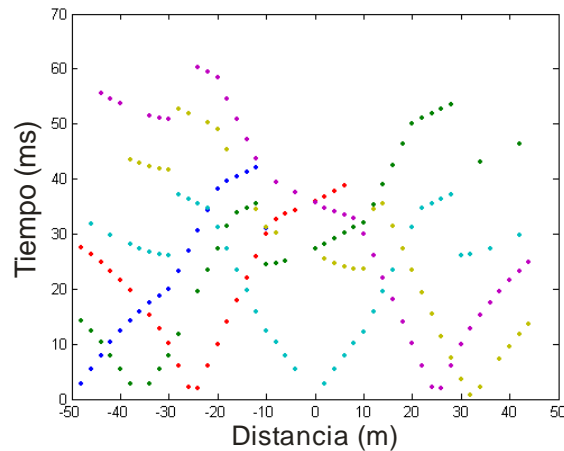


Figura 35. Gráfica de tiempos de primeros arribos de la onda P sintéticos para el perfil de refracción propuesto sobre el modelo de la figura 36. Note la asimetría de las fuentes en el perfil y lo irregular de los tiempos de arribo.

A continuación se presentan experimentos de inversión separada y conjunta de varias combinaciones de los datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos sintéticos. Todos los procesos fueron iniciados con un modelo homogéneo de resistividades y un modelo de velocidad que es creciente con la profundidad usando la ley de velocidades dada (78). El factor  $\beta$  que regula el ajuste del proceso fue variando desde 1000 hasta 1 (ajuste de los datos al nivel de precisión requerido) mientras que  $\alpha_r$  y  $\alpha_s$  fueron seleccionados después de varios experimentos, es decir de ensayos de prueba y error. Todos los experimentos son análogos tanto en las formulaciones matemáticas y combinaciones de datos a aquéllos hechos para el Modelo 1.

### IV.3.2 Inversión de datos empleando conductividad y velocidades sísmicas

Al igual que los experimentos realizados en el ejemplo de dos prismas, primero se analizarán los resultados que se obtienen con la inversión separada y conjunta de los datos electromagnéticos de bobinas verticales y horizontales y de tiempos de arribo de ondas sísmicas empleando el algoritmo basado en la formulación matemática más exacta, dada en el capítulo II. Luego, en la sección siguiente se aplicará el algoritmo basado en la aproximación de la sección II.3 para incorporar mediciones de resistividad por corriente continua. Aunque es posible que las conclusiones que se obtengan sean similares, los experimentos con este modelo permitirían verificar la efectividad de cualquiera de las formulaciones en un modelo compuesto por muchos bloques con muchos contrastes de resistividades y, por lo tanto, validar su uso potencial en datos reales.

#### *a) Inversión separada de datos de dipolos magnéticos verticales y tiempos de arribo.*

El primer experimento con este modelo de tablero de ajedrez es el de la inversión separada de los datos electromagnéticos de dipolo magnético vertical y de tiempos de arribo mostrados en las Figuras 33a y 35. El proceso de inversión de datos sísmicos resultó complicado y los mejores resultados se pudieron obtener después de 24 iteraciones. Los modelos obtenidos se muestran en la Figura 36. Estos modelos sólo alcanzaron los ajustes finales de 0.768 para el caso de datos de dipolo magnético vertical y de 41.543 para los tiempos de arribo.

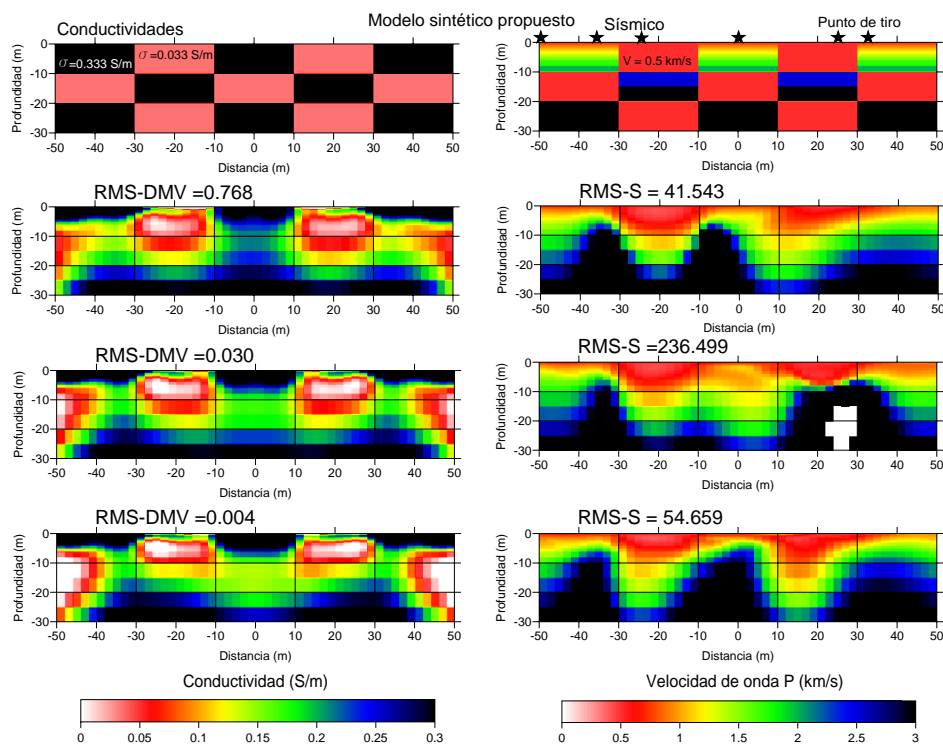


Figura 36. Evolución del proceso de inversión separada de datos de dipolo magnético vertical mostrados en la Figura 33a y los datos sísmicos mostrados en la Figura 35. La columna de la izquierda son modelos de conductividad obtenidos en diferentes iteraciones y la columna de la derecha muestra modelos de velocidades sísmicas para las mismas iteraciones. Los valores anotados corresponden al nivel RMS de ajuste alcanzando en los datos.

Se observa que ambos modelos resuelven adecuadamente todos los bloques que se encuentran a una profundidad entre 0 y 10 m. También se observa que los bloques existentes a profundidades mayores a 10 m no se pudieron resolver en ninguno de los dos modelos. Una primera conclusión de esto sería que ninguno de los datos geofísicos, de manera individual, tiene la capacidad de detectar heterogeneidades a estas profundidades. Sin embargo, es de esperarse que la combinación de ambos tipos de datos pueda guiar hacia una mejor definición de aquellos bloques a los que los datos son individualmente sensibles y que esto

pueda contribuir a resolver algunas de las estructuras que se encuentran a mayor profundidad, lo que será demostrado en los siguientes experimentos de inversión conjunta.

*b) Inversión conjunta de datos de dipolos magnéticos verticales y tiempos de arribo.*

Para realizar una comparación directa de las ventajas de la inversión conjunta sobre la inversión separada, en este experimento se invierten conjuntamente los mismos datos del ejemplo anterior (datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo de ondas sísmicas). Los datos se procesaron usando el algoritmo de inversión conjunta basado en conductividades. Este proceso convergió después de 30 iteraciones y los modelos obtenidos alcanzaron un ajuste final de 0.088 para el caso de los datos de dipolo magnético vertical y de 19.715 para los tiempos de arribo. Los modelos óptimos obtenidos se observan en la Figura 37. En esta figura se observa que el modelo de resistividades eléctricas fue distorsionado parcialmente por heterogeneidades más pequeñas que los bloques mismos y que, como resultado la imagen es menos definida que en el caso de inversión separada. Esto puede ser debido a un decremento del factor de suavizamiento  $\alpha$ , el cual permitió incorporar los abruptos contrastes que requieren tanto el modelo eléctrico como el sísmico. Es importante notar, que aunque un factor  $\beta$  menor hubiera reducido el ajuste de los datos. En el modelo sísmico sí se tiene una mejoría apreciable, ya que los prismas más superficiales (menos de 10 de profundidad) adquieren la forma rectangular requerida, lo cual es muy difícil de lograr en experimentos convencionales de tomografía sísmica. Desafortunadamente, no se percibe una mejoría en la resolución de los prismas más profundos. La expectativa sería que, para poder resolver prismas más profundos se

requieren datos complementarios que tengan esa capacidad de penetración, lo cual será demostrado en los siguientes experimentos que incorporan datos de dipolo magnético horizontal y de resistividad por corriente directa.

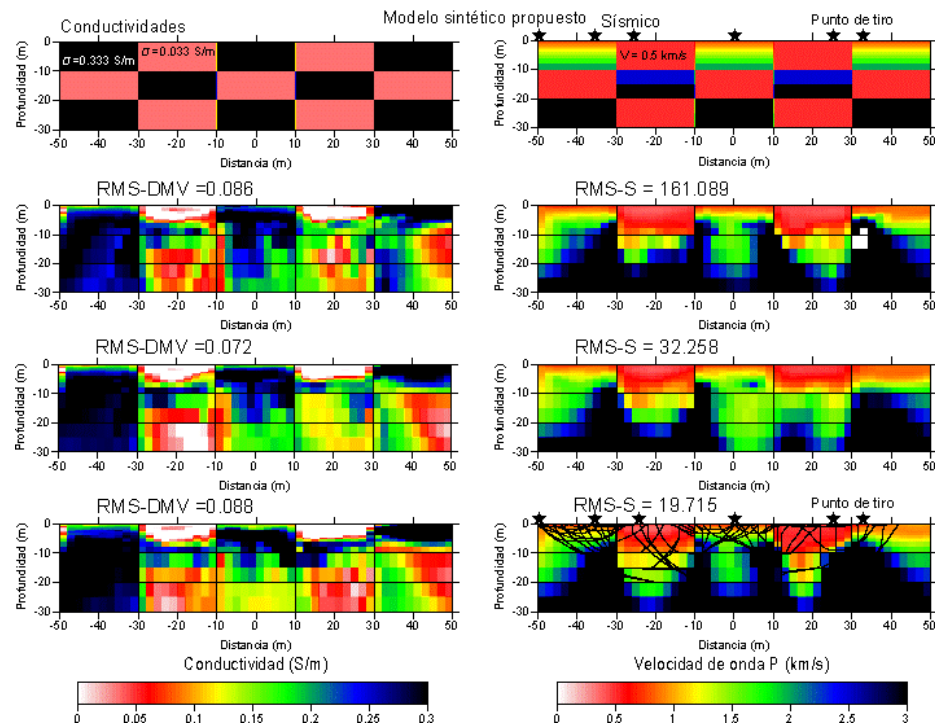


Figura 37. Evolución de los modelos de conductividades y velocidades sísmicas obtenidos durante el proceso de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo de ondas P. Cada paso corresponde a un valor menor de  $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos que en el caso de inversión separada. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.

*c) Inversión conjunta de datos de dipolos magnéticos verticales, horizontales y de tiempos de arribo.*

En este experimento se invierten conjuntamente los datos de dipolos magnéticos verticales, horizontales y tiempos de arribo ilustrados en la Figura 33 para generar un

modelo de conductividades eléctricas y uno de velocidades sísmicas. El proceso convergió, después de 34 iteraciones, a los modelos ilustrados en la Figura 38, los cuales alcanzaron un ajuste RMS final de 0.029 para los datos electromagnéticos y de 3.896 para los tiempos de arribo.

Se observa que el modelo de conductividades define con buen detalle la primera fila de prismas con profundidad de 10m. En el resto del modelo las heterogeneidades son poco definidas, aunque son mayormente perceptibles las heterogeneidades que se encuentran en las áreas más resistivas.

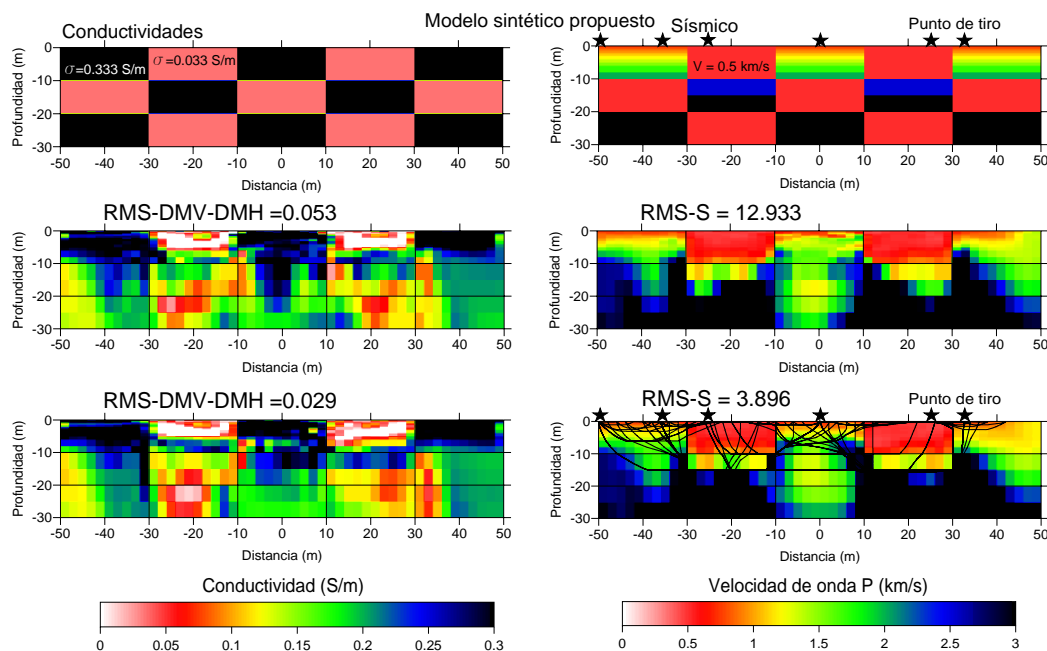


Figura 38. Evolución de los modelos de conductividad y velocidades sísmicas obtenidos durante el proceso de inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical, horizontal y tiempos de arribo de ondas P. Cada paso corresponde a un valor menor de  $\beta$ , el cual produce modelos con más heterogeneidades que ajustan mejor los datos. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.



En el caso del modelo sísmico, las mejoras con respecto al modelo obtenido del experimento anterior no son perceptibles. Es decir, sólo se alcanzan a recuperar los prismas que se encuentran a una profundidad de 10 m; mientras que, en el resto del modelo, no se definen claramente las heterogeneidades que corresponderían a los prismas; sin embargo, es notable que el ajuste de los datos mejoró considerablemente.

En general se observa que al incorporar la información del dipolo horizontal hay una mejor definición en las heterogeneidades de los prismas, con esto podemos concluir que al agregar mas información en la inversión conjunta podemos definir mejor las heterogeneidades que son comunes en ambos modelos. De igual manera, es de esperar que algunas de las deficiencias en la resolución de los modelos sean reducidas con información de los datos eléctricos de corriente directa en los siguientes experimentos.

#### **IV.3.3 Inversión conjunta de datos empleando resistividad y velocidades sísmicas**

Los siguientes experimentos se realizaron empleando la formulación matemática descrita en al sección II.3. Estos tienen el objetivo de hacer una comparación más rigurosa de las bondades de incorporar no sólo datos electromagnéticos, sino también datos de resistividad por corriente directa en el proceso de inversión conjunta en ambientes geológicos tan complejos como el del modelo sintético empleado aquí.

##### *a) Inversión conjunta de datos de corriente directa y tiempos de arribo.*

En este caso se consideraron únicamente los datos de corriente directa y los tiempos de arribo ilustrados en las Figuras 34 y 35 para generar un modelo de resistividades

eléctricas y uno de velocidades sísmicas. El proceso convergió después de 26 iteraciones a los modelos que se ilustran en la Figura 39, los cuales alcanzaron un ajuste final de 1.866 para el caso de los datos de resistividad por corriente directa y de 15.462 para los tiempos de arribo.

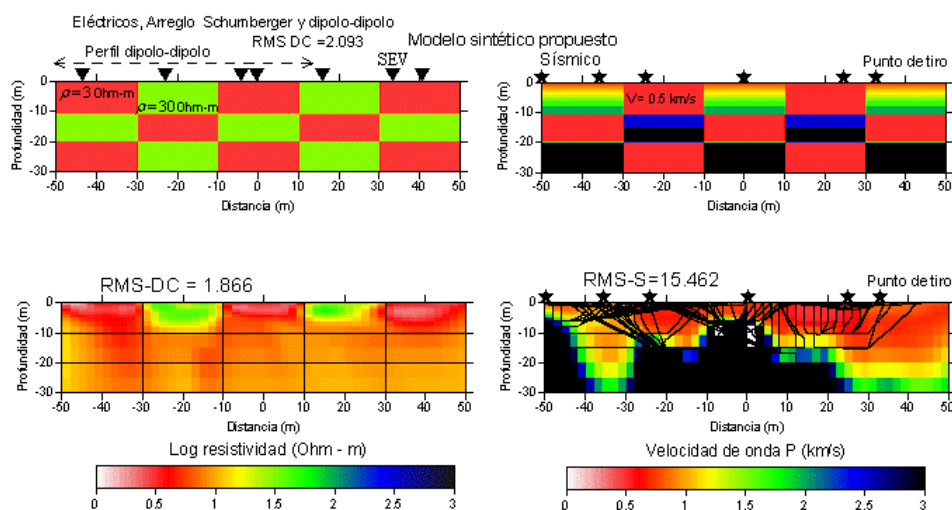


Figura 39. Modelos de resistividad (columna de la izquierda) y velocidades sísmicas (columna de la derecha) obtenidos con inversión conjunta de datos eléctricos y tiempos de arribo de ondas P. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.

Se observa que en el caso del modelo de resistividades se alcanza a recuperar claramente las heterogeneidades de los bloques de la primera hilera. Para el caso del modelo sísmico casi no se distinguen las heterogeneidades más superficiales (hasta 10 m de profundidad). Sin embargo, el siguiente experimento viene a exponer las ventajas de incorporar toda la información tanto eléctrica como electromagnética en el proceso de inversión conjunta.

b) *Inversión conjunta de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos empleando resistividad y velocidades sísmicas.*

En este último experimento se invirtieron conjuntamente los datos eléctricos, electromagnéticos (dipolos verticales y horizontales) y tiempos de arribo ilustrados en las Figuras 33, 34 y 35. El proceso convergió después de 27 iteraciones obteniendo como mejores modelos el ilustrado en la Figura 40. Estos modelos justifican satisfactoriamente los datos, ya que alcanzaron un ajuste final de 0.054 para los datos de resistividad electromagnéticos y 5.036 para los tiempos de arribo.

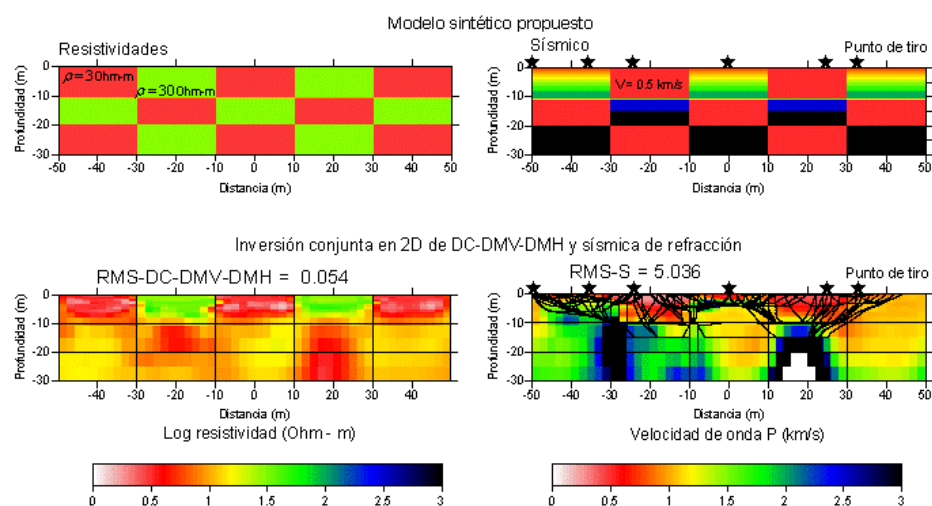


Figura 40. Modelos de resistividad y velocidades sísmicas obtenidos de inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de arribo de ondas P. Las líneas negras en el modelo sísmico corresponden al trazado de rayos del último modelo de velocidades.

En el modelo de resistividades obtenido se observa que las heterogeneidades en profundidades de hasta 20 m corresponden muy cercanamente a los bloques propuestos en

el modelo sintético, y son los mejores obtenidos de todos los experimentos llevados a cabo en este modelo 2. Para el caso sísmico solamente se puede distinguir la primera hilera de prismas a profundidades menores a 10 m é inclusive se observa que el modelo sísmico obtenido en la Figura 38 es más parecido al modelo sintético que el obtenido en este experimento, lo que se refleja también en el ajuste RMS de los datos.

En general, se observa que al ir incorporando cada tipo de datos al proceso de inversión conjunta se van incorporando rasgos cada vez más detallados a los modelos. Con esto se puede concluir que al incorporar más información a al inversión conjunta se pueden reducir las discrepancias en nuestros modelos y, por lo tanto, pueden proporcionar mayor detalle en las estructuras del subsuelo. Sin embargo, este detalle está supeditado a la resolución de los datos y puede llevar a modelos inestables como es el caso de este modelo sísmico.

#### **IV.3.4 Discusión de resultados**

Se observa que en el caso de datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos se tiene una resolución limitada, como se muestra en los experimentos de inversión separada. Por ejemplo, en el caso de inversión separada de datos de tiempos de arribo, se obtiene mejores resultados en modelos simples que no involucren zonas de baja velocidad ni contrastes laterales fuertes. Los resultados más favorables se obtienen en medios de velocidades crecientes en las áreas donde se tiene una buena cobertura de rayos. Similarmente, la inversión de datos electromagnéticos de dipolo magnético vertical es más efectiva en modelos con heterogeneidades localizadas que quedan en el rango de profundidad cubiertas

por los datos; en este caso se detectaron cuerpos conductores hasta profundidades del orden de 20 m.

Al hacer la inversión conjunta de datos de tipo electromagnéticos como de resistividad o sísmicas se obtiene una mejora inmediata en los modelos. Por ejemplo, siempre se obtuvo una mejor resolución sobre todo en estructuras superficiales como una contribución directa al modelo sísmico. Igualmente, en el modelo sísmico se pueden inclusive resolver casos más complicados como áreas con contrastes laterales fuertes y algunas zonas de baja velocidad.

También se puede observar que, cuando se incorporan todos los datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos en la inversión conjunta se obtienen los mejores modelos. Por ejemplo, en el modelo de resistividad eléctrica se alcanzan a distinguir estructuras hasta 20 m de profundidad. Es justo mencionar también que el modelo sísmico, aunque define mucho mejor las estructuras, sigue dependiendo de la cobertura de rayos para producir rasgos más acertados.

Con todo esto se puede concluir que a mayor cantidad de información eléctrica y electromagnética se involucre en la inversión conjunta, mayor será la resolución en los modelos, inclusive en aquellos que no estén regidos por el mismo fenómeno o parámetro físico como es la sísmica de refracción.

Finalmente, cabe aclarar que en estos experimentos con datos sintéticos no se consideraron efectos ajenos a los fenómenos físicos involucrados como son:

- la inexactitud de la aproximación de bajos contrastes de resistividad

- la existencia de efectos sistemáticos no atribuibles al modelo del subsuelo
- la existencia de ruido aleatorio en los datos.

Por lo que estos puntos serán tratados en la sección siguiente, al invertir datos eléctricos electromagnéticos y sísmicos de campo.

## **V. EXPERIMENTOS CON DATOS REALES**

### **V.1 Introducción**

En el presente capítulo se plantea el análisis de las ventajas o limitaciones que se tienen al incorporar datos electromagnéticos a bajo número de inducción del tipo EM34 no-sintéticos en experimentos de inversión conjunta. Para esto se propone la aplicación de los algoritmos de inversión conjunta desarrollados a varias combinaciones de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos de campo. Esto con el objetivo de probar la eficacia de los algoritmos de inversión conjunta en modelos no controlados. Para esto se consideraron los datos geofísicos levantados en un perfil de 100 m, sobre el campo de fútbol soccer infantil de club “Pumitas” de la UNAM campus Ensenada.

Los experimentos que se muestran en este capítulo corresponden a la inversión separada de cada tipo de datos (para establecer un marco comparativo), luego se muestran resultados de la inversión conjunta de los datos electromagnéticos y sísmicos en varios experimentos que van incorporando cada vez más datos electromagnéticos en el proceso de inversión conjunta. En cada sección se describen los cambios que tienen los modelos electromagnéticos y sísmicos estimados al incorporar cada vez más datos y, para finalizar, se hace una interpretación geológica basada en el análisis combinado de los modelos eléctricos y sísmicos estimados de la inversión conjunta.

## V.2. Descripción del sitio de estudio

El perfil de estudio se realizó sobre el campo de fútbol soccer de arcilla del club “Pumitas” dentro de la UNAM campus Ensenada, en Ensenada, México. Las instalaciones se localizan en la parte baja de un cerro en el kilómetro 107 de la carretera Tijuana-Ensenada. El campo de arcilla se encuentra al lado izquierdo de la entrada principal de las instalaciones, como se ilustra en la Figura 41.

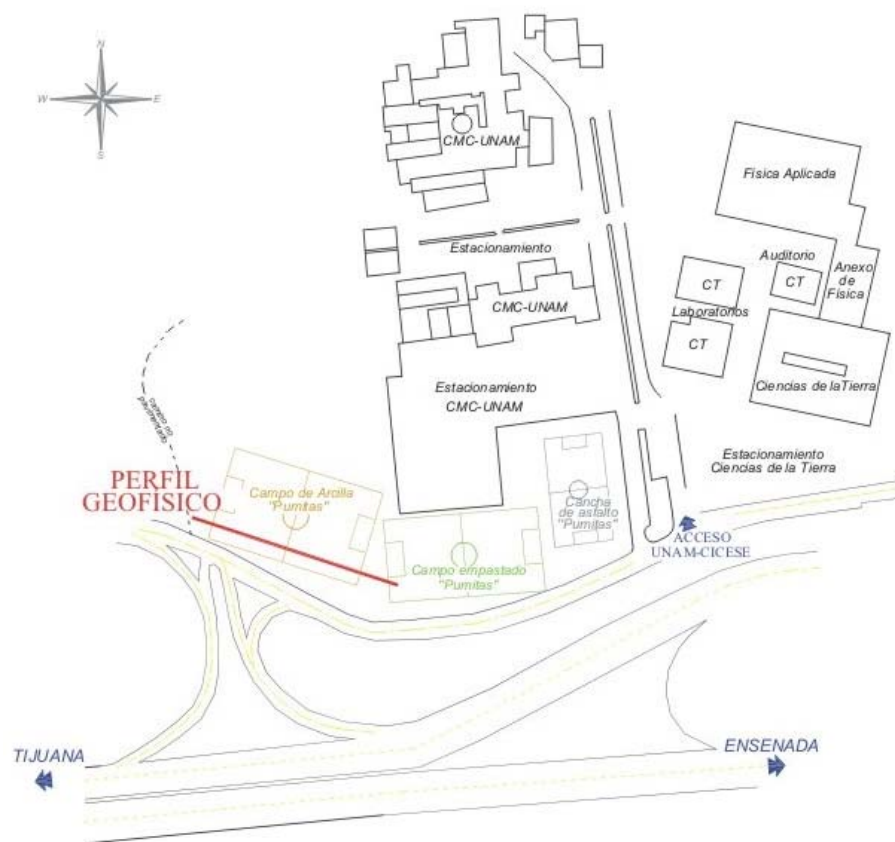


Figura 41. Ubicación del perfil, dentro de las instalaciones de la UNAM (campus Ensenada) donde se realizó el levantamiento de los datos geofísicos.



El perfil realizado tiene una longitud de 100 m y está orientado en dirección E-W. Aproximadamente 92 m de este perfil se encuentran sobre el campo Pumitas y el resto sobre un camino de acceso. La parte sur del campo está limitada por una malla ciclónica que colinda con la carretera. Hacia el Norte se encuentra un talud que constituye un estacionamiento, al Este se localiza otro campo de fútbol empastado y al Oeste se encuentran los linderos de la UNAM que limitan con la carretera y una zona habitacional.

La geología del área se puede resumir como depósitos sedimentarios que rellenan la paleotopografía definida por un basamento vulcano-sedimentario, todo sobreyacido por materia de relleno utilizado para la preparación del terreno para el campo de fútbol.

### **V.3. Adquisición y procesamiento de datos**

Cuando se adquiere información con algún método de prospección geofísica, se emplea un aparato para medir algún fenómeno físico, ya sea de origen natural o artificial. Aparte de tomar la medición que registra el aparato, es conveniente realizar anotaciones sobre el entorno, el cual pueda influir en los fenómenos (campos) físicos medidos ó en los aparatos geofísicos empleados, esto con el objeto de estimar el ruido en los datos. Esta estimación del ruido es necesaria para ponderar la medición en el proceso de inversión.

La adquisición de los datos se realizó sobre el perfil de 100 m del campo de fútbol “Pumitas”, el cual fue numerado de -50 m a 50 m en la dirección Este-Oeste. Los métodos de prospección aplicados sobre el perfil fueron electromagnéticos (tanto de dipolo magnético vertical como de dipolo magnético horizontal), eléctricos (dipolo-dipolo y sondeos Schlumberger) y sísmicos de refracción.

Los arreglos utilizados corresponden a aquellos descritos en el capítulo III. Para el levantamiento electromagnético se utilizó el equipo de bobinas Marca Geonics Limited Mod EM 34-3L. Las bobinas fueron desplazándose cada 5 m a lo largo del perfil, tomando mediciones con dipolos verticales, horizontales y separaciones de 10, 20 y 40 m entre transmisor y receptor. Los datos obtenidos están graficados en la Figura 42. Se observa que los datos presentan valores muy homogéneos que van desde los 10 Ohm-m, para los dipolos magnéticos verticales separados a 10 m, hasta 30 Ohm-m, para los dipolos magnéticos verticales separados 40 m. Se observan también algunas zonas de valores de resistividad aparente incompatibles entre los sitios de -40 y 0 m en ambos dipolos magnéticos. Los datos eléctricos fueron tomados con el equipo de resistividad Marca Bison Mod. 2390 aplicando arreglos tipo Schlumberger y dipolo-dipolo. Estos datos se ilustran en la Figura 43. En el caso del arreglo dipolo-dipolo se observa que los valores presentan una variación muy pequeña, a excepción de un aumento en la resistividad aparente cuando los electrodos de potencial se ubicaron en las posiciones -40 y -45 m sobre el perfil. Para el arreglo Schlumberger, los valores de resistividad aparente presentan muy poca variación en la resistividad como se ilustra en la Figura 43. Los datos sísmicos fueron tomados con el Sismógrafo de 24 canales Marca Geometrics Mod. 2415F usando un tendido de 48 geófonos espaciados cada 2 m y 6 puntos de tiro localizados en los puntos marcados con estrellas en la Figura 45. La fuente fue un marro de 20 Lb. y se efectuaron varios golpes por sitio. Estos datos se ilustran en la Figura 44, las gráficas de tiempo de arribo indican la existencia de una capa superficial que sobreyace a un medio heterogéneo.

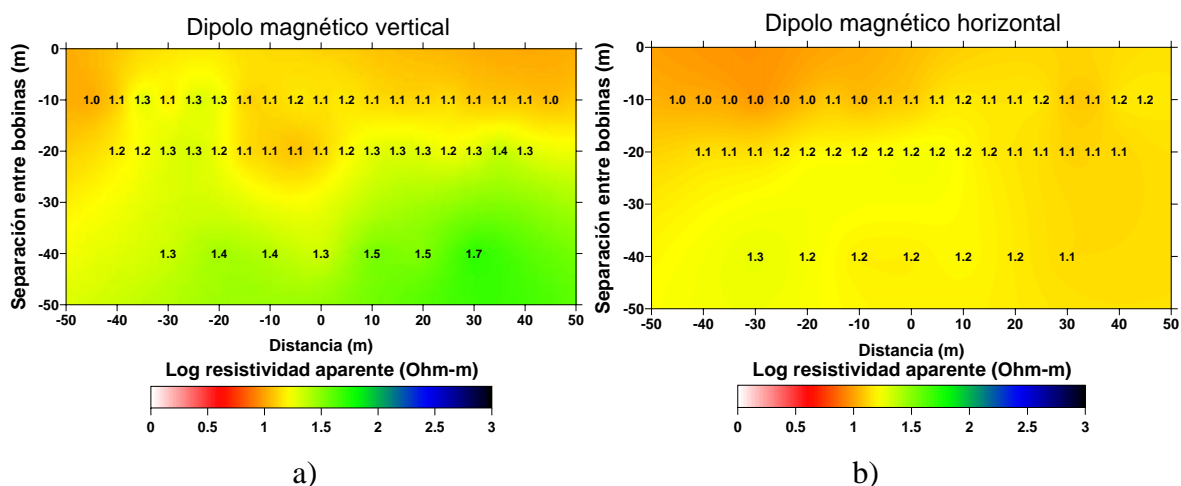


Figura 42. Respuesta en conductividad aparente del perfil levantado. a) Respuesta de los dipolos magnéticos verticales espaciados a 10, 20 y 40 m. b) Respuesta de los dipolos magnéticos horizontales con los mismos espaciados.

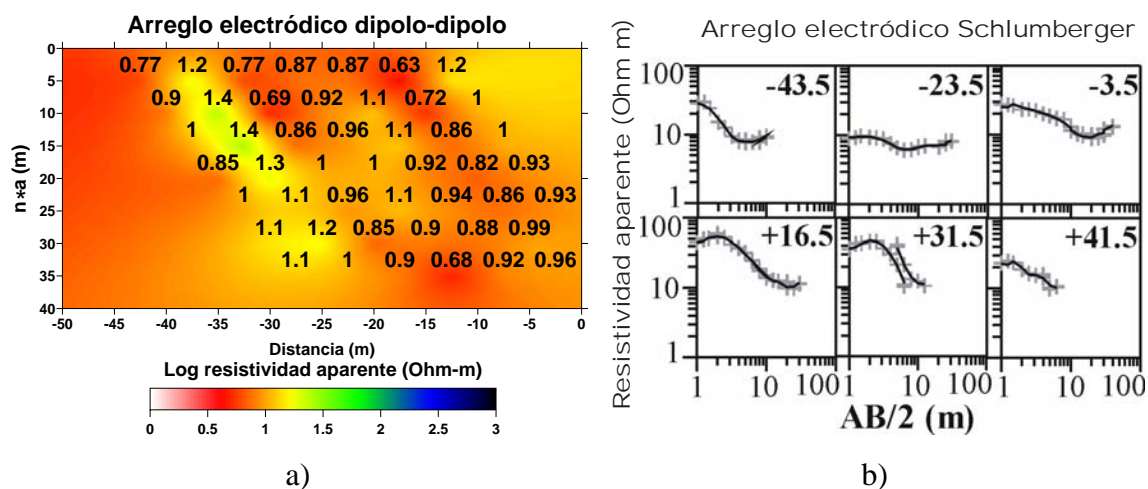


Figura 43. Respuesta en resistividad aparente del perfil levantado. a) Datos de resistividad aparente de un perfil tipo dipolo-dipolo con separaciones de  $a = 5$  m. Los números incluidos corresponden al valor de logaritmo de resistividad aparente medido. b) Datos de resistividad para arreglos tipo Schlumberger ubicados en la posición indicada en cada recuadro. Las cruces representan los datos observados y la línea continua la respuesta eléctrica del modelo ilustrado en la Figura 52.

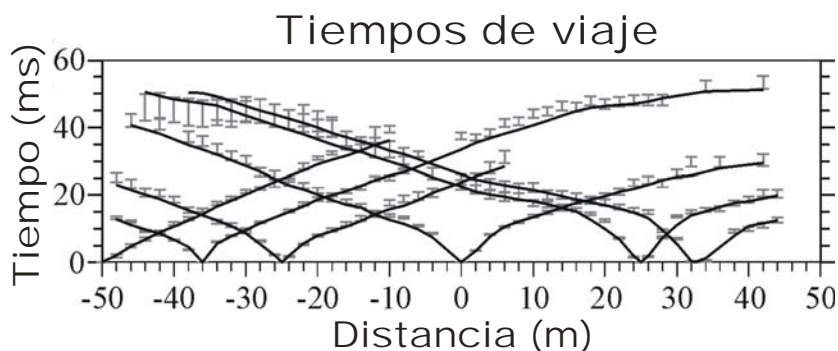


Figura 44. Gráfica de tiempos de primeros arribo de la onda P del perfil levantado. Note la asimetría de las fuentes en el perfil. Las barras grises indican el nivel de error estimado para cada dato y la línea continua la respuesta del modelo sísmico graficado en la Figura 52.

Una vez adquiridos los datos se realizó un análisis de los valores y observaciones hechas en campo para cada dato, esto con el objetivo de poder asignar una desviación estándar apropiada para cada valor. En el caso del equipo electromagnético sólo se tuvo que realizar una conversión de unidades y un cambio de unidades de conductividad a resistividad para así poder usar las formulaciones (20), (21) y (32). En el caso eléctrico se compararon grupos coincidentes de registros y se eliminaron aquellos con valores de resistividad muy desviados. Para los datos sísmicos fue necesario realizar una serie de amplificaciones y filtrados a los sismogramas. En todos los casos, la cantidad de la señal en los geófonos más retirados fue cada vez menor, esta incertidumbre en la selección de los tiempos de arribo quedó contemplada en la desviación estándar asignada a cada dato.

#### V.4 Inversión de datos eléctricos, electromagnéticos y de sísmica de refracción

Los datos y su desviación estándar formaron la base para la estimación de los modelos de resistividad/conductividad eléctrica y velocidades del perfil de estudio. Para

realizar la inversión se consideró la discretización del subsuelo utilizada en el capítulo IV, debido a que ésta fue hecha para la resolución de las diferentes técnicas empleadas.

A continuación se presentan los modelos que se obtuvieron con la inversión separada y conjunta de los datos geofísicos, empleando varias series de combinaciones.

Los experimentos se dividieron en dos grupos.

A) Inversión separada:

- Corriente directa (CD), estimando resistividades,
- Dipolo magnético vertical (DMV), estimando conductividades,
- Dipolo magnético vertical y horizontal (DMV-DMH), estimando conductividades,
- Corriente directa y datos electromagnéticos (CD-DMV-DMH), estimando resistividades y
- Tiempos de arribo (S), estimando lentitudes.

B) Inversión conjunta:

- Corriente directa y sísmica (CD-S) estimando resistividades y lentitudes,
- Dipolo magnético vertical y tiempos de primeros arribos (DMV-S), estimando conductividades y lentitudes,
- Dipolo magnético vertical, horizontal y tiempos de primeros arribos (DMV-DMH-S), estimando conductividades y lentitudes,
- Corriente directa CD y tiempos de primeros arribos, estimando resistividades y lentitudes y

- Corriente directa, dipolo magnético vertical y horizontal y tiempos de primeros arribos (CD-DMV-DMH-S), estimando resistividades y lentitudes.

Al igual que en el caso de datos sintéticos todos estos procesos fueron iniciados con un modelo homogéneo para el caso de electromagnéticos, eléctricos (usando una resistividad de 30 Ohm-m) y un modelo de velocidad creciente con la profundidad en el caso de sísmica, idéntico al semi-espacio del modelo sintético. El factor  $\beta$  que regula el ajuste del proceso fue variando de 1000 a 1 mientras que los factores de suavizamiento  $\alpha_r$  y  $\alpha_s$  fueron seleccionados a través de experimentaciones de prueba y error para cada caso.

#### **V.4.1 Inversión separada de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos**

En esta sección se incluyen experimentos que producen un modelo eléctrico ó bien un modelo sísmico. Debido a que aquí se tienen varios tipos de datos que son sensibles al mismo modelo eléctrico se realizaron varios experimentos empleando varias combinaciones. Nótese que, aunque varios autores refieran la inversión de datos electromagnéticos y eléctricos como inversión conjunta, este experimento no va a ser referido aquí como inversión conjunta ya que ambos tipos de datos son sensibles al mismo parámetro físico.

##### *a) Inversión separada de datos de tiempos de arribo.*

En este primer experimento se consideraron únicamente los datos de tiempos de primeros arribos ilustrados en la Figura 44 para generar un modelo de velocidades sísmicas

como se ilustra en la Figura 45.

Este modelo alcanza un ajuste final (RMS normalizado) de 2.577, que fue el mejor ajuste que se pudo lograr. Es posible que la regularización (factor de rugosidad) de este proceso haya impedido un mejor ajuste ó que los datos geofísicos tienen un error más grande de aquel propuesto en la Figura 44. Las heterogeneidades que se pueden incorporar por inversión conjunta, como sucedió en el ejemplo de los datos sintéticos, podrían llevar a modelos sísmicos de mejor ajuste.

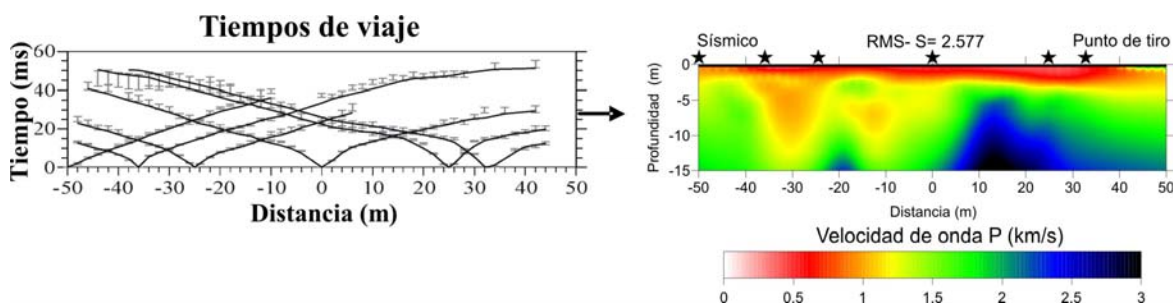


Figura 45. Modelos de velocidades obtenidos de la inversión separada de los datos de tiempos de primeros arribos. Las estrellas colocadas sobre el modelo indican la posición de los puntos de tiro (fuentes) utilizados a lo largo del perfil.

Se observa que el modelo de velocidades presenta en su parte superficial una capa de velocidad sísmica baja de  $\sim 0.5$  km/s bien definida. Esta capa sobreyace a una capa de velocidad media de  $\sim 1.5$  km/s que tiene algunas zonas dispersas de baja velocidad de  $\sim 1$  km/s entre -10 y -40 m. En la parte más profunda del perfil se observa una zona de mayor velocidad de entre 2.5 a 3 km/s que fue detectada por los geófonos más alejados de las fuentes.

*b) Inversión separada de datos de dipolo magnético vertical*

En el siguiente experimento se invirtieron únicamente los datos de dipolo magnético vertical ilustrados en la Figura 42a. Con ello se obtuvo el modelo de resistividades que se ilustra en la Figura 46.

Este modelo logró un ajuste de 0.935 (RMS normalizado) que, comparado con el ajuste óptimo de uno, es considerado bueno. Sin embargo, aunque se logró un buen ajuste siguen existiendo zonas de incompatibilidad entre la resistividad aparente y el modelo, la cual se refleja en los valores más altos en los residuales de las bobinas con separaciones de 20 m en la posición de -20 y -35 m como se ilustra en la Figura 46. Esta incompatibilidad puede ser debida, por ejemplo, a heterogeneidades muy locales con un fuerte contraste en resistividades ó a algún efecto externo que no es debido al subsuelo.

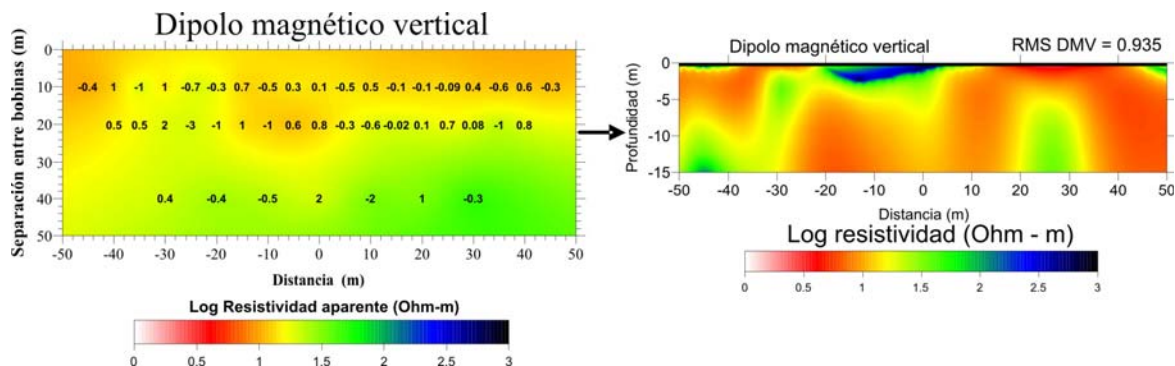


Figura 46. Modelo de resistividad obtenido de la inversión separada de los datos de dipolo magnético vertical ilustrados en el cuadro de la izquierda. Los números anotados corresponden a los residuales normalizados.



Se observa que este modelo presenta una zona de alta resistividad de  $\sim 300$  Ohm-m en el centro del perfil para los primeros tres metros bordeada por dos zonas de menor resistividad de  $\sim 30$  Ohm-m, las cuales, según los experimentos sintéticos, sí pueden ser detectadas por los datos. El resto del modelo obtenido presenta mayormente resistividades bajas las cuales son perceptibles en los datos, dentro de estas zonas se encuentran dos heterogeneidades dispersas con resistividades mayores a 30 Ohm-m. Algunos de los rasgos en este modelo de resistividades son comunes a los presentados en el modelo de sísmica de la Figura 45, lo cual indica que están observando las mismas estructuras.

*c) Inversión separada de datos de dipolo magnético vertical y horizontal*

En este experimento se invierten simultáneamente los datos de dipolo magnético vertical y horizontal ilustrados en la Figura 42, con lo que se obtuvo el modelo de resistividades que se ilustra en la Figura 47.

Este modelo reproduce los datos electromagnéticos a un nivel de ajuste RMS de 1.772, el cual es relativamente más grande al nivel de ajuste obtenido en el experimento anterior. Se observa también que el aumento en el RMS es acompañado con un aumento en los valores de los residuales de ambos dipolos magnéticos. Para el dipolo magnético vertical se observa un aumento en los residuales de los datos que corresponden a las bobinas con separaciones de 20 m ubicadas entre las posiciones 0 a -10 m y de -30 a -40 m. Similarmente, los mayores residuales de los datos de dipolo magnético horizontal corresponden a las bobinas con aberturas de 20 m ubicadas entre los sitios de 10 a -20 m como se ilustra en la Figura 47. Nuevamente, esto podría ser debido a heterogeneidades

locales con un alto contraste en la resistividad ó a algún efecto ajeno al modelo conceptual del subsuelo.

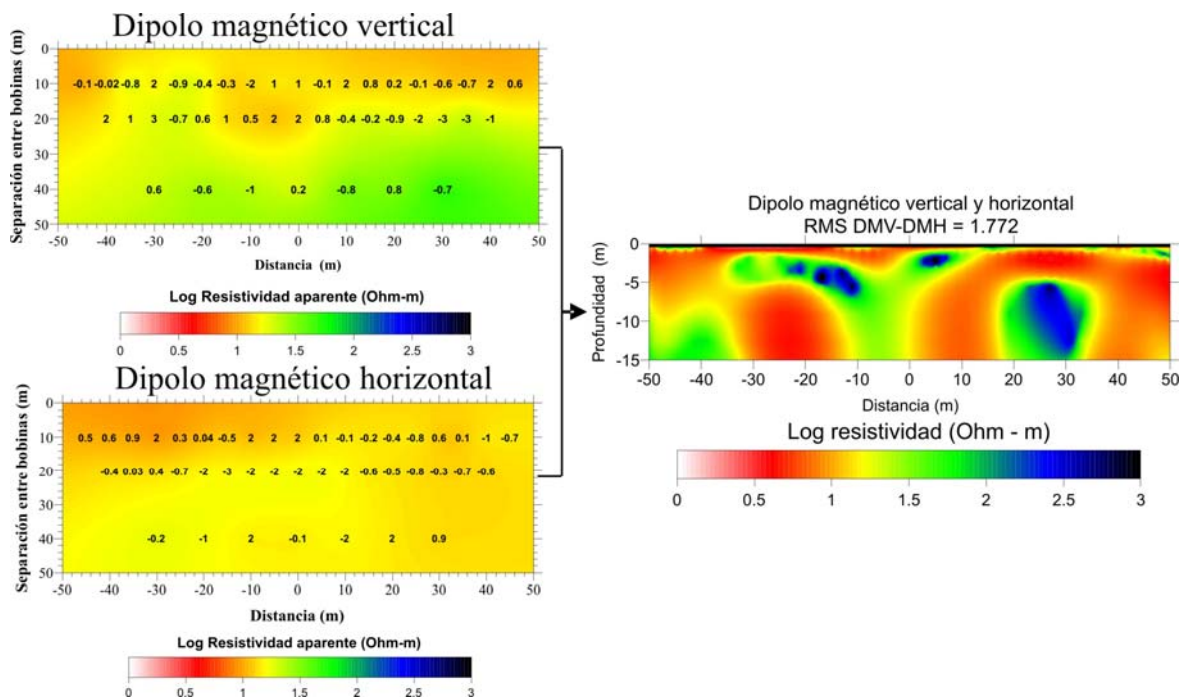


Figura 47. Modelos de resistividad obtenidos de la inversión separada de los datos de dipolo magnético vertical y horizontal ilustrados en los cuadros de la izquierda. Los números en los cuadros de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.

Se observa que los principales rasgos de este modelo son muy similares a aquellos obtenidos cuando se invirtieron solamente los datos de dipolo vertical. Sin embargo, el modelo presenta un mayor contraste en sus resistividades, lo que da un aspecto más claro.

El modelo sí sufrió cambios en sus heterogeneidades en comparación con el modelo anterior, presentando una mayor definición en sus heterogeneidades laterales y un aumento en los contrastes de sus resistividades.

d) *Inversión separada de datos de corriente directa*

Para este experimento solo se invirtieron los datos de corriente directa ilustrados en la Figura 43 y se obtuvo el modelo de resistividades de la Figura 48.

Este modelo logró un ajuste RMS de 2.093 que podría considerarse como regular respecto al óptimo. Se observa que los datos individuales presentan un error normalizado muy pequeño en general, según se ilustra en la Figura 48 en la parte de dipolo-dipolo y en las gráficas de resistividad de los arreglos tipo Schlumberger.

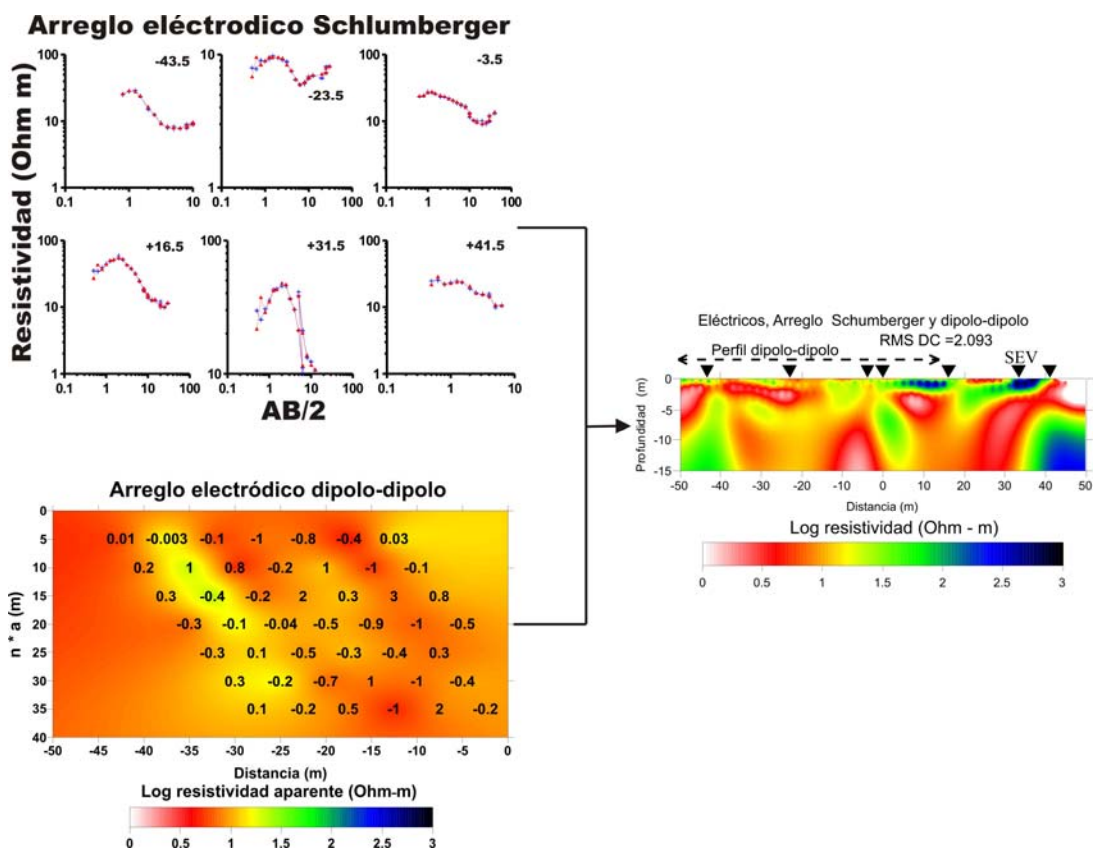


Figura 48. Modelo de resistividad obtenido de la inversión separada de los datos de dipolo-dipolo y tipo Schlumberger ilustrados en los cuadros de la izquierda. Los números del recuadro del arreglo dipolo-dipolo de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.

Se observa que este modelo a grosso modo contiene las principales heterogeneidades de los modelos anteriores, y que además incorporó más heterogeneidades, sobre todo en la parte superficial y en la parte central. Es importante hacer notar que las altas resistividades en las partes laterales del modelo no están bien constreñidas por los datos ya que estos no alcanzan a cubrir estas áreas.

*e) Inversión separada de datos eléctricos y electromagnéticos*

En el siguiente este experimento se invirtieron simultáneamente los datos eléctricos y electromagnéticos ilustrados en las Figuras 42 y 43, generando el modelo de resistividades que se ilustra en la Figura 49.

El modelo logra un ajuste RMS de 3.081 que no es tan bueno como los obtenidos en las inversiones individuales. Esto se podría atribuir a la incompatibilidad de los datos y el modelo, la cual es evidente en los altos valores de residuales de algunas zonas en la Figura 49. Esta incompatibilidad puede deberse a la cobertura que tienen las diferentes técnicas, a las hipótesis de regularización (factor de rugosidad) empleadas ó bien a algún factor externo a los parámetros físicos de subsuelo que influyó en los datos. Esta incompatibilidad también se debe esperar cuando se contemplen los datos sísmicos en el esquema de inversión conjunta.

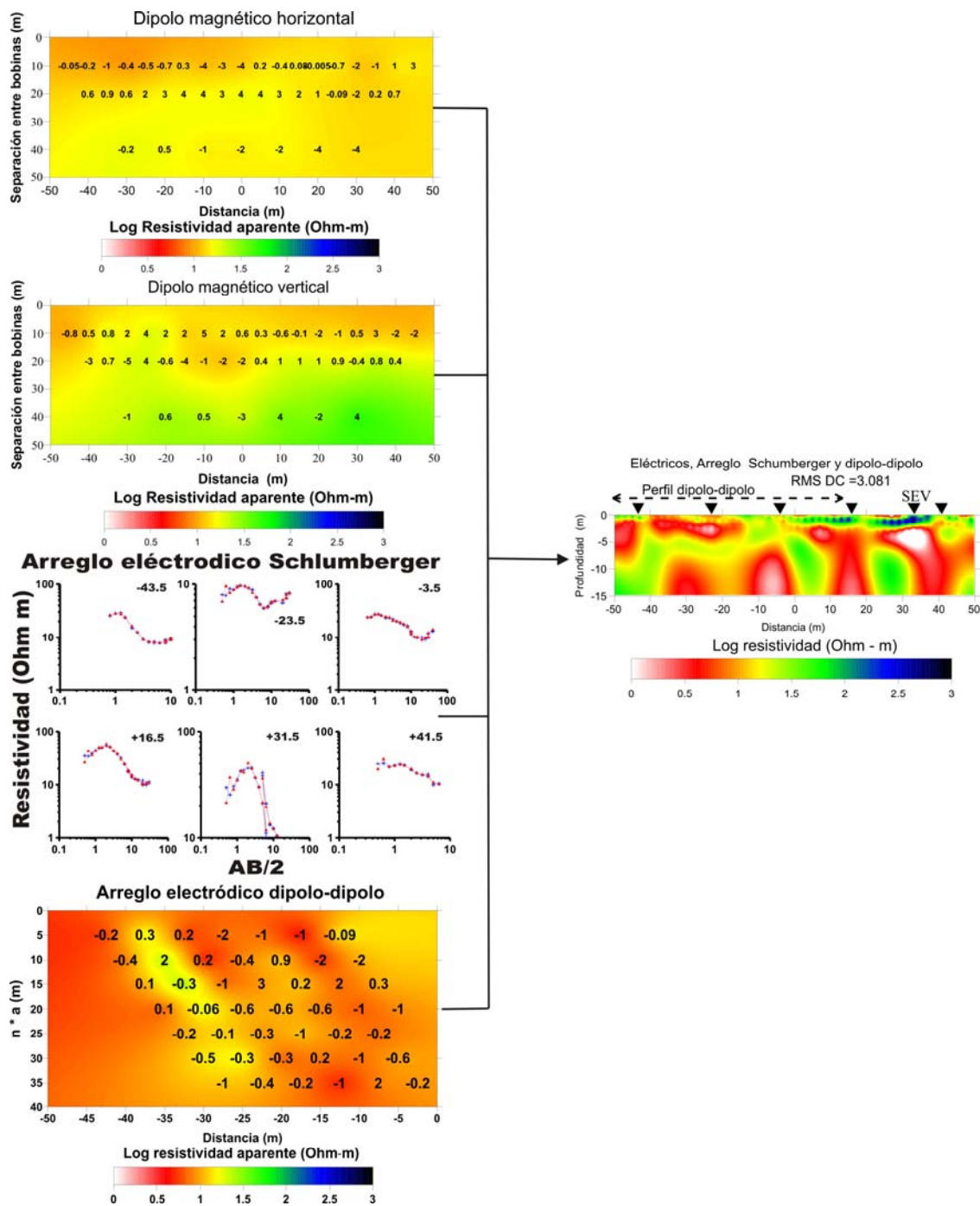


Figura 49. Modelo de resistividad obtenido de la inversión separada de los datos de dipolo magnético vertical, horizontal, dipolo-dipolo y Schlumberger ilustrados en los cuadros de la izquierda. Los números de los recuadros de los dipolos magnéticos y los del arreglo dipolo-dipolo de la izquierda son los residuos normalizados correspondientes.

Se observa que todas las heterogeneidades principales de todos los modelos se vuelven a reflejar de manera muy abrupta, y explícitamente las de corriente directa. Pero se observa también que las heterogeneidades son mejor definidas que en los casos anteriores y sus contrastes de resistividad son mayores.

#### **V.4.2 Inversión conjunta de datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos**

En esta sección se plantean varias combinaciones de los datos eléctricos y electromagnéticos con los datos de sísmica de refracción en el esquema de inversión conjunta. Note que, cuando las combinaciones no incluyan datos eléctricos, el esquema de solución utiliza la formulación que estima directamente la conductividad en cada celda y cuando se incluyan datos eléctricos el esquema de solución estima directamente el de logaritmo de resistividad.

##### *a) Inversión conjunta de datos de dipolo magnético vertical y tiempos de arribo*

Como primer experimento, se invierten conjuntamente los datos de dipolo magnético vertical y los tiempos de primeros arribos ilustrados en las Figuras 42a y 44. Con estos datos se obtuvieron el modelo de resistividades y el de velocidades sísmicas ilustrados en la Figura 50.

El proceso convergió después de 32 iteraciones con un ajuste de 0.966 (RMS normalizado) para el caso de conductividades aparentes y de 1.916 (RMS normalizado) para los tiempos de primeros arribos. Se observa que los valores de residuales más grandes para los datos electromagnéticos corresponden a las separaciones de 40 m y a aquéllos que tienen las

variaciones más grandes en la conductividad aparente. Estos datos se pueden asociar a las zonas de alta resistividad en el modelo de resistividades obtenido.

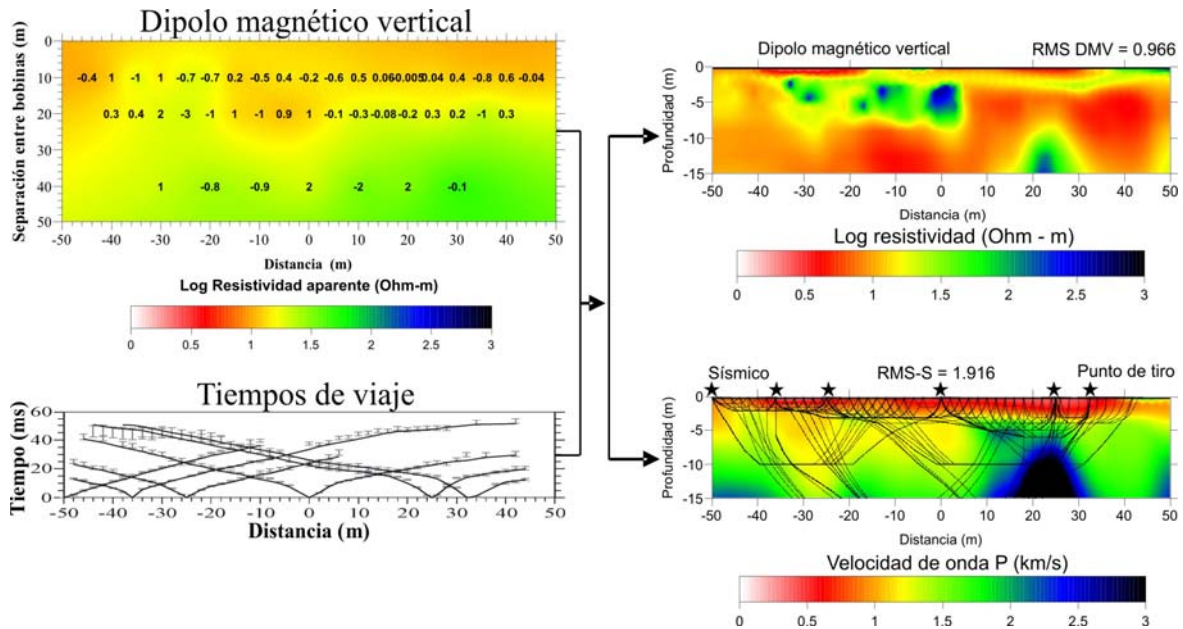


Figura 50. Modelos de resistividad y de velocidad obtenidos de la inversión conjunta. Los recuadros de la derecha muestran los datos de dipolo magnético vertical y primeros tiempos de arribo usados en la inversión. Los números del recuadro de los datos electromagnéticos son los residuales normalizados correspondientes.

Se observa que el modelo de resistividades presenta cuatro heterogeneidades superficiales muy someras y alargadas con valores intercalados de resistividades bajas y medias de  $\sim 3$  y  $30$  Ohm-m. En la parte media y baja, el modelo presenta heterogeneidades de resistividad de aproximadamente  $3$  y  $30$  Ohm-m y que en algunas partes llega hasta  $1000$  Ohm-m.

En el modelo de velocidades sísmicas se distinguen las mismas heterogeneidades que en el modelo de resistividades, aunque con un menor contraste de velocidades sísmicas.

En general, se observa que el modelo de velocidades es muy similar al modelo de

resistividades especialmente en sus rasgos superficiales y profundos, apreciándose mayormente que el modelo eléctrico se acopló al modelo sísmico definiendo una capa superficial y una capa en el basamento. Se podría así pensar que el modelo sísmico no cambió significativamente comparado con el modelo de inversión separada, pero sí se benefició al alcanzar un mejor ajuste de los datos. Nótese, de hecho, que ambos modelos lograron un mejor ajuste de los datos que cuando se invirtieron separadamente.

*c) Inversión conjunta de datos de dipolos magnéticos verticales, horizontales y tiempos de arribo.*

El siguiente experimento invierte conjuntamente los datos de dipolos magnéticos verticales, horizontales y los tiempos de arribo ilustrados en la Figuras 42a, 42b y 44, generando con ello un único modelo de resistividades y otro de velocidades sísmicas, los cuales se ilustran en la Figura 51.

Este proceso convergió después de 35 iteraciones obteniendo un ajuste RMS de 1.467 para el global de los datos electromagnéticos y de 1.624 para los tiempos de arribo. Comparando estos valores con el valor óptimo de 1, se observa que es bueno; aunque, al comparar con los modelos anteriores se observa que el ajuste logrado en los datos electromagnéticos en especial, fue menor. Al contrario, se obtiene un mejor ajuste de los tiempos de arribo que en los modelos anteriores. Todo esto indica que existen algunas incompatibilidades en los datos electromagnéticos, las cuales son notables en los datos de dipolo magnético vertical tomados en los sitios de 10 a -20 m con separaciones de 20 m entre las bobinas. En el caso de dipolo magnético horizontal solamente se observan dos pequeñas zonas muy dispersas en los datos tomados en las posiciones 0 y 30 m a 40 m de separación entre bobinas. Todos



estos valores se ilustran en la Figura 51. Esto, como en los casos anteriores, se puede deber a los altos cambios en las heterogeneidades no contemplados en la teoría ó al factor de regularización ( $\alpha$ ) empleado en la inversión.

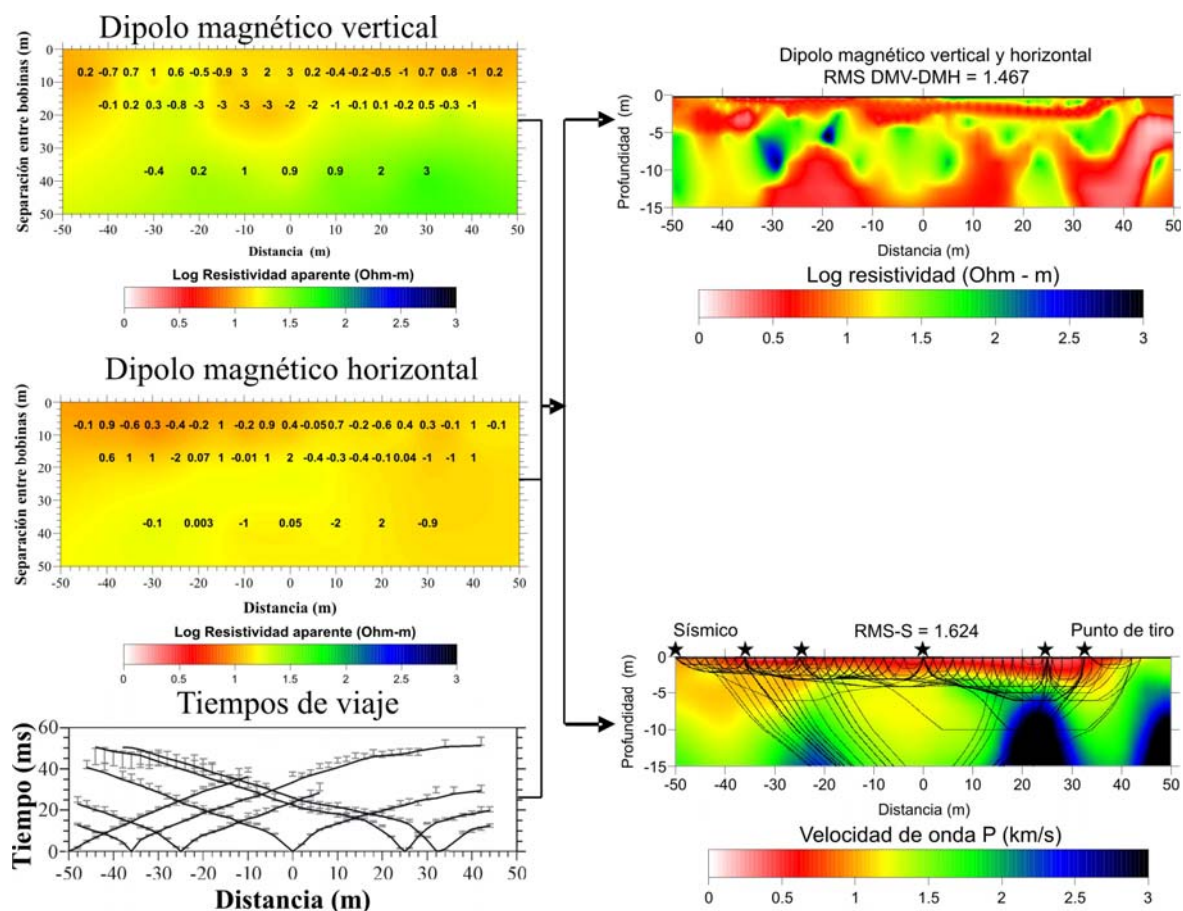


Figura 51. Modelos de resistividad y velocidades (a la derecha) obtenidos de la inversión conjunta de los datos de dipolos magnéticos vertical, horizontal y primeros tiempos de arribo. Los números del recuadro de los dipolos magnéticos verticales y horizontales de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.

Se observa que el modelo de resistividad a grosso modo contiene las principales heterogeneidades que se presentan en el dipolo magnético vertical. La aparición de una capa delgada en la parte superficial con resistividad baja de aproximadamente 3 Ohm-m, el

aumento en el tamaño por parte de la heterogeneidad que se encuentra en la parte media y la mayor definición en la heterogeneidades pequeñas son, a simple vista, los cambios más significativos que se aprecian en este modelo de resistividad. Esto con respecto a aquél obtenido invirtiendo únicamente datos de dipolo magnético vertical. En el caso de sísmica, los cambios fueron menores ya que aparecen el mismo número de heterogeneidades que en el caso anterior. Aunque, al comparar las Figuras 50 y 51, es notable que las heterogeneidades son ahora un poco más definidas que en el modelo obtenido al invertir conjuntamente los tiempos de arribo y los datos de dipolo magnético vertical únicamente.

En general se observa que los modelos obtenidos en este proceso son muy similares en la geometría de sus estructuras y que solamente se logró una mayor definición estructural en el modelo de resistividades. El modelo de resistividades se acopló nuevamente al modelo de velocidades y sólo adquirió una mayor definición en algunas de sus estructuras que ya presentaba en los experimentos anteriores. Esta mejor definición se puede observar en la parte más profunda del modelo.

*d) Inversión conjunta de datos de corriente directa y tiempos de arribo*

En este experimento se invirtieron conjuntamente los datos de resistividad por corriente directa y los tiempos de arribo ilustrados en las Figuras 43 y 44, con lo que se obtuvieron el modelo de resistividades y velocidades sísmicas que se ilustran en la Figura 52.

El proceso convergió después de 23 iteraciones con un ajuste RMS normalizado de 2.593 para los datos de resistividad aparente y de 1.923 para los tiempos de arribo. Al igual que en los casos anteriores, los residuales de los datos de resistividad aparente indican cierta

incompatibilidad entre los datos y el modelo. Estos residuales relativamente grandes se muestran tanto en las gráficas de resistividad del arreglo tipo Schlumberger y en los residuales normalizados de los datos de dipolo-dipolo en la Figura 52. Estos altos valores podrían estar asociados a los altos contrastes en las heterogeneidades ó bien al factor de regularización utilizado en la inversión.

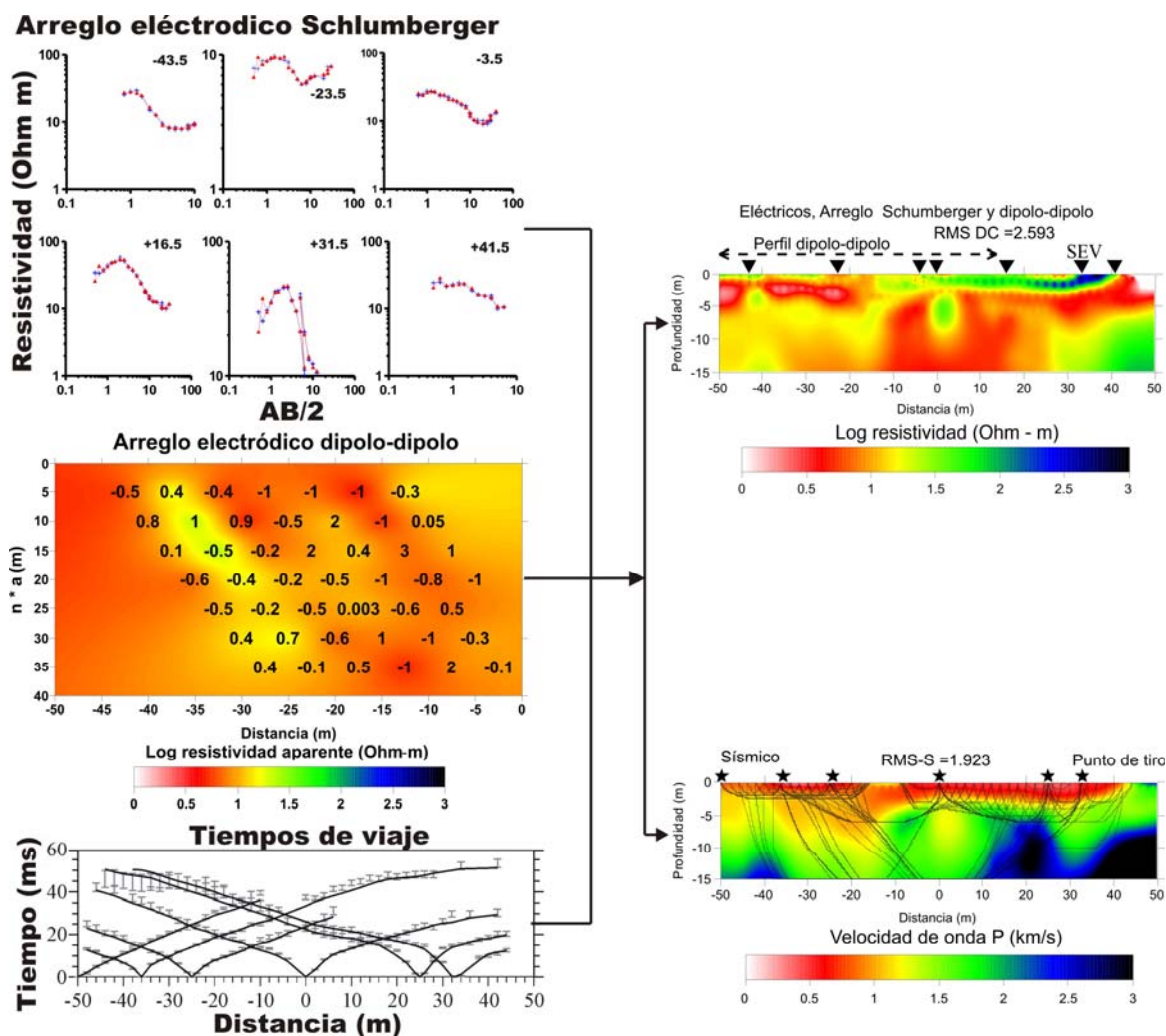


Figura 52. Modelos de resistividad y velocidad sísmica (cuadros a la derecha) obtenidos de la inversión conjunta de los datos tipo Schlumberger y dipolo-dipolo, así como los tiempos de primeros arribos. Los números del recuadro de dipolo-dipolo (a la izquierda) son los residuales normalizados correspondientes.

Se observa que algunas de las heterogeneidades principales de los modelos de resistividad de los experimentos anteriores, se vuelven a reflejar en este modelo. También se observan algunas heterogeneidades diferentes; por ejemplo, se incorporó una pequeña heterogeneidad de alta resistividad de aproximadamente 300 Ohm-m en la parte superficial del lado derecho. Igualmente, se eliminaron algunas de las heterogeneidades que se presentaban en las partes laterales del modelo. En sismica los cambios son menores, sólo se presenta un cambio en la posición de una de las heterogeneidades de alta velocidad, la cual se presenta ahora desplazada hacia a la esquina inferior izquierda del modelo.

Al hacer una comparación entre los modelos eléctrico y sísmico obtenidos en este proceso, se observa que la geometría de sus estructuras es muy similar y que sólo se presentan diferencias en la parte superficial del modelo de resistividad. Se observa también que el modelo de velocidades sísmicas no fue muy diferente a los obtenidos en los experimentos anteriores y que el modelo de resistividad se acopló en mayor medida al modelo de velocidades.

*e) Inversión conjunta de datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos empleando resistividad y velocidades sísmicas.*

En el siguiente experimento se invirtieron conjuntamente todos los datos disponibles, es decir, los datos eléctricos, electromagnéticos (dipolo magnético vertical y horizontal) y los tiempos de primeros arribos; todos ellos ilustrados en las Figuras 42, 43 y 44. De este experimento se obtuvieron los modelos de resistividades y velocidades sísmicas ilustrados en la Figura 53.

El proceso convergió después de 23 iteraciones, obteniendo como mejor ajuste un RMS global de 3.331 para los datos eléctricos y electromagnéticos y de 2.243 para los datos sísmicos. Estos valores de RMS son notablemente mayores a los obtenidos en cualquier otro de los experimentos anteriores. Este aumento se observa también en los altos valores de los residuales individuales obtenidos para cada metodología, como se ilustra en la Figura 53. Esto podría ser debido a varios factores como: la incompatibilidad que tienen los diferentes tipos de datos entre sí, la influencia de factores externos que no están relacionados a las propiedades físicas del subsuelo ó bien a alguna heterogeneidad fuerte que no este contemplada por algunas de las ecuaciones de modelado empleadas.

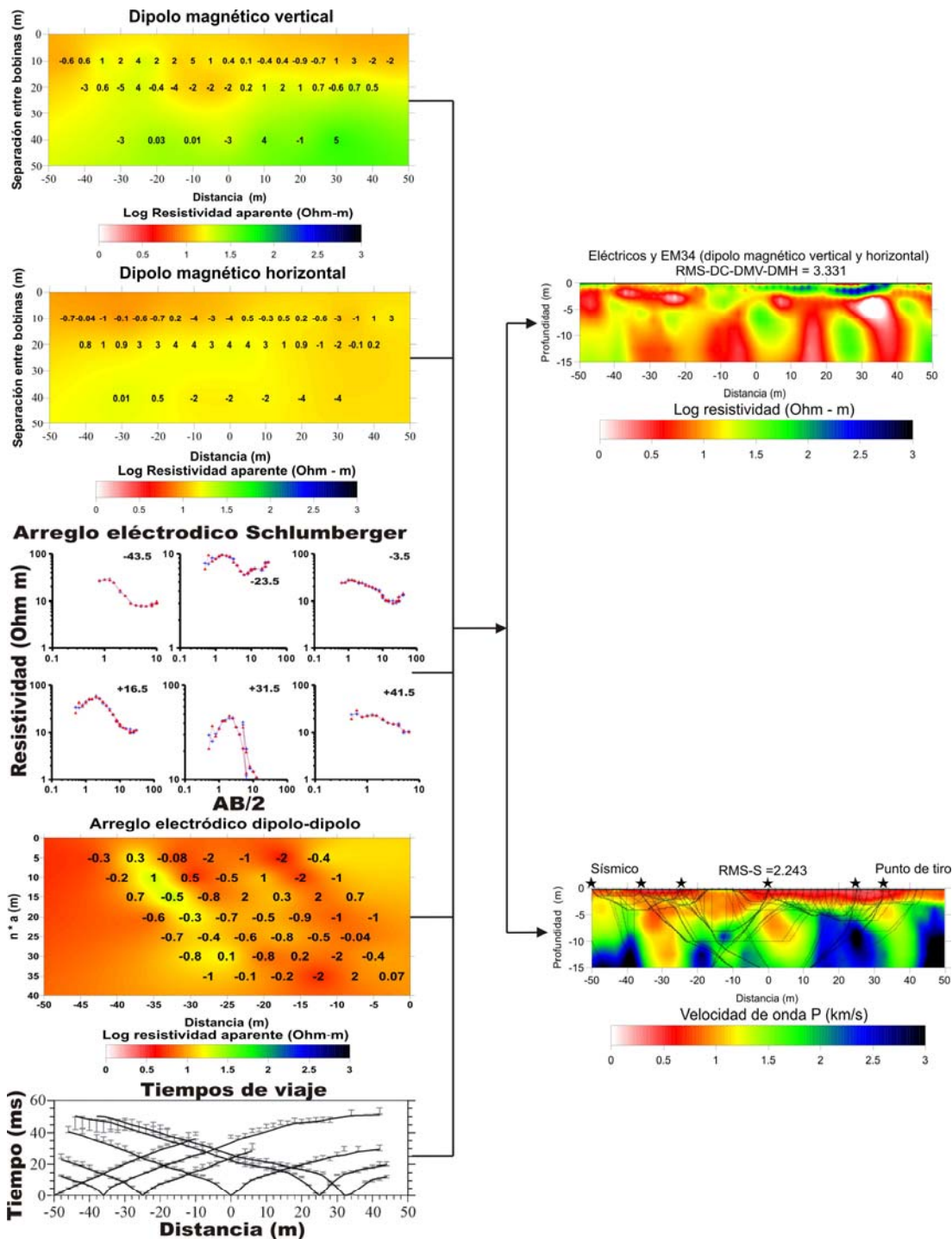


Figura 53. Modelos de resistividad y velocidad sísmica (cuadros a la derecha) obtenidos de la inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos. Los números anotados en las gráficas de los datos electromagnéticos de dipolo vertical y horizontal así como en la de los datos tipo dipolo-dipolo de la izquierda son los residuales normalizados correspondientes.

Se observa que los modelos obtenidos presentan muchas heterogeneidades con altos contrastes en sus propiedades, las cuales parecen ser un aglomerado de aquellas heterogeneidades obtenidas en todos los experimentos anteriores. Notablemente, las estructuras en los modelos eléctrico y sísmico, reflejadas por estas heterogeneidades altamente contrastantes, presentan una misma geometría.

### **V.5 Interpretación de los modelos obtenidos**

Como una primera parte en la interpretación de los datos de campo, se plantea una comparación entre los modelos obtenidos con inversión separada y la inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y sísmicos. Una manera objetiva de comparar los modelos es graficar la resistividad contra la velocidad sísmica para cada celda del subsuelo; en esta gráfica se pueden detectar posibles interrelaciones entre las propiedades físicas que puedan ser características de cada unidad litológica. Esto permite clasificar el terreno litológica y estructuralmente.

A continuación se hace una comparación de los valores de resistividad y velocidades sísmicas para los diferentes pares de modelos obtenidos.

#### *a) Inversión separada contra inversión conjunta*

En la Figura 54 se muestran las resistividades y las velocidades sísmicas obtenidas con la inversión conjunta (Figuras 54 a, b y c) y con la inversión separada (Figuras 54 d, e y f) de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de primeros arribos.

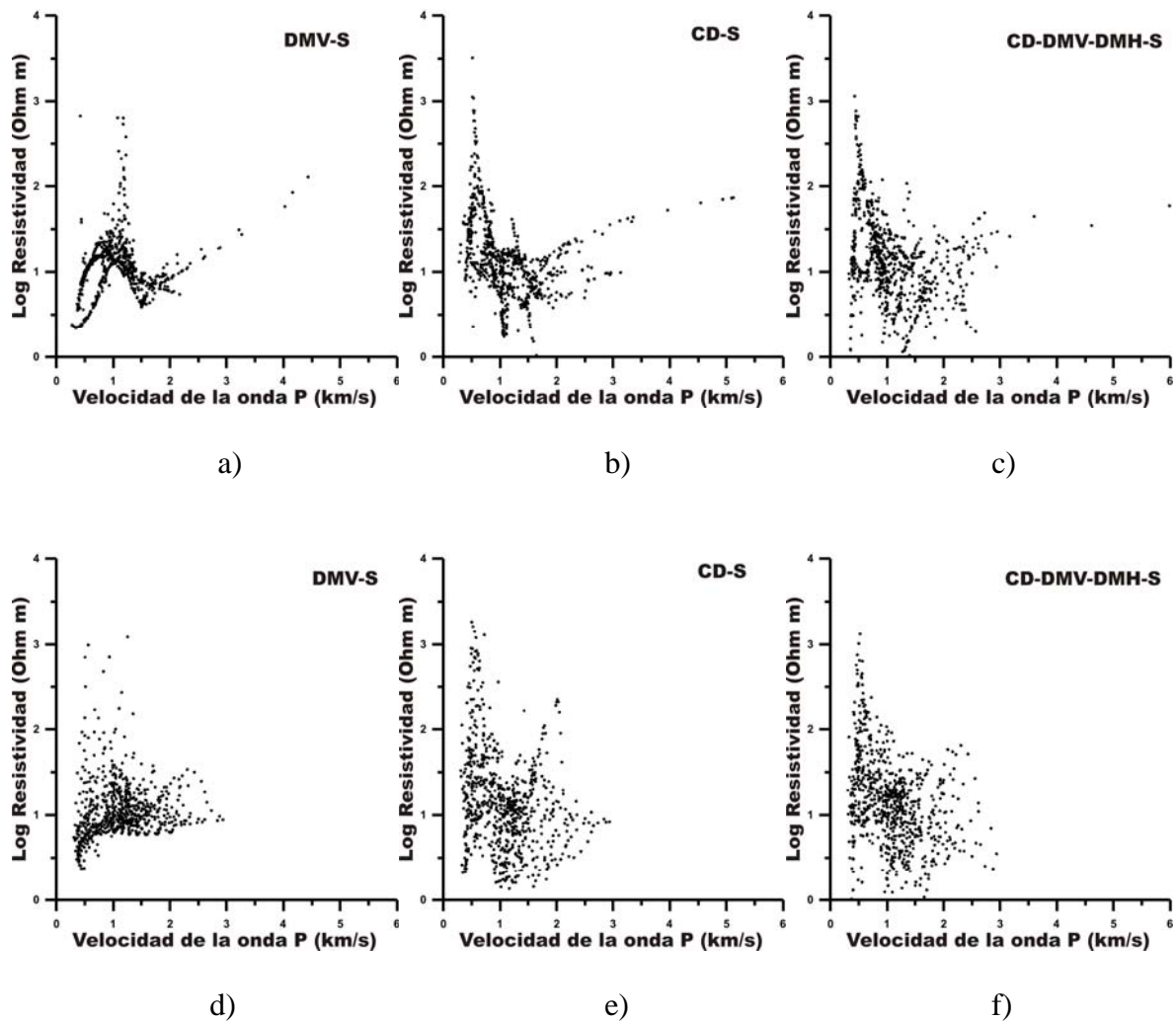


Figura 54. Gráficas de resistividad contra velocidad de onda P obtenidas de: la inversión conjunta (a) y separada (d) de los datos de dipolo magnético vertical y tiempos de primeros arribos; la inversión conjunta (b) y separada (e) de los datos de resistividad por corriente directa y tiempos de primeros arribos; la inversión conjunta (c) y separada (f) de todos los datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos disponibles.

Se observa que todas las gráficas construidas a partir de modelos obtenidos por inversión separada presentan agrupamientos dispersos de puntos, lo cual dificulta la detección de posibles correlaciones entre ellos y con ello, la posibilidad de clasificación el subsuelo en



zonas litológicas y estructurales. En contraste, las gráficas construidas a partir de modelos obtenidos por inversión conjunta de datos muestran agrupamientos menos dispersos y con un comportamiento más sistemático, los cuales pueden ser indicadores de diferentes materiales.

La clasificación y asociación de los agrupamientos de puntos en estas gráficas para diferentes zonas del subsuelo se muestran en la siguiente sección.

*b) Clasificación de las interrelaciones de resistividad y velocidad y su asociación con regiones del subsuelo*

Como una segunda parte de la interpretación de los modelos obtenidos con inversión conjunta, se realiza una clasificación de las interrelaciones de resistividad y velocidad encontradas en los gráficos anteriores y su asociación con regiones del subsuelo. Dado que los experimentos con datos reales han mostrado algunas características diferentes cuando se incorporan uno u otro dato electromagnético, se considera conveniente realizar la clasificación para cada par de modelos obtenidos en los diferentes experimentos y así comparar los rasgos que son comunes y aquéllos que son diferentes antes de interpretar el modelo final.

Una manera de realizar la caracterización estructural y litológica de las diferentes unidades del subsuelo es identificando posibles agrupaciones de puntos con resistividad y velocidad sísmica características y analizando las celdas del subsuelo de las que ellos proceden.

En la Figura 55 se ilustran los modelos de resistividad y velocidades sísmicas, obtenidos de la inversión conjunta de los datos de dipolo magnético vertical y tiempos de primeros arribos, así como su correspondiente gráfico de resistividad contra velocidad sísmica.

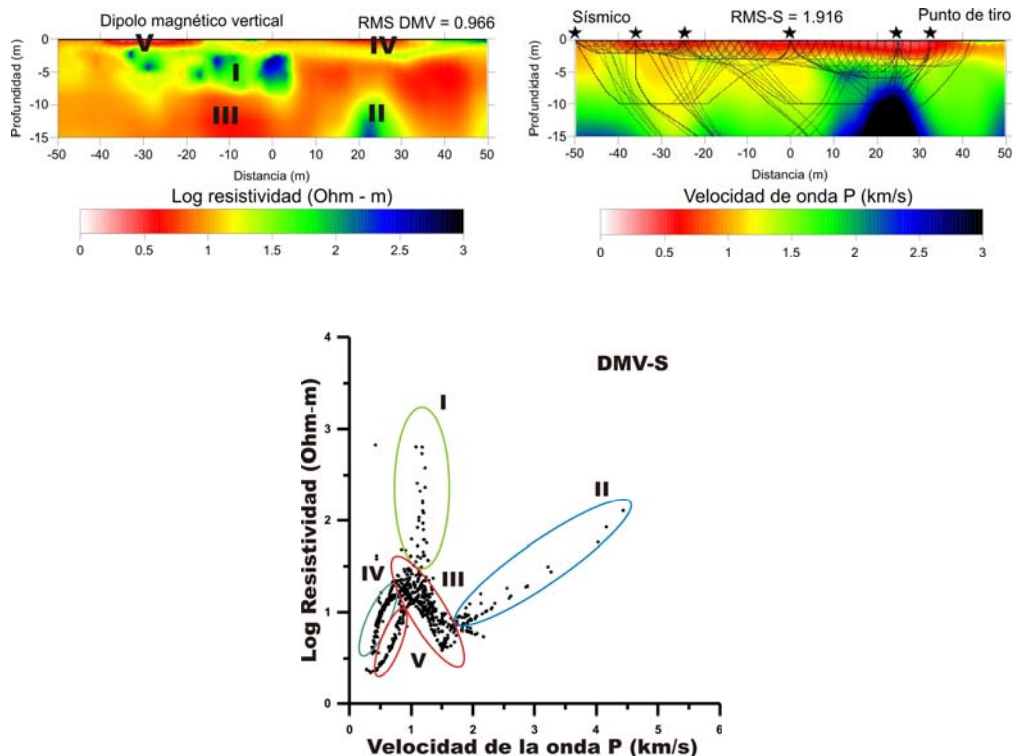


Figura 55. Modelos de resistividad y velocidades sísmicas y gráfico de resistividad contra velocidad de onda P obtenidos de la inversión conjunta de los datos de dipolo magnético vertical y los tiempos de primeros arribos. Las elipses delimitan las distintas tendencias de los distintos valores de resistividad y velocidad. Los números romanos sitúan estas regiones en el modelo.

Se observa que los valores de resistividad y velocidad sísmicas se agrupan en cinco tendencias claras; los valores de estas tendencias se pueden relacionar a regiones definidas del subsuelo, indicadas en el modelo de resistividades de la Figura 55.

En la Figura 56 se ilustran los modelos de resistividad y velocidad sísmica, obtenidos de la inversión conjunta de los datos de corriente directa y tiempos de primeros arribos; así como su correspondiente gráfico de resistividad contra velocidad sísmica.

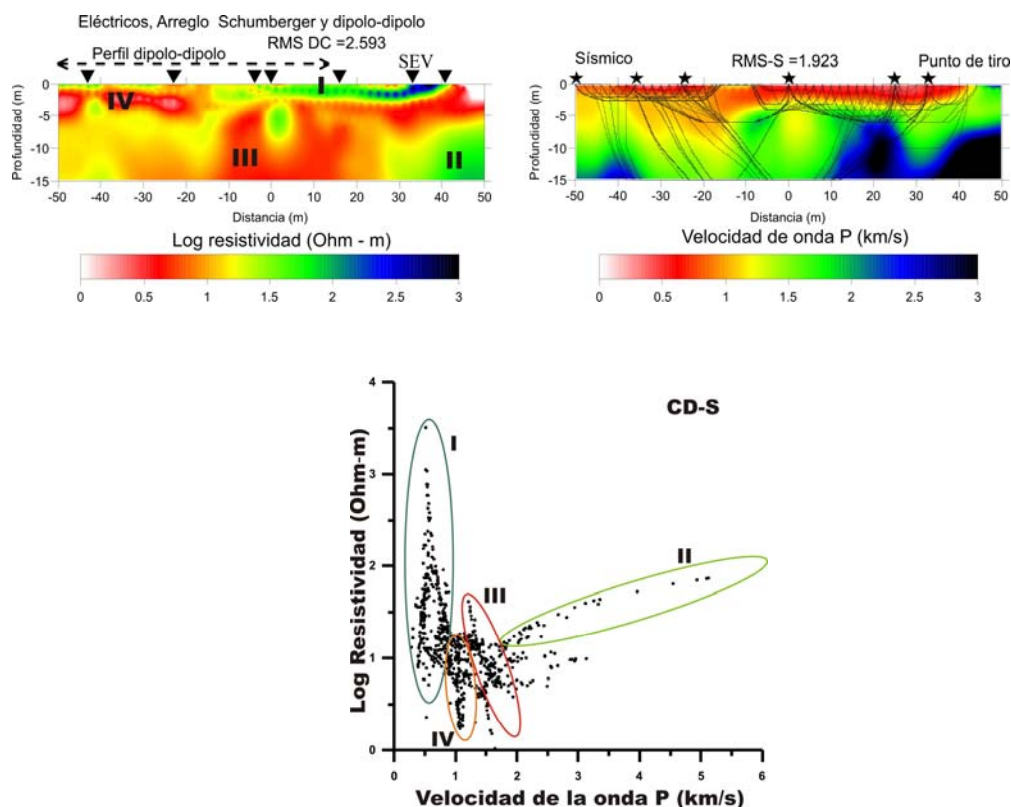


Figura 56. Modelos de resistividad y velocidad sísmica y gráfico de resistividades contra velocidades de onda P que resultan de la inversión conjunta de los datos de corriente directa y tiempos de primeros arribos. Las elipses delimitan las distintas agrupaciones que pueden ser relacionados a las diferentes zonas del subsuelo y los números romanos sitúan estas regiones en el modelo.

Se observa que el modelo de resistividad y el de velocidad sísmica son muy similares entre sí, pero en menor medida que aquellos del ejemplo anterior. Esta diferencia también se

refleja en el gráfico resistividad-velocidad con una mayor dispersión en los grupos de valores de resistividad y velocidad; sin embargo, las relaciones entre resistividad y velocidad todavía son perceptibles.

En la Figura 58 se ilustran los modelos de resistividad y velocidad sísmica obtenidos de la inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de primeros arribos; así como el gráfico de resistividad contra velocidad sísmica correspondiente.

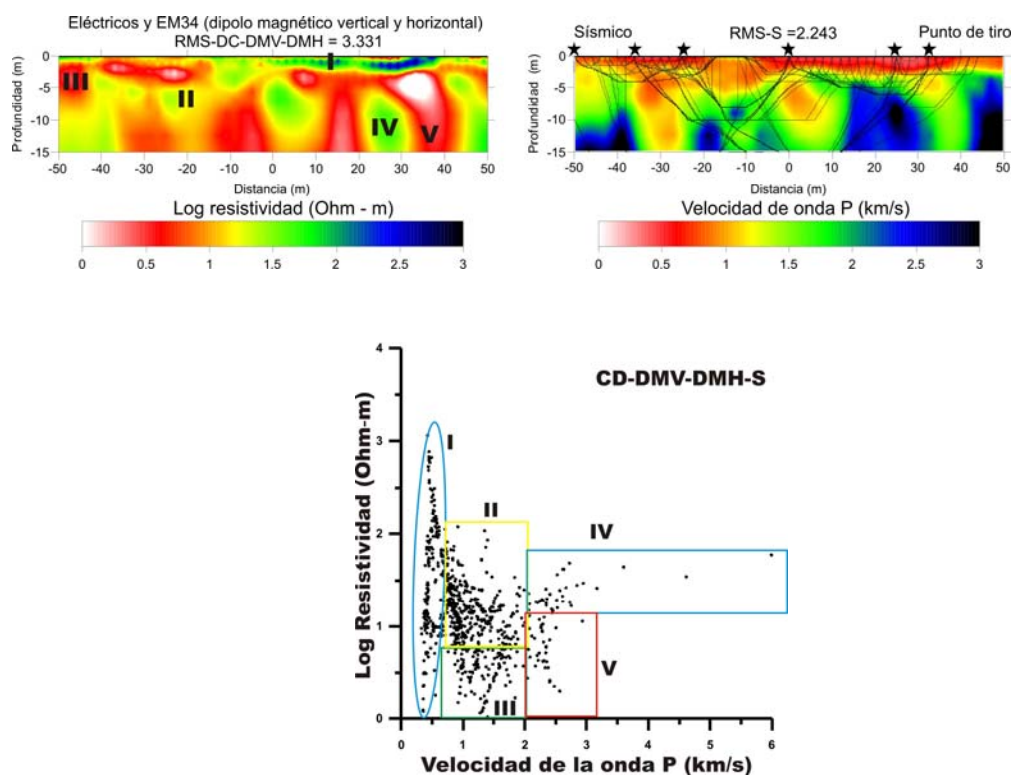


Figura 57. Modelos de resistividad y velocidad sísmica y gráfico de resistividades contra velocidades de onda P que resultan de la inversión conjunta de los datos electromagnéticos, eléctricos y tiempos de primeros arribos. Las elipses y recuadros delimitan las distintas agrupaciones de valores resistividad velocidad; los números romanos sitúan estas regiones en el modelo.

Se observa que, cuando se conjuntaron todos los datos, los modelos incorporaron más heterogeneidades. Estas heterogeneidades fueron delimitadas a través de un mayor contraste en sus resistividades eléctricas, lo cual hace los modelos menos similares entre sí que aquellos de los experimentos previos. Esta diferencia entre los modelos produce una mayor dispersión de los grupos de velocidad y resistividad.

En general, la poca claridad entre los diferentes grupos de resistividad-velocidad dificulta notablemente su asociación. Por esta razón solo se seleccionaron regiones de puntos de valores altos y bajos como se ilustra en la Figura 58

### *c) Interpretación geológica*

En esta sección se plantea la interpretación geológica de los modelos de resistividad y velocidad de onda P obtenidos de la inversión conjunta de los datos eléctricos, electromagnéticos y sísmicos que se ilustran en la Figura 58. La interpretación geológica final se hace sobre estos modelos ya que éstos integran toda la información geofísica disponible y por ende deberían definir con mayor detalle las heterogeneidades del subsuelo. Sin embargo, es conveniente mencionar que algunas de estas heterogeneidades podrían haber resultado de las limitaciones de las metodologías de modelado geofísico adoptadas ó de algunas incompatibilidades mayores entre los mismos datos. Para contemplar estas posibilidades, se dio más énfasis a las heterogeneidades principales, las cuales se repetían sistemáticamente en todos los modelos.

Observando los valores de resistividad y velocidad sísmica obtenidos así como su ubicación en el subsuelo, se delimitaron cinco unidades litológicas (véase Figura 58):

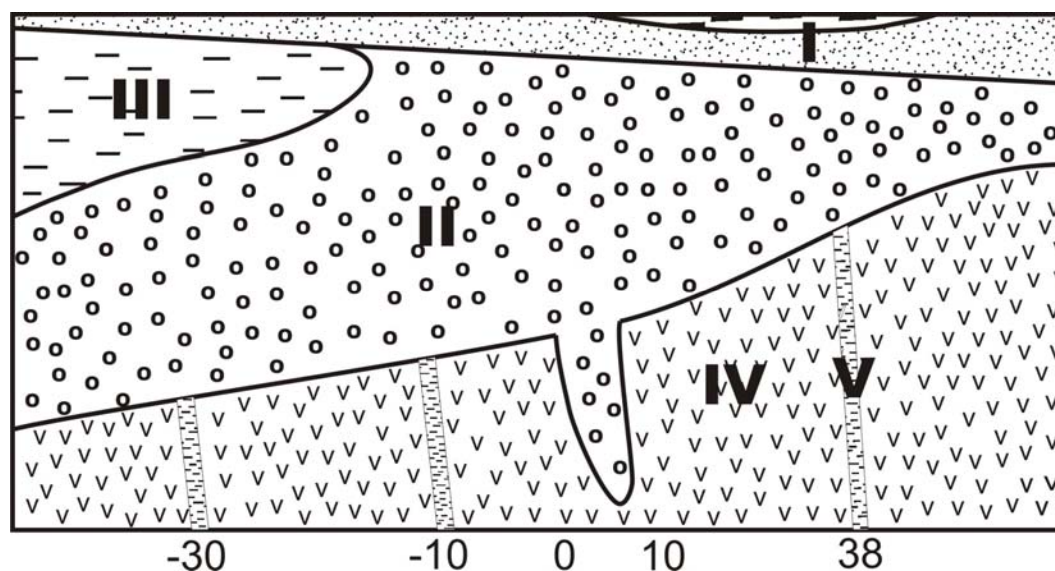


Figura 58. Modelo geológico interpretado a partir de los modelos de resistividad y velocidad sísmica que resultaron de la inversión conjunta de todos los datos geofísicos levantados en campo.

**Unidad I.** Esta unidad se caracteriza por sus valores bajos de velocidad sísmica (menores a 0.5 km/s), los cuales podrían asociarse a un material no consolidado con un alto contenido de poros. La resistividad presenta valores mayores a 30 Ohm-m lo que refleja un bajo contenido de arcillas ó bien, que es un material con relativamente poca humedad. También dentro de esta unidad, se encuentra una zona superficial con resistividades menores a 10 Ohm-m, la cual ocurre justo debajo del campo de pasto.

**Unidad II.** Esta unidad está caracterizada por resistividades mayores a 10 Ohm-m y menores de 100 Ohm-m, lo cual indica un menor contenido de arcillas. Las velocidades sísmicas son mayores 0.7 km/s y menores a 2 km/s que podrían relacionarse a un material

semi-consolidado. Esta unidad se podría asociar a los materiales aluviales que son expuestos a los flancos del sitio.

**Unidad III.** Esta unidad se caracteriza por su baja resistividad (menor a 10 Ohm-m), la cual refleja un material con mayor contenido de arcilla. Las velocidades de este material son mayores a 0.7 y menores a 2 km/s lo que se podría asociar a material no consolidado con un alto contenido de humedad. Este material sólo se presenta debajo del campo empastado.

**Unidad IV.** Esta unidad presenta altos valores de velocidad sísmica (mayores a 2 km/s), que se asocian a un basamento rocoso. La resistividad es mayor 20 Ohm-m lo que indica que este material aún debe contener arcillas y humedad. Este material es el más abundante y el que se presenta a la mayor profundidad en el modelo.

**Unidad V.** Esta unidad presenta una resistividad menor a 10 Ohm-m y se debe asociar a material con alto contenido de arcillas. Sus velocidades sísmicas son mayores a 2 km/s y menores de 2.6 km/s. Debido a que este material se encuentra sólo en pequeñas regiones, justo en la parte superior de la unidad IV, se podría asociar a fracturas en el basamento.

## **VI. DISCUSIONES Y CONCLUSIONES**

En este capítulo se presentan, en forma resumida, las principales discusiones y conclusiones derivadas de cada capítulo de manera individual. Esto con el objetivo de resaltar algunas de las observaciones y conclusiones parciales de cada uno de estos y con ello poder hacer una conclusión global de las limitaciones, alcances y expectativas alcanzadas en el desarrollo de la presente tesis.

### **VI.1 Discusiones particulares**

#### **a) Sobre las técnicas de modelado directo de métodos electromagnéticos y sísmicos adoptadas**

En el segundo capítulo de esta tesis se realizó una descripción de las ecuaciones que permiten el cálculo de los campos eléctricos, electromagnéticos a bajo número de inducción y los tiempos de arribo de las ondas sísmicas refractadas, las cuales fueron implementadas en la metodología de inversión conjunta desarrollada.

En los métodos electromagnéticos se tomó la formulación desarrollada por Pérez-Flores (1995) para bajos números de inducción de las bobinas EM34. Al suponer bajos contrastes en la conductividad del subsuelo, esta aproximación convierte un problema inherentemente no lineal en un problema lineal. Esto agilizó los cálculos, tanto de la respuesta de los modelos como el de sus derivadas, en las numerosas iteraciones que se requirieron en el proceso de inversión conjunta. Sin embargo, esta formulación encierra varias hipótesis que limitan su exactitud. Por ejemplo, la suposición de bajos contrastes de conductividad, limita



su aplicación en medios de altos contrastes. Similarmente, el hecho de que solamente una de las integrales de los campos para de las bobinas EM34 esté resuelta analíticamente (caso de bobinas coplanares horizontales en la dirección de  $y$ ) y en los demás direcciones sean resueltas en forma aproximada hacen que se deba poner mucha atención en la manera en que se discretiza el subsuelo y en la cantidad de subdivisiones que resultan óptimas para cada una de las celdas del modelo. Cuando alguna de estas suposiciones no son apropiadas, debemos esperar que estas deficiencias se propaguen al subsuelo e inclusive a los modelos que son obtenidos por otros métodos como lo son, en este caso, las imágenes de velocidades sísmicas.

El modelado de potencial eléctrico usando corriente directa, al igual que para las bobinas EM34, supone también bajos contrastes en la resistividad del subsuelo y simplifica nuevamente los cálculos a costa de su exactitud. Sorprendentemente, y a diferencia del modelado electromagnético, esto no fue una limitante mayor en la inversión conjunta aún en los experimentos con datos reales.

Para el caso de sísmica se utilizó un procedimiento eficiente para el cálculo de los tiempos de primeros arribos de ondas sísmicas. La principal desventaja de la técnica de refracción sísmica en general es la de requerir un incremento en la velocidad sísmica con la profundidad para que las ondas de los primeros arribos viajen y se refracten hacia la superficie por zonas de mayor velocidad. Esta situación fue deliberadamente supuesta en el modelo sintético para analizar la contribución de los datos sísmicos en la inversión conjunta, pero dejó fuera el análisis de modelos sintéticos con zonas ocultas de baja velocidad.

## **b) Sobre el planteamiento y solución del problema de inversión conjunta**

En el tercer capítulo se describió la metodología utilizada para invertir en forma conjunta las mediciones de conductividad aparente, resistividad aparente y tiempos de primeros arribos. Se definió la inversión conjunta como la búsqueda de un modelo representativo caracterizado por valores “interrelacionados” de resistividad eléctrica y velocidad sísmica que justifiquen simultáneamente el valor de dichas mediciones.

La metodología de inversión conjunta empleada se sustenta en la función de gradientes cruzados como una medida matemática de la similitud geométrica de dos modelos. La hipótesis de que tanto la imagen eléctrica como la sísmica están controladas por una misma estructura geológica elimina muchos modelos eléctricos y sísmicos que son individualmente factibles y simplifica la búsqueda y obtención de los modelos geofísicos con más sentido geológico. Sin embargo, la técnica está restringida a la cobertura y precisión de los datos y esto tiene varias consecuencias como:

- i)* Los datos geofísicos con mayor cobertura producen mejores modelos.
- ii)* Cuando los datos no tienen la misma cobertura, los datos que son aún sensibles al subsuelo determinan un modelo de acuerdo a su criterio, mientras, que el otro modelo adquiere sólo rasgos similares al primero ó bien, se mantiene con un valor constante.
- iii)* Si los datos no son sensibles a algunas porciones del modelo geofísico, entonces, no hay una mejoría efectiva en los valores de los parámetros estimados para el modelo.

- iv)* Si alguno de los datos tiene un error muy grande y éste no es considerado en su desviación estándar, éste no sólo se puede podría propagar hacia su correspondiente modelo, sino al modelo que se está invirtiendo conjuntamente.

### **c) Sobre la parametrización del modelo del subsuelo**

La parametrización del modelo del subsuelo se plantea suponiendo un subsuelo homogéneo en una dirección, esto es, con una formulación en 2D. Esta formulación simplifica en gran medida las ecuaciones y el problema en general. Sin embargo, el modelo puede ser demasiado simplista y alejarse de una Tierra tridimensional. El efecto de tridimensionalidad puede afectar de manera diferente a cada tipo de dato y por lo tanto manifestarse de manera diferente en los modelos obtenidos por inversión conjunta. Esto complicará notablemente la posibilidad de encontrar modelos con geometrías similares que justifiquen simultáneamente los datos electromagnéticos y sísmicos.

La discretización del subsuelo se realiza de acuerdo a la cobertura de los datos. Esto permite discretizar más fino donde se requiera y con esto ahorrar memoria y tiempo de cómputo. En este caso se seleccionó una discretización muy fina en superficie y muy grande en la periferia, acorde a la sensibilidad propia de los campos y a las ecuaciones de modelado de las tres metodologías empleadas.

Un mayor problema para la selección de los parámetros, fue el compaginar dos técnicas que detectan propiedades eléctricas pero que su sensibilidad es diferente según sus respectivas ecuaciones de modelado (logarítmica en resistividad vs lineal en conductividad). Cuando son invertidas de modo independiente la mejor opción fue emplear su respectivo parámetro;

sin embargo, al combinarlas, se optó por conservar el logaritmo de resistividad ya que se esperaba que los métodos eléctricos tuvieran una mayor resolución. También es importante resaltar que a pesar de que las gráficas de los modelos se despliegan en las unidades que son más comunes (e.g. velocidad sísmica), éstas no siempre son las que se invierten (lenticidades) lo cual pudo exagerar algunas estructuras que en realidad deberían ser entendidas como casi planas.

#### **d) Sobre la función objetivo**

Cuando se definen los términos en una función objetivo, intrínsecamente se definen también ciertas características como deseables en nuestros modelos. Aunque algunas de estas características pueden facilitar el planteamiento y solución del problema inverso, hay que tener mucho cuidado de que no lleven a modelos incompatibles con la Tierra real.

Un término indispensable de la función objetivo es que las formulaciones de ambas técnicas justifiquen los datos observados con los datos calculados al mismo tiempo. Este término resume la contribución de los datos geofísicos hacia la selección de sus respectivos modelos. Esta contribución está regulada por la imprecisión misma de cada dato dada por su desviación estándar. Sin embargo, es conveniente considerar que cada dato puede contener errores provocados por algún factor externo al subsuelo, lo cual puede llevar a una sobre- o sub-evaluación que puede propagarse dentro de los modelos invertidos.

Un segundo término indispensable dentro de la función objetivo es la similitud geométrica de los modelos lo que, como anteriormente se mencionó, es el núcleo de la técnica de inversión conjunta.

La formulación pide que los modelos tengan sentido geológico haciendo con ello que se eliminen modelos que no tengan parecido a geologías conocidas (dadas por un modelo a priori). En este punto es importante recalcar que se emplearon valores de desviación estándar del modelo a priori muy grandes, esto hace que estos modelos influyeran al modelo final solo en aquellas porciones donde los datos geofísicos vienen a ser prácticamente insensibles. Aunque es también posible utilizar un modelo a priori para integrar información de pozos, en este caso no se tuvo disponibilidad de valores de las propiedades eléctricas o sísmicas para ninguna celda del subsuelo.

La asignación del factor de rugosidad es hecha aquí de manera empírica lo que puede llevar a modelos muy suaves o con un alto grado de rugosidad que puede no concordar con la geología real del sitio. En mi trabajo preferí utilizar los valores más pequeños posibles de modo que obtuviera modelos que ajusten lo mejor posible a los datos, pero siempre cuidando que las heterogeneidades encontradas sean efectivamente soportadas por los datos geofísicos.

En general, la función objetivo depende de muchos factores, y aunque algunos de éstos, como el factor de regularización, son propuestos en base a experimentación directa, otros tienen un sentido bastante claro como lo son la calidad de los datos y del modelo a priori propuesto. Esto hace que el éxito en la aplicación de la metodología dependa de múltiples aspectos.

### **e) Sobre la solución de la función objetivo**

Como cualquier otro procedimiento de inversión basado en álgebra lineal, se necesita que las relaciones tanto geofísicas (EM34, DC y sísmica) como no-geofísicas (en este caso la condición de gradientes cruzados) sean propuestas de un modo lineal. Esto involucra aproximaciones adicionales y establecimiento de procedimientos de búsqueda. En este caso, el aplicar un factor de relajamiento en un procedimiento de búsqueda tipo Newton, dio buenos resultados. Se observó siempre que este procedimiento encontró modelos que reducen paulatinamente el residual en los datos geofísicos produciendo una mejor y fácil búsqueda de modelos similares evitando mínimos locales.

La formulación de la función objetivo es lo suficientemente flexible para permitir de forma sencilla y rápida la integración de otros métodos geofísicos, como lo es en el presente caso.

### **f) Sobre los experimentos con datos sintéticos**

En el capítulo IV se realizó la inversión conjunta y separada de varias combinaciones de datos sísmicos, eléctricos y electromagnéticos empleando dos modelos sintéticos. En estos experimentos se pudo observar que los modelos obtenidos por inversión conjunta regularmente fueron mejores que los de inversión separada, esto a pesar de las múltiples aproximaciones tanto de la geometría bidimensional del subsuelo como de las técnicas de modelado, de los modelos a priori y demás hipótesis regularizadoras. Esto evidencia de que la técnica de inversión conjunta es robusta, lo cual se observa en todos los pasos del proceso a diferentes niveles de ajuste. También se observa que muchas de las

discrepancias de los modelos y los datos son parcialmente segregadas y quedan implícitas en los mayores residuales de los datos ajustados.

Los datos de bobinas EM34 fueron usados para ajustar el subsuelo parametrizado tanto en logaritmos de resistividad como de conductividad. A pesar de algunas hipótesis que fueron agregadas para lograr esto, los resultados usando ambas aproximaciones fueron muy similares, por lo que, el uso de una parametrización u otra (logarítmica o en conductividades) no resultó ser un factor determinante en el ajuste de los datos electromagnéticos estudiados. Parece ser que los mayores problemas se concentraron en las aproximaciones lineales en los campos electromagnéticos y el procedimiento de inversión conjunta en sí.

En general, los resultados demuestran que la técnica de inversión conjunta es mejor que realizar la inversión en forma separada de cada una de las técnicas. Esta ventaja parece ser mayor cuando se incorpora la mayor cantidad de información disponible siempre y cuando estos datos sean compatibles y sean modelados con las ecuaciones más exactas posibles. También se puede resumir que, a pesar de tratarse de una inversión conjunta, el nivel de precisión alcanzable en cada modelo individual depende en gran medida de sus mismos datos geofísicos. Por ejemplo, es fácil notar que los modelos sísmicos obtenidos en los diferentes experimentos nunca pudieron recuperar el valor de baja velocidad sísmica que se propuso en los modelos sintéticos, sin embargo, sí se pudo definir su estructura y su existencia como zona de baja velocidad.

### **g) Sobre los experimentos con datos reales**

En el capítulo V se planteó un análisis de las ventajas y limitaciones que se tiene al invertir conjuntamente datos electromagnéticos tipo EM34, eléctricos y tiempos de arribo sísmicos de campo usando gradientes cruzados. En estos experimentos no se tiene un control del modelo real del subsuelo, por lo que no se puede juzgar la exactitud de los modelos encontrados por inversión conjunta o separada de los diferentes tipos de datos como lo fue en el capítulo previo; sin embargo, sí se pudo hacer una comparación entre ellos y una correlación con la geología existente en el sitio.

En los diferentes experimentos se encontraron rasgos que eran dominantes y que aparecían consistentemente en todos los modelos. Estos rasgos fueron igualmente enfatizados en los modelos obtenidos por inversión conjunta. Sin embargo, los modelos de inversión conjunta integrando varias técnicas geofísicas pudieron resolver una mayor cantidad de heterogeneidades que podían ser soportadas por uno u otro dato eléctrico o electromagnético. A pesar de que esto es algo deseable, habría que poner especial atención a la posible inclusión de incompatibilidades propias del modelo en celdas bidimensionales del subsuelo ó de los datos mismos. Aunque no existe una medida del nivel de inclusión de estas incompatibilidades dentro de los modelos, estas son detectables parcialmente en el ajuste de los datos.

En sentido estricto, la técnica de inversión conjunta desarrollada aquí termina su función con la producción de modelos que son geoméricamente compatibles. Sin embargo, los análisis de los modelos hechos posteriormente, demuestran que los modelos obtenidos por



inversión conjunta sí pueden facilitar significativamente su interpretación en términos geológicos. En esta tesis se aplicó un análisis del comportamiento de los valores combinados de la resistividad eléctrica y de la velocidad sísmica para cada celda del subsuelo. Las gráficas realizadas permitieron detectar posibles interrelaciones entre las propiedades físicas. Lo cual facilitó su clasificación en términos estructurales y litológicos en zonas que pueden asociarse más fácilmente a alguna geología característica.

La sección del subsuelo se interpretó como compuesto por cinco unidades principales que, de acuerdo a la geología local y a sus valores de resistividad y velocidad sísmica, se definieron como: una capa de suelos arenosos y arcillosos que cubren depósitos de tipo aluvial que a su vez sobrellavan un basamento vulcano-sedimentario que parece estar fracturado en su parte superior.

## **VI.2 Conclusiones generales**

En la presente tesis se abordó el problema de inversión conjunta de datos electromagnéticos a bajo número de inducción, eléctricos y sísmicos de refracción en 2D usando la metodología de gradientes cruzados. Para esto se hubo que adaptar y modificar diversas técnicas computacionalmente eficientes para el modelado directo y el cálculo de matrices jacobianas de los tres tipos de datos geofísicos incorporados, resultando en dos aproximaciones de inversión conjunta:

En una primera aproximación, se desarrolló un algoritmo de inversión conjunta de datos electromagnéticos a bajo número de inducción y de sísmica de refracción. El algoritmo

resultado ser eficiente y robusto. Además, los modelos obtenidos son invariablemente mejores que los obtenidos con la inversión separada de cada tipo de dato en forma individual. En función de los resultados obtenidos se puede concluir que, a pesar de que el algoritmo tiene ciertas limitaciones en su exactitud es, en la actualidad, la mejor opción para invertir conjuntamente ambos tipos de datos.

En la segunda aproximación, se desarrolló un algoritmo de inversión conjunta de datos electromagnéticos a bajo número de inducción, datos eléctricos por corriente directa y datos de sísmica de refracción usando gradientes-cruzados. El algoritmo desarrollado es igualmente eficiente y robusto que el anterior. El algoritmo requirió un sacrificio mayor en cuanto a su exactitud para acoplar ambos datos electromagnéticos, sin embargo sus resultados fueron mejores que los obtenidos con la inversión separada e incluso, cuando se incorporan datos eléctricos, que aquellos obtenidos con la inversión conjunta de los datos electromagnéticos y sísmicos usando el primer algoritmo desarrollado.

Los algoritmos propuestos resuelven la función objetivo adoptando procesos de minimización iterativos que son regulados por un factor de relajación de la desviación estándar de los datos ( $\beta$ ). El cual comienza con un valor grande y va disminuyendo conforme se encuentra el mejor par de modelos eléctricos y sísmicos para cada valor de relajación propuesto. Este proceso permite la incorporación gradual de los rasgos estructurales comunes de ambas metodologías.

Después de los experimentos de inversión conjunta realizados, puedo concluir que la calidad de los modelos que se obtienen con la inversión conjunta, como los obtenidos con

cualquier otra metodología de inversión, están directamente ligados a la calidad de los datos y a las decisiones tomadas por el modelador. Una mala calidad en los datos puede llevar a una incompatibilidad entre los modelos eléctricos y sísmicos que difícilmente puede ser resuelta por la técnica de inversión conjunta. Similarmente, una mala selección en los parámetros por parte del modelador llevaría también a una incompatibilidad entre el modelo real del subsuelo de tierra y el modelo obtenido; lo cual, en el mejor de los casos, podría solo reflejarse en el mal ajuste de los datos geofísicos.

## REFERENCIAS

- Abramowitz, M. y I.A., Stegun, 1965. Handbook of Mathematical function with formulas, Graphs and mathematical tables. Dover Publications, Inc. New York. 1046p.
- Afnimar, K. Koketsu, y K. Nakagawa, 2002. Joint inversion of refraction and gravity data for the three-dimensional topography of a sediment-basement interface. *Geophysical Journal International*, 151(1): 243-254.
- Aki, K., y P. G. Richards, 1980. Quantitative seismology theory and methods, Vol. 1, Freeman and Company, San Francisco, 557p.
- Anderson, M., Matti J. y Jachens R., 2004. Structural model of the San Bernardino basin, California, from analysis of gravity, aeromagnetic, and seismicity data. *Journal of Geophysical Research*, 109(B4): p. art. no. B04404, doi: 1029/2003JB002544.
- Archie, G. E., 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristic , *AIME trans. (Petroleum Development and technology)* 146: 54-62.
- Baker, M.R. y Doser, D.I., 1988. Joint Inversion o f Regional And Teleseismic Earthquake Waveforms, *Journal of Geophysical Research-Solid Earth And Planets*, 93: 2037-2045.
- Birch, F., 1961. The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars. *Journal of Geophysical Research*, 66: 2199-2224.
- Blakely, R. J., 1995. Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge University Press, New York, 441p.
- Bosch, M., 1999. Lithologic tomography: From plural geophysical data to lithology estimation. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 104(B1): 749-766.
- Bosch, M., Zamora M. y Utama W., 2002. Lithology discrimination from physical rock properties, *Geophysics*, 67: 573-581.
- Christensen, N. B., 2000. Difficulties in determining electrical anisotropy in subsurface investigations. *Geophysical Prospecting*, 48(1): 1-19.
- De Natale, G., Troise C., Trigila R. y Chiarabba C., 2004. Seismicity and 3-D substructure at Somma-Vesuvius volcano: evidence for magma quenching. *Earth and Planetary Science Letters*, 221(1-4): 181-196.
- Ditmar, P. 2002, Finding the shape of a local heterogeneity by means of a structural inversion with constraints. *Geophysical Prospecting*, 50(2): 209-223.

- Dobrin, M.B., Savit, C. H., 1988. Introduction to geophysics prospecting. McGraw-Hill Book company, New York. 867p.
- Gallardo-Delgado, L.A., M.A. Perez-Flores, y E. Gomez-Treviño, 2003. A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics*, 68(3): 949-959.
- Gallardo, L.A. y Meju M.A., 2003. Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of dc resistivity and seismic data. *Geophysical Research Letters*, 30(13): 1658. , doi:10.1029/2003GL017370.
- Gallardo, L.A., 2004. Joint two-dimensional inversion of geoelectromagnetic and seismic refraction data with cross-gradients constraint, PhD Dissertation in Environmental Science. Lancaster University, U.K. 140p.
- Gallardo, L.A. y Meju M.A, 2004. Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 109(B3): B03311. , doi:10.1029/2003JB002716.
- Gallardo, L.A., Meju M.A. y Perez-Flores M.A., 2005. A quadratic programming approach for joint image reconstruction: mathematical and geophysical examples. *Inverse Problems*, a. 21(2): 435-452.
- Gallardo, L.A., M.A. Perez-Flores, y E. Gomez-Treviño, 2005. Refinement of three-dimensional multilayer models of basins and crustal environments by inversion of gravity and magnetic data. *Tectonophysics*, b. 397(1-2): 37-54.
- Gallardo, L.A. y Meju M.A., 2007. Joint 2D cross-gradients imaging of magnetotelluric and seismic travel-time data for structural and lithological classification. *Geophysical Journal International* (in press, 2007).
- Gardner, G.H. F., Gardner L.W. y Gregory A.R., 1974. Formation velocity and density: the diagnostic basic for stratigraphic traps. *Geophysics* 39: 770-780.
- Gómez-Treviño, E. (1987) Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems. *Geophysics* 52: 1297-1302.
- Haber, E. y Oldenburg D., 1997. Joint inversion: A structural approach. *Inverse Problems*, 13(1): 63-77.
- Hering, A., Misiek R., Gyulai A., Dobroka M. y Dresen L. 1995. A Joint Inversion Algorithm To Process Geoelectric And Surface- Wave Seismic Data.1. Basic Ideas. *Geophysical Prospecting*, 43(2): 135-156.

- Hole, J.A. y Zelt, B.C., 1995. 3-D Finite-Difference Reflection Travel-Times, *Geophysical Journal International*, 121: 427-434.
- Kearey, P., y Brooks, M., 1991. *An introduction to geophysics exploration*. Oxford: Blackwell Scientific, Oxford. 254p.
- Kis, M., 2002. Generalized Series Expansion (GSE) used in DC geoelectric-seismic joint inversion. *Journal of Applied Geophysics*, 50: 401-416.
- Linde, N., Binley A., Tryggvason A., Pedersen L. B., y A. Revil, 2006. Improved hydrogeophysical characterization using joint inversion of cross-hole electrical resistance and ground-penetrating radar travelttime data. *Water Resources Research*, 42: W12404, doi: 12410.11029/12006WR005131.
- Lines, L.R., Schultz A.K., y Treitel S., 1988. Cooperative inversion of geophysical-data. *Geophysics*, 53(1): 8-20.
- Manglik, A. y Verma S.K., 1998. Delineation of sediments below flood basalts by joint inversion of seismic and magnetotelluric data. *Geophysical Research Letters*, 25(21): 4015-4018.
- Marquis, G. y Hyndman R.D., 1992. Geophysical Support For Aqueous Fluids In The Deep Crust - Seismic And Electrical Relationships. *Geophysical Journal International*, 110(1): 91-105.
- McNeill, J. D. 1980. Electromagnetic terrain conductivity measurements at low induction numbers. Technical Note TN-6, Geonics Ltd. Mississauga, Ont. 15p.
- Méndez-Delgado S., 1997. Inversión y modelado de campos eléctricos y magnéticos para números de inducción pequeños (Tesis de Doctorado en ciencias, CICESE. Ensenada, México.). CICESE, Ensenada, México. 388p.
- Menke, W., 1984. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, Academic, San Diego, Calif. 288p.
- Nath, S.K., Shahid S., y Dewangan P., 2000. SEISRES - a Visual C++ program for the sequential inversion of seismic re-refraction and geoelectric data, *Computers and Geosciences*, 26: 177-200.
- Nabighian M. N., 1994. *Electromagnetic methods in applied geophysics-Theory*, Vol. I. Society Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma, 513p.

- Nelson, K.D., Zhao W., Brown L. D., Kuo J., Che J., Liu X., Klemperer S. L., Makovsky Y., Meissner R., Mechie J., Kind R., Wenzel F., Ni J., Nabelek J., Leshou C., Tan H., Wei W., Jones A. G., Booker J., Unsworth, M., Kidd W. S. F., Hauck M., Alsdorf D., Ross A., Cogan M., Wu C., Sandvol E. y Edwards M., 1996. Partially molten middle crust beneath southern Tibet: Synthesis of INDEPTH results. *Science* 274: 1684-1687.
- Oldenburg, D.W., 1977. Joint Inversion of Magnetotelluric And Direct-Current Resistivity Measurements. *Geophysics*, 42(7): 1529-1529.
- Pérez-Flores, M. A., 1995. Inversión rápida en 2-D de datos de resistividad, magnetotelúricos y electromagnéticos de fuente controlada a bajos números de inducción. Tesis de Doctorado en ciencias, CICESE. Ensenada, México. 352p.
- Pérez-Flores, M. A., Mendez-Delgado S., y E. Gomez-Trevino, 2001. Imaging low-frequency and dc electromagnetic fields using a simple linear approximation, *Geophysics*, 66: 1067-1081.
- Roecker, S., C. Thurber, y D. McPhee, 2003. Joint inversion of gravity and arrival time data from Parkfield: New constraints on structure and hypocenter locations near the SAFOD drill site. *Geophysical Research Letters*, 31(12): L12S04, doi:10.1029/2003GL019396.
- Rudman, A. J., Whaley J. F., Blake R. F. y Biggs M. E., 1995. Transformations of resistivity to pseudovelocity logs. *AAPG Bull.* 59: 1151-1165.
- Sasaki, Y., 1987. Two-Dimensional Joint Inversion of Magnetotelluric And Dipole Data, *Geophysics*, 52: 382-382.
- Saunders, J. H., Herwanger J. V., Pain C. C., Worthington M. H. y C. R. E. de Oliveira 2005. Constrained resistivity inversion using seismic data. *Geophysical Journal International*, 160: 785-796.
- Tarantola, A., 1987. *Inverse Problem Theory*. Elsevier, Sci., New York. 613p.
- Tryggvason, A. y N. Linde, 2006. Local earthquake (LE) tomography with joint inversion for P- and S-wave velocities using structural constraints. *Geophysical Research Letters*, 33: L07303, doi:10.1029/2005GL025485.
- Van Overmeeren, R.A., 1981. A Combination of Electrical-Resistivity, Seismic Refraction, And Gravity Measurements For Groundwater Exploration In Sudan. *Geophysics*, 1981. 46(9): 1304-1313.
- Vidale, J., 1988. Finite-difference calculation of travel times. *Bulletin of Seismological Society of America*, 78: 2062-2076.

- Vozoff, K. y Jupp D.L.B, 1975. Joint Inversion of Geophysical Data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 42(3): 977-991.
- Wyllie, M. R. J., Gregory A. R., Gardner L. W., 1956. Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media, *Geophysics* 21: 41-70.
- Zelt, C.A. y Barton, P.J., 1998. Three-dimensional seismic refraction tomography: A comparison of two methods applied to data from the Faeroe Basin, *Journal. Geophysics Research-Solid Earth*, 103: 7187-7210.
- Zelt, C. A. (1998), Lateral velocity resolution from three-dimensional seismic refraction data, *Geophysical. Journal International*, 135: 1101-1112.
- Zelt, B. C., R. M. Ellis, C. A. Zelt, R. D. Hyndman, C. Lowe, G. D. Spence, y M. A. Fisher (2001), Three-dimensional crustal velocity structure beneath the Strait of Georgia, British Columbia, *Geophysical Journal International*, 144: 695-712.
- Zhang, J. y F.D. Morgan, 1997. Joint seismic and electrical tomography. *EEGS Symposium on Applications of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*. Keystone, Colo. SAGEEP Proceedings. 391-396p.